

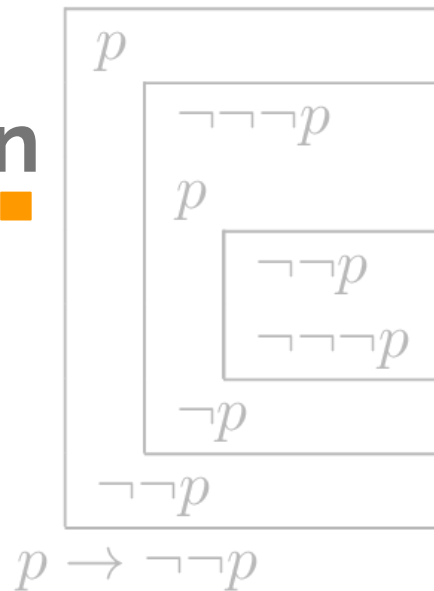


Departamento de Ingeniería Informática
Universidad de Santiago de Chile

Lógica y Teoría de la Computación

Segundo semestre 2021

Daniel Vega Araya



Lógica Proposicional

- El poder expresivo de la lógica proposicional es limitado:
 - LP **no permite** referirse fácilmente a todos los elementos de un dominio.
 - Si el dominio es infinito no numerable, simplemente no se puede expresar el conocimiento acerca de todos los individuos.

Lógica Proposicional

- El poder expresivo de la lógica proposicional es limitado:
 - LP **no permite** referirse fácilmente a todos los elementos de un dominio.
 - Si el dominio es infinito no numerable, simplemente no se puede expresar el conocimiento acerca de todos los individuos.

entonces.....

Lógica de Primer Orden

Lógica de Primer Orden - LPO

Mientras que

- LP **asume que el mundo tiene** sólo hechos.
- LPO **asume que el mundo tiene:**
 - **Objetos:** personas, casas, números, animales, profesores, instituciones, ...
 - **Predicados** (o relaciones): hermano de, mayor que, dentro de, de color, es dueño de, hijo de, padre de, ...
 - **Funciones:** sucesor de, raíz cuadrada de, segundo tiempo de, mejor amigo de, ...

Lógica de Primer Orden - LPO

- “uno más dos es igual a tres”
 - Objetos: uno, dos, tres
 - Relaciones: es igual a
 - Funciones: más

Lógica de Primer Orden - LPO

- “**uno** más **dos** es igual a **tres**”
 - ➡ Objetos: **uno, dos, tres**
 - Relaciones: es igual a
 - Funciones: más

Lógica de Primer Orden - LPO

- “uno más dos **es igual a** tres”
 - Objetos: uno, dos, tres
 - ➔ Relaciones: **es igual a**
 - Funciones: más

Lógica de Primer Orden - LPO

- “uno **más** dos es igual a tres”
 - Objetos: uno, dos, tres
 - Relaciones: es igual a
 - ➔ Funciones: **más**

Lógica de Primer Orden - LPO

- “uno más dos es igual a tres”
 - Objetos: uno, dos, tres
 - Relaciones: es igual a
 - Funciones: más
- “los alumnos de lógica tienen sueño”
 - Objetos:

Lógica de Primer Orden - LPO

- “uno más dos es igual a tres”
 - Objetos: uno, dos, tres
 - Relaciones: es igual a
 - Funciones: más
- “los alumnos de lógica tienen sueño”
 - Objetos: alumnos
 - Relaciones:

Lógica de Primer Orden - LPO

- “uno más dos es igual a tres”
 - Objetos: uno, dos, tres
 - Relaciones: es igual a
 - Funciones: más
- “los alumnos de lógica tienen sueño”
 - Objetos: alumnos
 - Relaciones: de lógica, tienen sueño
 - Funciones:

Lógica de Primer Orden - LPO

- “uno más dos es igual a tres”
 - Objetos: uno, dos, tres
 - Relaciones: es igual a
 - Funciones: más
- “los alumnos de lógica tienen sueño”
 - Objetos: alumnos
 - Relaciones: de lógica, tienen sueño
 - Funciones: -----

Lógica de Primer Orden - LPO

- “uno más dos es igual a tres”
 - Objetos: uno, dos, tres
 - Relaciones: es igual a
 - Funciones: más
- “los alumnos de lógica tienen sueño”
 - Objetos: alumnos
 - Relaciones: de lógica, tienen sueño
 - Funciones: -----
- “Homero es padre de Bart y esposo de Marge”
 - Objetos:

Lógica de Primer Orden - LPO

- “uno más dos es igual a tres”
 - Objetos: uno, dos, tres
 - Relaciones: es igual a
 - Funciones: más
- “los alumnos de lógica tienen sueño”
 - Objetos: alumnos
 - Relaciones: de lógica, tienen sueño
 - Funciones: -----
- “Homero es padre de Bart y esposo de Marge”
 - Objetos: Homero, Bart, Marge
 - Relaciones:

Lógica de Primer Orden - LPO

- “uno más dos es igual a tres”
 - Objetos: uno, dos, tres
 - Relaciones: es igual a
 - Funciones: más
- “los alumnos de lógica tienen sueño”
 - Objetos: alumnos
 - Relaciones: de lógica, tienen sueño
 - Funciones: -----
- “Homero es padre de Bart y esposo de Marge”
 - Objetos: Homero, Bart, Marge
 - Relaciones: es padre de, esposo de
 - Funciones:

Lógica de Primer Orden - LPO

- “uno más dos es igual a tres”
 - Objetos: uno, dos, tres
 - Relaciones: es igual a
 - Funciones: más
- “los alumnos de lógica tienen sueño”
 - Objetos: alumnos
 - Relaciones: de lógica, tienen sueño
 - Funciones: -----
- “Homero es padre de Bart y esposo de Marge”
 - Objetos: Homero, Bart, Marge
 - Relaciones: es padre de, esposo de
 - Funciones: -----

Lógica de Primer Orden - LPO

- “uno más dos es igual a tres”
 - Objetos: uno, dos, tres
 - Relaciones: es igual a
 - Funciones: más
- “los alumnos de lógica tienen sueño”
 - Objetos: alumnos
 - Relaciones: de lógica, tienen sueño
 - Funciones: -----
- “Homero es padre de Bart y esposo de Marge”*
 - Objetos: Homero, Bart, Marge
 - Relaciones: es padre de, esposo de
 - Funciones: -----

***y** es un **conectivo lógico**.

Lógica de Primer Orden - LPO

Alfabeto

- Constantes (**C**): persona, casa, Homero, dos, alumnos, etc.
- Predicados o relaciones (**P**): es igual a, es padre de, tienen sueño, pertenece a, etc.
- Funciones (**F**): más, raíz cuadrada, sucesor, etc.
- Variables: x, y, z , etc.
- Conectivos lógicos: $\neg, \vee, \wedge, \rightarrow, \leftrightarrow$
- Cuantificadores lógicos: \forall, \exists
- Relación igualdad: $=$
- Símbolos de puntuación: $(,)$

El concepto de **predicado** es similar al de **relación**, con la única salvedad que el primero es filosófico y el segundo es matemático.

Lógica de Primer Orden - LPO

Predicados y funciones

- Los predicados suelen ser mapeos de objetos a un V o F.
- Los predicados y funciones tienen una aridad mayor a 0.
- Las funciones son mapeos de *muchos* a *un* objeto.

Ejemplo,

$P = \{\text{GustaComer}(\cdot), \text{EsHermanoDe}(\cdot, \cdot)\}$

$F = \{\text{Hijo}(\cdot)\}$

$C = \{\text{Homero}, \text{Marge}, \text{Bart}, \text{Lisa}, \text{Maggie}\}$

Lógica de Primer Orden - LPO

- Una fórmula en LPO está definida sobre algunas constantes, funciones y predicados.
- Un vocabulario L (o un conjunto de símbolos) es la unión tres conjuntos:
 - Constantes: $\{c_1, c_2, \dots, c_l, \dots\}$
 - Funciones: $\{f_1, f_2, \dots, f_m, \dots\}$
 - Predicados: $\{p_1, p_2, \dots, p_m, \dots\}$

$$L = \{\{p_1, p_2, \dots, p_m, \dots\}, \{f_1, f_2, \dots, f_m, \dots\}, \{c_1, c_2, \dots, c_l, \dots\}\}$$

Lógica de Primer Orden - LPO

- En los números naturales,
 - Constantes: $\{0, 1\}$
 - Funciones: $\{\text{sucesor}, +, *\}$
 - Relaciones: $\{<\}$Ejemplo,
 - sucesor es una función unaria: $\text{sucesor}(\cdot)$
 - $+$ y $*$ son funciones binarias: $+(\cdot, \cdot)$ y $*(\cdot, \cdot)$
 - $<$ es una relación binaria: $<(\cdot, \cdot)$
- $L = \{ \{\text{GustaComer}\}, \{\text{hijo}\}, \{\text{Homero}, \text{Marge}, \text{Bart}, \text{Lisa}, \text{Maggie}\} \}$ un vocabulario donde:
 - GustaComer es un predicado de aridad 1 tal que $\text{GustaComer}(x)$ es verdadero si a x le gusta comer.
 - La función $\text{hijo}(x)$ representa al padre del objeto x .

Lógica de Primer Orden - LPO

Variables

- Se utilizan en predicados y funciones

Ejemplo: GustaComer(x), EsHermanoDe(x, y), Hijo(z).

- Pueden ser:
 - Ligadas a algún cuantificador \forall o \exists .
 - Libres (no ligadas).

Ejemplo: $P(x, y) \wedge \forall z Q(z)$

Lógica de Primer Orden - LPO

Variables

- Se utilizan en predicados y funciones

Ejemplo: GustaComer(x), EsHermanoDe(x, y), Hijo(z).

- Pueden ser:
 - Ligadas a algún cuantificador \forall o \exists .
 - Libres (no ligadas).

Ejemplo: $P(x, y) \wedge \forall zQ(z)$

→ La x e y en $P(x, y)$ son libres

Lógica de Primer Orden - LPO

Variables

- Se utilizan en predicados y funciones

Ejemplo: GustaComer(x), EsHermanoDe(x, y), Hijo(z).

- Pueden ser:
 - Ligadas a algún cuantificador \forall o \exists .
 - Libres (no ligadas).

Ejemplo: $P(x, y) \wedge \forall zQ(z)$

- La x e y en $P(x, y)$ son libres
- La z de $\forall zQ(z)$ está ligada

Lógica de Primer Orden - LPO

Variables

- Dado que las variables libres no aparecen cuantificadas sobre el dominio, el valor de verdad de la fórmula dependerá del valor dado a las variables libres.

Ejemplo:

- ¿Es cierto que $x < \text{sucesor}(0)$ en \mathbb{N} ?

Lógica de Primer Orden - LPO

Variables

- Dado que las variables libres no aparecen cuantificadas sobre el dominio, el valor de verdad de la fórmula dependerá del valor dado a las variables libres.

Ejemplo:

- ¿Es cierto que $x < \text{sucesor}(0)$ en \mathbb{N} ?
 - Si x es 0, entonces es verdadera en \mathbb{N} .
 - Si x es 1, entonces es falsa en \mathbb{N} .

Lógica de Primer Orden - LPO

Variables

- Dado que las variables libres no aparecen cuantificadas sobre el dominio, el valor de verdad de la fórmula dependerá del valor dado a las variables libres.

Ejemplo:

- ¿Es cierto que $x < \text{sucesor}(0)$ en \mathbb{N} ?
 - Si x es 0, entonces es verdadera en \mathbb{N} .
 - Si x es 1, entonces es falsa en \mathbb{N} .
- $\text{daHambre}(p)$
 - ¿Qué pasa si $p = \text{hamburguesa}$?

Lógica de Primer Orden - LPO

Variables

- Dado que las variables libres no aparecen cuantificadas sobre el dominio, el valor de verdad de la fórmula dependerá del valor dado a las variables libres.

Ejemplo:

- ¿Es cierto que $x < \text{sucesor}(0)$ en \mathbb{N} ?
 - Si x es 0, entonces es verdadera en \mathbb{N} .
 - Si x es 1, entonces es falsa en \mathbb{N} .
- $\text{daHambre}(p)$
 - ¿Qué pasa si $p = \text{hamburguesa}$?
 - ¿Qué pasa si $p = \text{hákarl}$?

Lógica de Primer Orden - LPO

Variables

- Dado que las variables libres no aparecen cuantificadas sobre el dominio, el valor de verdad de la fórmula dependerá del valor dado a las variables libres.

Ejemplo:

- ¿Es cierto que $x < \text{sucesor}(0)$ en \mathbb{N} ?
 - Si x es 0, entonces es verdadera en \mathbb{N} .
 - Si x es 1, entonces es falsa en \mathbb{N} .
- $\text{daHambre}(p)$
 - ¿Qué pasa si $p = \text{hamburguesa}$?
 - ¿Qué pasa si $p = \text{hákarl}$?





Departamento de Ingeniería Informática
Universidad de Santiago de Chile

Lógica y Teoría de la Computación

Segundo semestre 2021

