Ayudantía Unidad 1: Lógica (parte 2)

Teoría de la Computación 2-2025

1. Lógica proposicional: Resolución

Utilice el método de resolución para determinar si los siguientes resultados son correctos:

1.1. Ejemplo 1

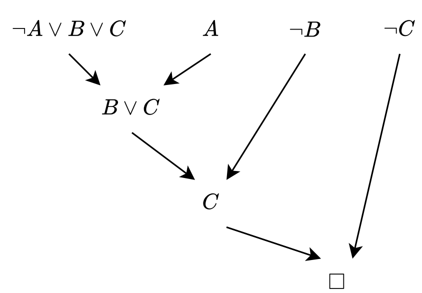
Queremos verificar si $\Sigma \vDash \varphi$ para:

$$\Sigma = \{A \to (B \lor C),\ A,\ \neg B\}$$
$$\varphi = C$$

Paso 1: escribir $\Sigma \vDash \{\neg\varphi\}$ en FNC (es decir, como una conjunción de cláusulas):

- $A \to (B \lor C) \Leftrightarrow \underbrace{\neg A \lor (B \lor C)}_{C_1}$ (premisa 1)
- $\underbrace{A}_{C_2}$ (premisa 2)
- $\underbrace{\neg B}_{C_3}$ (premisa 3)
- $\underbrace{\neg C}_{C_4}$ (negación de la consecuencia)

Paso 2: aplicar la regla de resolución buscando encontrar una contradicción.



Por lo tanto, logramos demostrar que:

$$\{A \to (B \lor C),\ A,\ \neg B\} \vDash C$$

1.2. Ejemplo 2

Si consumo frutas, entonces tengo energía. Puedo consumir frutas o comida chatarra. Si consumo comida chatarra, entonces me enfermo. Por lo tanto, tengo energía o estoy enfermo.

Paso 0: formalizaremos el enunciado a través de las siguientes variables:

- p: consumo frutas
- q: tengo energía
- r: consumo comida chatarra
- s: me enfermo

Así, podemos expresar el conjunto de premisas Σ y la conclusión lógica φ como:

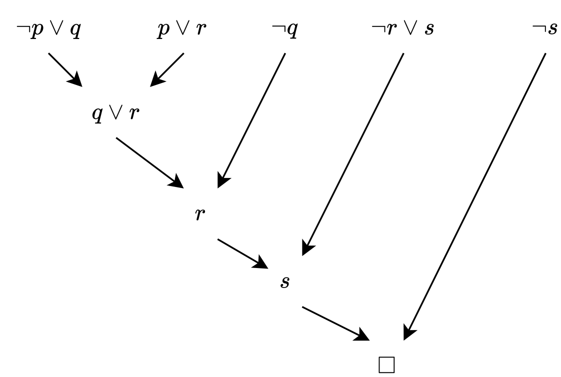
$$\Sigma = \{p \to q,\ p \vee r,\ r \to s\}$$

$$\varphi = q \vee s$$

Paso 1:

- $p \to q \Leftrightarrow \underbrace{\neg p \vee q}_{C_1}$ (premisa 1)
- $\underbrace{p \vee r}_{C_2}$ (premisa 2)
- $r \to s \Leftrightarrow \underbrace{\neg r \vee s}_{C_3}$ (premisa 3)
- $\neg(q \vee s) \Leftrightarrow \underbrace{\neg q}_{C_4} \wedge \underbrace{\neg s}_{C_5}$ (negación de la consecuencia)

Paso 2:



1.3. Ejemplo 3

Queremos verificar si $\Sigma \models p \to (\neg r \land \neg s)$ para el conjunto de premisas:

$$\Sigma = \{p \to \neg q,\ \neg q \to (\neg r \land s),\ t,\ t \to q\}$$

2. Lógica de primer orden: formas normales

1. Obtenga la forma normal prenexa de:

$$\neg[\forall x \exists y\ M(x,y,z) \to \exists x(\neg \forall y\ G(y,w) \to H(x))]$$

2. Obtenga la forma normal de Skolem de:

$$\neg \forall x \exists r \forall y \exists z \exists w[(\neg S(x,z) \land P(b,y)) \lor (\neg P(x,z) \land S(w,r))]$$