Ayudantía Unidad 1: Lógica (parte 1)

Teoría de la Computación 2-2025

1. Tablas de verdad

1.1. Reglas generales

- La cantidad de filas que tendrá la tabla es 2^n, siendo n el número de proposiciones simples que hay en la fórmula.
- Para establecer todas las combinaciones posibles de valores de verdad asignaremos a la primera mitad de las filas de p el valor 0, y a la otra mitad, el valor 1. Luego, a q le asignaremos 0 a la mitad de la mitad de p, luego 1 a la otra mitad de la mitad y así sucesivamente. **Ejemplo:**

p	q
0	0
0	1
1	0
1	1

- Para cada fórmula, indique si corresponde a una tautología, a una contingencia o a una contradicción.

1. $\sim (p \vee \sim p) \wedge (q \wedge (\sim p \vee r))$ (Contradicción)

p	q	r	$\sim p$	$\sim (p \vee \sim p)$ Ⓐ	$\sim p \vee r$	$q \wedge (\sim p \vee r)$ Ⓑ	Ⓐ $\wedge$ Ⓑ
0	0	0	1	0	1	0	0
0	0	1	1	0	1	0	0
0	1	0	1	0	1	1	0
0	1	1	1	0	1	1	0
1	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	0	0	1	0	0
1	1	0	0	0	0	0	0
1	1	1	0	0	1	1	0

2. $\sim (p \wedge \sim q) \leftrightarrow (p \to q)$ (Tautología)

p	q	$\sim q$	$\sim (p \wedge \sim q)$ Ⓐ	$p \to q$ Ⓑ	Ⓐ $\leftrightarrow$ Ⓑ
0	0	1	1	1	1
0	1	0	1	1	1
1	0	1	0	0	1
1	1	0	1	1	1

3. $(p \vee q) \wedge ((r \leftrightarrow \sim s) \to (\sim r \wedge p))$ (Contingencia)

p	q	r	s	$\sim r$	$\sim s$	$p \vee q$ Ⓐ	$r \leftrightarrow \sim s$ Ⓑ	$\sim r \wedge p$ Ⓒ	Ⓑ $\to$ Ⓒ	Ⓐ $\wedge$ (Ⓑ $\to$ Ⓒ)
0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0
0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0
0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0
0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0
0	1	0	0	1	1	1	0	0	1	1
0	1	0	1	1	0	1	1	0	0	0
0	1	1	0	0	1	1	1	0	0	0
0	1	1	1	0	0	1	0	0	1	1
1	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1
1	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1
1	0	1	0	0	1	1	1	0	0	0
1	0	1	1	0	0	1	0	0	1	1
1	1	0	0	1	1	1	0	1	1	1
1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	1
1	1	1	0	0	1	1	1	0	0	0
1	1	1	1	0	0	1	0	0	1	1

2. Deducción natural

Demuestre los siguientes secuentes utilizando deducción natural. En cada paso, debe indicar exactamente cuál fue la regla utilizada y sobre qué fórmulas se aplicó.

1. $p \land (q \to (p \to s)), p \to (q \land r) \vdash p \to s$

(1)	$p \land (q \to (p \to s))$	(premisa)
(2)	$p \to (q \land r)$	(premisa)
(3)	p	$(EC1(1))$
(4)	$q \to (p \to s)$	$(EC2(1))$
(5)	$q \land r$	$(EI(3,2))$
(6)	q	$(EC1(5))$
	$p \to s$	$(EI(6,4))$

2. $p \to (q \to r \lor s), p, r \to t, s \to t, q \land m \vdash t$

(1)	$p \to (q \to r \lor s)$	(premisa)
(2)	p	(premisa)
(3)	$r \to t$	(premisa)
(4)	$s \to t$	(premisa)
(5)	$q \land m$	(premisa)
(6)	$q \to (r \lor s)$	$(EI(2,1))$
(7)	q	$(EC1(5))$
(8)	$r \lor s$	$(EI(7,6))$
(9)	r	$(supuesto)$
(10)	t	$(EI(9,3))$
(11)	s	$(supuesto)$
(12)	t	$(EI(11,4))$
	t	$(ED(8, 9-10, 11-12))$

3. $p \wedge (\sim q \to \sim p) \vdash (q \wedge p) \vee \sim p$ (PEP 1 2025-1)

$$
\begin{array}{lll}
(1) & p \wedge (\sim q \to \sim p) & \text{(premisa)} \\
(2) & p & (EC1(1)) \\
(3) & \sim q \to \sim p & (EC2(1)) \\
(4) & \sim (\sim p) & (IDN(2)) \\
(5) & \sim (\sim q) & (MT(4,3)) \\
(6) & q & (EDN(5)) \\
(7) & q \wedge p & (IC(6,2)) \\
\hline
 & (q \wedge p) \vee \sim p & (ID1(7))
\end{array}
$$

4. $((p \wedge q) \to (r \wedge s)) \wedge ((r \wedge s) \to (p \wedge q)), t \wedge (t \to s) \vdash r \to p$ (PEP 1 2025-1)

$$
\begin{array}{lll}
(1) & ((p \wedge q) \to (r \wedge s)) \wedge ((r \wedge s) \to (p \wedge q)) & \text{(premisa)} \\
(2) & t \wedge (t \to s) & \text{(premisa)} \\
(3) & (r \wedge s) \to (p \wedge q) & (EC2(1)) \\
(4) & t & (EC1(2)) \\
(5) & t \to s & (EC2(2)) \\
(6) & s & (EI(4,5)) \\
(7) & r & (supuesto) \\
(8) & r \wedge s & (IC(7,6)) \\
(9) & p \wedge q & (EI(8,3)) \\
(10) & p & (EC1(9)) \\
\hline
 & r \to p & (II(7-10))
\end{array}
$$