

■ fakultät für informatik

Bachelor-Arbeit

MetroMap-Layout-konforme Visualisierung von Höchstspannungsnetzen

Robin Möhring

16. August 2017

Gutachter:

Prof. Dr. Heinrich Müller

M.Sc. Dominic Siedhoff

Lehrstuhl Informatik VII
Graphische Systeme
TU Dortmund

Inhaltsverzeichnis

Mathematische Notation	1
1 Einleitung	3
1.1 Motivation und Hintergrund	3
1.2 Aufbau der Arbeit	3
2 Vom Höchstspannungsnetz zum Graphen	5
2.1 Höchstspannungsnetz	5
2.2 Graph	11
2.3 Vom Höchstspannungsnetz zum Graphen	12
3 Spring-Algorithmus	15
3.1 Spring-Algorithmus - Vorgehen	16
3.2 Spring-Algorithmus - Erweiterbarkeit	18
4 Das Kapitel 4	21
4.1 Kapitel 4 - Unterkapitel 1	21
4.2 Kapitel 4 - Unterkapitel 2	21
A Weitere Informationen	23
Abbildungsverzeichnis	25
Algorithmenverzeichnis	27
Quellcodeverzeichnis	29
Literaturverzeichnis	31

Mathematische Notation

Notation	Bedeutung
\mathbb{N}	Menge der natürlichen Zahlen $1, 2, 3, \dots$
\mathbb{R}	Menge der reellen Zahlen
\mathbb{R}^d	d -dimensionaler Raum
$\mathcal{M} = \{m_1, \dots, m_N\}$	ungeordnete Menge \mathcal{M} von N Elementen m_i
$\mathcal{M} = \langle m_1, \dots, m_N \rangle$	geordnete Menge \mathcal{M} von N Elementen m_i
\mathbf{v}	Vektor $\mathbf{v} = (v_1, \dots, v_n)^T$ mit N Elementen v_i
$v_i^{(j)}$	i -tes Element des j -ten Vektors
\mathbf{A}	Matrix \mathbf{A} mit Einträgen $a_{i,j}$
$G = (V, E)$	Graph G mit Knotenmenge V und Kantenmenge E

1 Einleitung

1.1 Motivation und Hintergrund

Das Höchstspannungsnetz, welches sich über Deutschland erstreckt ist riesig und besteht aus tausenden von Strommasten und Verbindungen. Da ist sehr vom Nutzen eine Karte zu haben, die einige Verbindungen und Orte verschiebt um eine weitaus bessere und übersichtlichere Darstellung zu erhalten. Das ist genau die Methode einer MetroMap, den Verlust genauer Daten um sicherzustellen, dass die wichtigen Verbindungen und Standorte schnell und sicher erkannt werden.

In dieser Arbeit geht es darum, die Methoden einer MetroMap für Bus- und Bahnverbindungen zu nutzen, um eine angepasste MetroMap für das deutsche Höchstspannungsnetz zu erhalten.

1.2 Aufbau der Arbeit



Abbildung 1.1: Karte des deutschen Höchstspannungsnetzes



Abbildung 1.2: MetroMap der Bahnverbindungen in Singapur

2 Vom Höchstspannungsnetz zum Graphen

2.1 Höchstspannungsnetz

Um elektrische Energie über große Distanzen zu transportieren werden Höchstspannungsnetze benutzt. Von einem Kraftwerk ausgehend wird versucht möglichst viele Haushalte, Industrie- und Gewerbebetriebe zu erreichen. Davon ausgehend wird auch der Standort der meisten Kraftwerke bestimmt. Einige Kraftwerke lassen sich nur an bestimmten Standorten errichten, zum Beispiel ein Wasserkraftwerk muss an einem Fluss oder Staudamm errichtet werden. So ist es oft nicht möglich genug Verbraucher zu erreichen, sodass es Mittel bedarf den elektrischen Strom auch über weite Strecken hinweg zu transportieren.

Die Generatoren der modernen Kraftwerke erzeugen eine Spannung von $10500V$, $21000V$ oder $27000V$ [1]. Die Höhe dieser Spannung ist bestimmt durch die Größe bzw. die Leistungsfähigkeit des Kraftwerks und somit von der Nennleistung des Generators.

Da der überwiegende Teil der elektrischen Energie in Wärmekraftwerken erzeugt wird und diese mit einer Generatorleistung von 600 bis $1300MW$, bedeutet dies, dass Ströme zwischen $15000A$ und $30000A$ abgegeben werden müssen. Das ist jedoch weder aus technischen noch wirtschaftlichen Gründen für einen Transport über lange Distanzen lohnenswert, da es entweder sehr großen Leiterquerschnitte oder sehr große Stromverluste zur Folge hätte.

Es kann die gleiche Leistung P auch mit weniger Strom I und einer erhöhten Spannung U erreicht werden, denn die Beziehung lautet:

$$P = U \cdot I \tag{2.1}$$

Diese Eigenschaft wird ausgenutzt und das führt dazu, dass die Generatorspannung

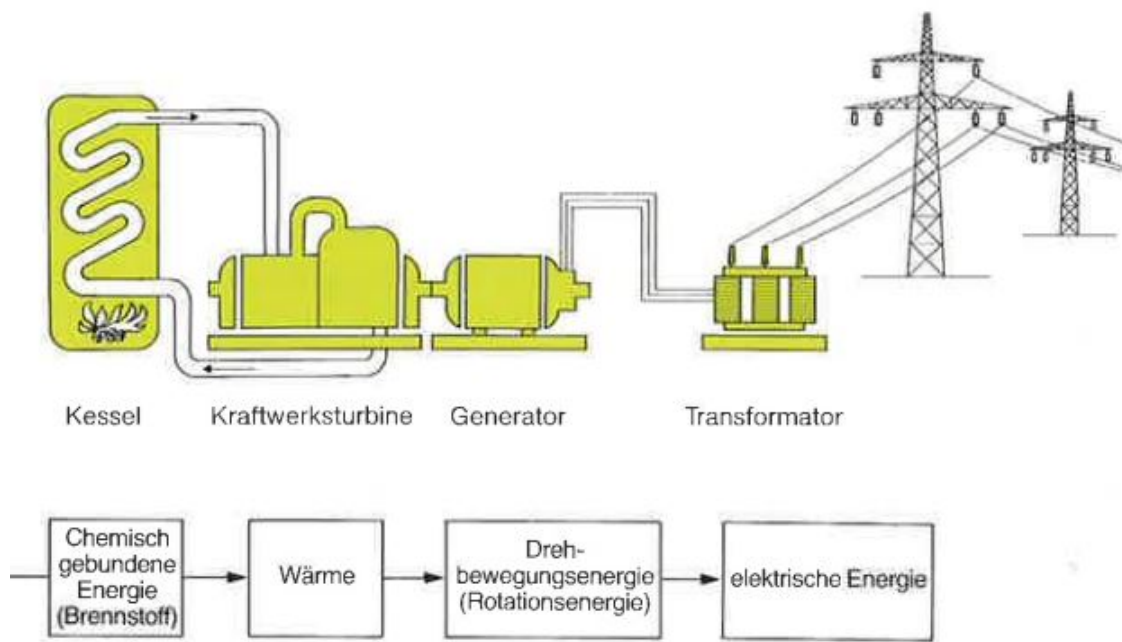


Abbildung 2.1: Prinzip der Stromerzeugung[1]

bereits direkt am Kraftwerk durch einen Transformator in eine höhere Spannung umgeformt wird. Dadurch wird die elektrische Leistung mit kleineren Stromstärken über die Netze geleitet. Nur die Übertragung in höheren Spannungen ermöglicht es die elektrische Energie effizient zu übertragen. Die Anpassungen führen zu einem sehr geringen Gesamtverlust von etwa 5% der erzeugten Energie.

Die erforderlichen Leitungen um ein effizientes Netz sicherzustellen werden in verschiedenen Ebenen anhand ihrer Betriebsspannung eingeteilt:

- Höchstspannungsleitungen mit Betriebsspannungen über 150000V
- Hochspannungsleitungen mit Betriebsspannungen über 60000V
- Mittelspannungsleitungen mit Betriebsspannungen über 1000V
- Niederspannungsleitungen mit Betriebsspannungen bis 1000V.

In Deutschland werden die Höchstspannungsleitungen mit 380000V oder mit 220000V betrieben. Sie sind zuständig für die überregionale Übertragung. Von den Kraftwerken werden mittels Höchstspannungsleitungen Umspannanlagen, die in der Nähe der Verbraucherschwerpunkte liegen verbunden. In den Umspannanlagen findet eine Herabtransformation auf 110000V statt. Dann sind Hochspannungsleitungen für die

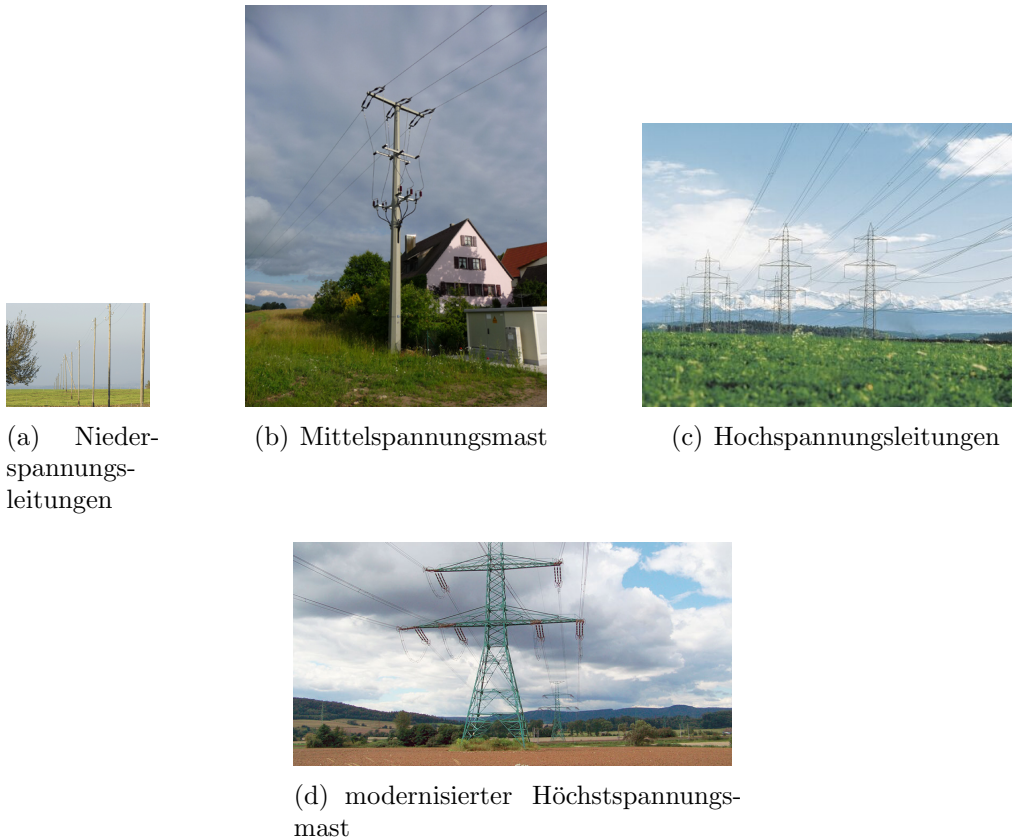


Abbildung 2.2: Die vier verschiedenen Leitungstypen

weitere regionale Übertragung zuständig. Nach einer weiteren Herabtransformation in einer Umspannanlage beträgt die Spannung noch 10000V oder 20000V und ist jetzt bereit für die Übertragung in der Stadt mittels Mittelspannungsleitungen.

Um die Transportaufgaben zu bewältigen müssen die Höchstspannungsleitungen oft über 100 km lang sein. Das komplette Netz, welches sich über Deutschland erstreckt wird auch das Verbundnetz genannt. Die Einzelnetze werden dabei über Kuppelstellen miteinander verbunden. Das Netz erstreckt sich nicht nur über Deutschland sondern über ganz Europa. Der Vorteil bei einem großen verbundenen Netz sind der Nutz- und Erzeugungsausgleich sowie der kostengünstigen Reservestellung für nicht verbundene Kraftwerke[1].

Da der Stromverbrauch stets variabel ist und sehr örtlich sowie zeitlich unterschiedlich, macht ein großes Verbundnetz viel Sinn. Ebenso aus Sicht der Kraftwerke, zum Beispiel wenn der Schneefall oder Regen ausbleibt, so gibt es an einem Kraftwerk welches an einem Staudamm oder Fluss errichtet worden ist weniger Energie und der Bedarf kann leicht durch andere Quellen über das Netz gedeckt werden.



Abbildung 2.3: Karte des deutschen Höchstspannungsnetzes[1]

Es gibt zwei verschiedene Arten für den Transport der elektrischen Energie:

- Freileitung
- Kabel.

Entscheiden wird anhand der technischen Möglichkeiten, die unterschiedlichen physikalischen Eigenschaften der Freileitungen und Kabel, die Kosten sowie Vorstellungen hinsichtlich des Landschaftsschutzes und der Gestaltung des Stadtbildes[1].

Die meisten Leiter bestehen aus Kupfer und Aluminium, dank der hohen Elastizität und elektrischen Leitfähigkeit. Aluminium hat gerade für den Freileitungsbau eine besondere Eigenschaft des sehr geringen Eigengewichtes, was einen größeren Abstand der Masten ermöglicht.

Die Kabel bestehen aus einem Kern der Leiter, welche voneinander durch Isolierungen geschützt werden. Diese nennt man Adern. Mehrere Adern gebunden durch einen

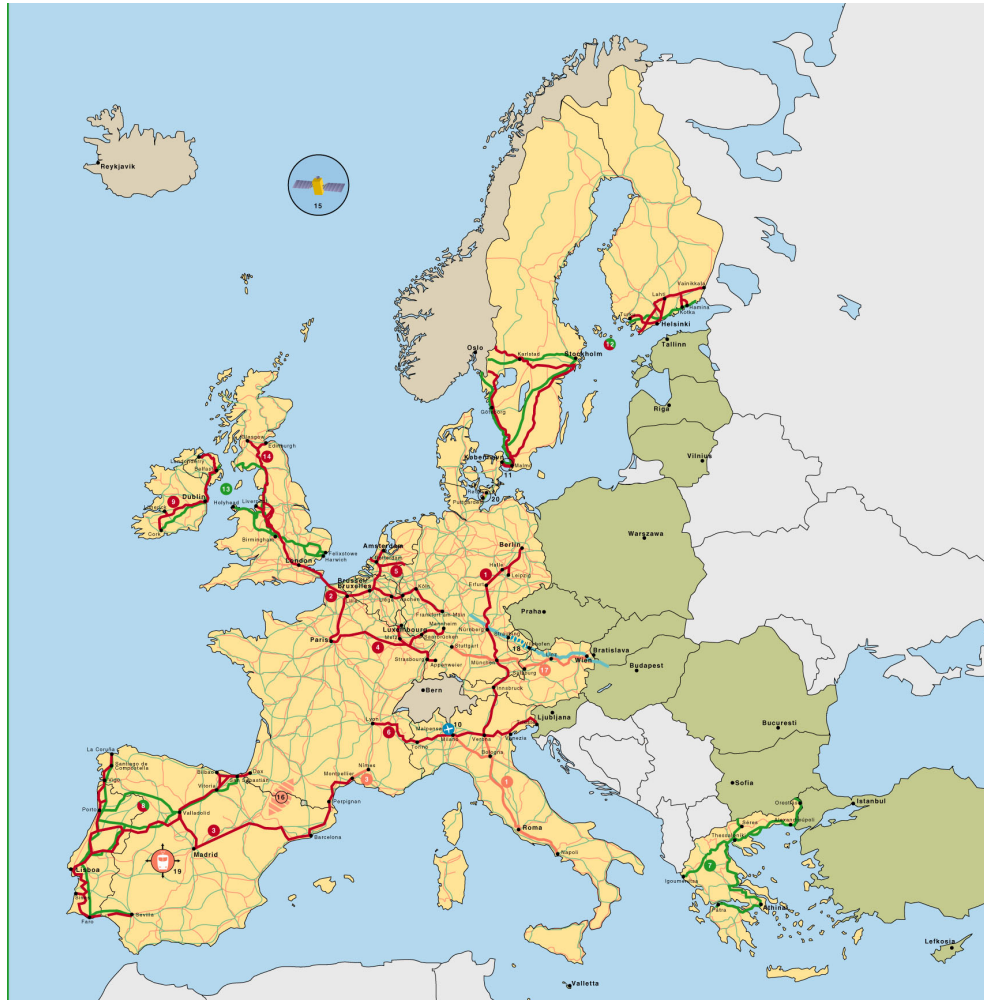


Abbildung 2.4: Karte des europäischen Verbundnetzes[1]

Mantel ergeben das letztendliche Kabel, diese können durch ein- oder mehradrig unterschieden werden. Die einzelnen Isolierungen der Adern bestehen aus ölgetränkten Papier, bei niedrigen Spannungen auch Kunststoff(PVC). Die dicke der Isolierung wird durch die jeweilige Nennspannung der Adern bestimmt.

Der Mantel soll die Kabel eng zusammenhalten und gegen äußere mechanische Beschädigungen schützen, ebenso muss er gegen eindringende Feuchtigkeit isolieren. Da Hochspannungsleitungen eine besonders große Isolierung benötigen, werden die Leiter in einem Stahlrohr mit Stickstoffgas unter sehr großen Druck verlegt.

Einzelne Stromkreise und ein Gestänge bilden eine Freileitung. Die Stromkreise bestehen jeweils aus drei bis vier Leitern. Die spannungsführenden Leiter werden durch Isolatoren an den Masten befestigt, während die anderen Leiter meist durch die Luft isoliert werden. Diese werden auch Seile genannt.

Es werden verschiedene Werkstoffe zum Bau der Masten verwendet, dabei entschei-

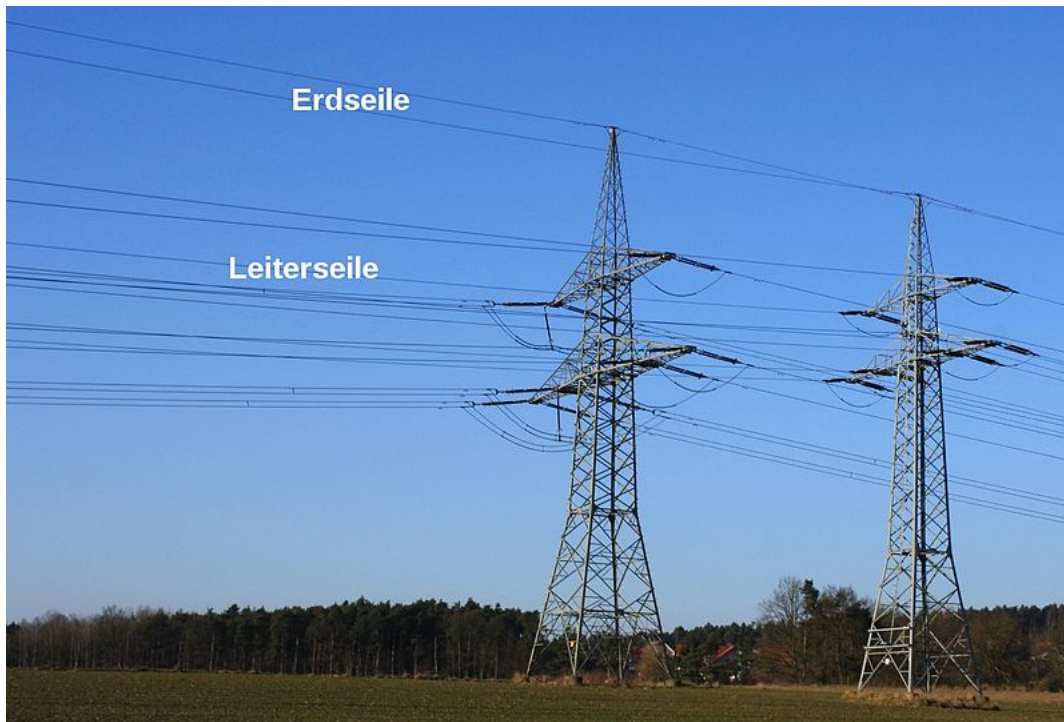


Abbildung 2.5: Freileitungsmast mit Leitern und Erdseil[1]

det die Größe der Spannung welcher verwendet wird. Diese sind:

- Holzmasten für Niederspannungsleitungen
- Holz-/Betonmasten für Mittelspannungsleitungen
- Stahlgittermasten für Hoch- und Höchstspannungsleitungen.

Je nachdem wie viel Kraft auf die Masten ausgeübt wird, variiert deren Größe, Konstruktion und Abstand. Äußere Faktoren wie Windbelastungen sowie Schnee- und Eislasten werden dabei mitberücksichtigt.

Die einzelnen Leiter werden mit sogenannten Erdseilen über Isolatoren am jeweiligen Mast angebracht. Die Erdseile dienen dabei nicht dem Transport der elektrischen Energie sondern dem Schutz vor Blitzeinschlägen. Es verlaufen demnach mehrere Stromkreise mit mehreren Leitern und dem Erdseil über einen Mast. In Abbildung 2.5 sieht man die Konstruktion der Masten sehr gut. Ebenso zu sehen sind die jeweiligen Isolatoren zwischen den Leitern und den Masten und das Erdseil welches an der Spitze angebracht ist.

2.2 Graph

Ein Graph ist ein Tupel $G = (V, E)$ mit folgenden Eigenschaften:

- V ist eine nicht leere Menge, die sogenannten Knoten
- E ist eine Menge von Kanten zwischen jeweils zwei Knoten[2].

Eine Kante $e_{v_i, v_j} \in E$ mit $v_i, v_j \in V$ repräsentiert somit die Verbindung des Knoten v_i mit v_j .

Ein Graph ist demnach eine Struktur die Informationen anhand Knoten und verbindenden Kanten speichert. Ein einfaches Beispiel sieht man in Abbildung 2.6. Es werden die Städte Köln, Kassel, Frankfurt, Nürnberg und München jeweils durch Knoten repräsentiert und deren Höchstleitungsverbindung durch eine Kante. Es ist nun sehr leicht möglich aus dem Graphen zu entnehmen welche Städte durch Freileitungen miteinander verbunden sind.

Ein Graph kann gerichtet oder ungerichtet sein. Bei einem ungerichteten Graphen gilt: $e_{v_i, v_j} = e_{v_j, v_i}$. Bei einem gerichteten Graphen gilt das nicht immer. Es wird der Kante somit eine Richtung mitgegeben. Ein Knoten v_i hat eine Verbindung e_{v_i, v_j} zu einem anderen Knoten v_j , dies muss jedoch nicht bedeuten dass es auch eine Verbindung ausgehend von v_j nach v_i gibt. Es werden im Folgenden nur noch ungerichtete Graphen verwendet, somit gilt stets $e_{v_i, v_j} = e_{v_j, v_i}$.

Gibt es keine Kante e_{v_i, v_i} mit $v_i \in V$ so ist der Graph schlingenfrees, es existiert also keine Kante von einem Knoten zu sich selbst. Eine Kante heißt demnach Schlinge sofern e_{v_i, v_i} gilt.

Kanten sind benachbart oder adjazent, sofern es zwei Knoten $v_i, v_j \in V$ gibt und eine Kante $e_{v_i, v_j} \in E$ sie verbindet. Da nur ungerichtete Graphen verwendet werden, ist es möglich den Start- sowie Endknoten einer Kante stets zu vertauschen und demnach ist auch $e_{v_j, v_i} \in E$ adjazent.

Bei einem Graph ist nicht nur die Einhaltung der eigentlichen Struktur wichtig sondern auch wie dessen Knoten und Kanten platziert werden, um eine übersichtliche und anschauliche Zeichnung zu erhalten. Eine wichtige Eigenschaft eines Graphen um dies zu erreichen ist die Planarität. Im Zweidimensionalen Raum ist ein Graph

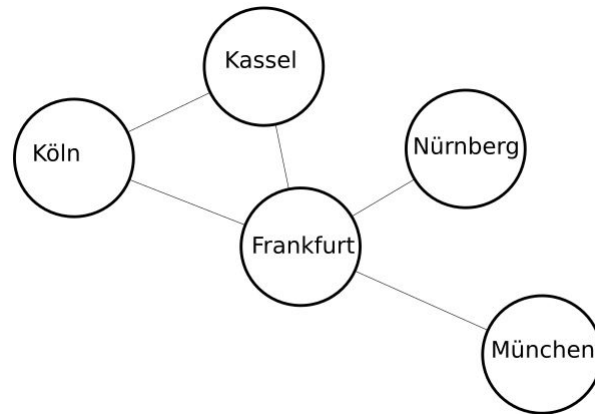


Abbildung 2.6: Einfacher Graph mit Städten als Knoten und deren Höchstspannungsleitungen als Kanten

planar sofern es möglich ist diesen so zu zeichnen, dass sich keine Kanten überschneiden. Existiert eine solche Darstellung so ist es auch stets möglich den Graphen planar mit geraden Kanten zu zeichnen[2]. In Abbildung 2.7 ist der Unterschied zwischen dem planaren Graphen und seiner unterschiedlichen Zeichnungen zu sehen. Der planare Graph kann somit auch mit überschneidbaren Kanten gezeichnet werden, mit eckigen oder aber auch immer mit geraden Kanten.

2.3 Vom Höchstspannungsnetz zum Graphen

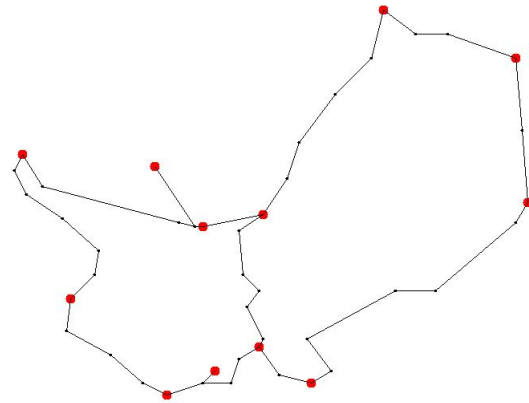
Es wurden zwei Schritte unternommen um aus dem Höchstspannungsnetz einen repräsentierenden Graphen zu bekommen. Zum einen wurden die jeweiligen Masten zu Knoten und jeweils eins ihrer Leiterseile zu einer verbindenden Kante. Die Position der Masten war aus einer Karte des Höchstspannungsnetz zu bekommen, ebenso deren Verbindungen.

Da es besonders wichtig ist darzustellen wie viele einzelne Leiterseile über die jeweiligen Verbindungen laufen, musste dieses noch hinzugefügt werden. Es wurde für jedes Leiterseil welches über einen der Masten lief ein jeweiliger Knoten erstellt, und jeweils mit einer Kante verbunden. Diese zusätzlichen Knoten wurden direkt neben dem ursprünglichen Knoten verteilt. Nun hat man die wichtigsten Informationen des Netzes in einen Graphen übertragen.

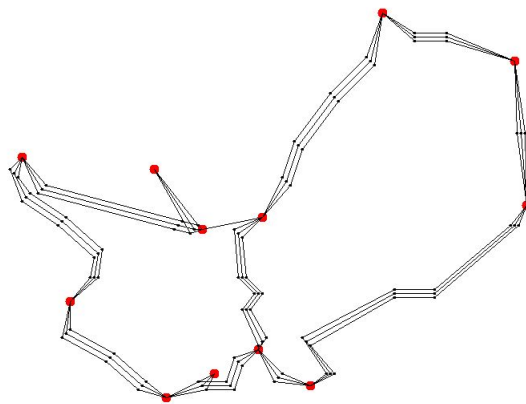
Die Städte und Orte werden dabei als unbewegliche Knoten angelegt damit der resultierende Graph nicht zu sehr vom ursprünglichen abweicht. Jegliche Eckpunkte zwischen den Orten wurde mithilfe eines weiteren beweglichen Knotens modelliert.



(a) Ausschnitt des deutschen Höchstspannungsnetzes. Die markierten Orte werden zu den Knoten und die Verbindungen werden zu den Kanten des Graphen.



(b) Den Ausschnitt der Karte als Graphen mit jeweils nur einer Leitung.



(c) Die zusätzlichen Leitungen wurden neben dem eigentlichen Knoten hinzugefügt. Hier jeweils immer genau drei.

Abbildung 2.7: Das schrittweise Vorgehen um einen repräsentierenden Graphen zu erhalten

3 Spring-Algorithmus

In diesem Kapitel werden die Grundlagen des Spring-Algorithmus erklärt. Es geht um die Verwendung dieser Algorithmen, das grundsätzliche Vorgehen und die Erweiterbarkeit.

Das Problem der Darstellung basiert auf der Platzierung der Kanten sowie Knoten um eine möglichst ästhetische Zeichnung des Graphen zu erhalten, die gut lesbar und verständlich ist. Die grundlegenden Kriterien für eine ästhetischen Zeichnung eines Graphen sind:

1. die Knoten sollten gleichmäßig verteilt werden
2. minimale Überschneidung der Kanten
3. einheitliche Länge der Kanten
4. möglichst symmetrisch
5. alles soll sich innerhalb der Fläche befinden[3].

Das heißt es ist leicht möglich die wichtigen Informationen des Graphen anhand einer visuellen Darstellung zu erhalten. Dazu gehören unter anderem die Erkennung von Verbindungen zwischen Knoten oder deren Lage. Dies ist vor allem wichtig bei einer MetroMap wo es darum geht schnell herauszufinden wie es möglich ist von einem Punkt zu einem anderen zu kommen. Um dies zu erreichen gibt es verschiedenste Ansätze.

Im Folgenden wird es um ein Verfahren gehen, welches auf ein Modell der Physik basiert, indem Stahlkugeln für die Knoten, und Federn für die Kanten stehen. Durch die Federn wirken Kräfte auf die Kugeln ein, wodurch sich diese verschieben. Dies passiert solange, bis die Federn ihre optimale Länge haben. Die optimale Länge k wird durch die Anzahl der Knoten sowie der zur Verfügung stehender Fläche A bestimmt:

$$k = \sqrt{A/|V|} \tag{3.1}$$

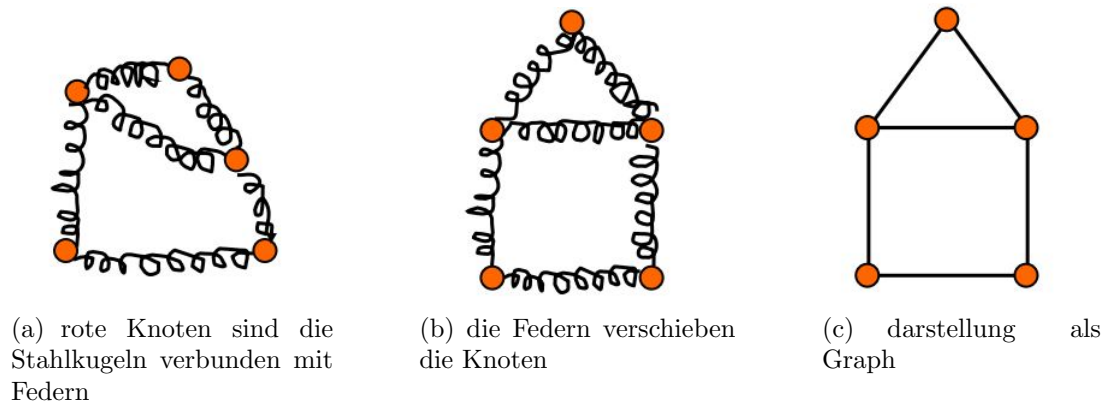


Abbildung 3.1: Darstellung als Stahlkugeln und Federn eines Graphen

$$A = W * L. \quad (3.2)$$

W ist die Weite und L die Länge der zugrunde liegenden Oberfläche, auf der, der Graph gezeichnet wird. Es ist wichtig zu wissen wie diese Maße sind um eine bessere Verteilung der Knoten zu ermöglichen.

Bildet die bisherige Platzierung der Kanten und Knoten einen planaren Graphen, so wird die neue die Platzierung in fast allen Fällen auch planar sein. Ein Graph ist planar wenn sich keine Kanten überschneiden, diese Eigenschaft ist besonders gewollt um den resultierenden Graphen noch übersichtlicher zu gestalten.

3.1 Spring-Algorithmus - Vorgehen

Zwischen jedem Knotenpaar $v_i, v_j \in V$ wird eine abstoßende Kraft f_{v_i, v_j}^r berechnet. Alle benachbarten Knoten erhalten eine anziehende Kraft f_{v_i, v_j}^a . Zwei Knoten $v_i, v_j \in V$ sind benachbart wenn $e_{v_i, v_j} \in E$ ist. Das führt dazu, dass verbundene Knoten näher zusammen gezeichnet werden, während sie noch immer einen gewissen Abstand zueinander haben. Der Algorithmus geht dabei in drei Schritten vor:

1. zwischen jedem Knotenpaar die abstoßende Kraft berechnen
2. benachbarten Knoten eine anziehende Kraft zuweisen
3. jeden Knoten seiner neuen Kraft nach bewegen.

Diese drei Schritte werden so oft wiederholt bis keine weitere Bewegung mehr stattfindet. Die Funktionen f_{v_i, v_j}^a und f_{v_i, v_j}^r sind wie folgt definiert:

Eingabe: $G := (V, E)$

Ausgabe: $G := (V, E)$

```

for  $i := 1 \leq \text{iterations}$  do
  for  $v_i \in V$  do
     $d_{v_i} := 0$ ;
    for  $(v_j \in V)$  do
      if  $v_i \neq v_j$  then
         $\Delta := p_{v_i} - p_{v_j}$ ;
         $d_{v_i} := d_{v_i} + (\Delta/|\Delta|) \cdot f_{v_i, v_j}^r(|\Delta|)$ ;
      end if
    end for
  end for

  for  $e_{v_i, v_j} \in E$  do
     $\Delta := p_{v_i} - p_{v_j}$ ;
     $d_{v_i} := d_{v_i} - (\Delta/|\Delta|) \cdot f_{v_i, v_j}^a(|\Delta|)$ ;
     $d_{v_j} := d_{v_j} + (\Delta/|\Delta|) \cdot f_{v_i, v_j}^a(|\Delta|)$ ;
  end for

  for  $v_i \in V$  do
     $p_{v_i} := p_{v_i} + (d_{v_i}/|d_{v_i}|) \cdot \min(d_{v_i}, t)$ ;
     $p_{v_i}^x := \min(W/2, \max(-W/2, p_{v_i}^x))$ ;
     $p_{v_i}^y := \min(L/2, \max(-L/2, p_{v_i}^y))$ ;
  end for
   $t := \text{cool}(t)$ 
end for

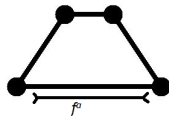
```

Algorithmus 3.1: Spring-Algorithmus

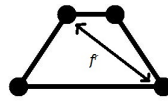
$$f_{v_i, v_j}^a(x) = x^2/k \quad (3.3)$$

$$f_{v_i, v_j}^r(x) = -k^2/x. \quad (3.4)$$

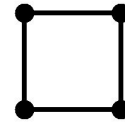
Der Vektor d_{v_i} gibt an in welcher Richtung der Knoten v_i bewegt wird. Während der Vektor p_{v_i} auf die momentane Position des Knoten v_i zeigt. Der Vektor Δ ist die Differenz zwischen p_{v_i} und p_{v_j} , der Richtungsvektor von v_i nach v_j . Die Variable *iterations* gibt die Anzahl der Durchläufe an. Bei jedem neuen Durchlauf wird der Vektor d_v eines jeden Knotens v auf 0 gesetzt. Mit zwei For-Schleifen geht man jede Knotenkombination durch und berechnet die abstoßende Kraft f_{v_i, v_j}^r mithilfe der



(a) anziehende Kraft f^a zwischen dem dritten und vierten Knoten



(b) abstoßende Kraft f^r zwischen dem ersten und vierten Knoten



(c) die wirkenden Kräfte lösen sich auf

Abbildung 3.2: Wirkende Kräfte im Graphen

Länge des Δ Vektors. Anschließend wird der Bewegungsvektor auf den Einheitsvektor von Δ multipliziert mit der berechneten Kraft gesetzt. Dadurch drücken sich die Knoten direkt voneinander weg.

Der zweite Schritt besteht darin die anziehenden Kräfte zwischen den benachbarten Knoten zu berechnen. Dazu wird jede Kante einmal durchgegangen und der Bewegungsvektor von jedem betroffenen Knoten wird wie bei der abstoßenden Kraft aufaddiert.

Im letzten Schritt des Algorithmus werden die Knoten nun in Richtung ihres Bewegungsvektors bewegt. Es wird darauf geachtet, dass die Knoten dabei nicht das Bild verlassen. Die Variable t ermöglicht es, am Anfang viel Bewegung der Knoten zuzulassen und dies immer weiter einzuschränken, damit mit der Graph mit jeder Iteration feiner wird. Die Funktion $cool(t)$ regelt dabei wie weit sich jeder Knoten in der nächsten Iteration maximal bewegen darf. t könnte zum Beispiel bei der Länge des Bildes starten und sich nach jeder Iteration um ein Zehntel mit $cool(t)$ kürzen. Nach 10 Iterationen wären dadurch keine weiteren Bewegungen der Knoten mehr möglich.

3.2 Spring-Algorithmus - Erweiterbarkeit

Eine besondere Eigenschaft dieses Algorithmus ist die leichte Erweiterbarkeit. Er kann leicht an viele verschiedene Probleme angepasst werden. Der Algorithmus 2.1 ist bereits eine erste Erweiterung des ursprünglichen Algorithmus. Beim Bewegen der Knoten im dritten Schritt wird sichergestellt, dass sich die Knoten weiterhin auf der zur Verfügung stehenden Fläche befinden.

Ebenfalls modifizierbar sind die Funktionen f_{v_i, v_j}^a und f_{v_i, v_j}^r . Im Kapitel 3 wird dies genutzt um den Graphen weiter anzupassen. Es ist leicht möglich noch weitere Kräfte

miteinzubeziehen oder sie ganz anderen Knoten zuzuweisen. Im späteren Verlauf wird es auch Knoten geben, die sich nicht bewegen sollen, weil sie zum Beispiel größere Städte oder zentrale Verbindungspunkte sind.

4 Das Kapitel 4

4.1 Kapitel 4 - Unterkapitel 1

4.2 Kapitel 4 - Unterkapitel 2

A Weitere Informationen

Abbildungsverzeichnis

1.1	Karte des deutschen Höchstspannungsnetzes	4
1.2	MetroMap der Bahnverbindungen in Singapur	4
2.1	Prinzip der Stromerzeugung	6
2.2	Die vier verschiedenen Leitungstypen	7
2.3	Karte des deutschen Höchstspannungsnetzes	8
2.4	Karte des europäischen Verbundnetzes	9
2.5	Freileitungsmast mit Leitern und Erdseil	10
2.6	Einfacher Graph mit Städten als Knoten und deren Höchstspannungs- leitungen als Kanten	12
2.7	Das schrittweise Vorgehen um einen repräsentierenden Graphen zu erhalten	13
3.1	Darstellung als Stahlkugeln und Federn eines Graphen	16
3.2	Wirkende Kräfte im Graphen	18

Algorithmenverzeichnis

3.1	Ein Algorithmus	17
-----	---------------------------	----

Quellcodeverzeichnis

Literaturverzeichnis