International Collegiate Programming Contest
Bolivia

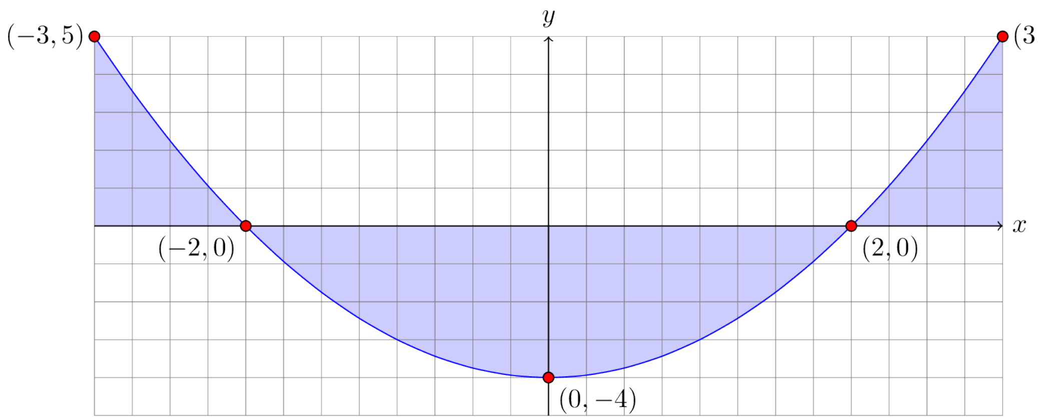
Competencia Pre-Nacional

15 de junio de 2024

Índice general

Problema A
Áreas (areas)

Dentro de las materias básicas de ingeniería, tenemos el calculo de áreas entre curvas. En este caso tendremos que calcular el área comprendida entre una parábola y el eje X.
Por ejemplo sea la parábola $x^2 - 4$ para el rango $[-3, 3]$:



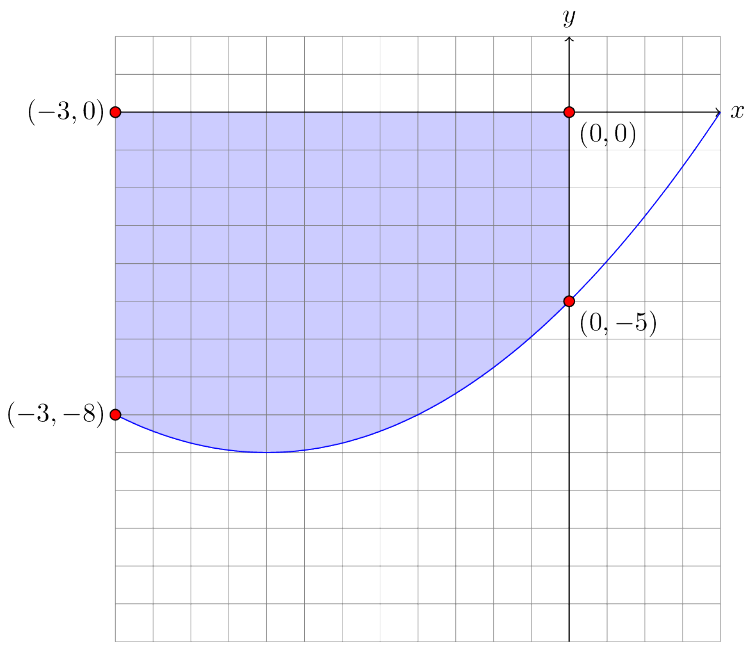
En ese caso las áreas son:

$$A_1 = \left| \int_{-3}^{-2} (x^2 - 4) \cdot dx \right| = \frac{7}{3}$$

$$A_2 = \left| \int_{-2}^{2} (x^2 - 4) \cdot dx \right| = \frac{32}{3}$$

$$A_3 = \left| \int_{2}^{3} (x^2 - 4) \cdot dx \right| = \frac{7}{3}$$

Por tanto el área pedida sera $A_1 + A_2 + A_3 = \dfrac{46}{3}$
Note que existen casos donde la función puede no presentar raíces en el rango, $x^2 + 4 \cdot x - 5$ en el rango $[-3, 0]$



$$A = \left| \int_{-3}^{0} (x^2 + 4\dot{x} - 5) \cdot dx \right| = \frac{24}{1}$$

Entrada

La primera línea contiene un número entero t ($1 \leq t \leq 5000$), indicando el número de casos de prueba. Siguen t líneas, una por cada caso de prueba.

Cada caso contiene 5 enteros A, B, C, L, R ($-10^4 \leq A, B, C, L, R \leq 10^4$) que son los coeficientes de la ecuación $A \cdot x^2 + B \cdot x + C = 0$ y el rango $[L, R]$ donde evaluar la función. Se garantiza que $L \leq R$ y que en caso de existir intersección con el eje de la X, estas intersecciones ocurrirán en valores enteros. Además $A \neq 0$.

Salida

Por cada caso imprima una linea con el área solicitada en la forma p/q donde se garantiza que p y q son números enteros tal que $GCD(p, q) = 1$.

Ejemplos de entrada	Ejemplos de salida
3 1 0 -4 -3 3 1 0 -4 0 3 1 4 -5 -3 0	46/3 23/3 24/1

Problema B
Juego de Cartas (cartas)

Se está jugando un juego, donde el jugador (tú) debe adivinar el número en el que está pensando el otro jugador. Para esto se cuenta con un set de 60 tarjetas que contienen una lista infinita de números; el jugador que piensa en un número debe elegir **todas** las tarjetas donde su número aparece. Y, para que el juego sea justo, el número en el que piensa deber ser positivo y menor o igual a 10^{18}.

A continuación se presenta el contenido de las primeras 5 tarjetas:

(1) $1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29, 31, 33, 35, 37, 39, ...$

(2) $2, 3, 6, 7, 10, 11, 14, 15, 18, 19, 22, 23, 26, 27, 30, 31, 34, 35, 38, 39, ...$

(3) $4, 5, 6, 7, 12, 13, 14, 15, 20, 21, 22, 23, 28, 29, 30, 31, 36, 37, 38, 39, ...$

(4) $8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 40, 41, 42, 43, ...$

(5) $16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 48, 49, 50, 51, ...$

Y así sucesivamente hasta llegar a la tarjeta número 60.

Se juegan q rondas del juego. En cada una de ellas se da una lista de k núemeros, indicando **todas** las tarjetas que contienen el número en el que está pensando el otro jugador. Debes adivinar el número secreto en cada ronda.

Entrada

La primera línea contiene un número entero q ($1 \leq q \leq 1000$), indicando la cantidad de rondas que se jugarán.

Las siguientes q líneas empiezan con un número entero k ($1 \leq k \leq 60$), indicando la cantidad de tarjetas que contiene la ronda. Luego, se presentan k números enteros a_i ($1 \leq a_i \leq 60$) separados por un espacio, indicando el número de la tarjeta i. Se garantiza que no habrán tarjetas repetidas en una misma ronda.

Salida

Por cada una de las q rondas, imprimir en una línea el número secreto en el que estaba pensando el otro jugador.

Se garantiza que la respuesta siempre será un número en el rango de $[1, 10^{18}]$.

Ejemplos

Ejemplos de entrada	**Ejemplos de salida**
4 4 1 2 3 4 2 1 2 3 1 3 4 7 3 6 9 10 22 29 45	15 3 13 17592456577828

Problema C
Cumpleañito (cumpleanito)

Mateo está exageradamente aburrido pasando clases virtuales. Está mirando la lista de asistentes a la clase, hay hartas personas, en total son 2880 (es una materia compartida con muchas carreras de la Facultad en la cual el docente aprovechó la virtualidad para dar clases a todos sus grupos al mismo tiempo incluyendo grupos de las 5 universidades privadas en la que el dichoso docente trabaja. Esto no está basado en la vida real por si acaso, por favor no se enojen si se sienten identificados :p). Mateo piensa en sus 3 personas favoritas de la clase (sus crush UwU) y se pregunta cuál es la probabilidad de que entre el grupo de estudiantes existan 3 personas que cumplan años en el mismo día del año y que al mismo tiempo no existan más personas que compartan cumpleaños, ni entre ellas ni con las 3 personas.

Al día siguiente, en su examen de Probabilidad le hacen exactamente la misma pregunta, solo que le piden que generalice la fórmula para x personas dentro de un grupo de n. Mateo odia las matemáticas y por eso no estudió probabilidad para la ICPC, así que te pide que le ayudes con esta molesta pregunta de examen (considerar que un año tiene 365 días).

Entrada

La entrada consiste en múltiples casos de prueba. La primera línea contiene un entero t ($1 \leq t \leq 10^3$), el número de casos de prueba.
Cada caso de prueba está compuesto por una única línea que contiene dos enteros n, x ($2 \leq x \leq n \leq 10^{18}$)$-$ la cantidad de personas en el grupo y cuántas personas deben tener el mismo cumpleaños.

Salida

Para cada caso de prueba imprima la respuesta al problema. Se puede demostrar que la respuesta puede ser representada como una fracción irreducible $\frac{x}{y}$.
Imprima xy^{-1} modulo $10^9 + 7$

Ejemplos

Ejemplos de entrada	Ejemplos de salida
4 2 2 3 2 28 3 100 99	882191787 839324457 542713201 259255172

Problema D

Secuencia de Divisores (divisores)

Para este problema se van a hallar la suma de los divisores propios de un número excluyendo al mismo, por ejemplo, la suma de los divisores de $n = 10$ es $5+2+1 = 8$. Este proceso puede repetirse hasta que no haya más divisores en la suma. Vea el caso $n = 10$:

1. Suma de los divisores de 10: $5 + 2 + 1 = 8$.
2. Suma de los divisores de 8: $4 + 2 + 1 = 7$.
3. Suma de los divisores de 7: 1.
4. Suma de los divisores de 1: 0.

Se pueden clasificar los números según el comportamiento de la suma de sus divisores. Por ahora, se considerarán los siguientes tipos de números:

- Números **perfectos**. Son aquellos cuya suma de divisores es igual al mismo número. Por ejemplo, la suma de los divisores de 6 es $3 + 2 + 1 = 6$.
- Números **románticos**. Si la suma de los divisores de un número da un número distinto, y la suma de los divisores de este último da el número original, entonces se dice que el número es romántico. Por ejemplo, la suma de los divisores de 220 es 284, y la suma de los divisores de 284 es 220; ambos son números románticos.
- Números **abundantes**. Son aquellos cuya suma de divisores es estrictamente mayor al mismo número. Por ejemplo, la suma de los divisores de 12 es $6+4+3+2+1 = 16$; 12 es un número abundante.
- Números **complicados**. Son aquellos que no son perfectos, románticos ni abundantes.

Se te dará una lista de números y deberás clasificarlos según el tipo de número que sean.
En caso de que un número sea romántico y abundante a la vez, se debe imprimir primero su clasificación de romántico y luego de abundante. Vea los casos de ejemplo para mayor claridad.

Entrada

La primera línea contiene un número entero n ($1 \leq n \leq 10^5$), indicando la cantidad de números que se deben clasificar.
Las siguientes n líneas contienen un número entero a_i ($1 \leq a_i \leq 10^5$) cada una, indicando el número que se debe clasificar.

Salida

Por cada número se debe imprimir una línea con el número seguido de su clasificación. El número y cada clasificación deben estar separados por un espacio.

Ejemplos

Ejemplos de entrada	Ejemplos de salida

`5`
`28`
`220`
`276`
`1`
`287`
	`28 perfecto`
	`220 romantico abundante`
	`276 abundante`
	`1 complicado`
	`287 complicado`

Problema E
Gran Producto (factores)

Armando es un niño muy curioso; siempre se obsesiona con algo distinto y, ahora, está obsesionado con los números. En particular, le interesa mucho el hecho de que muchos números naturales puedan ser representados como el producto de otros más pequeños. Por ejemplo 2002 puede ser representado por 14×143; 2880 puede ser representado por $2 \times 2 \times 16 \times 45$.

También se dio cuenta de que puede añadir una cantidad infinita de unos a cualquier número y seguirá siendo el mismo número ($2002 = 14 \times 143 \times 1 \times 1 \times ...$). Esto le parece absurdo, así que decidió nunca usar unos en sus representaciones.

Ahora se pregunta: ¿Cuál es la representacion de un número n como producto de números menores o iguales, que utilice la mayor cantidad de factores posibles y no use unos?

Debes ayudarlo a encontrar este producto. Para que Armando entienda mejor la respuesta, debes imprimir los factores en orden no decreciente y separar cada uno con la letra 'x' (equis minúscula, sin comillas).

Entrada

La primera y única línea contiene un número entero n ($2 \leq n \leq 10^5$).

Salida

Una línea con los factores en orden no decreciente, separados por la letra 'x'.

Ejemplos

Ejemplos de entrada	Ejemplos de salida
`12`	`2x2x3`
`5`	`5`
`94202`	`2x19x37x67`

En el primer ejemplo, 12 puede ser representado como 4×3, 12, 2×6 o $2 \times 2 \times 3$. La respuesta es $2 \times 2 \times 3$ porque es la representación con más factores.

Problema F

Franklin ha vuelto (franklin)

Franklin Richards es un niño muy curioso y juguetón, que a diferencia de los otros niños, él cuenta con poderes extraordinarios. Franklin estuvo viendo videos en YouTube de cómo colocan fichas de dominó y éstas caen una después de otra. Franklin se dispuso a hacer algo parecido y creó una bolsa de la que puede sacar cualquier cantidad de fichas de dominó uni-dimensionales de cualquier altura y con anchura infinitesimal, también creó una mesa de juago unidimensional (a Franklin también le gusta crear palabras de vez en cuando).

Franklin sacó n fichas de dominó numeradas del 1 al n y las colocó verticalmente sobre la mesa (parece que es imposible que se equilibren, pero como Franklin tiene poderes más allá de tu imaginación, esto es posible), se sabe que siempre hay una distancia entera x_i mayor a 0 entre la ficha i y la ficha $i-1$, para cada $i > 1$. Después de colocar todas las fichas le pareció que si empujaba alguna ficha, esto desencadenaría que todas las fichas caigan. Averigua si Franklin tiene razón. Se sabe que una ficha de dominó a puede hacer caer otra ficha b si es que la altura h_a es mayor a la distancia entre a y b y la ficha a cae en dirección hacia b.

Entrada

La entrada consiste en múltiples casos de prueba. La primera línea contiene un entero t ($1 \leq t \leq 10^4$), el número de casos de prueba. Cada caso de prueba se describe de la siguiente manera:

Primera línea: Un entero n ($2 \leq n \leq 10^5$), el número de fichas de dominó.

Segunda línea: n enteros $h_1, h_2, \ldots, h_n$ ($1 \leq h_i \leq 10^9$), donde h_i representa la altura de la ficha i.

Tercera línea: $(n-1)$ enteros $x_2, x_3, \ldots, x_n$ ($1 \leq x_i \leq 10^9$), donde x_i es la distancia entre la ficha i y la ficha $i-1$.

La suma de n en todos los casos de prueba no excede 10^5.

Salida

Para cada caso de prueba: imprimir la palabra "habibi"si empujar alguna ficha puede hacer que todas las demás caigan, o "which"si es que no es posible.

Ejemplos

Ejemplos de entrada	Ejemplos de salida
4 2 10 10 10 3 10 20 30 9 10 3 30 5 10 10 10 3 10 5 30 10 10	which habibi habibi habibi

Problema G
Grandes Factores (granfact)

Se tienen un arreglo a de n números enteros positivos. Sobre este arreglo se realizan tres tipos de operaciones:

1. Dado un valor i, eliminar un factor primo al azar de a_i. Si a_i no tiene factores primos, no se hace nada.
2. Dados dos valores l y r, hallar la mínima posible suma de los factores primos de los números $a_l, a_{l+1}, \ldots, a_r$.
3. Dados tres valores l, r y x, asignar a a_i el valor x para todo $l \leq i \leq r$.

Dado el arreglo a y una secuencia de q operaciones realizadas en orden, determina el resultado de cada operación de tipo 2.

Entrada

La primera línea contiene un entero n ($1 \leq n \leq 10^5$), el tamaño del arreglo a.
La segunda línea contiene n enteros $a_1, a_2, \ldots, a_n$ ($1 \leq a_i \leq 10^4$), los elementos del arreglo a.
La tercera línea contiene un entero q ($1 \leq q \leq 10^5$), el número de operaciones.
Las siguientes q líneas describen las operaciones realizadas en orden. Cada operación está descrita por un número entero t ($1 \leq t \leq 3$) y los valores correspondientes a la operación.

- Si $t = 1$, se da un valor i ($1 \leq i \leq n$).
- Si $t = 2$, se dan dos valores l y r ($1 \leq l \leq r \leq n$).
- Si $t = 3$, se dan tres valores l, r y x ($1 \leq l \leq r \leq n$, $1 \leq x \leq 10^4$).

Salida

Por cada operación de tipo 2, imprime un entero, la mínima posible suma de los factores primos de los números $a_l, a_{l+1}, \ldots, a_r$.

Ejemplos

Ejemplos de entrada	Ejemplos de salida
4 10 9 2 4 8 1 4 2 1 4 1 1 2 1 3 3 2 3 12 2 2 4 1 4 2 4 4	17 10 16 0
8 9608 9630 489 5648 5240 8338 9028 5564 10 2 6 6 3 3 7 9838 3 6 7 7525 1 8 2 8 8 2 2 5 2 1 3 1 5 2 6 7 2 5 6	392 17 14883 6248 120 62

Para el primer caso, las primeras 4 operaciones se realizan de la siguiente manera:

- Se elimina un factor primo al azar de a_4; ya que $a_4 = 4 = 2 \times 2$, se obtiene $a_4 = 2$.
- La suma de los factores primos de 10, 9, 2 y 2 es $\underline{2+5} + \underline{3+3} + \underline{2} + \underline{2} = 17$.

- Se elimina un factor primo al azar de a_1; ya que $a_1 = 10 = 2 \times 5$, se puede obtener $a_1 = 2$ o $a_1 = 5$.
- Hay dos posibles sumas: $\underline{2} + \underline{3+3} + \underline{2} = 10$ o $\underline{5} + \underline{3+3} + \underline{2} = 13$; la menor es igual a 10.

Problema H
Montañas (montanas)

A Pacha le gusta mucho caminar por las montañas. Esta vez se le ocurrió ir *al punto más alto* de las montañas que rodean su ciudad para tomar una foto de recuerdo. Es bien sabido que no hay ningún otro punto en la montaña con una altura igual o superior, por lo que tiene la mejor vista.
Él siempre junta un grupo para estas actividades y esta vez, decidiste unirte. Llegó el día de la excursión; ya habías preparado todo, pero, por desgracia, te quedaste dormido... No podrás acompañar al grupo todo el camino, pero sí puedes encontrarlos en *el punto más alto*. Le pides el mapa a Pacha para alcanzarlos y él te lo envía en forma de acertijo.
Las montañas se representan como una cadena que consiste de los caracteres '+' y '−', cada uno indicando si ese punto de la montaña es más alto o más bajo que el anterior de izquierda a derecha, y teniendo siempre una diferencia de alturas de 1 metro. Te dice también, que asumas que el punto anterior al inicio de la montaña se encuentra a altura 0.
Por ejemplo, la cadena $+++--+--$ es un mapa de montañas con alturas $[1, 2, 3, 2, 1, 2, 1, 0]$.
Dado el mapa, debes calcular la posición de la montaña (de izquierda a derecha) que corresponda al punto más alto para encontrarte con el grupo.

Entrada

La primera y única línea contiene una cadena s formada por los caracteres '+' y '−' (sin comillas). El tamaño de la cadena no será superior a 10^5 y contendrá al menos un caracter.
Se garantiza que todos los puntos de las montañas estarán a una altura no negativa y que **solamente habrá un punto más alto**.

Salida

Un número entero, indicando la posición de la montaña que corresponde al punto más alto.

Ejemplos

Ejemplos de entrada	Ejemplos de salida
`+-+-+++--+--`	`7`
`+++-++-+--+++-+++--+`	`17`

En el primer caso, los puntos de las montañas tienen las alturas $[1, 0, 1, 0, 1, 2, 3, 2, 1, 2, 1, 0]$. El punto en la posición 7 es el más alto.

Problema I
Pizzas (pizzas)

Matías es un chef de renombre, últimamente se ha estado especializando en pizzas.

Habiendo preparado y probado cientos de pizzas, Matías anotó pares de ingredientes (representados por números enteros) que tienen el mismo sabor.

Esta relación de sabores iguales es transitiva y, a veces por flojera, Matías omite pares que ya están representados por el resto de las notas; por ejemplo, si anotó que los pares $(1, 2)$ y $(2, 3)$ tienen el mismo sabor, puede no anotar el par $(1, 3)$ porque se puede deducir que si 1 sabe igual a 2 y 2 sabe igual a 3, entonces 1 sabe igual a 3.

Sus amigos, Javier, Víctor y Lalo, se reunieron con Matías a hacer pizzas y se les ocurrió la siguiente estrategia:

- Poner todos los ingredientes en una lista ordenada aleatoriamente
- Revisar los ingredientes uno por uno en el orden de la lista
- Si el ingrediente actual aportaría un sabor nuevo a la pizza según las notas de Matías y los ingredientes ya usados, se lo añade a la pizza. Si no, no se lo añade.

Pronto se dieron cuenta, decepcionados, de que todas las pizzas que preparaban sabían igual; pero Víctor, siendo el informático del grupo, se interesó más por la cantidad total de pizzas diferentes que podrían hacer con su estrategia. Dos pizzas se consideran diferentes si los conjuntos de ingredientes usados de ambas son distintos.

Víctor calculó el valor rápidamente y quiere confirmar la respuesta contigo. Dada la cantidad de ingredientes y las notas de Matías, calcular la cantidad de pizzas diferentes que se pueden formar módulo $10^9 + 7$ usando la estrategia.

Entrada

La primera línea contiene dos enteros n $(1 \leq n \leq 10^5)$ y m $(0 \leq m \leq \text{mín}(\frac{n(n-1)}{2}, 10^5))$, indicando la cantidad total de ingredientes y el número de pares en las notas de Matías.

Las siguientes m líneas contienen dos enteros a_i, b_i $(1 \leq a_i, b_i \leq n, a_i \neq b_i)$ cada una, indicando que el ingrediente a_i tiene el mismo sabor que el ingrediente b_i y viceversa. No existen pares repetidos en las notas de Matías.

Salida

Un número entero, indicando la cantidad de pizzas diferentes que se pueden formar módulo $10^9 + 7$ usando la estrategia descrita.

Ejemplos

Ejemplos de entrada	Ejemplos de salida

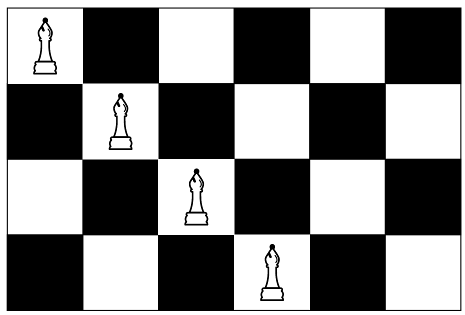
`5 3`
`1 3`
`2 4`
`3 5`
	`6`

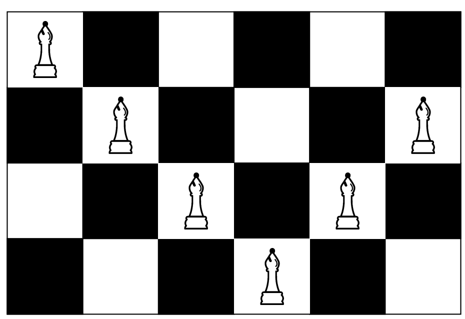
`20 9`
`1 9`
`2 6`
`2 16`
`6 20`
`7 13`
`8 15`
`10 20`
`16 18`
`17 18`
	`56`

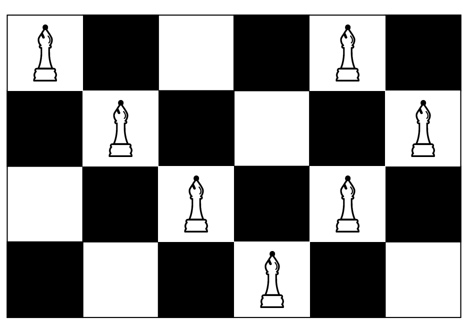
En el primer caso de ejemplo se pueden formar pizzas con los siguientes conjuntos de ingredientes: $\{1, 2\}$, $\{1, 4\}$, $\{3, 2\}$, $\{3, 4\}$, $\{5, 2\}$, $\{5, 4\}$.
Nótese que los ingredientes 1 y 5 tienen el mismo sabor (que es igual al sabor de 3), por lo que no se pueden usar juntos en una misma pizza.
Una posible forma de hacer una pizza con los ingredientes $\{3, 2\}$ es con la siguiente lista de ingredientes (luego de ordenarla aleatoriamente): $[3, 5, 2, 1, 4]$. En este caso, 3 aporta un sabor nuevo y se añade; 5 tiene el mismo sabor que 3, así que no se añade; 2 aporta un sabor nuevo y se añade; 1 tiene el mismo sabor que 3, así que no se añade; 4 tiene el mismo sabor que 2, así que no se añade.

Problema J
Super Alfil (superalfil)

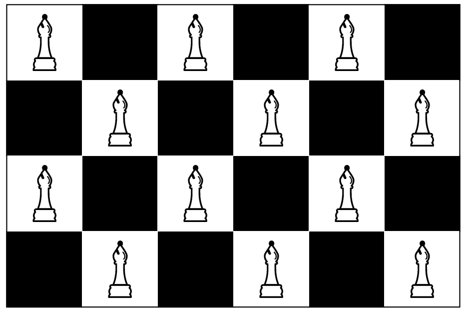
El ajedrez siempre ha sido una disciplina legendaria y tiene variedad de piezas, como alfiles, torres, rey, reina, caballos y peones. Cada una de estas piezas tiene movimientos definidos y en esta ocasión hablaremos del alfil. Tendremos un tablero de n filas y m columnas donde lanzaremos un alfil desde la esquina superior izquierda, y en este caso el alfil siempre ira hasta tocar el borde del tablero (va rebotando en los bordes). Veamos los siguientes ejemplos:
Para $n = 4$, $m = 6$





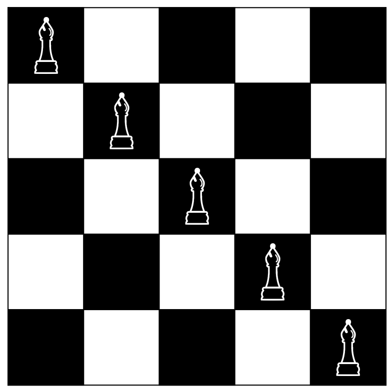


Y asi sucesivamente



Por tanto el numero de casillas que no fueron visitadas es 12.

Ahora para el caso Para $n = 5$, $m = 5$



Por tanto el numero de casillas que no fueron visitadas es 20.

Entrada

La entrada consiste de múltiples casos de prueba, cada uno en una línea.

Cada caso contiene dos enteros n, m $(2 \leq n, m \leq 10^9)$ con las dimensiones del tablero de ajedrez.

El total de casos de prueba es menor que $5 \cdot 10^4$.

Salida

Por cada caso, imprimir un entero con el numero de casillas no visitadas por el súper alfil.

Ejemplos de entrada	**Ejemplos de salida**
`4 6`	`12`
`5 5`	`20`

Problema K

Tesoros (tesoro)

Aylin se encuentra en un laberinto con varios tesoros y desea saber cual es la cantidad máxima de tesoros que puede juntar. Cada casilla del laberinto puede contener tesoros (cuya cantidad por casilla sera representado por un dígito entre 1 y 9), una trampa `'T'`, un espacio libre `'.'` o una muralla `'#'`.

Un detalle interesante es que el laberinto esta en completa oscuridad y ella debe recorrer a ciegas todo el laberinto, y los movimientos permitidos son arriba, abajo, izquierda o derecha. Ella puede saber si alrededor de su posición (celda arriba, abajo, izquierda o derecha) existen trampas, pero no sabe en cual de las direcciones esta la trampa. Ella no tomara riesgos así que evitara seguir adelante en su recorrido en caso de que alrededor de ella existan trampas, pudiendo tranquilamente retroceder a alguna posición sin peligro aunque ya haya sido recorrida.

Entrada

La entrada consiste de múltiples casos de prueba.

Cada caso comienza con una linea con con 2 enteros N, M $(1 \leq N, M \leq 10^3)$ a continuación vienen N lineas con M caracteres cada una, que es la descripción del mapa. Existe una casilla que contiene la letra `'S'` representando la posición inicial de Aylin. Se garantiza que solo existe una casilla `'S'` por cada caso de prueba.

Salida

Por cada caso imprima una linea con un numero entero que indica la cantidad de tesoros máxima que Aylin puede juntar.

Ejemplos de entrada	Ejemplos de salida

`4 9`
`S......T.`
`#####.###`
`111.#.111`
`..T....T.`
`4 7`
`S....T1`
`..111..`
`..1T1..`
`..111..`
`2 5`
`.23..`
`.3T.S`
	`2`
	`5`
	`3`