Centro Universitário de Brasília – CEUB
Curso: Ciência da Computação
Disciplina: Cálculo Diferencial e Integral
Professor: João Marcos Costa

Atividade em Equipe 01 – AEQ 01 (1°/2025)

Tema:

- Regras de derivação
- Estudo de extremos
- Regra de L'Hôpital

Questão 01.

Umas das várias aplicações do conceito de derivada é no estudo de extremos de uma função onde buscamos otimizar desempenhos a partir de certas condições. Utilize a derivada de segunda ordem para classificar os extremos da função $f(x) = x^3 - 7x^2 + 12x$

Roteiro:

1. Encontrar a derivada $f'(x)$
2. Determinar os pontos críticos x_i da função f
3. Calcular as imagens $f(x_i)$ de cada ponto crítico
4. Encontrar a derivada de segunda ordem $f''(x)$
5. Calcular as imagens $f''(x_i)$ de cada ponto crítico
6. Classificar os extremos $P_i(x_i, f(x_i))$ utilizando o seguinte critério:
   Se $f''(x_i) > 0$ então $P_i(x_i, f(x_i))$ é ponto de mínimo local
   Se $f''(x_i) < 0$ então $P_i(x_i, f(x_i))$ é ponto de máximo local

Esquema:

1. $f(x) \longrightarrow f'(x)$
2. $f'(x) = 0 \implies x_i$ são os pontos críticos de f
3. $f(x_i) \rightarrow P_i(x_i, f(x_i))$
4. $f'(x) \longrightarrow f''(x)$
5. $f''(x_i)$
6. Aplicar o critério:

   $f''(x_i) > 0 \implies P_i(x_i, f(x_i))$ é ponto de mínimo local

   $f''(x_i) < 0 \implies P_i(x_i, f(x_i))$ é ponto de máximo local

Questão 02.

Utilize a derivada de primeira ordem para identificar o intervalo de pontos do domínio no qual a função $f(x) = x^3 - 7x^2 + 12x$ é crescente.

Roteiro:

1. Encontrar a derivada $f'(x)$
2. Fazer o Estudo de Sinal da função derivada de f
   2.1. Determinar os zeros da função (ou raízes da equação) da derivada $f'(x)$
   2.2. Identificar o intervalo de domínio no qual a derivada possui imagens positivas/negativas
3. Aplicar o critério de classificação:
   Se $f'(x) > 0$ em $[a, b]$ então $f(x)$ é crescente em $[a, b]$
   Se $f'(x) < 0$ em $[a, b]$ então $f(x)$ é decrescente em $[a, b]$

Esquema:

1. $f(x) \longrightarrow f'(x)$
2. $f'(x) = 0 \implies x_i$ são as raízes da equação ou zeros da função derivada
3. Identificar $[a, b]$ tal que $f'(x) > 0$
4. Aplicar o critério de classificação:

$$f'(x) > 0 \text{ em } [a, b] \implies \text{então } f(x) \text{ é crescente em } [a, b]$$
$$f'(x) < 0 \text{ em } [a, b] \implies \text{então } f(x) \text{ é decrescente em } [a, b]$$

Questão 03.

Encontre a derivada solicitada em cada item

a. $f(x) = \frac{2x^3+1}{4x+6} \longrightarrow f'(x)$ e $f'(1)$

b. $g(x) = sen(x)cos(x) \longrightarrow g'(x)$ e $g'\left(\frac{\pi}{3}\right)$

c. $h(x) = \frac{1}{cos(x)} \longrightarrow h'(x)$ e $h'\left(\frac{\pi}{4}\right)$

d. $y(x) = \frac{1}{x} + \sqrt[3]{x} \longrightarrow y'(x)$ e $y''(x)$

e. $m(x) = \frac{1}{5x+4} \longrightarrow m'\left(\frac{4}{5}\right)$

Questão 04

Encontre a derivada solicitada em cada item

a. $f(x) = e^{2x^5+x} \longrightarrow f'(x),\ \ f''(x)$ e $f'(0)$

b. $f(x) = e^{4\sqrt{x}} \longrightarrow f'(x)$

c. $g(x) = ln(cos(x)) \longrightarrow g'(x)$ e $g'\left(\frac{\pi}{6}\right)$

d. $h(x) = ln(x+2) \longrightarrow h'(x)$

e. $y(x) = x^2e^{3x} \longrightarrow y'(x)$

f. $m(x) = 4sen(x)e^{x+1} \longrightarrow m'(x)$

g. $n(x) = ln(x) \longrightarrow n'(x)$

h. $p(x) = xln(x) \longrightarrow p'(x)$

Questão 05

Utilize a Regra de L'Hôpital para avaliar a existência dos limites que se seguem.

a. $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)$ onde $f(x) = \frac{e^{2x^3}}{x^2+4}$

b. $\lim\limits_{x\to -2} f(x)$ onde $f(x) = \frac{x^3+8}{x^2-4}$

c. $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ onde $f(x) = \frac{\sqrt{16+x}-4}{e^{3x}-1}$

d. $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)$ onde $f(x) = \frac{ln(2x+3)}{x^2-4}$

e. $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ onde $f(x) = \frac{sen(x)}{x}$

f. $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ onde $f(x) = \frac{cos(x)-1}{x}$

g. $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ onde $f(x) = \frac{sen(2x)}{5x}$

h. $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ onde $f(x) = \frac{tg(x)}{x}$

i. $\lim\limits_{x\to \pi} f(x)$ onde $f(x) = \frac{sen(x)}{x-\pi}$

j. $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{3}} f(x)$ onde $f(x) = \frac{cos\left(x+\frac{\pi}{6}\right)}{x-\frac{\pi}{3}}$

k. $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)$ onde $f(x) = \frac{5x^4+4x^2}{x^2-3x}$

l. $\lim\limits_{x\to 9} f(x)$ onde $f(x) = \frac{x-9}{\sqrt{x}-3}$

m. $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ onde $f(x) = \frac{-\frac{1}{x}}{\ln(x)}$

n. $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)$ onde $f(x) = e^{-x}(x^3+x^2)$