Grafica 3D în Open GL

- Ce reprezentăm?
  - ↳ Aspecte teoretice

- Cum reprezentăm?
  - ↳ Funcționalități Open GL

Obiecte 3D

- Poliedre legate de
  - ↳ Triangle mesh („rețele de triunghiuri")

Vârfuri

- De reținut: indexarea vf.

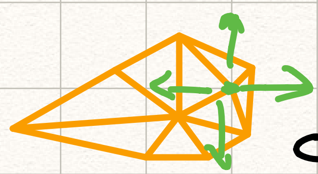
Exp

pt a desena $\Delta V_0V_1V_2$ și $\Delta V_2V_1V_3$ vârfurile sunt indicate o singură dată în matricea de vf., iar în matricea de indecși se indică modul în care sunt legate

Normale

a) Pt triunghiuri/polig. convexe
↳ cursurile anterioare

b) Pt. rețele de triunghiuri
↳ i) Se fol. pt fiecare față normala așa cum a fost calculată
ii) Se lucrează la nivel de vf.



Pt acest vf. se poate calc normala compunând normalele fețelor adiacente

Fie v vârf fixat. Fie $f_1, f_2, \dots, f_q$ Fețele adiacente cu v și $v_1^n, \dots, v_q^n$ normalele acestor fețe ($q = \deg(v)$)

$$n_v = \frac{\frac{\sum n_i}{q}}{\left\| \frac{\sum n_i}{q} \right\|}$$

Se mai pot considera și ponderi (de ex, ariile fețelor)

Ponderi $\lambda_1, \dots \lambda_q \Rightarrow \frac{\frac{\sum \lambda_i n_i}{q}}{\| \sum \lambda_i n_i \|}$

Forma generală $F(x,y,z)=0$

Exp

- $x^2+y^2+z^2=1$ sferă
- $x^2+y^2-z^2=1$ hiperboloid cu 1 pânze
- $x^2-y^2-z^2=1$ — " — 2 pânze
- $x^2+y^2-z^2=0$ con
- $x^2-y^2=2z$ paraboloid hiperbolic
- $x^2+y^2=1$ cilindru circular drept

Aceste suprafețe sunt date de ec. de gradul II și s.n. Cuadrice

Normală

Fie (x_0, y_0, z_0) un pct. al suprafeței. Normala exterioară la suprafață este direcționată de vectorul

$$\underset{\text{grad } F}{\nabla F}(x_0, y_0, z_0) = \left(\frac{\partial F}{\partial x}(x_0, y_0, z_0), \frac{\partial F}{\partial y}(x_0, y_0, z_0), \frac{\partial F}{\partial z}(x_0, y_0, z_0)\right)$$

Exp Sfera de ec. $x^2+y^2+z^2-r^2$

Fixăm (x_0, y_0, z_0)

$$\frac{\partial F}{\partial x}(x_0, y_0, z_0) = 2x_0; \text{ analog } \frac{\partial F}{\partial y}(x_0, y_0, z_0) = 2y_0$$

$$\frac{\partial F}{\partial z}(x_0, y_0, z_0) = 2z_0$$

$\Rightarrow \quad \nabla F(x_0, y_0, z_0) = (2x_0, 2y_0, 2z_0) \rightarrow$ colin. cu vectorul de poziție (x_0, y_0, z_0)

Reprezentări parametrice ale suprafețelor

Exp 1) $\begin{cases} x = r\cos u \\ y = r\sin u \\ z = v \end{cases}$; unde $r>0$ fixat

$u, v \in \mathbb{R}$ param

$\hookrightarrow$ Cilindru circular drept $x^2+y^2=r^2$

2) $\begin{cases} x = v\cos u \\ y = v\sin u \\ z = v \end{cases}$

$\hookrightarrow$ Con $x^2+y^2-z^2=0$

3) $\begin{cases} x = r\cos u \cos v \\ y = r\cos u \sin v \end{cases}$ $r>0$

$u, v \in \mathbb{R}$ param

$$z = r\sin u \qquad u, v \in [0, 2\pi]$$

↳ Sferă de centru O și rază r

$$x^2+y^2+z^2=r^2$$

În general, o suprafață este rep. parametric folosind o fct.

$$f: U \times V \to \mathbb{R}^3; \; U, V \subset \mathbb{R} \text{ intervale}$$

Pt. implementare:

- Se consideră U, V finite $\subset \mathbb{R}$

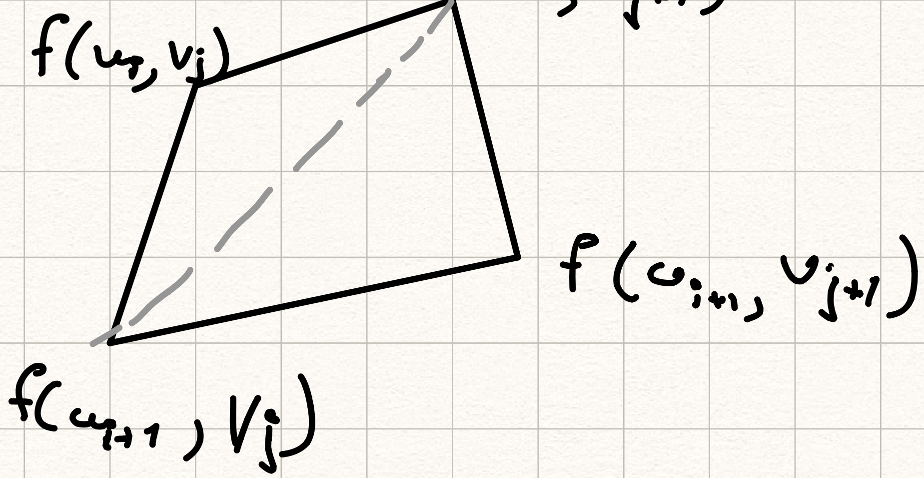
$$U = \{u_1, u_2, \dots, u_m\}$$
$$V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$$

- Se calc. $f(u_i, v_j)$; $\forall (i,j)$, obținând pct. pe suprafață

- Fețele se generează folosind triunghiuri sau patrulatere și legând pct. învecinate

- Principii

$$f(u_i, v_{j+1})$$



— Pentru normale sunt 2 variante

i) La pașii anteriori am generat o rețea de triunghiuri care aprox. suprafața; se aplică mecanismele descrise acolo

ii) Dacă se fixează (u,v) și $f(u,v)$ punctul coresp. pe suprafață, un vector normal se obține calculând

$$\frac{\partial f}{\partial u}(u,v) \times \frac{\partial f}{\partial v}(u,v)$$, apoi normaliz.:

$$\frac{\frac{\partial f}{\partial u}(u,v) \times \frac{\partial f}{\partial v}(u,v)}{\left\| \frac{\partial f}{\partial u}(u,v) \times \frac{\partial f}{\partial u}(u,v) \right\|}$$

Exp de suprafețe parametrizate

Suprafețe de rotație