

Laborator 2

$$1) \Omega = \{1, 2, 3\}$$

$$\mathcal{P}(\Omega) = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, \Omega\}$$

$$|\mathcal{P}(\Omega)| = 2^{|\Omega|}$$

$$\mathcal{K}_1 = \{\emptyset, \Omega\}$$

$$\mathcal{K}_2 = \{\emptyset, \Omega, \{1\}, \{2, 3\}\}$$

$$\mathcal{K}_3 = \{\emptyset, \Omega, \{1\}, \{2, 3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, \Omega\}$$

$$|\Omega| = n$$

$$|\sigma\text{-alg}| < 2^{2^n}$$

$$2) \Omega = \mathbb{R}$$

$$\mathcal{B}_{\mathbb{R}} = \{(a, b), [a, b), (a, b], (a, \infty), \dots\}$$

Exc

1) A, B evenimente cpe a.c. sp. de prob)

$$P(A) = 0.5$$

$$P(A \cup B) = 0.8$$

A flut? $P(B)$ dacă:

a) A și B sunt incompatibile

b) A și B sunt independente

c) $P(B|A) = 0,3$

a) Def A, B incompatibile $\Leftrightarrow A \cap B = \emptyset$

Poincaré (caz particular)

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Def A, B independente $\Leftrightarrow P(A \cap B) = P(B)P(A)$

Def $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$; $P(B) \neq 0$

$$\Rightarrow P(A|B) = P(A)$$

$$P(B|A) = P(B)$$

$$\text{Rez a) } P(A \cup B) = P(A) + P(B) - \underbrace{P(A \cap B)}_{=0} = P(A) + P(B) \stackrel{(\text{inc})}{=}$$

$$\Rightarrow P(B) = P(A \cup B) - P(A)$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(A \cup B) &= P(A) + P(B) - \underbrace{P(A \cap B)}_{(\text{indep})} \\ &= P(A) + P(B) - P(A)P(B) = \\ &= P(A) + P(B)(1 - P(A)) \end{aligned}$$

$$1) \Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$A_1 = \{2, 3\}$$

$$A_2 = \{2, 4\}$$

A_1, A_2 - indep?

$$P(A_1 \cap A_2) = P(\{2\}) = \frac{1}{6}$$

$$\left. \begin{array}{l} P(A_1) = \frac{2}{6} \\ P(A_2) = \frac{2}{6} \end{array} \right\} P(A_1)P(A_2) = \frac{4}{36} \neq \frac{1}{6} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A_1 \text{ și } A_2 \text{ dep}$$

$$2) \quad \Omega = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$A_1 = \{2, 3\}$$

$$A_2 = \{2, 4\}$$

$$P(A_1 \cap A_2) = P(\{2\}) = \frac{1}{4}$$

$$P(A_1) = P(A_2) = \frac{1}{2}$$

$$P(A_1)P(A_2) = P(A_1 \cap A_2) = \frac{1}{4} \Rightarrow \text{indep}$$

3) Într-un magazin \exists 100 de calc
de la 3 furnizori: 30 de la F1, 50 de
la F2, 20 de la F3. S-a obs că
apar defecțiuni în per garanție la

2% din F_1

4% din F_2

5% din F_3

Să se det probab. ca :

a) 1 calc din magazin să se def.
în per de garanție

b) 1 calc care se defectează în
per garanție să prov de la F_2

c) 1 calc de la F_1 sau F_3 să se
def în garanție

d) 1 calc care nu se def în garanție
să fie de la F_1 sau F_2

Not ca A_i - un calc ales provine de la F_i

X - un calc ales se defectează

$$P(X | A_1) = 0,02$$

$$P(X | A_2) = 0,04$$

$$P(X | A_3) = 0,05$$

$$P(A_1) = 0,3$$

$$P(A_2) = 0,5$$

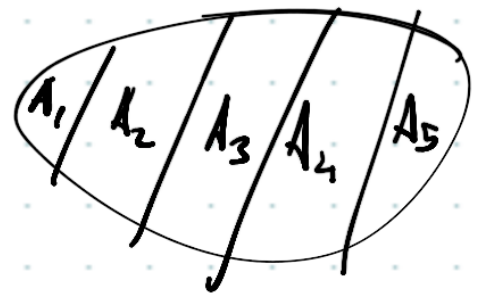
$$P(A_3) = 0,2$$

Def A_1, A_2, \dots, A_n s.n. partitice dacă

$$1) A_i \cap A_j = \emptyset; \forall i, j = \overline{1, n}$$

$$2) \bigcup_{i=1}^n A_i = \Omega$$

$$P(X) = \sum_{i=1}^5 P(A_i \cap X)$$



A_1, \dots, A_5 incompat \Rightarrow

$\Rightarrow A_1 \cap X, A_2 \cap X, \dots, A_5 \cap X$ incompat

$$\begin{aligned}
& P(A_1 \cap X) + \dots + P(A_5 \cap X) = \\
& = P(X \cap (A_1 \cup A_2)) + \dots = \\
& = P(X \cap (A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_5)) = P(X \cap \Omega) = \\
& = P(X)
\end{aligned}$$

Formula probabilității totale

$$P(X) = \sum_{i=1}^n P(X|A_i) P(A_i)$$

dacă A_1, \dots, A_n fm partitice și
 $X \in$ același S.p.