

# Tehnici de optimizare - Laborator 1

## Optimizare liniară

- Funcție obiectiv liniară  $f(x_1, \dots, x_n) = c_1x_1 + \dots + c_nx_n$

$$\inf c_1x_1 + \dots + c_nx_n$$

$$a_{11}x_1 + \dots + a_{1K}x_K = b_1$$

i

$$a_{K1}x_1 + \dots + a_{KK}x_K = b_K$$

$$x_1, \dots, x_K \geq 0$$

## Metoda grafică - 2 variabile

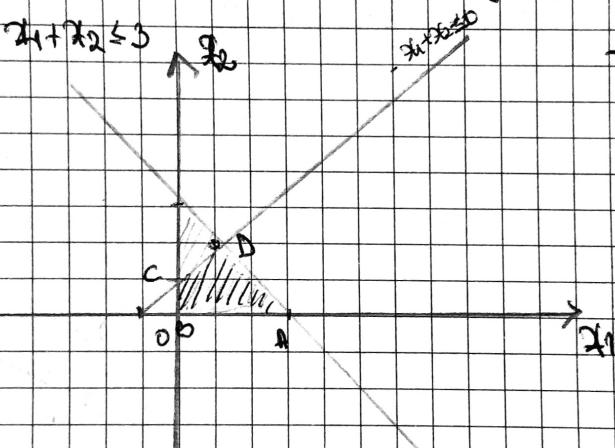
$$\begin{cases} \text{f(x)}: \\ \quad \text{sup } (x_1 + 2x_2) \\ \quad -x_1 + x_2 \leq 1 \\ \quad x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$\frac{\partial}{\partial x_1}$  obiectiv

$$f(x_1, x_2) = x_1 + 2x_2, (x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2$$

cMulțimea sol. admisibile

$$\begin{aligned} P = \{ & (x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2, x_1 + x_2 \leq 3, \\ & -x_1 + x_2 \leq 1 \} \end{aligned}$$



Polihedrul cu vrfuri A, B, C, D unde:

$$A = (3,0), B = (0,0), C = (0,1), D = (1,2)$$

$$f(x_1, x_2) = x_1 + 2x_2 ; (x_1, x_2) \in P$$

soluția (maximă) este unică și se află într-un vf al poliedrului ABCD

$$\max f(x_1, x_2) = \max r, r > 0$$

$$r_{\max} = 1 + 2 \cdot 2 = 5$$

$$x_1 = 1, x_2 = 2$$

Ex 2: }  $\sup (x_1 + x_2) = \text{inf}$  (unf)

$$x_1 + x_2 \geq 0$$

$$-x_1 + 2x_2 \geq 0$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

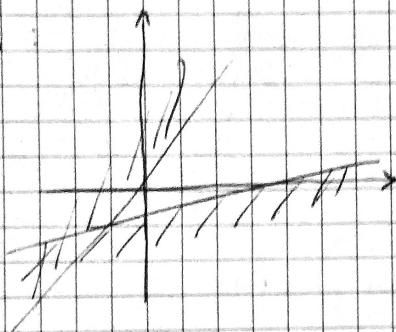
$$x_1 - x_2 = 0 \Rightarrow x_1 = x_2$$

$$2x_2 = x_1$$

Prinj. soluției

$$\sup (x_1 + x_2) = \text{inf}$$

Ex 3:



$P = \emptyset$  Nu avem soluții admisibile

Ex 4: Soluții optime multiple

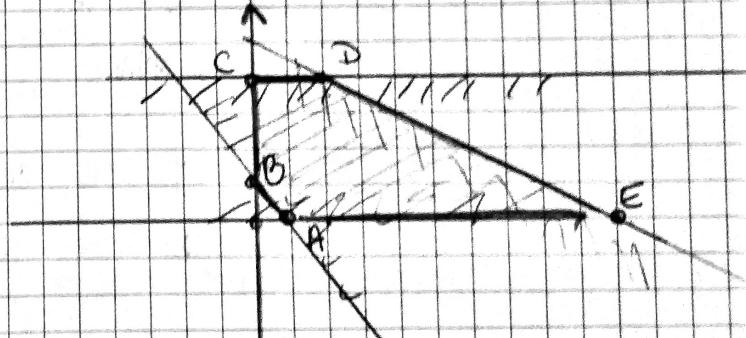
$$\sup (x_1 + x_2)$$

$$x_1 + x_2 \geq 1$$

$$2x_1 + 2x_2 \leq 10$$

$$x_2 \leq 4$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$



Concluzii în cazuri:

- 1) sol. optima unică
- 2) sol optima multiplă
- 3) optim infinit
- 4) nu există sol. admisibile

A	(1,0)
B	(0,1)
C	(0,4)
D	(2,4)
E	(10,0)

Multimea sol. optime: puncte de pe segm. DE

$$D: f(2,4) = 2 + 2 \cdot 4 = 10$$

$$E: f(10,0) = 10$$

$$A: f(1,0) = 1$$

$$B: f(0,1) = 1$$

$$C: f(0,4) = 4$$

$\max (10, 10, 1, 2, 8) = 10$

$$\sup_{x_1, x_2 \in P} (f(x_1, x_2)) = 10$$

$\max$  se atinge în  $(2, 4)$  și  $(10, 0)$

$\Rightarrow$  doar pe segmentul  $[DE]$   
nu sunt sol. optimă

$$\text{segment } [DE] \rightarrow (x_1^E, x_2^E)$$

$$M: (x_1, x_2) \in [DE]$$

$$(x_1, x_2) = \lambda (x_1^D, x_2^D) + (1-\lambda) (x_1^E, x_2^E)$$

$$\lambda \in [0, 1]$$

$$\begin{aligned} (x_1, x_2) &= \lambda (2, 4) + (1-\lambda) (10, 0) \\ &= (2\lambda + 4\lambda) + (10 - 10\lambda, 0) \\ &= (10 - 8\lambda, 4\lambda), \quad \lambda \in [0, 1] \end{aligned}$$

$$O = \{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2, \quad x_1 = 10 - 8\lambda; \quad x_2 = 4\lambda, \quad \lambda \in [0, 1]\}$$

Multimea sol. optimă

Tema: Fie următorul, fie doar la ultimul

program care calculează sol. optimă pt. o mulțime de drepte date