

TEORIE - EXAMEN C.C.

SUBIECTUL 1 :

Informal, o masină Turing este un "ansamblu" format dintr-o bandă nemarginată în un cap de citire-scriere. Capul de citire-scriere se poate deplasa atât la stânga, cât și la dreapta.

- Masinile Turing pot fi folosite ca dispozitive de acceptare atunci când la intrare pe bandă se află un cuvânt w , iar masina se poate opri și să accepte sau să nu accepte intrarea, dar poate să nu se oprească.

- Masinile Turing pot fi folosite și ca dispozitive de calcul, pentru o funcție $f: \mathbb{N}^k \rightarrow \mathbb{N}$. Dacă masina se oprește pe intrarea (x_1, \dots, x_k) atunci acela este rezultatul pentru $f(x_1, \dots, x_k)$. Dacă masina nu se oprește atunci funcția nu este definită în (x_1, \dots, x_k) .

$M(Q, V, U, \delta, q_0, F, B)$, unde:

Q = multimea finită de stări;

V = alfabetul de intrare;

U = alfabetul de lucru; $V \subseteq U$

$q_0 \in Q$ = starea initială a masinii;

F = multimea stărilor finale;

B = blank;

$$\delta: (Q \setminus F) \times U \rightarrow Q \times (U \setminus \{B\}) \times \{L, R\}$$

$(s, b, L) \in \delta(q, a)$ = marina se află în starea q , citește simbolul a , poate alergă drept să scrie la b pe a , schimbă starea în s și se deplacează la stânga.

Marinile Turing pot fi deterministe și nedeterministe.

- M.T. deterministe: $M = (Q, V, U, \delta, q_0, F, B)$ cu prop. că $\text{card}(\delta(q, a)) \leq 1$, $\forall q \in Q$ și $a \in U$

Marină Turing cu mai multe benti:

$M = (m, Q, V, U, \delta, q_0, F, B)$, $\delta : (Q \setminus F) \times U^m \rightarrow 2^{Q \times (U \setminus \{B\})^m \times \{L, R\}^m}$

$(s, b_1, \dots, b_m, h_1, \dots, h_m) \in \delta(q, a_1, \dots, a_m)$ = marina se află în starea q , capul 1 citește a_1 , ..., capul m citește a_m . Atunci marina face în starea s , serie b_1, \dots, b_m și capetele de citire se mișcă în constantă

TEOREMA 1: Orice marină Turing cu m benti poate fi simulată cu o marină Turing M' cu o singură bandă. În plus, dacă M este determinista, atunci și M' este determinista.

→ Asem: Fie M o marină Turing cu m benti,
 $M = (m, Q, V, U, \delta, q_0, F, B)$.

M:	
1	t_1
k	t_k
m	t_m



M':	
1	{ 0 0 0 1 0 0 0 t ₁
2	{ 0 0 0 0 0 0 1 t ₂
k	{ 0 0 0 0 0 0 1 t _k
m	{ 1 0 0 0 0 0 0 t _m

↔ ↑
continutul benti^m

Marina M' are o magură banda pe care o împărțim în $2m$ trackuri. Încărcarea unei bente din marina M. Pe banda de jos a setului punem tot continutul benti^m, iar pe partea de sus punem 1 deoarece simbolul pe care se află este în M.

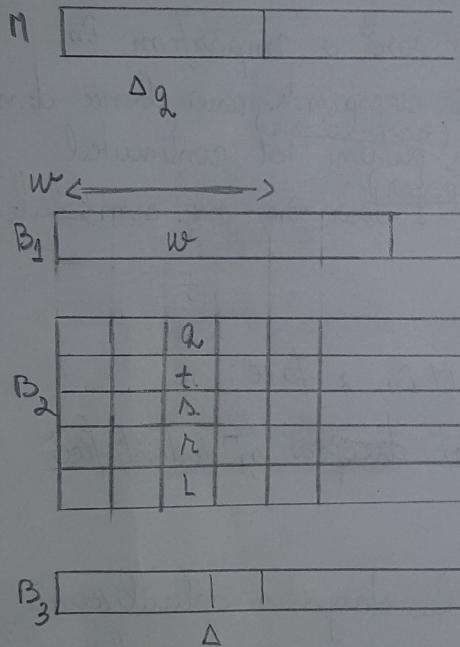
M' mimulează o mișcare a lui M în 2 faze:

- 1) Scanează banda de la stânga la dreapta și identifică simbolurile citite de M;
- 2) Scanează banda de la dreapta la stânga și actualizează stăriile trackurilor paralel scrierii noilor simboluri, cât și trackurilor impare, primă actualizarea poziției lui 1.

Algem multimea stărilor finale din M' ca fiind aceeași cu multimea stărilor finale ale lui M.

TEOREMA 2: Pentru orice M.T. nedeterministă există o M.T. deterministă cu 3 benti echivalentă.

→ Dem: Fie $M = (\mathcal{Q}, V, U, \delta, q_0, F, B)$ o mașină Turing nedeterministă. Încercăm să construim o mașină Turing M' , deterministă cu 3 benti care să simuleze M .



Fie $W = \{ (q, a, s, t, D) \mid q \in \mathcal{Q} \setminus F,$
 $s \in \mathcal{Q}, a \in U, t \in U \setminus B \},$
 $D \in \{ L, R, G \}$

→ multime finită

(W^*, \leq)
 → ordinea lexicografică

$$x, y \in W^*, \# \leq y \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} 1) |x| < |y| \\ 2) \exists j \text{ a. t.} \\ \quad x_i = y_i, \forall i < j \\ \quad x_j < y_j \end{cases}$$

OBS: $x \in W^*$, x se găsește pe banda unei mașini Turing \tilde{M}, \tilde{M} poate construi succesorul lui x pe banda sa? DA

- $M' \rightarrow$ pe prima bandă are noul de intrare w ;
- \rightarrow copiază w de pe banda 1 pe banda 3;
- \rightarrow scrie pe banda 2 primul element din w^*
- \rightarrow intră în starea q_0 .

M' efectuează următorii pași iterativi :

1) Citește simbolul curent de pe banda 2;

fiie (q, a, q', b, Δ)

2) Verifică dacă starea sa este q . Dacă NU, gata R;

3) Verifică dacă simbolul citit pe banda 1 este a . Dacă NU,
gata R;

4) Scrie b peste a pe banda 1;

5) Schimbă starea în q' ;

6) Deplasează capul de citire de pe banda 1 după valoarea
lui Δ ;

7) Deplasează capul de citire pe B_2 obligatoriu DREAPTA.

Se reia pasul 1 dacă există simbol pe banda 2. Dacă NU,
gata R.

R: Copiază w de pe banda 3 pe banda 1;

Scrie pe banda 2 succesorul elementului aflat pe banda 1;

Întră în starea q_0 .

Mașina M' acceptă doar dacă ajunge într-o stare finală a lui M'
M' este deterministă.

Gramatica

$$G = (N, T, S, P)$$

$\alpha \rightarrow \beta \in P$ asupra ei există o singură restricție: $|\alpha|_n \geq 1$

$$L(G) = \{ w \in T^* \mid S \xrightarrow{*} w \}$$

TEOREMA 1: Pentru orice gramatică G , există o mașină Turing M

a.t. $L(G) = L(M)$.

TEOREMA 2: Pentru orice mașină Turing M , există o gramatică G

a.t. $L(M) = L(G)$.