SUBIECTUL 3:

Funcția universală:

Fie P un program standard, $P: \dot{I}_1, \dots, \dot{I}_m$.

nr. atașat variabilei

$\#P = [\#(\dot{I}_1), \#(\dot{I}_2), \dots, \#(\dot{I}_m)] - 1$, unde: $\#(\dot{I}) = \langle a, \langle b, c \rangle \rangle$

eticheta   tipul instr.

$\psi_P^{(n)}(x_1, \dots, x_n)$ - funcția calculată de P.

$\Phi^{(n+1)}(x_1, \dots, x_n, t) = \psi_P^{(n)}(x_1, \dots, x_n)$ cu $\#(P) = t$

primește n+1 var. la intrare

"funcția universală de n variabile"

TEOREMA 1: Pentru orice $n \geq 1$, funcția $\Phi^{(n+1)}$ este calculabilă cu programe standard.

Dem: $T \leftarrow X_{n+1} + 1$ // numărul codificării lui P

$S = \prod_{i=1}^{n} p_{2i}^{x_i}$ // starea programului

$K \leftarrow 1$ // contor pt. instrucțiunea curentă

if $(K > Lt(T)) \vee (K = 0)$ GO TO L_1

$\dot{I} = r(r((T)_K))$ // tipul instrucțiunii

$V \leftarrow l(r((T)_K))$ // numărul asociat instrucțiunii

if $(\dot{I} = 0)$ GO TO N // efect nul

if $(\dot{I} = 1)$ GO TO A // incrementare

if $(\dot{I} = 2)$ GO TO M // decrementare

$if (P_v \nmid S)$ GO TO N

$k \leftarrow \min_{k} [\,l((T)_k) = \dot{I}-2 \;\&\; (\dot{I}-2) > 1\,]$ // nr-ul de ordine al primei instrucțiuni care are eticheta $\dot{I}-2$, dacă există

GO TO C

A : $S \leftarrow S * P_v$

GO TO N

M : $if (P_v \nmid S)$ GO TO N

$S \leftarrow S / P_v$

N : $k \leftarrow k + 1$

GO TO C

$L_1 : Y \leftarrow (S)_1$

*

TEOREMA 2 : Funcția HALT nu este calculabilă cu programe standard.

Dem : Presupunem prin reducere la absurd că HALT este calculabilă cu programe standard.

Considerăm programul P a.î. $\varphi_P^{(2)}(x_1, x_2) = HALT$.

A: $if\ HALT(X, X)$ GO TO A $\rightsquigarrow P'$, $\#(P') = r$

$HALT(X, r) = \neg HALT(X, X)$, $\forall X$

$X = r$ $\Downarrow$

$HALT(X, X) = \neg HALT(X, X)$ ⨳

* Definim $HALT(x,y) = \begin{cases} 1, & \text{dacă programul } P \text{ cu } \#(P) = y \text{ se termină pe intrarea } x \\ 0, & \text{altfel} \end{cases}$

Problema opririi

Nu există nicio mașină Turing care codul unei mașini M și codul lui w să poată decide dacă mașina M se oprește pe intrarea w.