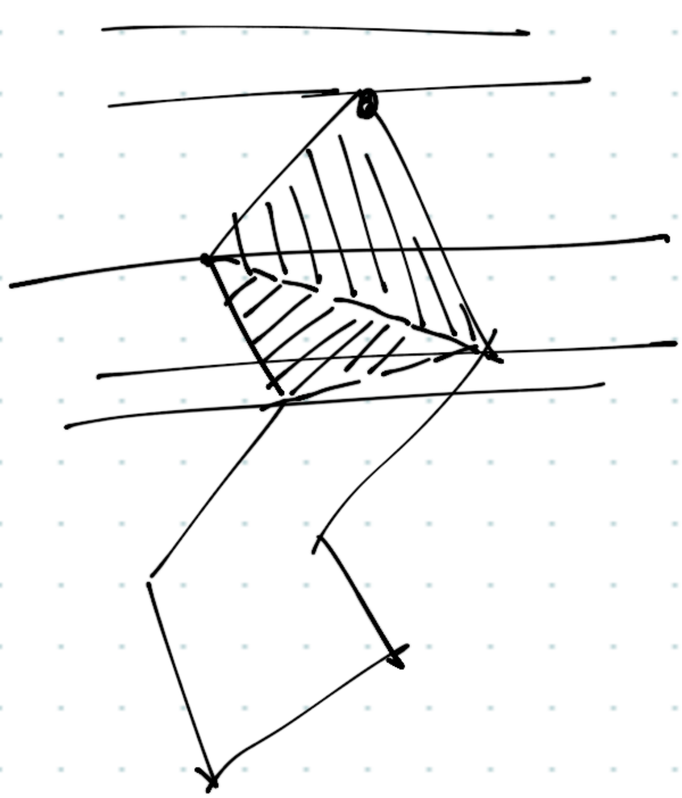
Curs 5

Triangularea poligoanelor y-monotone

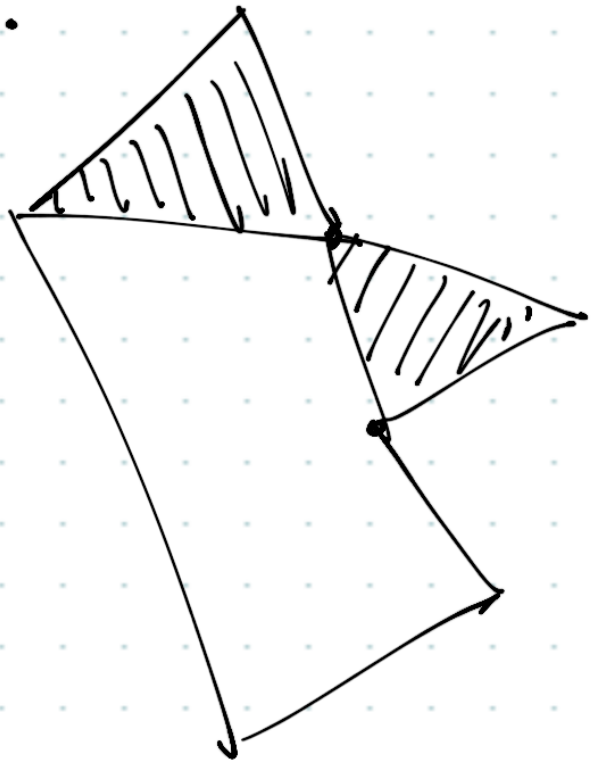
- Paradigma dreptei / liniei de baleiere
- în acest caz, dr. e orizontală
- statut al dreptei de baleiere



↳ stivă a vf. deja întâlnite, dar care mai pot apărea în triunghiuri

Obs Când este eliminat un vârf?

Când a fost trasată o diagonală dată de 2 vf. situate mai jos de acesta, unul la st., unul la dr.



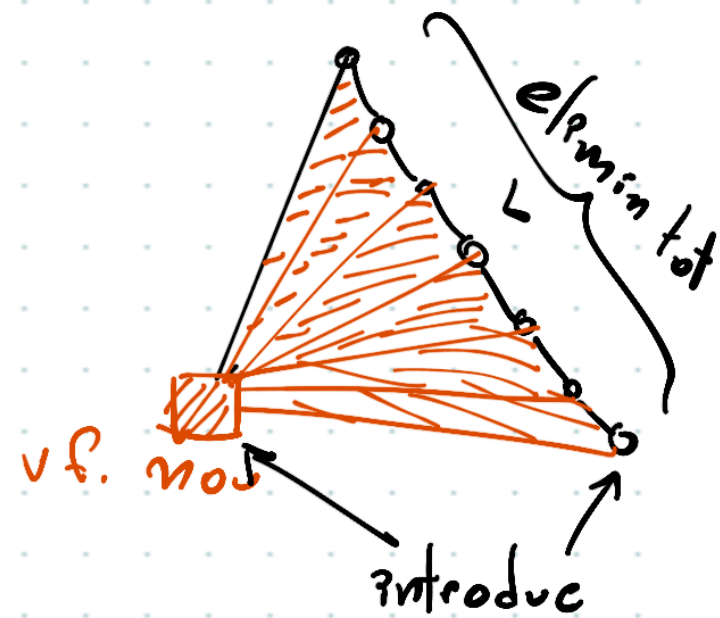
- Evenimentele sunt modificări ale statutului

  ↳ vf. poligonului care trebuie ordonate, în prealabil, după y, pt fiecare vf știu dacă e pe lanțul din stânga sau dreapta.

— **Invariant** → „formă de pâlnie"
- vf. de sus este conex
- pe o parte, o muchie
- pe cealaltă parte, o succesiune de vf comune

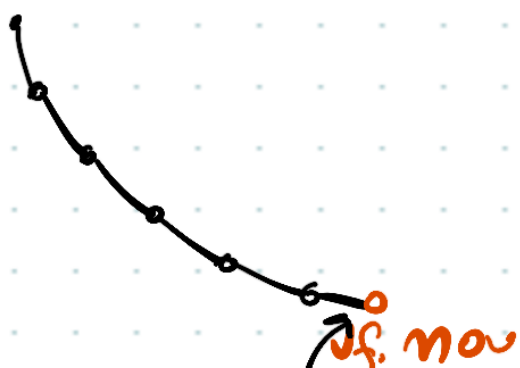
Ce se întâmplă la evenimente?

Cazul 1 vf întâlnit e pe lanțul opus ultimului vf din L



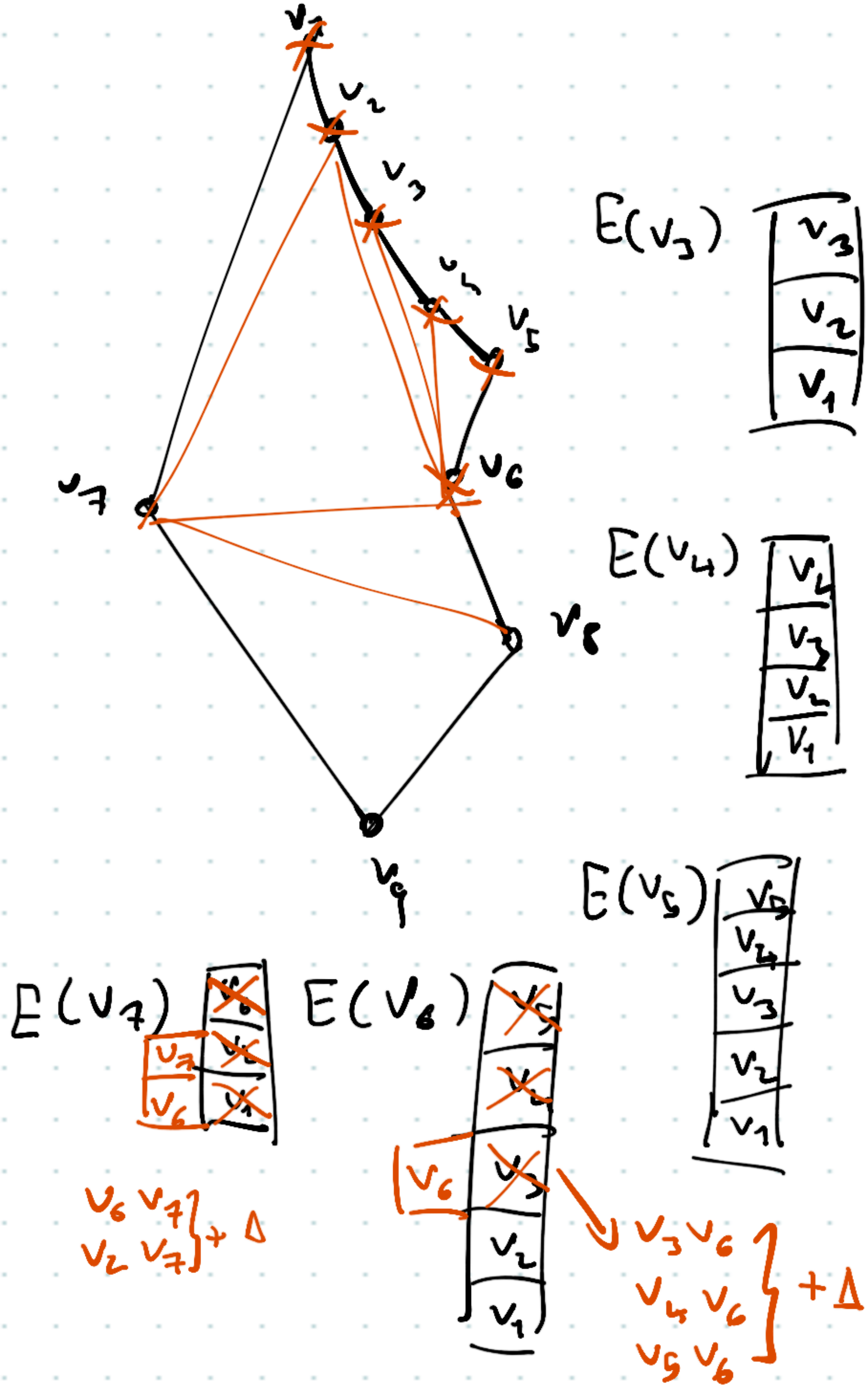
Cazul 2 Pe același lanț, varianta A

Cazul 3 Pe aceeași lanț, varianta B



adaug în vf stivei

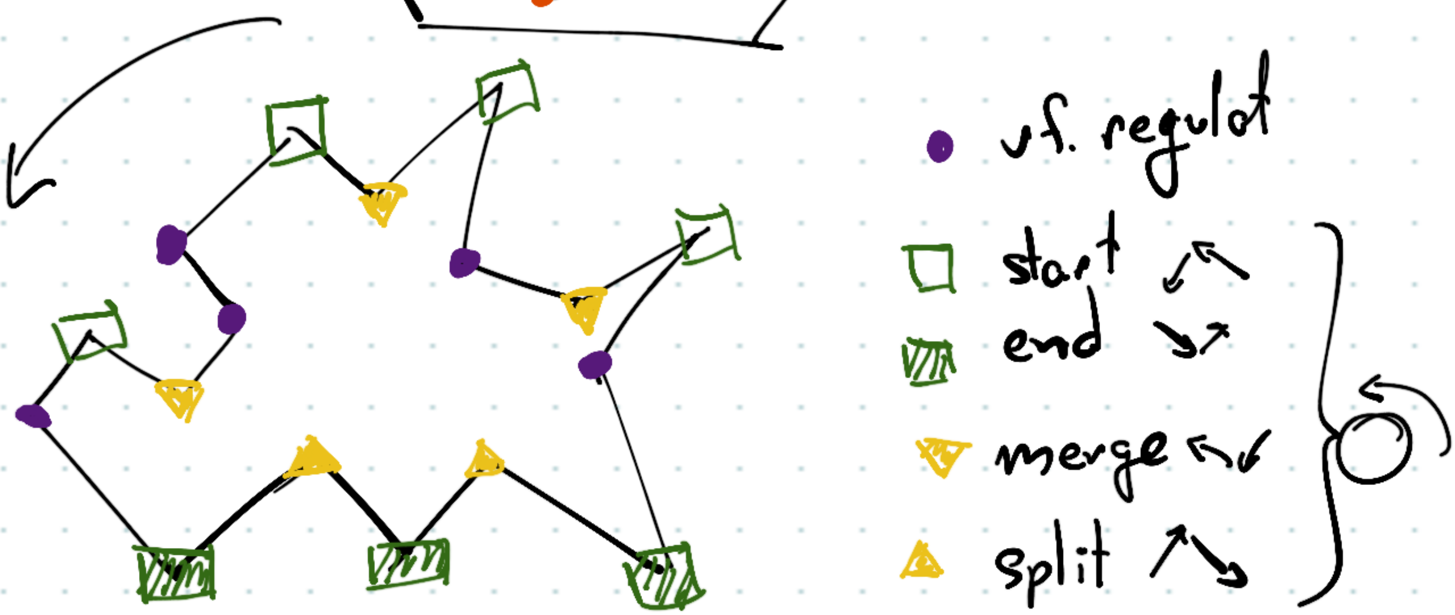
Algoritm - exemplu



$E(v_8)$ $\begin{array}{|c|}\hline \cancel{v_7} \\ \hline \cancel{v_6} \\ \hline \end{array}$ $E(v_9)$ $\boxed{\emptyset}$

$v_8 v_7 \} + \Delta$

Descompunerea unui poligon în poligoane y-monotone



Se construiește un arbore binar de căutare pt a elimina y-monotonia →
→ ... → $O(n \log n)$

Intersecții de segmente (în $\mathbb{R}^2$)

a) Cum se stabilește dacă 2 segmente se intersectează?

b) Cum se det. pct de intersecție a 2 segmente?

Analiza complexității algebrice

Input $A = (x_A, y_A)$ $B = (x_B, y_B)$

$C = (x_C, y_C)$ $D = (x_D, y_D)$

a) Testăm dacă se intersectează [AB] și [CD] neincluse în aceeași dr. se int $\Leftrightarrow$ A și B sunt de o parte și de alta a lui [CD] și vice-versa.

Aceasta revine la testul de orientare
$\hookrightarrow$ polin gr 2

obs Dacă segmentele ar fi pe aceeași dr, aplicate rapoarte etc.

b) Det explicită a punctului de inters. dintre segmentele [AB] și [CD].

obs $M \in [AB] \Leftrightarrow \exists \lambda \in [0,1]$ a.î. $M = (1-\lambda)A + \lambda B$

$M \in AB \Leftrightarrow \exists \lambda \in \mathbb{R}$ a.î. $M = (1-\lambda)A + \lambda B$

$P \in [AB] \cap [CD] \Leftrightarrow \exists\, \lambda, \mu \in [0,1]$ a.î.

$$M = (1-\lambda)A + \lambda B = (1-\mu)C + \mu D$$

În coordonate, $\begin{cases} x_M = (1-\lambda)x_A + \lambda x_B = (1-\mu)x_C + \mu x_D \\ y_M = (1-\lambda)y_A + \lambda y_B = (1-\mu)y_C + \mu y_D \end{cases}$

Sist de ec cu 2 nec (λ, μ)

$\left.\begin{matrix} x_A, x_B, x_C, x_D \\ y_A, y_B, y_C, y_D \end{matrix}\right\}$ cunoscute

$$\begin{cases} (x_B - x_A)\lambda + (x_C - x_D)\mu = x_C - x_A \\ (y_B - y_A)\lambda + (y_C - y_D)\mu = y_C - y_A \end{cases}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} x_B - x_A & x_C - x_D \\ y_B - y_A & y_C - y_D \end{vmatrix} \to \text{pol de grad } 2$$

Pp $\Delta \neq 0$ $\qquad \lambda = \dfrac{1}{\Delta}\begin{vmatrix} x_C - x_A & x_C - x_D \\ y_C - y_A & y_C - y_D \end{vmatrix}$

Calc sol λ și μ revine la calc unor rap. de fm. $\frac{P_o l \overline{II}}{P_o l \overline{II}}$

- Calc 2 dr se int $\iff \Delta \neq 0$
- Calc 2 seg se int $\iff \Delta \neq 0$ și $\lambda, \mu \in [0, 1]$

În final, det pct de inters $\to$ prin înlocuire.

Obs λ, μ: $\frac{P_o l \overline{II}}{P_o l \overline{II}}$

Pt a stabili dacă $\lambda, \mu \in [0, 1]$, nu este nec. să efectuăm împărțirea.