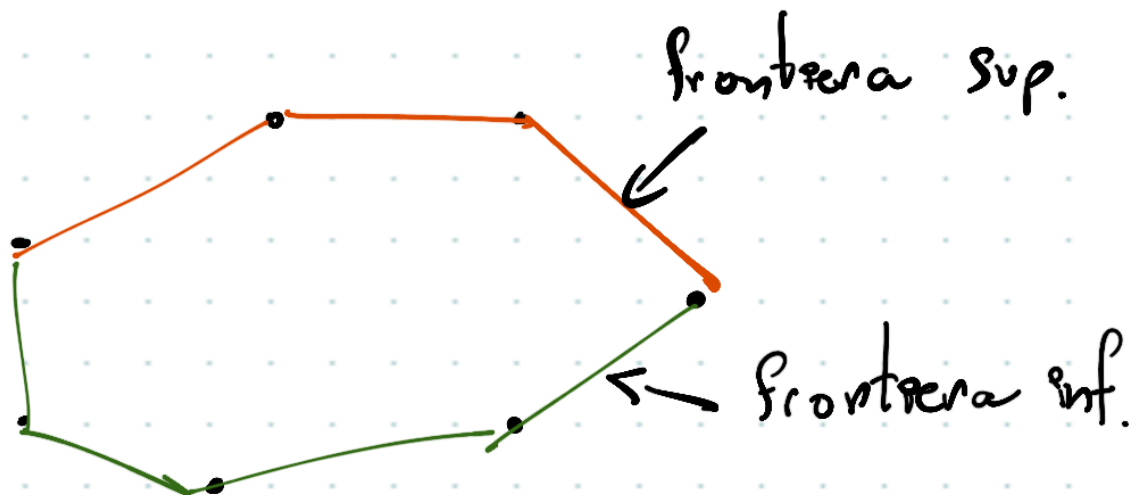


Curs 3

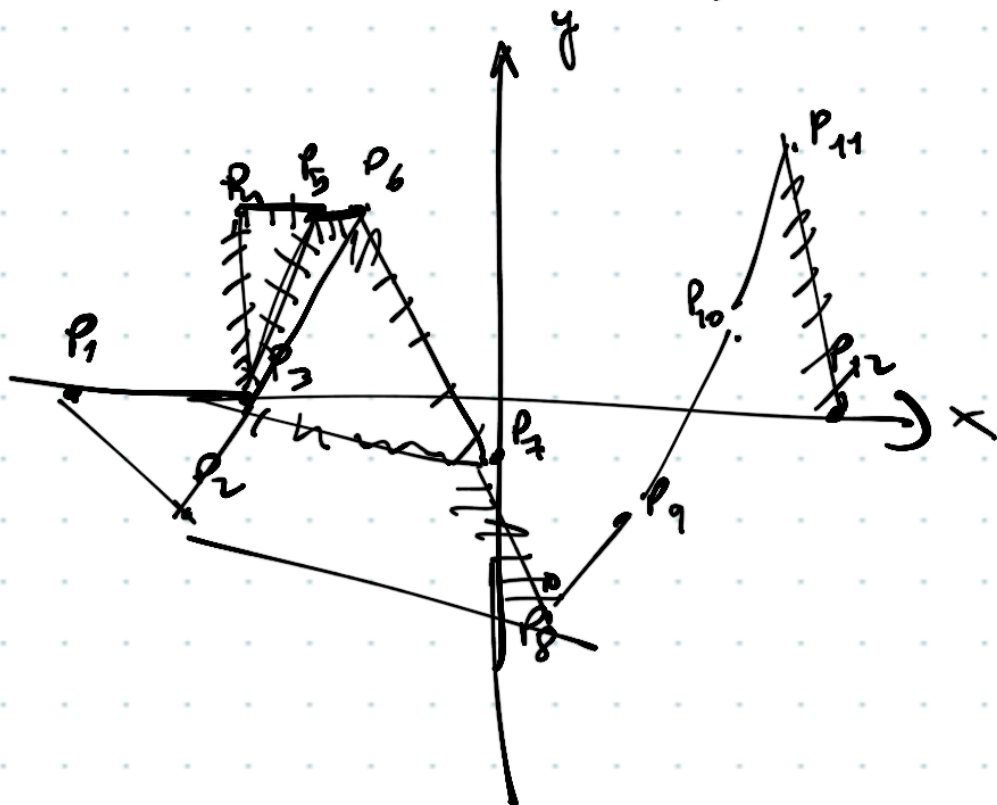
Acoperiri convexe

Graham's Scan, var Andrew

- Sortarea: lexicografică (sort. după unghiul polar și dist. polară at. când alegem polul la $-\infty$ în lungul axei O_y)
- se det cel mai mic și cel mai mare (în sensul ordinii lexicogr) punct, apoi pct sunt numerotate



- principiu: același ca la G's Scan, doar
verajele la st. sunt refinite

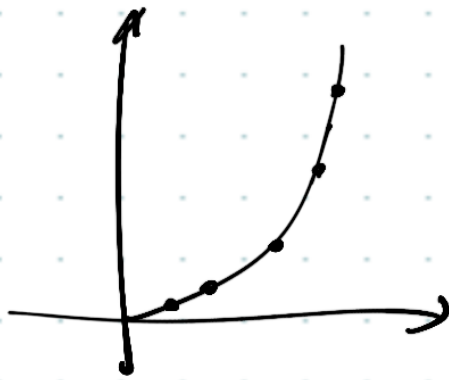


Fr. int: $P_1 P_2 \cancel{P_3} \cancel{P_4} \cancel{P_5} \cancel{P_6} \cancel{P_7} P_8 P_9 P_{10}$

↓
col. cu $P_2 P_6$

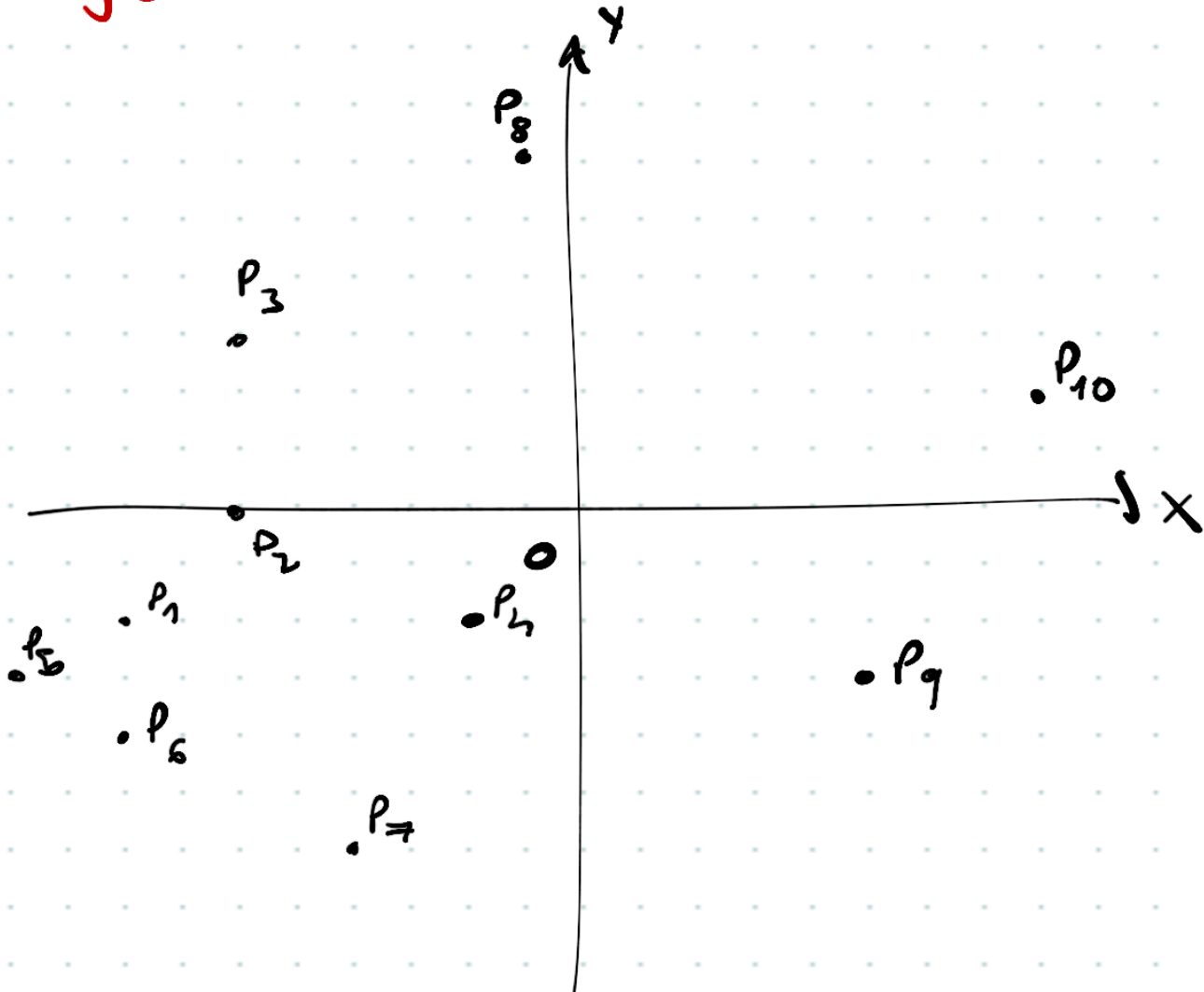
Teoremă Problema sortării poate
fi transformată în pb acop convexe
(în timp linear)

Dem Fie $x_1, x_2, \dots, x_n > 0$, nu neapărat ordonate. Se cons parabola $y = x^2$ și pct $A_i = (x_i, x_i^2); \forall i = \overline{1, n}$



A sorta numerele x_1, x_2, \dots, x_n este echivalent cu a determina frontiera acop. convexe.

Jarvis' march



- P_5 - cel mai din st punct, \in frontierei convexe
- let successor

$$A_1 \leftarrow P_5$$

$$A_2 \leftarrow P_6$$

$$\begin{array}{ccc} P_5 & P_1 & \cancel{P_2} \\ P_5 & P_1 & \cancel{P_3} \\ P_5 & \cancel{P_4} & P_4 \end{array}$$

cu not. din algo.

$p_5 \times p_6$
 $p_5 \times p_6 \times p_7 \Rightarrow p_6$ este
 $p_5 \times p_6 \times p_7$ succesorul
 p_5 lui p_5
 $p_5 \times p_6 \times p_7$
 $p_5 \times p_6 \times p_7$

Alte algo

- Quick Hull
- Divide et Impera
- Alg lui Chan: $O(n \log h)$
↑
nr. pct de pe frontieră

Aplicație pt. acop. convexe.

Dezmetrul unei mult. de pct.

- 1) Dă o mult. cu n pct în plan,
să se det x și y din mulțime care

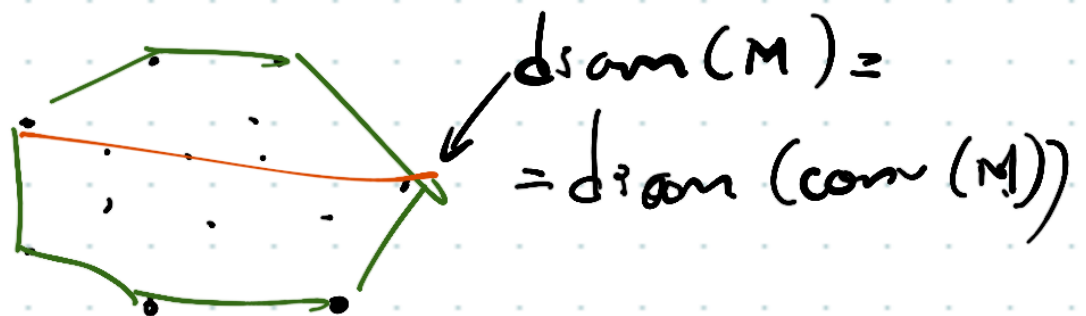
sunt cele mai îndepărtate.

Abordare 1: comparații pt perechi $O(n^2)$

Abordare 2:

Prop Fie M o mult. cu n elemente. Determinarea $\text{diam}(M)$ necesită $\Omega(n \log n)$ operații.

Prop diam. unei mulțimi finite de pct. este egal cu diam mult. date de vârfurile acop. sale conv.



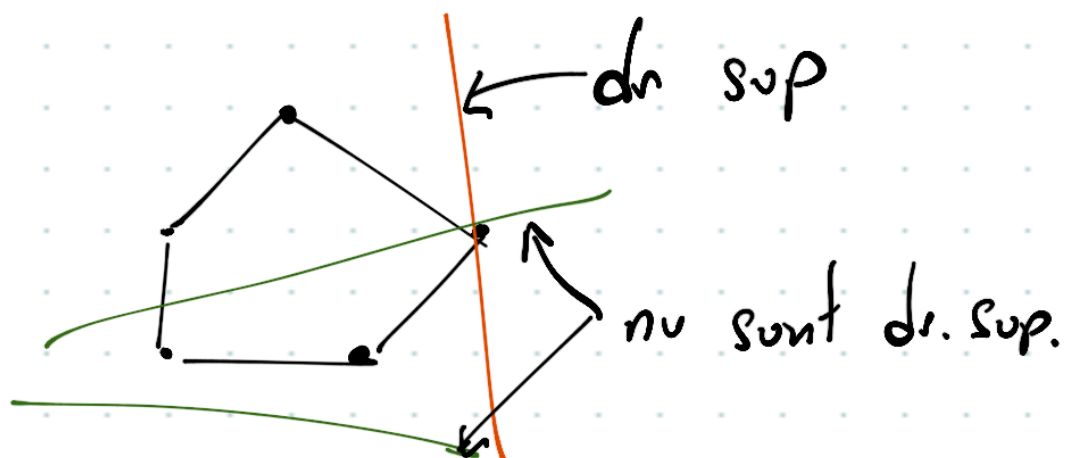
Teoremă Diametrul unui poligon convex poate fi det în timp liniar (cu tot cu puncte)

Concluzie Diametrul unei mult. cu n puncte (și pct care îl det) poate fi det în $\Theta(n \log n)$

Algorithm (+ idee de dem.)

Diametrul unei mult. de pct este egal cu cea mai mare dist. dintre toate **dreptele suport**.

Def Dreapta suport pt un poligon convex trece printr-un vârf al poligonului și are toate celelalte vârfuri de aceeași parte a sa.

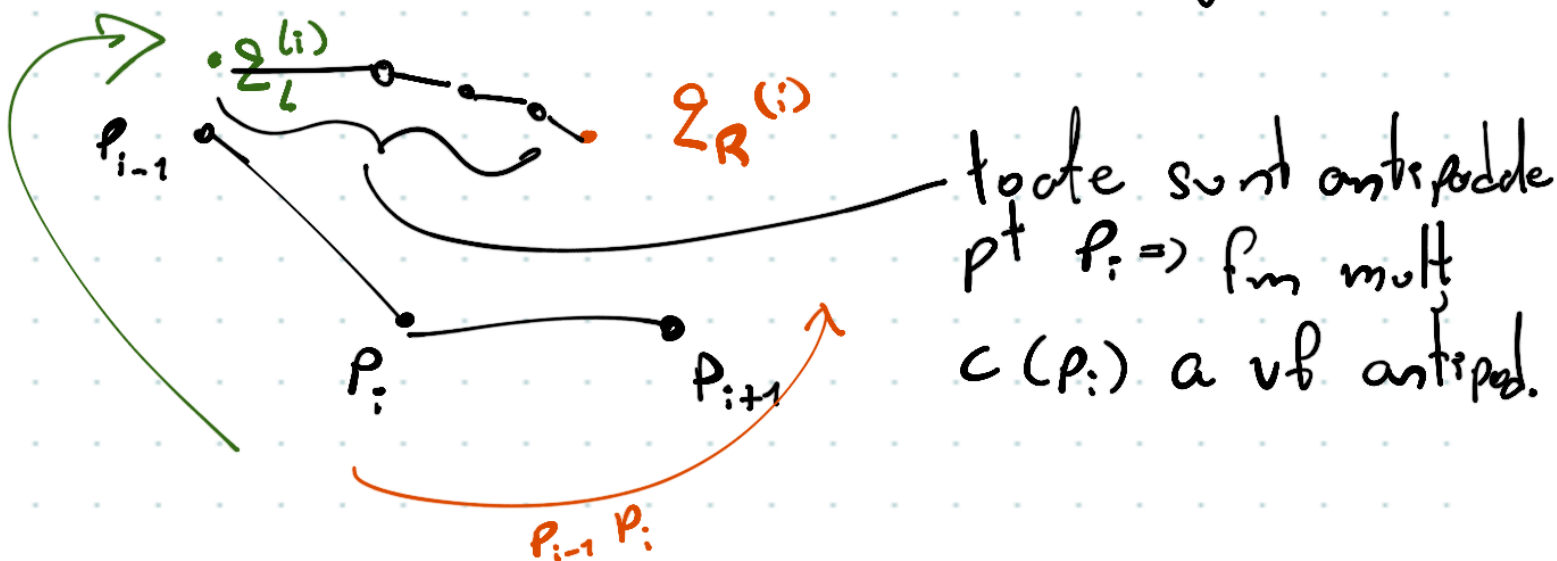


Pereche de vârfuri antipodale sunt vf distincte care admit drept suport paralele

Obs p, q care dau un diam sunt antipodale (\Leftarrow nu este adv.)

Algorithm linear pt. det. vf. antipodale

Fixăm un vârf P_i al unui poligon P ,
f.e. P_{i-1}, P_{i+1} sunt predecesorul / succesorul
lui P_i , când P este parcurs trigonometric



$\Sigma_R^{(i)}$ este cel mai îndepărtat de $\overline{p_{i-1} p_i}$

în sens trigonometric

$\Sigma_L^{(i)}$ este cel mai indep — " —

— " — invers trig.

