Criptografie și Securitate

- Prelegerea 6 -
Criptografie computațională

Adela Georgescu, Ruxandra F. Olimid

Facultatea de Matematică și Informatică
Universitatea din București

Cuprins

1. Securitate perfectă vs. Criptografie Computațională

2. Criptografie computațională

Securitate perfectă vs. Criptografie computațională

- Am vazut scheme de criptare care pot fi demonstrate ca fiind sigure în prezența unui adversar cu putere computațională nelimitată;

Securitate perfectă vs. Criptografie computațională

- Am vazut scheme de criptare care pot fi demonstrate ca fiind sigure în prezența unui adversar cu putere computațională nelimitată;
- Se mai numesc și informational-teoretic sigure;

Securitate perfectă vs. Criptografie computațională

- Am vazut scheme de criptare care pot fi demonstrate ca fiind sigure în prezența unui adversar cu putere computațională nelimitată;
- Se mai numesc și informational-teoretic sigure;
- Adversarul nu are suficientă informație pentru a efectua un atac;

Securitate perfectă vs. Criptografie computațională

- Am vazut scheme de criptare care pot fi demonstrate ca fiind sigure în prezența unui adversar cu putere computațională nelimitată;
- Se mai numesc și informational-teoretic sigure;
- Adversarul nu are suficientă informație pentru a efectua un atac;
- Majoritatea construcțiilor criptografice moderne $\rightarrow$ securitate computațională;

Securitate perfectă vs. Criptografie computațională

- Am vazut scheme de criptare care pot fi demonstrate ca fiind sigure în prezența unui adversar cu putere computațională nelimitată;
- Se mai numesc și informational-teoretic sigure;
- Adversarul nu are suficientă informație pentru a efectua un atac;
- Majoritatea construcțiilor criptografice moderne $\rightarrow$ securitate computațională;
- Schemele moderne *pot fi sparte* dacă un atacator are la dispoziție suficient spațiu și putere de calcul.

Securitate perfectă vs. Criptografie computațională

- Securitatea computațională mai slabă decât securitatea informațional-teoretică;

Securitate perfectă vs. Criptografie computațională

- Securitatea computațională mai slabă decât securitatea informațional-teoretică;
- Prima se bazează pe prezumpții de securitate; a doua este necondiționată;

Securitate perfectă vs. Criptografie computațională

- Securitatea computațională mai slabă decât securitatea informațional-teoretică;
- Prima se bazează pe prezumpții de securitate; a doua este necondiționată;
- Întrebare: de ce renunțăm la securitatea perfectă?

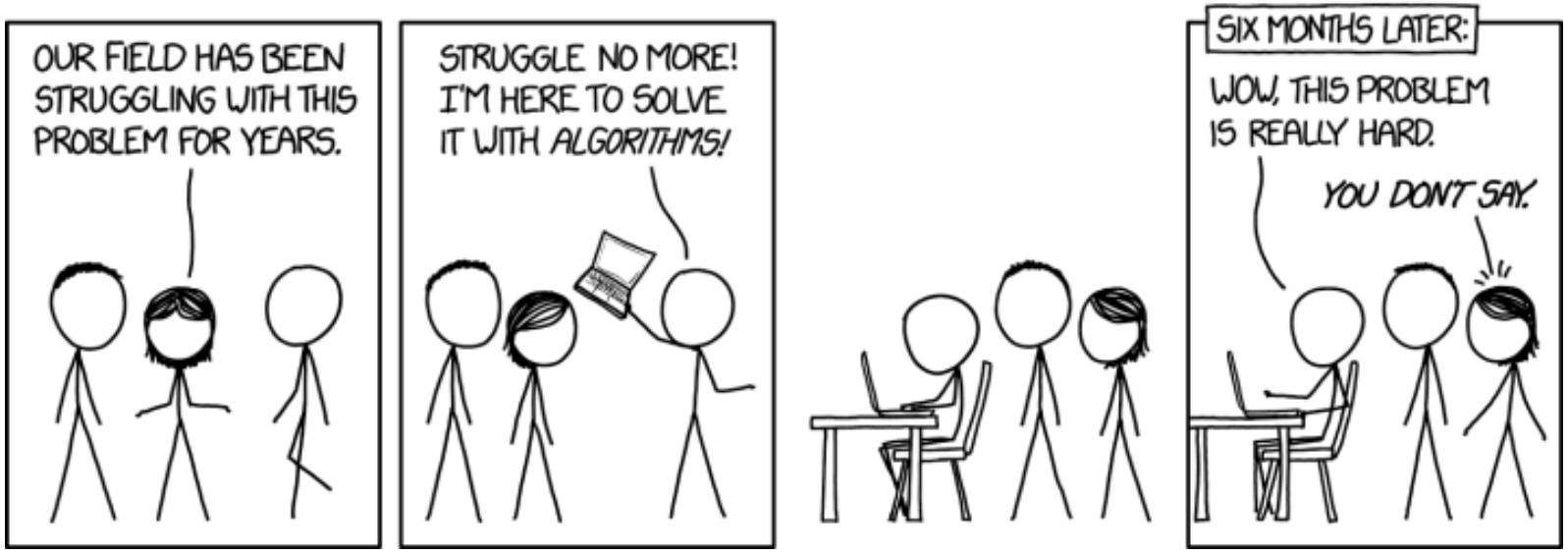
Securitate perfectă vs. Criptografie computațională

- Securitatea computațională mai slabă decât securitatea informațional-teoretică;
- Prima se bazează pe prezumpții de securitate; a doua este necondiționată;
- Întrebare: de ce renunțăm la securitatea perfectă?
- Raspuns: datorită limitărilor practice!

Securitate perfectă vs. Criptografie computațională

- Securitatea computațională mai slabă decât securitatea informațional-teoretică;
- Prima se bazează pe prezumpții de securitate; a doua este necondiționată;
- Întrebare: de ce renunțăm la securitatea perfectă?
- Raspuns: datorită limitărilor practice!
- Preferăm un compromis de securitate pentru a obține construcții practice.

Securitate computațională



https://xkcd.com/

Securitate computațională

Securitate computațională

- Ideea de bază: principiul 1 al lui Kerckhoffs

Securitate computațională

- Ideea de bază: principiul 1 al lui Kerckhoffs

  Un cifru trebuie să fie practic, dacă nu matematic, indescifrabil.

Securitate computațională

- Ideea de bază: principiul 1 al lui Kerckhoffs

  Un cifru trebuie să fie practic, dacă nu matematic, indescifrabil.

- Sunt de interes mai mare schemele care practic nu pot fi sparte deși nu beneficiază de securitate perfectă;

Securitate computațională

- Ideea de bază: principiul 1 al lui Kerckhoffs

  Un cifru trebuie să fie practic, dacă nu matematic, indescifrabil.

- Sunt de interes mai mare schemele care practic nu pot fi sparte deși nu beneficiază de securitate perfectă;

  1. Sunt sigure în fața adversarilor **eficienți** care execută atacul într-un interval de timp realizabil/fezabil;

Securitate computațională

- Ideea de bază: principiul 1 al lui Kerckhoffs

  Un cifru trebuie să fie practic, dacă nu matematic, indescifrabil.

- Sunt de interes mai mare schemele care practic nu pot fi sparte deși nu beneficiază de securitate perfectă;

  1. Sunt sigure în fața adversarilor **eficienți** care execută atacul într-un interval de timp realizabil/fezabil;
  2. Adversarii pot efectua un atac cu succes cu o **probabilitate foarte mică**;

Securitate computațională

- Ideea de bază: principiul 1 al lui Kerckhoffs

  Un cifru trebuie să fie practic, dacă nu matematic, indescifrabil.

- Sunt de interes mai mare schemele care practic nu pot fi sparte deși nu beneficiază de securitate perfectă;

  1. Sunt sigure în fața adversarilor **eficienți** care execută atacul într-un interval de timp realizabil/fezabil;
  2. Adversarii pot efectua un atac cu succes cu o **probabilitate foarte mică**;
  3. Se impune un nouă modalitate de a defini securitatea:

Definiție

O schemă este sigură dacă orice adversar care dispune de timp polinomial în n (parametrul de securitate) efectuează un atac cu succes numai cu o probabilitate neglijabilă.

Neglijabil și ne-neglijabil

- Întrebare: de ce nu cerem ca probabilitatea de succes a adversarului să fie 0 (ci cerem să fie neglijabilă)?

Neglijabil și ne-neglijabil

- Întrebare: de ce nu cerem ca probabilitatea de succes a adversarului să fie 0 (ci cerem să fie neglijabilă)?
- Raspuns: pentru că adversarul poate să ghicească (cheia, mesajul clar, etc.)

Neglijabil și ne-neglijabil

- în practică: ϵ este scalar și

Neglijabil și ne-neglijabil

- în practică: ϵ este scalar și
  - ϵ ne-neglijabil dacă $\epsilon \geq 1/2^{30}$

Neglijabil și ne-neglijabil

- în practică: ϵ este scalar și
  - ϵ ne-neglijabil dacă $\epsilon \geq 1/2^{30}$
  - ϵ neglijabil dacă $\epsilon \leq 1/2^{128}$

Neglijabil și ne-neglijabil

- în practică: ϵ este scalar și
  - ϵ ne-neglijabil dacă $\epsilon \geq 1/2^{30}$
  - ϵ neglijabil dacă $\epsilon \leq 1/2^{128}$
- în teorie: ϵ este funcție $\epsilon : \mathbb{Z}_{\geq 0} \to \mathbb{R}_{\geq 0}$ și $p(n)$ este o funcție polinomială în n (ex.: $p(n) = n^d$, d constantă)

Neglijabil și ne-neglijabil

- în practică: ϵ este scalar și
  - ϵ ne-neglijabil dacă $\epsilon \geq 1/2^{30}$
  - ϵ neglijabil dacă $\epsilon \leq 1/2^{128}$
- în teorie: ϵ este funcție $\epsilon : \mathbb{Z}_{\geq 0} \to \mathbb{R}_{\geq 0}$ și $p(n)$ este o funcție polinomială în n (ex.: $p(n) = n^d$, d constantă)
  - ϵ ne-neglijabiă în n dacă $\exists p(n) : \epsilon(n) \geq 1/p(n)$

Neglijabil și ne-neglijabil

- în practică: ϵ este scalar și
  - ϵ ne-neglijabil dacă $\epsilon \geq 1/2^{30}$
  - ϵ neglijabil dacă $\epsilon \leq 1/2^{128}$
- în teorie: ϵ este funcție $\epsilon : \mathbb{Z}_{\geq 0} \to \mathbb{R}_{\geq 0}$ și $p(n)$ este o funcție polinomială în n (ex.: $p(n) = n^d$, d constantă)
  - ϵ ne-neglijabiă în n dacă $\exists p(n) : \epsilon(n) \geq 1/p(n)$
  - ϵ neglijabilă în n dacă $\forall p(n), \exists n_d$ a.î. $\forall n \geq n_d : \epsilon(n) < 1/p(n)$

Neglijabil și ne-neglijabil

- Întrebare: de ce această definiție și nu alta?

  $\epsilon(n)$ negl. în $n \Leftrightarrow \forall p(n), \exists n_d$ a.î. $\forall n \geq n_d : \epsilon(n) < 1/p(n)$

Neglijabil și ne-neglijabil

- Întrebare: de ce această definiție și nu alta?

  $\epsilon(n)$ negl. în $n \Leftrightarrow \forall p(n), \exists n_d$ a.î. $\forall n \geq n_d : \epsilon(n) < 1/p(n)$

- Răspuns:
  - Atacul are loc cu probabilitate $\epsilon(n)$ ...

Neglijabil și ne-neglijabil

- Întrebare: de ce această definiție și nu alta?

  $\epsilon(n)$ negl. în $n \Leftrightarrow \forall p(n), \exists n_d$ a.î. $\forall n \geq n_d : \epsilon(n) < 1/p(n)$

- Răspuns:
  - Atacul are loc cu probabilitate $\epsilon(n)$ ...
  - ... deci trebuie repetat de aprox. $1/\epsilon(n)$ ori ca să reușească

Neglijabil și ne-neglijabil

- Întrebare: de ce această definiție și nu alta?

  $\epsilon(n)$ negl. în $n \Leftrightarrow \forall p(n), \exists n_d$ a.î. $\forall n \geq n_d : \epsilon(n) < 1/p(n)$

- Răspuns:
  - Atacul are loc cu probabilitate $\epsilon(n)$ ...
  - ... deci trebuie repetat de aprox. $1/\epsilon(n)$ ori ca să reușească
  - Dar din definiție $1/\epsilon(n) > p(n)$ ...

Neglijabil și ne-neglijabil

- Întrebare: de ce această definiție și nu alta?

  $\epsilon(n)$ negl. în $n \Leftrightarrow \forall p(n), \exists n_d$ a.î. $\forall n \geq n_d : \epsilon(n) < 1/p(n)$

- Răspuns:
  - Atacul are loc cu probabilitate $\epsilon(n)$ ...
  - ... deci trebuie repetat de aprox. $1/\epsilon(n)$ ori ca să reușească
  - Dar din definiție $1/\epsilon(n) > p(n)$ ...
  - ... deci necesită un timp super-polinomial în n

Neglijabil și ne-neglijabil

- Întrebare: de ce această definiție și nu alta?

  $\epsilon(n)$ negl. în $n \Leftrightarrow \forall p(n), \exists n_d$ a.î. $\forall n \geq n_d : \epsilon(n) < 1/p(n)$

- Răspuns:
  - Atacul are loc cu probabilitate $\epsilon(n)$ ...
  - ... deci trebuie repetat de aprox. $1/\epsilon(n)$ ori ca să reușească
  - Dar din definiție $1/\epsilon(n) > p(n)$ ...
  - ... deci necesită un timp super-polinomial în n

Definiția semnifică faptul că sistemul rămâne sigur pentru un adversar PPT (Probabilistic Polinomial în Timp)

Important de reținut!

- Securitate perfectă vs. securitate computațională
- Neglijabil vs. ne-neglijabil