Lab 3

F1	F2	F3
30	50	20
2%	4%	5%

$P(x|A_1) = 0,02$ $\qquad$ $P(A_1) = 0,3$

$P(x|A_2) = 0,04$ $\qquad$ $P(A_2) = 0,5$

$P(x|A_3) = 0,05$ $\qquad$ $P(A_3) = 0,2$

a) $P(x) = \sum_{i=1}^{3} P(x|A_i) \cdot P(A_i) = 0,036$

b) $P(A_2|x) = \dfrac{P(A_2 \cap x)}{P(x)} \overset{(1)}{=} \dfrac{P(x|A_2) \cdot P(A_2)}{P(x)} = \dfrac{5}{9}$

$P(x|A_2) = \dfrac{P(x \cap A_2)}{P(A_2)} \Rightarrow$

$\Rightarrow P(x \cap A_2) = P(x|A_2) \cdot P(A_2)$

c) F_1, F_2

$$P(x \mid (A_1 \cup A_2)) = \frac{P(x \cap (A_1 \cup A_2))}{P(A_1 \cup A_2)} =$$

$$= \frac{P((x \cap A_1) \cup (x \cap A_2))}{P(A_1 \cup A_2)} \overset{A_1, A_2 \text{ inc}}{=\!=} \frac{P(x \cap A_1) + P(x \cap A_2)}{P(A_1) + P(A_2)}$$

$$= \frac{P(x \mid A_1)\, P(A_1) + P(x \mid A_2)\, P(A_2)}{P(A_1) + P(A_2)} = 0{,}0325$$

d) F_1, F_2

$$P((A_1 \cup A_2) \mid \bar{x}) = \frac{P((A_1 \cup A_2) \cap \bar{x})}{P(\bar{x})} =$$

inc

$$= \frac{P((A_1 \cap \bar{x}) \cup (A_2 \cap \bar{x}))}{P(\bar{x})} \underset{A_2 \cap \bar{x}}{\overset{A_1 \cap \bar{x}}{=\!=}} \frac{P(A_1 \cap \bar{x}) + P(A_2 \cap \bar{x})}{P(\bar{x})} =$$

$$= \frac{P(\bar{x} \mid A_1)\, P(A_1) + P(\bar{x} \mid A_2)\, P(A_2)}{P(\bar{x})} =$$

$$= \frac{(1-P(x|A_1))\,P(A_1) + (1-P(x|A_2))\,P(A_2)}{1-P(x)} =$$

$= 0{,}802$

2. Doi studenți dau simultan un examen. $P(\text{promov}_1) = 0{,}8$ determinați:
$P(\text{promov}_2) = 0{,}7$

a) $P(\text{prom ambii})$

b) $P(\text{prom 1 singur})$

c) $P(\text{doar primul})$

a) Notăm A_i even că stud. $i=\overline{1,2}$ promov examenul

$P(A_1) = 0{,}8$ $\quad P(A_2) = 0{,}7$

A_1, A_2 ind.

a) $P(A_1 \cap A_2) = P(A_1)\,P(A_2) = 0{,}8 \cdot 0{,}7 = 0{,}56$

b) $P((A_1 \cap \overline{A_2}) \cup (A_2 \cap \overline{A_1})) = P(A_1 \cap \overline{A_2}) + P(\overline{A_1} \cap A_2) =$

$= P(A_1)\,P(\overline{A_2}) + P(\overline{A_1}) \cdot P(A_2) =$

$= P(A_1) \cdot (1 - P(A_2)) + (1 - P(A_1)) \cdot P(A_2) = 0{,}38$

3. În urma unui studiu avem că 70% dintre angaj. vb. EN, 60% vb. FR, 50% ambele

TEMĂ

a) $P(A) = ?$; unde A = angaj cun EN $\vee$ FR

b) B = un angaj nu cun nici EN nici FR

c) C = un ang cun EN dar nu FR

d) D = un ang cun EN știind că știe FR

e) E = un ang cun EN știind că nu vb FR

4. Un agregat are 3 comp. la care pot apărea defecțiuni cu probab 0,075 ; 0,09 ; 0,082 ;

a) P minimă ca agregatul să fct.

b) P maximă ca agr să fct.

$P(\overline{A_1}) = 0{,}075 \Rightarrow P(A_1) = 0{,}925$

$P(\overline{A_2}) = 0{,}09 \Rightarrow P(A_2) = 0{,}91$

$P(\overline{A_3}) = 0{,}082 \Rightarrow P(A_3) = 0{,}918$

$P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) \geq P(A_1) + P(A_2) + P(A_3) - 2 =$

$= 0{,}753$

$P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) \leq P(A_i);\ \forall i = \overline{1,3} \Rightarrow$

$\Rightarrow P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) \leq \min\{P(A_1), P(A_2), P(A_3)\} =$

$= P(A_2) = 0{,}91$