Curs 8

Programare liniară

Pregătiri

Obs Fie $\bar{v} = (v_1, v_2, v_3)$
$\bar{w} = (w_1, w_2, w_3)$ doi vect din $\mathbb{R}^3$

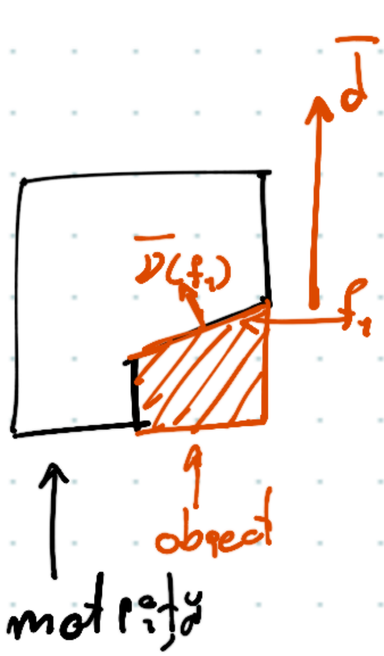
$$\sphericalangle(\bar{v}, \bar{w}) = \arccos \frac{\langle v, w \rangle}{\|v\| \cdot \|w\|} \in [0, \pi]$$

(am folosit $\cos(\sphericalangle(\bar{v}, \bar{w})) = \frac{\langle v, w \rangle}{\|v\| \|w\|} \in [-1, 1]$)

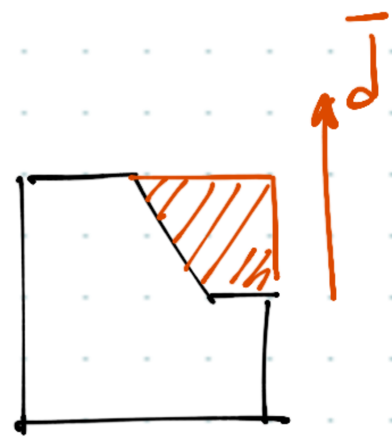
$\langle v, w \rangle = v_1 w_1 + v_2 w_2 + v_3 w_3$; $\|v\| = \sqrt{\langle v, v \rangle}$

Obs Pt a măsura unghiul dintre direcția dată și fețe este suficient să calculăm/să manevrăm unghiul dintre direcția dată și „normalele" la fețe (un vect. normal la plan este un vect. perpendicular pe plan, de normă 1).

Condiția ca o matriță să blocheze, respectiv să nu blocheze extragerea într-o direcție dată



Fața $\hat{f}_1$ a matriței ce corespunde feței f_1 a piesei. Notăm cu $\bar{\nu}(f_1)$ normala exterioară la fața f_1



— " — $\hat{f}_2$ — " —

— " — f_2

— " — $\bar{\nu}(f_2)$ — " —

— " —

— " — f_1

$\hat{f}_1$ blochează extrag. în direcția $\bar{d}$ <=> unghiul dintre d și $\bar{\nu}(f_1)$ este $<90°$ <=> $\cos(\measuredangle(\bar{d}, \bar{\nu}(f_1)) > 0$

$\hat{f}_2$ nu blochează extrag. în direcția $\bar{d}$ <=> $\measuredangle(\bar{d}, \bar{\nu}(f_2)) \geq 90°$ <=> $\cos(\measuredangle(\bar{d}, \bar{\nu}(f_2)) \leq 0$

Detaliere - condiția scrisă în coordonate

F.r.g. pp. că $\bar{d} = (d_x, d_y, 1)$

(a da o dir „în sus" este echivalent cu a alege un punct din planul $z=1$)

Fie f o față fixată, $\bar{\nu}(f) = (\nu_x, \nu_y, \nu_z)$

A găsi o direcție $\bar{d} = (d_x, d_y, 1)$ pt care să nu blocheze <=> $<\bar{\nu}(f), d> \leq 0$ <=>

$$\nu_x \cdot d_x + \nu_y d_y + \nu_z \leq 0 \quad (*_f)$$

fața $\hat{f}$ (adică ν_x, ν_y, ν_z) → dată

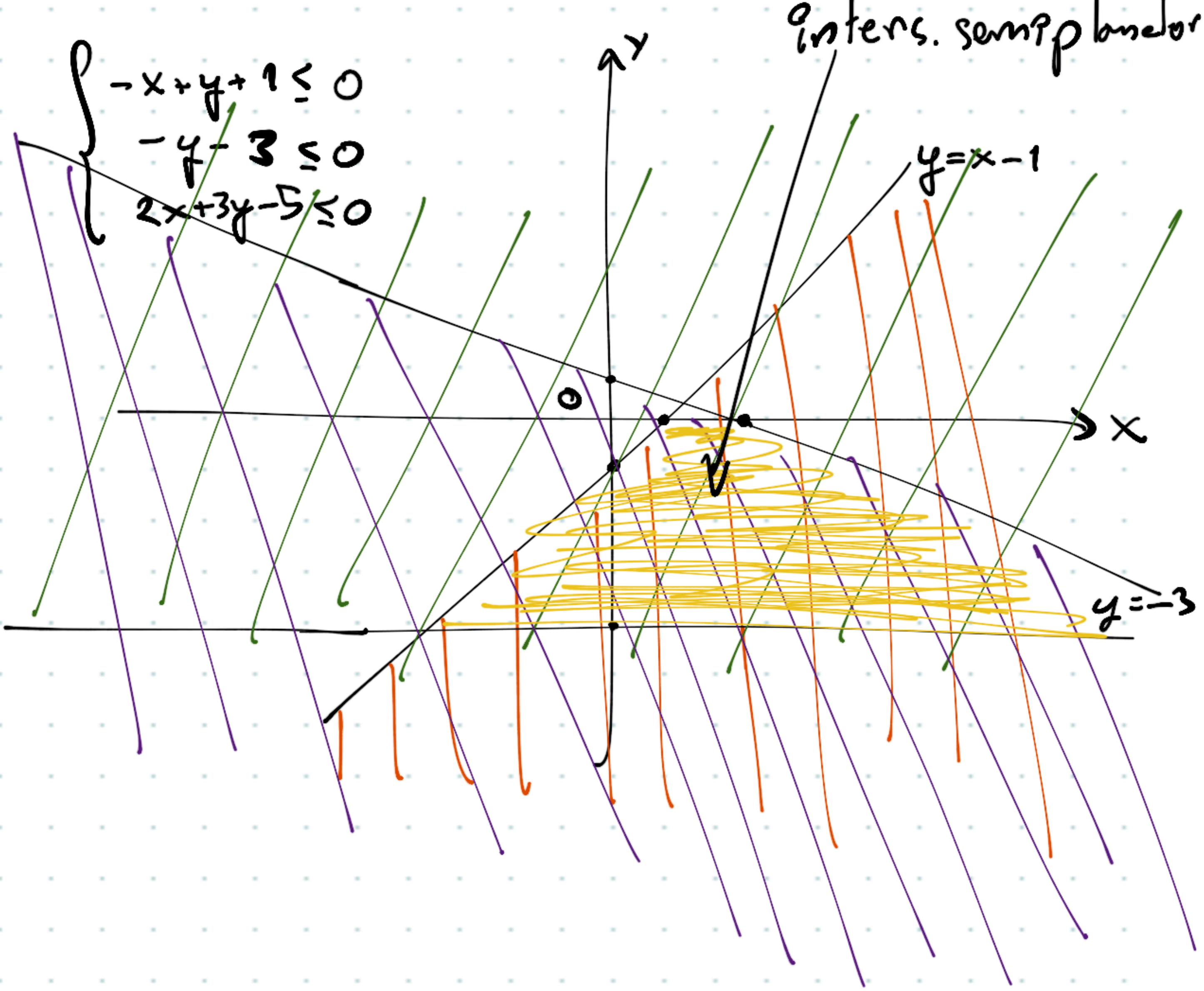
sunt căutați d_x, d_y care să vf. rel $(*_f)$

(*): inecuație ce descrie un semiplan

Exp

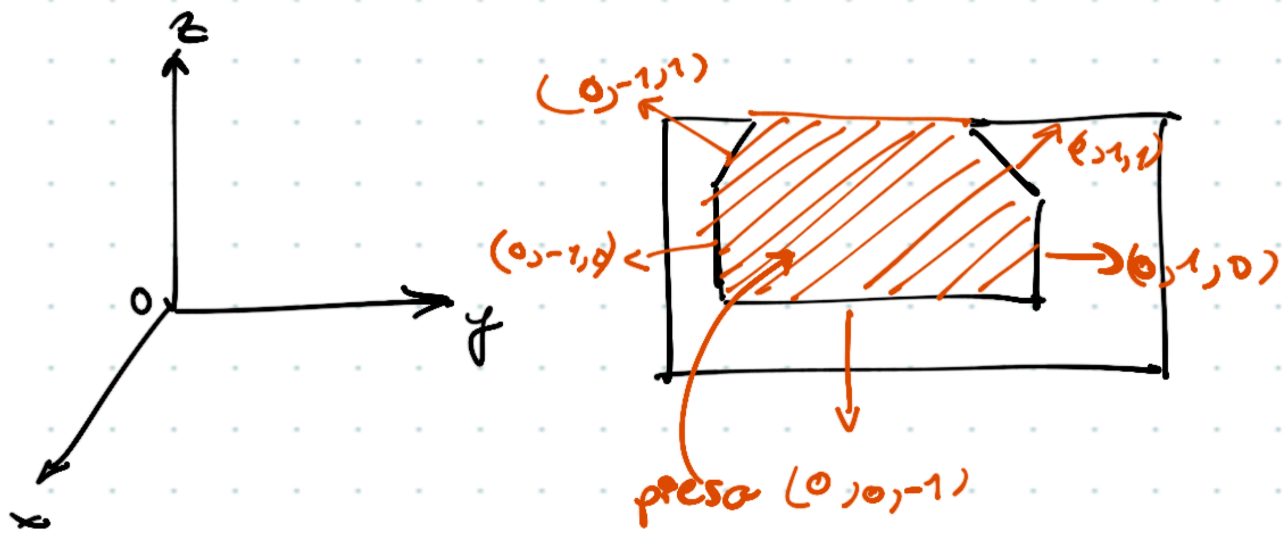
Semiplane și intersecții

$$\begin{cases} -x+y+1 \le 0 \\ -y-3 \le 0 \\ 2x+3y-5 \le 0 \end{cases}$$



Exp Legătura dintre normală, extragerea obiectului și sisteme de inecuații

2(a): (0, -1, 1); (0, 1, 1); (0, 1, 0); (0, 0, -1); (0, -1, 0) → direcții pt normale



f. teorie (inec de tip $*_f$)

$(0,-1,1) \rightsquigarrow 0\cdot x + (-1)\cdot y + 1 \le 0 \quad | \quad y \ge 1$

$(0,1,1) \rightsquigarrow 0\cdot x + 1\cdot y + 1 \le 0 \quad | \quad y \le -1$

$(0,1,0) \rightsquigarrow 0\cdot x + 1\cdot y + 0 \le 0 \quad | \quad y \le 0$

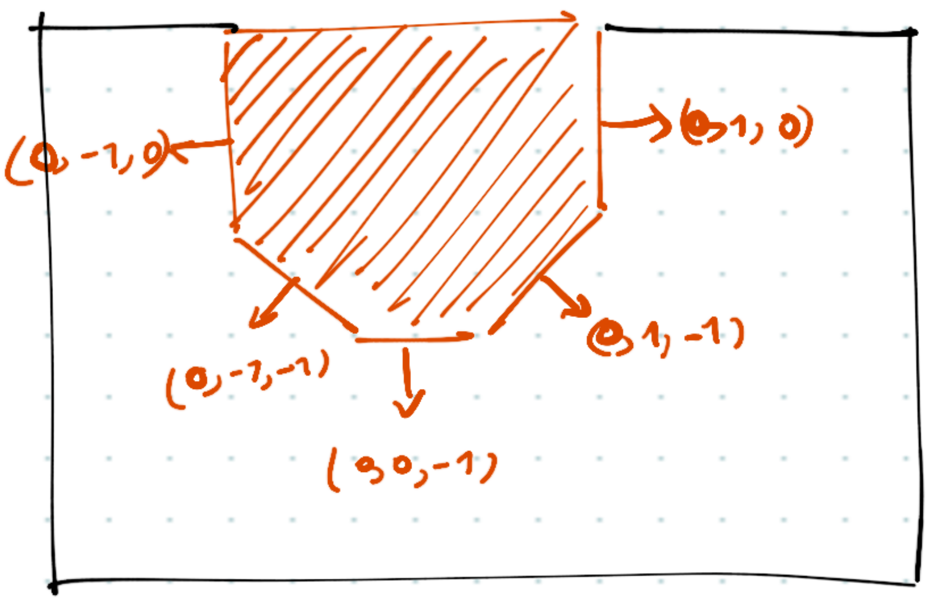
$(0,0,-1) \rightsquigarrow 0\cdot x + 0\cdot y - 1 \le 0 \quad | \quad -1 \le 0$

$\left.\begin{matrix} y \ge 1 \\ y \le -1 \end{matrix}\right\} \text{abs}$

$(0,-1,0) \rightsquigarrow 0\cdot x+(-1)y+0 \le 0 \quad | \; y \ge 0$

sistem incompatibil

2(b): Normalele fețelor standard sunt coliniare cu vect. $(0,1,0)$; $(0,1,-1)$; $(0,0,-1)$; $(0,-1,-1)$; $(0,-1,0)$



Sist. de inec

$$\left.\begin{array}{l}
(0,1,0) \to y \le 0 \\
(0,1,-1) \to y-1 \le 0,\; y \le 1 \\
(0,0,-1) \to -1 \le 0 \\
(0,-1,-1) \to -y-1 \le 0,\; y \ge -1
\end{array}\right\} \; y = 0$$

$(0, -1, 0) \to -y \le 0,\ y \ge 0$ }

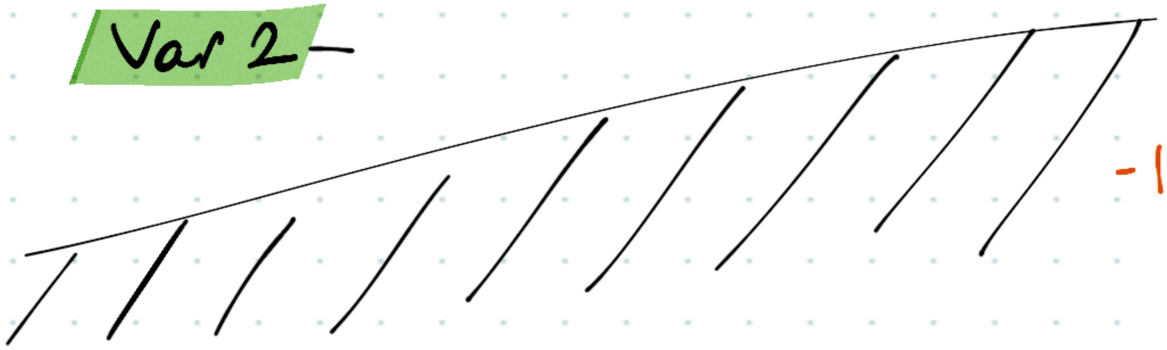
$\Rightarrow$ vector de forma $(x, 0, 1)$ „în sus"
↳ nu avem constrângeri pe x

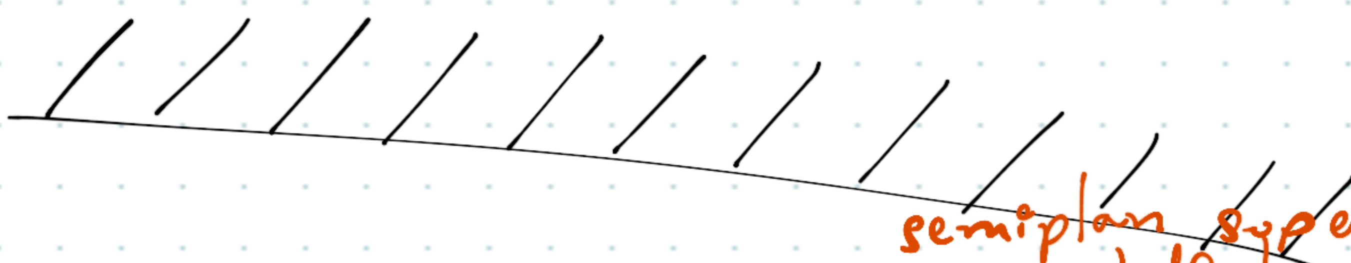
Intersecții de semiplane

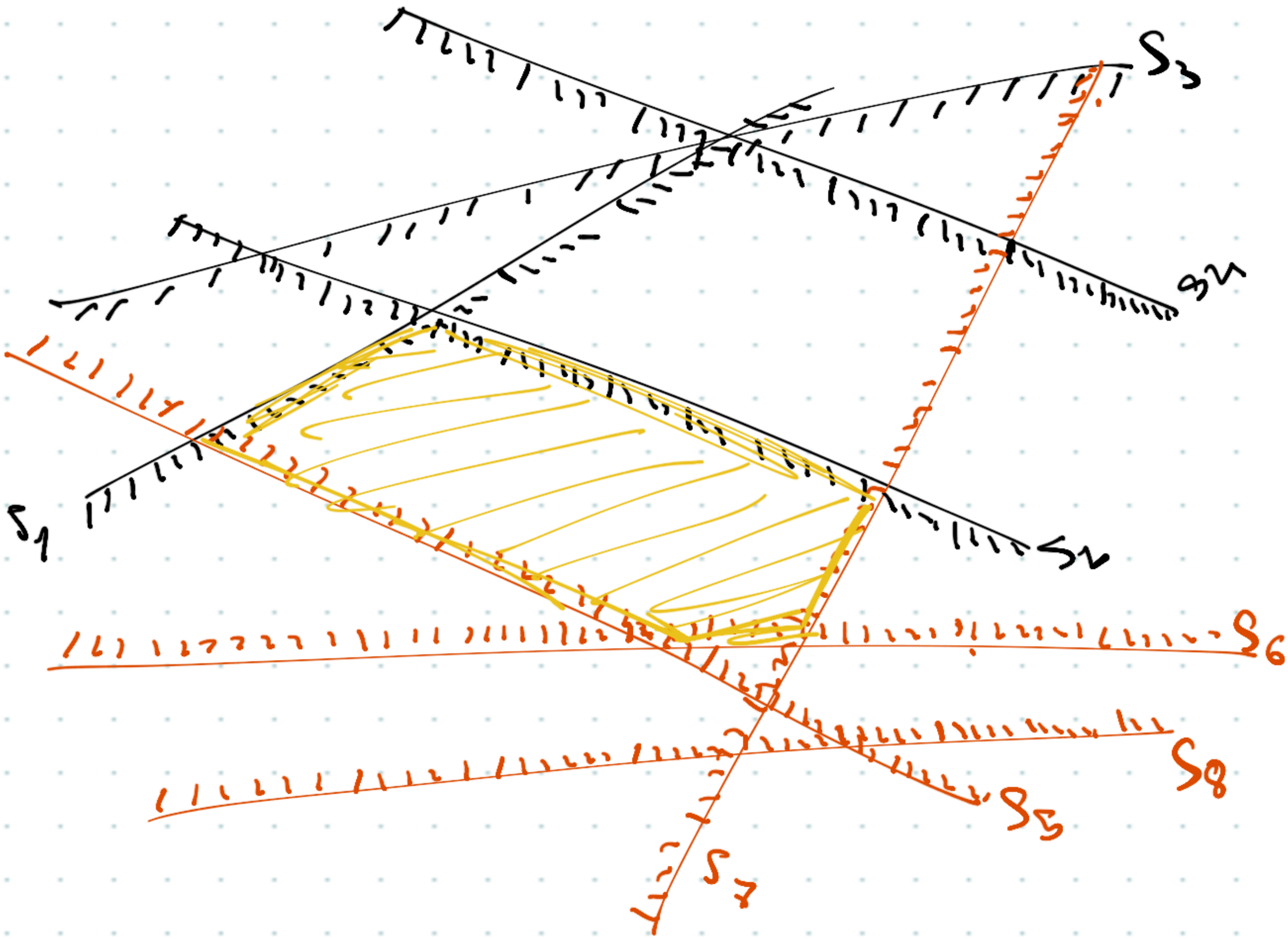
Caracterizare cantitativă

Var 1 - alg „Divide et Impera" (v. overlay)

Var 2 -







semiplane inf: S_1, S_2, S_3, S_4

semiplane sup: S_5, S_6, S_7, S_8

$\mathcal{LE}$ (lower envelope)

$\mathcal{UE}$ (upper envelope)