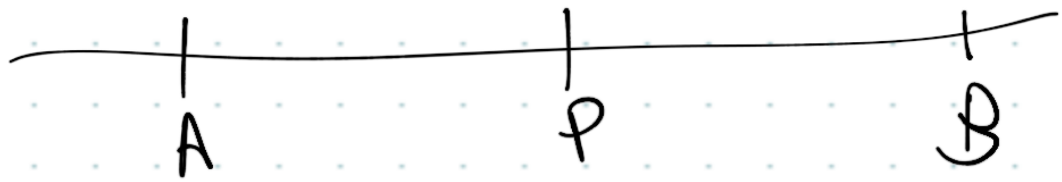
Conceptul de raport



Vect $\overline{AP}$ și $\overline{PB}$ sunt col, deci $\exists$ r a.î. $\overline{AP} = r \cdot \overline{PB}$ $(P \neq B)$

r = raportul punctelor A, P, B

Not: Fie $A, B \in \mathbb{R}^d$, $\overline{AB} \overset{def}{=} B - A$

De ex, în $\mathbb{R}^3$

$$\left.\begin{aligned} A &= (x_A, y_A, z_A) \\ B &= (x_B, y_B, z_B) \end{aligned}\right\} \Rightarrow \overline{AB} = (x_B - x_A, y_B - y_A, z_B - z_A)$$

Exp

$A = (1, 2, 3)$

$B = (2, -1, -1)$

$C = (0, 3, 7)$

$r(A, C, B) = ?$

$\overrightarrow{AC} = r \cdot \overrightarrow{CB}$

$\overrightarrow{AC} = C - A = (-1, 1, 4)$

$\overrightarrow{CB} = B - C = (2, -2, 8)$

$\overrightarrow{AC} = -\frac{1}{2} \overrightarrow{CB} = r(A, C, B)$

Combinații $\underbrace{\text{liniare}}_{\text{vectori}}$, $\underbrace{\text{afine și convexe}}_{\text{puncte}}$

În $\mathbb{R}^d$:

- $v_1, v_2, v_3, \dots, v_p \in \mathbb{R}^d$ vectori: comb. liniară

este un vector de forma:

$\lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 + \ldots + \lambda_p v_p$, unde
$\lambda_1, \ldots \lambda_p \in \mathbb{R}$

- $A_1, A_2, \ldots A_p \in \mathbb{R}^d$ puncte

Comb afină este un pct de fm
$\alpha_1 A_1 + \alpha_2 A_2 + \ldots + \alpha_p A_p$ cu
$\alpha_1, \ldots \alpha_p \in \mathbb{R}$; $\alpha_1 + \ldots + \alpha_p = 1$

Comb convexă este un pct de fm. $\alpha_1 A_1 + \alpha_2 A_2 + \ldots + \alpha_p A_p$ cu
$\alpha_1, \alpha_2, \ldots \alpha_n \in \mathbb{R}$, $\alpha_1 + \ldots + \alpha_p = 1$
$\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_p \in [0,1]$

Fie A și B două pct distincte
- comb afină este un punct de forma
$\lambda A + \mu B = (1-\alpha)A + \alpha B$; $\alpha \in \mathbb{R}$
$\lambda + \mu = 1$
$\lambda, \mu \in \mathbb{R}$
→ este situat pe dr AB

- O comb convexă pe segm $[A, B]$

Centrul de greutate:

$$\underbrace{\frac{m_A}{m_A+m_B} A + \frac{m_B}{m_A+m_B} B}_{\text{comb convexă}}$$

Exp: $A=(1,2,3)$ $B=(2,1,-1)$ $C=(0,3,7)$

$r(A,C,B) = -\frac{1}{2}$

$\Downarrow$

$C = ?A + ?B$

$\Updownarrow$

$\vec{AC} = -\frac{1}{2}\vec{CB} \Rightarrow \vec{CA} - \frac{1}{2}\vec{CB} = \vec{0} = \vec{CC} \Rightarrow$

$\Rightarrow$ $C = 2A - B$

Concluzie: Dacă A, P, B coliniare (dist.)

pt a caracteriza poziția lor relativă:

- folosind raportul $r = r(A, P, B)$
- folosind comb afine $P = (1-\alpha)A + \alpha B$

(ρ, θ) - coordonate polare