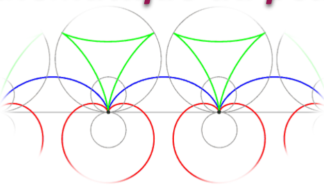
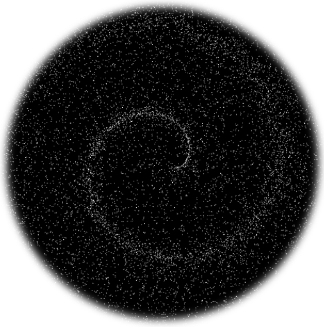
Cours de Mécanique du point matériel

Chapitre N°2 bis

Cinématique du point





Partie B :

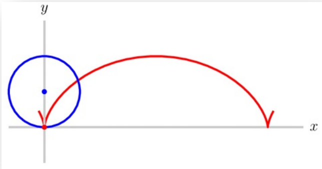
Avec changement de référentiel

La cinématique avec changement de référentiel étudie les mouvements d'un mobile $\boldsymbol{M}$ *par rapport à deux référentiel* $\boldsymbol{R(O,xyz)}$ *et* $\boldsymbol{R'(O,x'y'z')}$. $\boldsymbol{R'}$ *se déplace par rapport à* $\boldsymbol{R}$ *suivant une loi générale connue. Le temps est considéré le même dans* $\boldsymbol{R}$ *et* $\boldsymbol{R'}$.

Trajectoires de la valve d'une roue d'un vélo roulant sans glisser

- En se plaçant en face de la roue : la trajectoire est une cycloïde (rouge).

- Assis sur le vélo en mouvement : la trajectoire est un cercle (vert).



👉 Dans les deux référentiels les trajectoires du point sur la roue sont donc différentes ; il en est de même pour les vitesses et les accélérations.

Définitions

- On appelle mouvement absolu, celui d'un point matériel M par rapport au référentiel fixe $\boldsymbol{R}(\boldsymbol{O},\boldsymbol{xyz})$. $\boldsymbol{R}$ est dit repère absolu.

- On appelle mouvement relatif, celui d'un point matériel M par rapport au référentiel mobile $\boldsymbol{R}'(\boldsymbol{O},\boldsymbol{xyz})$. $\boldsymbol{R}'$ est dit repère relatif.

- On appelle mouvement d'entraînement, le mouvement du référentiel relatif $\boldsymbol{R}'(\boldsymbol{O},\boldsymbol{xyz})$ par rapport au référentiel absolu $\boldsymbol{R}(\boldsymbol{O},\boldsymbol{xyz})$.

- On appelle point coïncident, un point P lié au référentiel mobile $\boldsymbol{R}'$, qui coïncide à l'instant t avec le point M.

Dérivée par rapport au référentiel R d'un vecteur exprimé dans R_1

- Soit un vecteur $\vec{u}$ exprimé dans le référentiel mobile R_1 muni de la base orthonormée directe $(\vec{\imath}_1, \vec{\jmath}_1, \vec{k}_1)$:

$$\vec{u} = x_1\vec{\imath}_1 + y_1\vec{\jmath}_1 + z_1\vec{k}_1$$

- Calculons la dérivée $\left.\frac{d\vec{u}}{dt}\right|_R$:

$$\left.\frac{d(x_1\vec{\imath}_1 + y_1\vec{\jmath}_1 + z_1\vec{k}_1)}{dt}\right|_R = \underbrace{\dot{x}_1\vec{\imath}_1 + \dot{y}_1\vec{\jmath}_1 + \dot{z}_1\vec{k}_1}_{\left.\frac{d\vec{u}}{dt}\right|_{R_1}} + \underbrace{x_1\left.\frac{d\vec{\imath}_1}{dt}\right|_R + y_1\left.\frac{d\vec{\jmath}_1}{dt}\right|_R + z_1\left.\frac{d\vec{k}_1}{dt}\right|_R}_{\text{Notons cette expression par } \vec{v}}$$

$$\left.\frac{d\vec{u}}{dt}\right|_R = \left.\frac{d\vec{u}}{dt}\right|_{R_1} + \vec{v}$$

- Cherchons à exprimer $\vec{v}$ en fonction de $\vec{u}$:
  - Soient a, b et c les composantes de $\vec{v}$ dans R_1 : $\vec{v} = a\vec{\imath}_1 + b\vec{\jmath}_1 + c\vec{k}_1$

- Rappelons que : $a = \vec{v}\cdot\vec{\imath}_1$, $b = \vec{v}\cdot\vec{\jmath}_1$ et $c = \vec{v}\cdot\vec{k}_1$ (0),
- ainsi que les relations : $\vec{\imath}_1\cdot\vec{\imath}_1 = 1$, $\vec{\jmath}_1\cdot\vec{\jmath}_1 = 1$ et $\vec{k}_1\cdot\vec{k}_1 = 1$ (1),
- et les relations : $\vec{\imath}_1\cdot\vec{\jmath}_1 = 0$, $\vec{\imath}_1\cdot\vec{k}_1 = 0$ et $\vec{\jmath}_1\cdot\vec{k}_1 = 0$ (2).
- Les relations (1) donnent : $\vec{\imath}_1\cdot\left.\frac{d\vec{\imath}_1}{dt}\right|_R = 0$, $\vec{\jmath}_1\cdot\left.\frac{d\vec{\jmath}_1}{dt}\right|_R = 0$ et $\vec{k}_1\cdot\left.\frac{d\vec{k}_1}{dt}\right|_R = 0$ (3)
- Les relations (2) donnent :

$$\vec{\imath}_1\cdot\left.\frac{d\vec{\jmath}_1}{dt}\right|_R + \vec{\jmath}_1\cdot\left.\frac{d\vec{\imath}_1}{dt}\right|_R = 0,\ \vec{\imath}_1\cdot\left.\frac{d\vec{k}_1}{dt}\right|_R + \vec{k}_1\cdot\left.\frac{d\vec{\imath}_1}{dt}\right|_R = 0,\ \vec{\jmath}_1\cdot\left.\frac{d\vec{k}_1}{dt}\right|_R + \vec{k}_1\cdot\left.\frac{d\vec{\jmath}_1}{dt}\right|_R = 0\ \ (4)$$

- Revenons aux relations (0) puis remplaçons $\vec{v}$ par son expression de définition, on aura alors :

$$\vec{v} = x_1 \left.\frac{d\vec{\imath}_1}{dt}\right|_R + y_1 \left.\frac{d\vec{\jmath}_1}{dt}\right|_R + z_1 \left.\frac{d\vec{k}_1}{dt}\right|_R = a\vec{\imath}_1 + b\vec{\jmath}_1 + c\vec{k}_1$$

$$a = \left(x_1 \left.\frac{d\vec{\imath}_1}{dt}\right|_R + y_1 \left.\frac{d\vec{\jmath}_1}{dt}\right|_R + z_1 \left.\frac{d\vec{k}_1}{dt}\right|_R \right) \cdot \vec{\imath}_1 = y_1 \left.\frac{d\vec{\jmath}_1}{dt}\right|_R \cdot \vec{\imath}_1 + z_1 \left.\frac{d\vec{k}_1}{dt}\right|_R \cdot \vec{\imath}_1 \longleftarrow$$

$$b = \left(x_1 \left.\frac{d\vec{\imath}_1}{dt}\right|_R + y_1 \left.\frac{d\vec{\jmath}_1}{dt}\right|_R + z_1 \left.\frac{d\vec{k}_1}{dt}\right|_R \right) \cdot \vec{\jmath}_1 = x_1 \left.\frac{d\vec{\imath}_1}{dt}\right|_R \cdot \vec{\jmath}_1 + z_1 \left.\frac{d\vec{k}_1}{dt}\right|_R \cdot \vec{\jmath}_1 \longleftarrow$$

$$c = \left(x_1 \left.\frac{d\vec{\imath}_1}{dt}\right|_R + y_1 \left.\frac{d\vec{\jmath}_1}{dt}\right|_R + z_1 \left.\frac{d\vec{k}_1}{dt}\right|_R \right) \cdot \vec{k}_1 = x_1 \left.\frac{d\vec{\imath}_1}{dt}\right|_R \cdot \vec{k}_1 + y_1 \left.\frac{d\vec{\jmath}_1}{dt}\right|_R \cdot \vec{k}_1 \longleftarrow$$

Or (relations (3)) :

$$\vec{\imath}_1 \cdot \left.\frac{d\vec{\imath}_1}{dt}\right|_R = 0$$

$$\vec{\jmath}_1 \cdot \left.\frac{d\vec{\jmath}_1}{dt}\right|_R = 0$$

$$\vec{k}_1 \cdot \left.\frac{d\vec{k}_1}{dt}\right|_R = 0$$

- **Réécrivons a, b et c en utilisant les relations (4) :**

$$\vec{\imath}_1 \cdot \left.\frac{d\vec{\jmath}_1}{dt}\right|_R + \vec{\jmath}_1 \cdot \left.\frac{d\vec{\imath}_1}{dt}\right|_R = 0,\ \vec{\imath}_1 \cdot \left.\frac{d\vec{k}_1}{dt}\right|_R + \vec{k}_1 \cdot \left.\frac{d\vec{\imath}_1}{dt}\right|_R = 0,\ \vec{\jmath}_1 \cdot \left.\frac{d\vec{k}_1}{dt}\right|_R + \vec{k}_1 \cdot \left.\frac{d\vec{\jmath}_1}{dt}\right|_R = 0 \quad (4)$$

, alors il vient :

$$\left| \begin{matrix} a \\ b \\ c \end{matrix} \right. = \left| \begin{matrix} -y_1 \vec{\jmath}_1 \cdot \left.\frac{d\vec{\imath}_1}{dt}\right|_R + z_1 \left.\frac{d\vec{k}_1}{dt}\right|_R \cdot \vec{\imath}_1 \\ x_1 \left.\frac{d\vec{\imath}_1}{dt}\right|_R \cdot \vec{\jmath}_1 - z_1 \vec{k}_1 \cdot \left.\frac{d\vec{\jmath}_1}{dt}\right|_R \\ -x_1 \cdot \vec{\imath}_1 \cdot \left.\frac{d\vec{k}_1}{dt}\right|_R + y_1 \left.\frac{d\vec{\jmath}_1}{dt}\right|_R \cdot \vec{k}_1 \end{matrix} \right.$$

- **Si on pose :** $\vec{k}_1 \cdot \left.\frac{d\vec{\jmath}_1}{dt}\right|_R = \boldsymbol{p}$, $\vec{\imath}_1 \cdot \left.\frac{d\vec{k}_1}{dt}\right|_R = \boldsymbol{q}$ **et** $\vec{\jmath}_1 \cdot \left.\frac{d\vec{\imath}_1}{dt}\right|_R = \boldsymbol{r}$**, on aura :** $\vec{v} = \left| \begin{matrix} a \\ b \\ c \end{matrix} \right. = \left| \begin{matrix} z_1\boldsymbol{q} - y_1\boldsymbol{r} \\ x_1\boldsymbol{r} - z_1\boldsymbol{p} \\ y_1\boldsymbol{p} - x_1\boldsymbol{q} \end{matrix} \right.$

qu'on pourra identifier à un produit vectoriel : $\vec{v} = \vec{\Omega}(R_1/R_2) \wedge \vec{u}$

où $\vec{\Omega}(R_1/R) = \boldsymbol{p}\vec{\imath}_1 + \boldsymbol{q}\vec{\jmath}_1 + \boldsymbol{r}\vec{k}_1$

Soit finalement :

$$\boxed{\left.\frac{d\vec{u}}{dt}\right|_R = \left.\frac{d\vec{u}}{dt}\right|_{R_1} + \vec{\Omega}(R_1/R) \wedge \vec{u}}$$

Le vecteur $\boldsymbol{\vec{\Omega}(R_1/R)}$ *est appelé vecteur rotation instantané du repère* $\boldsymbol{R_1}$ *par rapport au repère* $\boldsymbol{R}$.

$$\boxed{\left.\frac{d\vec{u}}{dt}\right|_R = \left.\frac{d\vec{u}}{dt}\right|_{R_1} + \vec{\Omega}(R_1/R) \wedge \vec{u}}$$

Cette relation est dite formule de Bour, elle permet d'exprimer la dérivée par rapport au temps d'un vecteur dans un référentiel R fixe avec celle de ce même vecteur dans un référentiel R_1, en mouvement quelconque par rapport à R.

◉ **Remarque**

$$\left.\frac{d\vec{u}}{dt}\right|_R = \left.\frac{d\vec{u}}{dt}\right|_{R_1} + \vec{\Omega}(R_1/R) \wedge \vec{u}$$

$$\left.\frac{d\vec{u}}{dt}\right|_{R_1} = \left.\frac{d\vec{u}}{dt}\right|_{R} + \vec{\Omega}(R/R_1) \wedge \vec{u}$$

La somme de ces deux relations donne :

$$\vec{0} = \vec{\Omega}(R_1/R) \wedge \vec{u} + \vec{\Omega}(R/R_1) \wedge \vec{u}$$

Soit finalement :

$$\boxed{\vec{\Omega}(R_1/R) = -\vec{\Omega}(R/R_1)}$$

◉ **Exemples**

- **Le vecteur rotation du référentiel R_c associé au système de coordonnées cylindriques (ρ, θ, z) par rapport au référentiel fixe cartésien R est :** $\vec{\Omega}(R_c/R) = \dot{\theta}\vec{e}_z$
- **Le vecteur rotation du référentiel R_s associé au système de coordonnées sphériques (r, θ, φ) par rapport au référentiel fixe cartésien R est :** $\vec{\Omega}(R_s/R) = \dot{\varphi}cos\theta\vec{e}_r - \dot{\varphi}sin\theta\vec{e}_\theta + \dot{\theta}\vec{e}_\varphi$

Preuve :

- **Soient p, q et r les composantes de $\vec{\Omega}(R_s/R)$ dans la base sphérique :** $\vec{\Omega}(R_s/R) = p\vec{e}_r + q\vec{e}_\theta + r\vec{e}_\varphi$
- **Cherchons maintenant** $\left.\frac{d\vec{e}_r}{dt}\right|_R$, $\left.\frac{d\vec{e}_\theta}{dt}\right|_R$ **et** $\left.\frac{d\vec{e}_\varphi}{dt}\right|_R$ **. On utilisera la formule de Bour.**

- $\left.\frac{d\vec{e}_r}{dt}\right|_R = \left.\frac{d\vec{e}_r}{dt}\right|_{R_s} + \vec{\Omega}(R_s/R)\wedge\vec{e}_r = \vec{0} + \left(p\vec{e}_r + q\vec{e}_\theta + r\vec{e}_\varphi\right)\wedge\vec{e}_r = -q\vec{e}_\varphi + r\vec{e}_\theta$
- **Or on sait déjà :** $\left.\frac{d\vec{e}_r}{dt}\right|_R = \dot{\theta}\vec{e}_\theta + \dot{\varphi}sin\theta\vec{e}_\varphi$

$\rightarrow r = \dot{\theta}\ ,\ q = -\dot{\varphi}sin\theta$

- $\left.\frac{d\vec{e}_\theta}{dt}\right|_R = \left.\frac{d\vec{e}_\theta}{dt}\right|_{R_s} + \vec{\Omega}(R_s/R)\wedge\vec{e}_\theta = \vec{0} + \left(p\vec{e}_r + q\vec{e}_\theta + r\vec{e}_\varphi\right)\wedge\vec{e}_\theta = p\vec{e}_\varphi - r\vec{e}_r$
- **Or on sait déjà :** $\left.\frac{d\vec{e}_\theta}{dt}\right|_R = -\dot{\theta}\vec{e}_r + \dot{\varphi}cos\theta\vec{e}_\varphi$

$\rightarrow r = \dot{\theta}\ ,\ p = \dot{\varphi}cos\theta$

- $\left.\frac{d\vec{e}_\varphi}{dt}\right|_R = \left.\frac{d\vec{e}_\varphi}{dt}\right|_{R_s} + \vec{\Omega}(R_s/R)\wedge\vec{e}_\varphi = \vec{0} + \left(p\vec{e}_r + q\vec{e}_\theta + r\vec{e}_\varphi\right)\wedge\vec{e}_\varphi = -p\vec{e}_\theta + q\vec{e}_r$
- **Or on sait déjà :** $\left.\frac{d\vec{e}_\varphi}{dt}\right|_R = -\dot{\varphi}sin\theta\vec{e}_r - \dot{\varphi}cos\theta\vec{e}_\theta$

$\rightarrow q = -\dot{\varphi}sin\theta,\ p = \dot{\varphi}cos\theta$

Soit finalement : $\boxed{\vec{\Omega}(R_s/R) = \dot{\varphi}cos\theta\vec{e}_r - \dot{\varphi}sin\theta\vec{e}_\theta + \dot{\theta}\vec{e}_\varphi}$

Composition des vitesses

- **Soit un point** M **mobile par rapport aux deux repères** $R(O,xyz)$ **et** $R_1(O_1,x_1y_1z_1)$.
- **Cherchons, à l'instant** t**, la relation entre les deux vecteurs vitesse** $\vec{v}(M/R)$ **et** $\vec{v}(M/R_1)$.

$$\rightarrow \vec{v}(M/R) = \left.\frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}\right|_R = \underbrace{\left.\frac{d\overrightarrow{OO_1}}{dt}\right|_R}_{\vec{v}(O_1\in R_1/R)} + \left.\frac{d\overrightarrow{O_1M}}{dt}\right|_R \ ?$$

Formule de Bour

$$\left.\frac{d\overrightarrow{O_1M}}{dt}\right|_R = \left.\frac{d\overrightarrow{O_1M}}{dt}\right|_{R_1} + \vec{\Omega}(R_1/R)\wedge\overrightarrow{O_1M}$$

$$= \vec{v}(M/R_1) + \vec{\Omega}(R_1/R)\wedge\overrightarrow{O_1M}$$

$$\Rightarrow \vec{v}(M/R) = \vec{v}(M/R_1) + \vec{v}(O_1\in R_1/R) + \vec{\Omega}(R_1/R)\wedge\overrightarrow{O_1M} \ ?$$

- Revenons au point coïncidant P, point rigidement attaché à R_1 : $\vec{v}(P \in R_1/R_1) = \vec{0}$

$$\rightarrow \vec{v}(P \in R_1/R) = \vec{v}(P \in R_1/R_1) + \vec{v}(O_1 \in R_1/R) + \vec{\Omega}(R_1/R) \wedge \overrightarrow{O_1P}$$

$$= \vec{v}(O_1 \in R_1/R) + \vec{\Omega}(R_1/R) \wedge \overrightarrow{O_1P}$$

- D'où la relation de composition des vecteurs vitesse :

$$\rightarrow \vec{v}(M/R) = \vec{v}(M/R_1) + \vec{v}(P \in R_1/R)$$

$$\boxed{\vec{v}(M/R) = \vec{v}_r + \vec{v}_e}$$

avec : $\vec{v}(M/R) = \vec{v}_a$: vitesse absolue, $\vec{v}_r = \vec{v}(M/R_1)$: vitesse relative et

$\vec{v}_e = \vec{v}(O_1 \in R_1/R) + \vec{\Omega}(R_1/R) \wedge \overrightarrow{O_1M}$: vitesse d'entraînement.

Composition des accélérations

- Cherchons cette fois-ci, à l'instant t, la relation entre les deux vecteurs accélération $\vec{\gamma}(M/R)$ et $\vec{\gamma}(M/R_1)$.
  - Remarquons d'abord qu'on peut pas avoir $\vec{\gamma}(M/R)$ à partir de la dérivation de la relation $\vec{v}(M/R) = \vec{v}(M/R_1) + \boxed{\vec{v}(P \in R_1/R)}$

On ne peut pas dériver la vitesse d'entraînement : il ne s'agit pas d'un même point.

Le point coïncidant P est la trace du point M dans R_1, donc à chaque instant on a une nouvelle trace donc un nouveau point P.

  - On utilisera alors, la relation : $\vec{v}(M/R) = \vec{v}(M/R_1) + \vec{v}(O_1 \in R_1/R) + \vec{\Omega}(R_1/R) \wedge \overrightarrow{O_1M}$

$$\vec{\gamma}(M/R) = \left.\frac{d\left(\vec{v}(M/R_1) + \vec{v}(O_1 \in R_1/R) + \vec{\Omega}(R_1/R) \wedge \overrightarrow{O_1M}\right)}{dt}\right|_R$$

$$\vec{\gamma}(M/R) = \left.\frac{d\vec{v}(M/R_1)}{dt}\right|_R + \left.\frac{d\vec{v}(O_1 \in R_1/R)}{dt}\right|_R + \left.\frac{d\left(\vec{\Omega}(R_1/R) \wedge \overrightarrow{O_1M}\right)}{dt}\right|_R$$

Formule de Bour

$$\left.\frac{d\vec{v}(M/R_1)}{dt}\right|_R \rightarrow \left.\frac{d\vec{v}(M/R_1)}{dt}\right|_{R_1} + \vec{\Omega}(R_1/R) \wedge \vec{v}(M/R_1)$$

$$\left.\frac{d\vec{v}(M/R_1)}{dt}\right|_{R_1} \rightarrow \vec{\gamma}(M/R_1)$$

$$\left.\frac{d\vec{v}(O_1 \in R_1/R)}{dt}\right|_R \rightarrow \vec{\gamma}(O_1 \in R_1/R)$$

$$\left.\frac{d\left(\vec{\Omega}(R_1/R) \wedge \overrightarrow{O_1M}\right)}{dt}\right|_R \rightarrow \left.\frac{d\vec{\Omega}(R_1/R)}{dt}\right|_R \wedge \overrightarrow{O_1M} + \vec{\Omega}(R_1/R) \wedge \left.\frac{d\overrightarrow{O_1M}}{dt}\right|_R$$

Formule de Bour

$$\left.\frac{d\overrightarrow{O_1M}}{dt}\right|_R \rightarrow \left.\frac{d\overrightarrow{O_1M}}{dt}\right|_{R_1} + \vec{\Omega}(R_1/R) \wedge \overrightarrow{O_1M}$$

$$\left.\frac{d\overrightarrow{O_1M}}{dt}\right|_{R_1} \rightarrow \vec{v}(M/R_1)$$

$$\vec{\gamma}(M/R) = \vec{\gamma}(M/R_1) + 2\vec{\Omega}(R_1/R) \wedge \vec{v}(M/R_1) + \vec{\gamma}(O_1 \in R_1/R) + \left.\frac{d\vec{\Omega}(R_1/R)}{dt}\right|_R \wedge \overrightarrow{O_1M} + \vec{\Omega}(R_1/R) \wedge \left(\vec{\Omega}(R_1/R) \wedge \overrightarrow{O_1M}\right)$$

- **Introduisant maintenant le point coïncidant *P* :**

$$\vec{\gamma}(M/R) = \vec{\gamma}(M/R_1) + 2\vec{\Omega}(R_1/R) \wedge \vec{v}(M/R_1) + \vec{\gamma}(O_1 \in R_1/R) + \left.\frac{d\vec{\Omega}(R_1/R)}{dt}\right|_R \wedge \overrightarrow{O_1M} + \vec{\Omega}(R_1/R) \wedge \left(\vec{\Omega}(R_1/R) \wedge \overrightarrow{O_1M}\right)$$

$$\vec{\gamma}(P/R) = \underbrace{\vec{\gamma}(P/R_1)}_{\vec{0}} + 2\vec{\Omega}(R_1/R) \wedge \underbrace{\vec{v}(P/R_1)}_{\vec{0}} + \vec{\gamma}(O_1 \in R_1/R) + \left.\frac{d\vec{\Omega}(R_1/R)}{dt}\right|_R \wedge \overrightarrow{O_1P} + \vec{\Omega}(R_1/R) \wedge \left(\vec{\Omega}(R_1/R) \wedge \overrightarrow{O_1P}\right)$$

$$\vec{\gamma}(P/R) = \vec{\gamma}(O_1 \in R_1/R) + \left.\frac{d\vec{\Omega}(R_1/R)}{dt}\right|_R \wedge \overrightarrow{O_1P} + \vec{\Omega}(R_1/R) \wedge \left(\vec{\Omega}(R_1/R) \wedge \overrightarrow{O_1P}\right) = \vec{\gamma}(P \in R_1/R)$$

Accélération du point coïncidant : c'est *l'accélération d'entraînement*

Soit finalement :

$$\vec{\gamma}(M/R) = \vec{\gamma}(M/R_1) + \vec{\gamma}(P \in R_1/R) + 2\vec{\Omega}(R_1/R) \wedge \vec{v}(M/R_1)$$

D'où la relation de composition des vecteurs accélération :

$$\boxed{\vec{\gamma}(M/R) = \vec{\gamma}_r + \vec{\gamma}_e + \vec{\gamma}_c}$$

Avec :

- $\vec{\gamma}(M/R) = \vec{\gamma}_a$: **accélération absolue,**
- $\vec{\gamma}_r = \vec{\gamma}(M/R_1)$: **accélération relative,**
- $\vec{\gamma}_e = \vec{\gamma}(P \in R_1/R)$: **accélération d'entraînement,**

$$= \vec{\gamma}(O_1 \in R_1/R) + \left.\frac{d\vec{\Omega}(R_1/R)}{dt}\right|_R \wedge \overrightarrow{O_1M} + \vec{\Omega}(R_1/R) \wedge \left(\vec{\Omega}(R_1/R) \wedge \overrightarrow{O_1M}\right)$$

- $\vec{\gamma}_c = 2\vec{\Omega}(R_1/R) \wedge \vec{v}(M/R_1)$: **accélération de Coriolis ou accélération complémentaire.**