Kapitel G

Elektrizitätslehre

"Donner ist gut und eindrucksvoll,
aber die Arbeit leistet der Blitz.„
- Mark Twain

Der Umgang mit Elektrizität ist heute so selbstverständlich, dass wir kaum darüber nachdenken. Vor 150 Jahren war das noch anders: Es gab kaum elektrisches Licht, keine Elektromotoren, kein Radio und kein Fernsehen. Obwohl die Elektrizität erst im 20. Jahrhundert vielfältige praktische Anwendungen fand, war sie schon in der Antike bekannt. Schon die Griechen bemerkten, dass Bernstein Federn und Stroh anzieht, wenn man ihn reibt. Das Wort Elektrizität stammt von *elektron*, dem griechischen Wort für Bernstein. Unter Elektrizität versteht man heute allgemein die Wirkungen und Erscheinungen, die mit elektrischen Ladungen und elektrischen Strömen zusammenhängen.

Mit Ausnahme der Schwerkraft haben alle Kräfte, die uns im Alltag begegnen, einen gemeinsamen Ursprung: den Elektromagnetismus. Wie das Wort schon sagt, setzt sich die elektromagnetische Kraft aus der elektrischen und der magnetischen Kraft zusammen. Diese beiden zunächst getrennt betrachteten Kräfte wurden von Maxwell[1] vereinigt. In der zweiten Hälfte des 19. Jahrhunderts konnte er zeigen, dass elektrische und magnetische Phänomene denselben Ursprung haben und zum Elektromagnetismus zusammengefasst werden können.


J. Maxwell
(1831-1879)

James Clerk Maxwell war ein schottischer Mathematiker und Physiker des 19. Jahrhunderts, der für seine wegweisenden Arbeiten auf dem Gebiet der Elektromagnetismus-Theorie bekannt ist. Ein weiterer bemerkenswerter Beitrag von Maxwell war seine Theorie der elektromagnetischen Wellen. Er postulierte, dass Licht eine elektromagnetische Welle ist und berechnete die Geschwindigkeit dieser Wellen, die mit der experimentell gemessenen Lichtgeschwindigkeit übereinstimmte. Diese Arbeit legte den Grundstein für die Entwicklung der modernen Physik und die Spezielle Relativitätstheorie von Albert Einstein.

Wenn Sie in der Lage wären, Differentialgleichungen zu lösen, könnte ich Ihnen die folgenden vier Gleichungen geben, die 1864 von Maxwell zusammengefasst wurden, und damit wäre die gesamte Theorie der Elektrodynamik abgedeckt:

$$\begin{aligned}
\vec{\nabla} \cdot \vec{E} &= \frac{\varrho}{\epsilon} \\
\vec{\nabla} \cdot \vec{B} &= 0 \\
\vec{\nabla} \times \vec{E} + \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} &= \vec{0} \\
\frac{1}{\mu}\vec{\nabla} \times \vec{B} - \epsilon\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} &= \vec{j}.
\end{aligned}$$

Dieses Kapitel über Elektrodynamik ist in fünf Unterkapitel unterteilt. Wie in den anderen Kapiteln beginnen wir mit der Statik, d.h. der *Elektrostatik*, dann mit der Dynamik, d.h. den *elektrischen Strömen*. Diesen Kapiteln folgt eine Einführung in den *Magnetismus*, um schliesslich mit dem *Wechselstromkreis* und den *elektromagnetischen Schwingungen und Wellen* abzuschliessen.

[1] James Clerk Maxwell (13. Juni 1831 in Edinburgh - 5. November 1879 in Cambridge) war ein schottischer Physiker.

1 Elektrostatik

Lernziele

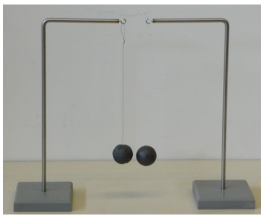
- Sie wissen, dass die Ladung eine neue Eigenschaft der Materie ist und dass diese nur in ganzzahligen Vielfachen einer sogenannten Elementarladung vorkommt.
- Sie sind in der Lage die Anzahl Elementarladungen in einem geladenen Körper zu bestimmen.
- Sie wissen, dass sich Ladung sowohl anziehen als auch abstossen kann.
- Sie verstehen das Phänomen der Influenz und können es anschaulich erklären.
- Sie kennen das Coulomb Gesetz und können es anwenden und zwar auch in etwas schwierigeren Situationen mit mehr als zwei Ladungen.
- Sie verstehen das Konzept des elektrischen Feldes und können es für einfache Ladungsverteilungen einzeichnen.
- Sie kennen die Definition der elektrischen Feldstärke und können diese an verschiedenen Punkten berechnen.
- Sie können ansatzweise den Satz von Gauss nachvollziehen.
- Sie können Probleme lösen, in den sich Ladungen innerhalb von elektrischen Felder bewegt.
- Sie verstehe die Definition der elektrischen Spannung und können daraus die Energieerhaltung ableiten.
- Sie kennen die neue Einheit der Energie, welche mit der Spannung und der Elementarladung verknüpft ist.
- Sie kennen die Definition der Kapazität und können diese auf den Plattenkondensator anwenden.
- Sie verstehen die Wirkungsweise eines Dielektrikums für einen Kondensator.

Die Elektrostatik befasst sich, wie der Name schon sagt, mit zeitlich unveränderlichen Erscheinungen. Dazu gehört der wichtige Begriff der *elektrischen Ladung* und das damit verbundene *Coulomb'sche Gesetz*. Weiterhin werden wir uns mit dem Begriff des *elektrischen Feldes* und der daraus abgeleiteten Definition der *Spannung* befassen. Als erste Anwendung wird abschliessend die *Kapazität* betrachtet.

1.1 Elektrische Ladung

Die elektrische Ladung ist wie die Masse eine fundamentale Eigenschaft der Materie. Die Frage nach der Natur der elektrischen Ladung kann bis heute nicht beantwortet werden (dasselbe gilt für die Masse). Man kann nur beschreiben, wie sich geladene Materie verhält. Das folgende Experiment soll zeigen, dass es nicht nur eine Art von Ladung gibt und wie sie sich verhält.

Exp. 1: Abstossung und Anziehung
Die elektrische Abstossung bzw. Anziehung lässt sich leicht demonstrieren. Dazu reibt man einen Plastikstab an einem Fell und berührt damit eine Styroporkugel, die an einem Faden frei schwingend aufgehängt ist (s. Abb.). Nun reiben wir den Plastikstab erneut mit dem Fell und berühren damit die zweite Kugel.



Man erkennt sehr schnell, dass sich die Kugeln abstossen. Da wir bisher keine Kraft kennen, die eine abstossende Wirkung hat, müssen wir von einem neuen Phänomen ausgehen. Im zweiten Versuch berühren wir die erste Kugel wieder mit dem Plastikstab, nachdem wir sie mit dem Fell gerieben haben. Die zweite Kugel berühren wir jedoch mit einem Glasstab, nachdem wir sie mit Seide abgerieben haben (siehe Abbildung).

Jetzt sehen wir, dass sich die Kugeln nicht mehr anziehen, sondern leicht abstossen. Wir haben also einen anderen Effekt bei sehr ähnlicher Ausgangssituation. Daraus lässt sich schliessen, dass wir es mit zwei Arten von Ladungen zu tun haben.[2]

Damit können wir eine neue Grösse definieren, die sich aus dem gesehenen Experiment ergibt.

Def. 1: *(Elektrische Ladung) Die elektrische Ladung q oder Q ist eine Eigenschaft eines Teilchens oder eines Körpers.*

Die Einheit der elektrischen Ladung ist: $[Q] = \mathrm{C}$, wobei C für Coulomb steht und nach dem Physiker Charles Augustin de Coulomb[3] benannt ist.

C. Coulomb (1736-1806)

Coulomb formulierte das nach ihm benannte Coulombsche Gesetz, das die elektrostatische Kraft zwischen geladenen Teilchen beschreibt (siehe später in diesem Abschnitt). Er trug auch zur Entwicklung der Ingenieurwissenschaften bei, indem er sich mit elastischen Materialien und Reibung beschäftigte. Seine wegweisenden Arbeiten in der Physik haben einen bleibenden Einfluss auf das Verständnis elektrostatischer Phänomene und die Anwendung in verschiedenen Bereichen der Wissenschaft hinterlassen.

Robert A. Millikan, ein amerikanischer Physiker des 20. Jahrhunderts, ist vor allem für das Millikan-Öltröpfchen-Experiment bekannt. Dieses bahnbrechende Experiment ermöglichte die genaue Bestimmung der Elementarladung und bestätigte die Quantisierung elektrischer Ladungen. Millikan erhielt 1923 den Nobelpreis für Physik für seine präzisen Arbeiten zur Bestimmung der Elementarladung und seiner Beiträge zum Verständnis der Natur der Elektrizität. Sein Experiment legte den Grundstein für das Verständnis der grundlegenden Bausteine der Elektrizität auf subatomarer Ebene.

R. Millikan (1868-1953)

Millikan zeigte damit, dass in der Natur alle Ladungsmengen als ganzzahlige vielfache einer Elementarladung auftreten, es gilt:

Ges. 1: *(Elementarladung) Jede Ladung Q ist ein ganzzahliges Vielfaches N der Elementarladung e, d. h.*

$$\boxed{Q = N \cdot e,}$$

wobei $N \in \mathbb{Z}$[4] und $e \approx 1.6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}$ sind.

Lösen wir die folgende Clicker-Frage zu dieser Definition: Clicker: Was ist N für ein Elektron?.

Wie Sie sicher im Chemieunterricht gelernt haben, besteht Materie aus Atomen, die elektrisch neutral sind. Jedes Atom enthält einen kleinen Kern aus Protonen und Neutronen und eine der Anzahl der Protonen entsprechende Anzahl von Elektronen, die den Kern in relativ grossen Abständen umgeben. Die Anzahl der Protonen im Kern wird als Ordnungszahl Z des jeweiligen Elements bezeichnet. Protonen sind positiv geladen, Elektronen sind negativ geladen und Neutronen sind elektrisch neutral. Obwohl ein Proton etwa die 2000fache Masse eines Elektrons besitzt, haben beide genau die gleiche Ladung, allerdings mit entgegengesetztem Vorzeichen. Die Ladung des Protons ist $+e$, die des Elektrons $-e$.

Wir haben auch gesehen, dass sich die Kugeln gegenseitig anziehen und abstossen. Daraus ergibt sich folgendes Gesetz

[2] Durch Reibung eines Glas- oder Plexiglasstabs wird positive Ladung erzeugt. Durch Reibung auf einem Hartz- oder Gummistabwird negative Ladung erzeugt.

[3] Charles Augustin de Coulomb (14. Juni 1736 in Angoulême - 23. August 1806 in Paris) war ein französischer Physiker und begründete die Elektrostatik sowie die Magnetostatik.

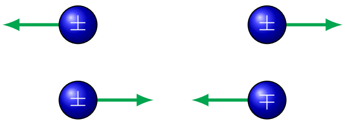
[4] Strenggenommen müsste man die Menge der rationalen Zahlen nehmen, da Quarks eine Ladung haben, welche $\frac{1}{3}$ oder $\frac{2}{3}$ ist. Doch da in der Natur diese Ladung nicht realisiert wird, können wir getrost die ganzen Zahlen betrachten.

Ges. 2: *(Anziehung resp. Abstossung) Positive Ladungen und Negative Ladungen stossen sich jeweils ab. Entgegengesetzte Ladungen ziehen sich an.*

Wenn wir das Coulomb-Gesetz diskutieren, brauchen wir dieses Gesetz nicht mehr, da es darin enthalten ist. Zur Veranschaulichung dieses Gesetzes soll die folgende Skizze dienen:

Abstossung:

Anziehung:



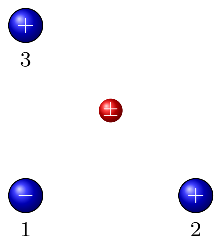
Betrachten wir zum einen ein Beispiel für die Ladungsmenge und zum anderen ein Beispiel für die Ladungsbewegung.

Bsp. i.
Wie gross ist die Ladung, falls man alle Elektronen einer 3 g Kupfer Münze verwenden würde? Lsg: –

Lösung:

Dies ist eine sehr grosse Ladung. Im Allgemeinen sind die Ladungen viel kleiner und eher im Milli- oder Mikro-Bereich. Nun zum nächsten Beispiel.

Bsp. ii.
Betrachten wir vier gleich grosse Ladungen, von denen drei in den Ecken eines gleichschenkligen rechtwinkligen Dreiecks fest verankert sind. Die vierte Ladung (eine sogenannte *Probe*) ist beweglich und wird in der Mitte der Hypotenuse positioniert.

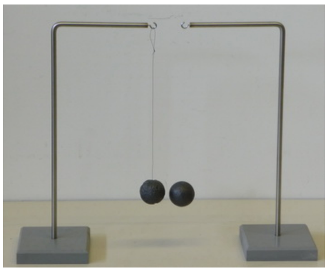


In welche Richtung bewegt sich die Probeladung, wenn diese a) positiv und b) negativ ist? Die anderen Ladungen sind gemäss der Abbildung verteilt. Lsg: –

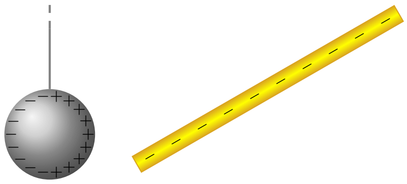
Lösung:

Damit haben wir gezeigt, dass Ladung sowohl anziehend als auch abstossend wirken kann. Da aber alle Körper aus Atomen bestehen und diese ebenfalls eine Ladung besitzen, kann auch ohne Ladungsübertragung eine resultierende Kraft entstehen. Diese Eigenschaft wird *Influenz* genannt und soll im folgenden Experiment gezeigt werden.

Exp. 2: Influenz
Influenza lässt sich leicht nachweisen. Dazu reibt man einen Plastikstab an einem Fell und kommt so nahe wie möglich an die Styroporkugel heran, ohne sie zu berühren (siehe Abb.).



Man sieht, dass die Kugel angezogen wird. Das Gleiche kann mit dem Harzstab und der Seide wiederholt werden und auch damit wird die Kugel angezogen. Wie ist das möglich? Dazu müssen wir uns die Situation etwas genauer anschauen und die Belastungen einzeichnen. Nehmen wir den Fall des Kunststoffstabes:



In diesem Bild sehen wir genau, was passiert, die freien Ladungen in der Kugel wandern nach rechts innerhalb der Kugel. Dadurch entsteht auf der einen Seite ein Überschuss an negativer Ladung und auf der anderen Seite ein Überschuss an positiver Ladung. Die Kugel ist also nicht mehr elektrisch neutral.

Funktioniert es mit jedem Material? Warum funktioniert dieses Experiment nicht mit einer Holzkugel? Die Antwort liegt auf der Hand. Eine Holzkugel besteht auch aus Elektronen und Protonen, aber die Elektronen sind nicht frei beweglich. Damit haben wir implizit bereits eine mögliche Definition eines Leiters formuliert.

Def. 2: *(Leiter) Ein elektrischer Leiter ist ein Material mit frei beweglichen Elektronen.*

Es gibt viele Materialien, die elektrisch leitfähig sind. Ein sehr häufig verwendeter Leiter ist Kupfer. Bei Kupfer sind durchschnittlich 1.5 Elektronen eines Kupferatoms an der Bewegung bzw. Verschiebung beteiligt.

Beschreibe den Aufbau eines sehr einfachen Experiments, mit dem man eine Kugel elektrisch aufladen kann, ohne sie mit einem geladenen Stab zu berühren.

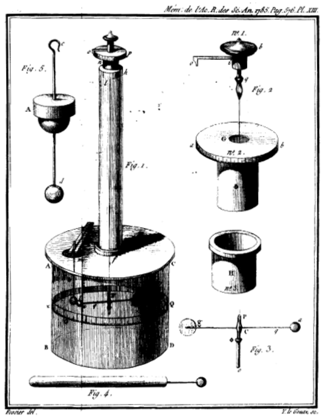
Die Ladung ist eine sehr grundlegende physikalische Grösse. Das Reiben eines Stabes erzeugt keine Ladung, sondern verschiebt sie nur. Ladung kann weder erzeugt noch vernichtet werden. Die elektrische Ladung bleibt erhalten. Dies ist die sogenannte *Ladungserhaltung*, ein Naturgesetz, das noch wichtiger ist als die Massenerhaltung. Diese ist nach der Speziellen Relativitätstheorie nicht mehr erhalten.

Nachdem wir nun das Verhalten von Ladungen etwas qualitativ betrachtet haben, wollen wir nun die daraus resultierenden Kräfte quantitativ untersuchen.

1.2 Coulomb Gesetz

Nachdem wir in der Mechanik viele Kräfte kennengelernt haben, wie z.B. die Reibungskraft, die Seilkraft oder die Normalkraft, und davon gesprochen haben, dass es sich im Grunde um eine elektromagnetische Kraft handelt, ist es nun höchste Zeit, diese Kraft kennenzulernen. Coulomb hat dieses Gesetz bereits 1785 entdeckt und in vielen

Experimenten mit einer Torsionswaage bestätigt. Die Funktionsweise ist der Torsionswaage von Cavendish sehr ähnlich. Ein historisches Bild der Coulomb-Torsionswaage aus [45] ist hier abgebildet.



Wir haben ein sehr ähnliches Experiment in der Sammlung, das wir nun zur Herleitung des Gesetzes verwenden wollen.

Exp. 3: Coulomb Gesetz
Auch bei diesem Experiment verwenden wir eine Torsionswaage. Um die Drehung quantitativ messen zu können, verwenden wir zusätzlich (vgl. Cavendish-Experiment) einen Laserstrahl und einen kleinen Spiegel, der die Drehung auf eine entfernte Wand projiziert. Die Kraft wird durch die Abstossung zweier geladener Kugeln erzeugt, von denen eine fest verankert und die andere mit der Torsionswaage verbunden ist (siehe Abbildung).

Wir gehen davon aus, dass die Kraft nur von zwei Grössen abhängt. Zum einen vom Abstand zwischen den Ladungen und zum anderen von der Grösse der Ladung. Um beide Abhängigkeiten zu finden, variieren wir die eine und behalten die andere bei. Dazu verwenden wir die folgende Tabelle, in der die letzte Spalte den Abstand des Laserpunktes auf der Skala angibt. Es ist klar, dass je grösser dieser Abstand ist, desto grösser ist die Kraft und somit ist der Wert in dieser Spalte proportional zur Coulombkraft.

	Ladung		Abstand	Lichtpunkt
Messung	Q_1	Q_2	r_{12} [cm]	s [dm]
		Nullpunkt		
	0	0	10	0
		Variation des Abstandes		
I	Q	Q	10	20
II	Q	Q	14.1	$9-11$
III	Q	Q	20	$4-6$
		Variation der Ladung		
IV	Q	Q	10	20
V	Q	$Q/2$	10	$9-11$
VI	$Q/2$	$Q/2$	10	$4-6$

Betrachten wir zunächst die Abstandsänderung, so stellen wir fest, dass Kraft und Abstand umgekehrt proportional sind, d.h. es gilt:

$$F \sim \frac{1}{r_{12}^{\alpha}}, \qquad \text{mit } Q \text{ konstant.}$$

Eine Vergrösserung des Abstandes um den Faktor $\sqrt{2}$ führt zu einer Halbierung und eine Verdoppelung des Abstandes zu einer Vervierfachung der Kraft. Daraus folgt unmittelbar, dass $\alpha = 2$ sein muss.

Betrachten wir nun die Veränderung der Ladung. Wir sehen, dass Kraft und Ladung proportional sind, d.h. es gilt

$$F \sim (Q_1 Q_2)^{\beta}, \qquad \text{mit } r \text{ konstant.}$$

Betrachten wir kurz, warum die Ladungen multipliziert werden. Bei der Messung IV können wir die Subtraktion und die Division ausschliessen. Es bleibt die Addition der beiden Ladungen als weitere Möglichkeit. Dies führt aber zu einem Widerspruch mit den Messungen IV - VI. Wir erkennen aus den Messungen und mit dem Ansatz der Multiplikation der beiden Ladungen, dass $\beta = 1$ sein muss. Damit ergibt sich für die Coulomb-Kraft folgende Abhängigkeit

$$F \sim \frac{Q_1 Q_2}{r_{12}^2}.$$

Um aus dieser Proportionalitätsbeziehung eine Gleichung zu erhalten, benötigen wir noch einen Proportionalitätsfaktor. Wir nennen ihn hier k für Konstante und schreiben damit die Coulomb-Kraft F_C:

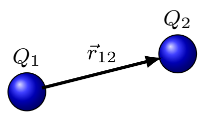
$$F_\mathrm{C} = k \frac{|Q_1 Q_2|}{r_{12}^2}.$$

Historisch bedingt, findet man für k den Ausdruck

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \approx 9 \cdot 10^9 \,\mathrm{N\,m^2/C^2},$$

mit $\epsilon_0 \approx 8.9 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{C^2}/(N\,\mathrm{m^2})$ die *elektrische Feldkonstante*. Daraus folgt, dass das Coulomb eine sehr grosse Ladung ist. Man beachte, dass die abstossende Kraft zwischen zwei gleichnamigen Ladungen von je $1\,\mathrm{C}$ in einem Abstand von $1\,\mathrm{m}$ $9 \cdot 10^9\,\mathrm{N}$ wäre.

Wir können nun das Coulombgesetz formulieren. Dazu betrachten wir die folgende Skizze:

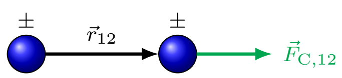


Ges. 3: *(Coulomb-Gesetz) Die Kraft $\vec{F}_{\mathrm{C},12}$, welche zwischen zwei punktförmigen Ladungen Q_1 und Q_2 im Abstand $\vec{r}_{12}$ wirkt, ist*

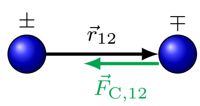
$$\boxed{\vec{F}_{\mathrm{C},12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q_1 Q_2}{r_{12}^2} \cdot \frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}},}$$

wobei $r_{12} = |\vec{r}_{12}|$ ist.

Wir haben oben gesehen, dass die Coulombkraft sowohl anziehend als auch abstossend wirken kann. Aber wie kann man das in der Formel erkennen? Dazu müssen wir den Abstand $\vec{r}_{12}$ und die Ladungen Q_1 und Q_2 betrachten. Sind die Ladungen beide positiv oder beide negativ, dann zeigt die Kraft $\vec{F}_{\mathrm{C},12}$, d.h. die Kraft, die von der Ladung Q_1 auf die Ladung Q_2 wirkt, in die gleiche Richtung wie $\vec{r}_{12}$, also



Sind die Ladungen Q_1 und Q_2 entgegengesetzt geladen, d.h. die eine positiv, die andere negativ, so zeigt die Kraft $\vec{F}_{\mathrm{C},12}$ in die entgegengesetzte Richtung von $\vec{r}_{12}$, also in $-\vec{r}_{12}$. Das Minus ergibt sich jedoch aus dem Produkt $Q_1 Q_2$.



Bevor wir uns die Formel genauer ansehen, wollen wir uns ein einfaches Rechenbeispiel ansehen.

Bsp. iii.
Zwei Ladungen von je $0.05\,\mu$C wirken in einem Abstand von 10 cm aufeinander. a) Wie gross ist die Kraft zwischen beiden Ladungen? b) Aus wie vielen Elementarladungen besteht jede der betrachteten Ladungen?
Lsg: a) $F_\mathrm{C} \approx 2.3\,\mathrm{mN}$, b) $N \approx 3.1 \cdot 10^{11}$

Lösung:

Man beachte die Ähnlichkeit zwischen dem Coulomb Gesetz und dem Gravitationsgesetz von Newton. Beide Formel haben die gleiche Form:

$$\vec{F}_{\mathrm{C},12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q_1 Q_2}{r_{12}^2} \cdot \frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}} \quad \text{und} \quad \vec{F}_{\mathrm{G},12} = -G \cdot \frac{m_1 m_2}{r_{12}^2} \cdot \frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}}.$$

Die Kräfte sind jeweils umgekehrt proportional zum Quadrat des Abstandes und proportional zur allgemeinen Ladung der jeweiligen Kraft[5]. Im Gegensatz zur Coulomb Kraft ist die Gravitationskraft immer anziehend, daher auch das Minus vor dem Term.

Im folgenden Beispiel soll die Beziehung zwischen diesen beiden Kräften für Teilchen wie Protonen und Elektronen berechnet werden.

Bsp. iv.
Wir gross ist das Verhältnis der Gravitationskraft und der Coulombkraft $F_\mathrm{C}/F_\mathrm{G}$ für a) zwei Protonen und b) zwei Elektronen.
Lsg: a) $\frac{F_\mathrm{C}}{F_\mathrm{G}} \approx 1.2 \cdot 10^{36}$, b) $\frac{F_\mathrm{C}}{F_\mathrm{G}} \approx 4.2 \cdot 10^{42}$

Lösung:

Nun stellt sich aber die Frage, wieso halten Atome überhaupt zusammen?

Im Kern sitzen viele Protonen auf engstem Raum zusammen und stossen sich ab. Warum fliegt das Atom nicht auseinander?

Wir sehen also, dass die Gravitationskraft viel kleiner ist als die Coulombkraft. Daher können wir in den meisten Anwendungen, in denen die Ladung nicht unverhältnismässig klein und die Masse nicht sehr gross ist, die

[5] Ladung ist im Grunde ein allgemeiner Begriff, für die Ursache einer Kraft. Ob das die elektrische Kraft mit der elektrischen Ladung oder die schwache Kraft mit der schwachen Ladung ist, spielt keine Rolle. Man spricht immer von Ladung.

Gravitationskraft vernachlässigen. Bevor wir uns etwas komplizierteren Beispielen zuwenden, hier eine Liste mit einigen Ladungsgrössen für verschiedene Körper.

Körper	el. Ladung Q
Elektron resp. Proton	$-e \approx -1.6 \cdot 10^{-19}$ C resp. $+e$
Elektrostatischer Schulversuch	$\pm 10^{-7}$ C
Kondensatoren	$\pm 10^{-12} \cdots \pm 10^{4}$ C
Blitz	$1 \ldots 10$ C
Erdoberfläche	$-9 \cdot 10^{5}$ C

Betrachten wir nun zwei etwas komplexere Beispiele. Sie sollen, wie so oft, exemplarisch gelöst werden und als Musteraufgaben dienen.

Bsp. v.
Lernbeispiel
Nach diesem Lernbeispiel können Sie elektrostatische Probleme lösen. Meist geht es darum, die Kraft mehrerer Ladungen auf eine sogenannte Probeladung zu bestimmen. Folgen Sie den Anweisungen Schritt für Schritt:

- Fertigen Sie für folgende Situation eine Skizze an:
  Die Ladung $q_1 = +25\,\text{nC}$ befinde sich im Ursprung, die Ladung $q_2 = -15\,\text{nC}$ sei auf der x-Achse bei $x = 2\,\text{m}$, und die Probeladung $q_0 = +20\,\text{nC}$ liegt im Punkt $x = 2\,\text{m}$ und $y = 2\,\text{m}$.
- Beschriften Sie die Ladungen, indem Sie die Präfixe als Zehnerpotenzen aufschreiben.
- Zeichnen Sie alle Kräfte (also $\vec{F}_{10}$ und $\vec{F}_{20}$), die auf die Probeladung q_0 wirken, in die Skizze ein.
- Geben Sie die resultierende Kraft in x-Richtung und die resultierende Kraft in y-Richtung für die Probeladung an.
- Bestimmen Sie den Betrag der beiden Kräfte F_{10} und F_{20}.
- Berechnen Sie nun die resultierende Kraft in x-Richtung und die resultierende Kraft in y-Richtung.
- Die resultierende Kraft auf die Probeladung lässt sich nun mit Hilfe des Satzes von Pythagoras bestimmen.
- Die Richtung der resultierenden Kraft lässt sich mit Hilfe des Tangens bestimmen.

Lsg: $F_{\text{res}} \approx 4.8 \cdot 10^{-7}\,\text{N}$, $\theta \approx -35°$

Lösung:

Jetzt suchen wir nicht mehr nach einer Kraft, sondern nach einer Position, und diese Art von Aufgabe führt zu einer quadratischen Gleichung.

Bsp. vi.
Betrachten wir zwei Ladungen $q_1 = 2\,\mu\text{C}$ und $q_2 = 3\,\mu\text{C}$. Nehmen wir an, dass diese Ladungen nicht verschoben werden können und einen Abstand von $1\,\text{m}$ haben. Wo müssen Sie eine Ladung $q_0 = -1\,\mu\text{C}$ positionieren, damit auf sie keine resultierende Kraft wirkt?

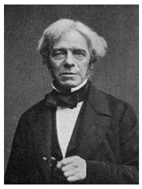
Lsg: $x_2 \approx 0.45\,\text{m}$

Lösung:

Man beachte, dass die Lösung des Beispiels unabhängig von der Ladung q_0 ist. Dies kann verallgemeinert werden und führt zum Konzept des elektrischen Feldes, das im nächsten Abschnitt eingeführt wird.

1.3 Elektrisches Feld

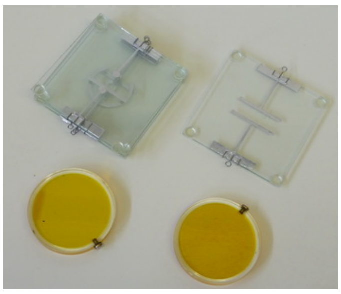
Wir haben den Feldbegriff zum ersten Mal in der Mechanik eingeführt, als es um das Gravitationsfeld ging. Der Feldbegriff hat eine sehr tiefe physikalische Bedeutung. Bleiben wir kurz in der Mechanik und stellen uns folgende Situation vor. Zwei Körper befinden sich am Rande des Universums, nichts in der Nähe, was dieses System beeinflussen könnte. Nun bewegt sich der eine Körper auf den anderen zu. Was geschieht mit dem anderen Körper? Da die Kraft auf den anderen Körper grösser wird, wird er stärker angezogen und bewegt sich ebenfalls auf den ersten zu. Aber woher weiss der zweite Körper, dass der erste sich auf ihn zu bewegt und dass er sich jetzt bewegen muss? Die Antwort kann mit Hilfe des Gravitationsfeldes gegeben werden. Da das Gravitationsfeld auf jede Veränderung der Masse reagiert, verändert sich das Feld bei der zweiten Masse durch die Bewegung der ersten Masse. Man könnte meinen, dies sei ein Henne-Ei-Problem. Aber das ist es nicht! Denn das Gravitationsfeld ist kein abstrakter Begriff, sondern real. Es existiert! Genauso verhält es sich mit dem elektrischen Feld.

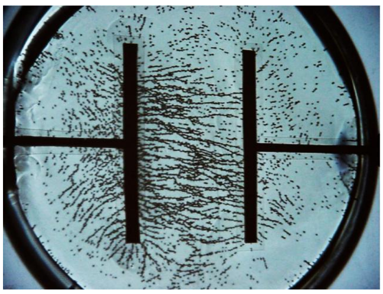


M. Faraday (1791-1867)

Michael Faraday[6] wuchs in einfachen Verhältnissen auf und machte eine Ausbildung zum Buchbinder. Dabei las er die naturwissenschaftlichen Bücher, die er band, und entdeckte so sein Interesse für die Physik. Er wurde als wissenschaftlicher Assistent angestellt und erwies sich als äusserst begabt und geschickt. Schnell erkannte man Faradays Talent und liess ihn immer öfter selbst Experimente durchführen. Unter anderem entdeckte er, dass eine Ladung ein sogenanntes Feld erzeugt, das die Richtung der Kraft auf dem Weg zur gegenüberliegenden Ladung anzeigt. Der Feldbegriff war geboren. Ein ganz ähnlicher Versuch soll nun gezeigt werden.

Exp. 4: Elektrische Felder
Mit diesen sechs Platten mit verschiedenen Leiteranordnungen und der Dose mit Hartweizengrieskörnern in Mineralöl (vgl. Abb. links) können die Feldlinien sichtbar gemacht werden (vgl. Abb. mitte).





[6] Michael Faraday (22. September 1791 in Newington, Surrey - 25. August 1867 in Hampton Court Green, Middlesex) war ein englischer Naturforscher, der als einer der bedeutendsten Experimentalphysiker gilt. Faradays Entdeckungen der elektromagnetischen Rotation und der elektromagnetischen Induktion legten den Grundstein für die Entwicklung der Elektroindustrie.

Zur Erzeugung der Feldlinien werden die Platten auf den Hellraumprojektor gelegt und an die Influenzmaschine angeschlossen (siehe Abb. rechts). Dabei wird ein Pol positiv und der andere negativ geladen.

Das Feldbild entsteht dadurch, dass sich die Hartweizenkörner, die sich wie kleine Dipole verhalten, durch die Influenz ausrichten. An jedem Punkt der Dose wirkt eine Kraft, die durch das elektrische Feld induziert wird.

Nachdem wir nun einige solcher Bilder gesehen haben, fassen wir die Gesetzmässigkeiten zusammen.

Das elektrische Feld kann ähnlich wie das Gravitationsfeld durch Feldlinien dargestellt werden. Für die Feldlinien gelten folgende Regeln

– Die Dichte der Feldlinien ist direkt proportional zur Feldstärke.

– Die Richtung der Feldlinien gibt die Richtung des elektrischen Feldes $\vec{E}$ an. Das elektrische Feld zeigt immer von einer positiven Ladung weg und zu einer negativen Ladung hin. $+ \longrightarrow -$.

– Die elektrischen Feldlinien stehen immer senkrecht auf einem Leiter.

– Feldlinien schneiden sich nie.

Um diese Regeln ein wenig zu üben, zeichnen wir einige elektrische Felder für bestimmte Ladungsverteilungen.

Bsp. vii.
Zeichen Sie das elektrische Feld a) für eine positive und eine negative Ladung, b) für zwei gleich grosse, positive Ladungen in einem bestimmten Abstand, der nicht zu klein sein soll und c) für eine positive Ladung und unterhalb der Ladung einen metallischen Leiter. Lsg: –

Lösung:

Das Bild der Feldlinien kann natürlich beliebig kompliziert werden und ist ohne Hilfe eines Computers kaum zu bewältigen.

Nachdem wir die Feldlinien verstanden haben, können wir nun die elektrische Feldstärke definieren. Es gilt:

Def. 3: *(Elektrische Feldstärke) Die elektrische Feldstärke $\vec{E}$ an einem Punkt P des Raumes ist durch*

$$\boxed{\vec{E} = \frac{\vec{F}_\mathrm{C}}{q_0}}$$

gegeben. $\vec{F}_\mathrm{C}$ ist die Coulomb-Kraft, welche auf eine Probeladung q_0 in P wirkt.

Die Einheit der elektrischen Feldstärke resp. des elektrischen Feldes ist: $[E] = \mathrm{N/C}$. Beachten Sie, dass zwischen Feldstärke und Feld unterschieden wird. Es gilt:

Def. 4: *(Elektrische Feld) Das elektrische Feld ist die Vereinigung aller Feldstärkevektoren in einem Raumbereich.*

Bsp. viii.
Sei eine Ladung $Q > 0$ gegeben. a) Bestimmen Sie die elektrische Feldstärke am Punkt P im Abstand r im Betrag und als Vektor und b) zeichnen Sie das elektrische Feld. Lsg: –

Lösung:

Carl Friedrich Gauss hat einen mathematischen Satz bewiesen, der es erlaubt, das elektrische Feld auch für etwas kompliziertere Ladungsverteilungen zu berechnen.

1.3.1 Satz von Gauss

Bevor wir den Satz von Gauss formulieren und Beispiele betrachten können, müssen wir eine neue Grösse einführen: den elektrischen Fluss.

Def. 5: *(Elektrische Fluss) Der elektrische Fluss Φ_{el} für ein elektrisches Feld $\vec{E}$, welches durch eine Fläche $\vec{A}$ geht, ist*

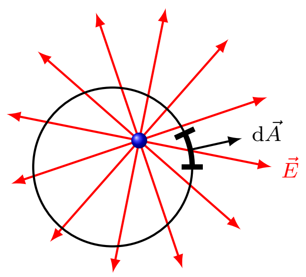
$$\boxed{\Phi_{\text{el}} = \vec{E} \cdot \vec{A}.}$$

wobei der Flächenvektor stets senkrecht auf der Fläche steht und nach aussen zeigt.

Wie so oft ist dies nur eine Näherung für ein konstantes elektrisches Feld. Die exakte Definition lautet:

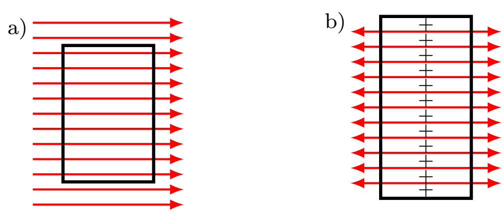
$$\Phi_{\text{el}} = \int\limits_{\text{A}} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{A}.$$

Zur Veranschaulichung dieser Definition betrachten wir eine Punktladung innerhalb einer Kugelschale.



Dieses Bild zeigt, dass das elektrische Feld und der Oberflächenvektor nicht immer parallel sein müssen. Man beachte auch, dass der Oberflächenvektor immer senkrecht auf der Oberfläche steht und nach aussen zeigt. Betrachten wir nun ein einfacheres Beispiel:

Bsp. ix.
Sei ein homogenes elektrisches Feld $\vec{E}$ in horizontaler Richtung gegeben und ein Quader mit der Mantelfläche A.



Bestimmen Sie den Fluss Φ durch diese Fläche für die Situation a) und für die Situation b). (Skizze im Querschnitt).

Lsg: a) $\Phi_{\text{el}} = 0$, b) $\Phi_{\text{el}} = 2EA_2$

Lösung:

Dieser Zusammenhang zwischen dem Fluss durch eine geschlossene Oberfläche und der Ladung im Inneren ist als *Gaussscher Satz* bekannt.

Satz 1: *(Satz von Gauss) Der elektrische Fluss Φ_{el} durch eine geschlossene Oberfläche A hängt weder von der Form der Oberfläche noch von der Ladungsverteilung im Innern ab, sondern einzig von der Gesamtladung Q innerhalb der Fläche.*

$$\boxed{\Phi_{\text{el}} = \oint\limits_{\text{A}} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{A} = \frac{Q}{\epsilon_0}.}$$

Im Grunde genommen ist der Satz von Gauss ein mathematischer Satz und hat nichts mit der Elektrostatik zu tun[7]. Was wir hier als Satz von Gauss formulieren ist im Grunde eines der Maxwellschen Gesetze[8].

Betrachten wir noch zwei Beispiele, die demonstrieren sollen, wie einfach und nützlich der Satz von Gauss ist.

Bsp. x.
Bestimmen Sie für eine Punktladung Q das elektrische Feld. Lsg: –

Lösung:

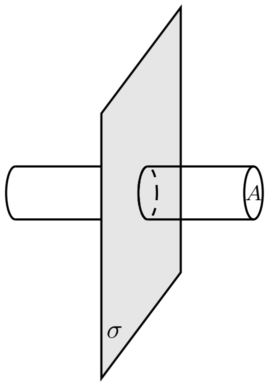
Wir bestimmen nun das elektrische Feld einer geladenen Platte. Dieses Ergebnis benötigen wir später, um das Feld eines Plattenkondensators zu bestimmen.

Bsp. xi.
Bestimmen Sie das elektrische Feld von einer unendlich ausgedehnten geladenen Leiterplatte.

[7] Die mathematische Formulierung des Satzes lautet: Für ein Vektorfeld $F(x)$ innerhalb eines Volumens V mit der Oberfläche $S = \partial V$ gilt:

$$\int_{\text{V}} \operatorname{div} \vec{F} \, \mathrm{d}V = \oint_{\text{S}} \vec{F} \cdot \mathrm{d}\vec{S}.$$

[8] Es handelt sich hierbei um eine äquivalente Formulierung des 1. Maxwellschen Gesetz: $\operatorname{div} \vec{D} = \frac{\varrho}{\epsilon_0}$.



Tipp: Verwenden Sie als Fläche einen Zylinder, der senkrecht durch die Fläche hindurch geht. Lsg: –

Lösung:

Nachdem wir gesehen haben, dass wir elektrische Felder mit Hilfe des Satzes von Gauss etwas einfacher bestimmen können, betrachten wir nun eine Ladung, die sich in einem gegebenen elektrischen Feld bewegt.

1.3.2 Bewegung im elektrischen Feld

Wenn eine Ladung in ein elektrisches Feld gebracht wird, wird sie beschleunigt. Das liegt daran, dass das elektrische Feld an einem bestimmten Ort eine bestimmte Stärke hat, die zu einer elektrischen Kraft auf die Ladung führt. Aus der Definition der elektrischen Feldstärke ergibt sich

Ges. 4: *(Elektrische Kraft) Die elektrische Kraft $\vec{F}_{\text{el}}$ auf eine Ladung q durch die elektrische Feldstärke $\vec{E}$ ist:*

$$\boxed{\vec{F}_{\text{el}} = q\vec{E}.}$$

Beachten Sie, dass die Kraft parallel zum elektrischen Feld zeigt, falls die Ladung positiv ist und antiparallel, falls die Ladung negativ ist.

Daraus lässt sich eine allgemeine elektrische Beschleunigung $\vec{a}_{\text{el}}$ herleiten, welche eine Ladung q mit der Masse m in einem elektrischen Feld mit der Feldstärke $\vec{E}$ erfährt. Es gilt, sofern nur die elektrische Kraft wirkt:

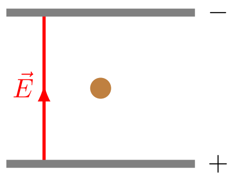
$$\vec{F}_{\text{res}} = \vec{F}_{\text{el}} = m\vec{a} \quad \Rightarrow \quad q\vec{E} = m\vec{a}.$$

Damit gilt:

$$\boxed{\vec{a}_{\text{el}} = \frac{q}{m}\vec{E}.}$$

Wir sind nun in der Lage, ein berühmtes Experiment, das sogenannte Millikan-Experiment, nachzuvollziehen. Um das Experiment nachvollziehen zu können, müssen wir es etwas vereinfachen.

Exp. 5: Millikan-Versuch
Man nehme ein homogenes elektrisches Feld $\vec{E}$ zwischen zwei horizontalen Platten. Das Feld zeigt nach oben. Zwischen die Platten wird mit einem Zerstäuber Öl gesprüht. Da die Tröpfchen sehr klein sind, reicht die Reibung untereinander und mit der Luft aus, um sich elektrisch aufzuladen. Bei einem Tropfen sieht das Bild so aus:



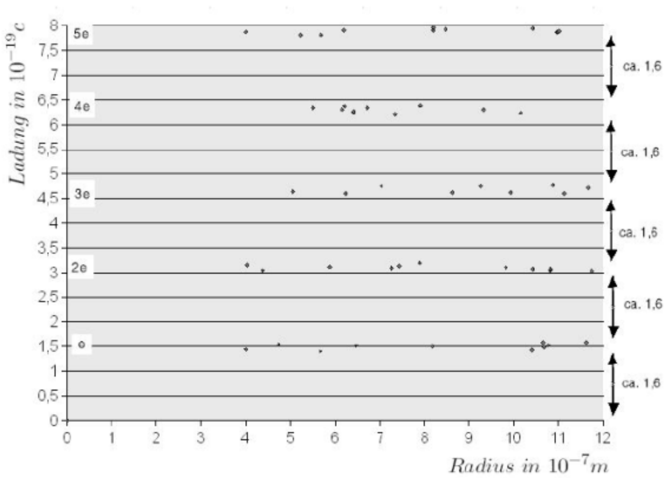
Auf den Tropfen wirkt die Schwerkraft, der Auftrieb und die elektrische Kraft. Angenommen Millikan hätte den Schwebezustand messen können, gilt:

$$F_{\mathrm{res}} = F_{\mathrm{A}} + F_{\mathrm{el}} - F_{\mathrm{g}} = 0 \quad \Rightarrow \quad \varrho_{\mathrm{L}} g V + qE = \varrho_{\mathrm{K}} V g.$$

Damit ist die Ladung q:

$$q = \frac{(\varrho_{\mathrm{Oel}} - \varrho_{\mathrm{L}}) V g}{E}.$$

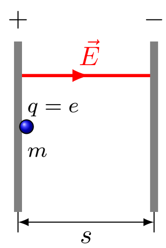
Daran erkennen wir, dass die Ladung proportional zum Volumen und umgekehrt proportional zum elektrischen Feld ist. Durch Messung des elektrischen Feldes und der Grösse der Tropfen erhielt Millikan folgendes Resultat:



Man beachte, dass die Messpunkte alle auf einer bestimmten Höhe liegen und dass zwischen den Höhen regelmässige Sprünge auftreten. Dies zeigt zum einen, dass die Ladung quantisiert ist und zum anderen, welchen Wert die kleinste Ladung hat.

Betrachten wir noch zwei Beispiele, bei denen eine Ladung zwischen zwei gegenüberliegenden Platten beschleunigt wird.

Bsp. xii.
Betrachten Sie folgende Situation, bei der ein Proton sich von der positiven Platte löst und durch das elektrische Feld zur anderen Platte hin beschleunigt wird.

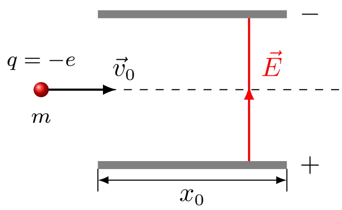


a) Bestimmen Sie seine Endgeschwindigkeit und b) leiten Sie die Energieerhaltungsgleichung her. Lsg: –

Lösung:

Das folgende Beispiel dient als Grundlage für das Verständnis der Kathodenstrahlröhre und damit der alten Röhrenfernseher.

Bsp. xiii.
Wir betrachten wieder zwei geladene horizontale Platten, welche eine Länge x_0 haben und ein Elektron, welches von links zwischen durch die Platten fliegt.



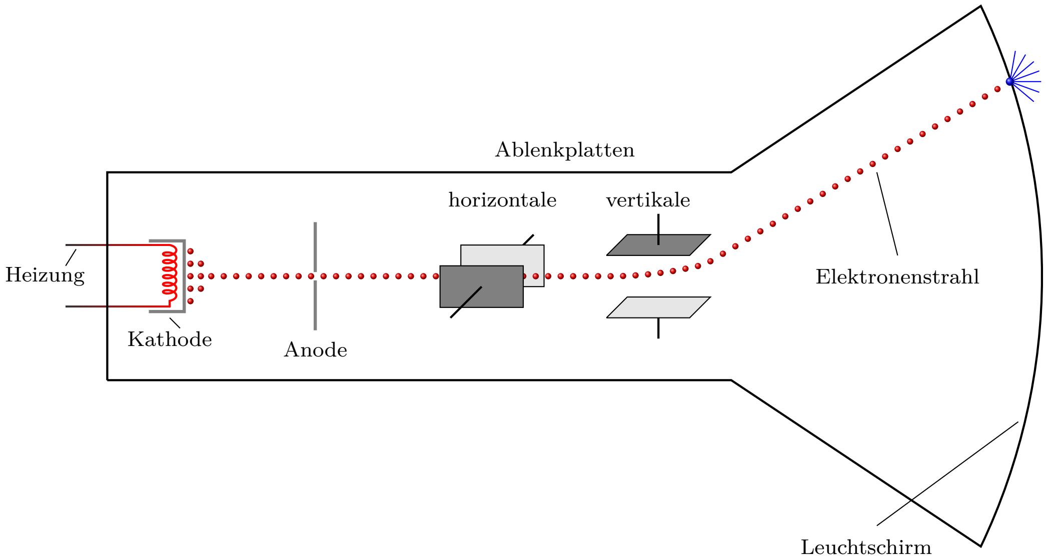
Bestimmen Sie die vertikale Ablenkung in Abhängigkeit der gegebenen Grössen, kurz nachdem das Elektron die Platten durchflogen hat.
Lsg: –

Lösung:

Ein wichtiges Experiment in diesem Zusammenhang ist, wie bereits erwähnt, die Kathodenstrahlröhre[9]. Diese soll nun etwas näher betrachtet werden.

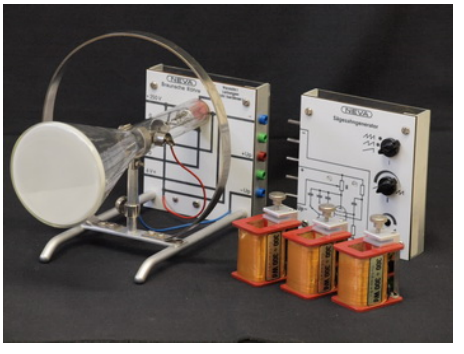
Exp. 6: Kathodenstrahlröhre
Die Kathodenstrahlröhre besteht aus einer Heizung, welche die Kathode erhitzt, aus einer Anode, welche die austretenden Elektronen beschleunigt, aus zwei Ablenkplatten, welche die Elektronen auf das gewünschte Ziel lenken und einen Leuchtschirm, der durch das Auftreffen der Elektronen aufleuchtet (vgl. Abb.).

[9] Auch Braunsche Röhre genannt.

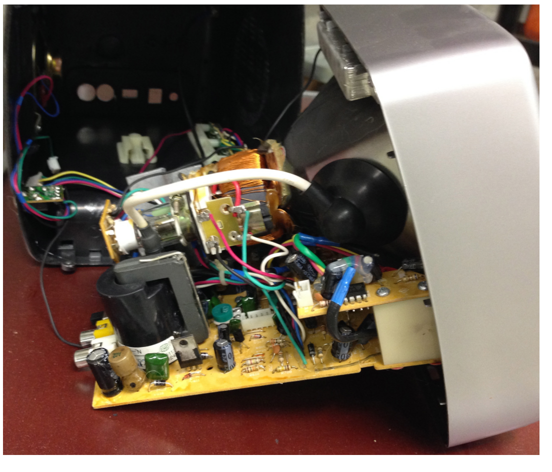


Durch die Heizung wird die Kathode so stark erhitzt, dass sich Elektronen lösen können. Sofern zwischen Kathode und Anode ein hohes elektrisches Feld vorhanden ist[10], werden die Elektronen beschleunigt. Die meisten treffen auf die Anode und werden dort absorbiert. Die verbleibenden Elektronen bewegen sich mit hoher Geschwindigkeit durch die Ablenkplatten und werden zunächst horizontal, dann vertikal abgelenkt. Schliesslich treffen sie auf den Schirm und regen ihn zum Leuchten an.

Natürlich besitzt auch die Physiksammlung eine solche Kathodenstrahlröhre, die nun vorgeführt wird.



Wir haben also gesehen, dass elektrische Felder die Bewegung von geladenen Teilchen beeinflussen können, oder anders gesagt, dass man mit elektrischen Feldern die Bewegung von Ladungen steuern kann. Dies führte unter anderem zu dem hier gezeigten Röhrenfernseher.



Links sieht man einen Ausschnitt eines alten Schwarz-Weiss-Röhrenfernsehers und rechts das Innenleben eines etwas kleineren Fernsehers. Daran kann man noch einmal sehr schön erkennen, dass zur Realisierung immer

[10]später sprechen wir von einer hohen *elektrischen Spannung*, die angelegt werden muss.

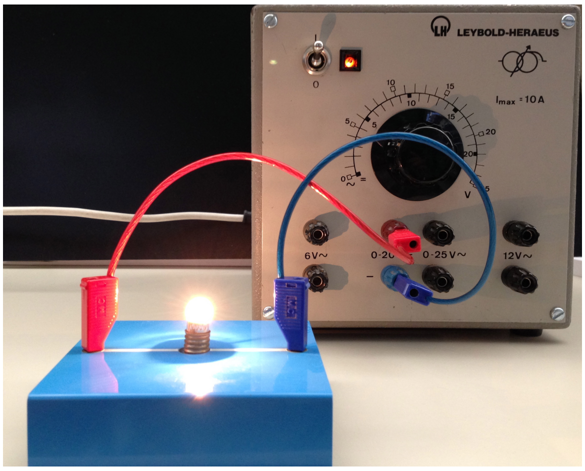
etwas mehr als die wenigen oben beschriebenen Bauteile notwendig sind.

Damit schliessen wir diesen Abschnitt über das elektrische Feld ab. Wie schon im Beispiel weiter oben angedeutet, folgt aus dem Begriff des elektrischen Feldes direkt der Begriff der Spannung, etwa so wie aus dem Gravitationsfeld die potentielle Energie bzw. das Potential folgt.

1.4 Elektrische Spannung

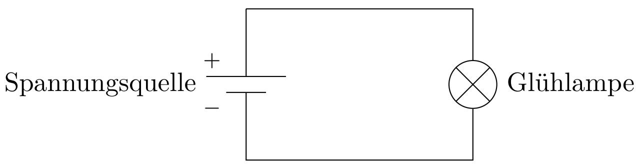
Im Beispiel der Bewegung von Ladungen im elektrischen Feld haben wir gesehen, dass die elektrische Spannung (kurz: Spannung) eine Form der potentiellen Energie ist. Dies kann auch mit dem folgenden, sehr einfachen Experiment gezeigt werden.

Exp. 7: Spannung und Licht
Eine Spannungsquelle, z. B. ein Gleich- oder Wechselstromnetzteil, wird an eine Glühlampe angeschlossen (siehe Abbildung).

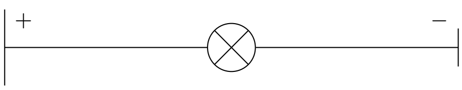


Man erkennt sehr schnell, dass mit steigender Spannung die Lichtintensität zunimmt. Je heller das Licht, desto mehr Energie wird benötigt. Wir haben also einen direkten Zusammenhang zwischen Energie und Spannung.

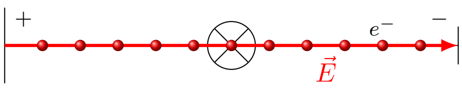
Schauen wir uns dieses einfache Experiment etwas genauer an. Warum brennt das Licht? Wir wissen natürlich schon, dass sich Elektronen in den Leitern bewegen. Aber warum bewegen sich diese Elektronen? Im vorherigen Abschnitt haben wir gezeigt, dass ein elektrisches Feld notwendig ist, damit sich die Elektronen bewegen. Nun stellt sich die Frage: Wo ist das elektrische Feld? Um diese Frage zu beantworten, müssen wir uns diesen Stromkreis vorstellen. Dafür gibt es bestimmte Regeln, auf die wir noch nicht alle eingehen wollen. Der Stromkreis sieht folgendermassen aus:



Wenn wir nun diese Schaltung gedanklich öffnen, erhalten wir folgendes Schema:

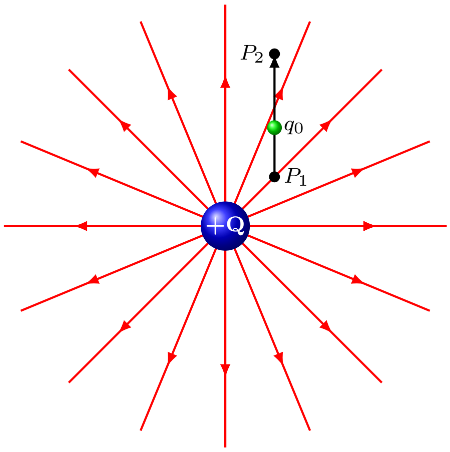


Wir sehen, dass die Elektronen von der rechten bzw. negativen Seite zur linken bzw. positiven Seite wandern. Dabei durchqueren sie die Glühlampe und bringen sie zum Leuchten. Die Spannungsquelle trennt nun die positiven und negativen Ladungen und erzeugt dadurch ein elektrisches Feld innerhalb des Leiters. Es gilt also:



Je grösser die Spannungsquelle, desto grösser ist das elektrische Feld, das sich aufbaut, und desto stärker werden die Elektronen beschleunigt, wodurch der Draht im Inneren der Lampe stärker zu glühen beginnt. Dieses Beispiel zeigt die Wirkung der Spannung, aber noch nicht wirklich ihre Ursache.

Wir wollen nun untersuchen, wie eine Spannung entsteht, und daraus die Spannung definieren. Dazu betrachten wir eine Punktladung $+Q$, die ein elektrisches Feld bildet:



Wenn die Ladung q_0 von P_1 nach P_2 bewegt werden soll, dann muss entlang des Weges Arbeit geleistet werden. Die Arbeit ist:

$$W_{12} = \int_{P_1}^{P_2} \vec{F}(\vec{r}) \cdot \mathrm{d}\vec{r} = q_0 \int_{P_1}^{P_2} \vec{E}(\vec{r}) \cdot \mathrm{d}\vec{r}.$$

Für den einfachen Fall, dass das elektrische Feld konstant ist, erhalten wir für die Arbeit in einem konstanten elektrischen Feld:

$$\boxed{W = q_0 \vec{E} \cdot \Delta\vec{r}.}$$

Wenn q_0 positiv ist und die Ladungen sich abstossen, dann ist die Arbeit $W > 0$ und man gewinnt kinetische Energie auf Kosten der potentiellen Energie. Ist q_0 hingegen negativ und die Ladungen ziehen sich an, so ist die Arbeit $W < 0$ und man verliert kinetische Energie auf Kosten potentieller Energie. Betrachten wir ein Beispiel mit einem konstanten elektrischen Feld.

Bsp. xiv.
Ein konstantes elektrisches Feld $\vec{E}$ in vertikaler Richtung sei gegeben. Bestimmen Sie die Arbeit, welche geleistet werden muss, um eine Ladung von $-3\,\mu$C um 3 cm anzuheben, sofern der Feldvektor nach oben zeigt und eine Stärke von 2 N/C hat.

Lsg: $W \approx -0.18\,\mu$J

Lösung:

Die elektrische Kraft ist wie die Gravitationskraft eine konservative Kraft, d.h. die Arbeit im elektrischen Feld ist wegunabhängig und es existiert daher eine potentielle Energie, resp. ein Potential. Dies führt zur Definition des elektrostatischen Potentials:

Def. 6: *(Elektrostatisches Potential) Das elektrostatische Potential ϕ am Punkt P in einem elektrischen Feld $\vec{E}$ ist*

$$\boxed{\phi(P) = \int_{P}^{\infty} \vec{E}(\vec{r}) \cdot \mathrm{d}\vec{r},}$$

wobei meist $\phi(\infty) = 0$ gesetzt wird.

Vergleicht man diese Definition mit der Formel für die Arbeit, so erkennt man sofort, dass die Arbeit $W = q\phi(P)$ ist und der Arbeit entspricht, die aufgewendet werden muss oder gewonnen werden kann, wenn die Ladung q vom Punkt P ins Unendliche gebracht wird.

Mit dieser Definition kann nun auch die elektrische Spannung definiert werden:

Def. 7: *(Spannung) Die elektrische Spannung U ist die Potentialdifferenz zwischen zwei Punkten P_1 und P_2, d. h.*

$$\boxed{U = \phi(P_1) - \phi(P_2) = \int_{P_1}^{P_2} \vec{E}(\vec{r}) \cdot \mathrm{d}\vec{r}.}$$

Die Einheit der Spannung ist: $[U] = \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{C}} = \mathrm{V}$, was für Volt steht. Was nach dem italienischen Physiker Volta[11] benannt ist.

A. Volta (1745-1827)

Alessandro Volta, ein italienischer Physiker und Chemiker des 18. Jahrhunderts, war ein Pionier auf dem Gebiet der Elektrizität. Am bekanntesten ist er für die Entwicklung der ersten funktionsfähigen chemischen Batterie, der sogenannten Volta-Säule, im Jahr 1800. Diese bahnbrechende Erfindung ermöglichte es, elektrische Energie auf eine kontrollierte Weise zu erzeugen und zu speichern. Volta's Arbeit trug wesentlich zur Entwicklung der Elektrotechnik bei und ebnete den Weg für spätere Entwicklungen in der elektrischen Energieerzeugung und -speicherung.

Betrachten wir diese Definition etwas genauer. Multiplizieren wir diese Definition links und rechts mit einer Ladung q_0, dann erhalten wir:

$$q_0 U = q_0 \int_{P_1}^{P_2} \vec{E}(\vec{r}) \cdot \mathrm{d}\vec{r}.$$

Die rechte Seite entspricht aber der Arbeit W, um von P_1 nach P_2 zu kommen, also W_{12}. Damit erhalten wir:

$$q_0 U = W_{12}.$$

Damit kann die elektrische Spannung U auch definiert werden als:

$$\boxed{U = \frac{W_{12}}{q_0}}$$

Wir erinnern uns (vgl. Kapitel B.3.4), dass die potentielle Energie E_{pot} definiert wurde als:

$$\Delta E_{\mathrm{pot}} = -W_{\mathrm{k}},$$

wobei W_{k} eine konservative Arbeit ist. Da die Arbeit im elektrischen Feld ebenfalls konservativ ist, gilt:

$$\Delta E_{\mathrm{pot}} = -q_0 U.$$

Mit

$$E_{\mathrm{pot}_\mathrm{B}} - E_{\mathrm{pot}_\mathrm{A}} = -q_0 U \quad \Rightarrow \quad E_{\mathrm{pot}_\mathrm{A}} = q_0 U,$$

da $E_{\mathrm{pot}_\mathrm{B}}$ immer null ist. Dazu soll nun gleich ein Beispiel betrachtet werden:

Bsp. xv.
In einer Kathodenstrahlröhre werden Elektronen von der Kathode mit einer Anfangsgeschwindigkeit $v_0 = 100\,\mathrm{m/s}$ emittiert. Durch die Spannung $U = -150\,\mathrm{V}$ zwischen der Kathode und der Anode werden die Elektronen beschleunigt. Bestimmen Sie die Geschwindigkeit, mit der sie auf die Anode treffen. Lsg: $v_1 \approx 7.3 \cdot 10^6\,\mathrm{m/s}$

---

[11] Alessandro Giuseppe Antonio Anastasio Volta, ab 1810 Graf von Volta (18. Februar 1745 in Como - 5. März 1827 ebenda) war ein italienischer Physiker. Er gilt als Erfinder der elektrischen Batterie und als einer der Begründer der Elektrizitätslehre.

Lösung:

Betrachten wir noch die Spannung zwischen zwei geladenen Platten in einem bestimmen Abstand zueinander. Mit der Definition der Spannung erhalten wir:

$$U = \frac{W_{12}}{q_0}.$$

Die Arbeit, welche man leisten muss, um diese Ladung zu trennen ist:

$$W_{12} = q_0 \vec{E} \cdot \Delta\vec{r},$$

sofern $\vec{E}$ das elektrische Feld und $\Delta\vec{r}$ der Abstand zwischen den Platten sind. Damit erhalten wir für die Spannung:

$$\boxed{U = \vec{E} \cdot \Delta\vec{r}.}$$

Diese Formel werden wir verwenden, wenn wir den Plattenkondensator näher betrachten. Eine sehr gebräuchliche Einheit für die Energie von Elementarteilchen ist das Elektronvolt $[E] = \mathrm{eV}$. Die Umrechnung ergibt sich direkt aus der Elementarladung:

$$1\,\mathrm{eV} = 1 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C} \cdot 1\,\mathrm{V} = 1.6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C\,V} = 1.6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{J}.$$

Daran erkennt man, das ein Elektronvolt eine sehr kleine Grösse ist. Betrachten wir die Energie am Large Hadron Collider am CERN.

Bsp. xvi.
Bestimmen Sie die Energie in Joule der Protonen am LHC in Genf, wenn die Protonen auf rund 7 TeV beschleunigt werden.

Lsg: $1.12 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{J}$

Lösung:

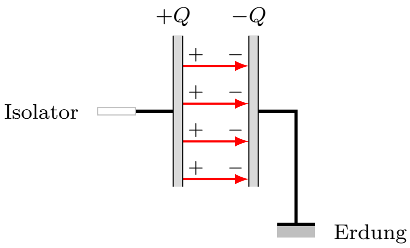
Damit sollte der Begriff der Spannung hinreichend eingeführt sein. Dieses neue Konzept wird erst wichtig, wenn wir auch den Strom und den Widerstand eingeführt haben. Nun kommen wir, wie versprochen, zum Plattenkondensator und damit zur Kapazität.

1.5 Kapazität

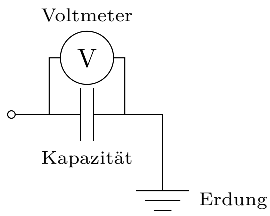
Die Kapazität wird nur anhand des Plattenkondensators eingeführt, obwohl es sich um ein viel allgemeineres Konzept handelt. Der Plattenkondensator veranschaulicht jedoch die wichtigsten Prinzipien einer Kapazität und ist daher besonders geeignet.

Ein Kondensator, insbesondere ein Plattenkondensator, ist eine Anordnung von zwei gegenüberliegenden Leiterflächen. Betrachten wir das folgende Experiment:

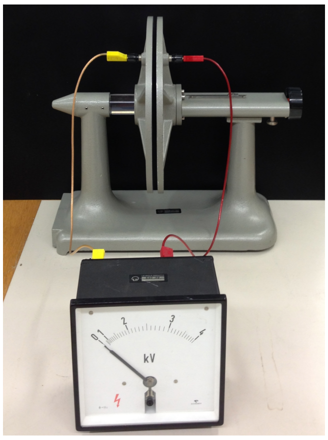
Exp. 8: Plattenkondensator
Der Plattenkondensator besteht aus zwei leitenden Platten, von denen eine isoliert und die andere geerdet (d.h. mit der Erde verbunden) ist. Wird die isolierte Platte mit einer Ladung $+Q$ aufgeladen, so fliesst durch die Erdung Ladung auf die zweite Platte, bis diese eine Ladung von $-Q$ aufweist. Man erhält das folgende Bild:



Das elektrische Schaltschema dazu sieht dann so aus, wobei wir ein Messgerät für die Spannung über der Kapazität dazugeschaltet haben:



Nun, real sieht ein Plattenkondensator mit Voltmeter wie folgt aus:



Nun soll ein Zusammenhang zwischen der Ladung Q und der Spannung U hergeleitet werden. Da die Ladung Q proportional zum elektrischen Feld zwischen den Platten E und dieses proportional zur Spannung U ist, sollte auch die Spannung proportional zur Ladung sein ($Q \sim U$).

Wir laden den Kondensator, indem wir einen Stab reiben und ihn abstreifen, auf etwa $U_0 = 3\,\text{kV}$. Die Platten haben dabei eine Ladung von Q_0. Nun wird mit einer grossen Metallkugel durch Berührung immer etwa die gleiche Ladungsmenge ΔQ entfernt. Man erhält die folgende Tabelle

Ladung	Q_0	$Q_0 - 1 \cdot \Delta Q$	$Q_0 - 2 \cdot \Delta Q$	$Q_0 - 3 \cdot \Delta Q$
Spannung [kV]	3	2.8	2.6	2.4

Man erkennt deutlich, dass Q proportional zu U ist, da bei gleicher Reduktion von Q auch U immer um den gleichen Wert abnimmt.

Für den Plattenkondensator gilt also, dass die Ladung Q proportional zur Spannung U ist. Wie bereits im Experiment angedeutet, gilt dieser Zusammenhang für alle Kondensatoren. Der Proportionalitätsfaktor zwischen den beiden Grössen wird als Kapazität bezeichnet.

Def. 8: *(Kapazität) Die Kapazität C eines Kondensators ist definiert für eine Ladung Q und eine Spannung U als*

$$\boxed{C = \frac{Q}{U}.}$$

Daraus ergibt sich direkt die Einheit der Kapazität als: $[C] = \mathrm{C/V} = \mathrm{F}$. F steht für Farad[12] und wurde nach Michael Faraday benannt. Betrachten wir ein einfaches Beispiel zur Definition der Kapazität:

Bsp. xvii.
Eine Metallkugel, die auf einem isolierenden Stab befestigt ist, trage eine Ladung von $6.0\,\mathrm{nC}$, wenn ihr Potential um $200\,\mathrm{V}$ grösser als ihre Umgebung ist. Wie gross ist die Kapazität des Kondensators, der durch die Kugel und ihre Umgebung gegeben ist? Lsg: $C \approx 30\,\mathrm{pF}$

Lösung:

Wir können nun die Kapazität eines Plattenkondensators herleiten. Stellen wir uns zwei Platten mit der Fläche A im Abstand d vor. Wir haben oben gezeigt, dass die Spannung $U = Ed$ ist. Weiter haben wir das elektrische Feld eines Plattenkondensators als $E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$ hergeleitet, wobei $\sigma = \frac{Q}{A}$ ist. Damit erhält man für die Kapazität des Plattenkondensators

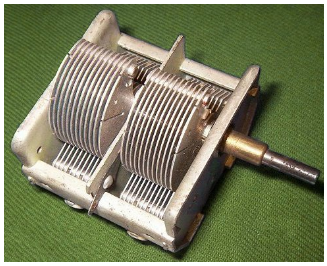
$$C = \frac{Q}{U} = \frac{EA\epsilon_0}{Ed}.$$

Ges. 5: *(Kapazität d. Plattenkondensators) Die Kapazität C eines Plattenkondensators ist nur von seiner Fläche A und vom Abstand der Platten d abhängig. Es gilt:*

$$\boxed{C = \epsilon_0 \frac{A}{d}.}$$

Gelegentlich findet man auch eine einfache Längenangabe für die Kapazitätseinheit, d. h. $[C] = \mathrm{cm}$. Dies ist jedoch nur dann der Fall, wenn im cgs-System gearbeitet wird[13].

Die folgenden Bilder zeigen einige kommerziell erhältliche Kondensatoren. Links ein Wickelkondensator, der durch Aufwickeln von aluminisierten Kunststofffolien hergestellt wird. Die Kapazität variiert zwischen 10^{-6} und $10^{-9}\,\mathrm{F}$. In der Mitte ist ein Kondensator mit extrem hoher Kapazität (bis zu $2500\,\mathrm{F}$) dargestellt, ein sogenannter „Supercap"(siehe letztes Beispiel). Ganz rechts ist eine variable Kapazität dargestellt. Durch kammartig ineinander greifende, drehbare Plattenpakete kann die Kapazität von 10^{-8} bis $10^{-11}\,\mathrm{F}$ variiert werden.



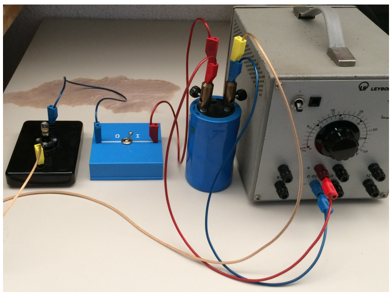
In der Sammlung haben wir auch einige Exemplare von Kapazitäten, wie auf dem folgenden Bild zu sehen ist.

[12] Da Farady bereits für die Ladungsmenge vergeben war, hat man die Einheit gekürzt.
[13] Das cgs-Einheitensystem (vom Englischen *centimeter gram second*) ist ein metrisches, kohärentes Einheitensystem, das auf den Einheiten Zentimeter, Gramm und Sekunde basiert.

Wozu werden diese und andere Kapazitäten benötigt? Zum einen können Kapazitäten sehr schnell eine bestimmte Ladungsmenge aufnehmen. Deshalb werden sie immer dort eingesetzt, wo eine plötzlich auftretende grosse Ladungsmenge das Gerät zerstören würde. Sie schützen also die Schaltung. Eine weitere Anwendung findet sich zum Beispiel in Jukeboxen. Wie wir später im Kapitel über elektromagnetische Schwingungen (Kapitel G.5) sehen werden, kann man mit Kapazitäten sogenannte Tief- und Hochpassfilter bauen. Damit kann man hohe Töne von tiefen Tönen trennen, was natürlich in einer Jukebox sehr nützlich ist.

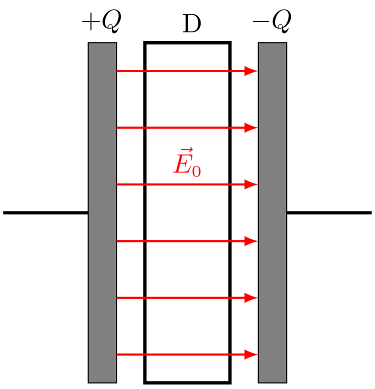
Dass eine Kapazität als Ladungsspeicher verwendet werden kann, wird im folgenden Experiment sehr deutlich.

Exp. 9: Ladungsspeicher
Ein Kondensator mit hoher Kapazität wird an eine Spannungsquelle und eine Glühlampe angeschlossen (siehe Abbildung).

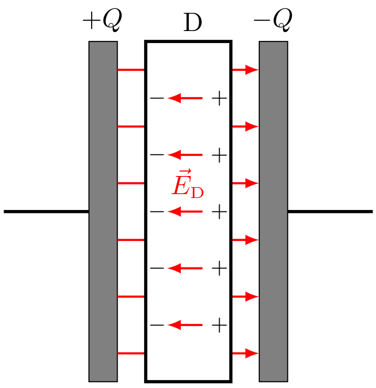


Nun wird zuerst der Kondensator aufgeladen und dann die Spannungsquelle vom Stromkreis getrennt. Wird nun der Kondensator mit der Glühlampe verbunden, am einfachsten durch einen Schalter, so fliesst offensichtlich die Ladung aus dem Kondensator ab und die Glühlampe leuchtet kurz auf.

Betrachten wir etwas genauer, was passiert, wenn zwischen zwei Leiterplatten ein nichtleitendes Material, ein sogenanntes *Dielektrikum* (D), geschaltet wird. Das sieht dann so aus



Das elektrische Feld E_0 wirkt nun auf das Dielektrikum und durch Influenz werden die Ladungen innerhalb des Dielektrikums getrennt, wobei E_0 das Feld ohne Dielektrikum, also im Vakuum ist. Diese Trennung führt zu einem entgegengesetzten elektrischen Feld E_{D}. Man erhält also



Das Gesamtfeld $\vec{E}_\mathrm{res}$ im Inneren des Kondensators reduziert sich durch das Feld des Dielektrikums, d. h.

$$\vec{E}_\mathrm{res} = \vec{E}_0 + \vec{E}_\mathrm{D}.$$

Durch die Reduktion des elektrischen Feldes sinkt natürlich auch die Spannung. Diese Abschwächung des ursprünglichen Feldes beschreibt man mit der *Dielektrizitätszahl* ϵ_r des Dielektrikums.

Ges. 6: *(Dielektrikum) Bringt man einen Isolator in ein elektrisches Feld, so verkleinert sich die Feldstärke* E_0 *auf*

$$\boxed{E_\mathrm{res} = \frac{E_0}{\epsilon_\mathrm{r}},}$$

wobei ϵ_r *die relative Dielektrizitätskonstante ist.*

Materialien mit hoher Dielektritzitätszahl sind für den Bau von Kondensatoren wichtig. Die Spannung sinkt ebenfalls um ϵ_r, wie folgende Umformung zeigt:

$$U = E_\mathrm{res} d = \frac{E_0 d}{\epsilon_\mathrm{r}} = \frac{1}{\epsilon_\mathrm{r}} \cdot \frac{Qd}{\epsilon_0 A}.$$

Sofern das Dielektrikum den ganzen Raum innerhalb ausfüllt, erhält man für die Kapazität des Plattenkondensators mit Dielektrikum folgendes Gesetz:

Ges. 7: *(Kapazität d. Plattenkondensators mit Dielektrikum) Bringt man ein Dielektrikum zwischen die Kondensatorplatten, so steigt die Kapazität des Kondensators um den Faktor* ϵ_r*, d. h.*

$$\boxed{C = \epsilon_\mathrm{r}\epsilon_0 \cdot \frac{A}{d}.}$$

In der nachfolgenden Tabelle sind einige Werte von Dielektrizitätskonstanten aufgelistet.

Stoff	ϵ_r
Luft	1.0006
Glas	4 bis 10
Porzellan	6
Wasser	81
Seignettesalz	9 000
Bariumtitanat	10 000

Das letzte Beispiel soll zeigen, dass hohe Werte von ϵ_r gebraucht werden können, um sehr hohe Kapazitäten zu bauen, sogenannte *Supercaps*.

Bsp. xviii.
In einem zylinderförmigen Supercap ist eine Aluminiumfolie von 1 km Länge und 10 cm breite aufgewickelt worden, wobei zwischen der Folie eine 0.1 μm dünne Bariumtitanat Schicht liegt. Bestimmen Sie daraus die Kapazität.
Lsg: $C \approx 90\,\mathrm{F}$

Lösung:

Abschliessend noch eine Bemerkung zu diesen hohen inneren elektrischen Feldstärken. Manche Kristalle, wie z. B. Bariumtitanat, bestehen aus Molekülen, die sich schon bei sehr schwachen elektrostatischen Feldern fast vollständig in eine Richtung ausrichten. Dieses Phänomen nennt man *Ferroelektrizität*.

Der hohe Wert für Wasser erklärt, warum Wasser ein gutes Lösungsmittel für Salze ist. Der Wert besagt, dass sich entgegengesetzte Ladungen (z. B. $+/-$-Ionen) in Wasser 80-mal weniger anziehen als in Luft. Da Salze genau aus solchen Ionen bestehen, ziehen sie sich weniger stark an.

Zum Schluss fragen wir uns, welche Energie in einer solchen Kapazität gespeichert ist. Dazu bestimmen wir zunächst die Arbeit, die nötig ist, um eine Kapazität aufzuladen. Da die Energie erhalten bleibt, ist die Arbeit dann als Energie im Kondensator enthalten. Für die Arbeit W gilt

$$\Delta W = U \Delta q.$$

Da der Zusammenhang zwischen U und q linear ist, erhalten wir:

$$W = \frac{1}{2} Q U,$$

wobei der Faktor $\frac{1}{2}$ von der Dreiecksform der linearen Funktion kommt. Nun geben wir die Energie noch mithilfe des elektrischen Feldes an. Wir wissen, dass das elektrische Feld des Kondensators gegeben ist, durch

$$E = \frac{Q}{\epsilon_0 A}$$

und mit der Spannung $U = Es$ erhalten wir dann für die Arbeit:

$$W = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 A s.$$

Damit erhalten wir für die *Energiedichte*, d. h. Energie pro Volumen (As) den folgenden Therm:

$$\boxed{w_{\text{el}} = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2.}$$

Damit schliessen wir das Thema Elektrostatik ab und wenden uns der Dynamik zu.

Zusammenfassung Kapitel G1

1. *Elektrische Ladung* ist eine neue Eigenschaft von Materie.

2. Jede Ladung Q ist ein ganzzahliges Vielfaches N der *Elementarladung* e, d. h.

$$Q = N \cdot e,$$

wobei $N \in \mathbb{Z}$ und $e \approx 1.6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}$ sind. Man spricht auch davon, dass die Ladung im Gegensatz zur Masse quantisiert ist, d. h. sie kommt in kleinen nicht mehr reduzierbaren Paketen vor.

3. Es existieren zwei Arten von Ladungen; positive und negative. Gleiche Ladungen stossen sich ab und entgegengesetzte Ladungen ziehen sich an.

4. Ein *elektrischer Leiter* ist ein Material mit frei beweglichen Elektronen.

5. Das *Coulomb-Gesetz* beschreibt die Kraft zwischen zwei Ladungen. Es gilt, dass die Kraft $\vec{F}_{\mathrm{C},12}$, welche zwischen zwei punktförmigen Ladungen q_1 und q_2 im Abstand $\vec{r}_{12}$ wirkt, ist

$$\vec{F}_{\mathrm{C},12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q_1 Q_2}{r_{12}^2} \cdot \frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}}.$$

Der Betrag dieser Kraft ist:

$$F_{\mathrm{C}} = k\frac{|Q_1 Q_2|}{r_{12}^2}.$$

Historisch bedingt, findet man für k den Ausdruck $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \approx 9 \cdot 10^9\,\frac{\mathrm{N\,m^2}}{\mathrm{C^2}}$, mit $\epsilon_0 \approx 8.9 \cdot 10^{-12}\,\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{N\,m^2}}$ die *elektrische Feldkonstante.*

6. Die *elektrische Feldstärke* $\vec{E}$ an einem Punkt P des Raumes ist durch

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_{\mathrm{C}}}{q_0}$$

gegeben. $\vec{F}_{\mathrm{C}}$ ist die Coulomb-Kraft, welche auf eine Probeladung q_0 am Punkt P wirkt.

7. Das *elektrische Feld* ist die Summe aller Feldstärkevektoren in einem Raumbereich. Für das elektrische Feld gelten folgende Regeln:

- Die Dichte der Feldlinien ist direkt proportional zur Feldstärke.
- Die Richtung der Feldlinien gibt die Richtung des elektrischen Feldes $\vec{E}$ an. Das elektrische Feld zeigt immer von einer positiven Ladung weg und zu einer negativen Ladung hin.
- Die elektrischen Feldlinien stehen immer senkrecht auf einem Leiter.
- Feldlinien schneiden sich nie.

8. Der *elektrische Fluss* Φ_{el} für ein elektrisches Feld $\vec{E}$, welches durch eine Fläche $\vec{A}$ geht, ist:

$$\Phi_{\mathrm{el}} = \vec{E} \cdot \vec{A}.$$

9. Der *Satz von Gauss* behauptet, dass der elektrische Fluss Φ_{el} durch eine geschlossene Fläche A weder von der Form der Oberfläche noch von der Ladungsverteilung im Innern der Fläche ab, sondern nur von der Gesamtladung Q innerhalb der Fläche, d. h.

$$\Phi_{\mathrm{el}} = \frac{Q}{\epsilon_0}.$$

10. Wir bezeichnen eine allgemeine *elektrische Kraft* auf eine Ladung q als $\vec{F}_{\mathrm{el}}$, sofern sie von einem elektrischen Feld $\vec{E}$ ausgeht. Damit erhalten wir

$$\vec{F}_{\mathrm{el}} = q\vec{E}.$$

11. Das *elektrostatische Potential* ϕ am Punkt P in einem elektrischen Feld $\vec{E}$ ist

$$\phi(P) = \int\limits_P^\infty \vec{E}(\vec{r}) \cdot \mathrm{d}\vec{r},$$

wobei meist $\phi(\infty) = 0$ gesetzt wird.

12. Die *elektrische Spannung* U ist die Potentialdifferenz zwischen zwei Punkten P_1 und P_2, d. h.

$$U = \phi(P_1) - \phi(P_2).$$

Diese Potentialdifferenz entspricht im Grunde der Arbeit W_{12} die im konservativen elektrischen Feld pro Ladung q_0 geleistet werden muss, d. h.

$$U = \frac{W_{12}}{q_0}.$$

13. Die *Kapazität* C eines Kondensators für eine Ladung Q und eine Spannung U ist

$$C = \frac{Q}{U}.$$

Für den Plattenkondensator mit der Fläche A und einem Plattenabstand d erhält man:

$$C = \epsilon_\mathrm{r}\epsilon_0 \frac{A}{d},$$

wobei ϵ_r für das Dielektrikum zwischen den Platten steht und für Luft angenähert 1 ist.

14. Die *Energiedichte* w_el des elektrostatischen Feldes $\vec{E}$ entspricht der Energie des Feldes pro Volumen, d. h.

$$w_\mathrm{el} = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2.$$

Konzeptfragen Kapitel G1

1. Zwei kleine Objekte mit einer Nettoladung von $+Q$ üben aufeinander eine Kraft der Grösse $F = |\vec{F}_1| = |\vec{F}_2|$ aus.

Wir ersetzen eines der Objekte durch ein anderes, dessen Nettoladung $+4Q$ beträgt:

a. Die ursprüngliche Grösse der Kraft auf die $+Q$-Ladung war F; wie gross ist die Grösse der Kraft auf $+Q$ jetzt?

☐ $16F$ ☐ $4F$ ☐ F ☐ $F/4$ ☐ andere

b. Wie gross ist die Kraft, die auf die Ladung $+4Q$ wirkt?

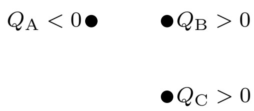
☐ $16F$ ☐ $4F$ ☐ F ☐ $F/4$ ☐ andere

Als Nächstes verschieben wir die Ladungen +Q und +4Q so, dass sie dreimal so weit voneinander entfernt sind wie vorher:

c. Wie gross ist nun die Kraft, die auf $+4Q$ wirkt?

☐ $F/9$ ☐ $F/3$ ☐ $4F/9$ ☐ $4F/3$ ☐ andere

2. Welcher der Pfeile zeigt in die Richtung der resultierenden Kraft auf Ladung B?



☐ ↙ ☐ ↗ ☐ ← ☐ ↑ ☐ keiner davon

3. Eine positive Ladung befindet sich im Zentrum eines Raumgebiets, in dem ein gleichmässiges, dreidimensionales elektrisches Feld herrscht. (Ein gleichmässiges Feld ist ein Feld, dessen Stärke und Richtung an allen Punkten innerhalb der Region gleich ist).

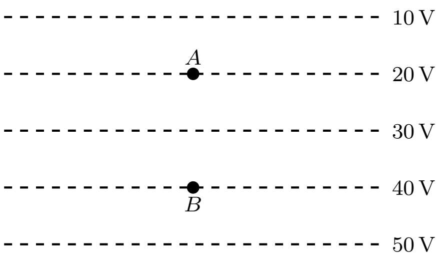
a. Wenn die positive Ladung in dem gleichförmigen elektrischen Feld aus dem Ruhezustand entlassen wird, welche Bewegung wird sie dann ausführen?

☐ Sie bewegt sich mit einer konstanten Geschwindigkeit.
☐ Sie bewegt sich mit einer konstanten Geschwindigkeit.
☐ Sie bewegt sich mit einer konstanten Beschleunigung.
☐ Sie bewegt sich mit einer sich linear ändernden Beschleunigung.
☐ Sie bleibt in ihrer Ausgangsposition stehen.

b. Was geschieht mit der elektrischen potentiellen Energie der positiven Ladung, nachdem die Ladung im gleichmässigen elektrischen Feld aus der Ruhelage entlassen wurde?

☐ Sie bleibt konstant, weil das elektrische Feld gleichmässig ist.
☐ Sie bleibt konstant, weil die Ladung in Ruhe bleibt.
☐ Sie wird zunehmen, weil sich die Ladung in Richtung des elektrischen Feldes bewegt.
☐ Sie nimmt ab, weil sich die Ladung in die entgegengesetzte Richtung des elektrischen Feldes bewegt.
☐ Sie nimmt ab, weil sich die Ladung in die Richtung des elektrischen Feldes bewegt.

4. In der folgenden Abbildung zeigen die gestrichelten Linien die Äquipotentiallinien des elektrischen Felds. (Eine Ladung, die sich entlang einer Linie gleichen Potentials bewegt, hätte eine konstante elektrische potentielle Energie). Ein geladenes Objekt wird direkt von Punkt A nach Punkt B bewegt. Die Ladung des Objekts beträgt $+1\,\mu$C.



Welche Richtung hat die elektrische Kraft, die das Feld auf das $+1\,\mu$C geladene Objekt ausübt, wenn es sich in A und in B befindet?

- ☐ nach oben bei A und nach oben bei B
- ☐ nach unten bei A und nach unten bei B
- ☐ nach oben bei A und nach unten bei B
- ☐ nach unten an A und nach oben an B
- ☐ keine elektrische Kraft bei beiden.

Aufgaben Kapitel G1

Weitere einfachere Aufgaben mit ausführlichen Lösungen findet man unter:
https://www.dropbox.com/sh/m9vlo6gwqli3nds/AABWhKMXUJG70jsXx7ovB-fDa?dl=0 in den Kapiteln 24 & 25.

1. In metallischem Kupfer ist pro Atom etwa ein Elektron frei beweglich. Eine Kupfermünze habe die Masse $m = 3\,\text{g}$.

a. Wie viel Prozent p der freien Elektronen müssten entfernt werden, damit Sie eine Ladung von $Q = -15\,\mu\text{C}$ erhalten? ($M_{\text{Cu}} = 63.5\,\text{g/mol}$)

b. Wie gross ist die Abstossungskraft zwischen zwei derart geladenen Münzen, die $r = 25\,\text{cm}$ voneinander entfernt sind? (Die Münzen können dabei als Punktladungen betrachtet werden.)

Lsg: **a.** $3.3 \cdot 10^{-7}\%$ **b.** $F_{\text{C}} \approx 32.4\,\text{N}$

2. Drei Ladungen befinden sich an drei Ecken eines Quadrates. Die Seitelänge des Quadrates sei $l = 10\,\text{cm}$ lang. Berechnen Sie die resultierende Kraft auf die Ladung $q_0 = 5\,\mu\text{C}$ in der unteren rechten Ecke, falls die Ladungen wie folgt verteilt sind $q_1 = 1.0\,\mu\text{C}$ (unten links), $q_2 = -8.0\,\mu\text{C}$ (oben links) und $q_3 = 2.0\,\mu\text{C}$ (oben rechts).

Lsg: $F_{\text{res}} \approx 9.0\,\text{N}$

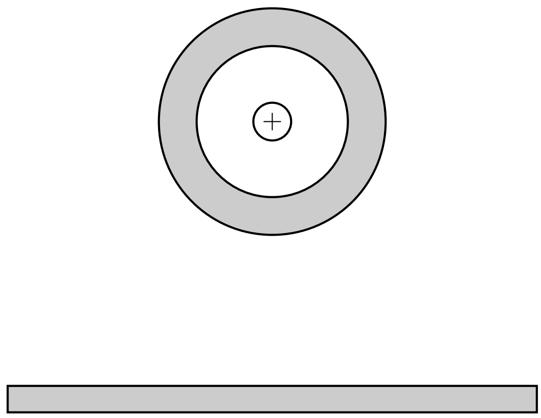
3. Drei Ladungen sind gegeben, $q_1 = 5\,\text{nC}$ am Punkt $P_1 = (3\,\text{cm}/0\,\text{cm})$, $q_2 = 5\,\text{nC}$ am Punkt $P_2 = (0\,\text{cm}/3\,\text{cm})$ und $q_3 = 5\,\text{nC}$ im Ursprung. Bestimmen Sie den Punkt P_4, für die Ladung $q_4 = -2\,\mu\text{C}$, sodass q_3 nicht beschleunigt wird. (Tipp: Skizzieren Sie das Problem inkl. Lösung.)

Lsg: $P_4 = (a/a),\ a \approx 35.7\,\text{cm}$

4. Eine geladene Kugel $Q = 0.1\,\text{C}$ und $m = 1.5\,\text{kg}$ hänge vertikal als Pendel nach unten. Sobald das horizontale elektrische Feld $E = 150\,\text{N/C}$ eingeschalten wird, wird das Pendel um den Winkel α ausgelenkt. Bestimmen Sie den Winkel α.

Lsg: $\alpha \approx 45°$

5. Eine positive Punktladung sein im Zentrum. Um diese Ladung befindet sich ein runder elektrischer Leiter. In einer bestimmten Entfernung der Ladung liegt ein weiterer elektrischer Leiter (vgl. Abb.).



Zeichnen Sie für die diese Situation das elektrische Feld und ergänzen Sie in der Figur die Leiter mit der entsprechenden Ladung.

Lsg: –

6. Ein Elektron habe die Anfangsgeschwindigkeit $v_0 = 2 \cdot 10^6\,\text{m/s}$ in x-Richtung und gelange in ein homogenes elektrisches Feld der Stärke $E = 400\,\text{N/C}$, das in y-Richtung verlaufe.

a. Welche Richtung und welchen Betrag hat die Beschleunigung a des Elektrons?

b. Wie lange t benötigt es, um sich $\Delta x = 10\,\text{cm}$ weit in x-Richtung zu bewegen?

c. Wie weit ist es bis dahin von seiner ursprünglichen Richtung abgelenkt worden?

d. Welchen Winkel α schliesst die ursprüngliche Richtung und die neue Richtung nach $\Delta x = 10\,\text{cm}$ ein?

Lsg: a. $a \approx -7.03 \cdot 10^{13}\,\text{m/s}^2$ **b.** $t = 5 \cdot 10^{-8}\,\text{s}$ **c.** $y \approx -8.78\,\text{cm}$ **d.** $\alpha \approx -60.4^\circ$

7. Ein Teilchen ($q = +2e$, $m_\alpha = 6.65 \cdot 10^{-27}\,\text{kg}$) besitzt die kinetische Energie $0.30\,\text{MeV}$. Dann durchläuft es ein elektrisches Längsfeld, so dass die Geschwindigkeit des Teilchens auf $v = 4.1 \cdot 10^6\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$ anwächst. Welche Beschleunigungsspannung hat das α-Teilchen im Längsfeld durchlaufen?

Lsg: $U \approx 25\,\text{kV}$.

8. Ein Plattenkondensator ($A = 50\,\text{cm}^2$, $d = 3\,\text{cm}$) werde an eine Spannung von $U = 50\,\text{kV}$ angeschlossen, dabei wird die Ladung $Q = 250\,\text{nC}$ auf die Platten übertragen.

a. Haben die Platten ein Dielektrikum dazwischen? Falls sie eins haben, bestimmen Sie ϵ_r.

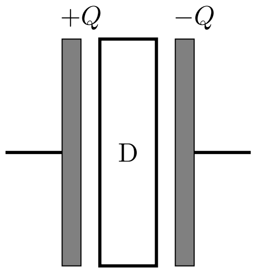
b. Was passiert bei gleicher Spannung ohne Dielektrikum? (Nur beschreiben!)

Lsg: a. $\epsilon_\text{r} \approx 3.4$ **b.** –

9. Zwei geladene Platten ($+Q$ und $-Q$) in einem Abstand von 1 cm bilden ein elektrisches Feld.

a. Zeichen Sie das elektrische Feld für diese zwei Platten. (Beschriften Sie die Platten mit $+Q$ und $-Q$.

b. Nun schieben Sie ein Dielektrikum (D) (Nichtmetallische Substanz, reagiert auf Influenz.) zwischen die Platten. Zeichen Sie das elektrische Feld, wobei Sie zuerst die Wirkung der geladenen Platten auf das Dielektrikum einzeichnen sollten. Schematisch sieht es wie folgt aus:



c. Welche Folgen hat das Dielektrikum für das elektrische Feld?

Lsg: a. – **b.** – **c.** E-Feld wird kleiner.

Literaturverzeichnis

[1] URL: `http://de.wikipedia.org/wiki/Mars_Climate_Orbiter`, Juni 2012

[2] URL: `http://de.wikipedia.org/wiki/Internationales_Einheitensystem`, Juni 2012

[3] Wikipetzi, IngenieroLoco - Eigenes Werk. Based on File: Relations between new SI units definitions.png, CC BY-SA 4.0,
URL: `https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=40278935`

[4] CMS Collaboration, *Combination of results on the rare decays $B^0_{(s)}$t$\mu^+\mu^-$ from the CMS and LHCb experiments*, CMS-PAS-BPH-13-007

[5] Aoyama, Tatsumi and Hayakawa, Masashi and Kinoshita, Toichiro and Nio, Makiko, *Tenth-Order QED Contribution to the Electron $g-2$ and an Improved Value of the Fine Structure Constant*, Phys. Rev. Lett. Vol. 109, 2012, 10.1103/PhysRevLett.109.111807

[6] URL: `http://de.wikipedia.org/wiki/Steradiant`, Juni 2012

[7] Aristoteles,

[8] Galileo Galilei, *De motu*, 1590

[9] DMK/DPK, *Formeln und Tafeln*, Orell Füssli, 7. Auflage, 1997

[10] F. A. Brockhaus, *Der grosse Brockhaus*, 16. Auflage, 1955

[11] URL: `http://www.quartets.de/acad/firstlaw.html`, September 2013

[12] URL: `http://www.educ.ethz.ch/unt/um/phy/me/kreis/index`

[13] Lewis C. Epstein, *Denksport Physik*, dtv, 9. Auflage, 2011

[14] Harry Nussbaumer, *Astronomie*, 7. Auflage, 1999, vdf Hochschulverlag AG

[15] URL: `http://lexikon.astronomie.info/mars/beobachtung2012/`, April 2013

[16] Matthias Bartelmann, *Das Standardmodell der Kosmologie, Teil 1 und Teil 2 in Sterne und Weltraum*, Ausgabe: August 2007

[17] Roman Sexl et al. *Einführung in die Physik - Band 1 & 2*, 3. korrigierte Auflage 2009, Sauerländer Verlag AG

[18] Paul A. Tipler, *Physik*, Spektrum Akademischer Verlag Heidelberg, Berlin, Oxford, 2. Auflage, 1994

[19] URL: `https://www.etsy.com/ch/listing/1230366346/precision-made-scientific-mechanical`

[20] Hans Kammer, Irma Mgeladze, *Physik für Mittelschulen*, 1. Auflage 2010, hep Verlag AG

[21] URL: `https://www.auto-motor-und-sport.de/news/aerodynamik-report-spritsparmodelle-aus-dem-windkanal`

[22] Wikipedia, URL: `http://de.wikipedia.org/wiki/Fluid`, August 2013

[23] Basiswissen Schule Physik, Duden Paetec, Berlin 2010

[24] URL: `http://www.schulserver.hessen.de/`, Oktober 2013

[25] URL: `http://www.leifiphysik.de`, September 2013

[26] URL: `http://photos.zoochat.com`, Semptember 2013

[27] URL: http://www.lab-laborfachhandel.de, Oktober 2013

[28] Bissig Michael, *Schwimmwelt, Schwimmen lernen - Schwimmtechnik optimieren*, Schulverlag, Bern,

[29] URL: https://elearning.physik.uni-frankfurt.de/data/FB13-PhysikOnline/lm_data/lm_282/auto/kap09/cd259.htm, März 2014

[30] URL: https://www.vibos.de/veranstaltung/physik-teil-3-von-4-schwingungen-und-wellen, März 2024

[31] URL: https://lp.uni-goettingen.de/get/text/707

[32] E.F.F. Chladni, *Die Akustik*, Taschenbuch Auflage 2012, Nabu Press

[33] URL: http://ephex.phys.ethz.ch, Februar 2015

[34] URL: http://aufzurwahrheit.com/physik/quantenmechanik-5461.html, März 2015

[35] M. Cagnet, M. Françon, J.C. Thierr, *Atlas opitscher Erscheinungen*, Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-New York 1962

[36] Bruno Cappeli et al. *Physik anwenden und verstehen*, Orell Füssli Verlag AG, 2004

[37] Richard P. Feynman, *QED - Die seltsame Theorie des Lichts und der Materie*, Piper, 3. Auflage, 2018

[38] Keith Johnson, *Physics for You: Revised National Curriculum Edition of GCSE*, Nelson Thornes, 2001

[39] URL: https://tu-dresden.de/mn/physik/ressourcen/dateien/studium/lehrveranstaltungen/praktika/pdf/TA.pdf?lang=en, Juli 2018

[40] Wolfgang Demtröder, *Experimentalphysik 1 - Mechanik und Wärme*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2. Auflage, 1998

[41] Unbekannt, *Engraving of Joule's apparatus for measuring the mechanical equivalent of heat*, Harper's New Monthly Magazine, No. 231, August, 1869

[42] URL: http://www.tf.uni-kiel.de, März 2014

[43] URL: http://de.wikipedia.org/wiki/Entropie_(Thermodynamik), März 2014

[44] URL: http://commons.wikimedia.org/wiki/File:20070616_Dampfmaschine.jpg, März 2014

[45] URL: http://en.wikipedia.org/wiki/Image:Bcoulomb.png, März 2014

[46] URL: http://www.bader-frankfurt.de/widerstandscode.htm, August 2014

[47] Carl D. Anderson, *The Positive Electron*. Physical Review 43 (6): 491–494

[48] URL: http://pgd5.physik.hu-berlin.de/elektrostatik/ele12.htm, Oktober 2014

[49] URL: http://www.aip.org/history/lawrence/radlab.htm, Oktober 2014

[50] URL: http://www.solstice.de/grundl_d_tph/exp_besch/exp_besch_04.html, Oktober 2014

[51] URL: https://lp.uni-goettingen.de/get/text/6639, Oktober 2017

[52] URL: https://de.serlo.org/52586/elektromagnetische-wellen, Oktober 2017

[53] URL: https://de.wikipedia.org/wiki/Elektromagnetisches_Spektrum, August 2022

[54] URL: https://de.wikipedia.org/wiki/Zahnradmethode, September 2022

[55] URL: https://de.wikipedia.org/wiki/Datei:Double-Rainbow.jpg, November 2023

[56] URL: https://de.wikipedia.org/wiki/Regenbogen, April 2024

[57] Proton-Proton Kollision, CERN, Lucas Taylor

[58] Ze'ev Rosenkranz, *Albert Einstein – Derrière l'image*, Verlag Neue Zürcher Zeitung, 2005.

[59] Albert Einstein, *Zur Elektrodynamik bewegter Körper*, Annalen der Physik 17 (10): 891–921.

[60] Albert Einstein, *Über die spezielle und die allgemeine Relativitätstheorie*, Springer-Verlag, 23. Auflage, 1988

[61] Wikipedia, https://de.wikipedia.org/wiki/Relativität_der_Gleichzeitigkeit, August 2018

[62] URL: http://static.a-z.ch, März 2015

[63] Max Planck, *Vom Relativen zum Absoluten*, Naturwissenschaften Band 13, 1925

[64] A. H. Compton, *The Spectrum of Scattered X-Rays*, Physical Review 22 (5 1923), S. 409–413

[65] URL: http://www.peter-glowatzki.de, Mai 2015

[66] James Franck, *Transformation of Kinetic Energy of Free Electrons into Excitation Energy of Atoms by Impacts*, Nobel Lectures, Physics 1922-1941

[67] URL: http://www.leifiphysik.de/themenbereiche/quantenobjekt-elektron/versuche, Mai 2015

[68] David Prutchi, Shanni Prutchi, *Exploring Quantum Physics through Hands-on Projects*, Wiley, 1 edition (February 7, 2012)

[69] URL: http://w3.pppl.gov/, September 2015

[70] O. Höfling, Physik. Band II Teil 1, Mechanik, Wärme. 15. Auflage. Ferd. Dümmlers Verlag, Bonn 1994

[71] Kovalente Atomradien auf Basis der Cambridge Structural Database
URL: https://en.wikipedia.org/wiki/Cambridge_Structural_Database, April 2018

[72] G. Audi und A.H. Wapstra, Nuclear Physics A595, 409 (1995)

[73] URL: https://de.wikipedia.org/wiki/Gammastrahlung, April 2018

[74] URL: http://www.wn.de/Muenster/2012/07/Das-Wunder-von..., Juni 2012

[75] L. Susskind und G. Hrabovsky, The Theoretical Minimum - What you need to know to start doing physics, Basic Books, 2014