

3 Magnetismus

Lernziele

- Sie kennen den Unterschied zwischen magnetischer Ladung und elektrischer Ladung.
 - Sie kennen die Definition der magnetischen Feldstärke und können magnetische Feldlinien in einfachen Situationen einzeichnen.
 - Sie wissen, was die Quelle des magnetischen Feldes ist.
 - Sie können die magnetische Feldstärke für einfache Leiterformen berechnen.
 - Sie können die Herleitung des Magnetfeldes eines geraden stromdurchflossenen Leiters nachvollziehen.
 - Sie verstehen wie sich Materie im Magnetfeld verhält und welche Unterschiede für verschiedene Materialien bestehen.
 - Sie verstehen das Phänomen der Hysterese.
 - Sie kennen die Lorentzkraft und können sie anwenden.
 - Sie verstehen, wie sich eine Leiterschleife innerhalb eines Magnetfeldes verhält.
 - Sie verstehen und können verschiedene Anwendungen der Lorentzkraft auf Ladung nachvollziehen und gegebenenfalls selber nachrechnen.
 - Sie kennen die Definition des magnetischen Flusses.
 - Sie verstehen und können das Induktionsgesetz anwenden.
 - Sie kennen die Lenz'sche Regel und können sie anwenden.
 - Sie kennen die Definition der Selbstinduktion und können damit die Induktivität nachvollziehen.
 - Sie verstehen, wie sich der Stromfluss verhält, falls eine Induktivität in einem elektrischen Schaltkreis vorkommt.
 - Sie wissen, wie sich die Lichtgeschwindigkeit aus den zwei Konstanten der Elektrodynamik ableiten lässt.
-

Bei diesem Titel könnte man meinen, es handele sich um ein neues Gebiet der Physik. Tatsächlich war lange Zeit nicht klar, dass der Magnetismus ein Teilgebiet der Elektrizitätslehre ist. Erst mit der Entdeckung der Quelle des magnetischen Feldes gelang es Michael Faraday zu zeigen, dass der Magnetismus ein weiteres Phänomen der Elektrizitätslehre ist.

In diesem Kapitel sollen die *magnetischen Felder* analog zu den elektrischen Feldern eingeführt werden. Anschliessend wird die von den Feldern ausgehende *magnetische Kraft* untersucht. Abschliessend wird das für die Nutzung elektrischer Energie äusserst wichtige *Induktionsgesetz* behandelt.

3.1 Magnetfelder

In der Elektrostatik haben wir den Begriff des elektrischen Feldes eingeführt. Nun wollen wir diesen Begriff auf das magnetische Feld anwenden. Dabei werden wir sehen, dass sich die Regeln für Felder nicht ändern, dass aber magnetische Feldlinien im Allgemeinen ganz anders aussehen als elektrische.

3.1.1 Magnetostatik

Schon die alten Griechen und Chinesen wussten, dass bestimmte Materialien (Magneteisenstein oder Magnetit) kleine Eisenteile wie Nägel oder Eisenspäne anziehen. Dazu folgendes Experiment:

Exp. 1: Magneteisenstein

Eisenerz oder Magnetit kann dazu verwendet werden, kleine Nägel anzuziehen (vgl. Abb.).



Wie wir später sehen werden, ist diese Anziehungskraft gering. Mit den heutigen künstlichen Magneten können viel mehr Nägel angezogen werden.

Elemente, die eine solche permanente magnetische Kraft ausüben können, nennt man *Ferromagnete*. Dazu gehören nicht nur Eisen, sondern auch Kobalt und Nickel, die im Periodensystem nicht zufällig direkt nebeneinander stehen (vgl. Abb.).

VII A (7)	VIII A (8/9/10)			IA (11)
54,9 25 Mn	55,8 26 Fe	58,9 27 Co	58,7 28 Ni	63,5 29 Cu
Mangan	Eisen	Cobalt	Nickel	Kupfer
98 43 Tc	101,1 44 Ru	102,9 45 Rh	106,4 46 Pd	107,9 47 Ag
Technetium	Ruthenium	Rhodium	Palladium	Silber

Neben den bekannten Ferromagneten gibt es auch weniger bekannte Ferromagnete, die zur Gruppe der Lanthanoide gehören und im Periodensystem nebeneinander stehen.

Lanthanoide	58	140,12	59	140,91	60	144,24	61	144,91	62	150,36	63	151,96	64	157,25	65	158,93	66	162,50	67	164,93	68	167,26	69	168,93	70	173,05	71	174,97
	1,12	6,77	1,13	6,48	1,14	7,01																						

Eine davon haben wir hier in einer kleinen Sammlung verschiedener Metalle als Demonstrationsobjekt.

Exp. 2: Ferromagnete

Die nachfolgende Reihe mit verschiedenen metallischen Elementen zeigt mit der Hilfe eines Permanentmagneten, welche der Metalle magnetisch ist und welche nicht.

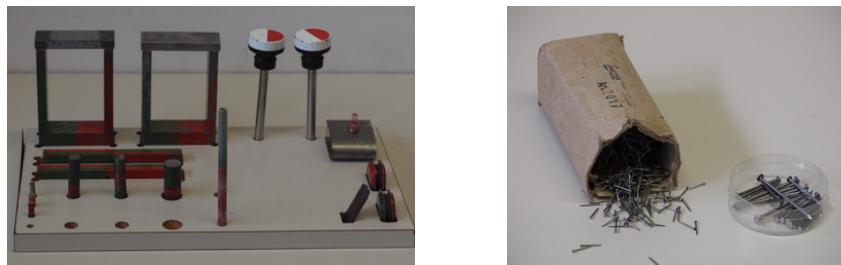


Vier der 15 Elemente reagieren mehr oder weniger stark auf den Stabmagneten, darunter auch ein Element der Lanthanoidreihe, nämlich Gadolinium.

Materialien, die an sich nicht magnetisch sind, können in der Nähe von Magneten selbst zu Magneten werden, wie das folgende Experiment zeigt:

Exp. 3: Magnetische Influenz

Hält man z.B. einen Hufeisenmagneten in die Nägel, so kann man eine ganze Schlange von Nägeln herausziehen, d.h. die Nägel leiten die Kraft weiter und werden selbst zu Magneten.



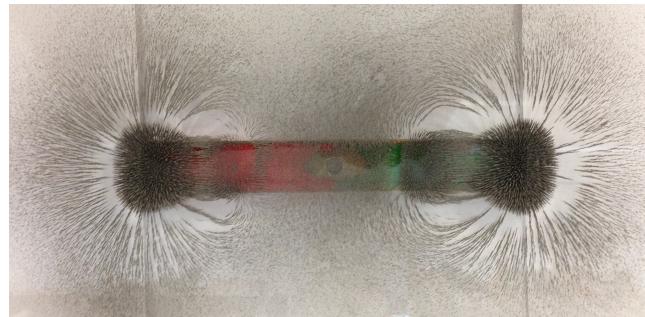
Dieser Effekt der Übertragung der magnetischen Wirkung auf zuvor nicht magnetisierte, aber magnetisierbare Materialien wird als *Influenz* bezeichnet.

In diesem kurzen Film von *Veritasium* - ein Science Video Blogger - wird sogar gezeigt, dass auch Frühstücksflocken magnetisierbar sind ([Frühstücksflocken sind magnetisch von Veritasium1](#)).

Im nächsten Experiment untersuchen wir das magnetische Verhalten von einem Stabmagneten auf Eisenspäne.

Exp. 4: Stabmagnet

Auf einen Ferromagneten wird eine Glasplatte gelegt, auf die Eisenspäne gestreut werden (siehe Abbildung).

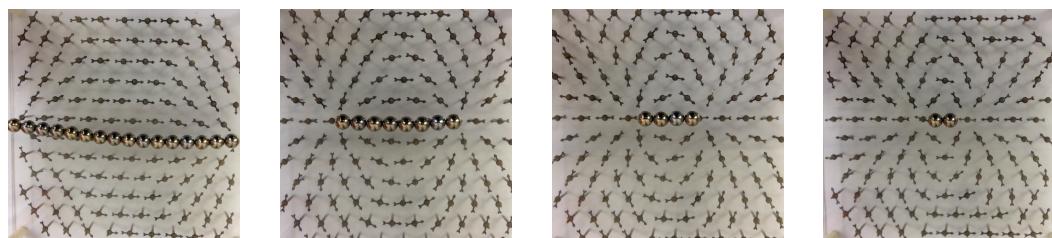


Wir sehen, dass sich die Späne an *zwei* Stellen des Stabmagneten konzentrieren. Diese Stellen werden als Pole des Magneten bezeichnet.

Die Frage, die sich nun stellt, ist, ob sich die Späne nur um einen Pol konzentrieren, wenn wir den Stabmagneten in der Mitte durchbrechen. Das können wir mit diesem Magneten nicht überprüfen, aber mit einer ähnlichen Anordnung.

Exp. 5: Magnetischer Pol

Die Kugelmagnete bilden eine Reihe von sechzehn Magneten. Sie werden auf eine Scheibe gelegt, unter der sich Kompassnadeln befinden. Diese richten sich unter dem Einfluss eines Magneten sofort aus (s. Abb.).



Man erkennt, dass sich die Pfeilrichtungen nicht plötzlich ändern. Sie zeigen immer in die gleiche Richtung, d.h. es verschwindet kein Pol.

Wir formulieren diesen Sachverhalt als Gesetz, gleichzeitig ist es eines der Maxwell'schen Gesetze¹.

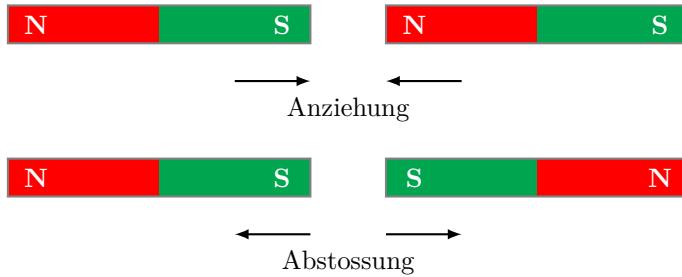
Ges. 1: (*Monopole*) *Es gibt keine magnetischen Monopole.*

¹Es handelt sich hierbei um das 2. Maxwellsche Gesetz: $\text{div } \vec{B} = 0$.

Wenn es keine Monopole gibt, kann es nur Dipole geben. Jeder Magnet besteht also aus zwei Polen, einem sogenannten *Nordpol* und einem *Südpol*².



Wenn man zwei Magnete zusammenbringt, wissen wir aus Erfahrung, dass sie sich abstoßen bzw. anziehen; gleichnamige stoßen sich ab und entgegengesetzte Pole ziehen sich an. Also z. B. so:



Nun stellt sich die Frage, wie gross diese magnetische Kraft ist. Analog zur Coulombkraft könnte man auch hier die Kraft mit einer Drehwaage messen, dazu müssten die Magnete senkrecht zueinander stehen. Experimentell findet man folgendes Gesetz:

Ges. 2: (Magnetostatische Kraft) Die magnetostatische Kraft \vec{F}_m zwischen zwei Magnetpolen p_1 und p_2 im Abstand \vec{r} voneinander ist:

$$\vec{F}_m = \frac{1}{4\pi\mu_0} \frac{p_1 \cdot p_2}{r^2} \hat{r},$$

wobei $\mu_0 \approx 4\pi \cdot 10^{-7}$ Vs/(Am) die magnetische Permeabilitätskonstante und \hat{r} der Einheitsvektor in Richtung \vec{r} sind.

Die Einheit der Magnetpolen ist $[p] = \text{Wb} = \text{Vs}$, wobei Wb für Weber steht und nach Wilhelm Weber³ benannt ist. Wir werden später sehen, dass dies der Einheit des magnetischen Flusses entspricht.

In diesem Abschnitt wurden bereits einige Experimente vorgestellt, die darauf schliessen lassen, dass das Konzept des Feldes auch hier angewendet werden kann. Dies soll nun etwas näher betrachtet werden.

3.1.2 Feldstärke und Feldlinien

In diesem Abschnitt werden sowohl die magnetische Feldstärke als auch die magnetischen Feldlinien behandelt. Da die bereits beschriebenen magnetischen Phänomene den elektrischen sehr ähnlich sind, ist es nicht verwunderlich, dass der gleiche Formalismus verwendet wird. Analog zur Definition der elektrischen Feldstärke wird hier die magnetische Feldstärke⁴ definiert.

Def. 1: (Magnetische Feldstärke) Die magnetische Feldstärke \vec{B} ist definiert, als

$$\vec{B} = \mu_0 \frac{\vec{F}_m}{p_0},$$

wobei \vec{F}_m die magnetostatische Kraft auf ein Probopol p_0 und $\mu_0 \approx 4\pi \cdot 10^{-7}$ Vs/(Am) die magnetische Feldkonstante resp Permeabilitätskonstante sind.

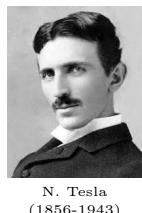
Die Einheit der magnetischen Feldstärke ist: $[B] = \text{T} = \text{N}/(\text{Am}) = \text{Vs}/\text{m}^2$, wobei T für Tesla steht und nach Nikola Tesla⁵ benannt ist.

²Die Farbwahl bei Süd- und Nordpol wird in den Lehrbücher nicht einheitlich verwendet.

³Wilhelm Eduard Weber (24. Oktober 1804 in Wittenberg - 23. Juni 1891 in Göttingen) war ein deutscher Physiker. Messungen, die Weber gemeinsam mit Rudolf Kohlrausch zur Bestimmung des Verhältnisses der elektrodynamischen und elektrostatischen Ladungseinheiten durchgeführt hatte (1856), dienten später James Clerk Maxwell als die entscheidende Stütze für seine elektromagnetische Theorie des Lichtes. Das Verhältnis aus der elektrostatischen und der elektrodynamischen Einheit entsprach nämlich dem Betrag der Lichtgeschwindigkeit (im Vakuum) und verband damit in überraschender Weise Optik und Elektrizitätslehre.

⁴In vielen Büchern wird zwischen der magnetischen Feldstärke \vec{H} und der magnetischen Flussdichte \vec{B} unterschieden. In der Mittelstufe ist dies noch nicht notwendig. Deshalb wird hier \vec{B} auch als magnetische Feldstärke bezeichnet, was auch im Einklang mit vielen modernen Lehrbüchern steht.

⁵Nikola Tesla (10. Juli 1856 in Smiljan, Kroatische Militärgrenze, Kaisertum Österreich - 7. Januar 1943 in New York, USA) war ein Erfinder, Physiker und Elektroingenieur. Sein Lebenswerk ist geprägt durch zahlreiche Neuerungen auf dem Gebiet der Elektrotechnik, insbesondere der elektrischen Energietechnik, wie die Entwicklung des heute als Zweiphasenwechselstrom bezeichneten Systems zur elektrischen Energieübertragung.



N. Tesla
(1856-1943)

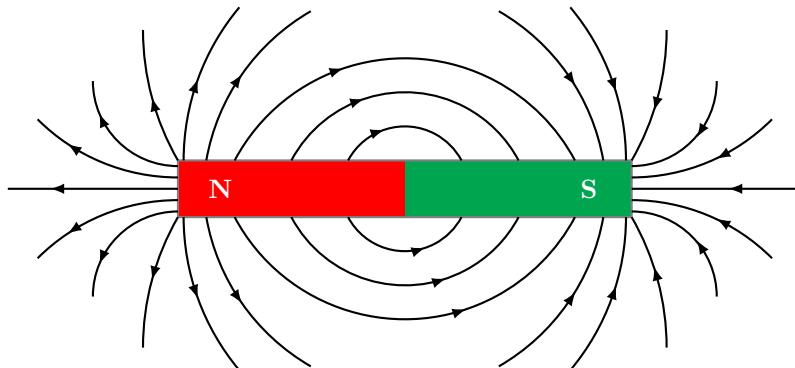
Nikola Tesla, ein visionärer serbisch-amerikanischer Erfinder und Ingenieur, lebte im 19. und 20. Jahrhundert. Tesla gilt als einer der einflussreichsten Köpfe in der Geschichte der Elektrotechnik. Seine Erfindungen und Entwicklungen umfassen den Wechselstromgenerator, den Transformator und das Tesla-Spulen-System. Tesla trug maßgeblich zur Entwicklung der elektrischen Energieübertragung bei, insbesondere durch die Einführung von Wechselstrom (AC), der heute weltweit in Stromnetzen verwendet wird. Abgesehen von seinen technischen Beiträgen war Tesla auch für seine futuristischen Visionen bekannt.

Er träumte von drahtloser Energieübertragung und entwickelte Ideen, die weit über seine Zeit hinausreichten. Tesla's Erbe erstreckt sich über viele Bereiche der Elektrotechnik, und seine Arbeit beeinflusst noch heute die moderne Technologie.

In der folgenden Tabelle sind einige Stärken der Felder aufgelistet. Dies ermöglicht ein besseres Verständnis der Grösse der Einheit Tesla.

Magnetfeld	B [T]
Gehirnströme	10^{-13}
Erde (außen)	$2 \cdot 10^{-5}$
Sonne	10^{-4}
Erde (innen)	10^{-2}
Ferromagnet	< 1.4
Elektromagnet	< 10
Neutronensterne	10^8

Die Feldlinien eines magnetischen Feldes haben wir bereits in den einführenden Versuchen gesehen. Hier soll nur noch ein Beispiel gezeichnet und die Unterschiede zum elektrischen Feld notiert werden.



Eigenschaften der magnetischen Feldlinien im Gegensatz zu den elektrischen Feldlinien:

- Die Feldlinien verlaufen ausserhalb eines Magneten vom Nord- zum Südpol und innerhalb vom Süd- zum Nordpol.
 - Die Feldlinien sind geschlossene Kurven.
 - Feldlinien treten nicht zwingend senkrecht aus einem Magneten heraus.

Betrachten wir im folgenden Beispiel weitere Magnete und deren Feldlinien.

Bsp. i.

Zeichnen Sie für die folgenden zwei Permanentmagnete das magnetische Feld dazu.



Erinnern Sie sich an die Spezifikationen für die Feldlinien, die wir gerade besprochen haben.

Lsg: —

Lösung:

Natürlich kann man sich noch sehr viele verschiedene Konfigurationen anschauen und immer wieder überlegen, wie das Magnetfeld aussieht. Aber das wird sehr schnell sehr schwierig und man ist auf Computersimulationen angewiesen.

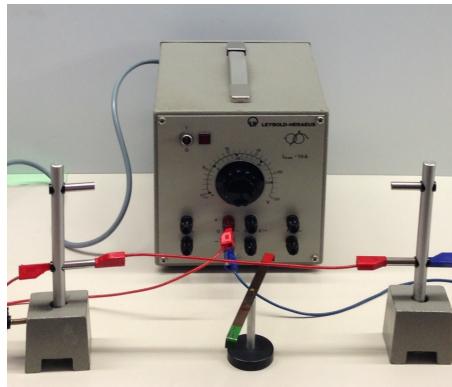
In diesem Abschnitt haben wir zwar herausgefunden, dass es Materialien gibt, die magnetisch sind. Wir haben auch herausgefunden, dass es keinen Elementarpol oder Monopol gibt. Aber was ist nun die Quelle des magnetischen Feldes? Dieser zentralen Frage gehen wir im nächsten Abschnitt nach.

3.1.3 Quelle des magnetischen Feldes

Magnetismus und Elektrizität galten lange als unabhängige Bereiche der Physik. Christian Ørsted⁶ entdeckte 1820 zufällig, dass sich eine Kompassnadel in der Nähe eines Stroms ausrichtet. Damit war gezeigt, dass Ströme auf Magnete ein Drehmoment ausüben. Mit einem ähnlichen Experiment können wir dieses Phänomen reproduzieren.

Exp. 6: Ørsted-Experiment

Ein gerader Leiter wird an eine Gleichspannungsquelle angeschlossen (Ørsted verwendete eine Volta-Batterie) und eine Kompassnadel unter den Leiter gelegt (siehe Abbildung).



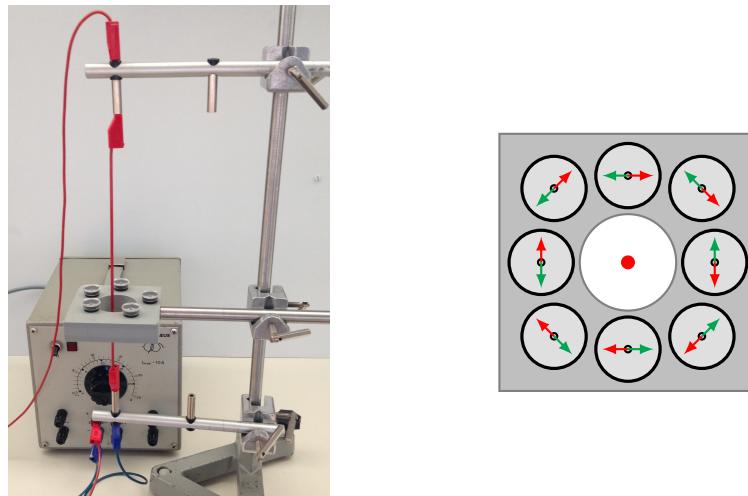
Sobald die Spannung erhöht wird, fliesst ein Strom durch den Leiter und der Zeiger beginnt sich auszurichten. Lässt man den konstanten Strom lange genug fliessen, oszilliert der Zeiger um die Gleichgewichtslage, bis er stehen bleibt. In dieser Stellung steht der Zeiger senkrecht zum Draht.

Wie findet man die Gleichgewichtslage? Woher weiss man, wie die Kraft auf den Zeiger wirkt? Diese Fragen lassen sich besser mit dem folgenden Experiment beantworten, das vermutlich auf Faraday zurückgeht. Als Faraday von Ørsteds Entdeckung hörte, wollte er wissen, wie das genau funktioniert und entwarf einen Versuch, mit dem man die Richtung des Feldes besser sehen konnte.

⁶Hans Christian Ørsted (14. August 1777 in Rudkøbing - 9. März 1851 in Kopenhagen) war ein dänischer Physiker und Chemiker. 1820 entdeckte Ørsted die magnetische Wirkung des elektrischen Stromes und gilt als Mitbegründer der Elektrizitätslehre und Elektrotechnik. Ørsted war 1829 maßgeblich beteiligt an der Gründung der Polytechnischen Lehranstalt in Kopenhagen, dem Vorgänger der heutigen Technischen Universität Dänemarks. Seit der Eröffnung war er bis zu seinem Tode Rektor der Schule. Er gilt als eine der führenden Persönlichkeiten des Goldenen Zeitalters Dänemarks.

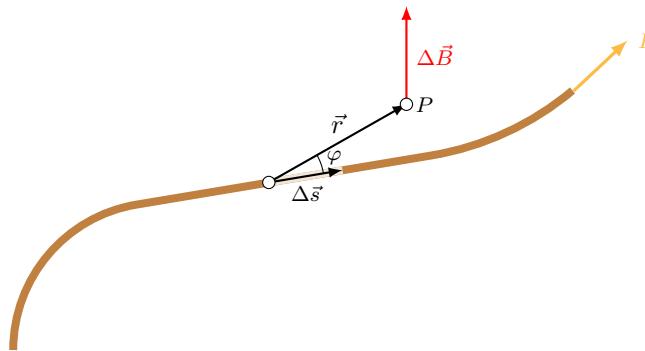
Exp. 7: Faraday-Experiment

Um einen stromdurchflossenen geraden Leiter sind Magnettäfelchen angeordnet (siehe Abbildung).



Sobald die Spannung erhöht wird, fließt ein Strom durch den Leiter und die Nadeln richten sich aus. Man sieht, dass sich die Nadeln kreisförmig um den Leiter ausrichten, zumindest wenn man neben dem Experiment steht. Das Bild rechts zeigt eine Skizze des Versuchs von oben.

Aus diesen Experimenten schliessen wir, dass ein Strom ein Magnetfeld erzeugt, das senkrecht zum Strom steht. Dieser Sachverhalt ist auch unter dem Namen *Gesetz von Biot-Savart* bekannt⁷. Schematisch sieht dies wie folgt aus:



Ges. 3: (Biot-Savart-Gesetz) Das Magnetfeld $\Delta\vec{B}$ am Punkt P im Abstand \vec{r} eines allgemeinen Leiterstücks $\Delta\vec{s}$, das vom Strom I durchflossen wird, ist:

$$\Delta\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \cdot \frac{\Delta\vec{s} \times \vec{r}}{r^3}.$$

Beachten Sie das Kreuz- oder Vektorprodukt zwischen dem Leiterstück und dem Abstand. Genaueres zum Vektorprodukt finden Sie im Anhang M.2.4.6. Damit lässt sich auch der Betrag des Magnetfeldes am Punkt P bestimmen, es gilt:

$$\Delta B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^2} \cdot \Delta s \sin \varphi,$$

wobei φ der Winkel zwischen $\Delta\vec{s}$ und \vec{r} ist.

Bevor wir diese Formel auf verschiedene Leiterformen anwenden, betrachten wir im Experiment verschiedene Leiter und das Magnetfeld, welches durch einen Strom induziert wird.

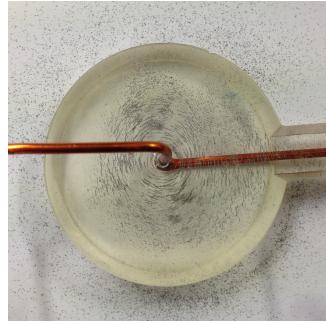
Exp. 8: B-Feld von Leiterschleifen

Durch verschiedene Leiterschleifen soll ein Gleichstrom fließen, dabei werden Eisenspäne auf die

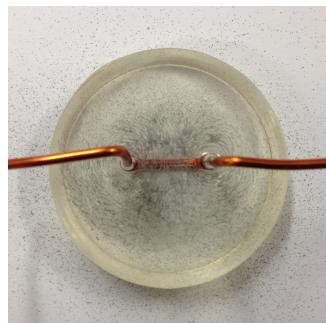
⁷Benannt wurde dieses Gesetz nach den beiden französischen Mathematikern Jean-Baptiste Biot und Félix Savart. Jean-Baptiste Biot (21. April 1774 in Paris - 3. Februar 1862 in Paris) war ein französischer Physiker und Mathematiker, der im frühen 19. Jahrhundert den Zusammenhang zwischen elektrischem Strom und Magnetismus untersuchte (Biot-Savart-Gesetz) sowie die Drehung polarisierten Lichtes beim Durchgang durch optisch aktive, chemische Lösungen (optische Aktivität). Félix Savart (30. Juni 1791 in Charleville-Mézières, Ardennes - 16. März 1841 in Paris) war ein französischer Arzt und Physiker.

Glasplatte gestreut, die sich dann nach dem Magnetfeld ausrichten und so die Feldlinien sichtbar machen.

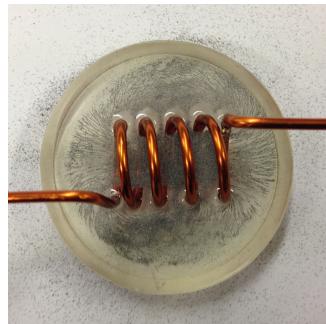
Zunächst betrachten wir einen einfachen Leiter:



Man erkennt, dass die Späne kreisförmig um den Leiter verteilt sind. Das zweite Bild zeigt zwei Leiter, bei denen der Strom in entgegengesetzter Richtung fliesst:



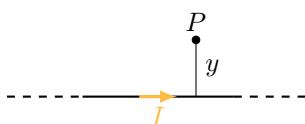
Auch hier sieht man, dass die Späne in der Nähe der Leiter kreisförmig sind. Zwischen den beiden Leitern sind sie jedoch eher parallel. Das nächste Bild zeigt eine sogenannte *Spule* mit vier Windungen:



Bei einer Spule ist der interessierende Bereich das Innere der Spule. Hier sieht man, dass die Feldlinien sehr dicht und praktisch parallel verlaufen. D.h. wir haben ein starkes und homogenes Feld.

Mit Hilfe des Biot-Savart-Gesetzes kann das resultierende Magnetfeld für verschiedene spezielle Leitergeometrien bestimmt werden. Die drei wichtigsten, die auch am häufigsten verwendet werden, sollen hier direkt angegeben werden:

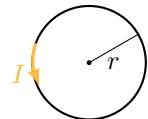
- Magnetfeld eines unendlich langen, geradlinig stromdurchflossenen Leiters:



$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r},$$

wobei r der Abstand zum Leiter ist.

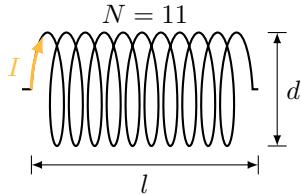
- Magnetfeld im Zentrum eines Kreisstroms:



$$B = \frac{\mu_0 I}{2y},$$

wobei r der Kreisradius ist.

- Magnetfeld im Innern einer stromdurchflossenen Spule:



$$B = \frac{\mu_0 N I}{\sqrt{l^2 + d^2}} \approx \frac{\mu_0 N I}{l},$$

wobei N die Anzahl Windungen, l die Spulenlänge und d der Spulendurchmesser sind. Für $l \gg d$ erhält man die Näherung.

Bevor wir die Formeln für die Spule im Experiment überprüfen, wollen wir noch zwei Beispiele rechnen.

Bsp. ii.

Ein Strom von 1 A fliesset durch einen geraden Leiter. Bestimmen Sie das Magnetfeld in einem Abstand von a) 1 mm und b) 1 m.

Lsg: a) $B_1 \approx 2 \cdot 10^{-4}$ T, b) $B_2 \approx 2 \cdot 10^{-7}$ T

Lösung:

Wir erkennen an diesem Beispiel, dass das magnetische Feld bei kleinen Strömen in einem Leiter sehr klein ist. Im Vergleich dazu betrachten wir jetzt eine Spule:

Bsp. iii.

Bestimmen Sie für eine Spule mit a) 60 Windungen und b) 6000 Windungen das Magnetfeld im inneren der Spule, wenn die Spule von einem Strom von $I = 1\text{ A}$ durchflossen wird und eine Länge von $l = 10\text{ cm}$ hat ($l \gg d$). Lsg: a) $B_1 \approx 7.5 \cdot 10^{-4}\text{ T}$, b) $B_2 \approx 7.5 \cdot 10^{-2}\text{ T}$

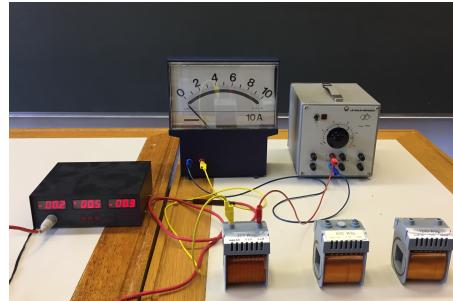
Lsg: a) $B_1 \approx 7.5 \cdot 10^{-4}$ T, b) $B_2 \approx 7.5 \cdot 10^{-2}$ T

Lösung:

Jetzt wissen wir, wie man das Magnetfeld in einer Spule berechnet, und können es mit dem experimentellen Wert überprüfen. Dazu verwenden wir ein Messgerät, das wir erst am Ende des nächsten Kapitels über die magnetische Kraft verstehen werden, eine sogenannte *Hall-Sonde*.

Exp. 9: Magnetfeld messen

In einer Spule wird das Magnetfeld B_{exp} mit einer Hallsonde gemessen. Dazu muss die Stromstärke $I \leq 2 \text{ A}$ in der Spule bekannt sein (siehe Abbildung). Dieser Wert wird mit dem theoretischen Wert B_{theo} verglichen.



Zur besseren Übersicht sind die relevanten Größen für die drei Spulen in einer Tabelle zusammengefasst:

Spulenlänge u. -durchmesser: $l = 66 \text{ mm}$ u. $d = 31 \text{ mm}$			
Windungen N	Stromstärke I [A]	Magnetfeld B_{theo} [T]	B_{exp} [T]
300	2	$1 \cdot 10^{-2}$	$0.9 \cdot 10^{-2}$
600	2	$2 \cdot 10^{-2}$	$2.0 \cdot 10^{-2}$
1200	1	$2 \cdot 10^{-2}$	$2.2 \cdot 10^{-2}$

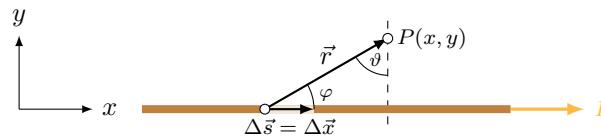
Diese Messung zeigt deutlich, dass Theorie und Messung in erster Näherung gut übereinstimmen.

Als Physiker oder allgemein als angehender Naturwissenschaftler sollte man nie eine Formel verwenden, die man nicht versteht oder die man nicht selbst hergeleitet hat. Im Fall der Spule ist dies jedoch der Fall. Damit wir uns mit der Anwendung der Formel etwas wohler fühlen, soll die Formel für das Magnetfeld eines stromdurchflossenen geraden Leiters aus dem Biot-Savart-Gesetz berechnet werden. Daraus lässt sich dann näherungsweise das Magnetfeld eines unendlich langen, geradlinig stromdurchflossenen Leiters ableiten.

Herleitung des Magnetfeldes eines geraden stromdurchflossenen Leiters

Diese Berechnung stellt die erste grosse Herausforderung an das mathematische Handwerk in der Physik dar. Da das Vorgehen immer etwa gleich ist, kann man im Prinzip alle Magnetfelder von Leitern damit bestimmen, wenn man das mathematische Handwerk beherrscht.

Wir gehen von folgender Situation aus:



Das Gesetz von Biot-Savart besagt:

$$\Delta \vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \cdot \frac{\Delta \vec{s} \times \vec{r}}{r^3} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \cdot \frac{\Delta \vec{x} \times \vec{r}}{r^3},$$

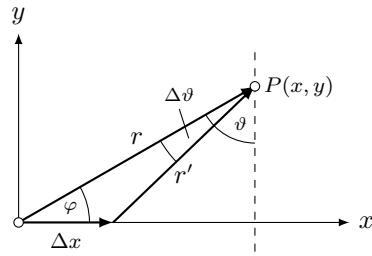
wobei die Eindimensionalität von $\Delta \vec{s}$ ausgenützt worden ist. Da dieses Problem rotationssymmetrisch ist, genügt es in diesem Fall, wenn wir den Betrag des Magnetfeldes bestimmen, d. h. es reicht, wenn wir den Betrag des Kreuzproduktes verwenden:

$$\Delta B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \cdot \frac{\Delta x}{r^2} \cdot \sin \varphi,$$

wobei $|\Delta \vec{x} \times \vec{r}| = \Delta x r \sin \varphi$ eingesetzt wurde. Es zeigt sich, dass für die weiteren Berechnungen ϑ geeigneter, d. h. einfacher ist, als φ . Mit $\sin \varphi = \cos \vartheta$ erhalten wir:

$$\Delta B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \cdot \frac{\Delta x}{r^2} \cdot \cos \vartheta.$$

Betrachtet man das Dreieck in Richtung des Punktes P (siehe Abbildung unten), so stellt man fest, dass die Strecke r und der Winkel ϑ von der Position x abhängen, nicht aber der senkrechte Abstand y . Tatsächlich hängen r , ϑ und x alle voneinander ab, und es wäre wünschenswert, einen Term zu finden, der nur von einer dieser Größen abhängt.



Mit dem Sinussatz erhalten wir für das kleinere Dreieck:

$$\frac{\Delta x}{\sin \Delta \vartheta} = \frac{r'}{\sin \varphi} = \frac{r'}{\cos \vartheta},$$

wobei die letzte Umformung aus der Relation $\sin \varphi = \cos \vartheta$ folgt. Im Grunde möchten wir das Verhalten für sehr kleine Δx studieren. Doch ein kleines Δx führt auch zu einem kleinen $\Delta \vartheta$. Ist jedoch der Winkel klein, gilt:

$$\sin \Delta \vartheta \approx \Delta \vartheta \quad \text{und} \quad r \approx r'.$$

Daraus erhalten wir:

$$\frac{\Delta x}{\Delta \vartheta} \approx \frac{r}{\cos \vartheta} = \frac{r^2}{y},$$

wobei $y = r \cos \vartheta$ bei der letzten Umformung verwendet wurde. Daraus folgt:

$$\frac{\Delta x}{r^2} \approx \frac{\Delta \vartheta}{y}.$$

Der mathematisch versierte Leser hat natürlich gemerkt, dass wir hier die Veränderung von x als Funktion von ϑ bestimmt haben, also im Grunde die Ableitung von x nach ϑ . Mit $x = y \tan \vartheta$ erhalten wir unmittelbar mit der Ableitung nach dem Winkel:

$$\frac{dx}{d\vartheta} = \frac{y}{\cos^2 \vartheta} = \frac{r^2}{y}$$

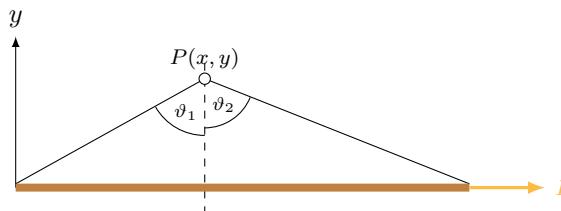
oder analog dazu wie oben:

$$\frac{dx}{r^2} = \frac{d\vartheta}{y}.$$

Man sieht auch, dass die Näherung von oben mit dem exakten Ergebnis übereinstimmt, wenn man $\Delta \rightarrow d$ ersetzt. Wir ersetzen nun diesen Term in der Formel für das Magnetfeld und erhalten:

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi y} \cdot \cos \vartheta d\vartheta.$$

Dieser Term hängt nur noch vom Winkel ϑ ab, wodurch die Skizze des Stromleiters weiter vereinfacht werden kann.



Um das Magnetfeld im Punkt P zu bestimmen, müssen wir über alle kleinen Winkel summieren. Dies ist natürlich ein Integral:

$$B = \int_{-\vartheta_1}^{\vartheta_2} \frac{\mu_0 I}{4\pi y} \cdot \cos \vartheta d\vartheta,$$

wobei der Winkel nach rechts positiv gewertet wird. Mit $\int \cos x = \sin x + c$ gilt:

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi y} \cdot \sin \vartheta \Big|_{-\vartheta_1}^{\vartheta_2} = \frac{\mu_0 I}{4\pi y} (\sin(\vartheta_2) - \sin(-\vartheta_1)).$$

Da der Sinus eine antisymmetrische Funktion ist, also $-\sin(x) = \sin(-x)$, erhalten wir schliesslich und endlich für das Magnetfeld eines endlichen und geraden stromdurchflossenen Leiter:

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi y} (\sin \vartheta_2 + \sin \vartheta_1).$$

Daraus das Magnetfeld eines unendlich langen und geraden stromdurchflossenen Leiters abzuleiten ist nur sehr einfach. Die Winkel $\vartheta_{1,2}$ sind bei einem unendlich langen Draht 90° und damit wird die Klammer zu $(\sin \vartheta_2 + \sin \vartheta_1) = 2$. Daraus erhalten wir unmittelbar:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi y}.$$

Diese Herleitung zeigt, dass die Berechnung von Magnetfeldern nicht ganz einfach ist und die Schwierigkeit natürlich von der Leiterform abhängt. Dennoch ist sie rechnerisch durchaus machbar, wenn auch zum Teil etwas aufwendig.

Im folgenden Abschnitt betrachten wir das Verhalten von Materie im Magnetfeld. Dabei werden wir feststellen, dass das Magnetfeld je nach Materie verstärkt oder abgeschwächt werden kann.

3.1.4 Materie im Magnetfeld

Zunächst soll das Magnetfeld durch einen Eisenkern verändert werden. Im Experiment soll untersucht werden, ob und wie stark sich das Magnetfeld ändert, wenn ein Eisenkern in eine Spule eingebracht wird.

Exp. 10: Eisenkern in Spule

Das Magnetfeld für eine Spule mit 600 Windungen und einem Strom von etwa 2 A beträgt direkt vor der Spule etwa

$$B_{\text{ohne}} = \mu_0 \cdot \frac{IN}{\sqrt{l^2 + d^2}} \approx 7.6 \text{ mT}.$$

Nun wird ein Eisenkern in die Spule eingebracht und das Feld wieder kurz vor der Spule gemessen (siehe Abbildung).



Dabei wird ein grösseres Magnetfeld gemessen:

$$B_{\text{mit}} \approx 33 \text{ mT}.$$

Es lässt sich leicht nachweisen, dass dieser Anstieg umso grösser ist, je grösser der Strom ist.

Faraday erklärte dieses Phänomen mit *atomaren Kreisströmen* im Eisenkern. Diese Ströme sind proportional zum Magnetfeld und somit ist das gesamte Magnetfeld proportional zum Strom durch die Windungen. Diesen Proportionalitätsfaktor μ_r nennt man relative Permeabilität. Man kann also schreiben:

Ges. 4: (*B-Feld im Raum mit Materie*) Das magnetische Feld \vec{B} in einem mit Materie gefüllten Raum ist die Summe aus dem *B-Feld im Vakuum* \vec{B}_0 und dem *B-Feld atomaren Kreisströme* $\vec{B}_{\text{atom.}}$, d. h.

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}_{\text{atom.}} = \mu_r \vec{B}_0,$$

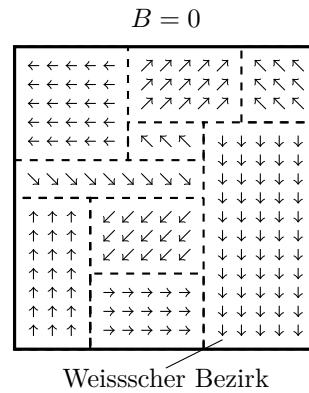
wobei μ_r die relative Permeabilität ist.

Je nach Stärke des Magnetfeldes und Reinheit des Eisenkerns kann die Permeabilität bei ferromagnetischen Werkstoffen wie Eisen, Kobalt und Nickel zwischen 100 und 1000 liegen.

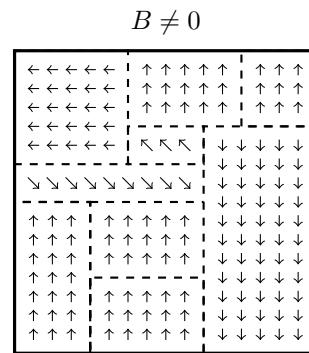
Die Erklärung dieses als Ferromagnetismus bezeichneten Phänomens geht auf Pierre-Ernest Weiss⁸ zurück.

⁸Pierre-Ernest Weiss (25. März 1865 in Mulhouse - 24. Oktober 1940 in Lyon) war ein elsässischer Physiker.

Durch die Weiterentwicklung der Quantenmechanik, insbesondere deren Anwendung auf die Festkörperphysik, gelang es ihm, die Struktur der Elektronenhülle von Eisenatomen (sowie Kobalt- und Nickelatomen) besser zu verstehen und ein Modell zu entwickeln. In diesem Modell verhalten sich die Atome wie kleine magnetische Nadeln oder atomare Kreisströme, wie es Faraday bereits ohne Kenntnis der Quantenmechanik vorausgesagt hatte. Da die Bewegung aufgrund der inneren Energie der Materialien in der Regel gross ist, sind diese Magnetnadeln völlig ungeordnet. Auf mikroskopischer Ebene können sich kleine Bereiche mit paralleler Ausrichtung ausbilden, so genannte *Weiss'sche Bezirke*, obwohl das angelegte Magnetfeld $B = 0$ ist. Was man sich darunter vorzustellen hat:



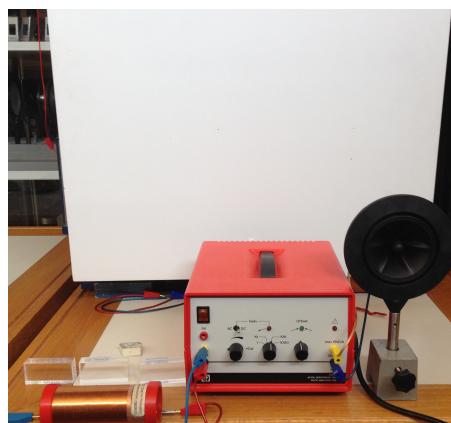
Wird nun ein äusseres Magnetfeld $B \neq 0$ angelegt, so beginnen sich die Weissschen Bezirke untereinander auszurichten. Je stärker das äussere Magnetfeld ist, desto mehr Bezirke zeigen in die gleiche Richtung. Also etwa so:



Eine weitere Eigenschaft ist in diesem Bild sofort erkennbar. Die Orientierung kann einen bestimmten Maximalwert erreichen, nämlich dann, wenn alle Bezirke orientiert sind und damit das Material gesättigt ist. Dieses Umkippen der Weiss'schen Bezirke in eine andere kristallographisch mögliche Richtung erfolgt sprunghaft. Dieser Vorgang führt zu einem Spannungsstoss, der als Knacken eines Lautsprechers wahrgenommen wird. Dieses Umkippen wird als *Barkhausen-Effekt* bezeichnet.

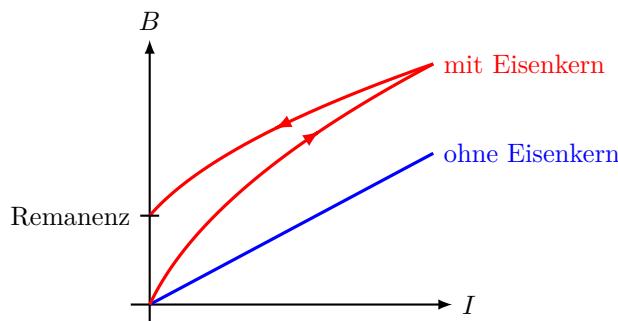
Exp. 11: Barkhausen-Effekt

Drähte aus ferromagnetischem Material werden in eine Spule mit 36 000 Windungen eingeführt, die an einen Verstärker mit angeschlossenem Lautsprecher angeschlossen ist (siehe Abbildung).



Die Drähte werden durch Annäherung an einen Magneten einem langsam ansteigenden Magnetfeld ausgesetzt. Wenn das äussere Magnetfeld gross genug ist, werden ganze Weissse Bezieke umgeklappt, was dann als Knacken durch den Lautsprecher zu hören ist. Das folgende Video zeigt diesen Effekt noch deutlicher als in unserem Experiment: [ETH Barkhausen-Effekt](#).

Nachdem wir nun das Innenleben eines Eisenkerns besser verstehen, betrachten wir noch einmal, was passiert, wenn wir den Strom langsam erhöhen und dabei das äussere Magnetfeld messen. Im Gegensatz zum Feld ohne Materie, das linear mit dem Strom ansteigt, steigt das Magnetfeld mit Materie schneller an. Wird der Strom dann wieder schwächer, so wird auch das Magnetfeld schwächer, aber nicht in dem Masse, wie es stärker geworden ist. Selbst wenn der Strom ganz verschwindet, bleibt eine Restmagnetisierung zurück, die so genannte *Remanenz*. Der Vorgang der Magnetisierung ist also nicht umkehrbar. Grafisch sieht das so aus:



Dieser Remanenzeffekt kann natürlich auch überprüft werden, wie das folgende Experiment zeigt.

Exp. 12: Remanenz

Ein Eisenkern wird wie in der Abbildung gezeigt in eine Spule gebracht. Auf diesen Eisenkern wird ein weiter Eisenkern gelegt.



Nun wird der Strom durch die Spule gleichmäßig erhöht. Danach wird er wieder auf Null reduziert. Versucht man nach dem Abschalten der Spannungsquelle den Eisenkern zu entfernen, stellt man fest, dass dies nicht mehr möglich ist, da sich die beiden anziehen. Im Eisenkern ist also noch ein Restmagnetfeld vorhanden.

Dieser Effekt hat viele Anwendungen in der Datenspeicherung gefunden. Sowohl Tonbänder als auch Videobänder nutzen dieses Prinzip, aber auch Festplatten machen sich diesen Effekt zunutze. Das ist natürlich auch der Grund, warum man einer Festplatte mit einem Magneten nicht zu nahe kommen sollte.

Neben dem Ferromagnetismus, den wir nun sehr ausführlich kennengelernt haben, gibt es noch den *Diamagnetismus* und den *Paramagnetismus*. Der Paramagnetismus funktioniert ganz ähnlich wie der Ferromagnetismus, nur dass die Vergrösserung viel kleiner ist: $1 < \mu_r < 1.004$. Beispiele sind Alkalimetalle, seltene Erden und Moleküle wie Sauerstoff und Stickstoffdioxid.

Beim Diamagnetismus führt die Elektronenkonfiguration der Materie zur Ausbildung eines entgegengesetzten Magnetfeldes, wodurch das Feld geschwächt wird. Die relative Permeabilität ist dann kleiner als eins: $0.9998 < \mu_r < 1$. Beispiele hierfür sind Gold, Kupfer, Silber und Wasser.

3.2 Lorentzkraft

Im letzten Kapitel haben wir die Kraft zwischen zwei Magneten kennengelernt, die wie das Coulombgesetz proportional zur magnetischen Ladung, also zu den Polen, und umgekehrt proportional zum Quadrat des Abstandes

ist. Diese Kraft wirkt auch auf sogenannte Ferromagnete, was wir auch mit dem Modell von Weiss gezeigt und verstanden haben.

Die magnetische Kraft in diesem Abschnitt geht von einem Magnetfeld aus und wirkt sowohl auf elektrische Ströme als auch auf Ladungen. Diese so genannte *Lorentzkraft*, benannt nach dem Physiker Hendrik Lorentz⁹. Die Lorentzkraft hat die gleiche untypische Eigenschaft wie das Drehmoment, dass die Wirkung der Kraft nicht längs, sondern immer senkrecht zur Ursache ist.

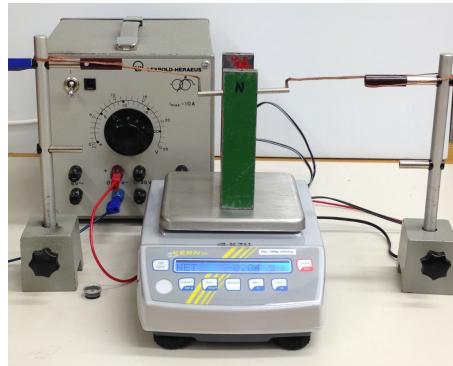
Im Folgenden soll zunächst die Kraft auf einen elektrischen Leiter betrachtet werden, um sie dann als Spezialfall der Kraft auf eine Ladung zu identifizieren.

3.2.1 Ströme im Magnetfeld

Wir wollen gleich mit einem anschaulichen Versuch zur Lorentzkraft an elektrischen Leitern beginnen. Da die Variationsmöglichkeiten des Aufbaus begrenzt sind, soll das Experiment nur qualitativ untersucht werden.

Exp. 13: Messung der Lorentzkraft

Ein möglichst starker Hufeisenmagnet wird auf eine empfindliche Waage gelegt. Quer durch den Magneten, also senkrecht zum Magnetfeld, wird ein Kupferleiter gelegt, den wir an eine Hochspannungsquelle anschliessen. Durch den Leiter sollten bereits einige hundert Ampere fliessen (siehe Abbildung).



Wir können nun den Strom, das B-Feld und den Winkel variieren und jeweils die Kraft messen. Wir sehen, dass die Kraft grösser wird, wenn wir den Strom erhöhen. Wenn wir den Winkel zwischen dem Leiter und dem B-Feld von 90° weg verändern, dann wird die Kraft kleiner. Wir können das B-Feld verkleinern, indem wir den Leiter etwas über den Hufeisenmagneten führen. Auch dies führt sofort zu einer Verringerung der Kraft.

Die Lorentzkraft hängt also vom Magnetfeld \vec{B} und vom elektrischen Strom durch den Leiter $I \cdot \vec{s}$ ab.

Die Kraft steht sowohl senkrecht zur Richtung des Magnetfeldes als auch senkrecht zur Stromrichtung, d.h. es liegt auch hier ein Kreuzprodukt vor. Damit ergibt sich folgendes Gesetz:

Ges. 5: (*Lorentzkraft auf Leiter*) Die Lorentzkraft \vec{F}_L auf einen Leiter der Länge \vec{s} , der von einem Strom I in einem Magnetfeld \vec{B} durchflossen wird, ist:

$$\vec{F}_L = I \cdot \vec{s} \times \vec{B},$$

wobei der Betrag der Kraft $F_L = IsB \sin \varphi$ mit $\varphi = \angle(\vec{s}, \vec{B})$ ist.

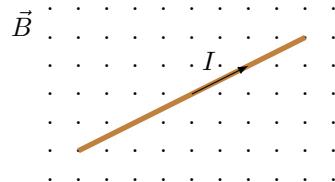
Um die Richtung der Kraft zu bestimmen, ist es wichtig, die Reihenfolge von \vec{s} und \vec{B} zu beachten¹⁰. Betrachten wir ein einfaches und ein etwas komplizierteres Beispiel, wobei das kompliziertere Beispiel im Experiment überprüft werden kann.

Bsp. iv.

⁹Hendrik Antoon Lorentz (18. Juli 1853 in Arnhem - 4. Februar 1928 in Haarlem) war ein niederländischer Mathematiker und Physiker. Lorentz legte die mathematischen Grundlagen für die spezielle Relativitätstheorie von Albert Einstein. Begriffe wie Lorentzkraft und Lorentztransformation sind nach ihm benannt.

¹⁰Daumen in Richtung \vec{s} , Zeigfinger in Richtung \vec{B} und Mittelfinger der Rechten-Hand in Richtung von \vec{F}_L .

Durch einen geraden Leiter von 15 cm Länge fliessen 20 A. Der Leiter liegt auf der Blattebene. Das Magnetfeld von 0.5 T zeigt aus der Blattebene heraus, was in der Regel durch Punkte dargestellt wird (vgl. Abb.). Bestimmen Sie a) die Richtung und b) den Betrag der Lorentzkraft.



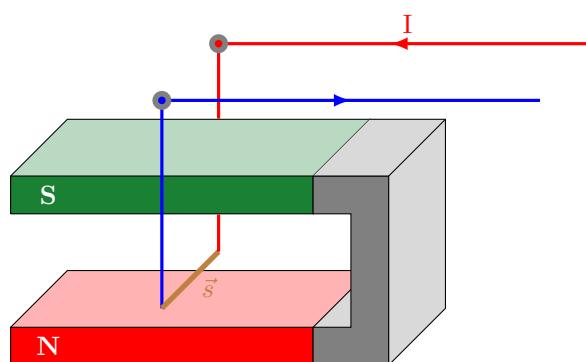
Lsg: a) $-$, b) $F_L \approx 1.5 \text{ N}$

Lösung:

Das folgende Beispiel ist rechnerisch etwas aufwendiger, dafür aber um einiges interessanter und soll, wie bereits erwähnt, anschliessend experimentell verifiziert werden.

Bsp. v.

Ein fester Leiter \vec{s} wird in ein Magnetfeld \vec{B} gehängt, sodass er senkrecht dazu schwingen kann (vgl. Abb.). Durch den Leiter fliesset ein gleichmässiger Strom I .



Zeichnen Sie a) das Magnetfeld \vec{B} und b) die Lorentzkraft \vec{F}_L in die Skizze ein. Bestimmen Sie c) den Winkel, welcher sich bei einem Strom von 10 A und einem Magnetfeld von 0.3 T einstellt, falls der Leiter 7.5 cm lang und 100 g schwer ist.

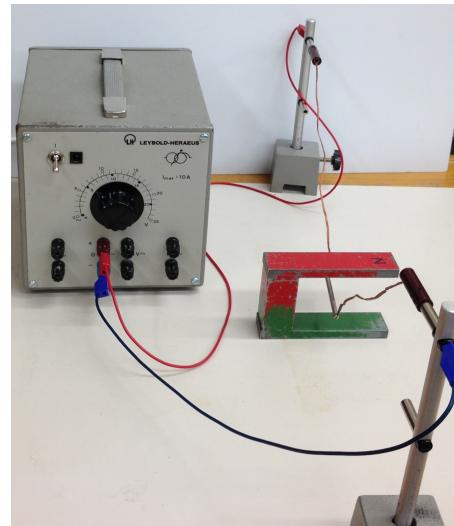
Lsg: $\varphi = 12.7^\circ$

Lösung:

Auch wenn wir im Experiment das Ergebnis nicht exakt messen wollen, so wollen wir doch qualitativ zeigen, dass sich ein bestimmter Winkel einstellt.

Exp. 14: Auslenkung im B-Feld

Mit der gleichen Anordnung wie im Beispiel soll dieser Effekt nun demonstriert werden. Dazu wird ebenfalls ein Hufeisenmagnet und ein im B-Feld frei schwingendes Drahtstück verwendet (siehe Bild).

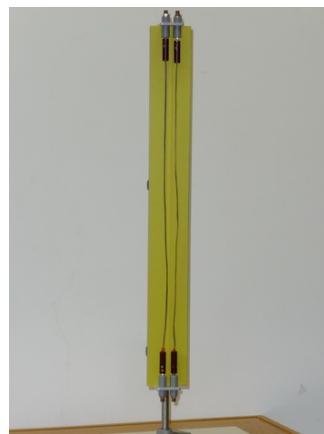


Beim Einschalten des Stroms bewegt sich der Draht je nach Stromrichtung nach aussen oder nach innen.

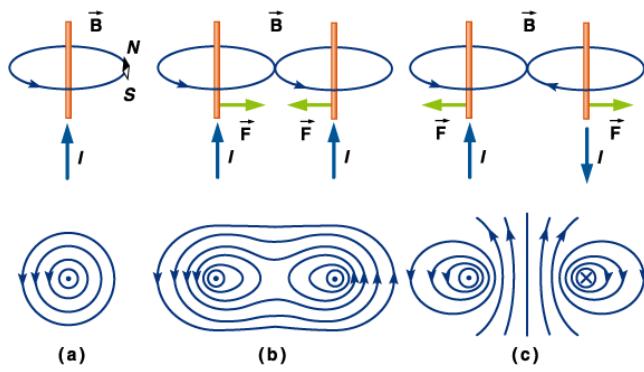
Im Einführungskapitel A haben wir die Einheiten behandelt. Dabei haben wir auch gelesen, wie das Ampère definiert wurde. Jetzt können wir das nachvollziehen.

Exp. 15: Kräfte zwischen parallelen Leiter

Wir betrachten zwei parallele Leiter im Abstand d . Durch die Leiter kann der Strom entweder in die gleiche Richtung oder in die entgegengesetzte Richtung fliessen. Die Leiter sehen wie folgt aus



Man erkennt sofort, dass sich bei gleichgerichtetem Strom die Leiter anziehen, Bild (b), und bei entgegengesetzter Stromrichtung abstoßen, Bild (c). Dies kann man einerseits mit der Lorentzkraft zeigen, wenn man das Magnetfeld des einen Leiters auf den Strom des anderen Leiters wirken lässt und umgekehrt. Oder man betrachtet das resultierende Magnetfeld, wie es in der folgenden Abbildung dargestellt ist:



Das Ampère wurde bis 2019 wie folgt definiert:

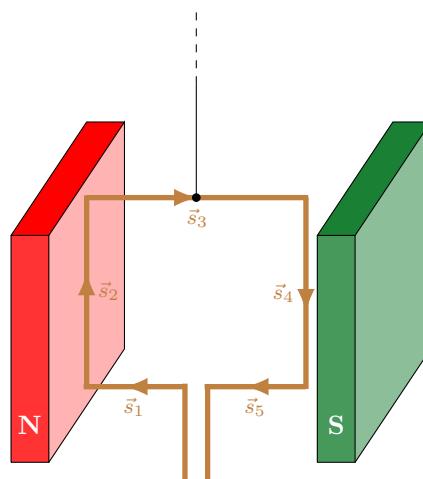
Zwei unendlich lange Leiter im Abstand 1 m ziehen einander pro Meter Länge mit der Kraft $2 \cdot 10^{-7} \text{ N}$ an, wenn in ihnen jeweils Ströme von 1 A fliessen.

Aus dieser Definition des Ampères ergibt sich direkt der Wert von $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Vs/(Am)}$.



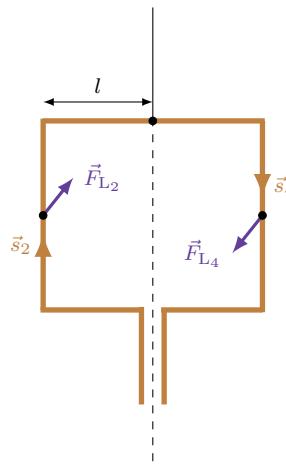
Zeigen Sie, dass aus dieser Definition des Ampères der Wert für $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Vs/(Am)}$ sein muss. Damit bestimmt diese Definition die Permeabilitätskonstante im Vakuum.

Zum Abschluss dieses Abschnitts betrachten wir eine Leiterschleife in einem Magnetfeld. Dies wird uns das Verständnis des Wechselstromgenerators erleichtern, und es wird auch klar, dass der Strom Wechselstrom sein muss. Es genügt hier, die einfachste Leiterschleife zu betrachten, die aus einem rechteckigen Draht besteht. Der Draht wird so aufgehängt, dass er sich um seine Symmetriechse drehen kann. Diese Situation könnte wie folgt aussehen:



Das B -Feld zeigt natürlich vom Nord- zum Südpol und damit horizontal nach rechts. Dadurch ist der Winkel zwischen dem Magnetfeld und den Leiterstücken \vec{s}_1 resp. \vec{s}_3 und \vec{s}_5 180° resp. 0° und damit ist die Kraft null. Hingegen ist der Winkel für die Leiterstücke \vec{s}_2 und \vec{s}_4 90° und damit wirkt auf diese Stücke die Lorentzkraft.

Mit der Rechten-Hand-Regel erhalten wir auf \vec{s}_2 eine Lorentzkraft \vec{F}_{L_2} nach hinten und auf \vec{s}_4 eine Lorentzkraft \vec{F}_{L_4} nach vorne. Das sieht ohne Magnete wie folgt aus:



Diese zwei Kräfte führen natürlich zu einem Drehmoment, welches gegeben ist als:

$$M_L = F_{L_2}l + F_{L_4}l = 2F_Ll.$$

Mit $F_L = IsB$ und $s = s_2 = s_4$ erhalten wir:

$$M_L = 2IsBl = AIB,$$

wobei $A = 2ls$ die Fläche der Leiterschleife ist¹¹.

Ges. 6: (*Drehmoment auf Leiterschleife*) Das Drehmoment \vec{M} auf einer Leiterschleife mit der Fläche \vec{A} und N Windungen, welches durch einen Strom der Stärke I innerhalb eines Magnetfeldes \vec{B} durchflossen wird, ist

$$\boxed{\vec{M} = NI\vec{B} \times \vec{A}}.$$

Da die Lorentzkraft von der Orientierung des Drahtes abhängt, ist dies das maximale Drehmoment, das der Draht erfahren kann. Eine allgemeine Behandlung dieses Phänomens erfolgt im nächsten Kapitel G.4.



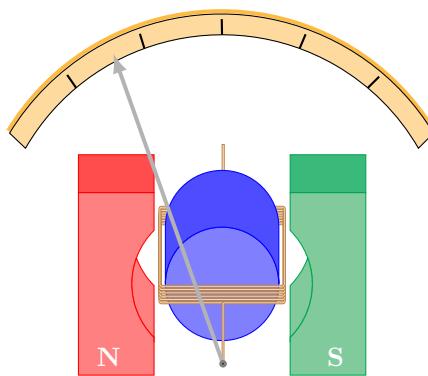
Erkläre, warum der Strom in der Leiterschleife kein Gleichstrom sein kann, sondern ein Wechselstrom mit der richtigen Frequenz sein muss.

Bevor wir diesen Abschnitt über die Lorentzkraft auf einen stromdurchflossenen Leiter abschliessen, betrachten wir noch die Funktionsweise des Galvanometers, das wir im letzten Kapitel verwendet, aber noch nicht erklärt haben.

Galvanometer

Mit dem, was wir gerade besprochen haben, können wir das Galvanometer schnell verstehen. Wir erinnern uns, dass das Galvanometer ein Messgerät war, das kleine Ströme messen konnte. Sein Aufbau ähnelt stark vereinfacht dem einer Leiterschleife zwischen zwei Permanentmagneten. Wir neigen die Leiterschleife einfach um 90° und ergänzen sie mit einem Eisenkern, an dessen Ende der Zeiger befestigt ist. Eisenkern (hier blauer Zylinder) und Spule bilden eine Einheit, d.h. wenn sich die Spule dreht, dreht sich auch der Eisenkern. Er sorgt dafür, dass das Gegenfeld auch bei kleinen Strömen gross genug ist, damit der Zeiger auslenken kann.

¹¹Wird der Draht N mal gewickelt, dann erhält man im Grunde eine um den Faktor N grössere Fläche, d. h. das Drehmoment ist dann $M_L = NAIB$.



In der Skizze nicht dargestellt ist die Drehfeder, die dafür sorgt, dass die Spule und damit der Zeiger in die Ruhestellung zurückgedreht wird, wenn kein Strom fließt. Die Wirkungsweise ergibt sich direkt aus dem oben Gesagten. Da das Magnetfeld des Permanentmagneten immer noch senkrecht zu den äusseren Spulenabschnitten steht, wirkt dort die Lorentzkraft, die zu einem Drehmoment der Spule und des Eisenkerns führt.

Damit beenden wir diesen Abschnitt und wenden uns der Lorentzkraft auf einzelne Ladungen wie Elektronen und Protonen zu.

3.2.2 Ladung im Magnetfeld

Nun betrachten wir die Kraft auf eine einzelne Ladung. Dabei gehen wir von der Lorentzkraft auf einen elektrischen Leiter aus. Die Kraft in einem Magnetfeld \vec{B} auf ein Leiterelement $\Delta\vec{s}$ mit dem Strom I ist:

$$\vec{F}_L = I \cdot \Delta\vec{s} \times \vec{B}.$$

Wir ersetzen den Strom $I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$ mit seiner Definition und erhalten:

$$\vec{F}_L = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \cdot \Delta\vec{s} \times \vec{B} = \Delta Q \cdot \frac{\Delta\vec{s}}{\Delta t} \times \vec{B},$$

wobei wir das Δt zum $\Delta\vec{s}$ verschoben haben. Natürlich entspricht $\frac{\Delta\vec{s}}{\Delta t} = \vec{v}$ der Geschwindigkeit der Ladung. Wir ersetzen zusätzlich ΔQ mit q und erhalten:

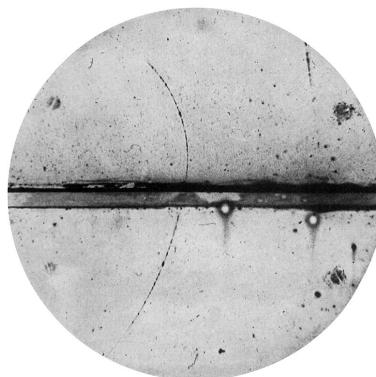
Ges. 7: (Lorentzkraft auf Ladung) Die Lorentzkraft \vec{F}_L auf eine Ladung q , die sich in einem Magnetfeld \vec{B} mit der Geschwindigkeit \vec{v} bewegt, ist

$$\boxed{\vec{F}_L = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}.}$$

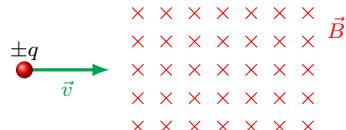
Beachten Sie, dass die Rechte-Hand-Regel nur gilt, sofern die Ladung positiv ist, sonst hat die Kraft die entgegen gesetzte Richtung. Gleich dazu ein Beispiel:

Bsp. vi.

Bei der Entdeckung des Antiteilchen des Elektrons, das sogenannte Positron, hat Carl D. Anderson (1932) in einer Nebelkammer ein Teilchen entdeckt, welches in die entgegen gesetzte Richtung abgelenkt wurde (vgl. Bild aus [47]).



Wie ist dies möglich? Zeigen Sie, dass für ein von rechts kommendes a) positiv resp. b) negativ geladenes Teilchen,



die Ablenkung nach oben resp. nach unten ist, sofern das B -Feld in die Blattebene hinein zeigt (vgl. Abb.). Lsg: –

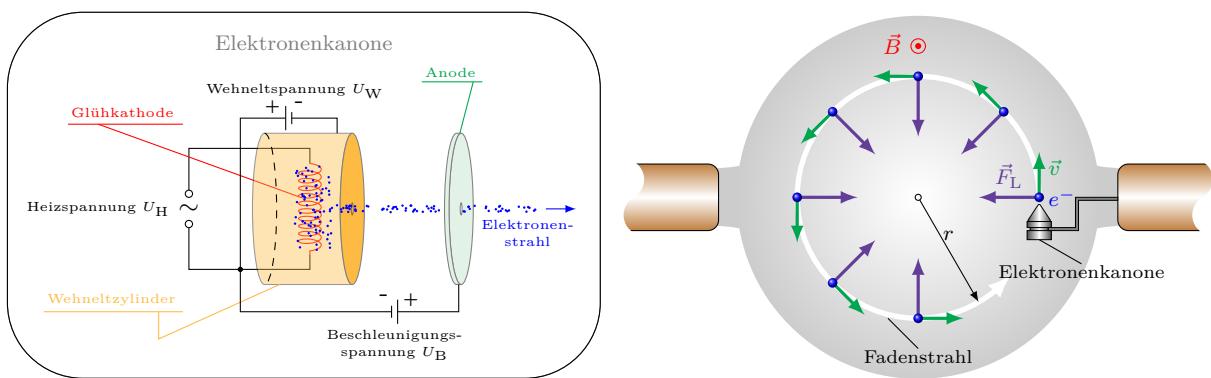
Lösung:

Betrachten wir nun, wie sich ein geladenes Teilchen in einem homogenen Magnetfeld bewegt, wenn es bereits in diesem Feld erzeugt wird. Eine solche Anordnung wird meist durch ein Fadenstrahlrohr verwirklicht.

Fadenstrahlrohr

In einen evakuierten Glaskolben wird etwas Wasserstoffgas bei niedrigem Druck (ca. 1 Pa) eingefüllt. Der Druck ist so gewählt, dass die Elektronen möglichst wenig durch Stöße abgebremst werden, die Anzahl der Stöße aber ausreicht, um ein sichtbares Leuchten zu erzeugen. Im Kolben befindet sich eine Elektronenkanone (vgl. Bild links), die aus einer Heizwendel, einer Kathode und einer Lochanode besteht. Aus der Kathode treten Elektronen aus, die zur positiv geladenen Anode hin beschleunigt werden. Der Wehneltzylinder hat die Aufgabe die Elektronen etwas zu fokussieren, da sie aufgrund der negativen Ladung gleichmäßig auf die Symmetriearchse des Zylinders konzentriert werden. Gewisse Elektronen werden an der Anode wieder absorbiert, aber ein kleiner Teil der Elektronen verlässt das System durch ein Loch in der Anode. Zur Erzeugung des homogenen Magnetfeldes wird üblicherweise ein Helmholtzspulenpaar verwendet.

Bevor wir uns dem Experiment zuwenden, betrachten wir die Situation in einer Skizze. Dabei soll die Bewegung der Elektronen analysiert werden, indem die Richtung der Geschwindigkeit und die Richtung der Lorentzkraft eingezeichnet werden.



In dieser Skizze sieht man sehr schön, dass die Kraft immer in die Mitte zeigt. Das liegt natürlich daran, dass die Lorentzkraft immer senkrecht zur Geschwindigkeit steht. Auch wenn sich die Richtung der Geschwindigkeit ändert, bleibt sie immer in der Ebene senkrecht zum Magnetfeld. Ein geladenes Teilchen bewegt sich also in einem Magnetfeld auf einer Kreisbahn. Welchen Radius die Kreisbahn hat, lässt sich sehr schnell bestimmen. Sei die Masse m_e und die Geschwindigkeit v des Elektrons sowie das Magnetfeld B gegeben, so gilt

$$F_{\text{res}} = F_{\text{L}} = m_{\text{e}} a_z \quad \Rightarrow \quad e v B = m_{\text{e}} \frac{v^2}{r}.$$

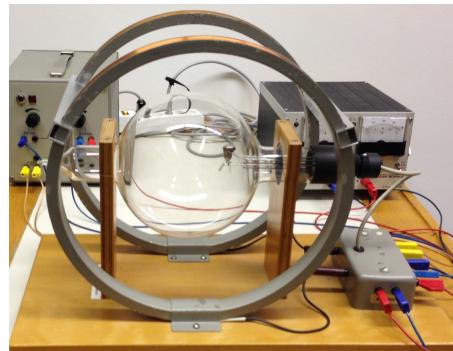
Damit ist der Radius gegeben als:

$$r = \frac{m_e v}{e B}.$$

Nun schauen wir uns das Ganze im Experiment an, wobei wir, wie bereits erwähnt, das Magnetfeld mit einer Helmholtzspule erzeugen.

Exp. 16: Fadenstrahlrohr mit Helmholtzspule

Die Elektronenkanone funktioniert ganz ähnlich wie die Kathodenstrahlröhre und wird deshalb hier nicht noch einmal erklärt. Oben wurde sie kurz in Worten beschrieben. Der Aufbau sieht wie folgt aus:



Wir können den Austrittswinkel der Elektronen gegenüber dem Magnetfeld verändern. Lassen wir den Winkel wie in der Skizze bei 90° , so erhält man für den Fadenstrahl einen schönen Kreis (siehe Abb.).

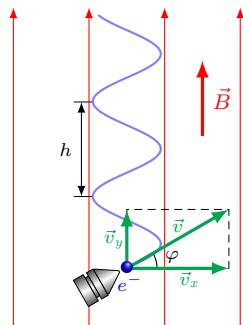


Die Geschwindigkeit der Elektronen wird durch die Beschleunigungsspannung gesteuert und kann daher leicht variiert werden. Verringert man die Spannung, so erhält man direkt einen kleineren Kreis und umgekehrt. Dies ist aus der obigen Formel für den Radius direkt ersichtlich.

Neigt man nun die Elektronenkanone etwas, so erhält man keinen Kreis mehr, sondern eine Helix, wie man auf dem Bild unschwer erkennen kann.



Um diese Bewegung zu verstehen, betrachten wir am besten eine neue Skizze, in der wir das Magnetfeld von der Seite betrachten können.



Man erkennt sofort, dass die Geschwindigkeit, sobald sie nicht mehr senkrecht zum Feld \vec{B} steht, in eine Komponente parallel zum Feld \vec{v}_y und eine Komponente senkrecht zum Feld \vec{v}_x zerlegt werden kann. Da die Lorentzkraft nur auf die senkrechte Komponente wirkt, führt diese zu einer Drehbewegung. Da das Feld jedoch keinen Einfluss auf die parallele Komponente hat, bewegt sich das Teilchen gleichzeitig parallel zum Feld. Diese beiden Bewegungen zusammen ergeben die Schraubenbahn.

Eine charakteristische Grösse der Schraubenbahn ist die Ganghöhe h , die wir im nächsten Beispiel bestimmen werden.

Im folgenden Beispiel soll die Schraubenlinie quantitativ betrachtet und einige Größen bestimmt werden.

Bsp. vii.

Betrachten wir die Schraubenbahn eines Elektrons in einem Fadenstrahlrohr. Die Feldstärke sei 0.0001 T , der Winkel zwischen der Geschwindigkeit \vec{v} des Elektrons und dem B -Feld betrage 30° . Die Geschwindigkeit sei $v \approx 2 \cdot 10^6\text{ m/s}$. Berechnen Sie a) die Geschwindigkeitskomponenten v_x senkrecht und v_y parallel zum B -Feld, b) den Radius der Schraubenbahn, c) die Umlaufzeit des Elektrons und d) die Ganghöhe der Schraubenbahn.

Lsg: a) $v_x \approx 10^6$ m/s, $v_y \approx 1.7 \cdot 10^6$ m/s, b) $r \approx 5.7$ cm, c) $T \approx 0.36$ μ s, d) $h \approx 0.62$ m

Lösung:

Betrachtet man sich die Beziehung für die Umlaufszeit etwas genauer, so erkennt man, dass ein wichtiges Verhältnis leicht gemessen werden kann. Nämlich die spezifische Elektronenladung:

$$\frac{-e}{m_e} = \frac{2\pi}{TB} = \frac{\omega}{B}.$$

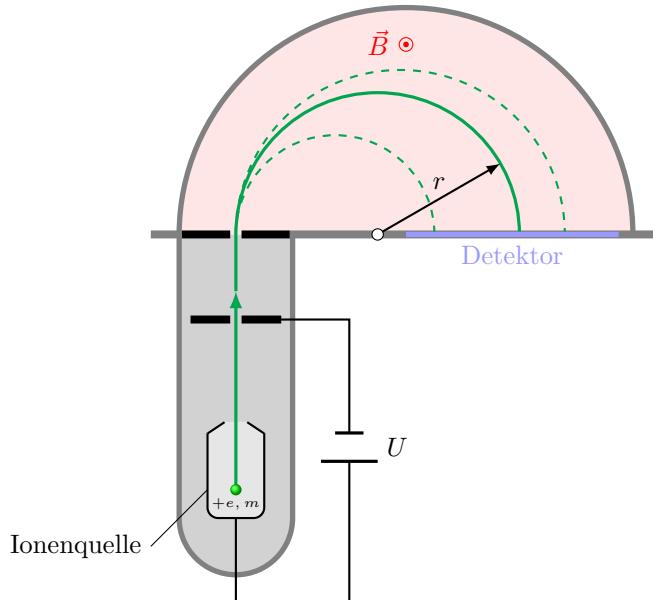
Da die Ladung durch den Millikan-Versuch bekannt ist, lässt sich aus dieser Beziehung somit die Masse des Elektrons messen:

$$m_e = \frac{-Be}{\omega}.$$

Im Allgemeinen lassen sich natürlich so beliebige Massen von Teilchen messen, was unter dem Begriff der *Massenspektroskopie* bekannt ist. Dies soll nun etwas ausführlicher diskutiert werden.

Massenspektroskopie

Eines der wichtigsten Geräte in der physikalischen Chemie ist das Massenspektrometer. Im Massenspektrometer werden in der Regel Ionen beschleunigt, die normalerweise einfach positiv geladen sind, d. h. Ladung $+e$ und einer unbekannten Masse m . Damit das zu untersuchende Material beschleunigt und abgelenkt werden kann, muss es zunächst verdampft und durch Elektronenbeschuss ionisiert werden. Anschliessend werden die Ionen elektrostatisch beschleunigt und in einem Magnetfeld abgelenkt (siehe Abbildung).



Suchen wir wieder einen Term für den Radius, wobei wir nun auch die Beschleunigungsspannung berücksichtigen. Diese gibt den Ionen die Anfangsgeschwindigkeit. Aus der Energieerhaltung: folgt

$$E_{\text{el}} = eU = \frac{1}{2}mv^2 = E_{\text{kin}} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2eU}{m}}.$$

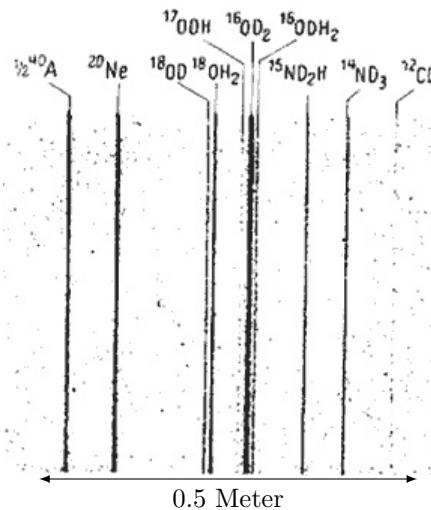
Nun betrachten wir die Ablenkung im B -Feld und erhalten aus der Kreisbewegung:

$$F_{\text{res}} = F_{\text{L}} = ma_z \Rightarrow evB = m\frac{v^2}{r} \Rightarrow r = \frac{mv}{eB}.$$

Setzen wir nun den Term für die Geschwindigkeit ein erhalten wir für den Radius:

$$r = \underbrace{\frac{1}{B}\sqrt{\frac{2U}{e}}}_{\text{konst.}} \cdot \sqrt{m}.$$

Man erkennt, dass der Radius proportional zur Quadratwurzel der Masse ist. In der Skizze ist auch ein Detektor eingezeichnet. Früher wurde dazu eine fotografische Platte verwendet. Diese lieferte dann ein Massenspektrum, wie es in der folgenden Abbildung aus [48] zu sehen ist.



Dieses Feinstruktur-Massenspektrogramm von Bieri, Everling und Mauttauch wurde erstellt, um die ausgezeichnete Auflösung kleinsten Massenunterschiede zu demonstrieren. Die Trennung von 10 verschiedenen Ionen der Massenzahl 20 mit Atom- bzw. Molekulgewichten zwischen 19.9878 und 20.0628¹².

¹²Der erste klassische Massenspektrograph wurde 1919 von Francis W. Aston, ein Schüler von J.J. Thomson, konstruiert. Heute verwendet man keine fotografischen Platten mehr, sondern nur sogenannte Photomultiplier.

Der Massenspektrograph kommt für die Beschleunigung mit einem einfachen statischen elektrischen Feld aus. In vielen anderen Bereichen der experimentellen Physik, aber auch in der Medizin, reicht diese einfache Beschleunigung jedoch nicht aus. Dann wird in der Regel ein *Zyklotron* verwendet. Dieses soll nun etwas näher betrachtet werden.

Zyklotron

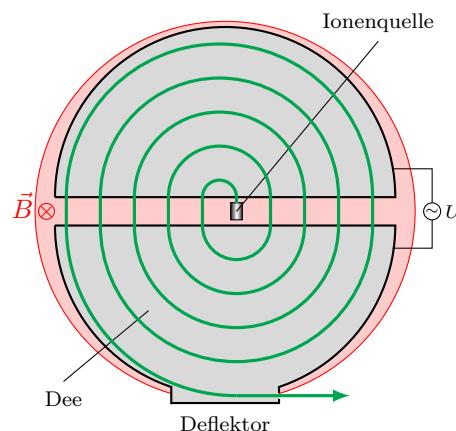
Für Experimente mit Elementarteilchen, aber auch für viele andere Anwendungen werden Teilchen mit sehr hoher kinetischer Energie benötigt. Diese Energie wird den Teilchen in so genannten Beschleunigern mit Hilfe von elektrischen Feldern in Flugrichtung der Teilchen zugeführt. Da die Lorentzkraft immer senkrecht zur Bewegungsrichtung der Teilchen steht, können magnetische Felder den Teilchen keine Energie zuführen. Stattdessen werden diese Magnetfelder genutzt, um die Teilchen auf bestimmten Bahnen zu halten oder zu fokussieren.

Eine der ersten Beschleunigungsanlagen war das Zyklotron. Das Bild zeigt Donald Cooksey (links) und Ernest Lawrence (rechts), die Erfinder des Zyklotrons, vor dem 60-Zoll-Zyklotron in den Berkeley-Laboratorien. (Bild aus [49])



Aus [50] ist die folgende Beschreibung entnommen:

Ein Zyklotron besteht aus zwei Magneten, die in der Abbildung oberhalb und unterhalb der gestrichelten Kreislinie angeordnet sind. Zwischen den Magneten befinden sich zwei D-förmige Elektroden (*Dee* genannt), eine Ionenquelle und ein Deflektor. Die Magnete erzeugen ein möglichst homogenes Magnetfeld senkrecht zur Zeichenebene (ca. 2 Tesla). Im Spalt zwischen den Magneten befindet sich die Ionenquelle, in der die zu beschleunigenden positiven Teilchen erzeugt werden. Beschleunigt werden sie durch eine Wechselspannung (ca. 10 MHz), die an die Dees angelegt wird. Am Rand des Zyklotrons befindet sich ein Deflektor. An ihn kann eine Spannung angelegt werden, um den Strahl aus dem Magnetfeld herauszulenken.



Die Frequenz der Wechselspannung f_U muss so gewählt werden, dass beim Durchfliegen des Spaltes die Dees so gepolt sind, dass die Teilchen durch das im Spalt herrschende elektrische Feld beschleunigt werden. Aufgrund der höheren Geschwindigkeit der Teilchen vergrössert sich der Bahnradius. Die Zeit zwischen zwei Spaltdurchläufen bleibt immer genau gleich, so dass das Zyklotron mit einer konstanten Wechselspannungs frequenz f_U betrieben werden kann. Dies soll nun gezeigt werden. Die Zyklotronfrequenz $f_z = 2f_U$ ist der Kehrwert der Umlaufzeit:

$$f_z = \frac{1}{T} = \frac{v}{2\pi r},$$

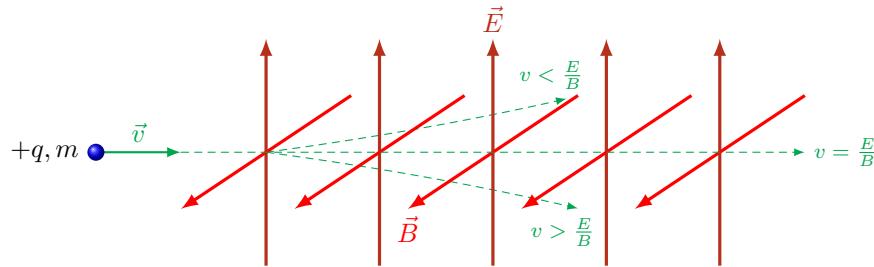
wobei die Umlaufszeit die zurückgelegte Strecke durch die Geschwindigkeit ist. Den Radius $r = \frac{mv}{qB}$ haben wir bereits mehrmals hergeleitet und können wir oben einsetzen:

$$f_z = \frac{qB}{2\pi m} = \text{konst.}$$

Die Frequenz hängt also nur von der Masse, der Ladung des Teilchens und dem B -Feld ab. Sie ändert sich also nicht mit der Zeit, solange immer die gleichen Teilchen beschleunigt werden. Bisher haben wir immer nur das Magnetfeld oder das elektrische Feld getrennt betrachtet. In vielen Situationen müssen aber beide Felder gleichzeitig betrachtet werden. Eine solche Situation ist z. B. der *Geschwindigkeitsfilter*.

Geschwindigkeitsfilter

Beim Geschwindigkeitsfilter wirken beide Felder, das magnetische und das elektrische Feld, gleichzeitig auf das Teilchen ein. Beim Filter müssen diese Felder gekreuzt werden. Dies könnte wie folgt aussehen



Hier zeigt also das elektrische Feld in y -Richtung und das magnetische Feld in z -Richtung. Die resultierende Kraft in einem solchen Fall ist die Summe aus der elektrischen und der Lorentzkraft, also die *elektromagnetische Kraft* \vec{F}_{em} :

$$\vec{F}_{\text{em}} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}).$$

Wählen wir das Koordinatensystem so, dass die Teilchen sich in x -Richtung bewegen und das Magnetfeld in die z -Richtung zeigt, dann gilt:

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} v_x \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \vec{B} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ B_z \end{pmatrix}.$$

Damit ist das Kreuzprodukt gegeben als:

$$\begin{pmatrix} v_x \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ B_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -v_x B_z \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Soll ein Teilchen ohne Ablenkung oder Beschleunigung durch die Felder hindurch fliegen, so muss die resultierende Kraft auf das Teilchen null sein, d. h.

$$\vec{F}_{\text{em}} = \vec{0} \quad \Rightarrow \quad qE_y - qv_x B_z = 0 \quad \Rightarrow \quad v_x = \frac{E_y}{B_z}.$$

Die Geschwindigkeit muss also dem Verhältnis von elektrischem und magnetischem Feld entsprechen. Wenn das Teilchen schneller ist, wird die Lorentzkraft grösser, da sie von der Geschwindigkeit abhängt. In unserem Bild würde das Teilchen nach unten abgelenkt. Anders verhält es sich, wenn die Geschwindigkeit kleiner ist, dann ist die elektrische Kraft grösser und das Teilchen wird nach oben abgelenkt.

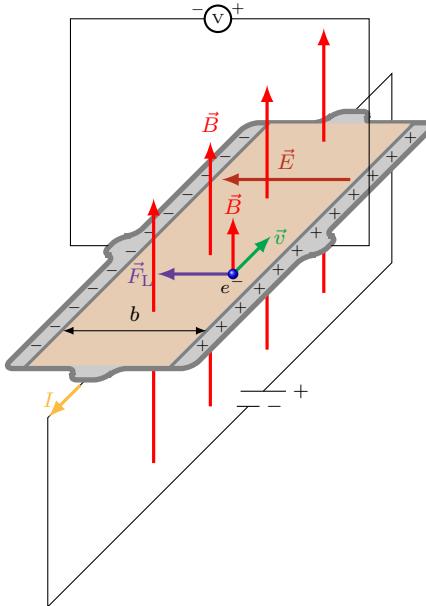
Es sollte klar sein, dass man mit dieser Vorrichtung einen Geschwindigkeitsfilter herstellen kann. Je nach gewünschter Geschwindigkeit muss man das elektrische und das magnetische Feld aufeinander abstimmen.

In einigen Versuchen haben wir ein Messgerät zur Messung des B -Feldes vermessen, die Erklärung der Funktionsweise wurde auf später verschoben. Jetzt sind wir in der Lage, dieses Gerät zu verstehen, zumindest den Teil, der für die Messung des Feldes verantwortlich ist. Die Messung beruht auf dem *Hall-Effekt*.

Hall-Effekt

Der Hall-Effekt ist nach dem amerikanischen Physiker Edwin Hall¹³ benannt. Sie beschreibt das Auftreten einer Spannung in einem stromdurchflossenen Leiter, der sich in einem stationären Magnetfeld befindet. Diese Spannung wird *Hall-Spannung* U_H genannt.

Betrachten wir eine Leiterplatte der Breite b , die von einem elektrischen Strom durchflossen wird. Diese Leiterplatte befindet sich in einem Magnetfeld \vec{B} und die beweglichen Ladungsträger sind Elektronen (siehe Skizze).



$$\vec{F}_{\text{em}} = \vec{0} \quad \Rightarrow \quad E_y = v_x B_z.$$

Sofern die Geschwindigkeit bekannt ist, lässt sich daraus die Hall-Spannung U_H berechnen. Mit $U_H = E_y b$ folgt:

$$U_H = b v_x B_z.$$

In der Regel ist die Geschwindigkeit der Teilchen jedoch nicht bekannt. Deshalb muss mit dem Strom I gearbeitet werden. Für den elektrischen Strom gilt: $I = q n v_x A$, wobei $A = bd$ und d die Dicke der Leiterplatte ist. Eingesetzt erhalten wir

$$U_H = E_x b = \frac{1}{q n} \cdot \frac{I B_z}{d}.$$

Der Faktor $\frac{1}{q n}$ ist eine Materialkonstante und nennt sich Hall-Konstante A_H . Damit erhält man schliesslich:

Ges. 8: (Hall-Spannung) Die Hall-Spannung U_H in einem Leiter der Dicke d bei einem elektrischen Strom I und einem Magnetfeld B ist gegeben als:

$$U_H = A_H \frac{IB}{d},$$

wobei $A_H = \frac{1}{q n}$ die Hall-Konstante ist.

Damit schliessen wir dieses Kapitel über die Lorentzkraft ab und stellen fest, dass es unzählige Anwendungen gibt. Aber nicht nur das, sie bildet auch die theoretische Grundlage für das nächste Gesetz, die *magnetische Induktion*.

¹³Edwin Herbert Hall (7. November 1855 in Great Falls, Maine - 20. November 1938 in Cambridge, Massachusetts) war ein US-amerikanischer Physiker. 1879 entdeckte er den später nach ihm benannten Hall-Effekt. Diese Entdeckung geschah im Zusammenhang mit seiner Doktorarbeit unter Henry Augustus Rowland. Von 1881 bis 1921 forschte er an der Harvard University auf dem Gebiet der Thermoelektrizität und arbeitete über galvanomagnetische und thermoelektrische Erscheinungen.

3.3 Magnetische Induktion

Die magnetische Induktion ist die Grundlage vieler grosser technischer Errungenschaften des 19. Jahrhunderts, wie des Elektromotors, des Generators oder des Transformators. Die magnetische bzw. elektromagnetische Induktion wurde 1831 von Michael Faraday entdeckt. Der überaus fleissige Experimentalphysiker untersuchte die Funktionsweise eines Elektromagneten, d. h. *Strom erzeugt Magnetfeld umzukehren, d.h. Magnetfeld erzeugt Strom*.

Jedes Kraftwerk erzeugt elektrische Spannung mit Hilfe eines Generators. Ohne die von Faraday geschaffenen Grundlagen könnten wir heute nicht in einer von Elektrizität dominierten Gesellschaft leben.

In diesem Abschnitt soll das *Induktionsgesetz* besprochen, veranschaulicht und durch einige Anwendungen gefestigt werden. Zum Abschluss dieses Kapitels über den Magnetismus wird die *Selbstinduktion* eingeführt und an einem Beispiel kurz erläutert.

3.3.1 Induktionsgesetz

Bevor wir das Gesetz formulieren und einige Anwendungen betrachten, wollen wir ein einfaches, aber überzeugendes Experiment dazu demonstrieren.

Exp. 17: Einfache Induktionsspannung

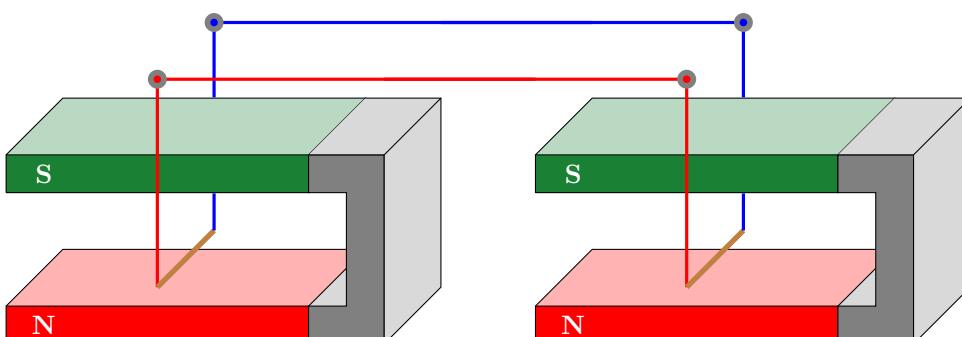
An ein beliebig langes Kabel wird ein Spannungsmessgerät angeschlossen. Das Kabel wird zu einer Schleife gewickelt und die Schleife wird durch einen Stabmagneten schnell hin und her bewegt (vgl. Abb.).



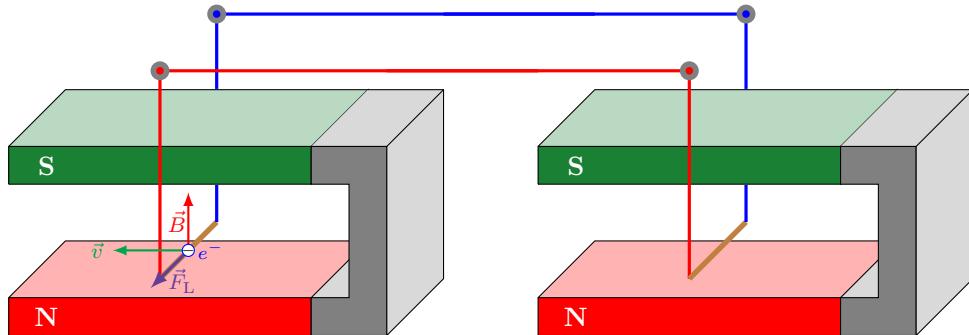
Am Messgerät erkennt man sehr schnell, dass jede Bewegung der Schleife eine Spannung im positiven und negativen Bereich erzeugt. Je nachdem, ob die Schleife nach oben oder nach unten bzw. um den Nord- oder Südpol gewickelt wird, entsteht eine Spannung im positiven oder negativen Bereich.

Im Folgenden geht es darum, dieses Experiment zu verstehen. Dazu beginnen wir mit einem Gedankenexperiment, das man mit den entsprechenden Geräten durchaus in der Realität durchführen könnte.

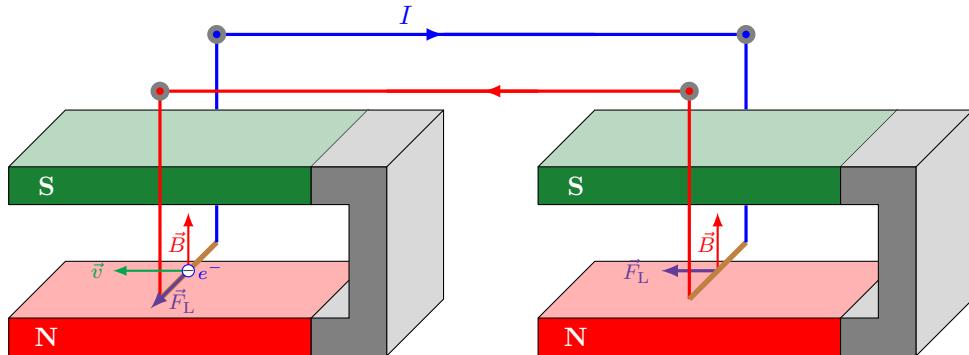
Dazu legt man zwei Hufeisenmagnete nebeneinander auf den Tisch. Dann hängt man in beide einen Leiter und verbindet diese Leiter miteinander. Wie in der Skizze unten dargestellt:



Wird nun der linke Leiter ausgelenkt, und zwar vom Magneten weg, so werden gleichzeitig die Elektronen im Leiter mitbewegt. Da sie sowohl eine Geschwindigkeit \vec{v} als auch ein Magnetfeld \vec{B} besitzen, erfahren sie eine Lorentzkraft \vec{F}_L , die in Richtung des Leiters zeigt (siehe Abbildung).



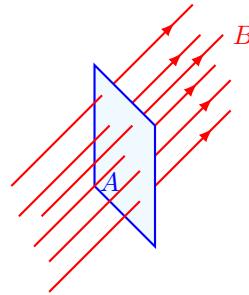
Die Elektronen bewegen sich also vorwärts. Das entspricht einem elektrischen Strom, der nach hinten fliessst. Dieser Strom fliessst durch den gesamten Leiter und bewirkt auf der rechten Seite, dass nun ein elektrischer Strom I durch diesen Leiter fliessst. Da auch ein Magnetfeld \vec{B} auf den Leiter wirkt, entsteht auch hier eine Lorentzkraft \vec{F}_L , die nun aber senkrecht zum Leiter nach aussen gerichtet ist (siehe Abbildung).



Die Bewegung des Leiters auf der linken Seite führt also zu einer analogen Bewegung auf der rechten Seite. Dieses Prinzip liegt vielen Anwendungen zugrunde, z.B. dem Telefon.

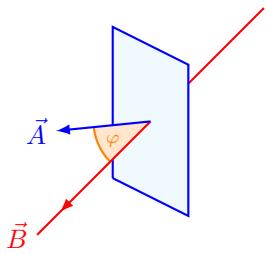
Magnetischer Fluss

Bevor wir das Gesetz formulieren können, müssen wir eine neue Grösse kennen lernen, den *magnetischen Fluss*. Er stellt die Menge der Feldlinien dar, die eine Oberfläche durchdringen. Betrachten wir z. B. folgendes Bild:

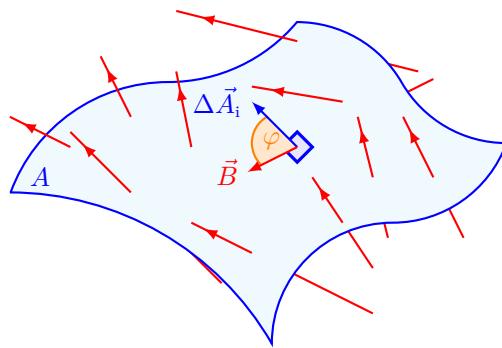


In diesem Fall steht das Magnetfeld B senkrecht zur Fläche A . In diesem einfachen Spezialfall ist der magnetische Fluss Φ_m einfach das Produkt aus Magnetfeld und Fläche, also: $\Phi_m = BA$. Da die Stärke des Magnetfeldes proportional zur Anzahl der Feldlinien ist, ist auch der magnetische Fluss durch eine gegebene Fläche proportional zur Anzahl der Feldlinien, die sie durchdringen.

Im allgemeinen steht das Magnetfeld nicht senkrecht auf der Oberfläche, dann ist der magnetische Fluss nur durch die senkrechte Komponente gegeben, d. h. der magnetische Fluss ist das Skalarprodukt aus dem Magnetfeld \vec{B} und dem Oberflächenvektor \vec{A} , d. h. $\Phi_m = \vec{B} \cdot \vec{A} = BA \cos \varphi$. Betrachten wir dazu dieses Bild:



Nun sind wir nur noch einen Schritt von der exakten und allgemeinen Definition entfernt. Dazu betrachten wir eine beliebig gekrümmte Fläche \vec{A} mit einem kleinen Flächenelement $\Delta\vec{A}_i$ und dem inhomogenen Magnetfeld \vec{B} . Dies könnte z.B. wie folgt aussehen:



Sei nun das Flächenelement so klein, dass es als eben betrachtet werden kann und sich das Magnetfeld innerhalb eines solchen Elements nicht ändert. Dann gilt für den magnetischen Fluss in diesem Element: $\Delta\Phi_{m,i} = \vec{B}_i \cdot \Delta\vec{A}_i$. Der Fluss durch die gesamte Fläche ergibt sich als Summe der Teilflüsse $\Delta\Phi_{m,i}$. Sie ahnen wahrscheinlich schon, wohin das führt. Lassen wir nun die Flächen gegen Null und ihre Anzahl gegen Unendlich gehen, so kann die Summe durch ein Integral ersetzt werden. Damit erhalten wir für die Definition:

Def. 2: (*Magnetische Fluss*) Der magnetische Fluss Φ_m durch eine beliebig gekrümmte Fläche A für ein inhomogenes Magnetfeld \vec{B} ist gegeben als:

$$\boxed{\Phi_m = \int_A \vec{B} \cdot d\vec{A}}$$

Die Einheit des magnetischen Fluxes ist: $[\Phi_m] = T \cdot m^2 = Wb$. Dies ist eine Abkürzung für Weber, was nach dem Physiker Wilhelm Weber¹⁴ benannt ist.



Zeige, dass für eine Spule mit N Windungen der magnetische Fluss Φ_m gegeben ist durch: $\Phi_m = N \vec{B} \cdot \vec{A}$, wobei \vec{B} das homogene Magnetfeld und \vec{A} der Flächenvektor der ebenen Fläche A ist.

Wir wollen uns nun ein einfaches Beispiel für die Berechnung des magnetischen Fluxes ansehen. Wenn Sie danach immer noch nicht genau wissen, was der magnetische Fluss ist, brauchen Sie sich keine Sorgen zu machen.

Bsp. viii.

Ein äusseres, homogenes Magnetfeld von 2000 G bilde mit der Symmetriechse einer Spule einen Winkel von 30°. Die Spule habe 300 Windungen und einen Radius von 4 cm. Wie gross ist der magnetische Fluss durch die Spule? (1 G $\hat{=} 10^{-4}$ T)

Lsg: $\Phi_m \approx 0.26 \text{ Wb}$

¹⁴Wilhelm Eduard Weber (24. Oktober 1804 in Wittenberg - 23. Juni 1891 in Göttingen) war ein deutscher Physiker.

Lösung:

Betrachten wir auch hier, wie beim elektrischen Fluss, den magnetischen Fluss durch eine geschlossene Fläche, z. B. eine Kugeloberfläche. Allgemein sei die geschlossene Fläche \vec{A} und das Magnetfeld \vec{B} . Nach der Definition des magnetischen Fluxes und mit dem Satz von Gauss¹⁵ gilt:

$$\Phi_m = \oint_{A=\partial V} \vec{B} \cdot d\vec{A} = \int_V \operatorname{div} \vec{B} \cdot dV.$$

Da es keine magnetischen Monopole gibt, d. h. $\operatorname{div} \vec{B} = 0$, folgt:

$$\Phi_m = \oint_A \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0,$$

d. h. der magnetische Fluss durch eine geschlossene Fläche verschwindet. Dazu betrachten wir folgendes Beispiel:

Bsp. ix.

Ein Zylinder habe einen Radius von 3m und eine Höhe von 5 m. Am Boden ist ein Fluss von 25 Wb, der hineinzeigt und oben ein homogenes Magnetfeld von 1.27 T, welches senkrecht zur Oberfläche und nach Aussen zeigt. a) Bestimmen Sie den magnetischen Fluss durch die Mantelfläche. b) In welche Richtung zeigt der Fluss?

Lsg: a) $\Phi_{\text{Mantel}} \approx -11 \text{ Wb}$, b) -

Lösung:

Bevor wir diesen vielleicht etwas zu abstrakten Abschnitt abschliessen noch eine Zusatzaufgaben für besonders begabte Mathematiker.

¹⁵Satz von Gauss:

$$\int_V \operatorname{div} \vec{F} \cdot d\vec{V} = \oint_{\partial V = A} \vec{F} \cdot d\vec{A}$$

Eine andere vielleicht etwas überraschende Möglichkeit den Satz von Gauss ebenfalls auszudrücken ist, dass die Ableitung eines kontinuierlichen Körpers, jeweils den Rand dieses Körpers ergibt. z. B. Das Volumen einer Kugel ist:

$$V(r) = \frac{4\pi}{3}r^3 \quad \text{und} \quad V'(r) = 4\pi r^2 = O(r),$$

was der Oberfläche der Kugel entspricht. Ein anderes Beispiel ist die Kreisfläche:

$$A(r) = \pi r^2 \quad \text{und} \quad A'(r) = 2\pi r = U(r).$$

was dem Umfang entspricht.



Es gilt folgende Aussage anhand eines Beispiels zu belegen. *Der Fluss durch eine gekrümmte Fläche, bei einem homogenen Magnetfeld ist gleich dem Fluss durch die flache Fläche.* Zeigen Sie diese Aussage für einen Halbkreis.

Nachdem wir nun den magnetischen Fluss verstanden haben, können wir das Induktionsgesetz formulieren und in einigen Beispielen anwenden.

Induktionsgesetz

Wie wir im Einführungsexperiment gesehen haben, erzeugt die Bewegung einer Leiterschleife durch ein Magnetfeld eine Spannung. Wie wir gerade definiert und mit Beispielen veranschaulicht haben, erzeugt eine Leiterschleife in einem Magnetfeld einen magnetischen Fluss. Da die Leiterschleife aber bewegt werden muss, um eine Spannung zu messen, leiten wir folgendes Gesetz ab

Ges. 9: (Induktionsgesetz von Faraday) Ändert sich der magnetische Fluss Φ_m durch eine Leiterschleife, so wird eine elektrische Spannung U_{ind} induziert, d. h.

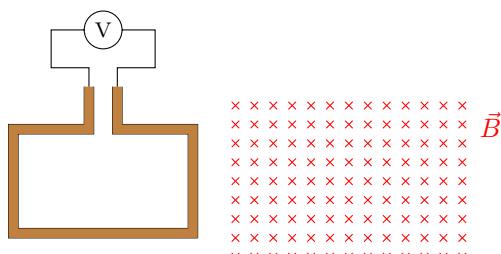
$$U_{\text{ind}} = -\frac{d\Phi_m}{dt},$$

wobei die Spannung der Änderung entgegenwirkt.

Betrachten wir das Gesetz etwas genauer, so stellen wir fest, dass sich einerseits die Fläche der Leiterschleife A oder das Magnetfeld B ändern kann. Beides führt zu einer Induktionsspannung. In unseren Beispielen werden wir in der Regel die Fläche und nicht das Magnetfeld ändern. Dazu gleich ein wichtiges Beispiel:

Bsp. x:

Eine rechteckige Leiterschleife ($4\text{ cm} \times 3\text{ cm}$) wird gleichförmig ($v = 2\text{ m/s}$) durch ein konstantes Magnetfeld $B = 1\text{ T}$ bewegt (vgl. Abb.).



Bestimmen Sie a) die Induktionsspannungen und b) stellen Sie diese als Funktion der Zeit dar, bis sich die Schleife vollständig aus dem Feld bewegt hat. Lsg: —

$\text{J}_{\text{Sg.}} =$

Lösung:

Wir haben bereits im Gesetz erkannt, dass die Induktionsspannung immer der Ursache entgegenwirkt. Ist der Widerstand klein genug, dass auch elektrische Ströme induziert werden, dann haben diese eine bestimmte Richtung, wie Heinrich Lenz¹⁶ mithilfe der Energieerhaltung ableiten konnte.

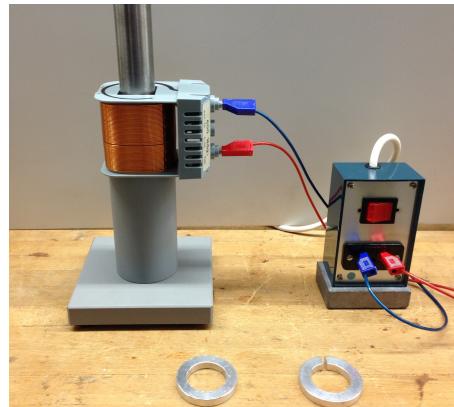
¹⁶Heinrich Friedrich Emil Lenz (12. März in Dorpat (heute Tartu, Estland) ' 10. Februar 1865 in Rom) war ein deutsch-baltischer Physiker, welcher als einer der Ersten die Zusammenhänge zwischen Magnetfeldern und elektrischen Feldern erkannte. So legte er mit der Lenzschen Regel die Grundlage für die Wirbelstrombremse.

Ges. 10: (Lenzsche Regel) Induktionsströme sind stets so gerichtet, dass sie ihrer Ursache entgegenwirken.

Dazu werden zwei vielleicht überraschende Experimente vorgestellt. Zum einen der Ringversuch nach Thomson und die Wirbelstrombremse nach Lenz.

Exp. 18: Thomsonscher Ringversuch

Ein Aluminiumring ist verschiebbar auf einem Eisenkern montiert, der durch eine Spule geführt wird. Die Spule ist mit einem Kippschalter verbunden, an den die Netzspannung angeschlossen ist (s. Abb.).

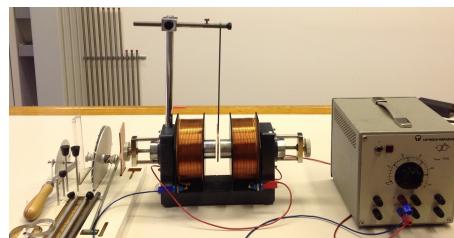


Wenn der Strom eingeschaltet wird, erzeugt die Spule ein Magnetfeld. Dies führt zu einer schlagartigen Änderung des Flusses durch den Ring, wodurch nach der Lenz'schen Regel im Ring ein Strom induziert wird, der so gross ist, dass das Magnetfeld dem Feld in der Spule entgegengesetzt ist. Dadurch stoßen sich die beiden Felder ab und der Ring wird senkrecht nach oben geschossen.

Ein weiterer wichtiger Versuch ist die Wirbelstrombremse. Dieser Versuch hat einige Anwendungen, vor allem im Bereich der Schwingungen. Nämlich immer dann, wenn eine Schwingung gedämpft werden soll.

Exp. 19: Waltenhofensches Pendel

Ein Eisenkern mit Polschuhen wird durch zwei grosse Spulen geführt, die ein Magnetfeld von bis zu einem Tesla erzeugen können. Die Polschuhe dienen dazu, das Magnetfeld auf einen möglichst kleinen Bereich zu fokussieren (siehe Abb.).

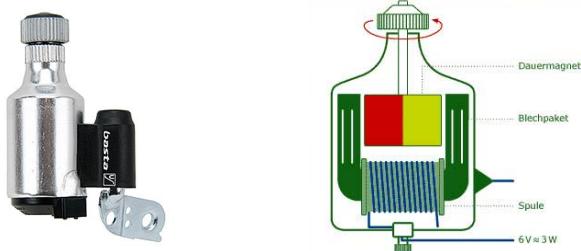


Zum Vergleich wird zunächst der Strom abgeschaltet und das Pendel ausgelenkt und losgelassen. Es schwingt einige Male, bis es zum Stillstand kommt. Nun wird der Strom eingeschaltet, d.h. die Spule erzeugt ein starkes Magnetfeld. Durch die Bewegung des Pendels durch das Feld ändert sich der Fluss im Pendel beim Ein- und Austritt in das Feld und es entsteht eine Induktionsspannung. Besteht das Pendel aus einem leitenden Material, wird zusätzlich ein Strom induziert. Auf diesen Strom wirkt aufgrund des Magnetfeldes die Lorentzkraft, so dass die Elektronen abgelenkt werden und eine geschlossene Kurve beschreiben. Diese wird nach der Lenz'schen Regel so ausgerichtet, dass sie der Ursache entgegenwirkt, d.h. es wird ein Magnetfeld erzeugt, das die Bewegung hemmt. Bei grossen Magnetfeldern scheint das Pendel zu blockieren.

Abschliessend werden einige Anwendungen wie der Fahrraddynamo, das Windrad, die Schüttellampe und der Induktionsherd vorgestellt und erläutert.

Anwendungen

Nun wollen wir uns einige Anwendungen des Induktionsgesetzes anschauen, von denen Sie sicher schon viele im Alltag benutzt haben, wie z.B. den Fahrraddynamo (siehe Bild).



Durch die Drehung des Rades wird der Dynamokopf in Rotation versetzt. An diesem ist der Permanentmagnet befestigt. Da sich dieser dreht, ändert sich ständig das Magnetfeld und damit der magnetische Fluss durch die Spule, was zu einer Induktionsspannung führt, die ausreicht, um die Lampe zum Leuchten zu bringen. Der Generator ist das Herz des Dynamos. Die Spule und der Magnet im Dynamo sind im Grunde genommen der Generator. Generatoren werden in allen Kraftwerken und auch in Windkraftanlagen zur Erzeugung elektrischer Spannung eingesetzt (siehe Abbildung).



In Kraftwerken braucht man immer eine Medium, was die kinetische Energie liefert. Bei der Windturbine ist dies natürlich der Wind. Der Wind bringt die Rotorblätter zum Drehen und dadurch wird innerhalb des Generators die Spule in Drehung versetzt. Damit wird auch hier die Voraussetzung geschaffen, dass sich der magnetische Fluss permanent ändert.

3.3.2 Selbstinduktion

Induktion tritt nicht nur dann auf, wenn ein äusseres Magnetfeld auf einen Leiter einwirkt, sondern auch dann, wenn der Leiter selbst ein veränderliches Magnetfeld erzeugt. Diese Eigeninduktion wird *Selbstinduktion* genannt. Daraus ergibt sich folgende Definition

Def. 3: (*Selbstinduktion*) *Selbstinduktion ist die Induktionswirkung eines Stromes auf den eigenen Leiter.*

Da das von einem Strom erzeugte Magnetfeld immer proportional zum Strom ist, ist auch der magnetische Fluss proportional zum Strom. Daraus lässt sich das folgende einfache Gesetz formulieren

Ges. 11: (*Induktivität*) *Der magnetische Fluss Φ_m ist proportional zur Stromstärke I , d.h.*

$$\Phi_m = L \cdot I,$$

wobei der Proportionalitätsfaktor L *Selbstinduktion* oder *Induktivität* genannt wird.

Die Einheit der Induktivität ist: $[L] = \text{Wb/A} = \text{H}$, was für Henry steht und nach Joseph Henry¹⁷ benannt ist. Wir wollen nun die Induktivität explizit für eine Spule berechnen. Dazu betrachten wir folgendes Beispiel

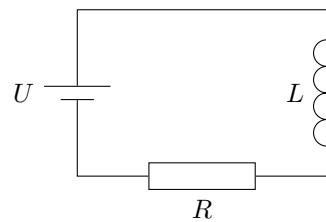
Bsp. xi.

Bestimmen Sie die Induktivität für eine lange Spule der Länge l mit N Windungen und einem Spulenquerschnitt A . Lsg: –

¹⁷Joseph Henry (17. Dezember 1797 in Albany, New York - 13. Mai 1878 in Washington, D.C.) war ein führender US-amerikanischer Physiker. Henrys hauptsächliches Arbeitsgebiet war der Elektromagnetismus, bei dem er das Phänomen der Selbstinduktion entdeckte.

Lösung:

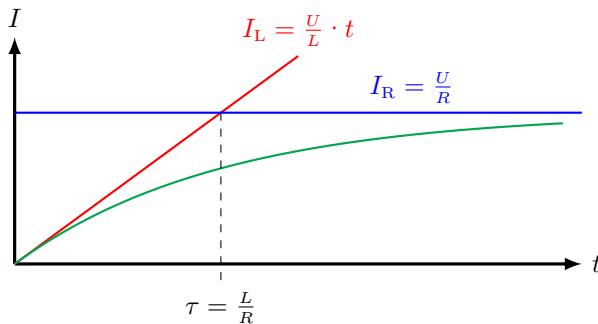
Betrachten wir nun einen einfachen Stromkreis mit einer Spule L und einer Spannungsquelle U . Da Spulen normalerweise aus Drähten gewickelt sind, haben sie auch einen ohmschen Widerstand. Solche Spulen werden *reale Spulen* genannt. Vereinfacht kann man sich solche Schaltungen als eine Spule ohne ohmschen Widerstand und einen in Reihe geschalteten ohmschen Widerstand R vorstellen.



Zunächst betrachten wir die *ideale Spule*, d.h. ohne ohmschen Widerstand, also $R = 0$. Schaltet man die Spannung ein, so bewirkt der Stromanstieg eine Änderung des Flusses in der Induktivität und damit eine Induktionsspannung, die nach Lenz der Ursache entgegenwirkt. Um dieser Spannung entgegenzuwirken, muss eine mindestens gleich grosse Spannung U_L angelegt werden, d.h.

$$U_L = -U_{\text{ind}} = \frac{d\Phi_m}{dt} = L \frac{dI}{dt} \Rightarrow I_L = \frac{U_L}{L} \cdot t.$$

Dies ergibt die rote Funktion. Die blaue Funktion ist klar, da ohne Induktivität L einfach $U = RI$ gilt und mit einem konstanten Widerstand R erhalten wir $I = \frac{U}{R}$, was eine konstante Funktion ist.



Die grüne Kurve stellt die reale Stromkurve dar und ergibt sich aus der Summe der beiden Spannung U_{ges} , d.h.

$$U_{\text{ges}} = U_R + U_L = IR + L \frac{dI}{dt} \Rightarrow I(t) = I_0 (1 - e^{-t/\tau}),$$

wobei $I_0 = \frac{U_{\text{ges}}}{R}$ und $\tau = \frac{L}{R}$ sind.

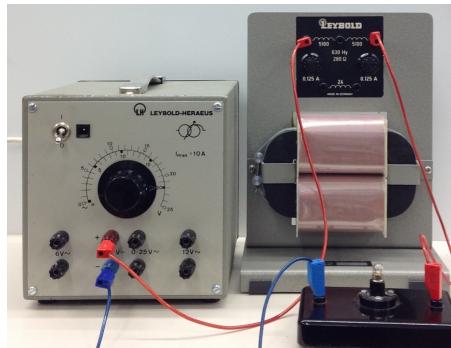


Zeigen Sie, dass $\tau = \frac{L}{R}$ ist und überprüfen Sie, dass die angegebene Lösung tatsächlich die Differentialgleichung löst.

Dass der Strom also nur langsam ansteigt, kann in einem einfachen Experiment mit einer grossen Induktivität gezeigt werden.

Exp. 20: Induktivität

Eine sehr grosse Induktivität von etwa 600 H wird in Serie mit einer Lampe geschaltet. Der Innenwiderstand der Induktivität ist etwa $300\ \Omega$ (vgl. Abb.).



Wird die Spannungsquelle mit bei etwa 10 V eingeschaltet, dann sieht man, dass die Lampe nur allmählich heller wird. Diesen Anstieg hat man nicht, falls man die Induktivität aus dem Stromkreis nimmt. In diesem Fall leuchtet die Lampe mit dem Einschalten.

Zum Abschluss überlegen wir uns noch, welche Arbeit wir aufwenden müssen, um einen Strom I durch eine Spule mit der Induktivität L fliessen zu lassen. Für die Arbeit gilt ganz allgemein:

$$dW = U dq.$$

Mit der Spannung $U = L \frac{dI}{dt}$, die über der Induktivität abfällt, und der Definition des Stroms $\frac{dq}{dt} = I$ folgt:

$$dW = L \frac{dI}{dt} I dt \quad \Rightarrow \quad dW = LI dI.$$

Damit erhalten wir für die gesamte Arbeit:

$$W = \frac{1}{2} LI^2.$$

Betrachten wir nun einen Spezialfall einer langen, dicht gewickelten Zylinderspule. Für das Magnetfeld B gilt:

$$B = \frac{\mu_0 NI}{l}.$$

Für die Induktivität gilt mit:

$$\Phi_m = LI \quad \Rightarrow \quad L = \frac{\Phi_m}{I} = \frac{BA'}{I} = \frac{\mu_0 N^2 A}{l},$$

wobei $A' = NA$ ist mit N der Anzahl Windungen. Setzen wir beides oben in die Arbeit ein, erhalten wir:

$$W = \frac{1}{2\mu_0} B^2 Al.$$

Damit lässt sich die *Energiedichte des magnetischen Felder* w_m schreiben als:

$$w_m = \frac{1}{2\mu_0} B^2,$$

wobei das Volumen des Zylinders Al ist. Auch wenn wir dieses Ergebnis für eine bestimmte Spule hergeleitet haben, stimmt es ganz allgemein für ein beliebiges magnetisches Feld. Wenn Sie sich vielleicht noch an die Energiedichte des elektrischen Feldes erinnern, dann erkennen Sie, eine grosse Ähnlichkeit. Es gilt nämlich:

$$w_{el} = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2.$$

Diese Ähnlichkeit ist natürlich kein Zufall. Inwiefern hängt das elektrische Feld mit dem magnetischen zusammen und wieso bezeichnet man diese Theorie auch als Elektromagnetismus. Dazu soll ein kleiner Film die Antwort geben: [Veritasium & MinutePhysics: How SRT Makes Magnets Work](#).

Wir haben also gelernt, dass ein elektrisches und ein magnetisches Feld im Grunde dasselbe sind. Der Beobachter

entscheidet, ob es sich um ein elektrisches oder ein magnetisches Feld handelt.

Zum Schluss eine kleine Rechnung, die Sie vielleicht verblüffen wird. Es gibt zwei Konstanten, die für das elektrische und das magnetische Feld benötigt werden. Das sind die elektromagnetischen Feldkonstanten:

$$\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \text{ A s/(V m)} \quad \text{und} \quad \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Vs/(A m)}.$$

Nun berechnen wir folgende Grösse:

$$\frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \approx 2.9979 \cdot 10^8 \text{ m/s.}$$

Sie haben es wahrscheinlich schon erraten. Dieser Wert ist gleich der Lichtgeschwindigkeit. Es gibt also einen Zusammenhang zwischen elektrischen und magnetischen Feldern und dem Licht. Dieser wird aber erst im letzten Kapitel der Elektrizitätslehre erklärt, nämlich im Kapitel über *Elektromagnetische Schwingungen und Wellen*.

Zusammenfassung Kapitel G3

1. Permanentmagnete werden aus den sogen. *Ferromagneten* hergestellt. Dazu gehört nicht nur Eisen, sondern auch Kobalt und Nickel.

2. Es gibt im Gegensatz zur Elementarladung keine *magnetischen Monopole*.

3. Die *magnetostatische Kraft* \vec{F}_m zwischen zwei Magnetpolen p_1 und p_2 im Abstand \vec{r} voneinander ist:

$$\vec{F}_m = \frac{1}{4\pi\mu_0} \frac{p_1 \cdot p_2}{r^2} \frac{\vec{r}}{r},$$

wobei $\mu_0 \approx 4\pi \cdot 10^{-7}$ Vs/(Am) die magnetische Permeabilitätskonstante ist.

4. Die *magnetische Feldstärke* \vec{B} ist definiert, als

$$\vec{B} = \mu_0 \frac{\vec{F}_m}{p_0},$$

wobei \vec{F}_m die magnetostatische Kraft auf ein Probopol p_0 ist.

5. Eigenschaften der magnetischen Feldlinien im Unterschied zu den elektrischen Feldlinien:

- Die Feldlinien verlaufen ausserhalb eines Magneten vom Nord- zum Südpol und innerhalb vom Südpol zum Nordpol.
- Die Feldlinien sind geschlossene Kurven.
- Feldlinien treten nicht zwingend senkrecht aus einem Magneten heraus.

6. Das *Biot-Savart-Gesetz* besagt, dass für ein Magnetfeld $\Delta\vec{B}$ am Punkt P im Abstand \vec{r} eines allgemeinen Leiterstücks $\Delta\vec{s}$ das vom Strom I durchflossen wird, gilt:

$$\Delta\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \cdot \frac{\Delta\vec{s} \times \vec{r}}{r^3}.$$

7. Nun drei Spezialfälle für das Biot-Savart-Gesetz:

- Magnetfeld eines unendlich langen und geraden stromdurchflossenen Leiters:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r},$$

wobei r der Abstand zum Leiter ist.

- Magnetfeld im Zentrum eines Kreisstromes:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2r},$$

wobei r der Kreisradius ist.

- Magnetfeld im Innern einer stromdurchflossenen Spule:

$$B = \frac{\mu_0 N I}{\sqrt{l^2 + d^2}} \approx \frac{\mu_0 N I}{l},$$

wobei N die Anzahl Windungen, l die Spulenlänge und d der Spulendurchmesser sind. Für $l \gg d$ erhält man die Näherung.

8. Das magnetische Feld \vec{B} in einem *mit Materie* gefüllten Raum ist die Summe aus dem B-Feld im Vakuum \vec{B}_0 und dem B-Feld atomaren Kreisströme $\vec{B}_{\text{atom.}}$, d. h.

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}_{\text{atom.}} = \mu_r \vec{B}_0,$$

wobei μ_r die relative Permeabilität ist.

9. Die *Lorentzkraft* \vec{F}_L auf einen Leiter der Länge \vec{s} , der von einem Strom I in einem Magnetfeld \vec{B} durchflossen wird:

$$\vec{F}_L = I \cdot \vec{s} \times \vec{B},$$

wobei der Betrag der Kraft $F_L = IsB \sin \varphi$ mit $\varphi = \angle(\vec{s}, \vec{B})$ ist.

10. Das *Drehmoment* auf einer Leiterschleife M mit der Fläche A und N Windungen, welches durch einen Strom der Stärke I innerhalb eines Magnetfeldes B durchflossen wird, ist

$$\vec{M} = NI\vec{B} \times \vec{A}.$$

11. Die *Lorentzkraft* \vec{F}_L auf eine Ladung q , die sich in einem Magnetfeld \vec{B} mit der Geschwindigkeit \vec{v} bewegt, ist

$$\vec{F}_L = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}.$$

12. Die *Hall-Spannung* U_H in einem Leiter der Dicke d bei einem elektrischen Strom I und einem Magnetfeld B ist gegeben als:

$$U_H = A_H \frac{IB}{d},$$

wobei $A_H = \frac{1}{qn}$ die Hall-Konstante ist.

13. Der *magnetische Fluss* Φ_m durch eine beliebig gekrümmte Fläche A für ein inhomogenes Magnetfeld \vec{B} ist gegeben als:

$$\Phi_m = \int_A \vec{B} \cdot d\vec{A}.$$

14. Aus dem *Satz von Gauss* folgt, dass der magnetische Fluss durch eine geschlossene Fläche verschwindet, d. h.

$$\Phi_m = \oint_A \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0,$$

wobei $\operatorname{div} \vec{B} = 0$ verwendet wurde.

15. Das *Induktionsgesetz von Faraday* besagt, dass wenn sich der magnetische Fluss Φ_m durch eine Leiterschleife ändert, so wird eine elektrische Spannung U_{ind} induziert, d. h.

$$U_{\text{ind}} = -\frac{d\Phi_m}{dt},$$

wobei das Vorzeichen bedeutet, dass die Spannung der Änderung entgegenwirkt.

16. Die *Lenz'sche Regel* besagt, dass Induktionsströme stets so gerichtet sind, dass sie ihrer Ursache entgegenwirken.

17. Der magnetische Fluss Φ_m ist proportional zur Stromstärke I , d. h.

$$\Phi_m = L \cdot I,$$

wobei der Proportionalitätsfaktor L *Selbstinduktion* oder *Induktivität* genannt wird.

18. Die Spannung U_L , welche über einer Induktivität L verbraucht wird ist:

$$U_L = L \frac{dI}{dt}.$$

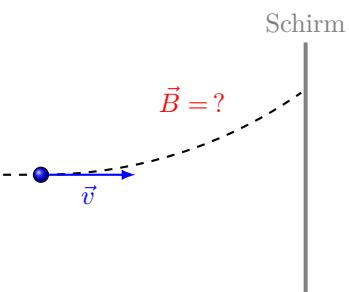
19. Die *Energiedichte* w_m des magnetischen Felder \vec{B} ist

$$w_m = \frac{1}{2\mu_0} B^2.$$

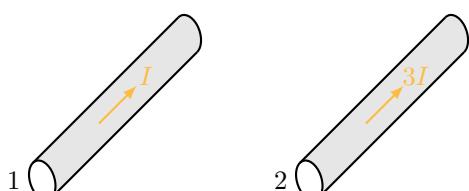
Konzeptfragen Kapitel G3

1. Durch einen sehr langen geraden Leiter fliesst ein konstanter elektrischer Strom. In einer bestimmten Entfernung befindet sich ein Punkt P. Wenn der Punkt P so verschoben wird, dass sein Abstand zum Draht verdoppelt wird, wird die magnetische Feldstärke am Punkt P...
 - verdoppelt.
 - vervierfacht.
 - unvermindert.
 - auf ein Viertel des ursprünglichen Wertes reduziert.
 - auf die Hälfte des ursprünglichen Wertes reduziert.

2. Was geschieht mit einer positiven Ladung, die in einem homogenen Magnetfeld ruht? (Ein homogenes Feld ist ein Feld, dessen Stärke und Richtung an allen Punkten gleich ist.)
 - Sie bewegt sich mit einer konstanten Geschwindigkeit, da die Kraft eine konstante Größe hat.
 - Es bewegt sich mit einer konstanten Beschleunigung, da die Kraft eine konstante Größe hat.
 - Sie bewegt sich mit konstanter Geschwindigkeit auf einer Kreisbahn, da die Kraft immer senkrecht zur Geschwindigkeit steht.
 - Er beschleunigt auf einer Kreisbahn, da die Kraft immer senkrecht zur Geschwindigkeit steht.
 - Sie bleibt in Ruhe, da die Kraft und die Anfangsgeschwindigkeit gleich Null sind.

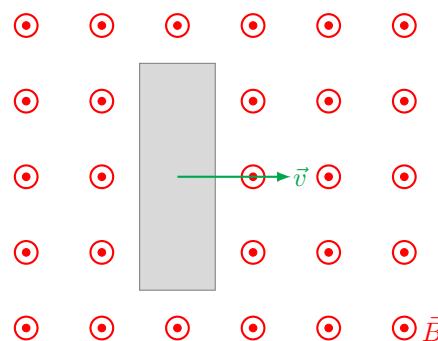
3. Ein Elektron bewegt sich horizontal auf einen Bildschirm zu. Das Elektron bewegt sich aufgrund einer magnetischen Kraft, die durch ein Magnetfeld verursacht wird, entlang der dargestellten Bahn. In welche Richtung zeigt das Magnetfeld?
 

- In Richtung des oberen Randes der Seite
- In Richtung des unteren Randes der Seite
- In die Seite hinein
- Aus der Seite heraus
- Das Magnetfeld liegt in der Richtung der gekrümmten Bahn.

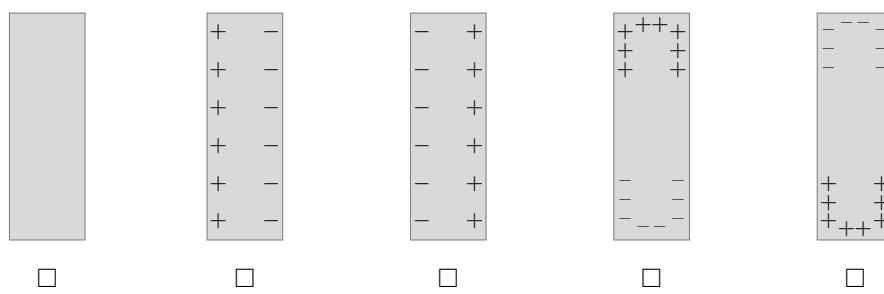
4. Zwei parallele Drähte 1 und 2, die sich nahe beieinander befinden, führen die Ströme I und $3I$ in die gleiche Richtung. Vergleichen Sie die Kräfte, die die beiden Drähte aufeinander ausüben.
 

- Draht 1 übt eine stärkere Kraft auf Draht 2 aus als 2 auf 1 ausübt.
- Draht 2 übt eine stärkere Kraft auf Draht 1 aus als 1 auf 2.
- Die Drähte üben gleich grosse Anziehungskräfte auf einander aus.
- Die Drähte üben gleich grosse abstoßende Kräfte aufeinander aus.

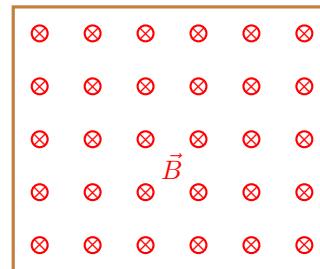
- Die Drähte üben keine Kräfte aufeinander aus.
5. Ein neutraler Metallstab bewegt sich mit konstanter Geschwindigkeit \vec{v} nach rechts durch einen Bereich, in dem ein homogenes Magnetfeld \vec{B} herrscht, das von der Seite ausgeht. Das Magnetfeld wird durch einige grosse Spulen erzeugt, die auf dem Bild nicht dargestellt sind.



Welche der folgenden Verteilungen auf der Oberfläche des Metallstabes beschreibt die Ladungsverteilung am besten?



6. In der folgenden Abbildung blicken Sie auf einen Draht in Form einer rechteckigen Schleife. Ein Magnetfeld \vec{B} ist durch die Schleife in die Papierebene gerichtet.



Wenn die Stärke des Magnetfelds plötzlich auf Null abfällt, welche der folgenden Aussagen beschreibt den induzierten Strom in der Schleife richtig?

- Es wird kein Strom in der Schleife induziert, wenn die Stärke des Magnetfeldes plötzlich auf Null abfällt.
- Der induzierte Strom fliesst in der Schleife gegen den Uhrzeigersinn.
- Der induzierte Strom fliesst im Uhrzeigersinn in der Schleife.
- Es ist nicht möglich zu bestimmen, ob ein Strom in der Schleife induziert wird oder nicht, wenn die Stärke des Magnetfeldes plötzlich auf Null abfällt.

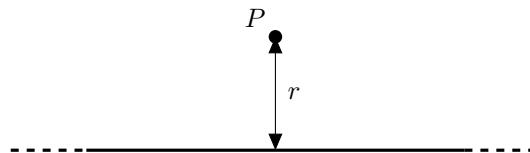
Aufgaben Kapitel G3

Weitere einfacheren Aufgaben mit ausführlichen Lösungen findet man unter:

<https://www.dropbox.com/sh/m9vlo6gwqli3nds/AABWhKMXUJG70jsXx7ovB-fDa?dl=0> in den Kapiteln 30 & 31.

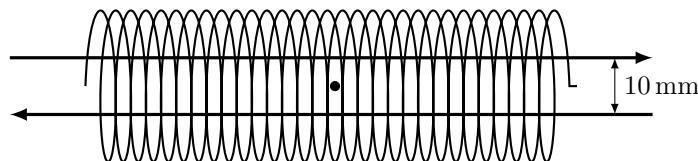


- Ein Punkt P habe den Abstand r zu einem unendlich langen, geraden, stromdurchflossenen Draht (vgl. Abb.). Vergrössert man den Abstand r um 25%, so ändert sich der Betrag des Magnetfelds um $20 \mu\text{T}$. Wie gross war das ursprüngliche Magnetfeld?



Lsg: $B_0 \approx 100 \mu\text{T}$

- Durch eine Spule mit 75 Windungen und einer Länge von 2 m fliessst von links nach rechts ein Strom der Stärke 20 A (vernachlässigen Sie die Breite der Spule). Innerhalb der Spule verlaufen zwei gerade sehr lange Leiter. Im oberen Leiter fliessst der Strom von 10 A und im unteren einen von 3 A. Die Ströme sind gegenläufig (vgl. Abb.). Bestimmen Sie das resultierende magnetische Feld am Punkt, welcher sich in der Mitte der geraden Leiter befindet.



Lsg: $B_{\text{res}} \approx 1.1 \text{ mT}$

- Eine stromführende Leiterschaukel wird im Magnetfeld eines Hufeisenmagneten ausgelenkt. Die Auslenkung beträgt 9.0° bei einer Stromstärke von 1.0 A durch den 20 cm langen Aluminium-Stab der Masse 5.0 g. (Die Masse der restlichen stromführenden Kabel darf vernachlässigt werden.)

- Berechnen Sie die magnetische Flussdichte des Hufeisenmagneten an der Stelle des Alustabs.
- Geben Sie auch die Stromrichtung an!

Lsg: a) $B \approx 0.040 \text{ T}$, b) –

- Ein starrer, gerader, waagrecht angebrachter Metalldraht der Länge $l = 25 \text{ cm}$ und der Masse $m = 20 \text{ g}$ sei an seinen Enden durch elektrische Kontakte unterstützt, kann sich jedoch frei nach oben bewegen. Ein homogenes, horizontales Magnetfeld von $B = 0.4 \text{ T}$ stehe senkrecht auf dem Draht. Jetzt werde ein Schalter geschlossen, der die Kontakte mit einer Spannungsquelle verbunden. Der Draht schnellt nun bis zur maximalen Höhe h nach oben (Sobald sich der Draht bewegt, fliessst kein Strom mehr.). In der kurzen Zeitspanne Δt , in der die Spannungsquelle mit dem Draht verbunden ist, gelange die Ladungsmenge $Q = 2 \text{ C}$ in den Draht. Bestimmen Sie die Höhe h .

Lsg: $h \approx 5 \text{ m}$

- Eine rechteckige Flachspule mit den Seitenlängen $l = 10.0 \text{ cm}$ und $b = 8.0 \text{ cm}$ befinden sich in einem homogenen Magnetfeld von $B = 0.40 \text{ T}$. Sie hat $N = 200$ Windungen. Die längeren Seiten der Spule stehen senkrecht zum Magnetfeld und die Flächennormale schliesst mit der Feldrichtung einen Winkel von $\varphi = 40^\circ$ ein.

- Welche Kräfte wirken auf die einzelnen Schenkel der Spule, wenn sie von einem Strom von $I = 0.15 \text{ A}$ durchflossen wird?
- Wie gross ist dann das Drehmoment M , das auf die Spule als Ganzes wirkt?

Lsg: a. $F_1 \approx 1.2 \text{ N}$, $F_2 \approx 0.735 \text{ N}$ b. $M \approx 0.062 \text{ Nm}$

6. Im inneren einer stromdurchflossenen Spule, der Länge $l = 13 \text{ m}$ und dem Durchmesser $d = 6 \text{ m}$ herrsche ein homogenes Magnetfeld in x -Richtung. Der Strom durch die $N = 10\,000$ Windungen der Spule beträgt $I = 4.6 \text{ kA}$. Ein Elektron durchquere das Innere der Spule in $t = 50 \mu\text{s}$, wobei es unter einem Winkel von $\alpha = 5^\circ$ bezüglich der x -Achse in die Spule eindringt.

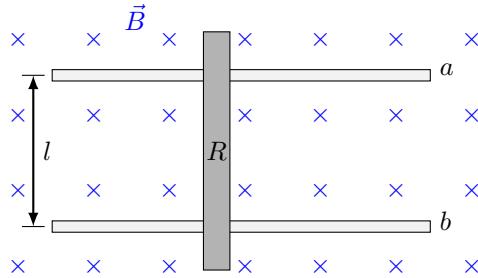
- Bestimmen Sie das homogene Magnetfeld im Innern der Spule.
- Beschreiben Sie die Bewegung des Elektrons und zeichnen Sie die Bewegung des Elektrons aus zwei unterschiedlichen Richtungen.
- Bestimmen Sie den Radius der Bewegung.

Lsg: a. $B \approx 4 \text{ T}$ b. Helix c. $r \approx 0.32 \text{ nm}$

7. Ein α -Teilchen (He^{2+}) werde aus der Ruhe beschleunigt durch eine Potentialdifferenz von 1.0 kV . Sie treten dann in ein Magnetfeld der Flussdichte $B = 0.20 \text{ T}$ ein, welches senkrecht auf der Bewegungsrichtung der Teilchen steht. Berechnen Sie den Radius ihrer Flugbahn im Magnetfeld.

Lsg: $r \approx 0.032 \text{ m}$

8. Der Stab in der Abbildung habe den Widerstand R und der Widerstand der zwei Schienen sei vernachlässigbar. An die Punkte a und b werde eine Spannungsquelle mit vernachlässigbarem Innenwiderstand so angeschlossen, dass der Strom im Stab nach unten fliesst. Die Spannungsquelle liefert die Spannung U . Zum Zeitpunkt $t = 0 \text{ s}$ sei der Stab in Ruhe und bei der Spannungsquelle.



- Zeigen Sie, dass die induzierte Spannung $U_{\text{ind}} = -Blv$ ist, wenn der Stab sich mit der Geschwindigkeit v nach links bewegt.
- Bestimmen Sie die Kraft auf den Stab als Funktion der Geschwindigkeit v . (Tipp: Bestimmen Sie vorerst den Strom durch den Stab.)
- Zeigen Sie, dass der Stab eine endliche Geschwindigkeit erreicht und stellen Sie für diese eine Beziehung auf.

Lsg: a. – b. $F = (U - Blv)Bl/R$ c. $v_e = U/(Bl)$

Literaturverzeichnis

- [1] URL: http://de.wikipedia.org/wiki/Mars_Climate_Orbiter, Juni 2012
- [2] URL: http://de.wikipedia.org/wiki/Internationales_Einheitensystem, Juni 2012
- [3] Wikipetzi, IngenieroLoco - Eigenes Werk. Based on File: Relations between new SI units definitions.png, CC BY-SA 4.0,
URL: <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=40278935>
- [4] CMS Collaboration, *Combination of results on the rare decays $B_{(s)}^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-$ from the CMS and LHCb experiments*, CMS-PAS-BPH-13-007
- [5] Aoyama, Tatsumi and Hayakawa, Masashi and Kinoshita, Toichiro and Nio, Makiko, *Tenth-Order QED Contribution to the Electron g-2 and an Improved Value of the Fine Structure Constant*, Phys. Rev. Lett. Vol. 109, 2012, 10.1103/PhysRevLett.109.111807
- [6] URL: <http://de.wikipedia.org/wiki/Steradian>, Juni 2012
- [7] Aristoteles,
- [8] Galileo Galilei, *De motu*, 1590
- [9] DMK/DPK, *Formeln und Tafeln*, Orell Füssli, 7. Auflage, 1997
- [10] F. A. Brockhaus, *Der grosse Brockhaus*, 16. Auflage, 1955
- [11] URL: <http://www.quartets.de/acad/firstlaw.html>, September 2013
- [12] URL: <http://www.educ.ethz.ch/unt/um/phy/me/kreis/index>
- [13] Lewis C. Epstein, *Denksport Physik*, dtv, 9. Auflage, 2011
- [14] Harry Nussbaumer, *Astronomie*, 7. Auflage, 1999, vdf Hochschulverlag AG
- [15] URL: <http://lexikon.astronomie.info/mars/beobachtung2012/>, April 2013
- [16] Matthias Bartelmann, *Das Standardmodell der Kosmologie, Teil 1 und Teil 2 in Sterne und Weltraum*, Ausgabe: August 2007
- [17] Roman Sexl et al. *Einführung in die Physik - Band 1 & 2*, 3. korrigierte Auflage 2009, Sauerländer Verlag AG
- [18] Paul A. Tipler, *Physik*, Spektrum Akademischer Verlag Heidelberg, Berlin, Oxford, 2. Auflage, 1994
- [19] URL: <https://www.etsy.com/ch/listing/1230366346/precision-made-scientific-mechanical>
- [20] Hans Kammer, Irma Mgelandze, *Physik für Mittelschulen*, 1. Auflage 2010, hep Verlag AG
- [21] URL: <https://www.auto-motor-und-sport.de/news/aerodynamik-report-spritsparmodelle-aus-dem-windkanal>
- [22] Wikipedia, URL: <http://de.wikipedia.org/wiki/Fluid>, August 2013
- [23] Basiswissen Schule Physik, Duden Paetec, Berlin 2010
- [24] URL: <http://www.schulserver.hessen.de/>, Oktober 2013
- [25] URL: <http://www.leifiphysik.de>, September 2013
- [26] URL: <http://photos.zoochat.com>, September 2013

- [27] URL: <http://www.lab-laborfachhandel.de>, Oktober 2013
- [28] Bissig Michael, *Schwimmwelt, Schwimmen lernen - Schwimmtechnik optimieren*, Schulverlag, Bern,
- [29] URL: https://elearning.physik.uni-frankfurt.de/data/FB13-PhysikOnline/lm_data/lm_282/auto/kap09/cd259.htm, März 2014
- [30] URL: <https://www.vibos.de/veranstaltung/physik-teil-3-von-4-schwingungen-und-wellen>, März 2024
- [31] URL: <https://lp.uni-goettingen.de/get/text/707>
- [32] E.F.F. Chladni, *Die Akustik*, Taschenbuch Auflage 2012, Nabu Press
- [33] URL: <http://ephex.phys.ethz.ch>, Februar 2015
- [34] URL: <http://aufzurwahrheit.com/physik/quantenmechanik-5461.html>, März 2015
- [35] M. Cagnet, M. Françon, J.C. Thierr, *Atlas opitscher Erscheinungen*, Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-New York 1962
- [36] Bruno Cappeli et al. *Physik anwenden und verstehen*, Orell Füssli Verlag AG, 2004
- [37] Richard P. Feynman, *QED - Die seltsame Theorie des Lichts und der Materie*, Piper, 3. Auflage, 2018
- [38] Keith Johnson, *Physics for You: Revised National Curriculum Edition of GCSE*, Nelson Thornes, 2001
- [39] URL: <https://tu-dresden.de/mn/physik/ressourcen/dateien/studium/lehrveranstaltungen/praktika/pdf/TA.pdf?lang=en>, Juli 2018
- [40] Wolfgang Demtröder, *Experimentalphysik 1 - Mechanik und Wärme*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2. Auflage, 1998
- [41] Unbekannt, *Engraving of Joule's apparatus for measuring the mechanical equivalent of heat*, Harper's New Monthly Magazine, No. 231, August, 1869
- [42] URL: <http://www.tf.uni-kiel.de>, März 2014
- [43] URL: [http://de.wikipedia.org/wiki/Entropie_\(Thermodynamik\)](http://de.wikipedia.org/wiki/Entropie_(Thermodynamik)), März 2014
- [44] URL: http://commons.wikimedia.org/wiki/File:20070616_Dampfmaschine.jpg, März 2014
- [45] URL: <http://en.wikipedia.org/wiki/Image:Bcoulomb.png>, März 2014
- [46] URL: <http://www.bader-frankfurt.de/widerstandscode.htm>, August 2014
- [47] Carl D. Anderson, *The Positive Electron*. Physical Review 43 (6): 491–494
- [48] URL: <http://pgd5.physik.hu-berlin.de/elektrostatik/ele12.htm>, Oktober 2014
- [49] URL: <http://www.aip.org/history/lawrence/radlab.htm>, Oktober 2014
- [50] URL: http://www.solstice.de/grundl_d_tph/exp_besch/exp_besch_04.html, Oktober 2014
- [51] URL: <https://lp.uni-goettingen.de/get/text/6639>, Oktober 2017
- [52] URL: <https://de.serlo.org/52586/elektromagnetische-wellen>, Oktober 2017
- [53] URL: https://de.wikipedia.org/wiki/Elektromagnetisches_Spektrum, August 2022
- [54] URL: <https://de.wikipedia.org/wiki/Zahnradmethode>, September 2022
- [55] URL: <https://de.wikipedia.org/wiki/Datei:Double-Rainbow.jpg>, November 2023
- [56] URL: <https://de.wikipedia.org/wiki/Regenbogen>, April 2024
- [57] Proton-Proton Kollision, CERN, Lucas Taylor
- [58] Ze'ev Rosenkranz, *Albert Einstein – Derrière l'image*, Verlag Neue Zürcher Zeitung, 2005.
- [59] Albert Einstein, *Zur Elektrodynamik bewegter Körper*, Annalen der Physik 17 (10): 891–921.
- [60] Albert Einstein, *Über die spezielle und die allgemeine Relativitätstheorie*, Springer-Verlag, 23. Auflage, 1988

- [61] Wikipedia, https://de.wikipedia.org/wiki/Relativitat_der_Gleichzeitigkeit, August 2018
- [62] URL: <http://static.a-z.ch>, Mrz 2015
- [63] Max Planck, *Vom Relativen zum Absoluten*, Naturwissenschaften Band 13, 1925
- [64] A. H. Compton, *The Spectrum of Scattered X-Rays*, Physical Review 22 (5 1923), S. 409–413
- [65] URL: <http://www.peter-glowatzki.de>, Mai 2015
- [66] James Franck, *Transformation of Kinetic Energy of Free Electrons into Excitation Energy of Atoms by Impacts*, Nobel Lectures, Physics 1922-1941
- [67] URL: <http://www.leifiphysik.de/themenbereiche/quantenobjekt-elektron/versuche>, Mai 2015
- [68] David Prutchi, Shanni Prutchi, *Exploring Quantum Physics through Hands-on Projects*, Wiley, 1 edition (February 7, 2012)
- [69] URL: <http://w3.ppp1.gov/>, September 2015
- [70] O. Hofling, Physik. Band II Teil 1, Mechanik, Warme. 15. Auflage. Ferd. Dummfers Verlag, Bonn 1994
- [71] Kovalente Atomradien auf Basis der Cambridge Structural Database
URL: https://en.wikipedia.org/wiki/Cambridge_Structural_Database, April 2018
- [72] G. Audi und A.H. Wapstra, Nuclear Physics A595, 409 (1995)
- [73] URL: <https://de.wikipedia.org/wiki/Gammastrahlung>, April 2018
- [74] URL: <http://www.wn.de/Muenster/2012/07/Das-Wunder-von...>, Juni 2012
- [75] L. Susskind und G. Hrabovsky, *The Theoretical Minimum - What you need to know to start doing physics*, Basic Books, 2014