

# Kapitel F

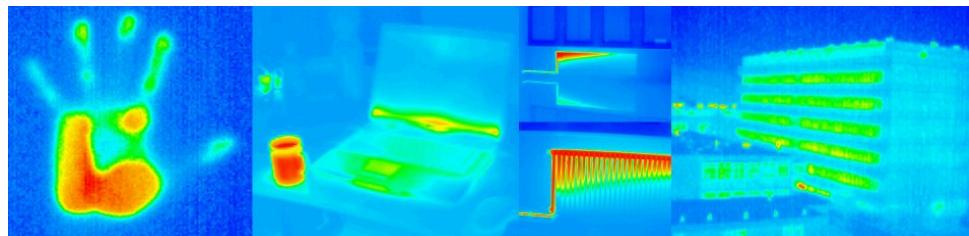
## Wärmelehre

“Reibungen erzeugen Wärme, Reibereien Hitze..”  
- Ernst Reinhardt

Die Wärmelehre oder Thermodynamik untersucht das Verhalten von Stoffen bei Erwärmung oder Abkühlung durch Änderung der Temperatur. Die Temperatur ist ein zentraler Begriff der Wärmelehre, der in diesem Kapitel eingeführt und klar von der Wärme unterschieden wird.

Im ersten Abschnitt wird die *Wärmeausdehnung* von Körpern, Flüssigkeiten und Gasen untersucht und quantifiziert. Das Verständnis der Wärmelehre hat sich während der industriellen Revolution stark verbessert. Durch die Entwicklung der kinetischen Gastheorie wurde es möglich, die Wärmelehre auf die Mechanik zurückzuführen. Dies wird im Abschnitt zum *Idealen Gas* besprochen. Anschliessend wurden die ersten Wärmekraftmaschinen gebaut und weiterentwickelt. Die Grundlage bilden der erste und zweite Hauptsatz der Wärmelehre. Diese werden im Abschnitt zu den *Hauptsätzen* erläutert, um dann ihre Anwendungen exemplarisch zu demonstrieren. Diese Abschnitte sind relevant für alle Profile. Das *Reale Gas* und der *Wärmetransport* werden jedoch nur in den mathematisch-naturwissenschaftlichen Klassen behandelt.

Wärmebildkameras eröffnen eine faszinierende Perspektive in der Welt der Wärmelehre. Durch die Umwandlung von Infrarotstrahlung in sichtbare Bilder ermöglichen sie die Visualisierung von Temperaturunterschieden. Diese Bilder bieten nicht nur Einblicke in thermische Prozesse, sondern finden auch breite Anwendung in der Industrie, Elektronik und Gebäudeinspektion. (Bild aus [31])



Sowohl die Temperatur als auch die Wärme sind physikalische Größen, die unterschieden werden sollten. Im Alltag nutzen wir oft den Ausdruck "Wärme" oder "wärmer", wenn wir eigentlich von der Temperatur sprechen. Ein solches Beispiel ist:

- *Heute ist es wärmer als gestern.*

Besser wäre es zu sagen:

- *Heute ist die Temperatur höher als gestern.*

Allerdings ist es korrekt zu sagen: *Ich wärme meine Hände über dem Feuer.* Zusammenfassend lässt sich sagen, dass

- Temperatur ist eine Zustandsgröße, d. h. sie beschreibt einen Zustand.
- Wärme ist eine Prozessgröße, d. h. sie beschreibt einen Prozess.

In der Mechanik haben wir die Arbeit als einzige Möglichkeit, die Energie zu ändern, kennengelernt. Die Wärme ist eine weitere Möglichkeit die Energie<sup>1</sup> zu ändern. Im nächsten Abschnitt untersuchen wir die Auswirkungen einer Erhöhung der Temperatur auf Festkörper und Flüssigkeiten, wobei es um die Wärmeausdehnung geht.

<sup>1</sup>Genauer wäre es die innere Energie, doch dies wird erst im Kapitel zu den idealen Gasen thematisiert.

# 1 Wärmeausdehnung

## Lernziele

- Sie verstehen den Unterschied zwischen Temperatur und Wärme.
- Sie verstehen, weshalb sich Körper ausdehnen, wenn man sie erwärmt.
- Sie kennen den Unterschied der Ausdehnung zwischen Festkörpern, Flüssigkeiten und Gasen.
- Sie kennen die physikalische Einheit der Temperatur und können von Grad Celsius nach Kelvin umrechnen.
- Sie kennen die Formel für die Längenausdehnung und können sie anwenden.
- Sie verstehen den Unterschied zwischen der Längen-, Flächen und Volumenausdehnung.

Dass sich Körper beim Erwärmen ausdehnen, ist allgemein bekannt. In diesem Kapitel geht es jedoch nicht nur um ein qualitatives Verständnis, sondern vor allem um eine quantitative Beschreibung dieser Wärmeausdehnung auf grösserer Skala. Wir beschränken uns dabei auf die makroskopische Ebene und werden die mikroskopischen Aspekte der Ausdehnung erst später behandeln.

Eingangs sollen ein Gas, eine Flüssigkeit und ein Festkörper vergleichend erwärmt werden. Dabei wird ersichtlich, dass ein Körper umso weniger expandiert, je dichter er ist.

### Exp. 1: Wärmeausdehnung im Vergleich

Wir erwärmen drei Exponate gemäss Abbildungen und vergleichen ihre Volumenänderung.



#### Ausdehnung von Gasen:

Ein Glaskolben wird in einem warmen Wasserbad erwärmt, wodurch sich die Luft im Inneren ausdehnt. Der darübergestülpte Ballon bläht sich aufgrund dieser Ausdehnung der Luft auf.

#### Ausdehnung von Flüssigkeiten:

Ein Glaskolben wird mit gefärbtem Wasser gefüllt. Ein Glasröhrchen wird anschliessend luftdicht in das Wasser gesteckt und das Ganze wird in ein Wasserbad gestellt. Das Wasser steigt langsam im Röhrchen auf.

#### Ausdehnung von Festkörpern:

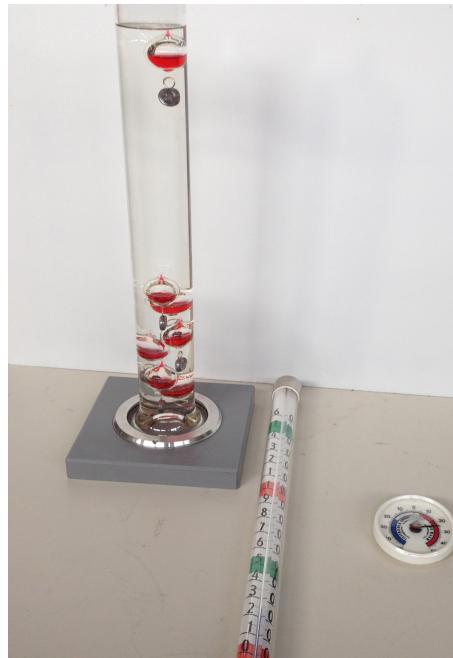
Eine Eisenkugel wird mit einem Bunsenbrenner erhitzt, bis sie nicht mehr durch einen Ring passt, der nur etwas grösser ist als die Kugel.

Das zeigt deutlich, dass obwohl die grösste Temperaturänderung beim Festkörper stattfindet, er sich dennoch am wenigsten ausdehnt. Die Luft in der Flasche hingegen erfährt die geringste Temperaturänderung und dehnt sich dabei am deutlichsten aus.

Bevor wir uns der Wärmeausdehnung von Körpern widmen können, müssen wir die Temperatur als neue physikalische Grösse einführen und erklären, wie sie gemessen werden kann.

## 1.1 Temperaturmessung und -skalen

Die Temperatur kann auf verschiedene Weisen gemessen werden. Eine der ältesten Methoden ist der Vergleich mit bekannten Temperaturen durch den Abgleich von zwei Körpern. Im Alltag nutzen wir meist Quecksilberthermometer. Jedoch finden immer häufiger Alkoholthermometer, wie beispielsweise das Ethanolthermometer, Verwendung. Es gibt jedoch auch Thermometer ganz anderer Art, welche das folgende Bild zeigt.



Von links nach rechts sind das Galilei-Thermometer, das Alkoholthermometer und das Bimetallthermometer zu sehen. Das Galilei-Thermometer stellt eine interessante Verbindung zwischen dem Auftrieb und der Wärmelehre dar, was darauf hinweist, dass diese beiden Bereiche der Physik nicht vollständig voneinander getrennt sind.

Bsp. i.

Beschreiben Sie die Funktionsweise des Galilei-Thermometers. Beachten Sie, dass die Temperatur von den oberen Kugeln angezeigt wird, wobei die unterste dieser Kugeln massgeblich ist. Galilei-Thermometer Lsg: –

## Lösung:

Um jedoch eine Temperatur mit einer anderen Temperatur vergleichen zu können, muss eine Skala definiert werden. Für die Celsius-Skala hat Anders Celsius<sup>2</sup> 1742 den Nullpunkt und den Siedepunkt von Wasser festgelegt. Celsius definierte die Temperaturskala nicht wie heutzutage üblich. Er legte den Siedepunkt bei  $0^{\circ}\text{C}$  und den Gefrierpunkt bei  $100^{\circ}\text{C}$  fest. Durch Interpolation und Extrapolation erhält man eine vollständige Skala. Später wurden die Fixpunkte der Skala vertauscht. Neben der Celsius-Skala gibt es weitere Skalen wie z. B. die Fahrenheit-Skala, die in den USA verwendet wird.

<sup>2</sup> Anders Celsius (7. Dezember 1701 in Uppsala - 6. Mai 1744) war ein schwedischer Astronom, Mathematiker und Physiker.



Suchen Sie die Definition der Fahrenheit-Skala und schliessen Sie daraus die Umrechnungsformel zwischen Grad Fahrenheit und Grad Celsius.

Ein Nachteil der Celsius-Skala sind die negativen Temperaturen. Wie Sie aus mindestens einem Jahr Physik-Erfahrung wissen, hat das Minus eine Bedeutung. Allerdings ist das Minus in dieser Skala willkürlich gewählt. Aus diesem Grund hat die Physik die Kelvin-Skala als Alternative gewählt. Diese beginnt am absoluten Nullpunkt<sup>3</sup>, also bei 0K. Da sie, wie im Kapitel A erwähnt, durch den Tripelpunkt von Wasser definiert und der Wert so festgelegt wurde, dass Temperaturänderungen in Grad Celsius und in Kelvin gleich sind, ergibt sich folgende Beziehung:

$$\Delta\vartheta [^\circ\text{C}] = \Delta T [\text{K}]$$

Die absolute Temperatur hingegen entspricht nicht der folgenden Umrechnungsvorschrift:

$$\vartheta [^\circ\text{C}] \quad \xleftarrow{-273.15} \quad T [\text{K}]$$

Beachten Sie, dass die Kelvin-Skala kein Grad-Symbol verwendet. Dies liegt wohl daran, dass die Kelvin-Skala eine absolute Skala ist und keine graduelle Skala oder relative Abstufung besitzt.

In Zukunft werden Sie anhand der gewählten Variablen erkennen, ob wir von Grad Celsius oder von Kelvin sprechen. In der Regel reicht es aus, wenn Sie mit dem Umrechnungsfaktor 273 rechnen. Hierzu ein einfaches Beispiel:

## Bsp. ii.

Bestimmen Sie folgende charakteristische Größen: a) Der absolute Nullpunkt in Grad Celsius. b) Der Siedepunkt von Wasser in Kelvin. c) Die Raumtemperatur in Kelvin. d) Der Gefrierpunkt von Wasser in Kelvin. e) Temperaturerhöhung um  $5^{\circ}\text{C}$  in Kelvin. Lsg: a)  $-273^{\circ}\text{C}$ , b) 373 K, c) 293 K, d) 273 K, e)  $+5\text{ K}$

Lsg: a)  $-273^{\circ}\text{C}$ , b)  $373\text{ K}$ , c)  $293\text{ K}$ , d)  $273\text{ K}$ , e)  $+5\text{ K}$

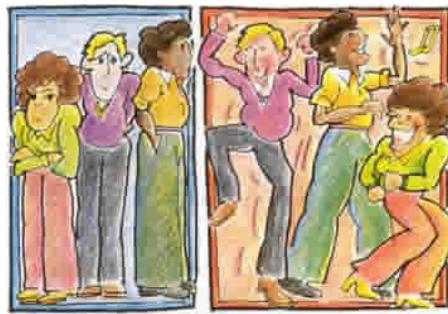
## Lösung:

Aber wie stark steigt die Quecksilbersäule an, wenn sie mit einem wärmeren Körper in Kontakt kommt? Diese Frage wird im nächsten Abschnitt beantwortet.

## 1.2 Längenausdehnung

Dass sich die Länge eines Körpers ändert, wenn wir ihn erwärmen, ist in der Regel verndlich. Wir kennen das Atommodell aus dem Chemie- oder Naturwissenschaftsunterricht und wissen, dass Temperatur eine Form der Bewegung der Teilchen ist. Wenn sich die Teilchen schneller bewegen, benötigen sie natürlich mehr Raum. Dieser Sachverhalt wird durch das folgende Bild aus [38] sehr deutlich.

<sup>3</sup>Der absolute Nullpunkt ist die tiefstmögliche Temperatur. Experimentell kann der absolute Nullpunkt gemäss dem dritten Hauptsatz der Wärmelehre zwar nicht erreicht, jedoch beliebig angenähert werden. Heute auf etwa  $10^{-8}\text{°C}$



Aber um wie viel nimmt das Volumen bzw. die Länge zu? Und ist es möglich, dies zu quantifizieren, d.h. von welchen Größen hängt die Längenzunahme ab?

Mit den nachfolgenden Experimenten zeigen wir, von welchen Größen die Längenänderung abhängig ist. Zuerst betrachten wir, wie sich die Länge von Festkörpern in Abhängigkeit von Temperaturänderungen verhält. Dazu dient folgendes Experiment:

---

### Exp. 2: Längenausdehnung I: Temperaturabhängigkeit

Wasser bei verschiedenen Temperaturen fliesst durch einen Stab und erwärmt diesen (siehe Bild). Dabei wird die Längenänderung für drei verschiedene Temperaturänderungen gemessen und verglichen.



Zusammenhang zwischen Längenänderung  $\Delta l$  und Temperaturänderung  $\Delta T$  bei fester Ausgangslänge  $l_0 = 1.0 \text{ m}$  des Rohres.

$\Delta T [\text{K}]$	20	40	60	80
$\Delta l [\text{mm}]$	0.8	1.7	2.3	3.1

Aus der Tabelle ist ersichtlich, dass das Verhältnis  $\Delta T / \Delta l$  konstant ist, was auf eine direkte Proportionalität hinweist.

---

Somit ergibt sich als erste Zwischenlösung:

$$\Delta l \sim \Delta T, \quad \text{mit } l_0 \text{ konstant.}$$

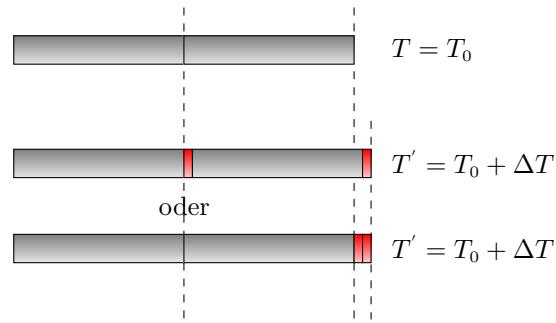
Die nächste Abhängigkeit, nämlich von der Anfangslänge  $l_0$ , soll mithilfe eines Gedankenexperiments hergeleitet werden.

---

### Exp. 3: Längenänderung II: Anfangslängenabhängigkeit

Um diese Abhängigkeit zu überprüfen, müsste man verschiedene Rohre mit unterschiedlicher Länge jeweils um die gleiche Temperatur erwärmen und die Längenänderung in jedem Fall messen. An dieser Stelle wird dies jedoch mithilfe eines Gedankenexperiments geklärt.

Ein Rohr mit einer Anfangslänge von 2.0 m kann man sich vorstellen, indem man zwei Rohre mit jeweils 1.0 m Länge zusammengesetzt hat (siehe Skizze).



Basierend auf dem, was wir im ersten Experiment zur Längenänderung gesehen haben, werden sich beide Teile jeweils um den gleichen Faktor ausdehnen. Daher wird sich das 2 m-Rohr um den doppelten Faktor ausdehnen.

Aus diesem Gedankenexperiment ergibt sich die nächste Abhängigkeit, nämlich:

$$\Delta l \sim l_0, \quad \text{mit } \Delta T \text{ konstant.}$$

Bevor wir das Gesetz der Längenausdehnung formulieren können, werden wir im letzten Experiment zeigen, dass die Längenänderung materialabhängig ist.

#### Exp. 4: Längenausdehnung III: Materialabhängigkeit

Diese Anordnung ist dem ersten Versuch sehr ähnlich und besteht aus drei Röhren aus unterschiedlichen Materialien. Die Anordnung gewährleistet, dass die Rohre alle in etwa gleichem Maße erwärmt werden. Die drei Anzeigen auf der rechten Seite zeigen die Ausdehnung an (siehe Abbildung).



Es ist deutlich erkennbar, dass Aluminium stärker expandiert als Messing und noch stärker als Stahl. Auf diese Weise haben wir die Materialabhängigkeit gezeigt.

Mit diesen Erkenntnissen können wir nun das Gesetz der Längenausdehnung formulieren.

**Ges. 1: (Längenausdehnung)** Wird ein Stab der Länge  $l_0$  von der Anfangstemperatur  $T_0$  auf eine Endtemperatur  $T$  verändert, dann zeigt sich, dass für die Längenänderung  $\Delta l$  gilt, dass  $\Delta l$  proportional zur Anfangslänge und Temperaturänderung  $\Delta T = T - T_0$  ist. Mit dem Proportionalitätsfaktor  $\alpha_{\text{Mat}}$  erhalten wir

$$\Delta l = \alpha_{\text{Mat}} l_0 \Delta T.$$

Wir erkennen sowohl die Abhängigkeit von der Anfangslänge als auch von der Temperaturänderung. Die Materialabhängigkeit ist im Proportionalitätsfaktor  $\alpha_{\text{Mat}}$  enthalten. Somit können wir formulieren:

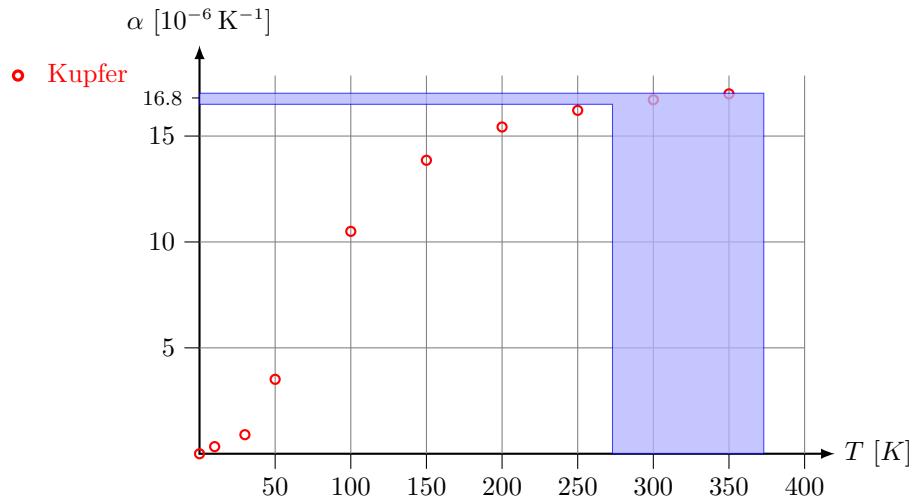
**Def. 1: (Längenausdehnungskoeffizienten)** Der Längenausdehnungskoeffizient  $\alpha_{\text{Mat}}$  eines Materials ist definiert

$$\alpha_{\text{Mat}} = \frac{\Delta l}{l_0 \Delta T}.$$

Die Einheit ist:  $[\alpha] = \text{K}^{-1}$ .

Die meisten Stoffe dehnen sich bei niedriger absoluter Temperatur stärker aus als bei höheren Temperaturen. Daher ist die lineare Ausdehnungsformel nur in einem begrenzten Temperaturbereich gültig, wie die folgende Grafik aus [39] zeigt.

### Temperaturabhängigkeit des thermischen Ausdehnungskoeffizienten von Kupfer



Schauen wir uns einige Werte für den Längenausdehnungskoeffizienten von Festkörpern an.

Material	Nylon	Zink	Aluminium	Kupfer	Eisen	Stahl	Quarzglas <sup>4</sup>
$\alpha \text{ [}\mu\text{K}^{-1}\text{]}$	120	26.3	23.8	16.8	12	11	0.55

Das folgende Beispiel soll den Wert des Ausdehnungskoeffizienten etwas verständlicher machen.

### Bsp. iii.

Angenommen, wir haben einen Aluminiumstab mit einer Länge von einem Meter und erwärmen ihn um 1 Grad Celsius. Wie viel ändert sich seine Länge? Lsg:  $\Delta l \approx 23.8 \cdot 10^{-6} \text{ m}$

$$\text{Lsg: } \Delta l \approx 23.8 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

## Lösung:

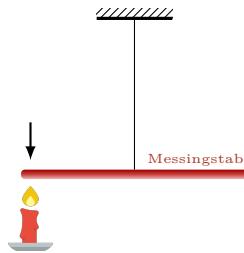
Es sollte klar sein, dass diese Formel auch für Abkühlung gilt. Das bedeutet, der Körper zieht sich einfach zusammen, wenn er abgekühlt wird.

Bsp. iv.

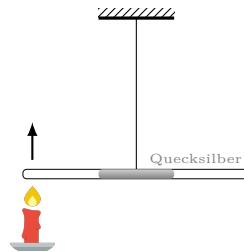
Herr Schlaumeier behauptet, dass Messing seine Masse bei Erwärmung erhöht und Quecksilber seine Masse verringert. Er begründet dies mit zwei Versuchen:

In einem Experiment wird ein homogener Messingstab an einem Faden genau in der Mitte aufgehängt, sodass er waagrecht ausgerichtet ist. Wenn man eine Seite des Stabes erwärmt, senkt sich diese ab (vgl. Abbildung).

<sup>4</sup>Quarzglas ist ein Glas, das im Gegensatz zu den gebräuchlichen Gläsern keine Beimengungen von Soda oder Calciumoxid enthält, also aus reinem Siliziumdioxid besteht.



Ein Glasrohr, das mit einer Menge Quecksilber gefüllt ist, ist ähnlich wie der Messingstab aufgehängt und wird auf einer Seite erhitzt. Die erhitze Seite steigt nach oben (vgl. Abbildung).



Zeige, dass Schlaumeier nicht nobelpreisverdächtig ist! (Bsp. aus [25])

Lsg: —

## Lösung:

### 1.2.1 Anwendungen zur Längenausdehnung

Die Längenausdehnung muss in vielen Fällen berücksichtigt werden, da Temperaturschwankungen in der Regel nicht zu vermeiden sind. Ein offensichtliches Beispiel ist der Temperaturunterschied zwischen Winter und Sommer. Selbst in Gebäuden kann die Temperatur stark schwanken, wie beispielsweise im Badezimmer, wo Badewannen durch Fugen mit der Wand abgedichtet sind (vgl. Abb.).



Der primäre Zweck von Gummifugen ist nicht der Dichteefekt, sondern vielmehr, die thermisch bedingte Ausdehnung aufzufangen. Diese Fugen sind nicht nur im Badezimmer, sondern auch in Schulzimmern und anderen Gebäuden zu finden, um die Ausdehnung des Materials auszugleichen.

Bestimmt ist Ihnen auch schon aufgefallen, dass die elektrischen Hochspannungsleitungen manchmal sehr tief hängen (vgl. Abb.).



Die Hochspannungsleitungen werden bereits mit einem gewissen Durchhang montiert, doch im Sommer kann dieser aufgrund der saisonalen Temperaturerhöhung und der Eigenerwärmung der Leitungen grösser werden. Wenn man diesen Durchhang nicht berücksichtigen würde, könnte dies im Winter bei sehr niedrigen Temperaturen zu einer zusätzlichen Belastung der Masten führen.

Das Problem der Temperaturschwankungen ist auch bei Brücken relevant, da Temperaturschwankungen die Brücke verformen oder sogar beschädigen können. Um dem entgegenzuwirken, werden Brücken oft so konstruiert, dass sie nicht starr mit dem Festland verbunden sind, wie auf dem folgenden Bild dargestellt.



Gleisschienen sind ebenfalls von Temperaturschwankungen betroffen, da sie sich zwischen Winter und Sommer um einige Zentimeter ausdehnen. Um diese Ausdehnung auszugleichen und Verformungen zu verhindern, wurden früher Lücken zwischen den Schienen eingefügt. Diese Lücken waren verantwortlich für das typische Zuggeräusch, das man beim Überfahren von Schienen hörte. Das folgende Bild zeigt eine solche Lücke.



Heute werden endlose Schienen gebaut, wobei die thermische Ausdehnung durch mechanische Gegenspannung ausgeglichen wird. Der folgende Film illustriert und erklärt dies sehr ausführlich: [Veritasium, Why Don't Railroads Need Expansion Joints?](#) Dennoch kann es gelegentlich zu Verformungen kommen, insbesondere an sehr heißen Tagen. Ein Beispiel hierfür ist im Bild unten zu sehen, das am Sonntag, den 11.08.03, auf der Strecke der Kandertalbahn aufgenommen wurde.



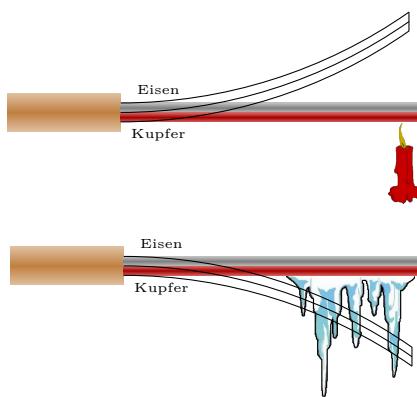
Zum Abschluss können wir nun auch das zu Beginn des Kapitels gezeigte Bimetallthermometer verstehen. Dazu führen wir ein Experiment durch.

#### Exp. 5: Bimetal

Das Bimetall ganz links auf dem Bild wird erwärmt, und durch die Erwärmung verbiegt es sich. Die Spirale wird ebenfalls erwärmt und dehnt sich aus, wodurch der Zeiger nach oben steigt. Dies entspricht genau dem Prinzip des Bimetallthermometers, das wir zu Beginn erwähnt und demonstriert haben. Neben dieser Anwendung gibt es viele weitere Anwendungen, eine davon ist ganz rechts auf dem Bild zu sehen: der Behälter für Waschpulver oder -kapseln in Geschirrspülmaschinen. Hier verformt sich das Metallplättchen, und bei ausreichend hoher Temperatur öffnet sich die Klappe.



Aber wie funktioniert nun dieses Bimetall? Die Antwort ist recht einfach und wird bereits durch den Namen angedeutet. Das Wort "Bimetall" setzt sich aus "bi" zusammen, was "zwei" bedeutet. Das Bimetall besteht aus zwei Metallen mit unterschiedlichen Ausdehnungskoeffizienten, wie in folgendem Schema dargestellt:

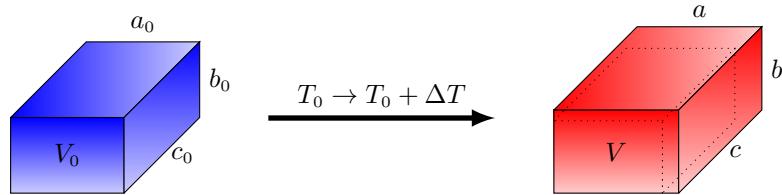


### 1.3 Flächen- resp. Volumenausdehnung

Flächen- oder Volumenausdehnung ist im Wesentlichen eine Erweiterung der Längenausdehnung in zwei oder drei Dimensionen, sofern der feste Körper isotrop ist. Anisotrope Körper, wie beispielsweise einige Kristalle,

dehnen sich in verschiedenen Richtungen unterschiedlich aus.

Betrachten wir einen isotropen, quaderförmigen Festkörper, der bei einer Anfangstemperatur  $T_0$  die Seitenlängen  $a_0$ ,  $b_0$  und  $c_0$  hat (siehe Abbildung).



Durch die Erwärmung verlängert sich jede Seite gemäss der Formel für die Längenausdehnung, und wir erhalten:

$$\begin{aligned}
V &= a \cdot b \cdot c = (a_0 + \Delta a) \cdot (b_0 + \Delta b) \cdot (c_0 + \Delta c) \\
&= (a_0 + \alpha a_0 \Delta T) \cdot (b_0 + \alpha b_0 \Delta T) \cdot (c_0 + \alpha c_0 \Delta T) \\
&= \underbrace{a_0 \cdot b_0 \cdot c_0}_{V_0} \cdot (1 + \alpha \Delta T)^3 = V_0 \cdot (1 + 3\alpha \Delta T + \underbrace{3\alpha^2 \Delta T^2}_{\rightarrow 0} + \underbrace{\alpha^3 \Delta T^3}_{\rightarrow 0}) \\
&\approx V_0(1 + 3\alpha \Delta T)
\end{aligned}$$

Die beiden Terme mit  $\alpha^2$  und  $\alpha^3$  können in erster Näherung vernachlässigt werden, sofern  $\alpha$  klein ist, was für praktisch alle Festkörper der Fall ist. Ein einfaches Zahlenbeispiel kann verdeutlichen, dass die beiden Terme im Vergleich zum ersten Term vernachlässigbar sind. Betrachten wir dazu das folgende Beispiel.

## Bsp. v.

Betrachten wir ein Zahlenbeispiel zur soeben hergeleiteten Formel. Nehmen Sie für den Ausdehnungskoeffizienten  $\alpha = 10^{-5} \text{ 1/K}$  an und für  $\Delta T = 100 \text{ K}$ . Bestimmen Sie damit die drei Terme: a)  $3\alpha\Delta T$ , b)  $3\alpha^2\Delta T^2$  und c)  $\alpha^3\Delta T^3$ .

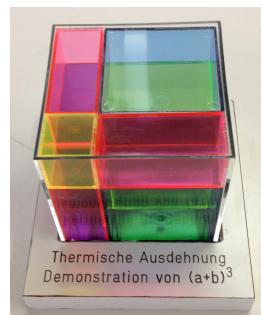
Lsg: a)  $3 \cdot 10^{-3}$ , b)  $3 \cdot 10^{-6}$ , c)  $10^{-9}$

## Lösung:

Diese Terme können auch durch ein anschauliches Demonstrationsobjekt verdeutlicht werden. Betrachten Sie dazu das folgende Beispiel.

## Exp. 6: Volumenzunahme

Dieses Demonstrationsobjekt zur Veranschaulichung der Volumenausdehnung zeigt die vier Terme von  $(a + b)^3$  (vgl. Abb.).



In diesem Fall repräsentiert das Anfangsvolumen  $V_0$  den grünen Würfel. Die Volumenänderung  $\Delta V$  setzt sich aus den drei blauen und drei roten Quadern sowie dem gelben Würfel zusammen. Es gilt:

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3.$$

Je grösser der Unterschied zwischen  $a$  und  $b$  ist, desto grösser sind die Unterschiede zwischen den Volumina  $a^2b$ ,  $ab^2$  und  $b^3$

Tatsächlich sind die Unterschiede in den Volumina der Randterme noch kleiner, wodurch ihr Beitrag vernachlässigbar wird.

Damit ergibt sich die folgende Formel für die Volumenausdehnung:

**Ges. 2:** (Volumenausdehnung) Wird ein Festkörper oder eine Flüssigkeit mit dem Volumen  $V_0$  um die Temperatur  $\Delta T$  verändert, dann ändert sich sein Volumen um

$$\Delta V \approx \gamma V_0 \Delta T,$$

wobei  $\gamma$  der Volumenausdehnungskoeffizient ist und für Festkörper  $\gamma \approx 3\alpha$  gilt.

Analoges gilt für den Flächenausdehnungskoeffizienten  $\beta \approx 2\alpha$ . Die Ausdehnungsformel lautet dann natürlich:

$$\Delta A \approx \beta A_0 \Delta T,$$

wobei  $A_0$  die Anfangsfläche ist.

Hier sind einige Volumenausdehnungskoeffizienten für Flüssigkeiten in einer Tabelle zusammengefasst.

Flüssigkeiten	Benzin	Heizöl	Olivenöl	Wasser	Quecksilber
$\gamma \text{ [} 10^{-5} \text{ K}^{-1} \text{]}$	106	89	72	21	18

Diese Werte zeigen, dass die Volumenausdehnung für Flüssigkeiten mindestens um eine Größenordnung grösser ist als für Festkörper. Hier ist ein Beispiel:

### Bsp. vi.

Ein Öltank aus Stahlblech mit einem Fassungsvermögen von  $V_0 = 5000$  Liter wird bei  $20^\circ\text{C}$  unvorsichtigerweise vollständig mit Heizöl gefüllt. Was geschieht, wenn die Temperatur auf  $35^\circ\text{C}$  ansteigt? ( $\gamma_{\text{Oel}} \approx 89 \cdot 10^{-5} \text{ 1/K}$ ,  $\alpha_{\text{Stahl}} \approx 11 \cdot 10^{-6} \text{ 1/K}$ ) Lsg: 64 Liter

Lsg: 64 Liter

## Lösung:

Das ist ein gutes Beispiel. Viele Menschen haben erlebt, dass sie im Sommer ihren Reservetank auffüllen und dann im Winter, wenn sie das Benzin benötigen, feststellen, dass weniger darin ist als erwartet. Dies geschieht, obwohl kein Benzin verschüttet wurde.



Die Verwendung der Volumenformel für den Tank ist gerechtfertigt, obwohl der Tank nicht vollständig aus Stahl besteht, sondern nur die Mantelfläche aus Stahl besteht.

Die Dichte eines Materials ändert sich, wenn sich Körper oder Flüssigkeiten erwärmen, da die Masse unverändert bleibt. Dieses Konzept haben wir bereits zur Erklärung des Galilei-Thermometers verwendet. Jetzt werden wir eine Formel herleiten, um die Dichte bei Temperaturänderungen zu beschreiben.

### Bsp. vii.

Zeigen Sie, dass die Dichte  $\varrho$  eines Körpers, der um  $\Delta T$  erwärmt wird, gegeben ist, als

$$\varrho \approx \varrho_0 \cdot \frac{1}{1 + \gamma \Delta T},$$

wobei  $\varrho_0$  die Anfangsdichte ist.

Lsg: —

## Lösung:

Wir haben nun gelernt, wie man die Ausdehnung von Flüssigkeiten und Festkörpern behandelt. Schon im einführenden Experiment zur Ausdehnung von Körpern haben wir gesehen, dass bei Gasen das Volumen stark zunimmt. Doch was passiert, wenn das Volumen nicht zunehmen kann? Diese und andere Fragen werden im nächsten Kapitel beantwortet.

## Zusammenfassung Kapitel F1

- Die *Temperatur* ist eine Zustandsgrösse, d. h. sie beschreibt einen Zustand, wie auch die Energie oder das Volumen Zustandsgrössen sind. Die *Wärme* hingegen ist eine Prozessgrösse, wie die Arbeit ist auch die Wärme dazu da, die Energie zu ändern.

- Die Umrechnung von Grad Celsius °C zu Kelvin K ist:

$$\vartheta [\text{°C}] \xrightleftharpoons[-273.15]{+273.15} T [\text{K}]$$

Beachten Sie jedoch, dass die Änderung der Temperatur für beide Einheiten gleich ist, d. h.

$$\Delta\vartheta [\text{°C}] = \Delta T [\text{K}].$$

- Der *Längenausdehnungskoeffizient*  $\alpha_{\text{Mat}}$  eines Materials ist definiert als:

$$\alpha_{\text{Mat}} = \frac{\Delta l}{l_0 \Delta T}.$$

- Für die *Längenausdehnung* eines Festkörpers der Länge  $l_0$  um die Temperatur  $\Delta T$  gilt:

$$\Delta l = \alpha_{\text{Mat}} l_0 \Delta T,$$

wobei  $\alpha_{\text{Mat}}$  der Längenausdehnungskoeffizient ist.

- Analog gilt für die *Flächenausdehnung* resp. *Volumenausdehnung*:

$$\Delta A = \beta A_0 \Delta T \quad \text{und} \quad \Delta V = \gamma V_0 \Delta T,$$

wobei für Festkörper  $\beta \approx 2\alpha$  und  $\gamma \approx 3\alpha$  sind.

## Konzeptfragen Kapitel F1

1. Welche Formel beschreibt die lineare Wärmeausdehnung  $\Delta l$  eines Materials in Abhängigkeit von der Ausgangslänge  $l_0$ , dem Temperaturunterschied  $\Delta T$  und dem linearen Ausdehnungskoeffizienten  $\alpha$ ?
  - $\Delta l = l_0 \cdot \Delta T$
  - $\Delta l = \frac{l_0}{\alpha} \cdot \Delta T$
  - $\Delta l = l_0 \cdot \alpha \cdot \Delta T$
  - $\Delta l = \frac{\alpha}{l_0} \cdot \Delta T$
2. Welche Einheit hat der lineare Ausdehnungskoeffizient  $\alpha$ 
  - $\text{m}^2$
  - $\text{K}^{-1}$
  - ${}^\circ\text{C}^{-1}$
  - $\text{m}^{-1}$
3. Ein Stück Metall wird zuerst um  $10^\circ$  erwärmt und danach um  $10^\circ$  abgekühlt. Welche der Aussagen sind sicher richtig.
  - Das Stück Metall ist nun etwas grösser als zuvor, da der Prozess der Wärmeausdehnung nicht symmetrisch ist.
  - Das Stück Metall ist nun etwas kleiner als zuvor, da der Prozess der Wärmeausdehnung nicht symmetrisch ist.
  - Das Stück Metall ist genau so gross, wie zuvor, da der Prozess der Wärmeausdehnung symmetrisch ist.
  - Man kann darüber keine Aussage machen.

## Aufgaben Kapitel F1

Weitere einfachere Aufgaben mit ausführlichen Lösungen findet man unter:

<https://www.dropbox.com/sh/m9vlo6gwqli3nds/AABWhKMXUJG70jsXx7ovB-fDa?dl=0> im Kapitel 15.



1. Ein Stab der Länge  $l = 1\text{ m}$  muss um  $\Delta T = 100\text{ K}$  erwärmt werden, damit sich seine Länge auf  $l' = 1.0024\text{ m}$  verlängert.
  - a. Bestimmen Sie den Längenausdehnungskoeffizienten  $\alpha$ .
  - b. Aus welchem Material könnte dieser Stab sein?

Lsg: a.  $\alpha \approx 24 \cdot 10^{-6}\text{ K}^{-1}$  b. Alu

2. Ein Zylinder mit Durchmesser  $d_Z = 1.00000\text{ cm}$  bei  $\vartheta_0 = 30^\circ\text{C}$  soll in ein kreisförmiges Loch in einer Stahlplatte hineingeschoben werden. Das Loch besitze einen Durchmesser von  $d_{SP} = 0.99970\text{ cm}$  auch bei  $\vartheta_0$ . Auf welche Temperatur muss die Stahlplatte erhitzt werden? (Nehmen Sie für Stahl:  $\alpha_{St} = 1.1 \cdot 10^{-5}\text{ K}^{-1}$ .)

Lsg:  $57^\circ\text{C}$

3. Eine Eisenbahnschiene ( $\alpha = 12 \cdot 10^{-6}\text{ 1/K}$ ) ist zwischen Sommer und Winter einer Temperaturdifferenz von  $70^\circ\text{C}$  ausgesetzt. Wie lange dürfen die Schienensegmente maximal sein, falls die Abstände zwischen ihnen nicht grösser als  $10\text{ cm}$  sein dürfen?

Lsg:  $l \approx 120\text{ m}$

4. Angenommen, die Deutsche Bahn hätte beim Ausbau der  $290\text{ km}$  (bei  $34^\circ\text{C}$ ) langen ICE-Strecke zwischen Berlin und Hamburg einen zusammenhängenden Strang Stahl für die Gleise verwendet.

- a. Um welche Länge würde sich das Gleis zwischen dem kältesten Wintertag mit einer Temperatur von  $-20^\circ\text{C}$  und dem wärmsten Sommertag mit einer Temperatur von  $34^\circ\text{C}$  ausdehnen. ( $\alpha_{Stahl} \approx 1.2 \cdot 10^{-5}\text{ K}^{-1}$ )
- b. Welche Kraft wird benötigt, um bei einem Schienenstück mit einem Querschnitt von  $25\text{ cm}^2$  die thermische Ausdehnung durch Kompression  $\sigma$  (Gegendruck) auszugleichen? Die Temperaturdifferenz sei gleich und der Elastizitätsmodul  $E$  von Stahl besitzt einen Wert von  $2.0 \cdot 10^{11}\text{ N/m}^2$ . Es gilt:

$$\sigma = \epsilon E,$$

wobei  $\epsilon$  die relative Längenänderung und  $E$  der Elastizitätsmodul ist. Tipp: Die Kompression  $\sigma$  kann gleich wie ein Druck behandelt werden.

Lsg: a.  $\Delta l \approx 190\text{ m}$  b.  $F \approx 330\text{ kN}$

5. Als Ölspeicher für die Heizung dient der Familie Sigg ein Stahltank ( $\alpha_{St} = 20 \cdot 10^{-6}\text{ K}^{-1}$ ). Im Sommer ist der Tank im Innern  $l = 290.0\text{ cm}$  lang,  $b = 150\text{ cm}$  breit und  $h = 150\text{ cm}$  hoch.

- a. Bis zu welcher Höhe steigt das Heizöl im Tank, wenn er im Sommer mit 5540 Liter gefüllt wird?
- b. Beim ersten Kälteeinbruch überprüft Frau Sigg den Pegelstand und stellt mit Erstaunen fest, dass sich im Tank weniger Heizöl befindet als im Sommer, und das, obwohl die Heizung nicht in Betrieb war und kein Öl ausfloss! Um wieviel muss sich das Heizöl abgekühlt haben, wenn der Ölpiegele um  $0.9\text{ cm}$  gesunken ist? Berücksichtigen Sie bei der Rechnung auch die Längenänderung des Stahltanks. (Tipp:  $\gamma_{Oel} = 1.06 \cdot 10^{-3}\text{ K}^{-1}$ , Flächenänderungen nehmen Sie einfach  $\beta = 2\alpha$  an.)

Lsg: a.  $y = 127.4\text{ cm}$  b.  $\Delta T \approx -7^\circ\text{C}$

# Literaturverzeichnis

- [1] URL: [http://de.wikipedia.org/wiki/Mars\\_Climate\\_Orbiter](http://de.wikipedia.org/wiki/Mars_Climate_Orbiter), Juni 2012
- [2] URL: [http://de.wikipedia.org/wiki/Internationales\\_Einheitensystem](http://de.wikipedia.org/wiki/Internationales_Einheitensystem), Juni 2012
- [3] Wikipetzi, IngenieroLoco - Eigenes Werk. Based on File: Relations between new SI units definitions.png, CC BY-SA 4.0,  
URL: <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=40278935>
- [4] CMS Collaboration, *Combination of results on the rare decays  $B_{(s)}^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-$  from the CMS and LHCb experiments*, CMS-PAS-BPH-13-007
- [5] Aoyama, Tatsumi and Hayakawa, Masashi and Kinoshita, Toichiro and Nio, Makiko, *Tenth-Order QED Contribution to the Electron g–2 and an Improved Value of the Fine Structure Constant*, Phys. Rev. Lett. Vol. 109, 2012, 10.1103/PhysRevLett.109.111807
- [6] URL: <http://de.wikipedia.org/wiki/Steradian>, Juni 2012
- [7] Aristoteles,
- [8] Galileo Galilei, *De motu*, 1590
- [9] DMK/DPK, *Formeln und Tafeln*, Orell Füssli, 7. Auflage, 1997
- [10] F. A. Brockhaus, *Der grosse Brockhaus*, 16. Auflage, 1955
- [11] URL: <http://www.quartets.de/acad/firstlaw.html>, September 2013
- [12] URL: <http://www.educ.ethz.ch/unt/um/phy/me/kreis/index>
- [13] Lewis C. Epstein, *Denksport Physik*, dtv, 9. Auflage, 2011
- [14] Harry Nussbaumer, *Astronomie*, 7. Auflage, 1999, vdf Hochschulverlag AG
- [15] URL: <http://lexikon.astronomie.info/mars/beobachtung2012/>, April 2013
- [16] Matthias Bartelmann, *Das Standardmodell der Kosmologie, Teil 1 und Teil 2 in Sterne und Weltraum*, Ausgabe: August 2007
- [17] Roman Sexl et al. *Einführung in die Physik - Band 1 & 2*, 3. korrigierte Auflage 2009, Sauerländer Verlag AG
- [18] Paul A. Tipler, *Physik*, Spektrum Akademischer Verlag Heidelberg, Berlin, Oxford, 2. Auflage, 1994
- [19] URL: <https://www.etsy.com/ch/listing/1230366346/precision-made-scientific-mechanical>
- [20] Hans Kammer, Irma Mgelandze, *Physik für Mittelschulen*, 1. Auflage 2010, hep Verlag AG
- [21] URL: <https://www.auto-motor-und-sport.de/news/aerodynamik-report-spritsparmodelle-aus-dem-windkanal>
- [22] Wikipedia, URL: <http://de.wikipedia.org/wiki/Fluid>, August 2013
- [23] Basiswissen Schule Physik, Duden Paetec, Berlin 2010
- [24] URL: <http://www.schulserver.hessen.de/>, Oktober 2013
- [25] URL: <http://www.leifiphysik.de>, September 2013
- [26] URL: <http://photos.zoochat.com>, Semptember 2013

- [27] URL: <http://www.lab-laborfachhandel.de>, Oktober 2013
- [28] Bissig Michael, *Schwimmwelt, Schwimmen lernen - Schwimmtechnik optimieren*, Schulverlag, Bern,
- [29] URL: [https://elearning.physik.uni-frankfurt.de/data/FB13-PhysikOnline/lm\\_data/lm\\_282/auto/kap09/cd259.htm](https://elearning.physik.uni-frankfurt.de/data/FB13-PhysikOnline/lm_data/lm_282/auto/kap09/cd259.htm), März 2014
- [30] URL: <https://www.vibos.de/veranstaltung/physik-teil-3-von-4-schwingungen-und-wellen>, März 2024
- [31] URL: <https://lp.uni-goettingen.de/get/text/707>
- [32] E.F.F. Chladni, *Die Akustik*, Taschenbuch Auflage 2012, Nabu Press
- [33] URL: <http://ephex.phys.ethz.ch>, Februar 2015
- [34] URL: <http://aufzurwahrheit.com/physik/quantenmechanik-5461.html>, März 2015
- [35] M. Cagnet, M. Françon, J.C. Thierr, *Atlas opitscher Erscheinungen*, Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-New York 1962
- [36] Bruno Cappeli et al. *Physik anwenden und verstehen*, Orell Füssli Verlag AG, 2004
- [37] Richard P. Feynman, *QED - Die seltsame Theorie des Lichts und der Materie*, Piper, 3. Auflage, 2018
- [38] Keith Johnson, *Physics for You: Revised National Curriculum Edition of GCSE*, Nelson Thornes, 2001
- [39] URL: <https://tu-dresden.de/mn/physik/ressourcen/dateien/studium/lehrveranstaltungen/praktika/pdf/TA.pdf?lang=en>, Juli 2018
- [40] Wolfgang Demtröder, *Experimentalphysik 1 - Mechanik und Wärme*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2. Auflage, 1998
- [41] Unbekannt, *Engraving of Joule's apparatus for measuring the mechanical equivalent of heat*, Harper's New Monthly Magazine, No. 231, August, 1869
- [42] URL: <http://www.tf.uni-kiel.de>, März 2014
- [43] URL: [http://de.wikipedia.org/wiki/Entropie\\_\(Thermodynamik\)](http://de.wikipedia.org/wiki/Entropie_(Thermodynamik)), März 2014
- [44] URL: [http://commons.wikimedia.org/wiki/File:20070616\\_Dampfmaschine.jpg](http://commons.wikimedia.org/wiki/File:20070616_Dampfmaschine.jpg), März 2014
- [45] URL: <http://en.wikipedia.org/wiki/Image:Bcoulomb.png>, März 2014
- [46] URL: <http://www.bader-frankfurt.de/widerstandscode.htm>, August 2014
- [47] Carl D. Anderson, *The Positive Electron*. Physical Review 43 (6): 491–494
- [48] URL: <http://pgd5.physik.hu-berlin.de/elektrostatik/ele12.htm>, Oktober 2014
- [49] URL: <http://www.aip.org/history/lawrence/radlab.htm>, Oktober 2014
- [50] URL: [http://www.solstice.de/grundl\\_d\\_tph/exp\\_besch/exp\\_besch\\_04.html](http://www.solstice.de/grundl_d_tph/exp_besch/exp_besch_04.html), Oktober 2014
- [51] URL: <https://lp.uni-goettingen.de/get/text/6639>, Oktober 2017
- [52] URL: <https://de.serlo.org/52586/elektromagnetische-wellen>, Oktober 2017
- [53] URL: [https://de.wikipedia.org/wiki/Elektromagnetisches\\_Spektrum](https://de.wikipedia.org/wiki/Elektromagnetisches_Spektrum), August 2022
- [54] URL: <https://de.wikipedia.org/wiki/Zahnradmethode>, September 2022
- [55] URL: <https://de.wikipedia.org/wiki/Datei:Double-Rainbow.jpg>, November 2023
- [56] URL: <https://de.wikipedia.org/wiki/Regenbogen>, April 2024
- [57] Proton-Proton Kollision, CERN, Lucas Taylor
- [58] Ze'ev Rosenkranz, *Albert Einstein – Derrière l'image*, Verlag Neue Zürcher Zeitung, 2005.
- [59] Albert Einstein, *Zur Elektrodynamik bewegter Körper*, Annalen der Physik 17 (10): 891–921.
- [60] Albert Einstein, *Über die spezielle und die allgemeine Relativitätstheorie*, Springer-Verlag, 23. Auflage, 1988

- [61] Wikipedia, [https://de.wikipedia.org/wiki/Relativitat\\_der\\_Gleichzeitigkeit](https://de.wikipedia.org/wiki/Relativitat_der_Gleichzeitigkeit), August 2018
- [62] URL: <http://static.a-z.ch>, März 2015
- [63] Max Planck, *Vom Relativen zum Absoluten*, Naturwissenschaften Band 13, 1925
- [64] A. H. Compton, *The Spectrum of Scattered X-Rays*, Physical Review 22 (5 1923), S. 409–413
- [65] URL: <http://www.peter-glowatzki.de>, Mai 2015
- [66] James Franck, *Transformation of Kinetic Energy of Free Electrons into Excitation Energy of Atoms by Impacts*, Nobel Lectures, Physics 1922-1941
- [67] URL: <http://www.leifiphysik.de/themenbereiche/quantenobjekt-elektron/versuche>, Mai 2015
- [68] David Prutchi, Shanni Prutchi, *Exploring Quantum Physics through Hands-on Projects*, Wiley, 1 edition (February 7, 2012)
- [69] URL: <http://w3.ppp1.gov/>, September 2015
- [70] O. Hofling, Physik. Band II Teil 1, Mechanik, Wärme. 15. Auflage. Ferd. Dummfers Verlag, Bonn 1994
- [71] Kovalente Atomradien auf Basis der Cambridge Structural Database  
URL: [https://en.wikipedia.org/wiki/Cambridge\\_Structural\\_Database](https://en.wikipedia.org/wiki/Cambridge_Structural_Database), April 2018
- [72] G. Audi und A.H. Wapstra, Nuclear Physics A595, 409 (1995)
- [73] URL: <https://de.wikipedia.org/wiki/Gammastrahlung>, April 2018
- [74] URL: <http://www.wn.de/Muenster/2012/07/Das-Wunder-von...>, Juni 2012
- [75] L. Susskind und G. Hrabovsky, *The Theoretical Minimum - What you need to know to start doing physics*, Basic Books, 2014