2 Dynamik

Lernziele

- Sie verstehen, warum in der Mechanik die Vereinfachung des Massenpunktes verwendet wird.
- Sie sind mit den Eigenschaften der Kraft vertraut und können zwischen Ursache und Wirkung unterscheiden.
- Sie wissen, warum die resultierende Kraft eine wesentliche Rolle spielt.
- Sie kennen und verstehen die drei Newton'schen Gesetze.
- Sie sind mit den Formeln für die fünf Kräfte, mit denen wir arbeiten, vertraut und verstehen sie.
- Sie begreifen, warum es keine explizite Formel für Seilkraft und Normalkraft gibt.
- Sie sind mit den Unterschieden zwischen verschiedenen Arten der Reibung vertraut.
- Sie können Aufgaben zu den Newton'schen Gesetzen strukturiert lösen.
- Sie kennen das Bogenmass und können Winkel sowohl in Radianten als auch in Grad angeben.
- Sie verstehen den Vorteil der Verwendung von Polarkoordinaten zur Beschreibung einer Kreisbewegung.
- Sie kennen die Definitionen von Winkelgeschwindigkeit und -beschleunigung.
- Sie kennen und verstehen den Zusammenhang zwischen Winkelgeschwindigkeit, Periode und Frequenz.
- Sie können die kinematischen Formeln für die Translationsbewegung auf die Kreisbewegung umschreiben.
- Sie kennen die Transformationsvorschrift zwischen Translations- und Rotationsgrössen.
- Sie begreifen, warum die gleichförmige Kreisbewegung eine resultierende Kraft zum Zentrum hin benötigt.
- Sie kennen die Formeln für die Zentripetalbeschleunigung.
- Sie können Aufgaben zur Kreisbewegung mithilfe der Newton'schen Gesetze lösen.
- Sie sind mit Scheinkräften vertraut und wissen, wann man sie anwenden darf.

Die Dynamik beschäftigt sich mit der Ursache der Bewegung. Wie bereits in den vorherigen Kapiteln erklärt wurde, ändert sich die Bewegung nur dann, wenn eine Kraft bzw. eine Beschleunigung auf sie einwirkt. Somit beginnt auch die Physik.

In diesem Kapitel behandeln wir zuerst den wichtigen Begriff der Masse und zeigen, dass wir hierbei bereits an die Grenzen der Physik stossen. Anschliessend wird der Begriff der Kraft eingeführt, woraufhin das zentrale Kapitel zu den *Newtonschen Gesetzen* folgen kann. Daraufhin werden einige Kräfte exemplarisch vorgestellt (*Beispiele von Kräften*). Erst danach können die Newtonschen Gesetze mittels Experiment überprüft werden. Dies wird im Kapitel *Anwendungen der Newtonschen Gesetze* behandelt. Zum Abschluss werden wir die *Kreisbewegung* behandeln, bei der das oft missverstandene Thema der *Scheinkräfte* auftritt.

2.1 Masse und Kraft

Der Begriff der Masse ist alltäglich, aber bei genauerer Betrachtung birgt er grosse Schwierigkeiten und erreicht sogar die Grenzen der modernen Physik.

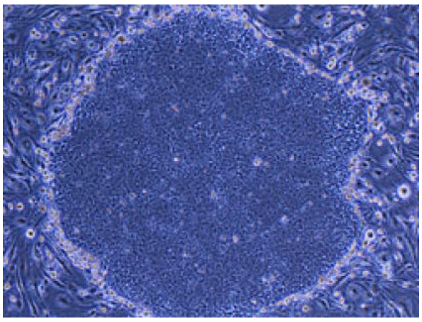
Demgegenüber steht in diesem Kapitel das Konzept der Kraft, welches wohl zu den wichtigsten in der Physik gehört und die Grundlage für alle Bereiche dieser Wissenschaft bildet. In der Regel wird die Kraft in der

Mechanik eingeführt, da sie dort ihren Ursprung hat.

In diesem Abschnitt wird zuerst die Masse untersucht und anschliessend kurz der Massenpunkt definiert. Vor der Untersuchung der Eigenschaft der Kraft wird ein Überblick über die grundlegenden Kräfte der Natur gegeben. Wie im vorherigen Abschnitt zur Masse werden dabei einige Konzepte innerhalb der Schulphysik genauer erläutert.

2.1.1 Masse unter der Lupe

In diesem Abschnitt soll die Zusammensetzung der Masse untersucht werden. Wir starten mit einer Zelle, beispielsweise einer Hautzelle. Das Bild stammt von Prof. Shinya Yamanaka der Universität Tokio[1]:



$\sim 10^{-5}$ m

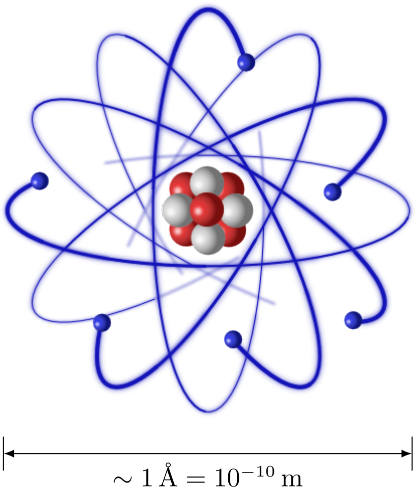
Diese Stammzelle ist nicht mehr mit dem menschlichen Auge sichtbar, während die weibliche Eizelle mit einem Durchmesser von etwa 130 Mikrometern noch erkennbar ist. Wenn wir tiefer in die Zelle eindringen, erreichen wir den Bereich der Proteine. Im Folgenden finden Sie ein Abschnitt der DNA.

$\sim 10^{-9}$ m

Proteinkomplexe haben eine Grösse von $10 - 200\,\mathrm{nm}$ und sind daher bereits zu klein für herkömmliche Mikroskope. Eine Ausnahme bildet das neuere STED-Mikroskop[2]. Das sichtbare Spektrum reicht hier bereits an seine Grenzen. Wenn wir eine Grössenordnung weitergehen, gelangen wir zu den Atomen. Im Folgenden finden Sie eine schematische Darstellung eines Kohlenstoffatoms.

[1] Prof. Shinya Yamanaka programmierte Haut- zu Stammzellen um. Er erhielt den Nobelpreis für Medizin 2012.

[2] Stimulated emission depletion (STED) wurde vom Göttinger Physiker Stefan Hell und seinen Mitarbeitern entwickelt. Diese fluoreszenzbasierte Technik begrenzt die Auflösung nicht mehr durch die Lichtwellenlänge, sondern nur noch durch die Helligkeit des auf das Präparat eingestrahlten Lichts. Leica Microsystems bietet seit Oktober 2007 ein kommerzielles Gerät mit dieser Technik an.

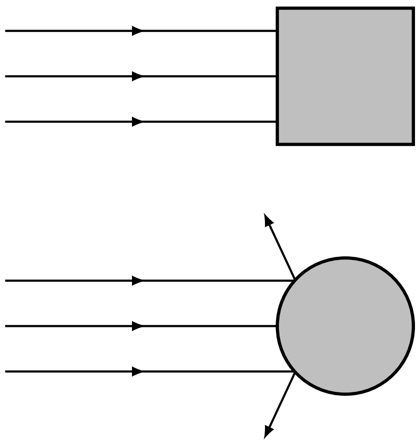


Das Atom besteht aus einem positiv geladenen Kern und einer negativ geladenen Hülle. Diese Hülle beinhaltet elementare Teilchen, die Elektronen genannt werden und nicht aus anderen Teilchen aufgebaut sind.

Wie kann man etwas beschreiben, das man nicht sehen kann? Das ist eine wichtige Frage, die eine ausführlichere Antwort erfordert.

Angenommen, wir haben einen undurchsichtigen und dicken Sack mit entweder grossen oder kleinen Bällen oder Würfeln drin, den wir nicht öffnen oder anfassen dürfen. Nach gründlicher Überlegung entscheiden wir uns, den Sack mit Tennisbällen zu bewerfen und schliessen, je nachdem, wie sie zurückprallen, gewisse Dinge aus. Dieser Vorgang wird auch als Streuversuch bezeichnet.

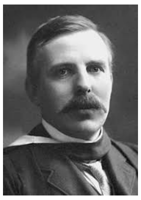
Betrachten wir die Abbildung der Reflexion an einem grossen Würfel und einem grossen Ball. Diese würde etwa wie folgt aussehen:



Die Unterschiede in der Reflexion der Bälle sind deutlich erkennbar. Wenn die Reflexion ähnlich wie die des grossen Würfels ist, können wir sicher sein, dass es sich nicht um grosse Bälle handelt und umgekehrt. Es besteht jedoch die Möglichkeit, dass viele kleine Bälle zufällig zu einem grossen Ball angeordnet sind. Diese Möglichkeit kann durch viele Schüsse ausgeschlossen werden, da die Schüsse die Struktur immer wieder verändern. Falls wir aus dem ersten Versuch nicht schlauer werden, werden wir kleinere Bälle werfen. Denn je feiner wir den Sack durch unsere Bälle oder kleinen Kugeln untersuchen können, desto präziser können wir feststellen, was sich darin befindet.

Dieses Vorgehen wurde und wird in der Kern- und Teilchenphysik zur Untersuchung von sehr kleinen Strukturen verwendet. Der ersten war Ernest Rutherford[3].

[3] Ernest Rutherford, 1. Baron Rutherford of Nelson (30. August 1871 in Brightwater/Neuseeland - 19. Oktober 1937 in Cambridge) war ein neuseeländischer, in England wissenschaftlich arbeitender Atomphysiker, der 1908 den Nobelpreis für Chemie erhielt. Wird nach Michael Faraday (1791–1867) als grösster Experimentalphysiker aller Zeiten betrachtet.



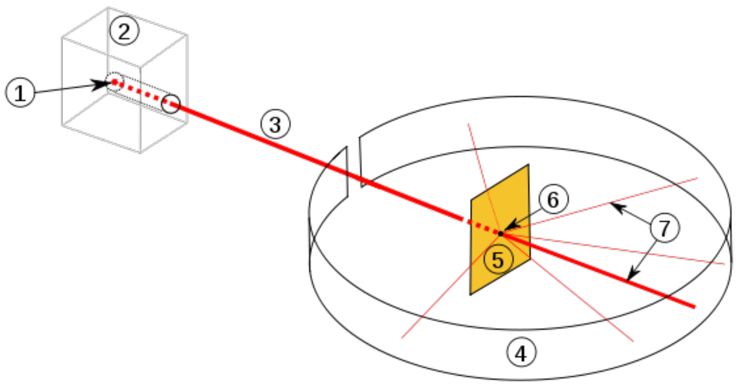
E. Rutherford
(1871-1937)

Mit seinem Experiment zur Entdeckung der Atomstruktur legte Rutherford nicht nur den Grundstein der Atomphysik, sondern veränderte unser Weltbild für immer. Bis zur Entdeckung von Ernest Rutherford waren die Physiker überzeugt, dass die Masse der Atome homogen, d. h. gleichmässig über den Atomradius verteilt war. Bevor er dies experimentell nachweisen konnte, teilte er 1903 die Radioaktivität in Alpha-, Beta- und Gammastrahlung nach der positiven, negativen oder neutralen Ablenkung der Strahlenteilchen in einem Magnetfeld auf.

Dass eines der Bestandteile der Atome das Elektron ist, geht auf den ebenfalls berühmten Physiker Joseph John Thomson[4] zurück.

Rutherfordscher Streuversuch (Manchester, 1909–1913)

In einen Bleiblock (2) mit Öffnung zu einer Seite hin wird ein radioaktiver Stoff (1) gelegt, der Strahlung abgibt. Die aus der Öffnung im Bleiblock austretenden Strahlen werden durch ein elektrisches Feld geleitet, um sie voneinander zu trennen. Die Alpha-Strahlung[5] (3) wird senkrecht auf eine $0.5\,\mu$m dünne Goldfolie (5) (ca. 1000 Atome hintereinander) gerichtet. Die aus der Folie austretende Strahlung lässt sich danach mit einem Leuchtschirm (4) sichtbar machen. (Gold wurde verwendet, da es sich schon damals mit einfachen mechanischen Mitteln zu sehr dünnen Schichten verarbeiten liess.) Schauen Sie sich vielleicht auch diese Animation an: phet-Streuversuch.



Nachdem über mehrere Tage hinweg keine Besonderheiten festgestellt wurden, was darauf hinweist, dass praktisch alle Alpha-Teilchen die Goldfolie direkt durchdrangen (7), wies Ernest Rutherford seine Assistenten an, die Messungen fortzusetzen und verstärkt auf Signale vor der Goldfolie zu achten. Die Assistenten, unter ihnen auch der heute ebenfalls berühmte Physiker Hans Geiger, befolgten die Anweisung des Professors trotz ihrer anfänglichen Widerwilligkeit. Sie hatten über Tage hinweg nur gemessen, dass alle Teilchen hinter der Folie detektiert wurden. Plötzlich, nach einigen Tagen ohne sichtbares Ergebnis, traf tatsächlich ein Alpha-Teilchen vor der Goldfolie auf den Schirm. Daraufhin berichteten die Assistenten Rutherford Folgendes:

- Fast alle Alpha-Teilchen können die Goldfolie ungehindert passieren.
- Nur bei ca. 1 von 10.000 Alpha-Teilchen wird die Richtung geändert.
- Grössere Streuwinkel kommen dabei immer seltener vor, je grösser der Winkel ist.
- Auch Streuwinkel von über 90° gibt es, aber extrem selten.
- Einige Alpha-Teilchen werden zurückgestreut.

Es dauerte fast drei Jahre, bis Rutherford aus diesen Beobachtungen sein neues Atommodell veröffentlichte. Darin sind folgende Schlussfolgerungen zu finden:

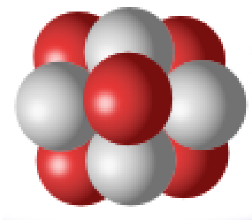
Die extrem seltene Ablenkung der Alpha-Teilchen und deren Winkelverteilung lassen sich dadurch erklären, dass sich in den Atomen nur ein sehr kleines Massenzentrum befindet, das positiv geladen ist. Dieses Massenzentrum wird als der Atomkern bezeichnet. Da die meisten Teilchen die Goldfolie ungehindert passieren, muss zwischen den Kernen ein grosser Freiraum bestehen. Dieses Ergebnis führte zur Entwicklung des Rutherfordschen Atommodells. (Die Elektronen, die sich im relativ grossen leeren Raum um den Kern bewegen, schirmen

[4] Sir Joseph John Thomson (18. Dezember 1856 in Cheetham Hill bei Manchester - 30. August 1940 in Cambridge) war ein britischer Physiker, Nobelpreisträger und Entdecker des Elektrons (1897).

[5] Alpha-Teichen sind He^{2+}-Kerne.

die konzentrierte positive Kernladung ab, wodurch das Atom nach aussen hin neutral erscheint.) [abgeändert aus Wikipedia]

Damit gelang es Rutherford nicht nur, ein neues Atommodell zu etablieren, sondern er wies gleichzeitig darauf hin, dass der Atomkern um $4-5$ Grössenordnungen kleiner ist. Dies konnte er aus dem Verhältnis zwischen den gestreuten und nicht gestreuten Alpha-Teilchen schliessen. Im Folgenden ist ein schematisches Bild eines Atomkerns dargestellt, hier exemplarisch ein Kohlenstoff-Atomkern:



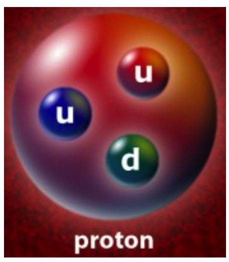
$\sim 10^{-14}\,\mathrm{m}$

Wie man an diesem Bild unschwer erkennen kann, besteht der Kern nicht nur aus einer Art von Teilchen. Bereits 1920 postulierte Rutherford, dass der Massenunterschied bei schweren Atomen im Vergleich zu ihrer Anzahl an Protonen durch neutrale Teilchen erklärt werden könnte. Erst 1932 konnte James Chadwick[6] nachweisen, dass radioaktive Materialien Teilchen freisetzen, die eine ähnliche Masse wie Protonen haben, aber neutral sind. Er nannte sie Neutronen. Damit war man zu dieser Zeit sicher, das Atom vollständig verstanden zu haben.

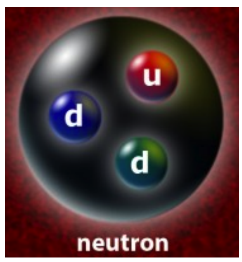
Bis in die 1960er Jahre hinein gab es zahlreiche Entdeckungen von neuen exotischen Teilchen. Praktisch täglich fanden Experimentalphysiker im Labor neue Teilchen, die oft aus der sogenannten kosmischen Strahlung stammten. Die Physiker jener Zeit waren angesichts dieser Ansammlung neuer, unbekannter Teilchen so überwältigt, dass sie sie aus Verlegenheit den "Teilchenzoo" nannten. Erst im Jahr 1964 postulierte Murray Gell-Mann[7] die Existenz von Quarks, die die Bausteine von Protonen, Neutronen und allen anderen entdeckten Teilchen sein sollten. Dies basierte auf rein mathematischen Überlegungen, wobei er die Gruppentheorie, eine Disziplin der Mathematik, in die theoretische Physik einbezog.

Die experimentelle Untersuchung der Quarks erfolgte erneut durch Streuversuche, bei denen Elektronen auf Protonen geschossen wurden. Diese Forschung führte zur Entwicklung der sogenannten Strukturfunktionen, die Gell-Manns theoretische Vorhersagen beeindruckend bestätigten.

Bis zum heutigen Zeitpunkt gibt es keine experimentelle Evidenz, dass die Quarks nicht elementar seien. Somit *sieht* ein Proton oder Neutron wie folgt aus:



$\sim 10^{-15}\,\mathrm{m}$



$\sim 10^{-15}\,\mathrm{m}$

Heute wissen wir, dass das Proton und das Neutron aus zwei gleichen Quarks aufgebaut sind, nämlich dem *up*- und *down*-Quark. Jedoch sind sie unterschiedlich angeordnet, wie im Bild ersichtlich. Die Ausdehnung der Quarks kann genauso wenig angegeben werden wie die Ausdehnung der Elektronen. Beide Arten von Teilchen gelten als elementar und werden in Modellen als punktförmig angenommen. Das bedeutet, dass sie eigentlich keine Ausdehnung haben sollten, obwohl es einen gemessenen Wert für die Grösse von Elementarteilchen gibt, der kleiner als 10^{-18} ist. Das Kleiner-als-Symbol zeigt an, dass dieser Wert eine gemessene obere Grenze darstellt.

Um sich diese Grössenverhältnisse besser vorstellen zu können, hier ein Vergleich:

[6] Sir James Chadwick (20. Oktober 1891 in Bollington, Cheshire - 24. Juli 1974 in Cambridge) war ein englischer Physiker. Er erhielt 1935 den Nobelpreis für Physik für die Entdeckung des Neutrons.

[7] Murray Gell-Mann (15. September 1929 in New York) ist ein US-amerikanischer Physiker. Er erhielt 1969 den Nobelpreis für Physik für seine Beiträge und Entdeckungen zur Klassifizierung der Elementarteilchen und ihrer Wechselwirkungen.

Mond	$\leftrightarrow$	Atom
Kathedrale	$\leftrightarrow$	Proton
Tischtennisball	$\leftrightarrow$	Quark

Lassen Sie uns zusammenfassen: Alles besteht aus Atomen, was bedeutet, dass die Masse in den Atomen enthalten ist. Gemäss Rutherford ist die Masse des Atoms fast vollständig im Atomkern konzentriert, der etwa 10.000-mal kleiner ist als das Atom selbst. Der Kern besteht nicht aus Elementarteilchen, sondern aus noch kleineren Teilchen, den Quarks, die etwa 1.000-mal kleiner sind als ein Proton oder 10.000-mal kleiner als der Kern. Somit wird die Masse der Atome tatsächlich durch die Masse der Quarks bestimmt:

Teilchen	Masse [kg]	Masse [MeV/c^2]
up-Quark	$3.6 \cdot 10^{-30}$	2.0
down-Quark	$8.5 \cdot 10^{-30}$	4.8
Elektron	$0.9 \cdot 10^{-30}$	0.5

Bei so vielen Zahlen möchten wir noch ein Zahlenbeispiel rechnen:

Bsp. i.
Bestimmen Sie a) die Masse des Wasserstoffatoms aus den Quarkmassen und b) das Volumen, welches durch die Quarks im Wasserstoffatom (H) besetzt ist. Lsg: a) $m_{\mathrm{H}} \approx 17 \cdot 10^{-30}\,\mathrm{kg}$, b) $V_{\mathrm{H,eff}} \approx 4 \cdot 10^{-45}\,\mathrm{m}^3$

Lösung:

Das, was wir als Masse bezeichnen und messen, besteht fast ausschliesslich aus Energie, einem Begriff, den wir immer noch nicht vollständig verstehen. Die aktuellste Forschung im Bereich der Elementarteilchen legt nahe, dass die Masse eine Eigenschaft ist, die masselose Teilchen erst durch ihre Wechselwirkung mit dem Raum[8] erhalten.

Abschliessend kann man feststellen, dass der Begriff der Masse eine komplexe und noch nicht vollständig verstandene Eigenschaft ist. Dennoch handhaben wir ihn im Alltag, als ob wir völlig verstünden, was er bedeutet. An dieser Stelle empfehle ich Ihnen, sich einen etwas längeren Film von Professor Harald Lesch zum Thema Mikrokosmos anzusehen: Harald Lesch

2.1.2 Fundamentalen Kräfte

Auch wenn wir im weiteren Verlauf viele neue Kräfte kennenlernen werden, handelt es sich oft um Hilfskräfte, die letztendlich einen gemeinsamen Ursprung haben. Nachdem Newton die Gravitationskraft entdeckt hatte, entdeckte Maxwell einige Jahre später die elektromagnetische Kraft. In den letzten 100 Jahren haben Teilchenphysiker zwei weitere Kräfte identifiziert. Somit kennen wir heute insgesamt nur vier fundamentale Kräfte:

- die Gravitationskraft,
- die elektromagnetische Kraft,
- die schwache Kraft und
- die starke Kraft.

Die Gravitationskraft tritt in Erscheinung, wenn sehr grosse Massen im Spiel sind, und sie ist bei weitem die schwächste der fundamentalen Kräfte. Die schwache Kernkraft ist im Wesentlichen für Prozesse wie Kernspaltung und Kernfusion verantwortlich. Die starke Kernkraft hält die Atomkerne zusammen. Alle anderen

[8] Genauer gesagt: die Wechselwirkung mit dem Higgsfeld.

Phänomene, die eine Wechselwirkung benötigen, hängen in der Regel mit der elektromagnetischen Kraft zusammen.

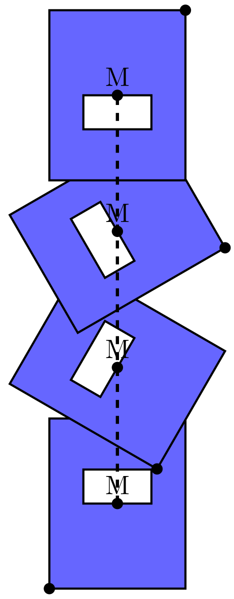
Da wir selten Einfluss auf die Schwerkraft, die schwache oder starke Kernkraft haben können, kann man dazu neigen zu sagen: *Alles hält oder bewegt sich nur durch die elektromagnetische Kraft.* Mit Ausnahme natürlich, wenn die Schwerkraft einen Körper beschleunigt. Doch wir stehen und fallen nicht durch den Boden, der Nagel hält, die Schraube greift, der Reissverschluss klemmt, usw. nur wegen der elektromagnetischen Kraft.

2.1.3 Massenpunkt

Dieses zweite Kapitel trägt den Titel *Mechanik der Massenpunkte*, und tatsächlich wurde bis jetzt noch kein Wort über den Massenpunkt verloren. Dies wird an dieser zwar etwas späten, aber sehr passenden Stelle nachgeholt.

Zur Motivation des Konzepts des Massenpunktes soll folgendes Handexperiment betrachtet werden.

Exp. 1: Fliegendes Klassenbuch
Wenn wir ein Klassenbuch vertikal nach oben werfen und ihm gleichzeitig eine Drehbewegung geben, ergibt sich eine sehr anspruchsvolle Bewegung. Wenn wir uns nur für die Wurfhöhe oder die Flugzeit interessieren, spielt die Drehbewegung nur eine geringe Rolle. Wenn wir die Bewegung jedoch mit einer superslowmotion Kamera betrachten, werden wir feststellen, dass sich der Mittelpunkt, also der Schwerpunkt, auf einer geraden Bahn bewegt. Im Gegensatz zur Bewegung eines beliebigen Punktes, der komplexere Bahnen beschreiben könnte.



Damit lässt sich die Bewegung vereinfachen, wenn man die gesamte Masse des Buches auf einen einzigen Punkt konzentriert, den Massenmittelpunkt oder kurz Massenpunkt.

Die ausführliche Begründung für die Berechtigung des Konzepts des Massenpunktes wird erst im Kapitel C geliefert. Bis dahin kann der Massenpunkt als eine weitere Vereinfachung angesehen werden, was er natürlich auch ist.

Def. 1: *(Massenpunkt) Unter einem Massenmittelpunkt (wird kurz auch Massenpunkt genannt) versteht man einen Körper, dessen räumliche Ausdehnung vernachlässigt werden kann.*

Ohne Beweis folgendes Gesetz:

Ges. 1: *(Scherpunkt) Der Massenpunkt eines Körpers befindet sich immer im Schwerpunkt des Körpers*[9]*.*

Die Masse wird in der Regel mit dem Buchstaben m oder M abgekürzt und hat die SI-Einheit "Kilogramm" (kg).

$$[m] = \text{kg}.$$

Nun untersuchen wir die Eigenschaft der Kraft.

[9]Diese Aussage stimmt nur, sofern keine Gezeitenkräfte auftreten, d. h. dass die äussere angreifende Kraft unterschiedlich stark auf den Körper einwirkt.

2.1.4 Eigenschaften der Kraft

Für das Verständnis der Newtonschen Gesetze ist es äusserst wichtig, zwischen Ursache und Wirkung zu unterscheiden. Mit dem folgenden Experiment soll dies verdeutlicht werden.

Exp. 2: Spickfeder
Eine Feder wird vertikal zusammengedrückt, und darauf wird eine Kugel platziert. Nachdem der Haltemechanismus gelöst wird, entspannt sich die Feder, und die Kugel fliegt nach oben und fällt dann wieder nach unten.

Folgendes lässt sich feststellen:

- Es braucht eine Kraft (Ursache), um die Feder zusammenzudrücken (Wirkung).
- Beim Entspannen der Feder wird die Kugel beschleunigt (Wirkung).
- Die Schwerkraft (Ursache) bremst (Wirkung) die Kugel ab, um sie dann wieder zu beschleunigen (Wirkung).

Zusammenfassend kann man sagen, dass es sowohl eine Kraft braucht, um die Feder zusammenzudrücken resp. deformieren sowie, um einen Körper zu beschleunigen.

In diesem Experiment ist sehr gut zu erkennen, dass man die Kraft selbst nicht sieht, sondern lediglich die Auswirkung der Kraft beobachtet. Daraus ergibt sich folgendes Prinzip:

Ges. 2: *(Kraft) Die Kraft (Ursache) führt zu einer Beschleunigung und/oder Deformation (Wirkung).*

Es ist äusserst wichtig, die Unterscheidung zwischen Ursache und Wirkung zu verstehen.

Im Kapitel über die Einheiten haben wir bereits etwas über die Kraft gesprochen. Aus diesem Grund kann sie nur kurz wiederholt werden:

$$\text{Kraft:} \qquad \vec{F}, \quad [F] = \mathrm{N} = \mathrm{kg\,m/s^2}.$$

Die Abkürzung der Kraft ist in der Regel ein F für *Force*, und die Einheit N steht für Newton und ist nach Sir Isaac Newton[10] benannt.

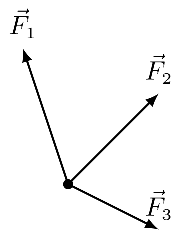
Wenn mehrere Kräfte wirken, ist es wichtig, den folgenden Begriff zu definieren.

Def. 2: *(resultierende Kraft) Die resultierende Kraft $\vec{F}_{\text{res}}$ ist definiert als die Summe aller an einem Körper angreifenden äusseren[11] Kräfte $\vec{F}_i$, d. h.*

$$\boxed{\vec{F}_{\text{res}} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i.}$$

Bsp. ii.
Bestimmen Sie für das folgende Beispiel

[10] Sir Isaac Newton (4. Januar 1643 in Woolsthorpe by Colsterworth in Lincolnshire - 31. März 1727 in Kensington) war ein englischer Naturforscher und Verwaltungsbeamter. In der Sprache seiner Zeit, die zwischen natürlicher Theologie, Naturwissenschaften und Philosophie noch nicht scharf trennte, wurde Newton als Philosoph bezeichnet.
[11] Es genügt, nur die äusseren Kräfte zu betrachten, da sich die inneren jeweils zu null ergänzen.



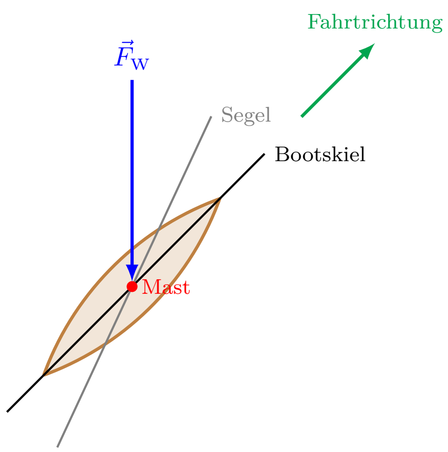
die resultierende Kraft $\vec{F}_{\text{res}}$ a) geometrisch und b) analytisch. Lsg: –

Lösung:

Wie Geschwindigkeit und Beschleunigung ist auch die Kraft ein Vektor, d.h., die Kraft hat eine Richtung und einen Betrag.

Vielleicht haben Sie sich auch schon gefragt, wie es einem Segelboot gelingt, gegen den Wind zu fahren[12]. Diese Frage soll mit dem nächsten Beispiel beantwortet werden.

Bsp. iii.
Ein Segelboot möchte am Wind fahren. Wie ist das möglich? Betrachten Sie dazu die Abb. unten und zeichnen Sie die nötigen Hilfskräfte direkt in die Skizze ein.

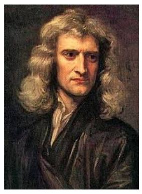


a) Teilen Sie zunächst die Windkraft $\vec{F}_{\text{W}}$ in eine Kraftkomponente parallel zum Segel $\vec{F}_{\text{W}_\text{p}}$ und eine senkrecht zum Segel $\vec{F}_{\text{W}_\text{s}}$. Weshalb? b) Nun teilen Sie die Kraft $\vec{F}_{\text{W}_\text{s}}$ ebenfalls auf in eine Kraftkomponente parallel und senkrecht zum Kiel. Weshalb? c) Heben Sie den Anteil der Kraft hervor, welcher für den Antrieb des Bootes übrig bleibt. Lsg: –

[12] In der Fachsprache spricht man von "am Wind" fahren. Je nach Winkel zum Wind spricht man auch von "hoch" oder "hart am Wind" fahren.

Lösung:

2.2 Newtonschen Gesetze



Isaac Newton
(1643-1727)

Auch wenn wir uns ausdrücklich auf die drei Gesetze von Newton zur Mechanik und das Gravitationsgesetz von ihm konzentrieren werden, darf sein Beitrag zur Mechanik keinesfalls unterschätzt werden. Im Jahr 1687 veröffentlichte Isaac Newton sein Werk "Philosophiae Naturalis Principia Mathematica" (Mathematische Prinzipien der Naturphilosophie), in dem er unter anderem die drei Grundsätze der Bewegung formulierte, die als die Newtonschen Gesetze bekannt sind. In Newtons Werk werden sie mit "Lex prima", "Lex secunda" und "Lex tertia" bezeichnet und insgesamt als "Axiomata, sive leges motus" (Gesetze der Bewegung) zusammengefasst.

In diesem Kapitel werden nacheinander die drei Newtonschen Gesetze eingeführt. Diese Gesetze bilden die Grundlage der Mechanik. Häufig werden sie auch als Axiome bezeichnet, da sie als gegebene Prinzipien gelten und nicht weiter hinterfragt werden. Die Newtonschen Gesetze können jedoch durch Experimente bestätigt werden. Wir beginnen mit dem Trägheitsgesetz, gefolgt vom Aktionsgesetz und schliessen mit dem Wechselwirkungsgesetz ab.

2.2.1 Trägheitsgesetz - Newton I

Im Kapitel B.1.2.1 haben wir bereits darüber diskutiert, dass eine gleichförmig geradlinige Bewegung eine kräftefreie Bewegung ist. Wir haben uns gefragt, wie sich ein Körper bewegen würde, wenn keine resultierende Kraft auf ihn einwirkt, und sind zu dem Schluss gekommen, dass er sich wahrscheinlich endlos mit konstanter Geschwindigkeit bewegen würde. Dieser Sachverhalt beschreibt das Trägheitsgesetz.

Ges. 3: *(Trägheitsgesetz) Ein Körper bleibt im Zustand der Ruhe* ($\vec{v} = \vec{0}$) *oder der gleichförmigen geradlinigen Bewegung* ($\vec{v} = \text{konst.}$)*, sofern keine resultierende Kraft* $\vec{F}_{\text{res}}$ *wirkt.*

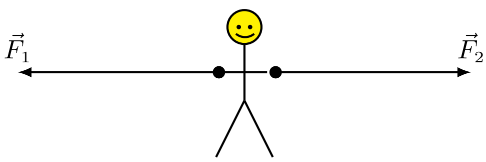
$$\boxed{\vec{F}_{\text{res}} = \vec{0}}$$

Der lateinische Originaltext lautet:

Lex prima: Corpus omne perseverare in statu suo quiescendi vel movendi uniformiter in directum, nisi quatenus illud a viribus impressis cogitur statum suum mutare.

Es ist von entscheidender Bedeutung, die Unterscheidung zwischen Ursache und Wirkung zu verstehen. Die resultierende Kraft $\vec{F}_{\text{res}}$ ist die Ursache, während der Nullvektor $\vec{0}$ die Wirkung ist.

Bsp. iv.
Ein Hundehalter geht mit zwei Hunden spazieren. Da sich die Hunde nicht einig sind, in welche Richtung sie gehen wollen, ziehen sie in entgegengesetzter Richtung.



Obschon beide mit grosser Kraft ziehen, bewegt sich der Hundehalter nicht. Erklären Sie dieses Phänomen. Lsg: –

Lösung:

2.2.2 Aktionsgesetz - Newton II

Im Kapitel B.1.2.2 haben wir behauptet, dass eine beschleunigte Bewegung eine Bewegung ist, bei der Kräfte im Spiel sind. Damit wurde stillschweigend eine Verbindung hergestellt, die nicht unmittelbar offensichtlich ist. Das Aktionsprinzip ist die Grundlage für diese Behauptung.

Ges. 4: *(Aktionsgesetz) Die Beschleunigung $\vec{a}$ einer Masse m ist der Einwirkung der resultierenden Kraft $\vec{F}_{\mathrm{res}}$ proportional.*

$$\boxed{\vec{F}_{\mathrm{res}} = m\vec{a}}$$

Der lateinische Originaltext lautet:

Lex secunda: Mutationem motus proportionalem esse vi motrici impressae, et fieri secundum lineam rectam qua vis illa imprimitur.

Beachten Sie die Einheit der Kraft: $[F] = [ma] = \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m/s^2} \mathrel{\widehat{=}} \mathrm{N}$.

Wichtig an dieser Stelle ist zu bemerken, dass sowohl Newtons Version als auch die Übersetzung nicht explizit von Beschleunigung sprechen. Erst im Jahr 1750 formulierte Leonard Euler[13] das Gesetz in der Form, die die Beschleunigung einschliesst.

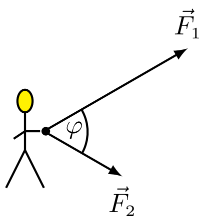
Bsp. v.
Bestimmen Sie die resultierende Kraft, welche Sie einer Kugel der Masse a) 150 g und b) 1500 kg geben müssen, um eine Beschleunigung von $8\,\mathrm{m/s^2}$ zu erreichen. Lsg: a) $F_{\mathrm{res},1} \approx 1.2\,\mathrm{N}$, $F_{\mathrm{res},2} \approx 12\,\mathrm{kN}$

Lösung:

Nach diesem einfachen Beispiel, gehen wir zu einer etwas grösseren Herausforderung über. Hierbei ist es notwendig, den Kosinussatz zu kennen.

Bsp. vi.
Ein Hundehalter geht wieder mit zwei Hunden spazieren. Nun sind sie sich fast einig, ziehen jedoch unterschiedlich stark.

[13] Leonard Euler (15. April 1707 in Basel - 18. September 1783 in Sankt Petersburg) war ein Schweizer Mathematiker und gilt aufgrund seiner Beiträge zur Analysis, zur Zahlentheorie und vielen weiteren Teilgebieten der Mathematik als einer der bedeutendsten Mathematiker.



Bestimmen Sie a) die resultierende Kraft auf den Hundehalter sowie b) die Beschleunigung, welche auf den Hundehalter wirkt, sofern er 80 kg wiegt. ($F_1 = 110\,\mathrm{N}$, $F_2 = 60\,\mathrm{N}$ und $\varphi = 60°$) Lsg: a) $F_{\mathrm{res}} \approx 150\,\mathrm{N}$, b) $a \approx 1.9\,\mathrm{m/s^2}$

Lösung:

In den meisten Fällen werden wir die Kräfte innerhalb eines Koordinatensystems betrachten und sie daher in ihre Komponenten aufteilen. Dadurch ergeben sich rechtwinklige Dreiecke, und die Trigonometrie im rechtwinkligen Dreieck ist ausreichend.

Bevor wir zum dritten Gesetz, dem sogenannten Wechselwirkungsgesetz, übergehen, wollen wir an dieser Stelle den Unterschied zwischen Newton I und Newton II genauer betrachten. Die folgenden Überlegungen stammen aus [11].

Wenn wir uns die beiden Formeln $F_{\mathrm{res}} = 0$ und $F_{\mathrm{res}} = ma$ anschauen, sehen wir, dass die erste Formel im Grunde ein Spezialfall ($a = 0$) der zweiten Formel ist. Auf den ersten Blick könnte dies bedeuten, dass Newton ein redundantes System von Gesetzen aufgestellt hat. Doch das ist natürlich nicht der Fall. Um dies zu verstehen, betrachten wir folgendes Beispiel:

Bsp. vii.
Angenommen Sie verabschieden gerade Ihre Freundin und haben sie bis zum Bahnsteig begleitet. Während der Zug losfährt, winken Sie sich zu. Analysieren Sie diese Situation mit den Newton Gesetzen. Lsg: –

Lösung:

Zusammenfassend können wir festhalten, dass Newtons erstes Gesetz nicht nur eine Aussage über die Kraft ist, sondern auch über das Bezugssystem, in dem die Gesetze gelten. Die Auswirkungen von beschleunigten Bezugssystemen werden im Kapitel B.2.5 behandelt. Jetzt widmen wir uns dem dritten Newtonschen Gesetz.

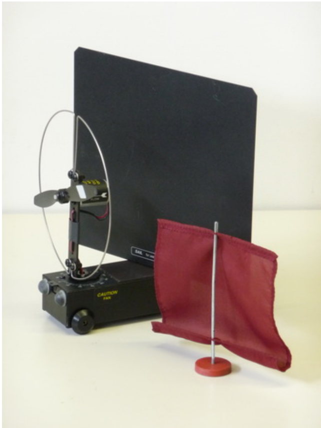
2.2.3 Wechselwirkungsgesetz - Newton III

Das letzte Newtonsche Gesetz ist wahrscheinlich dasjenige, das am längsten in Erinnerung bleibt, zumindest die Wortgleichung "actio = reactio". Genauer müsste diese Gleichung allerdings lauten: "actio = −reactio".

Trotzdem wird dieses Gesetz von vielen missverstanden und häufig völlig falsch angewendet. Daher ist hier besondere Vorsicht geboten.

Um dies zu veranschaulichen, werden einige Experimente gezeigt. Einige dieser Experimente stammen nicht ausschliesslich aus der Mechanik, sollten jedoch dennoch gut verständlich sein.

Exp. 3: Wechselwirkungsgesetz-Mechanik
Betrachten wir einen Propeller, der fest mit einem Wagen verbunden ist (vgl. Abb.). Es ist möglich, den Propeller zu drehen. Wir untersuchen drei Varianten: einmal Propeller auf 0°, 180° und 0° mit Segel.



Bevor wir das Experiment ausführen lösen wir folgenden Clicker: Propeller auf Wagen.

Dabei erwarten wir, dass er rückwärts, vorwärts und gar nicht fährt. Die ersten beiden Ergebnisse sind richtig. Überraschend ist jedoch, dass der Wagen beim dritten Versuch tatsächlich stehen bleibt. Die Kraft, die das Segel auf den Wagen ausübt, ist jedoch dieselbe Kraft, die den Wagen in die entgegengesetzte Richtung treiben würde.

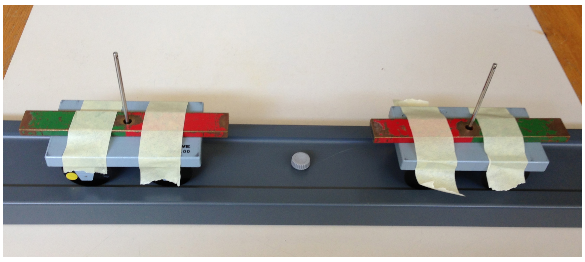
Das zweite Experiment stammt aus der Wärmelehre. Obwohl wir die Wärmelehre noch nicht besprochen haben, ist das Experiment recht einfach und sollte mit den Grundlagen aus dem Naturwissenschaftsunterricht verständlich sein.

Exp. 4: Wechselwirkungsgesetz-Wärmelehre
Beleuchtet wird dieses Radiometer oder Drehflügelrad durch Sonnenlicht oder künstliche Lichtquellen. Das Innere des Glaskolbens ist weitgehend evakuiert (vgl. Abb.).

Durch die Beleuchtung rotiert ein Flügelrad, das durch thermische Molekularbewegung angetrieben wird. Die Gasmoleküle erhitzen sich an der dunklen Oberfläche des Flügelrades und übertragen einen Teil ihrer Energie auf das Rad, welches sich daraufhin in Drehung versetzt.

Das letzte Experiment in dieser Reihe stammt aus der Elektrodynamik und sollte ebenfalls gut verstanden werden können, da wir alle bereits Erfahrung mit Magneten gemacht haben.

Exp. 5: Wechselwirkungsgesetz-Elektrizitätslehre
Zwei Wagen werden auf einer Schiene gestellt, sodass sie sich nur in eine Richtung bewegen können. Auf den Wagen werden zwei Magnete, jeweils mit den gleichen Polen zur Mitte hin, gelegt (vgl. Abb.).



Man lässt den einen Wagen sanft auf den anderen Wagen zurollen. Dieser so genannt elastische Stoss wird nicht durch direkte Berührung übermittelt. Dabei zeigt sich, da die Wagen die gleiche Masse haben, dass sie die Krafteinwirkungen entgegengesetzt gleich gross sind. Der eine Wagen bleibt dabei stehen und der andere fährt los.

Diese drei Experimente verdeutlichen, dass auf eine Aktion immer eine Reaktion auf einen anderen Körper folgt. Während die ersten beiden Gesetze lediglich die Wirkung von Kräften auf eine Masse erklären, ist das dritte Gesetz dazu da, die Wechselwirkung zwischen den Massen zu beschreiben. Damit kommen wir zum letzten Newtonschen Gesetz:

Ges. 5: *(Wechselwirkungsgesetz) Kräfte treten immer paarweise auf. Übt ein Körper 1 auf einen anderen Körper 2 eine Kraft X* $\vec{F}_{\mathrm{X},1\to 2}$ *aus (actio), so wirkt eine gleich grosse, aber entgegen gesetzte Kraft X* $\vec{F}_{\mathrm{X},2\to 1}$ *von Körper 2 auf Körper 1 (reactio).*

$$\boxed{\vec{F}_{\mathrm{X},1\to 2} = -\vec{F}_{\mathrm{X},2\to 1}}$$

Der lateinische Originaltext lautet:

Lex tertia: Actioni contrariam semper et aequalem esse reactionem: sive corporum duorum actiones in se mutuo semper esse aequales et in partes contrarias dirigi.

Folgendes ist zu beachten:

- Die zwei Kräfte wirken auf unterschiedliche Körper[14]: $1 \to 2$ und $2 \to 1$
- Die zwei Kräfte sind von der gleichen Art: X
- Die Kräfte sind betragsmässig gleich gross, d. h. sie haben den exakt gleichen Wert.

Bevor wir uns ein Beispiel dazu ansehen, werfen wir einen Blick auf folgende Clicker-Frage: Levis Pferd.

Bsp. viii.
Bestimmen Sie a) die Kraft, welche von der Erde auf den Lehrer wirkt und b) die Kraft, welche vom Lehrer auf die Erde wirkt.

Lsg: –

Lösung:

Wir haben nun alle drei Gesetze eingeführt. Als nächstes werden wir beginnen, sie anzuwenden. Bevor wir dies jedoch tun, führen wir einige Kräfte exemplarisch ein, die uns in nächster Zeit immer wieder begegnen werden.

2.3 Beispiele von Kräften

In diesem Abschnitt werden einige Kräfte eingeführt, nämlich die:

- Schwerkraft ($\vec{F}_{\mathrm{g}}$),

[14] In der Regel wird folgende Kurzform verwendet: F_{12} anstatt $F_{1\to 2}$

- Federkraft ($\vec{F}_{\mathrm{F}}$),
- Normalkraft ($\vec{F}_{\mathrm{N}}$) und
- Seilkraft[15] ($\vec{F}_{\mathrm{S}}$),
- Reibungskraft ($\vec{F}_{\mathrm{R}}$)

Diese Kräfte bilden die Grundlage für das Verständnis der Mechanik der Massenpunkte. In dieser Liste spielen die Seilkraft, die Normalkraft und die Reibungskraft eine besondere Rolle. Im Gegensatz zu den anderen beiden Kräften nehmen sie je nach Situation einen unterschiedlichen Wert an. Dieser Wert ist immer kleiner oder gleich einem bestimmten Maximalwert. Aus diesem Grund werden sie als opportunistische Kräfte bezeichnet.

Beachten Sie, dass all diese Kräfte immer auf der linken Seite von Newton I oder II stehen und damit die Ursache sind, auch wenn sie durch eine Gleichung dargestellt werden.

2.3.1 Schwerkraft

Die Ursache für die Schwerkraft wird erst im Kapitel B.4.3 behandelt. Bis dahin werden wir sehr phänomenologisch vorgehen.

Wir stellen lediglich fest, dass die Erde jeden Körper anzieht, der eine Masse hat. Weiterhin stellen wir fest, dass je grösser die Masse ist, desto grösser ist auch die Kraft. Dieser Zusammenhang stellt sich als linear heraus. Gleichzeitig haben wir im Kapitel B.1.2.2 festgestellt, dass die Fallbeschleunigung $g \approx 9.81\,\mathrm{m/s^2}$ beträgt. Damit können wir also folgendes Gesetz aufstellen.

Ges. 6: *(Schwerkraft) Die Schwerkraft $\vec{F}_{\mathrm{g}}$ ist die Kraft, mit der eine Masse m von einem Himmelskörper (hier: die Erde) angezogen wird. Für sie gilt:*

$$\boxed{\vec{F}_{\mathrm{g}} = m\vec{g},}$$

wobei $\vec{g}$ die Fallbeschleunigung ist.

[16] Die Schwerkraft ist ein typisches Beispiel für eine Kraft, deren Wirkung eine Beschleunigung ist. Wenn jedoch die Massen sehr gross sind und die Kraft über lange Zeiträume wirken kann, führt sie auch zu einer Deformation. Ein solches Beispiel ist die Kugelform der Planeten, die durch die homogene Schwerkraft geformt wurde.

Möglicherweise haben Sie bereits gehört, dass die Erde an den Polen abgeflacht ist. Dies hängt nicht mit der Schwerkraft zusammen, sondern mit den grossen Fliehkräften, wie im Kapitel B.2.5 erläutert wird, die am Äquator wirken. Wie auf dem Schema sichtbar ist, ist der Effekt vom blossen Auge kaum sichtbar, aber sehr wohl messbar. Bei grösseren Planeten ist dieser Effekt natürlich grösser.

---

[15] Die Seilkraft ist im Grunde eine Normalkraft.

[16] An dieser Stelle ist es wichtig, dass wir uns kurz über zwei unterschiedliche Typen von Gleichungen unterhalten. Zum einen haben wir die Gleichung:

$$F_{\mathrm{res}} = ma$$

und zum anderen haben wir die Gleichung:

$$F_{\mathrm{g}} = mg.$$

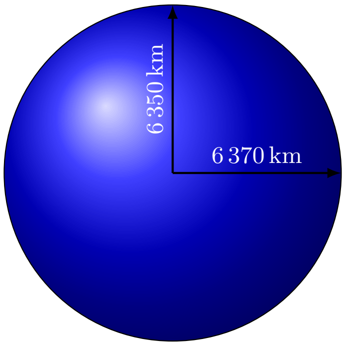
Die sehen sehr ähnlich aus und man könnte meinen, sie seien dasselbe. Für beide Gleichungen verwenden wir das gleiche Symbol. Doch im Grunde sind die Gleichungen unterschiedlich. Diesen Unterschied kann man am besten mit Hilfe von Programmiersprachen erklären. Wenn Sie in einem Programm eine Variable definieren schreiben Sie z.B.

$$n = 1.$$

Dies heisst für das Programm, überall wo in Zukunft n steht, kann ich 1 einsetzen. Diese Art Gleichung entspricht der Gleichung $F_{\mathrm{g}} = mg$. Anders sieht es aus für die erste Gleichung. Wenn Sie in einem Programm eine Überprüfung vornehmen, z.B. mit der Hilfe einer *if*-Schleife, dann lautet dies etwa so:

$$\text{if } a == 2: \text{ then } \ldots$$

Hier wird das Programm in Zukunft nicht bei einer a immer 2 einsetzen, sondern es überprüft, ob diese Bedingung erfüllt ist, ob a in diesem Fall wirklich 2 ist. Diese Art von Gleichung entspricht Newton II, also $F_{\mathrm{res}} = ma$. Sie können nicht für die linke Seite der Gleichung, welcher der Ursache entspricht, die rechte Seite der Gleichung einsetzen, was die Wirkung ist, da sonst eine triviale Gleichung $1 = 1$ herauskommt.



Jetzt noch das wohl bekannteste Schulbeispiel in der Schweiz zur Schwerkraft.

Bsp. ix.
Bestimmen Sie die Kraft, die es braucht, um 100 g Schokolade hochzuheben. Lsg: $F_\mathrm{g} = 1\,\mathrm{N}$

Lösung:

Nach dem Gesetz der Schwerkraft ist die Kraft auf einen Körper mit grosser Masse grösser als auf einen Körper mit kleiner Masse. Wie ist es also möglich, dass alle Körper gleich schnell fallen? Dies kann mit dem folgenden Beispiel gezeigt werden.

Bsp. x.
Zwei Massen m_1 resp. m_2 fallen frei. Bestimmen Sie für beide Massen die Beschleunigung a_1 resp. a_2. Lsg: –

Lösung:

Bislang haben wir das m in $F_\mathrm{g} = mg$ und das m in $F_\mathrm{res} = ma$ stillschweigend als gleich angenommen. Streng genommen müsste man diese beiden Massen a priori unterscheiden. Das eine ist nämlich die *schwere* Masse (m_S) und das andere ist die *träge* Masse (m_T). Damit müsste die Gleichung umgeschrieben werden in:

$$F_\mathrm{res} = m_\mathrm{T} a \quad \Leftrightarrow \quad F_\mathrm{g} = m_\mathrm{T} a \quad \Leftrightarrow \quad m_\mathrm{S} g = m_\mathrm{T} a \quad \Rightarrow \quad \frac{m_\mathrm{S}}{m_\mathrm{T}} g = a.$$

Erst die *Allgemeine Relativitätstheorie* zeigt, dass dieses Verhältnis 1 ist und somit die schwere und träge Masse gleich sind. Dies liegt daran, dass es gar keine Schwerkraft gibt, wie in diesem Video schön erklärt wird: Veritasium - Gravity is not a Force. Zum Schluss noch eine Definition des Begriffs "schwerelos".

Def. 3: *(Schwerelos) Ein Körper, auf den nur die Schwerkraft wirkt, bezeichnet man als schwerelos.*

Dieser Begriff ist aus der Sicht der Newton'schen Mechanik nicht besonders glücklich gewählt, da der Körper in diesem Zustand nur noch die schwere Masse hat.[17]

Bsp. xi.
Wieso ist ein freifallender Körper schwerelos? Lsg: –

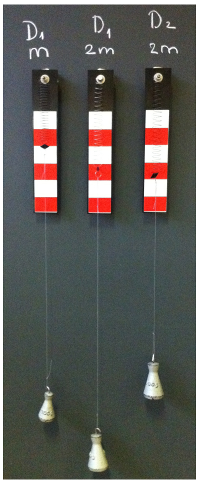
Lösung:

Heute werden Parabelflüge genutzt, um Astronauten auf die Schwerelosigkeit vorzubereiten. Betrachten wir dazu folgendes Video: Parabelflüge

2.3.2 Federkraft

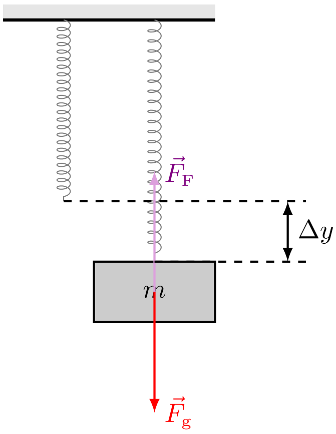
Die Federkraft ist in der Tat ein gutes Beispiel für eine Kraft, die zu einer Deformation führt. Die nachfolgende Herleitung der Formel für die Federkraft basiert auf dem Hookeschen Gesetz, benannt nach dem Physiker Robert Hooke[18]. Dieses Experiment soll uns dabei helfen, die Formel für die Federkraft abzuleiten.

Exp. 6: Federgesetz
In diesem Experiment werden zwei unterschiedliche Federn sowie verschiedene Massen verwendet. Diese Massen werden der Reihe nach an eine vertikale Feder gehängt, und dabei wird die Längenänderung der Feder für jede Masse gemessen und in einer Tabelle festgehalten. Dies ermöglicht uns, die Beziehung zwischen der angewandten Kraft (Gewicht) und der Dehnung der Feder zu untersuchen und das Hookesche Gesetz zu bestätigen.



Nun die Skizze und die Messungen des Experiments:

[17]Der Begriff macht erst Sinn, wenn man sich mit der Allgemeinen Relativitätstheorie beschäftigt.
[18]Robert Hooke (28. Juli 1635 in Freshwater, Isle of Wight - 14. März 1703 in London) war ein englischer Universalgelehrter, der hauptsächlich durch das nach ihm benannte Elastizitätsgesetz bekannt ist.



	Feder 1	Feder 2
m [kg]	Δy_1 [cm]	Δy_2 [cm]
0.1	2	1
0.2	4	2
0.3	6	3
0.4	8	4
0.5	10	5

Da die Masse irgendwann nach einer Schwingungsphase zum Stillstand kommt, gilt Newton I, d. h.

$$\vec{F}_{\text{res}} = \vec{0} \quad \Leftrightarrow \quad \vec{F}_{\text{g}} + \vec{F}_{\text{F}} = \vec{0} \quad \Rightarrow \quad F_{\text{g}} - F_{\text{F}} = 0.$$

Damit ist die Kraft, mit der die Feder die Masse nach oben zieht, in diesem Fall gleich der Schwerkraft.

Die Tabelle zeigt deutlich, dass die Ausdehnung der Feder proportional zur Masse ist und von der Art der Feder abhängt. Mit dem Trägheitsgesetz ist somit die Federkraft proportional zur Ausdehnung der Feder. Eine Verallgemeinerung dieser Aussage ist:

Ges. 7: *(Hookesches Gesetz) Die elastische Verformung von Festkörpern ist proportional zur einwirkenden Kraft.*

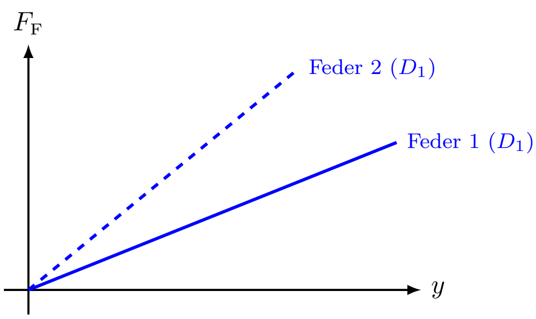
Das Hookesche Gesetz gilt für beliebige Festkörper und hat eine allgemeine Bedeutung. Das Federgesetz hingegen ist ein Spezialfall des Hookeschen Gesetzes und beschreibt lediglich das Verhalten von Federn.

Ges. 8: *(Federkraft) Die Federkraft $\vec{F}_{\text{F}}$ ist die Kraft, mit welcher eine um $\Delta\vec{y}$ zusammengedrückte resp. ausgedehnte Feder stösst resp. zieht. Für sie gilt:*

$$\boxed{\vec{F}_{\text{F}} = -D\Delta\vec{y},}$$

wobei D der Proportionalitätsfaktor, auch Federkonstante genannt, ist und die Härte der Feder angibt.

Aus Einheitsüberlegungen lässt sich sofort schliessen, dass die Einheit der Federkonstanten $[D] = \text{N/m}$ ist. Die Federkonstante sagt also aus, wie viel Kraft man aufwenden muss, um eine bestimmte Feder um einen Meter zu verlängern oder zusammenzudrücken. Betrachten wir dieses Gesetz graphisch, wobei wir auf der x-Achse die Ausdehnung und auf der y-Achse die Kraft der Feder auftragen:



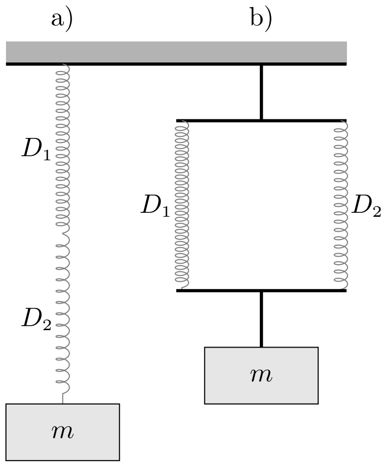
Durch Vergleichen der Gleichung mit der Vorschrift einer linearen Funktion erhalten wir sofort, dass die Steigung der beiden Kurven den jeweiligen Federkonstanten entspricht. Es ist ebenfalls klar, dass die Federkonstante $D_1 < D_2$.

Bsp. xii.
Sie hängen eine Masse von 2 kg an eine Feder mit der Federkonstante $D = 4\,\text{N/cm}$. Bestimmen Sie die Längenänderung der Feder.
Lsg: $\Delta y \approx 5\,\text{cm}$

Lösung:

Massen können nicht nur an einzelne Federn gehängt werden, sondern auch an mehrere Federn, wie die nachfolgenden Beispiele zeigen. ClickerSet: Serie- und Parallelschaltung von Federn

Bsp. xiii.
Bestimmen Sie die Federkonstante D für a) zwei Federn in Serie und b) zwei Federn parallel, wobei die Federkonstanten der einzelnen Federn D_1 und D_2 sind (vgl. Abb.).



Überlegen Sie sich, wie die Kräfte jeweils weitergegeben werden. Lsg: –

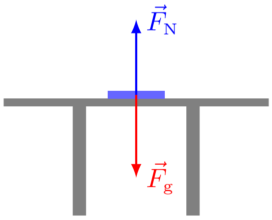
Lösung:

2.3.3 Normalkraft

Der Begriff Normalkraft setzt sich zusammen aus dem Begriff "Normal" und "Kraft". Hierbei steht "Normal" nicht für gewöhnlich, sondern als Synonym für senkrecht. Die Normalkraft ist eine Hilfskraft, die immer dann wirkt, wenn zwei verschiedene Körper sich berühren. Betrachten wir dazu den folgenden sehr einfachen Versuch.

Exp. 7: Klassenbuch auf dem Tisch

Das Klassenbuch liegt auf dem Tisch. Es wird, wie wir nun wissen, von der Schwerkraft angezogen. Trotzdem wird es nicht beschleunigt. Weshalb?



Da sich das Buch nicht bewegt, gilt das Trägheitsgesetz und damit

$$F_{\mathrm{res}} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad F_{\mathrm{N}} - F_{\mathrm{g}} = 0 \quad \Rightarrow \quad F_{\mathrm{N}} = F_{\mathrm{g}} = mg.$$

Damit ist klar, dass eine Oberfläche immer eine Kraft erzeugen muss, sofern die Oberfläche hart und undurchlässig genug ist.

Ges. 9: *(Normalkraft) Die Normalkraft* $\vec{F}_{\mathrm{N}}$ *ist die elektromagnetische Kraft zwischen Oberflächen und steht immer senkrecht auf der Oberfläche.*

Bsp. xiv.
Lernbeispiel
Nach diesem Lernbeispiel verstehen Sie, warum Körper auf einer schiefen Ebene gleiten, obwohl die Schwerkraft senkrecht nach unten wirkt. Folgen Sie den Anweisungen Schritt für Schritt:

1. Fertigen Sie eine Skizze an, die eine schiefe Ebene mit einem Winkel von mehr als 20 *Grad* zeigt. Auf dieser Ebene liegt ein rechteckiger Klotz.

2. Vom Mittelpunkt des Klotzes aus zeichnen Sie die beiden wirkenden Kräfte, die auf den Klotz wirken.

3. In die Skizze soll ein Koordinatensystem eingezeichnet werden. Dabei soll die x-Achse parallel zur Ebene und die y-Achse senkrecht dazu verlaufen.

4. Teilen Sie nun die Schwerkraft in zwei Komponenten auf: eine parallel zur x-Achse und eine parallel zur y-Achse.

5. Bilden Sie nun die resultierende Kraft aus der Normalkraft und der Schwerkraft, indem Sie die beiden Kräfte vektoriell addieren.

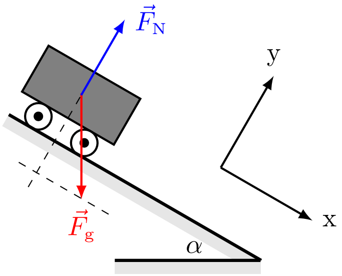
6. Vergleichen Sie abschliessend diese resultierende Kraft mit einer der beiden Komponenten der Schwerkraft. Was stellen Sie fest?

Lsg: –

Lösung:

Wenden Sie nun das soeben erlernte Wissen an und bestimmen Sie nun auch numerisch etwas anhand des folgenden Beispiels.

Bsp. xv.
Ein Wagen der Masse 55 kg stehe auf einem Hang mit einem Gefälle von 60%.



Sofern die Reibung vernachlässigt werden kann, bestimmen Sie a) die Normalkraft und b) die Beschleunigung des Körpers.
Lsg: a) $F_N \approx 470\,\mathrm{N}$, b) $a \approx 5.1\,\mathrm{m/s^2}$

Lösung:

Die Normalkraft hat keine explizite Formel. Sie kann nur durch andere Kräfte bestimmt werden. Wichtig ist nur, dass die Normalkraft immer senkrecht auf der Oberfläche steht.

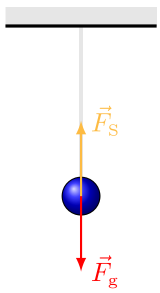
Der atomare Aufbau von Festkörpern hat zur Folge, dass zwischen Grenzschichten immer eine elektrostatische Abstossung herrscht. Wenn man das Ganze etwas pragmatisch ausdrücken möchte, kann man wohl sagen, dass die Normalkraft die Auswirkung der elektrostatischen Abstossung und die Reibung, welche im nächsten Abschnitt beschrieben wird, die Auswirkung der elektrodynamischen Abstossung sind. Aus diesem Grund überrascht es nicht, dass die Reibung von der Normalkraft abhängen wird.

Bevor wir uns jedoch der Reibungskraft zuwenden, betrachten wir noch die Seilkraft, die eng mit der Normalkraft verknüpft ist.

2.3.4 Seilkraft

Wie bereits erwähnt, stellt die Seilkraft eine besondere Art von Kraft dar. Man könnte grammatikalisch gesehen sagen, dass sie ein Hilfsverb der Mechanik ist. Eine richtige Kraft ist es nicht, und doch braucht man sie, um die Mechanik schlüssig mit den Newtonschen Gesetzen zu erklären. Betrachten wir folgende Situation:

Exp. 8: Masse am Seil
An einem Seil wird eine Masse aufgehängt. Die Masse wird etwas ausgelenkt und schwingt eine Weile. Schliesslich kommt sie zum Stillstand.



Es ist klar, dass es hier eine zusätzliche Kraft braucht, die, sofern ein Seil im Spiel ist, Seilkraft genannt wird. Mit dem Trägheitsgesetz gilt weiter, dass

$$F_{\text{res}} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad F_{\text{S}} - F_{\text{g}} = 0 \quad \Rightarrow \quad F_{\text{S}} = F_{\text{g}} = mg$$

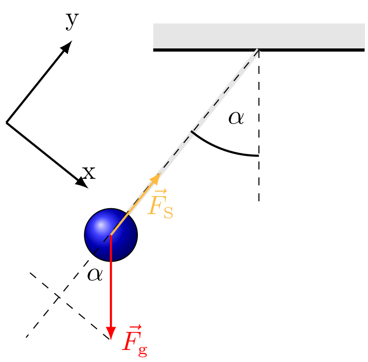
ist.

Das opportunistische Verhalten der Kraft wird einem erst klar, wenn man zum Beispiel an der Masse zieht. Die Schwerkraft verändert sich dadurch nicht, doch die Seilkraft muss nun den Zug und die Schwerkraft kompensieren. Dennoch kann man nicht beliebig am Seil ziehen, irgendwann wird das Seil aus der Decke gerissen oder reisst selbst, je nachdem, was weniger Kraft braucht.

Der aufmerksame Leser wird wohl bemerkt haben, dass die Normalkraft und die Seilkraft eng miteinander verknüpft sind. Wenn man die Seilkraft genauer untersucht, stellt man fest, dass sie im Grunde auch eine Art Normalkraft ist.

Die Seilkraft kann auch nur ein Bruchteil der Gewichtskraft sein, wie das folgende Beispiel zeigt.

Bsp. xvi.
Bestimmen Sie für das Pendel (vgl. Abb.)



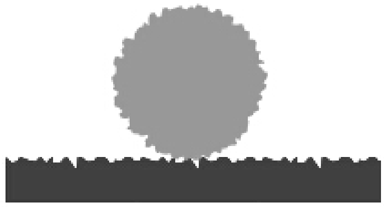
mit der Masse 1.0 kg und der Auslenkung von $\alpha = 40°$ a) die Seilkraft und b) die Beschleunigung der Masse. Lsg: a) $F_{\text{S}} \approx 7.7\,\text{N}$, b) $a \approx 6.4\,\text{m/s}^2$

Lösung:

Die Seilkraft hat selbst keine Formel; wie bereits erwähnt, kann sie nur mithilfe von anderen bekannten Kräften bestimmt werden. Nun kommen wir schliesslich zur Reibungskraft, die, wie wir sehen werden, eine Vereinfachung der elektromagnetischen Kraft ist.

2.3.5 Reibungskraft

Im Gegensatz zur Normalkraft und zur Seilkraft ist die Reibungskraft aus der Alltagserfahrung bekannt. Als Fahrradfahrer wissen wir, dass wir auf nassen oder sogar vereisten Strassen einen längeren Bremsweg haben. Dennoch ist das Phänomen der Reibung noch nicht vollständig verstanden. Eine Vergrösserung von zwei aufeinanderliegenden Oberflächen könnte etwa so aussehen:



Damit sieht man, dass die effektive Berührungsfläche viel kleiner ist als die eigentliche Fläche. Dieser Faktor μ ist das Verhältnis aus der effektiven Berührungsfläche und der makroskopisch messbaren Fläche, d.h. $\mu \sim A_{\text{eff}}/A_{\text{mak}}$.

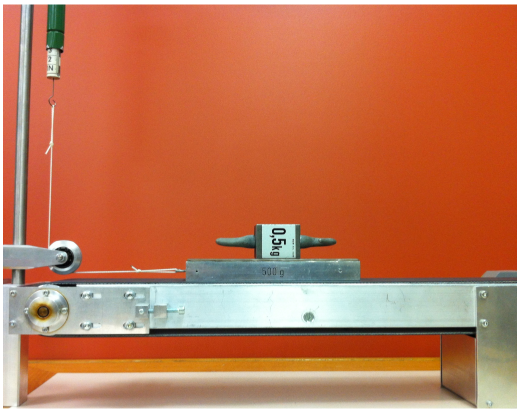
Dennoch kann man mit dem hier vorgestellten Modell viele Phänomene verstehen und berechnen. Ein anschauliches Bild dafür, wie sich mikroskopisch zwei Oberflächen berühren, kann man am besten mit zwei Bürsten zeigen.

Exp. 9: Anschauliche Reibung
Zwei Bürsten (siehe Bild) werden einfach nur übereinander gestreift. Dabei haften sie nicht sehr stark. Werden die Bürsten jedoch ineinander verhakt, indem sie zusammengedrückt werden, kann man sie nur noch durch eine grosse Krafteinwirkung verschieben.

In etwa so verhält sich der Unterschied zwischen der Haftreibung und der Gleitreibung. Ein Körper, der in Bewegung ist, gleitet über die Unebenheiten hinweg. Sobald er jedoch stillsteht, verzahnt er sich, und es braucht mehr Kraft, um ihn in Bewegung zu versetzen.

Weiterhin werden wir untersuchen, von welchen Grössen die Reibungskraft noch abhängt. Schauen wir uns dazu das folgende Experiment an.

Exp. 10: Reibung auf dem Band
Auf einem Reibungsgerät (siehe Abbildung) legen wir eine Masse ab. Diese Masse ist über eine Schnur mit einer Federwaage verbunden. Sobald das Band in Bewegung versetzt wird, kann man an der Federwaage die Reibungskraft ablesen.



Dazu schauen wir uns folgende Umfrage an: Clicker-Set: Reibung.

1. Geschwindigkeit:
   Durch Erhöhung der Spannung kann die Laufgeschwindigkeit des Bandes erhöht werden. Resultat: Kraft bleibt unverändert.

   Reibung unabhängig von der Geschwindigkeit.

2. Grösse der Auflagefläche:
Ein Klotz wird einmal auf die breite Grundseite und einmal auf die schmale Seite gelegt. Resultat: Die Kraft verändert sich kaum.

Reibung unabhängig von der Auflagefläche.

3. Oberflächenbeschaffenheit:
Ein Klotz mit zwei unterschiedlichen Seitenflächen, wird auf das Band gelegt. Resultat: Die Kraft verändert sich sichtlich.

Reibung abhängig von der Oberflächenbeschaffenheit.

4. Gewicht:
Ein zusätzliches Gewicht wird auf den Klotz gelegt. Resultat: Es zeigt sich deutlich, dass eine Verdoppelung des Gewichts eine Verdoppelung der Kraft zu Folge hat.

Reibung abhängig vom Gewicht ab. Doch gilt wirklich $F_{\mathrm{R}} \sim F_{\mathrm{g}}$? Die Antwort ist natürlich klar: es gilt nicht, da sonst die Reibung sich nicht verändern würde, wenn die Unterlage geneigt ist. Daher ist es naheliegend, dass es sich nicht um die Schwerkraft, sondern um die Normalkraft handelt. Es gilt also:

$$F_{\mathrm{R}} \sim F_{\mathrm{N}},$$

wobei der Proportionalitätsfaktor meist μ bezeichnet wird. In diesem Fall lässt sich μ sehr einfach bestimmen. Es gilt:

$$\mu = \frac{F_{\mathrm{R}}}{F_{\mathrm{N}}} \approx \frac{2.8\,\mathrm{N}}{5\,\mathrm{N}} \approx 0.56.$$

Das Überraschende bei dieser Untersuchung ist wohl, dass die Reibung nicht von der Grösse der Auflagefläche abhängt. Hierzu ist Folgendes zu sagen: Einerseits wird die Reibung grösser, je grösser die Normalkraft wird, was bedeutet, dass die Kraft pro Fläche grösser wird. Andererseits wird durch eine grössere Auflagefläche die Kraft pro Fläche wieder kleiner. Da beide Effekte linear sind, heben sie sich in diesem Modell auf.

Blicken wir nochmals auf das Experiment zurück, dann stellen wir fest, dass beim Einschalten für einen kurzen Augenblick die Kraft grösser ist als danach. Dies liegt daran, dass der Körper, wenn er in Ruhe ist, eine grössere Reibung (sogenannte Haftreibung) erfährt. Der Grund dafür ist, wie bereits in diesem Modell erwähnt, dass sich die Unebenheiten verhaken. Sobald jedoch der Körper in Bewegung versetzt wird, liegen die Unebenheiten etwas über der Unterlage und haben somit eine kleinere effektive Reibung (sogenannte Gleitreibung).

Diesem Effekt wird dadurch Rechnung getragen, dass man unterschiedliche Werte für den Reibungskoeffizienten hat, wie die folgende Tabelle zeigt. (Eine weitere Reibung, die noch viel kleiner ist als die Gleitreibung, ist die Rollreibung.)

	Reibung		
Material	Haft- (μ_{H})	Gleit- (μ_{G})	Roll- (μ_{R})
Stahl/Stahl	0.15	0.1	0.002
Stahl/Stahl (Öl)	0.05	0.03	
Teflon/Teflon	0.04	0.02 – 0.04	
Gummi/Asphalt	0.8 – 1.1	0.7 – 0.9	0.02

Die Tabelle macht folgenden Sachverhalt deutlich:

$$\mu_{\mathrm{R}} < \mu_{\mathrm{G}} < \mu_{\mathrm{H}}.$$

Ges. 10: *(Reibungskraft/Coulomb Reibung[19]) Die Reibungskraft $\vec{F}_{\mathrm{R}}$ ist proportional zur Normalkraft $\vec{F}_{\mathrm{N}}$. Es gilt:*

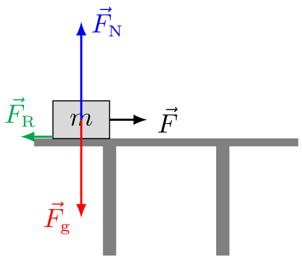
$$\boxed{F_{\mathrm{R}} \leq \mu_{\mathrm{H}} F_{\mathrm{N}} \quad \text{und} \quad F_{\mathrm{R}} = \mu_{\mathrm{G}} F_{\mathrm{N}},}$$

wobei $\mu_{\mathrm{H,G}}$ der dimensionslose Flächenfaktor ist. Der Proportionalitätsfaktor $\mu_{\mathrm{H,G}}$ wird auch Reibungskonstante genannt.

[19] Charles Augustin de Coulomb (14. Juni 1736 in Angouleme - 23. August 1806 in Paris) war ein französischer Physiker und begründete die Elektrostatik sowie die Magnetostatik.

Die Reibungskraft zeigt, wie wir aus Alltagserfahrungen wissen, immer in die entgegengesetzte Richtung der Bewegung. Sie hat also jeweils eine hemmende Wirkung. Damit ist es unmöglich, die Reibungskraft vektoriell zu formulieren. Wir können nur eine Aussage über ihren Betrag machen. Die Richtung ergibt sich aus dem Bewegungszustand des Körpers. Betrachten wir zur Reibung folgende Beispiele. Clicker: Haftreibung?

Bsp. xvii.
Ein Klotz der Masse 3.5 kg werde durch eine Kraft $\vec{F}$ über den Tisch gezogen. Die Reibungskonstante zwischen Tisch und Klotz sei 0.3.



Bestimmen Sie a) die Reibung, falls $F = 0$ ist, b) F damit sich der Köper mit konstanter Geschwindigkeit über den Tisch bewegt und c) F damit sich der Körper mit einer Beschleunigung von $3\,\mathrm{m/s^2}$ bewegt.
Lsg: a) $F_\mathrm{R} = 0$, b) $F \approx 11\,\mathrm{N}$, c) $F \approx 21\,\mathrm{N}$

Lösung:

Damit haben wir nun die wesentlichen Kräfte der Mechanik kennengelernt und können sie im nächsten Kapitel gemeinsam mit den Newtonschen Gesetzen anwenden. Wir machen noch eine Sortieraufgabe. Wir nehmen die Karten (1a), (2a) und (3a).

2.4 Anwendungen der Newtonschen Gesetze

In diesem Kapitel sollen nun die Newtonschen Gesetze experimentell nachgewiesen werden, wobei wir uns auf das erste und zweite beschränken, da wir das dritte Gesetz bereits mit einigen Experimenten plausibel gemacht haben.

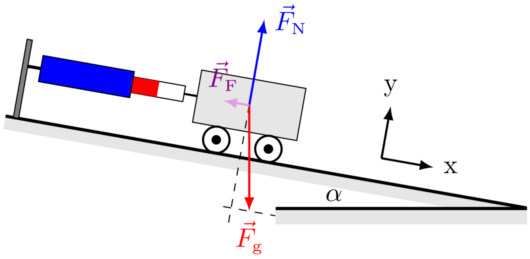
2.4.1 Nachweis der Newtonschen Gesetze

In diesem Abschnitt wollen wir den Nachweis erbringen, dass die Newtonschen Gesetze im Experiment verifiziert werden können. Dabei beschränken wir uns auf die ersten beiden Gesetze.

Mit diesem Experiment soll das Trägheitsgesetz überprüft werden. Dazu benötigen wir bereits alle eingeführten Kräfte, ausser der Reibungskraft, die wir hier vernachlässigen können.

Exp. 11: Schiefe Ebene für Newton I
Mit dieser schiefen Ebene, die in schwarze und weisse Abschnitte unterteilt ist, lässt sich der Winkel sehr einfach ermitteln (vgl. Abb.). Durch die Federwaage kann die Kraft gemessen werden.

Die folgende Skizze veranschaulicht die auf das System wirkenden Kräfte.



Aus dem Trägheitsgesetz folgt folgende Gleichung:

$$F_{\mathrm{res}_x} = F_{\mathrm{g}_x} - F_{\mathrm{F}} = 0 \quad \Rightarrow \quad F_{\mathrm{g}_x} = F_{\mathrm{F}},$$

wobei $F_{\mathrm{g}_x} = mg \sin\alpha$ ist. Damit lässt sich der Winkel α für verschiedene Massen wie folgt bestimmen:

$$\sin\alpha = \frac{F_{\mathrm{F}}}{mg} \quad \Rightarrow \quad \alpha = \arcsin\left(\frac{F_{\mathrm{F}}}{mg}\right).$$

Wir messen die Kraft für verschiedene Massen und tragen sie in einer Tabelle auf, wobei wir den Winkel nicht verändern.

Masse m [g]	Kraft F_{F} [N]	Winkel α_{theo}
103	0.12 ± 0.02	$6.8° \pm 1.1°$
153	0.17 ± 0.03	$6.5° \pm 1.1°$
203	0.25 ± 0.03	$7.2° \pm 0.9°$
253	0.32 ± 0.03	$7.4° \pm 0.7°$
303	0.37 ± 0.04	$7.2° \pm 0.8°$

Der Winkel lässt sich ganz einfach bestimmen. Da die Höhe der Stütze genau einer Einheit entspricht, haben wir horizontal acht Einheiten und vertikal eine Einheit. Damit ist der Winkel

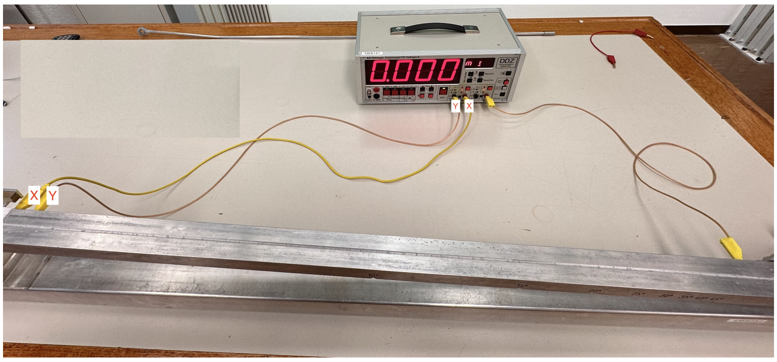
$$\alpha = \arctan\left(\frac{1}{8}\right) \approx 7.1°.$$

Die Messungen stimmen mit der Berechnung überein, wenn man die Ungenauigkeit (hier hauptsächlich die Vernachlässigung der Reibung) berücksichtigt.

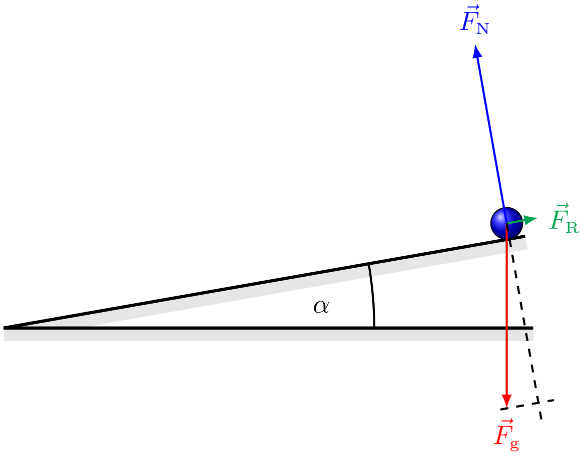
Die berechneten Winkel und der gemessene Winkel stimmen ziemlich gut überein. Natürlich ist dies nur eine Möglichkeit, das Trägheitsgesetz zu verifizieren. Im weiteren Verlauf werden wir immer wieder versuchen, das Gesetz zu bestätigen.

Nun soll mit dem nächsten, sehr ähnlichen Experiment das Aktionsgesetz überprüft werden, wobei auch gleich die Kinematik repetiert werden kann.

Exp. 12: Schiefe Ebene für Newton II
Eine Kugel wird auf einer schiefen Ebene rollen gelassen und dabei wird die Zeit gemessen (siehe Abbildung). Die zurückgelegte Strecke beträgt $s = 1\,\mathrm{m}$, und der Neigungswinkel beträgt $\alpha = 5°$. Da die Kugel rollt, geht ein Teil der Geschwindigkeit in die Rotationsbewegung über und verlangsamt sie. Diese Bremswirkung kann berechnet werden und wird hier durch eine Gleitreibung mit $\mu_{\mathrm{G}} = 0.025$ berücksichtigt. (Dieser Wert ergibt sich aus der Energieerhaltung unter Berücksichtigung der Rotationsenergie. Es gilt: $\mu_{\mathrm{G}} = {}^2\!/_7 \tan\alpha$.)



Die folgende Skizze veranschaulicht die am System angreifenden Kräfte[20].



Aus dem Aktionsgesetz ergeben sich folgende Gleichungen:

$$F_{\mathrm{res}_x} = F_{\mathrm{g}_x} - F_\mathrm{R} = ma.$$

Die Nebenbedingungen lauten:

$$\begin{aligned} F_\mathrm{N} &= F_{\mathrm{g}_y} = mg\cos\alpha \\ F_\mathrm{R} &= \mu_\mathrm{G} F_\mathrm{N} = \mu_\mathrm{G} mg\cos\alpha. \end{aligned}$$

Die Beschleunigung auf einer schiefen Ebene mit Reibung ergibt sich zu:

$$mg\sin\alpha - mg\mu_\mathrm{G}\cos\alpha = ma \quad \Rightarrow \quad a = g(\sin\alpha - \mu_\mathrm{G}\cos\alpha) \approx 0.61\,\mathrm{m/s^2}.$$

Wir können die Beschleunigung auch mithilfe der gemessenen Zeit und der zurückgelegten Strecke berechnen:

$$s = \frac{1}{2}at^2 \quad \Rightarrow \quad a = \frac{2s}{t^2}.$$

Die gemessenen Werte zur Berechnung der Beschleunigung sind:

Zeit t [s]	Beschl. a [m/s^2]
1.808	0.612
1.819	0.604
1.818	0.605
1.804	0.615
1.797	0.619

Die gemessenen Werte stimmen im Mittel sehr gut mit dem berechneten Wert der Beschleunigung überein. Es ist äusserst wichtig, dass die Kugel auf der Bahn eine vernachlässigbare Reibung hat, um den Effekt des Rollens zu kompensieren.

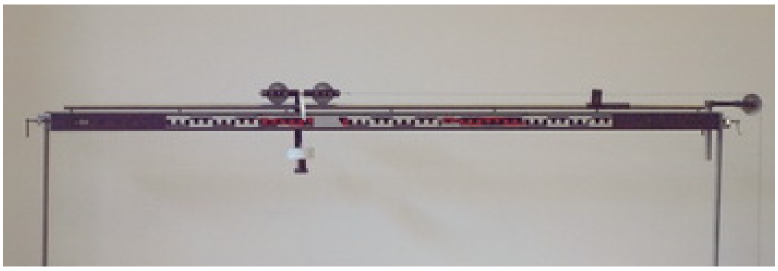
Jetzt, nachdem wir zwei Experimente durchgeführt haben, die die Newtonschen Gesetze bestätigen, können wir uns den Anwendungen dieser Gesetze zuwenden.

[20] Bitte beachten Sie, dass die Reibungskraft in der Skizze um etwa einen Faktor 7 verlängert wurde, damit sie erkennbar ist.

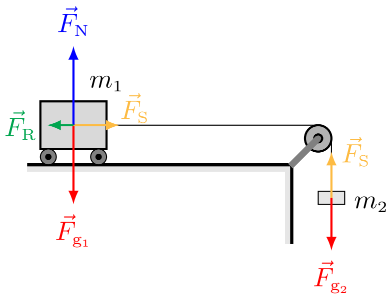
2.4.2 Weitere Anwendungen

In diesem Abschnitt werden wir verschiedene Experimente und Anwendungen erläutern und berechnen, die verdeutlichen, wie die Newtonschen Gesetze in der Praxis angewendet werden können.

Exp. 13: Ebene und Wagen
In diesem ersten Experiment wird ein Wagen mithilfe einer fallenden Masse beschleunigt. Dabei werden wir die Beschleunigung berechnen. Die folgende Abbildung zeigt den Aufbau.



Die folgende Skizze veranschaulicht die auf das System wirkenden Kräfte.



Sobald mehrere Massen im Spiel sind, ist es äusserst wichtig, die Newtonschen Gesetze für jede einzelne Masse aufzustellen. Für die Masse $m_1 = 500\,\mathrm{g}$ erhalten wir:

$$F_{\mathrm{res}_{1x}} = F_{\mathrm{S}} - F_{\mathrm{R}} = m_1 a.$$

Die Nebenbedingung lautet $F_{\mathrm{g}_1} = F_{\mathrm{N}}$, und somit ergibt sich für die Seilkraft:

$$F_{\mathrm{S}} = m_1 a + F_{\mathrm{R}} = m_1 a + \mu_{\mathrm{R}} F_{\mathrm{N}} \quad \Rightarrow \quad F_{\mathrm{S}} = m_1 a + \mu_{\mathrm{R}} m_1 g.$$

Für die zweite Masse $m_2 = 10\,\mathrm{g}$ ergibt sich:

$$F_{\mathrm{res}_2} = F_{\mathrm{g}_2} - F_{\mathrm{S}} = m_2 a.$$

Mit dem obigen Resultat für F_{S} erhalten wir:

$$m_2 g - (m_1 a + \mu_{\mathrm{R}} m_1 g) = m_2 a \quad \Rightarrow \quad a = \frac{g(m_2 - \mu_{\mathrm{R}} m_1)}{m_1 + m_2} \approx 0.17\,\mathrm{m/s^2},$$

wobei wir für $\mu_{\mathrm{R}} \approx 0.002$ einsetzen.

Der gemessene Wert ist $0.1\,\mathrm{m/s^2}$, was fast die Hälfte des berechneten Wertes ist. Dieser grosse Fehler ist hauptsächlich auf die Drehbewegungen zurückzuführen. Sowohl die Drehung der Räder als auch die der Rolle dürfen für ein genaues Experiment nicht vernachlässigt werden.

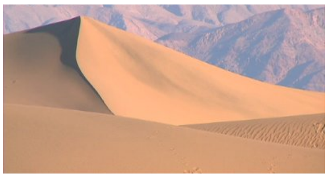
Eine weitere Anwendung der Gesetze, speziell des Trägheitsgesetzes, kann durch folgendes Beispiel veranschaulicht werden.

Bsp. xviii.
Bestimmen Sie die Haftreibungskonstante zwischen einem ruhenden Klotz und einer schiefen Ebene, wobei Sie nur ein Winkelmesser zur Verfügung haben. Lsg: –

Lösung:

Eine aus meiner Sicht verblüffende Anwendung besteht darin, die Reibungseigenschaften von Sand oder Kies zu bestimmen.

Bsp. xix.
Bestimmen Sie für die folgenden Haufen die Haftreibungskonstanten (v.L.n.R Kies, Sand und Heu).

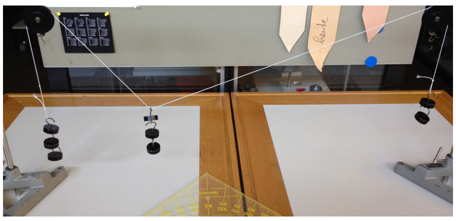
a)  b)  c) 

Lsg: a) $\mu_H \approx 0.77$, b) $\mu_H \approx 0.33$, c) $-$

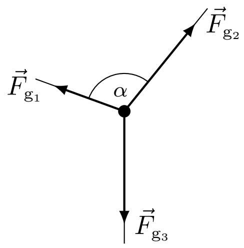
Lösung:

Eine weitere Anwendung der Newtonschen Gesetze sind sogenannte Gleichgewichtsprobleme. Diese werden ausführlicher im nächsten Kapitel C behandelt. Dennoch sollen hier ein Experiment und eine Anwendung gezeigt werden. Betrachten wir zuerst folgendes Experiment:

Exp. 14: Drei Massen im Gleichgewicht
Drei Massen sind gemäss der dargestellten Abbildung aufgehängt. Nach kurzer Zeit stellt sich ein Gleichgewicht ein, bei dem der Zwischenwinkel der mittleren Masse unverändert bleibt. Dieser Winkel wird nun sowohl berechnet als auch gemessen. Die Messung ergibt einen Wert von etwa $\alpha = (110 \pm 1)$ Grad.



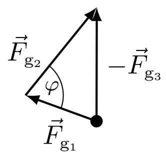
Da eine ideale Rolle die Kraft nur umlenkt, aber nicht verändert, genügt es, die Kräfte auf die mittlere Masse zu betrachten. Dies sieht wie folgt aus:



Da sich das System nicht bewegt, gilt:

$$\vec{F}_{\text{res}} = \vec{F}_{g_1} + \vec{F}_{g_2} + \vec{F}_{g_3} = \vec{0}. \quad \Rightarrow \quad \vec{F}_{g_1} + \vec{F}_{g_2} = -\vec{F}_{g_3}.$$

Diese zweite Gleichung entspricht jedoch der Addition von zwei Vektoren, wobei $-\vec{F}_{g_3}$ die Summe darstellt, d. h. wir erhalten folgendes Dreieck:

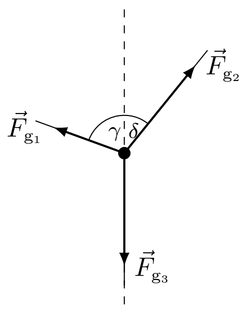


Der Winkel zwischen $\vec{F}_{g_1}$ und $\vec{F}_{g_2}$ ist $\varphi = 180 - \alpha \approx (70 \pm 1)°$, falls wir für α die Messung einsetzen. Mit dem Kosinussatz erhalten wir:

$$F_{g_3}^2 = F_{g_1}^2 + F_{g_2}^2 - 2F_{g_1}F_{g_2}\cos\varphi \quad \Rightarrow \quad \varphi \approx 71°,$$

da $F_{g_1} = {}^2\!/\!_3 F_{g_2}$ und $F_{g_2} = F_{g_3}$ ist.

Eine weitere Möglichkeit, die dem bereits Gelernten entspricht, jedoch mathematisch etwas aufwändiger ist, kann wie folgt dargestellt werden.



Wählen wir nun die Richtung von $\vec{F}_{g_3}$ als y-Richtung, dann können wir die Kräfte in ihre Komponenten aufteilen und damit gilt:

$$\begin{aligned} F_{\text{res}_x} = F_{g_1}\sin\gamma - F_{g_2}\sin\delta &= 0 \\ F_{\text{res}_y} = F_{g_1}\cos\gamma + F_{g_2}\cos\delta - F_{g_3} &= 0 \end{aligned}$$

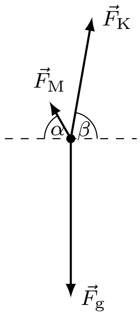
Diese einfachen Gleichungen werden als trigonometrische Gleichungen bezeichnet und können durch geschickte Substitution gelöst werden.

Lösen Sie die zweite Variante des vorher erklärten Experiments vollständig und belegen Sie damit, dass $\gamma + \delta = \varphi$ ist. (Tipp: Verwenden Sie für die Ersetzung $x = \cos\gamma$ und $y = \cos\delta$.)

Wenden wir das soeben Erlernte an und betrachten folgende Situation:

Bsp. xx.
Eine Mutter und ihre kleine Tochter sind gemeinsam damit beschäftigt, eine Tasche zu tragen. Normalerweise sieht dies etwa folgendermassen aus.

Nur auf das Wesentliche reduziert, sieht diese Situation etwa so aus:



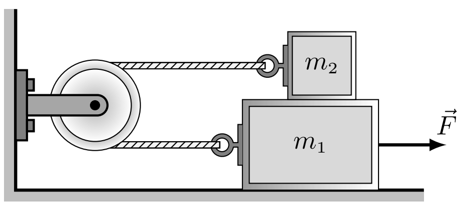
Für die Berechnung der Kräfte einer Tasche nehmen wir an, dass $F_{\mathrm{g}} = 10\,N$, $\alpha = 60°$ und $\beta = 80°$ sind. Bestimmen Sie a) die einzelnen Kräfte und b) zeichnen Sie die aufzuwendende Kraft als Funktion des Winkels $\alpha = \beta$ auf.

Lsg: a) $F_{\mathrm{M}} \approx 2.7\,\mathrm{N}$, $F_{\mathrm{K}} \approx 7.8\,\mathrm{N}$, b) –

Lösung:

Zum Abschluss soll ein anspruchsvolles Problem präsentiert werden. Wahrscheinlich fragen Sie sich, warum wir das Wechselwirkungsgesetz bereits eingeführt haben. Für diesem Beispiel werden wir das Gesetz anwenden müssen.

Bsp. xxi.
Bestimmen Sie für die folgende Abbildung die Beschleunigung der beiden Massen, sofern die Kraft $F = 13\,\mathrm{N}$, die Massen $m_1 = 850\,\mathrm{g}$ sowie $m_2 = 350\,\mathrm{g}$ sind und der Gleitreibungskoeffizient zwischen allen Oberflächen $\mu_{\mathrm{G}} = 0.4$ ist.



Tipp: Zeichnen Sie alle Kräfte ein. Dabei sollten Sie auch an Newton III denken!

Lsg: $a \approx 4.5\,\mathrm{m/s^2}$

Lösung:

Dies ist wohl eine der aufwendigeren Aufgaben, die wir gemeinsam lösen werden. Natürlich gibt es zu den Newton'schen Gesetzen noch viele weitere Aufgaben, die möglicherweise noch schwieriger sind. Doch wir lassen es vorerst mal dabei bewenden.

Bevor wir uns den Aufgaben zuwenden, die zum Teil etwas schwieriger sind, als die einfacheren Beispiele in diesem Abschnitt, schauen wir uns noch das folgende Beispiel im Stile des Partnerinterview an.

Bsp. xxii.
Partnerinterview
Hier kurz das Vorgehen, die linke Hälfte der Klasse löst individuell das Beispiel A und die rechte Hälfte der Klasse löst ebenfalls individuell das Beispiel B. Sobald Sie die Aufgabe gelöst haben, lassen Sie sich diese kurz von der Lehrperson kontrollieren. Danach suchen Sie sich einen Partner aus der anderen Gruppe. Jetzt löst zuerst der eine das andere Beispiel und der andere schaut zu und steht für Fragen zur Verfügung. Danach wechseln Sie die Rollen.

A: Ein Körper ($m = 10\,\mathrm{kg}$) wird durch eine konstante Kraft $\vec{F}$ im Winkel 30° mit konstanter Geschwindigkeit über einen waagerechten Tisch gezogen. Bestimmen Sie die Grösse der Kraft F, wenn der Reibungskoeffizient zwischen Tisch und Körper 0.5 ist.

B: Ein Körper ($m = 10\,\mathrm{kg}$) wird durch eine konstante Kraft $\vec{F}$ parallel zur Ebene mit konstanter Geschwindigkeit über eine schiefe Ebene mit dem Winkel 30° gezogen. Bestimmen Sie die Grösse der Kraft F, wenn der Reibungskoeffizient zwischen Tisch und Körper 0.5 ist. Lsg: –

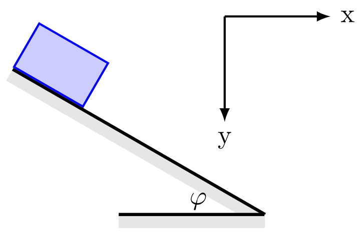
Lösung:

Wir haben oft betont, dass es wichtig ist, ein passendes Koordinatensystem zu wählen. Ebenso bedeutend ist es jedoch, dass das Koordinatensystem genau gewählt wird. Was hiermit gemeint ist, sollte anhand des letzten Beispiels hoffentlich klar werden.

Bsp. xxiii.
Wir betrachten einmal mehr eine schiefe Ebene und zeigen, dass die Beschleunigung gegeben ist als:

$$a = g(\sin\varphi - \mu\cos\varphi),$$

sofern wir eine Reibung haben und die Neigung der Ebene den Winkel φ hat.



Was in diesem Beispiel jedoch anders ist, ist, dass wir für einmal das Koordinatensystem nicht entlang der Ebene wählen, sondern wie eingezeichnet horizontal und vertikal. Sie werden dabei erkennen, wie wertvoll es sein kann, wenn man das Koordinatensystem geeignet wählt, aber auch, dass es im Grunde nicht darauf ankommt. Beachten Sie, dass die y-Richtung nach unten zeigen muss, da die Beschleunigungsrichtung ebenfalls eine Komponente hat, die nach unten zeigt. Lsg: –

Lösung:

Nun lassen wir dies hier beiseite und wenden uns einem weiteren Thema zu, welches durch die Newtonschen Gesetze leicht verständlich und anwendbar ist: die Kreisbewegung.

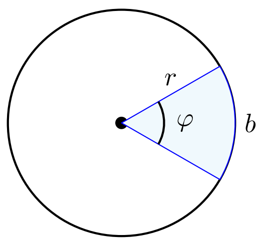
2.5 Kreisbewegung

In diesem Abschnitt sollen sowohl die Grundbegriffe als auch die Dynamik der Kreisbewegung behandelt werden. Dabei lehnt sich der Inhalt an ein Leitprogramm, welches unter [12] zu finden ist.

Bevor die Bewegung behandelt werden kann, müssen das Bogenmass und die Polarkoordinaten eingeführt werden. Anschliessend wird die Kinematik der Kreisbewegung behandelt, um schliesslich mit der Dynamik der Kreisbewegung abzuschliessen.

2.5.1 Bogenmass und Polarkoordinaten

Vielleicht kennen Sie das Bogenmass bereits aus der Mathematik. Am Ende dieses Abschnitts werden wir sehen, dass das Bogenmass in der Physik eine besonders nützliche Methode ist, um die Grösse von Winkeln anzugeben. Durch die Verwendung des Bogenmasses entfällt die willkürliche Einteilung eines vollen Winkels in 360°.



Def. 4: *(Bogenmass) Der Winkel φ wird im Bogenmass als Verhältnis von Kreisbogen b und Kreisradius r definiert, d. h.*

$$\boxed{\varphi = \frac{b}{r}}$$

Die Einheit ist: $[\varphi] = \text{rad} = 1$.

Das Bogenmass hat keine Einheit. Ihr wird die Bezeichnung Radiant[21] (abgekürzt: rad) zugefügt. Bei Betrachtungen von Dimensionsgrössen kann die Bezeichnung Radiant ausgelassen werden. Das Wort wird nur hinzugefügt, um deutlich zu kennzeichnen, dass es sich um einen Winkel im Bogenmass handelt und nicht einfach

[21] Benannt nach dem lateinischen Wort: radius, „Strahl“.

das Zeichen für Grad vergessen wurde. Im Allgemeinen wird der Winkel φ mit folgender Formel ins Bogenmass umgerechnet:

$$\varphi[\text{rad}] = \frac{b}{r} = \frac{2\pi r \frac{\varphi[°]}{360°}}{r}.$$

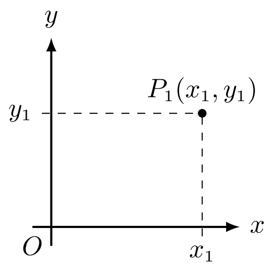
$$\boxed{\varphi[\text{rad}] = \varphi[°]\frac{\pi}{180°}}$$

Ein grosser Vorteil dieser Definition besteht darin, dass der Kreisbogen sehr einfach berechnet werden kann.

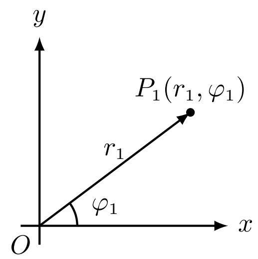
$$\boxed{b = r\varphi[\text{rad}]}$$

In der Mathematik wird üblicherweise das kartesische Koordinatensystem verwendet, doch es gibt auch andere Möglichkeiten. Es empfiehlt sich oft, das Koordinatensystem an das konkrete Problem anzupassen, wie es hier geschieht.

Ein Punkt in der Ebene wird im kartesischen Koordinatensystem durch die Koordinaten (x, y) beschrieben.



Eine weitere Möglichkeit, den Punkt eindeutig festzulegen, besteht darin, den Radius r anzugeben, der den Abstand des Punktes vom Ursprung angibt, sowie den Polarwinkel φ, der den Winkel zwischen der Strecke OP und der x-Achse beschreibt.



Das Wertepaar r_1 und φ_1 beschreibt die Position des Punktes P_1 in Polarkoordinaten[22]. Die eindeutigen Transformationen vom kartesischen Koordinatensystem ins polare Koordinatensystem für einen beliebigen Punkt (x, y) sind:

$$\begin{aligned} (x,y) &\mapsto (r,\varphi): \qquad & r &= \sqrt{x^2+y^2} \qquad & \varphi &= \arctan\left(\frac{y}{x}\right) \\ (r,\varphi) &\mapsto (x,y): \qquad & x &= r\cos\varphi \qquad & y &= r\sin\varphi. \end{aligned}$$

Die Transformationen sollen anhand von Beispielen in der Mathematik vertieft werden. In der Physik reicht es an dieser Stelle aus, wenn wir wissen, dass es möglich ist und die Definition bekannt ist.

Ein grosser Vorteil von Polarkoordinaten bei der Kreisbewegung ist, dass sich das zweidimensionale (x, y) Problem zu einem eindimensionalen (φ) reduziert.

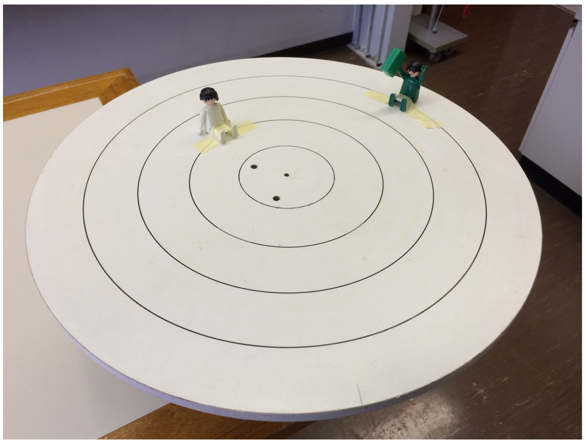
2.5.2 Kinematik der Kreisbewegung

Die bisher vorgestellten Bewegungen verliefen ausschliesslich auf einer Geraden. Nun werden wir uns Bewegungen auf einer Kreisbahn oder Teilen davon zuwenden.

Der folgende einfache Versuch soll als Beispiel dienen:

Exp. 15: Play-Mobil-Pärchen auf Kreisschreibe
Zwei Playmobil-Figuren werden auf einer Kreisscheibe so platziert, dass sie unterschiedliche Abstände zum Mittelpunkt haben (siehe Abbildung). Anschliessend wird die Scheibe in Rotation versetzt. Welche Gesetzmässigkeiten gelten sowohl für beide Figuren als auch nur für eine?

[22] Beachten Sie, dass bei zwei Dimensionen stets zwei Koordinaten erforderlich sind, entweder x und y oder r und φ.



Die Geschwindigkeiten und die zurückgelegte Strecke variieren natürlich, während die Zeiten für einen Umlauf gleich sind. Der überstrichene Winkel ist entsprechend für beide identisch.

Dieser Versuch verdeutlicht, dass die Geschwindigkeit für eine Kreisbewegung nicht optimal geeignet ist. Ein Beispiel erläutert dies weiter aus.

Bsp. xxiv.
Ein Karussell bestehe aus zwei Spuren. Die erste habe einen Abstand zum Mittelpunkt von 2 m und die zweite einen von 3 m. Das Karussell braucht für eine gesamte Drehung 6 s. Bestimmen Sie die Geschwindigkeit a) vom Schweinchen auf der ersten Spur und b) vom Esel auf der zweiten Spur. Lsg: a) $v_1 \approx 2\,\mathrm{m/s}$, b) $v_2 \approx 3\,\mathrm{m/s}$

Lösung:

Wir stellen fest, dass eine Bewegung verschiedene Werte für die Bahngeschwindigkeit aufweisen kann. Dies führt dazu, dass die Geschwindigkeit keine eindeutige Grösse ist. Aus diesem Grund wird die gleichförmige Kreisbewegung wie folgt definiert:

Def. 5: *(gleichförmige Kreisbewegung) Eine Kreisbewegung heisst gleichförmig, falls in gleichen Zeitabschnitten gleiche Winkel überstrichen werden.*

Somit definiert man für die Kreisbewegung nicht das Orts-Zeit-Verhältnis, sondern das Winkel-Zeit-Verhältnis, d. h.

Def. 6: *(Winkelgeschwindigkeit) Die Winkelgeschwindigkeit ω ist die Änderung des überstrichenen Winkels $\Delta\varphi$ pro Zeit Δt:*

$$\boxed{\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}}$$

Die Kreisfrequenz, auch Winkelgeschwindigkeit genannt, wird durch das Symbol ω (sprich: omega) dargestellt und hat die Einheit $[\omega] = \mathrm{rad/s} = 1/\mathrm{s}$.

Bsp. xxv.
Das Play-Mobil-Männchen überstreicht 90° in 0.5 s. Bestimmen Sie daraus seine Winkelgeschwindigkeit, sofern die Bewegung gleichförmig ist. Lsg: $\omega \approx 3.1\,\mathrm{rad/s}$

Lösung:

Mit dieser Definition ergibt sich auch für eine gleichförmige Kreisbewegung, dass die Kreisfrequenz konstant sein muss.

Bsp. xxvi.
Für einen Umlauf auf einer Kreisbahn braucht man 2 s. Bestimmen Sie a) die Winkelgeschwindigkeit ω und b) den Winkel, welcher in 1.13 s überstrichen wird.

Lsg: a) $\omega \approx 3.1\,\mathrm{rad/s}$, b) $\varphi \approx 3.5\,\mathrm{rad}$

Lösung:

Die Zeit für einen vollständigen Umlauf erhält einen speziellen Namen, wie die folgende Definition zeigt.

Def. 7: *(Periode) Die Periode T oder Umlaufzeit ist die Zeit für eine gesamte Umdrehung.*

Der Zusammenhang zwischen der Winkelgeschwindigkeit und der Periode ist:

$$\boxed{\omega = \frac{2\pi}{T},}$$

wobei in der Definition von ω der Winkel $\Delta\varphi$ dem gesamten Winkel entspricht, also 2π und Δt der Umlaufzeit, also T.

Bsp. xxvii.
Bestimmen Sie die Winkelgeschwindigkeit der Erdrotation.

Lsg: $\omega \approx 7.3 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{rad/s}$

Lösung:

Die Erdrotation ist ein periodischer Vorgang, das bedeutet, dass sich ein bestimmter Vorgang nach einer bestimmten Zeit (Periode) wiederholt. Hiermit ergibt sich die folgende Definition.

Def. 8: *(Frequenz) Die Frequenz f ist die Anzahl periodische Vorgänge pro Sekunde.*

Damit erhalten wir folgenden Zusammenhang zwischen der Periode T und der Frequenz f:

$$\boxed{f = \frac{1}{T}}$$

Die Einheit der Frequenz ist daher: $[f] = 1/\mathrm{s} = \mathrm{Hz}$.

Bitte beachten Sie, dass die Einheit für die Frequenz und die Einheit der Winkelgeschwindigkeit identisch sind. Für die Frequenz wird jedoch häufig die Einheit Hz verwendet, benannt nach Heinrich Hertz[23].

Wenn Sie sich körperlich anstrengen, schlägt Ihr Herz etwa 120 Mal pro Minute. Das bedeutet eine Herzfrequenz von 2 Hz, da der Herzschlag sich zweimal pro Sekunde wiederholt.

Aus der Definition der Frequenz und dem Zusammenhang zwischen der Winkelgeschwindigkeit und der Periode ergibt sich folgende Identität:

$$\boxed{\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f.}$$

Selbstverständlich kann die Bewegung auch beschleunigt sein. Da wir uns jedoch nur mit gleichmässig beschleunigten Bewegungen befassen, gilt hier analog zur Kinematik der linearen Bewegungen.

Def. 9: *(Winkelbeschleunigung) Die Winkelbeschleunigung α ist die Änderung der Winkelgeschwindigkeit $\Delta\omega$ pro Zeit Δt.*

$$\boxed{\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}}$$

Die Einheit ist: $[\alpha] = \mathrm{rad}/\mathrm{s}^2$.

Die Gleichungen der Kinematik der linearen Bewegung lassen sich in Gleichungen der Kreisbewegung umwandeln. Eine Zusammenfassung ohne Herleitung finden Sie in der folgenden Tabelle.

	Bewegungen	
Translation		Rotation
	Transformation	
$s \mapsto \varphi$	$v \mapsto \omega$	$a \mapsto \alpha$
	Definitionen	
$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$		$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$
$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$		$\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$
	Formeln	
$s(t) = {}^1\!/\!_2 at^2 + v_0 t + s_0$		$\varphi(t) = {}^1\!/\!_2 \alpha t^2 + \omega_0 t + \varphi_0$
$v(t) = at + v_0$		$\omega(t) = \alpha t + \omega_0$

Abschliessend soll das folgende Beispiel dienen, um alles noch einmal zu wiederholen. In Zukunft werden wir uns nur auf Bewegungen mit konstanter Geschwindigkeit beschränken.

Bsp. xxviii.
Auf einem Karussell, das sich aus dem Stillstand nach einer Beschleunigungsphase von 3 s fünfmal pro Minute um seine eigene Achse dreht, steht im Abstand von 2 m zur Achse ein Pferdchen. Bestimmen Sie für dieses Karussell a) die Frequenz, b) die Periode nach der Beschleunigungsphase, c) den Winkel, welcher in den ersten 20 s überstrichen wird und d) die Bahngeschwindigkeit des Pferdchens, nach der Beschleunigungsphase.
Lsg: a) $f \approx 0.08\,\mathrm{Hz}$, b) $T = 12\,\mathrm{s}$, c) $\varphi \approx 9.6\,\mathrm{rad} \mathrel{\widehat{=}} 550°$, d) $v \approx 1.1\,\mathrm{m/s}$

[23] Heinrich Rudolf Hertz (22. Februar 1857 in Hamburg - 1. Januar 1894 in Bonn) war ein deutscher Physiker. Insbesondere aufgrund seiner Arbeiten zum experimentellen Nachweis elektromagnetischer Wellen gilt Hertz als einer der bedeutendsten Physiker des 19. Jahrhunderts.

Lösung:

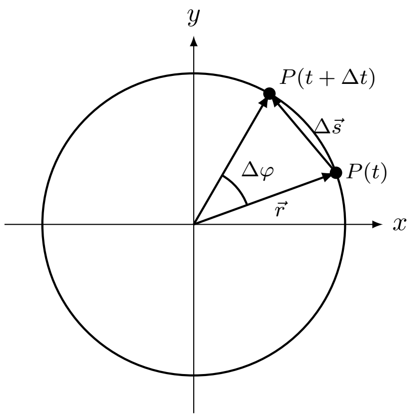
Mit der letzten Teilaufgabe in diesem Beispiel haben wir eine wichtige Beziehung zwischen der Bahngeschwindigkeit v eines Körpers im Abstand r und der Winkelgeschwindigkeit ω hergeleitet. Dieser Zusammenhang gilt für alle drei Grössen[24]:

$$\boxed{\begin{aligned} s &= \varphi r \\ v &= \omega r \\ a &= \alpha r. \end{aligned}}$$

2.5.3 Dynamik der Kreisbewegung

In diesem Abschnitt untersuchen wir die Ursache der Kreisbewegung. Im Unterschied zur gleichförmigen geradlinigen Bewegung ist die gleichförmige Kreisbewegung nicht kräftefrei. Der Grund dafür ist offensichtlich: Die Richtung der Geschwindigkeit ändert sich, und genau hier setzt die Herleitung an.

Betrachten wir die Bewegung eines Massenpunktes P auf einem Kreis, wobei wir den Punkt zu zwei verschiedenen Zeiten t und $t + \Delta t$ betrachten:

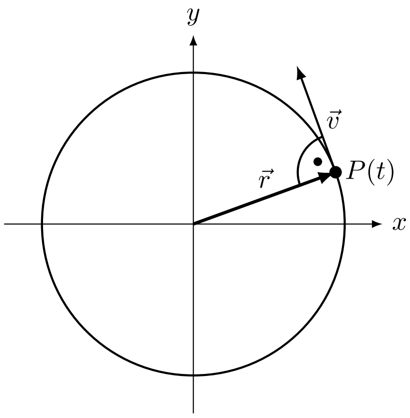


Die Streckenänderung Δs verläuft nahezu senkrecht zum Radius. Aufgrund der Formel $\vec{v} = \frac{\Delta \vec{s}}{\Delta t}$ entspricht die Richtung der Streckenänderung der Richtung der Geschwindigkeit. Dadurch verläuft auch die Geschwindigkeit nahezu senkrecht zum Radius. Wenn wir jetzt die Zeitdifferenz Δt sehr klein werden lassen ($\Delta t \to 0$), ergibt sich folgendes Bild:

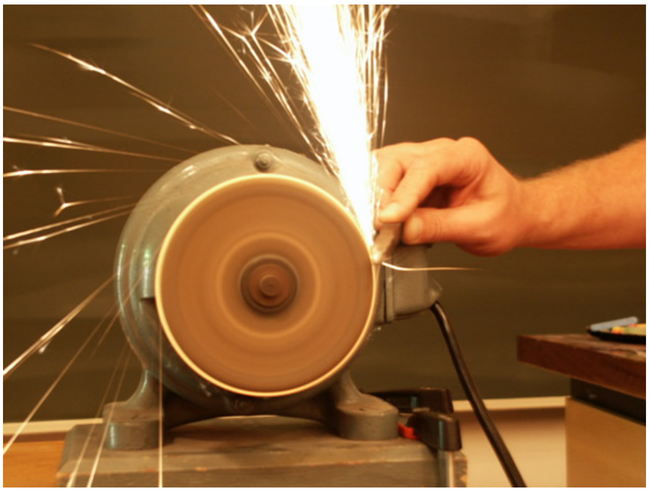
[24] Der vektorielle Zusammenhang zwischen $\vec{v}$, $\vec{\omega}$ und $\vec{r}$ ist:

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r},$$

wobei der Vektor von $\vec{\omega}$ parallel zur Drehachse ist.



Die Geschwindigkeit ist tangential zur Kreisbewegung und wird durch das folgende Bild veranschaulicht.

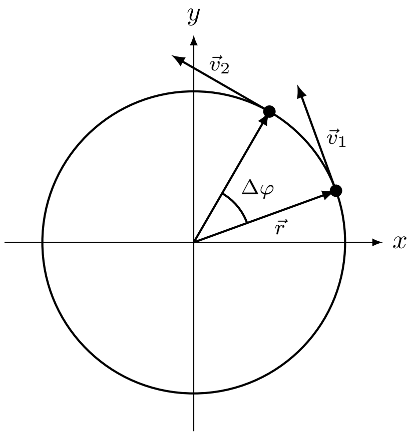


Die Funken fliegen tangential weg vom Stein und sprühen nicht um ihn herum. Ein analoges Experiment kann in Betracht gezogen werden.

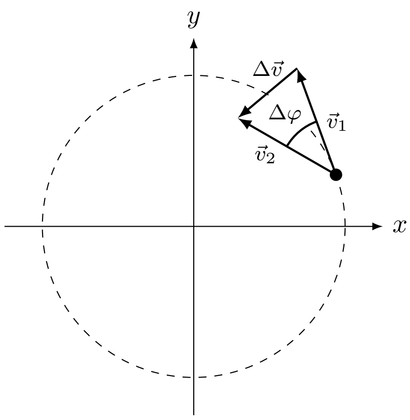
Exp. 16: Ball an der Schnur
Lässt man eine Kugel an einer Schnur rotieren und sie in einem bestimmten Punkt los, entfernt sie sich immer tangential zur Kreisbahn. Dies kann mit folgender Knetkugel veranschaulicht werden.

Da wir die Ursache der Bewegung untersuchen möchten, sind wir natürlich indirekt an der Beschleunigung interessiert. Wir werden uns auf die Beschleunigung als wichtigen Faktor konzentrieren, da durch sie vorerst die Richtung der Kraft ermittelt werden kann und somit allenfalls auch die Kraft selbst.

Dafür müssen wir die Geschwindigkeit an verschiedenen Punkten des Objekts betrachten. Hierbei ergibt sich folgende Struktur:



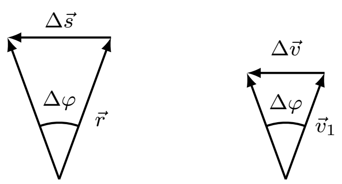
Um die Beschleunigung zu bestimmen, muss die Änderung der Geschwindigkeit betrachtet werden, welche durch die Formel $\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$ definiert ist. Hierfür wird die Differenz zwischen den Geschwindigkeitsvektoren $\vec{v}_1$ und $\vec{v}_2$, dargestellt durch $\Delta\vec{v}$, geometrisch ermittelt. Da es sich um eine gleichförmige Kreisbewegung handelt, ändert sich die Geschwindigkeit ausschliesslich in Richtung des Vektors, jedoch nicht im Betrag. Es gilt somit $v_1 = v_2 = v$.



Die Änderung der Geschwindigkeit zeigt somit nach innen. Wenn man hier ebenfalls $\Delta t \to 0$ gehen lässt, zeigt die Geschwindigkeitsänderung und damit die Beschleunigung antiparallel zum Radius, das heisst ins Zentrum der Kreisbewegung. Folglich muss die Kraft ebenfalls ins Zentrum zeigen.

Dieses Ergebnis mag auf den ersten Blick etwas überraschend scheinen. Betrachten wir jedoch nochmals das Experiment mit dem Ball an der Schnur, dann wird uns klar, dass der Ball sich nur so lange auf einer Kreisbahn bewegt, solange die Seilkraft am Ball zieht und daraufhin die Kraft ins Zentrum zeigen muss.

Betrachten wir zur Ableitung der Beschleunigung die beiden gleichschenkligen Vektordreiecke, wobei $v_1 = v_2 = v$ gilt.



dann erkennen wir, dass die beiden Dreiecke ähnlich sind und damit gilt:

$$\frac{\Delta s}{r} = \frac{\Delta v}{v}.$$

Mit den Definitionen für die Geschwindigkeit und Beschleunigung bekommen wir:

$$\frac{v\Delta t}{r} = \frac{a\Delta t}{v} \quad \Rightarrow \quad a = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r,$$

wobei $\Delta s = v\Delta t$, $\Delta v = a\Delta t$ und $v = \omega r$ eingesetzt wurde.

Überlegen Sie, was passieren würde, wenn diese Beziehung nicht erfüllt wäre, das heisst, wenn die Beschleunigung a zu gering ist.

Damit erhalten wir folgendes Gesetz:

Ges. 11: *(Zentripetalbeschleunigung) Eine gleichförmig Kreisbewegung mit Winkelgeschwindigkeit ω und Radius $\vec{r}$ gehorcht der Zentripetalbeschleunigung $\vec{a}_Z$*

$$\boxed{\vec{a}_Z = -\omega^2 \vec{r}.}$$

Für den Betrag der Zentripetalbeschleunigung gilt:

$$a_Z = \omega^2 r = \frac{v^2}{r}.$$

Um die Existenz und Abhängigkeiten zu überprüfen, sollte jetzt dieses Experiment durchgeführt werden.

Exp. 17: Zentripetalbeschleunigung
Mit diesem Experiment ist es möglich die Zentripetalbeschleunigung direkt zu messen, d. h. zu überprüfen. Dafür verwenden wir den folgenden Aufbau:

Im Folgenden soll ein kurzer Überblick über die drei unterschiedlichen Arten der Beschleunigung bei einer Kreisbewegung gegeben werden, bevor die Betrachtung der Zentripetalbeschleunigung erfolgt. Es lassen sich drei verschiedene Arten der Beschleunigung bei einer Kreisbewegung unterscheiden:

- die Bahnbeschleunigung a:
  Die Beschleunigung zeigt immer in Bewegungsrichtung und erhöht oder verringert den Betrag der Geschwindigkeit.
- die Winkelbeschleunigung $\alpha = \frac{a}{r}$:
  Diese Entspricht im Grunde der Bahnbeschleunigung, wird aber in rad/s gemessen.
- die Zentripetalbeschleunigung a_Z:
  Die Beschleunigung wirkt immer senkrecht zur Bewegungsrichtung. Dadurch ändert sich nur die Richtung der Geschwindigkeit, nicht aber der Betrag der Geschwindigkeit selbst.

Zur Übung der Formel für die Zentripetalbeschleunigung soll das folgende Beispiel dienen, dabei betrachten wir die Bewegung der Erde um die Sonne.

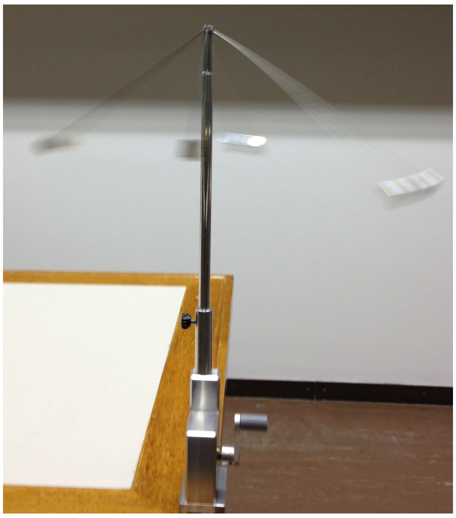
Bsp. xxix.
Bestimmen Sie die Zentripetalbeschleunigung a) für die Erdrotation ($r_E \approx 6400\,\mathrm{km}$) und b) für die Erdrevolution (Bewegung um die Sonne). Bedenken Sie, dass das Licht der Sonne etwa 8 min braucht, um die Erde zu erreichen.

Lsg: a) $a_Z \approx 3.3 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{m/s^2}$, b) $a_Z \approx 5.7 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m/s^2}$

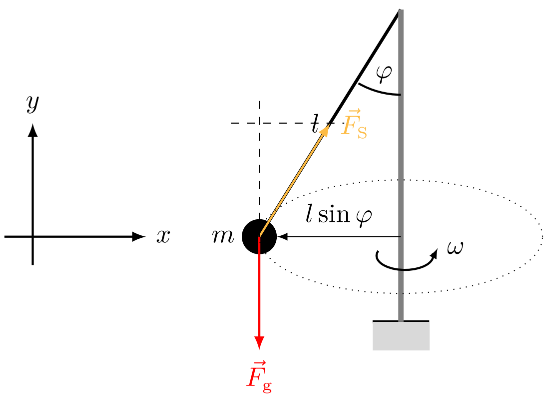
Lösung:

Das nächste Experiment soll gleichzeitig als erstes Beispiel dienen, wie wir das Aktionsgesetz auf die Kreisbewegung anwenden.

Exp. 18: Konisches Pendel
Unterschiedliche Massen werden an unterschiedlich lange Stangen befestigt (vgl. Abb.) und in Rotation gebracht. Etwas überraschend stellen wir fest, dass alle Massen auf der gleichen Höhe rotieren unabhängig wie lang ihre Stangen und wie schwer ihre Massen sind.



Um das Aktionsgesetz zu veranschaulichen, betrachten wir eine Stange mit einer bestimmten Länge l und einer Masse m. Unser Ziel ist es, die Bewegung der Masse zu beschreiben.



Da sich die Masse im Kreis bewegt gilt auch hier das Aktionsgesetz:

$$F_{\mathrm{res}_x} = ma_\mathrm{Z} \quad \Leftrightarrow \quad F_{\mathrm{S}_x} = ma_\mathrm{Z}.$$

Um die x-Komponente von F_S zu bestimmen, benötigen wir die y-Komponente. Es gilt:

$$F_{\mathrm{res}_y} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad F_{\mathrm{S}_y} - F_\mathrm{g} = 0 \quad \Rightarrow \quad F_\mathrm{S} = \frac{mg}{\cos\varphi}.$$

Damit erhalten wir:

$$F_{S_x} = F_S \sin\varphi = m\omega^2 r \quad \Rightarrow \quad \frac{mg}{\cos\varphi}\sin\varphi = m\omega^2 l \sin\varphi.$$

Da sowohl g als auch ω für alle Masse gleich sind und konstant gilt:

$$l\cos\varphi = \frac{g}{\omega^2} = \text{konst.}$$

und somit drehen alle auf gleicher Höhe. Beachte weiter, dass

$$\cos\varphi = \frac{g}{\omega^2 l} \underset{\omega\to\infty}{\to} 0 \quad \Rightarrow \quad \varphi_{\max} = 90°.$$

Damit kann das Pendel nie über die Horizontale steigen.

Neben dem Pendel gibt es eine Vielzahl anschaulicher Experimente zur Kreisbewegung, welche sich im Prinzip ähneln. Ich möchte hier noch ein weiteres Experiment vorführen.

Exp. 19: Fliehkraftregler

Der Fliehkraftregler wird in Dampfmaschinen als Geschwindigkeitsregel eingesetzt. Dabei wird der Durchlass von heissem Dampf gestoppt, wenn die Rotationsgeschwindigkeit hoch ist. Obwohl man dies am Modell noch nicht vollständig erkennen kann, lässt sich sehr gut erahnen, wie es funktionieren könnte (siehe Bild).

Im Kapitel zur Wärmelehre besprechen wir die Funktionsweise der Dampfmaschine und behandeln anschliessend erneut den Fliehkraftregler.

Nachdem wir uns mit dem konischen Pendel beschäftigt und es verstanden haben, kehren wir zum Fadenpendel zurück und untersuchen die Kräfte hier. In einem früheren Beispiel haben wir lediglich den statischen Fall betrachtet, bei dem die Seilkraft und die Parallelkomponente der Schwerkraft gleich sind. Im dynamischen Fall ist das jedoch nicht der Fall, da die Zentripetalbeschleunigung für die Kreisbahn verantwortlich ist.

Bsp. xxx.

Bestimmen Sie allgemein die Seilkraft beim 'normalen' Pendel. Beachten Sie, dass die Seilkraft die y-Komponente der Schwerkraft nicht mehr ausgleicht, da das Pendel eine Kreisbahn vollzieht. Lsg: –

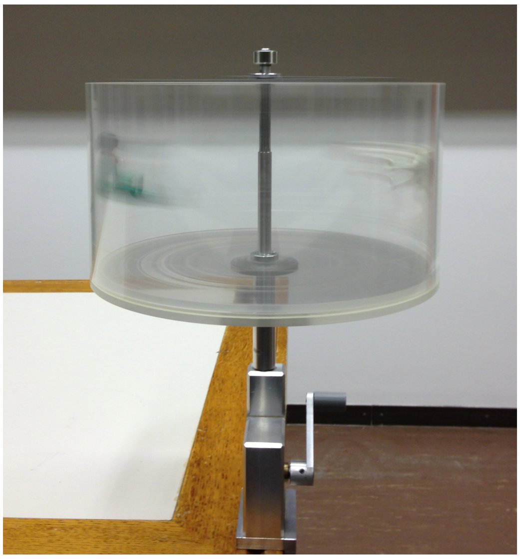
Lösung:

Das nächste Vorhaben ist eine Nachbildung einer beliebten Achterbahn in Freizeitparks. Auf dem Bild ist ein Teil des sogenannten Rotors zu sehen.

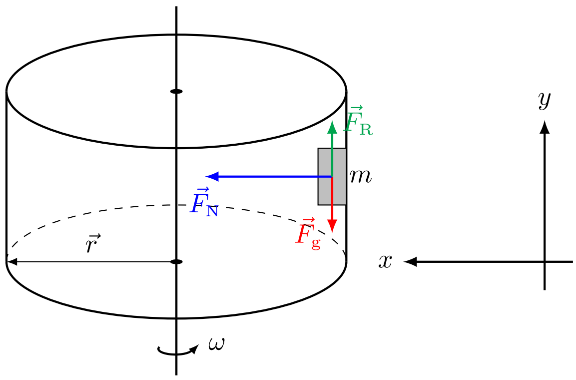
Die Menschen stehen senkrecht an einer Wand im Rotor. Wenn sich der Rotor dreht, werden sie gegen die Wand gedrückt und fallen nicht herunter, wenn bei einer bestimmten Geschwindigkeit der Boden unter ihren Füssen verschwindet.

Im nächsten Experiment soll dies anhand einer Playmobil-Figur nachgestellt werden.

Exp. 20: Playmobil-Männchen im Rotor
Der Rotor besteht aus einem Plexiglas-Zylinder mit einem Radius von 15 cm und einem beweglichen Boden (siehe Abbildung).



Bei einer Drehgeschwindigkeit von etwa 2-3 Umdrehungen pro Sekunde kann der Boden leicht entfernt werden und das Männchen schwebt. Die folgende Skizze soll die Situation vereinfachen und veranschaulichen.



Für die Bewegung der Masse gilt:

$$F_{\mathrm{res}_x} = ma_\mathrm{Z} \quad \Leftrightarrow \quad F_\mathrm{N} = ma_\mathrm{Z} \qquad \text{und} \qquad F_{\mathrm{res}_y} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad F_\mathrm{R} - F_\mathrm{g} = 0.$$

Damit erhalten wir aus:

$$F_\mathrm{R} = \mu_\mathrm{H} F_\mathrm{N} = mg \quad \Rightarrow \quad F_\mathrm{N} = \frac{mg}{\mu_\mathrm{H}}.$$

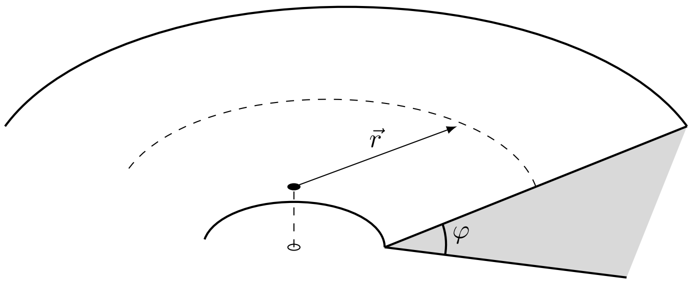
Damit muss der Reibungskoeffizient mindestens:

$$\mu_{\mathrm{H}} \geq \frac{g}{(2\pi f)^2 r} \approx 0.3$$

sein.

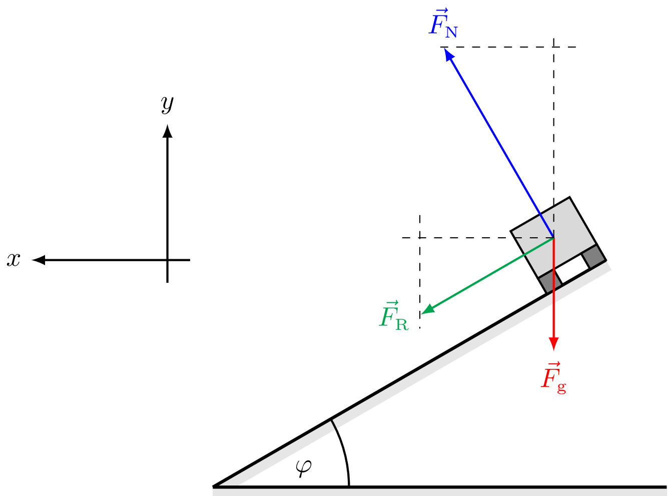
Bei der schiefen Ebene wurde festgestellt, dass ein fester Zusammenhang zwischen der Haftreibungskonstante und dem Winkel besteht, um das Rutschen des Körpers zu vermeiden. Eine ähnliche Beziehung existiert auch bei einer überhöhten Kurve, bei der eine bestimmte Geschwindigkeit erforderlich ist, damit der Körper nicht ins Rutschen gerät. Diese hängt von Winkel, Haftreibungskonstante, Fallbeschleunigung und Radius ab. Das Bild zeigt eine stark geneigte Kurve auf der Formel 1 Strecke in Indianapolis. Dabei ist Michael Schuhmacher in seinem Ferrari von 2002 zu sehen.

Die nachfolgende Skizze verdeutlich die Geometrie einer solchen überhöhten Kurve:



Vereinfacht skizziert man hier lediglich die schräge Ebene, um die resultierende Kraft zu verdeutlichen. Diese verläuft antiparallel zum Radius und steht damit senkrecht zur Schwerkraft. Das folgende Beispiel verdeutlicht dies.

Bsp. xxxi.
In einer überhöhten Kurve mit dem Winkel 30° fährt ein Auto auf trockener Fahrbahn mit einem Haftreibungskoeffizienten von 0.7 (vgl. Abb.).



Bestimmen Sie die maximale Geschwindigkeit bei a) einem Radius von 30 m und b) einem von 50 m. c) Wie können Sie in der gleichen Kurve den Radius vergrössern?

Lsg: a) $v_{\text{max}} \approx 25\,\text{m/s}$, b) $v_{\text{max}} \approx 33\,\text{m/s}$ c) –

Lösung:

Bevor wir uns zwei Spezialfälle ansehen, sollten Sie Folgendes bedenken:

Zeigen Sie, dass für die minimale Geschwindigkeit lediglich die Vorzeichen zu ändern sind, sodass

$$v_{\text{min}} = \sqrt{r_{\text{a}} g \cdot \frac{\sin\varphi - \mu_{\text{H}} \cos\varphi}{\cos\varphi + \mu_{\text{H}} \sin\varphi}}$$

gilt.

Auf einer Bobbahn, bei der die Reibung vernachlässigt werden kann, gilt für den Fall $\mu_{\text{H}} = 0$ folgender einfacher Zusammenhang. Dieser ergibt sich direkt aus der obigen Gleichung.

$$v = \sqrt{rg \tan\varphi}.$$

Der zweite Sonderfall tritt ein, wenn die Überhöhungskurve nicht mehr vorhanden ist, d.h. wenn $\varphi = 0°$ ist. In diesem Fall gilt:

$$v = \sqrt{rg\mu_{\text{H}}}.$$

Einen weiteren speziellen Fall, den wir bereits behandelt haben, ist der Rotor. Hierbei gilt nämlich $\varphi = 90°$ und daher:

$$v_{\text{min}} = \sqrt{\frac{rg}{\mu_{\text{H}}}}.$$

Einen Zustand, in dem sowohl die Reibung als auch der Winkel verschwinden, ist unmöglich.

Warum gibt es in einer Kurve nicht möglich, dass keine Reibung vorhanden ist und die Kurve nicht überhöht ist, sollten Sie überlegen.

Damit schliessen wir vorerst unseren Abschnitt über Kreisbewegungen ab. In Kapitel *Mechanik der starren Körper* werden wir auf die Drehbewegung zurückkommen und die Grundbegriffe erneut verwenden. Ausserdem bildet dieses Kapitel eine wichtige Grundlage für das ausführliche Kapitel zu *Schwingungen und Wellen*.

Wir schliessen das sehr grosse Kapitel der Dynamik mit einem Abschnitt über die *Scheinkräfte* ab. Für diejenigen, die an dieser Stelle bereits an ihre Grenzen gestossen sind, empfehlen wir einen Fensterplatz. Alle anderen dürfen nun einen Schritt weitergehen.

2.6 Scheinkräfte

Das Thema der Scheinkräfte zählt wohl zu den schwierigsten Themen der Schulphysik. Vermutlich ist das der Grund, weshalb viele Lehrpersonen dieses Thema entweder nur oberflächlich behandeln oder gänzlich auslassen. Meiner persönlichen Ansicht nach sollte man jedoch darauf nicht verzichten, da Schüler*innen oft aus eigener Erfahrung mit Scheinkräften, wie zum Beispiel der Zentrifugalkraft, vertraut sind. Deshalb ist es wichtig zu verstehen, was es bedeutet und wie es in Bezug auf die Dynamik und andere Kräfte interpretiert werden kann. Ein weiterer Faktor ist, dass wir in einem beschleunigten Referenzsystem leben und täglich Scheinkräften ausgesetzt sind, die unseren Alltag beeinflussen.

Um Scheinkräfte zu verstehen, ist es notwendig, sich erneut mit dem Thema Bezugssysteme auseinanderzusetzen. Hierbei werden zunächst Bewegungen in verschiedenen Bezugssystemen betrachtet, um schliesslich das d'Alembertsche Prinzip der Scheinkraft zu erläutern.

2.6.1 Bewegung in unterschiedlichen Bezugsystemen

Im Wesentlichen können zwei Arten von Bezugssystemen unterschieden werden: beschleunigte und nicht beschleunigte (sogenannte Inertialsysteme). Die Bewegungen bzw. Bahnkurven unterscheiden sich jedoch innerhalb von Inertialsystemen bereits, wie das folgende Beispiel zeigt.

Bsp. xxxii.
Betrachten wir die Bahnkurve eines vertikalen Wurfs in einem gleichförmig geradlinig fahrenden Zug. a) Im Bezugssystem (BS) Bahnsteig und b) im BS Zug. Lsg: –

Lösung:

Das folgende Beispiel verdeutlicht, dass die Bahnkurve bei einem Wechsel in ein beschleunigtes Bezugssystem noch komplexer wird.

Bsp. xxxiii.
Betrachten wir die Bahnkurve eines Kaugummis, der am Rad eines gleichförmig geradlinig fahrenden Fahrrads klebt. a) Im BS Strasse und b) im BS Fahrrad. Lsg: –

Lösung:

Wie im Kapitel zur Kinematik B.1 erläutert wurde, besagt das Gesetz 2, dass die Formel der physikalischen Gesetze in einem Inertialsystem unveränderlich bleibt. Jedoch gilt dieses Gesetz nicht für beschleunigte Systeme. Daraus lässt sich folgendes Gesetz ableiten.

Ges. 12: *(Scheinkräfte) Nur in beschleunigten Bezugsysteme treten sog. Scheinkräfte auf.*

Die Scheinkraft erfüllt das dritte Newtonsche Gesetz nicht, welches besagt, dass jeder Kraft eine Gegenkraft zugeordnet ist. Daher sollte bei der Verwendung des Begriffs Scheinkraft beachtet werden, dass der Wortteil "Schein" auf die Gesetze der Mechanik zurückzuführen ist, nach denen jede echte Kraft Teil einer Wechselwirkung sein muss.

2.6.2 d'Alembertschen Prinzip der Scheinkraft

Um die Newtonschen Gesetze bestmöglich auf beschleunigte Bezugssysteme zu übertragen, müssen Scheinkräfte eingeführt werden. Der Grund dafür liegt darin, dass bei der Veränderung des Bezugssystems von ruhend zu beschleunigt die Ursache verschwindet, jedoch nicht deren Wirkung. Dies zeigt sich auch in folgendem Beispiel (noch ohne Rechnung).

Bsp. xxxiv.
Eine Kugel liegt in Ruhe am Boden eines Zuges. Nun wird der Zug beschleunigt und dadurch bewegt sich die Kugel bzgl. des Zuges in die entgegengesetzte Richtung. Wählt man als Bezugssystem die Kugel, dann verschwindet die Ursache für die Bewegung der Kugel. Die Wirkung bleibt aber, der Ball rollt nach hinten. Analysieren Sie diesen Sachverhalt. Lsg: –

Lösung:

Zusammenfassend betrachten wir die folgenden Kräfte, die nicht real sind:

- Trägheitskraft ($\vec{F}_\mathrm{T} = -m\vec{a}$): Scheinkraft aus der geradlinigen beschleunigten Bewegung und
- Zentrifugalkraft ($\vec{F}_\mathrm{Z} = -m\vec{a}_\mathrm{Z}$): Scheinkraft aus der gleichmässigen Kreisbewegung (Relativgeschwindigkeit $v_\mathrm{R} = 0$) sowie
- Corioliskraft ($\vec{F}_\mathrm{C} = -m\vec{a}_\mathrm{C}$): Scheinkraft aus der gleichmässigen Kreisbewegung ($v_\mathrm{R} \neq 0$).

Also entstehen Scheinkräfte beim Übergang von einem Inertialsystem in ein beschleunigtes System oder wenn man Newton II in Newton I (oder umgekehrt) umwandeln will, wie die folgende formale Herleitung der Scheinkraft am Beispiel des anfahrenden Zuges zeigt. Im Inertialsystem gilt für die ruhende Kugel im Zug Newton I:

$$\vec{F}_\mathrm{res} = \vec{0} \quad \Leftrightarrow \quad \vec{0} = \vec{0},$$

da keine resultierende Kraft wirkt. Im beschleunigten System Zug gilt Newton II:

$$\vec{F}_\mathrm{res} = m\vec{a} \quad \Leftrightarrow \quad -\vec{F}_\mathrm{T} = m\vec{a},$$

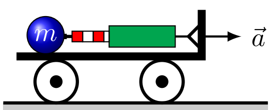
da die Trägheitskraft in die entgegengesetzte Richtung der Beschleunigung des Zuges zeigt. Durch einsetzen erhalten wir:

$$m\vec{a} = m\vec{a} \quad \Rightarrow \quad \vec{0} = \vec{0}.$$

Man erkennt, dass am Ende das Gleiche herauskommen muss. Das ist nicht überraschend, da die Physik nicht von der Wahl des Bezugssystems abhängig sein darf. Dieses Vorgehen ist als *d'Alembertschen Prinzip*[25] bekannt. Beachten Sie, dass die Scheinkraft immer in die entgegengesetzte Richtung der *eigentlichen* Kraft zeigt.

Betrachten wir ein Beispiel für jede Scheinkraft sowohl in einem Inertialsystem als auch in einem beschleunigten Bezugssystem.

Bsp. xxxv.
Ein Wagen werde mit $\vec{a}$ beschleunigt. Auf dem Wagen liegt reibungsfrei eine Kugel, welche über eine Feder fest mit dem Wagen verbunden ist (vgl. Abb.).



[25] Das d'Alembertsche Prinzip (nach Jean Baptiste le Rond d'Alembert) der klassischen Mechanik erlaubt die Aufstellung der Bewegungsgleichungen eines mechanischen Systems mit Zwangsbedingungen.

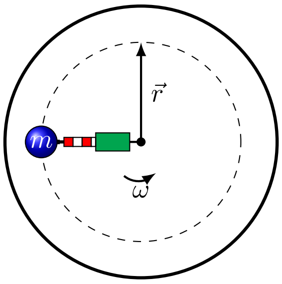
Stellen Sie die Newtonschen Gesetze für die Kugel aus dem Bezugssystem a) Strasse und b) Wagen auf und interpretieren Sie sie. Lsg: –

Lösung:

In diesem Beispiel wird deutlich, dass die Scheinkraft lediglich dazu dient, das Trägheitsgesetz am Wagen zu erfüllen. Obwohl es sich um eine Scheinkraft handelt, bedeutet dies nicht, dass die Kraft nicht real ist. Wenn wir uns in einem anfahrenden Zug befinden, spüren wir genau diese Kraft. Wir erkennen also, dass eine Scheinkraft nur formal eine Scheinkraft ist und für uns real wird, sobald wir uns in einem beschleunigten Bezugssystem befinden.

Die wohl am häufigsten genannte Scheinkraft ist die Zentrifugalkraft[26], welche im nächsten Beispiel behandelt werden soll.

Bsp. xxxvi.
Eine Scheibe werde mit einer konstanten Winkelgeschwindigkeit ω rotiert. Eine Kugel liegt im Abstand $\vec{r}$ vom Mittelpunkt und ist über eine Federwaage mit der Drehachse verbunden (vgl. Abb.). Beachten Sie, dass die Achse zwischen Kugel und Drehachse starr ist.



Stellen Sie die Newtonschen Gesetze für die Kugel aus dem a) ruhenden Bezugssystem und b) beschleunigten Bezugsystem der Scheibe auf und interpretieren Sie sie. Lsg: –

Lösung:

Betrachten wir ein Beispiel für diese Scheinkraft, indem wir das Problem aus dem beschleunigten Bezugssystem heraus betrachten. Schauen wir uns vorerst diesen kurzen Film an: Motorrad in Kurve, welchen ich von Ch.

[26] Der Betrag der Zentripetalkraft lässt sich wie folgt bestimmen:

$$F_Z = m\omega^2 r$$

oder vektoriell $\vec{F}_Z = m\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})$.

Grütter abgeworben habe.

Bsp. xxxvii.
Betrachten Sie folgendes Bild:

entscheiden Sie dann, mit welcher Geschwindigkeit dieser Motorradfahrer die Kurve mit dem Radius von 20 m gerade durchfährt. Lsg: $v \approx 50\,\mathrm{km/h}$

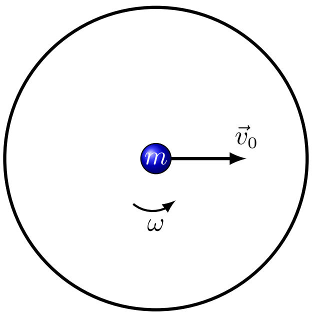
Lösung:

Die Zentrifugalkraft existiert doch und wird von einer Person wahrgenommen, wenn sie sich in einem beschleunigten Bezugssystem befindet, ohne es zu wissen. Diese Kraft ist spürbar.

Das nächste Beispiel zeigt uns, warum Hoch- und Tiefdruckgebiete eine Drehbewegung haben. Dafür ist nämlich die sogn. Corioliskraft[27] verantwortlich.

Im Unterschied zur Zentrifugalkraft, die stets in rotierenden beschleunigten Bezugssystemen auftritt, existiert die Corioliskraft nur dann, wenn sich der Körper ebenfalls relativ zum Bezugssystem bewegt und diese Bewegung nicht parallel zur Systembewegung verläuft. Ein anschauliches Beispiel verdeutlicht diese Bedingung.

Bsp. xxxviii.
Eine Scheibe werde mit einer konstanten Winkelgeschwindigkeit ω rotiert. Eine Kugel liegt im Zentrum und wir mit einer Anfangsgeschwindigkeit $\vec{v}_0$ nach aussen gerollt. Die Reibung zwischen Kugel und Scheibe ist zu vernachlässigen.



Zeichnen Sie die Bahnkurve a) aus dem Inertialsystem und b) aus dem beschleunigten System, sofern die Winkelgeschwindigkeit ω klein ist im Vergleich zur Anfangsgeschwindigkeit $\vec{v}_0$. Lsg: –

[27] Die Corioliskraft ist benannt nach Gaspard Gustave de Coriolis (1792–1843, französischer Mathematiker und Physiker)

Lösung:

Ein besonders historisch wichtiges Experiment zur Corioliskraft ist dasjenige von Léon Foucault[28]. Hier ein kurzer Film der die Nachbildung im Pariser Pantheon mit dem berühmten Pendel zeigt: Foucault Pendel.

[28] Jean Bernard Léon Foucault (18. September 1819 in Paris - 11. Februar 1868) war ein französischer Physiker. Er wurde unter anderem für sein Experiment zum Nachweis der Erdrotation berühmt.

Zusammenfassung Kapitel B2

1. Die Masse, welche wir heute mit kg messen, enthält nur etwa 1% dieser Masse, der Rest ist Energie. Betrachtet man das Atom, stellt man fest, dass nur gerade ein Tausendstel eines Milliardstels von einem Prozent mit Masse besetzt ist.

2. Unter einem *Massenmittelpunkt* (kurz auch Massenpunkt) versteht man einen Körper, dessen räumliche Ausdehnung vernachlässigt werden kann. Der Massenmittelpunkt liegt im Schwerpunkt des Körpers.

3. In der Natur kommen lediglich vier Kräfte vor, nämlich die *Gravitationskraft*, die *elektromagnetische Kraft*, die *schwache* und *starke Kraft*.

4. Die *resultierende Kraft* $\vec{F}_{\mathrm{res}}$ ist definiert als die Summe aller an einem System angreifenden äusseren Kräfte, d. h.

$$\vec{F}_{\mathrm{res}} = \sum_i \vec{F}_i.$$

5. Die Grundlage der Mechanik stellen die Newton'schen Gesetze I-III dar. Newton I: *Trägheitsgesetz*, Newton II: *Aktionsgesetz* und Newton III: *Wechselwirkungsgesetz*.

$$\text{N.I:} \quad \vec{F}_{\mathrm{res}} = \vec{0} \qquad \text{N.II:} \quad \vec{F}_{\mathrm{res}} = m\vec{a} \qquad \text{N.III:} \quad \vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}.$$

6. Die Newton'sche Mechanik kommt mit fünf Kräften aus, nämlich der *Schwerkraft* $\vec{F}_{\mathrm{g}}$, der *Federkraft* $\vec{F}_{\mathrm{F}}$, der *Normalkraft* $\vec{F}_{\mathrm{N}}$, der *Seilkraft* $\vec{F}_{\mathrm{S}}$ und der *Reibungskraft* $\vec{F}_{\mathrm{R}}$.

7. Die Schwerkraft wird im Abschnitt B.4 genau definiert. Für den Moment reicht die Definition, dass die *Schwerkraft* auf der Erdoberfläche gegeben ist als:

$$\vec{F}_{\mathrm{g}} = m\vec{g},$$

wobei $\vec{g}$ die Fallbeschleunigung ist.

8. Die Federkraft erhält man direkt aus dem *Hooke'schen Gesetz*. Die elastische Verformung von Festkörpern ist proportional zur einwirkenden Kraft. Damit gilt:

$$\vec{F}_{\mathrm{F}} = -D\Delta\vec{x},$$

wobei D die Federkonstante und $\Delta\vec{x}$ die Längenänderung der Feder sind.

9. Die Reibungskraft erhält man direkt aus dem *Coulomb Gesetz der Reibung*. Die Reibungskraft F_{R} ist proportional zur Normalkraft F_{N}. Es gilt:

$$F_{\mathrm{R}} \sim F_{\mathrm{N}}.$$

10. Es werden für die Reibung im Wesentlichen drei Arten unterschieden: die *Haftreibung* $F_{\mathrm{R}} \leq \mu_{\mathrm{H}} F_{\mathrm{N}}$ und die *Gleit-* resp. *Rollreibung* $F_{\mathrm{R}} = \mu_{\mathrm{G,R}} F_{\mathrm{N}}$.

11. Das *Bogenmass* für einen Winkel φ ist definiert als

$$\varphi = \frac{b}{r},$$

wobei b die Länge des Kreisbogens und r der Radius sind.

12. Die *Umrechnung eines Winkels* vom Bogenmass zum Grad ist gegeben als:

$$\varphi[\mathrm{rad}] = \varphi[^\circ]\frac{\pi}{180^\circ}.$$

13. Die *Winkelgeschwindigkeit* ω ist die Winkeländerung $\Delta\varphi$ pro Zeit Δt, d. h.

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}.$$

14. Die *Periode* T oder Umlaufzeit ist die Zeit, welche auf einer Kreisbahn für einen Umlauf gebraucht wird.

15. Die *Frequenz* f ist die Anzahl periodische Vorgänge pro Sekunde und hängt mit der Periode und der Winkelgeschwindigkeit wie folgt zusammen:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}.$$

16. Die *Winkelbeschleunigung* α ist die Änderung der Winkelgeschwindigkeit $\Delta\omega$ pro Zeit Δt, d. h.

$$\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}.$$

17. Für die *Umrechnung von Rotations- zu Translationsgrössen* gilt:

$$s = \varphi r \quad v = \omega r \quad a = \alpha r.$$

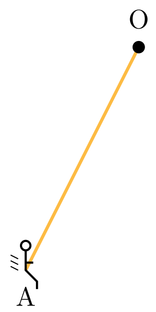
18. Bei einer Kreisbewegung zeigt die Beschleunigung entgegengesetzt zu Radius, somit ins Innere des Kreises. Man nennt diese Beschleunigung *Zentripetalbeschleunigung* $\vec{a}_\mathrm{Z}$ und sie hat die Form:

$$\vec{a}_\mathrm{Z} = -\omega^2 \vec{r}.$$

19. Eine *Scheinkraft* ist eine Kraft, welche nur in beschleunigten Bezugssystemen auftritt und durch geeignete Transformation eliminiert werden kann.

Konzeptfragen Kapitel B2

1. Die folgende Abbildung zeigt einen Jungen, der an einem Seil schwingt und an einem Punkt startet, der höher als A liegt. Betrachten Sie die folgenden Kräfte:
1. Eine nach unten gerichtete Kraft; die Schwerkraft.
2. Eine Kraft, die durch das Seil ausgeübt wird, das von A nach O zeigt.
3. Eine Kraft in Richtung der Bewegung des Jungen.
4. Eine Kraft, die von O nach A gerichtet ist.



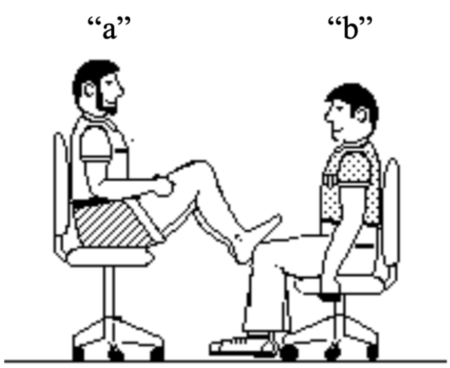
Welche der oben genannten Kräfte wirkt (wirken) auf den Jungen, wenn er sich an der Position A befindet?

- ☐ Nur 1.
- ☐ 1 und 2.
- ☐ 1 und 3.
- ☐ 1, 2 und 3.
- ☐ 1, 3 und 4.

2. Ein Aufzug wird von einem Stahlseil mit konstanter Geschwindigkeit in einem Aufzugsschacht nach oben befördert. Alle Reibungseffekte sind vernachlässigbar. In dieser Situation sind die Kräfte auf den Aufzug so, dass

- ☐ die Aufwärtskraft des Seils grösser ist, als die Abwärtskraft der Schwerkraft.
- ☐ die Aufwärtskraft des Seils ist gleich der Abwärtskraft der Schwerkraft.
- ☐ die aufwärts gerichtete Kraft des Seils ist kleiner als die abwärts gerichtete Kraft der Schwerkraft.
- ☐ Die aufwärts gerichtete Kraft des Seils ist grösser als die Summe aus der abwärts gerichteten Schwerkraft und einer abwärts gerichteten Kraft aufgrund der Luft.
- ☐ keine der oben genannten Möglichkeiten. (Der Aufzug fährt nach oben, weil das Seil verkürzt wird, nicht weil das Seil eine nach oben gerichtete Kraft auf den Aufzug ausübt).

3. In der Abbildung unten hat Student a eine Masse von 95 kg und Student b eine Masse von 77 kg. Sie sitzen auf identischen Bürostühlen gegenüber.



Student a stellt seine nackten Füsse auf die Knie von Student b, wie gezeigt. Student a drückt dann plötzlich mit seinen Füssen nach aussen, wodurch sich beide Stühle bewegen.
Während des Stosses und während sich die Schüler noch berühren:

- ☐ keiner der beiden Schüler übt eine Kraft auf den anderen aus.
- ☐ Der Schüler a übt eine Kraft auf den Schüler b aus, aber b übt keine Kraft auf a aus.
- ☐ Jeder Schüler übt eine Kraft auf den anderen aus, aber b übt die grössere Kraft aus.
- ☐ Jeder Schüler übt eine Kraft auf den anderen aus, aber a übt die grössere Kraft aus.
- ☐ Jeder Schüler übt auf den anderen die gleiche Kraft aus.

4. Die folgende Abbildung zeigt zwei Hockey-Pucks P und Q, die auf einem reibungsfreien horizontalen Tisch liegen. Du schaust auf den Tisch hinunter. Die beiden Pucks sind gleich gross, aber der Puck P ist doppelt so schwer wie der Puck Q.
Die beiden Pucks werden nun auf dem Tisch in die gleiche Richtung und mit der gleichen Kraft F geschoben, bis sie die Ziellinie erreichen. Der Luftwiderstand ist vernachlässigbar.

a. Die Zeitspanne, die der schwerere Puck P braucht, um die Ziellinie zu erreichen, beträgt:

- ☐ doppelt so lang wie die Zeitspanne, die der leichtere Puck Q braucht, um das Ziel zu erreichen.
- ☐ grösser als die Zeit, die der leichtere Puck Q braucht, um das Ziel zu erreichen, aber nicht doppelt so lang.
- ☐ gleich der Zeitspanne, die der leichtere Puck Q braucht, um dorthin zu gelangen.
- ☐ halb so lang wie die Zeitspanne, die der leichtere Puck Q braucht, um dorthin zu gelangen.
- ☐ kleiner als die Zeitspanne, die der leichtere Puck Q braucht, um dorthin zu gelangen, aber nicht halb so lang.

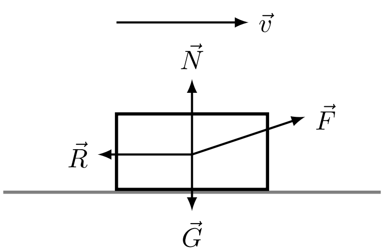
b. An der Ziellinie ist die Geschwindigkeit des schwereren Pucks P:

- ☐ doppelt so hoch wie die Geschwindigkeit des leichteren Pucks Q an dieser Linie.
- ☐ grösser als die Geschwindigkeit des leichteren Pucks Q an dieser Linie, aber nicht doppelt so gross.
- ☐ gleich der Geschwindigkeit des leichteren Pucks Q an dieser Linie.
- ☐ halb so gross wie die Geschwindigkeit des leichteren Pucks Q an dieser Linie.
- ☐ langsamer als die Geschwindigkeit des leichteren Pucks Q auf dieser Linie, aber nicht halb so langsam.

c. Während ihrer gesamten Bewegung beträgt die Beschleunigung des schwereren Pucks P:

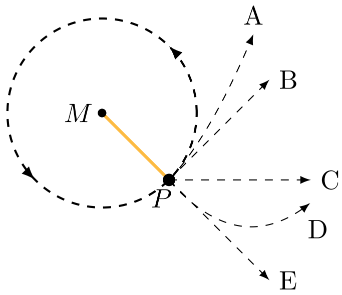
- ☐ doppelt so gross wie die Beschleunigung des leichteren Pucks Q.
- ☐ grösser als die Beschleunigung des leichteren Pucks Q, aber nicht doppelt so gross.
- ☐ gleich der Beschleunigung des leichteren Pucks Q.
- ☐ halb so gross wie die Beschleunigung des leichteren Pucks Q.
- ☐ kleiner als die Beschleunigung des leichteren Pucks Q, aber nicht halb so klein.

5. Eine Person zieht einen Klotz mit konstanter Geschwindigkeit $\vec{v}$ über eine raue horizontale Fläche, indem sie eine Kraft $\vec{F}$ aufbringt. Die Pfeile im Diagramm geben korrekt die Richtungen, aber nicht unbedingt die Grössen der verschiedenen Kräfte auf den Klotz an. Welche der folgenden Beziehungen zwischen den Kraftgrössen $\vec{G}$, $\vec{R}$, $\vec{N}$ und $\vec{F}$ muss wahr sein?



☐ $F = R$ und $N = G$
☐ $F = R$ und $N > G$
☐ $F > R$ und $N < G$
☐ $F > R$ und $N = G$
☐ Keine der oben genannten Möglichkeiten

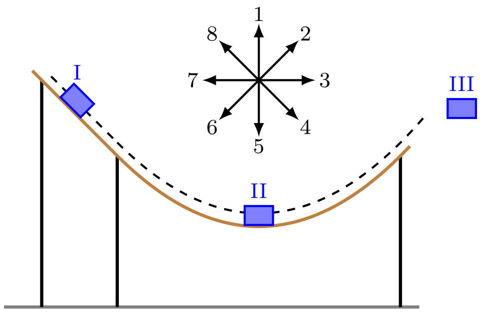
6. Eine Stahlkugel ist an einer Schnur befestigt und wird auf einer Kreisbahn in einer horizontalen Ebene geschwungen, wie in der Abbildung dargestellt.



An dem in der Abbildung angegebenen Punkt P reisst die Schnur plötzlich in der Nähe der Kugel. Wenn man dieses Ereignis wie in der Abbildung direkt von oben beobachtet, welcher Bahn würde die Kugel nach dem Reissen der Schnur am ehesten folgen?

☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E

7. Das Diagramm zeigt einen Block, der entlang einer reibungsfreien Rampe gleitet. Die acht Pfeile mit den Nummern im Diagramm stellen Richtungen dar, auf die man sich bei der Beantwortung der Fragen beziehen soll.



a. Die Richtung der Beschleunigung des Blocks in der Position I wird am besten durch welchen der Pfeile im Diagramm dargestellt?

☐ 1 ☐ 2 ☐ 4 ☐ 5 ☐ Keiner; die Beschleunigung ist Null.

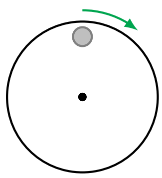
b. Die Richtung der Beschleunigung des Blocks in der Position II wird am besten durch welchen der Pfeile im Diagramm dargestellt?

☐ 1 ☐ 3 ☐ 5 ☐ 7 ☐ Keiner; die Beschleunigung ist Null.

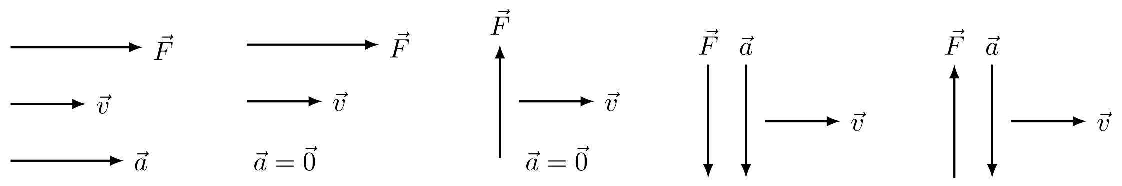
c. Die Richtung der Beschleunigung des Blocks (nach Verlassen der Rampe) an der Position III wird am besten durch welchen der Pfeile im Diagramm dargestellt?

☐ 2 ☐ 3 ☐ 5 ☐ 6 ☐ Keiner; die Beschleunigung ist Null.

8. Ein kleiner Metallzylinder ruht bezüglich einer kreisförmigen Drehscheibe, welche sich mit konstanter Geschwindigkeit, wie im Diagramm rechts dargestellt, dreht.



Welcher der folgenden Vektorsätze beschreibt am besten die Geschwindigkeit $\vec{v}$, die Beschleunigung $\vec{a}$ und die resultierende Kraft $\vec{F}$, die auf den Zylinder an dem im Diagramm angegebenen Punkt wirken?

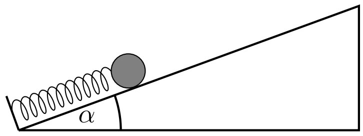

$\vec{F}$
$\vec{v}$
$\vec{a}$
$\vec{F}$
$\vec{v}$
$\vec{a} = \vec{0}$
$\vec{F}$
$\vec{v}$
$\vec{a} = \vec{0}$
$\vec{F}$ $\vec{a}$
$\vec{v}$
$\vec{F}$ $\vec{a}$
$\vec{v}$

☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E

Aufgaben Kapitel B2

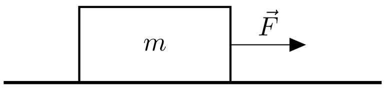
Weitere einfachere Aufgaben mit ausführlichen Lösungen findet man unter:
https://www.dropbox.com/sh/m9vlo6gwqli3nds/AABWhKMXUJG70jsXx7ovB-fDa?dl=0 in den Kapiteln 3, 4, & (9).

1. Ein reibungsfreier Körper der Masse 5 kg drücke eine Feder mit der Federkonstante 10 N/cm um den gesuchten Wert zusammen, falls die Steigung der Ebene 20° ist.



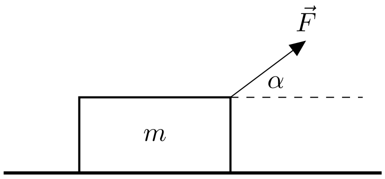
Lsg: $\Delta x \approx 1.7\,\mathrm{cm}$

2. Ein Körper der Masse 10 kg werde, wie in der Abbildung gezeigt, auf einer Oberfläche mit dem Gleitreibungskoeffizienten 1.2 gezogen. Welche Kraft $\vec{F}$ ist notwendig, um ihn mit einer konstanten Beschleunigung von $5\,\mathrm{m/s^2}$ während 1 m zu bewegen, sofern die Kraft parallel zur Ebene ist.



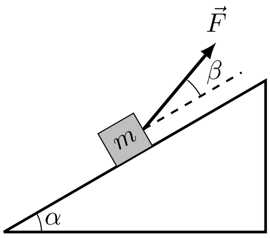
Lsg: $F \approx 170\,\mathrm{N}$

3. Ein Körper der Masse 40 kg werde, wie in der Abbildung gezeigt, auf einer Oberfläche mit dem Gleitreibungskoeffizienten 0.6 gezogen. Welche Kraft $\vec{F}$ ist notwendig, um ihn auf konstanter Geschwindigkeit 5 m/s während 1 m zu halten, sofern die Kraft unter einem Winkel von 40° wirkt?



Lsg: $F \approx 210\,\mathrm{N}$

4. Ein Körper werde mit konstanter Kraft F unter einem Winkel $\beta = 20°$ zur schiefen Ebene ($\alpha = 30°$) hoch geschoben, sodass der Körper eine konstante Geschwindigkeit von 5 m/s beibehalten kann.

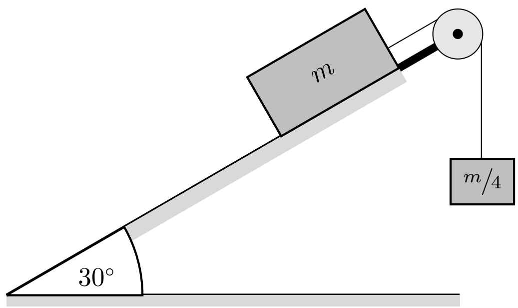


a. Wie gross ist die Kraft F, falls der Körper eine Masse von 2.5 kg hat und der Gleitreibungskoeffizient $\mu_\mathrm{G} = 0.3$ ist.

b. Wer oder in welcher Situation könnte man / müsste man ein solches Problem lösen?

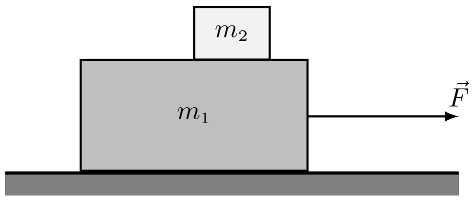
Lsg: **a.** $F \approx 18\,\mathrm{N}$ **b.** –

5. Der Körper auf der schiefen Ebene gleitet in $t = 5\,\mathrm{s}$ die Strecke $s = 12.5\,\mathrm{m}$ beschleunigt runter. Wie gross ist der Gleitreibungskoeffizienten, falls folgendes System gilt (vgl Abbildung)?



Lsg: $\mu_G \approx 0.14$

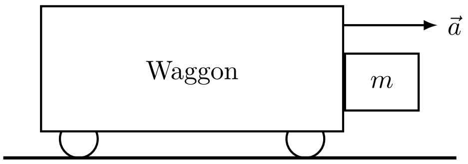
6. Ein Block mit einer Masse $m_1 = 4\,\mathrm{kg}$ ruhe auf einer reibungsfreien Fläche. Auf ihm liege ein Block der Masse $m_2 = 2\,\mathrm{kg}$. Zwischen den Blöcken sei die Haftreibungszahl $\mu_H = 0.3$ und die Gleitreibungszahl $\mu_G = 0.2$ (vgl. Abb.).



- **a.** Welche Kraft F kann maximal aufgewandt werden, ohne dass der obere Block auf dem unteren verrutscht?
- **b.** Die Kraft F sei halb so gross wie der in **a)** ermittelte Wert. Berechnen Sie damit die Beschleunigung jedes Blocks.
- **c.** Die Kraft F sei doppelt so gross wie der in **a)** ermittelte Wert. Berechnen Sie damit die Beschleunigung jedes Blocks.

Lsg: **a.** $F \approx 18\,\mathrm{N}$ **b.** $a \approx 1.5\,\mathrm{m/s^2}$ **c.** $a_1 \approx 8\,\mathrm{m/s^2}$, $a_2 \approx 2\,\mathrm{m/s^2}$

7. Die Reibungszahl zwischen dem Körper und dem Waggon in der Abbildung betrage $\mu_H = 0.6$. Der Körper habe eine Masse von $m = 2\,\mathrm{kg}$ und das gesamte System werden mit $\vec{a}$ beschleunigt.



- **a.** Bestimmen Sie die kleinste Beschleunigung a, bei der der Körper nicht nach unten fällt.
- **b.** Wie gross ist die Reibungskraft in diesem Fall?
- **c.** Wenn die Beschleunigung über diesen kleinen Wert ansteigt, wird dann auch die Reibungskraft grösser als in Teil b)? Geben Sie eine Erklärung.

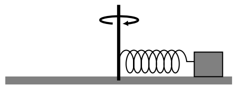
Lsg: **a.** $a_{\mathrm{min}} \approx 16.7\,\mathrm{m/s^2}$ **b.** $F_R \approx 20\,\mathrm{N}$ **c.** –

8. Sie fahren mit einem Fahrrad auf einer horizontalen und geradlinigen Strasse mit einer konstanten Geschwindigkeit. Dabei macht das Rad 307 Umdrehungen pro Minute. Ein Fahrradreifen hat einen Durchmesser von 622 mm.

- **a.** Bestimmen Sie die Bahngeschwindigkeit des Reifens am äusseren Rand des Durchmessers.
- **b.** Das Ventil ist etwa 4 cm vom äusseren Rand entfernt. Bestimmen Sie die Bahngeschwindigkeit des Ventils.

Lsg: **a.** $v_R \approx 10.0\,\mathrm{m/s}$ **b.** $v_V \approx 8.7\,\mathrm{m/s}$

9. An einer vertikalen rotierende Achse werde senkrecht dazu eine starre Feder ($D = 3\,\mathrm{N/m}$) befestigt. An das äussere Ende der Feder werde eine Masse 2 kg angebracht. Wie schnell (v und ω) rotiert die Achse, falls die Masse um 5 cm von seiner Ruhelage ausgelenkt wird. In der Ruhelage liegt die Masse 20 cm von der Drehachse entfernt. Die Masse liegt auf einer reibungsfreien Ebene.



Lsg: $v \approx 0.14\,\mathrm{m/s}$ und $\omega \approx 0.55\,\mathrm{s}^{-1}$

10. Ein Modellflugzeug hängt an der Decke ($h = 2.5\,\mathrm{m}$) an einem Nylonfaden und beschreibt eine Kurve in horizontaler Ebene. Der Faden schliesst einen Winkel von 60° zur Vertikalen ein.

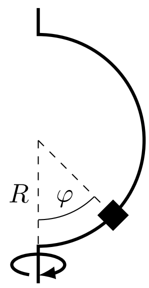
a. Wie gross ist die Seilkraft im Vergleich zur Gewichtskraft des Modellflugzeugs?

b. Wie gross ist der Kurvenradius bei einer Umlaufszeit von 2.3 s?

c. Wie weit fliegt das Flugzeug, falls der Faden bei dieser Geschwindigkeit (vgl. **b)**) reisst. Geben Sie die horizontale Weite von der Reisposition aus an.

Lsg: **a.** $F_\mathrm{S} = 2F_\mathrm{g}$ **b.** $r \approx 2.3\,\mathrm{m}$ **c.** $x_\mathrm{W} \approx 3.1\,\mathrm{m}$

11. Ein kleiner, durchbohrter Zylinder mit einer Masse von 100 g gleite reibungsfrei auf einem Draht. Dieser sei zu einem Halbkreis mit dem Radius 10 cm gebogen und rotiere um eine vertikale Achse mit 2 Umdrehungen pro Sekunde. Für welche Werte von φ bleibt der Zylinder relativ zum sich drehenden Draht in Ruhe? (vgl. Abb.)



Lsg: $\varphi = 51°$

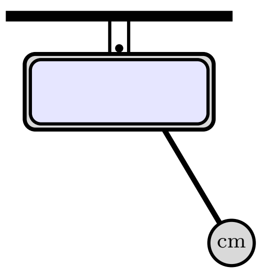
12. Ein Spielzeugauto fahre in einen vertikaler Looping mit dem Radius R.

a. Welche Geschwindigkeit v muss das Auto am höchsten Punkt mindestens haben, damit es nicht runter fällt? (inkl. Herleitung)

b. Wie gross ist die Normalkraft am höchsten Punkt, falls der Wagen am höchsten Punkt die doppelte Geschwindigkeit $v' = 2v$ hat.

Lsg: **a.** $v = \sqrt{gR}$ **b.** $F_\mathrm{N} = 3mg$

13. Sie fahren mit ihrem Auto in eine ebene Kurve mit dem Radius von 20 m. Dabei schwenkt die Kette am Rückspiegel wie auf der Skizze aus.



a. Handelt es sich um eine Rechts- oder Linkskurve.

b. Bestimmen Sie die Geschwindigkeit, mit welcher die Kurve durchfahren wird. (Tipp: Bei fehlenden Angaben verwenden Sie die Skizze dazu.)

Lsg: **a.** links **b.** $v \approx 40\,\mathrm{km/h}$

Literaturverzeichnis

[1] URL: http://de.wikipedia.org/wiki/Mars_Climate_Orbiter, Juni 2012

[2] URL: http://de.wikipedia.org/wiki/Internationales_Einheitensystem, Juni 2012

[3] Wikipetzi, IngenieroLoco - Eigenes Werk. Based on File: Relations between new SI units definitions.png, CC BY-SA 4.0,
URL: https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=40278935

[4] CMS Collaboration, *Combination of results on the rare decays* $B^0_{(s)}$t$\mu^+\mu^-$ *from the CMS and LHCb experiments*, CMS-PAS-BPH-13-007

[5] Aoyama, Tatsumi and Hayakawa, Masashi and Kinoshita, Toichiro and Nio, Makiko, *Tenth-Order QED Contribution to the Electron* $g-2$ *and an Improved Value of the Fine Structure Constant*, Phys. Rev. Lett. Vol. 109, 2012, 10.1103/PhysRevLett.109.111807

[6] URL: http://de.wikipedia.org/wiki/Steradiant, Juni 2012

[7] Aristoteles,

[8] Galileo Galilei, *De motu*, 1590

[9] DMK/DPK, *Formeln und Tafeln*, Orell Füssli, 7. Auflage, 1997

[10] F. A. Brockhaus, *Der grosse Brockhaus*, 16. Auflage, 1955

[11] URL: http://www.quartets.de/acad/firstlaw.html, September 2013

[12] URL: http://www.educ.ethz.ch/unt/um/phy/me/kreis/index

[13] Lewis C. Epstein, *Denksport Physik*, dtv, 9. Auflage, 2011

[14] Harry Nussbaumer, *Astronomie*, 7. Auflage, 1999, vdf Hochschulverlag AG

[15] URL: http://lexikon.astronomie.info/mars/beobachtung2012/, April 2013

[16] Matthias Bartelmann, *Das Standardmodell der Kosmologie, Teil 1 und Teil 2 in Sterne und Weltraum*, Ausgabe: August 2007

[17] Roman Sexl et al. *Einführung in die Physik - Band 1 & 2*, 3. korrigierte Auflage 2009, Sauerländer Verlag AG

[18] Paul A. Tipler, *Physik*, Spektrum Akademischer Verlag Heidelberg, Berlin, Oxford, 2. Auflage, 1994

[19] URL: https://www.etsy.com/ch/listing/1230366346/precision-made-scientific-mechanical

[20] Hans Kammer, Irma Mgeladze, *Physik für Mittelschulen*, 1. Auflage 2010, hep Verlag AG

[21] URL: https://www.auto-motor-und-sport.de/news/aerodynamik-report-spritsparmodelle-aus-dem-windkanal

[22] Wikipedia, URL: http://de.wikipedia.org/wiki/Fluid, August 2013

[23] Basiswissen Schule Physik, Duden Paetec, Berlin 2010

[24] URL: http://www.schulserver.hessen.de/, Oktober 2013

[25] URL: http://www.leifiphysik.de, September 2013

[26] URL: http://photos.zoochat.com, Semptember 2013

[27] URL: http://www.lab-laborfachhandel.de, Oktober 2013

[28] Bissig Michael, *Schwimmwelt, Schwimmen lernen - Schwimmtechnik optimieren*, Schulverlag, Bern,

[29] URL: https://elearning.physik.uni-frankfurt.de/data/FB13-PhysikOnline/lm_data/lm_282/auto/kap09/cd259.htm, März 2014

[30] URL: https://www.vibos.de/veranstaltung/physik-teil-3-von-4-schwingungen-und-wellen, März 2024

[31] URL: https://lp.uni-goettingen.de/get/text/707

[32] E.F.F. Chladni, *Die Akustik*, Taschenbuch Auflage 2012, Nabu Press

[33] URL: http://ephex.phys.ethz.ch, Februar 2015

[34] URL: http://aufzurwahrheit.com/physik/quantenmechanik-5461.html, März 2015

[35] M. Cagnet, M. Françon, J.C. Thierr, *Atlas opitscher Erscheinungen*, Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-New York 1962

[36] Bruno Cappeli et al. *Physik anwenden und verstehen*, Orell Füssli Verlag AG, 2004

[37] Richard P. Feynman, *QED - Die seltsame Theorie des Lichts und der Materie*, Piper, 3. Auflage, 2018

[38] Keith Johnson, *Physics for You: Revised National Curriculum Edition of GCSE*, Nelson Thornes, 2001

[39] URL: https://tu-dresden.de/mn/physik/ressourcen/dateien/studium/lehrveranstaltungen/praktika/pdf/TA.pdf?lang=en, Juli 2018

[40] Wolfgang Demtröder, *Experimentalphysik 1 - Mechanik und Wärme*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2. Auflage, 1998

[41] Unbekannt, *Engraving of Joule's apparatus for measuring the mechanical equivalent of heat*, Harper's New Monthly Magazine, No. 231, August, 1869

[42] URL: http://www.tf.uni-kiel.de, März 2014

[43] URL: http://de.wikipedia.org/wiki/Entropie_(Thermodynamik), März 2014

[44] URL: http://commons.wikimedia.org/wiki/File:20070616_Dampfmaschine.jpg, März 2014

[45] URL: http://en.wikipedia.org/wiki/Image:Bcoulomb.png, März 2014

[46] URL: http://www.bader-frankfurt.de/widerstandscode.htm, August 2014

[47] Carl D. Anderson, *The Positive Electron*. Physical Review 43 (6): 491–494

[48] URL: http://pgd5.physik.hu-berlin.de/elektrostatik/ele12.htm, Oktober 2014

[49] URL: http://www.aip.org/history/lawrence/radlab.htm, Oktober 2014

[50] URL: http://www.solstice.de/grundl_d_tph/exp_besch/exp_besch_04.html, Oktober 2014

[51] URL: https://lp.uni-goettingen.de/get/text/6639, Oktober 2017

[52] URL: https://de.serlo.org/52586/elektromagnetische-wellen, Oktober 2017

[53] URL: https://de.wikipedia.org/wiki/Elektromagnetisches_Spektrum, August 2022

[54] URL: https://de.wikipedia.org/wiki/Zahnradmethode, September 2022

[55] URL: https://de.wikipedia.org/wiki/Datei:Double-Rainbow.jpg, November 2023

[56] URL: https://de.wikipedia.org/wiki/Regenbogen, April 2024

[57] Proton-Proton Kollision, CERN, Lucas Taylor

[58] Ze'ev Rosenkranz, *Albert Einstein – Derrière l'image*, Verlag Neue Zürcher Zeitung, 2005.

[59] Albert Einstein, *Zur Elektrodynamik bewegter Körper*, Annalen der Physik 17 (10): 891–921.

[60] Albert Einstein, *Über die spezielle und die allgemeine Relativitätstheorie*, Springer-Verlag, 23. Auflage, 1988

[61] Wikipedia, https://de.wikipedia.org/wiki/Relativität_der_Gleichzeitigkeit, August 2018

[62] URL: http://static.a-z.ch, März 2015

[63] Max Planck, *Vom Relativen zum Absoluten*, Naturwissenschaften Band 13, 1925

[64] A. H. Compton, *The Spectrum of Scattered X-Rays*, Physical Review 22 (5 1923), S. 409–413

[65] URL: http://www.peter-glowatzki.de, Mai 2015

[66] James Franck, *Transformation of Kinetic Energy of Free Electrons into Excitation Energy of Atoms by Impacts*, Nobel Lectures, Physics 1922-1941

[67] URL: http://www.leifiphysik.de/themenbereiche/quantenobjekt-elektron/versuche, Mai 2015

[68] David Prutchi, Shanni Prutchi, *Exploring Quantum Physics through Hands-on Projects*, Wiley, 1 edition (February 7, 2012)

[69] URL: http://w3.pppl.gov/, September 2015

[70] O. Höfling, Physik. Band II Teil 1, Mechanik, Wärme. 15. Auflage. Ferd. Dümmlers Verlag, Bonn 1994

[71] Kovalente Atomradien auf Basis der Cambridge Structural Database
URL: https://en.wikipedia.org/wiki/Cambridge_Structural_Database, April 2018

[72] G. Audi und A.H. Wapstra, Nuclear Physics A595, 409 (1995)

[73] URL: https://de.wikipedia.org/wiki/Gammastrahlung, April 2018

[74] URL: http://www.wn.de/Muenster/2012/07/Das-Wunder-von..., Juni 2012

[75] L. Susskind und G. Hrabovsky, The Theoretical Minimum - What you need to know to start doing physics, Basic Books, 2014