

Bygge statistisk modeller med kategoriske variabler (ANOVA, t-test)

Christian Magelssen

2021-04-05

Contents

1	Introduksjon	5
2	Datasett	7
2.1	Bør man trene med ett eller flere sett i styrketrening?	7
2.2	Gjennomsnitt for de to gruppene	9
2.3	Figur av datasettet	9
3	Koding av kategoriske prediktorvariabler	11
3.1	Dummykoding	11
4	Bygge statistisk modeller	13
4.1	Introduksjon til modellbygging	13
4.2	Visualisering av ulike statistiske modeller	15
4.3	Modellbygging med ‘Null-Hypothesis Significance Testing (NHST)’	17
5	Sammenligne modeller	27
5.1	ANOVA-tabell (variansanalyse)	28
5.2	Teste (statistisk) om vår alternative modell forklarer mer varians enn null-modellen	30
6	Hvordan finne linjen i modellen?	35
7	T-test - er b_1 signifikant forskjellig fra null?	39
8	Write-up	43

Chapter 1

Introduksjon

I dette kapittelet skal vi lære å bygge statistiske modeller for å teste om **to eller flere grupper er forskjellige på en avhengig variabel som er kontinuerlig**.

En variabel kan sies å være **kontinuerlig** når vi kan bestemme hvor presist vi ønsker å måle den. For eksempel regnes tid som en kontinuerlig variabel fordi det (i prinsippet) ikke finnes noen grenser hvor presist vi kan måle tid; vi kan måle det i år, måneder, uker, dager, timer, minutter, sekunder, tideler, hundredeler eller tusendeler.

Grupper defineres i psykologifaget som en samling mennesker som deler bestemte karakterstikker. Det kan være spillere på et fotballag, individer på et treningssenter, eller menn og kvinner. Dette er også eksempler på naturlig inndelte grupper i samfunnet. Noen ganger kan det være interessant å se om disse gruppene er forskjellige. For eksempel kan det være interessant å se om individer som trener på treningssenter er sterkere enn de som ikke trener på treningssenter.

Andre ganger kan det være interessant å teste om to grupper, som var like før et eksperiment, har blitt forskjellige fordi vi har behandlet dem ulikt. Vi randomiserer individer i to ulike grupper, slik at vi sikrer at vi blander disse individene godt (f.eks kjønn, motivasjon, interesser). Hvis eksperimentet har blitt gjennomført godt at det ikke er noen andre forklaringer på at disse to gruppene har blitt forskjellige etter intervensjonsperioden, så kan vi trekke en slutning om disse to gruppene trolig ikke kommer fra samme populasjon lenger; eksperimentet har gjort at disse to gruppene trolig kommer fra to forskjellige populasjoner.

Chapter 2

Datasett

2.1 Bør man trene med ett eller flere sett i styrketrening?

Mange utrente lurer på hvor mange serier de bør gjennomføre for å oppnå maksimal treningseffekt i styrketrening. Noen føler at de blir slitne etter ett sett og at dette derfor er tilstrekkelig. Andre mener at et hardere treningstimuli er nødvendig, selv om man er utrent, og at to eller flere sett derfor er bedre. En forsker som var tidlig ute med å undersøke var Bent Rønnestad (Rønnestad et al., 2007)

Eksperimentet ble gjennomført som et **between-subject design** med to grupper: * en gruppe trente 1 sett på underkroppen og 3 sett på overkroppen * en annen gruppe trente 3 sett på underkroppen og 1 sett på overkroppen.

Disse gruppene kalte han henholdsvis **1L-3U** og **3L-1U** (L=lower; U=Upper).

De to gruppene trente 3 ganger i uken i totalt 11 uker. Forskergruppen ville så se hva som ga mest fremgang i 1RM på underkroppsøvelser. Den avhengige variabelen ble derfor %-fremgang på 1RM på underkroppsøvelser.



Vi har ikke tilgang til dette datasettet, men vi har simulert dette datasettet i R basert på verdiene som ble oppgitt i artikkelen. Datasettet blir tilnærmet likt, men siden det er en simulering blir det aldri helt identisk. Datasettet ser du i tabellen under.

Du kan få nøyaktig samme datasett ved å klippe ut og lime inn følgende kode i en skript-fil i R (husk å laste inn tidyverse-pakken, `library(tidyverse)`). Du kan også laste ned datasettet som en .csv fil fra canvas.

```
set.seed(2002) #viktig å ha med denne for å få nøyaktig samme datasett
tre.sett <- rnorm(n = 12, mean = 41, sd = 5) #12 individer
ett.sett <- rnorm(n = 12, mean = 21, sd = 5) #12 individer

#lager en tibble fra tidyverse-pakken. Må ha lastet inn tidyverse library(tidyverse) i
dat <- tibble(individ = seq(1:24),
              gruppe = rep(c("tre.sett ", "ett.sett"), c(length(tre.sett), length(ett.sett))),
              rm = c(tre.sett , ett.sett))
```

Oppgave Før du går videre er det greit at du gjør deg kjent med datasettet som vi har generert. Studer datasettet og svar på følgende spørsmål:

- Hvor mange kolonner er det i tabellen over?
- Hvor mange deltakere var med i studien?
- Hvilke to verdier har variabelen 'gruppe'? og

2.2 Gjennomsnitt for de to gruppene

Bra! Det er alltid viktig å bli kjent med sitt eget datasett, men nå som du har det kan vi gå videre. Vi er interessert i om det er forskjeller mellom de to gruppene ("tre.sett" vs. ett.sett) på % fremgang fra pre- til post-test. Så kanskje vi kan starte med å se om det er forskjeller i gjennomsnitt mellom to gruppene? Dette kan enkelt gjøres i R, Jamovi eller excel. Her er en kode for å løse dette i R:

Table 2.1: Simulert datasett

individ	gruppe	rm
1	tre.sett	40.46704
2	tre.sett	49.07223
3	tre.sett	47.94131
4	tre.sett	44.51389
5	tre.sett	52.28750
6	tre.sett	40.01750
7	tre.sett	49.48425
8	tre.sett	29.21048
9	tre.sett	40.59293
10	tre.sett	37.58676
11	tre.sett	35.42651
12	tre.sett	42.49354
13	ett.sett	17.70576
14	ett.sett	17.07181
15	ett.sett	18.26811
16	ett.sett	25.42594
17	ett.sett	32.70313
18	ett.sett	19.10226
19	ett.sett	22.23827
20	ett.sett	22.27148
21	ett.sett	26.17889
22	ett.sett	20.34857
23	ett.sett	23.52773
24	ett.sett	17.95966

```
#jeg lager et oobjekt som heter mean_rm
mean_rm <- dat %>%
  #Jeg grupperer etter gruppe, slik at jeg får et mean for hver gruppe istf. for å få
  #group_by er en funksjon for dette
  group_by(gruppe) %>%
  #deretter bruker jeg summarise funksjonen for å regne gjennomsnitt
  summarise(mean.fremgang.1RM = mean(rm))
```

Koden gir oss følgende tabell: \begin{table}

\caption{Gjennomsnittlige %-vis fremgang for de to gruppene}

gruppe	mean.fremgang.1RM
ett.sett	21.90013
tre.sett	42.42450

\end{table} **Oppgave a)** Hvilken gruppe hadde mest fremgang? ett.sett
tre.sett‘

2.3 Figur av datasettet

Vi kan også presentere dataen i en figur. For denne typen data er det veldig vanlig å bruke et **stolpediagram**:

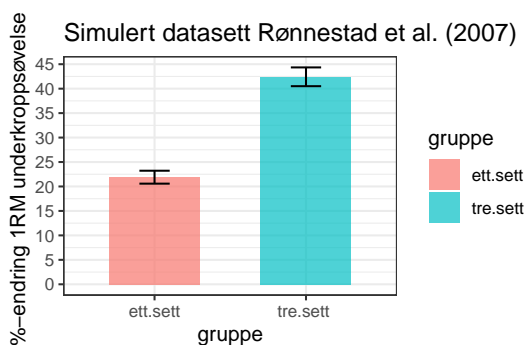


Figure 2.1: Modeller med forskjellig b1

Et stolpediagram er pent å se på, men er egentlig designet for å kategoriske data. For eksempel er det fint å bruke dette når vi skal presentere frekvensen antall som har kjørt bil til skolen og antall personer som har gått. Les (Weissgerber et al., 2015)(<https://journals.plos.org/plosbiology/article?id=10.1371/journal.pbio.1002128>).

Deretter svar på følgende spørsmål for å se om du har forstått problemene ved å bruke stolpediagram på kontinuerlig data.

Oppgave.

- a. Stolpediagram er designet for kontinuerlig kategorisk data.
- b. Høyden på stolpen representerer (bruk det norske begrepet!), hvilket vil si at det også må ligge noen observasjoner over og under stolpen.
- c. Et stolpediagram viser ikke standard error standardavvik CI fordelingen av observasjonene, og dette spesielt være problematisk ved store små.
- d. Forfatterne av artikkelen anbefaler mer bruk av bar graph scatterplot for kontinuerlige variabler.
- e. Ofte er det brukt error sammen med stolpediagram.

Hvis man likevel ønsker å bruke et stolpediagram for å presentere dataen er det viktig at man forteller om man har brukt SE, SD eller CI. Standard error for gjennomsnittet regnes ved å ta SD/\sqrt{N} , så ved store utvalg vil standard error være høyt lite. Standardavviket er kun $\sqrt{\text{varians}/n - 1}$, så denne vil i større mindre grad være påvirket av utvalgsstørrelsen”.

Chapter 3

Koding av kategoriske prediktorvariabler

I tabellen på forrige kan du se at vi har en tabell med tre kolonner: en kolonne for hver variabel vi har i vårt datasett.

- Variabelen **gruppe** er en kategorisk variabel som har to ulike verdier: “ett.sett” og “tre.sett”. Dette er de to gruppene som vi skal teste om er forskjellige. I programmeringsverdenen kalles dette for et tekstobjekt, en string eller character. Uansett navn er problemet at vi ikke kan legge ord inn i en statistisk modell. Vi er nødt til å omkode den kategoriske variabelen med tallverdier. Det er flere måter å gjøre dette på, og måten man gjør det på har stor betydning for utfallet av den statistiske analysen.

De forskjellige måtene å kode de kategoriske prediktorvariablene på gir forskjellige resultater. En veldig vanlig måte å gjøre dette på er å bruke **dummykoding**. Dette kan fungere godt når du bygger en statistisk modell slik vi skal gjøre nå. Men dummykoding fungerer ikke hvis du har flere grupper du ønsker å sammenligne, og du ikke ønsker å sammenligne disse gruppene mot en baseline gruppe. Da vil **kontrastkoding** være bedre egnet.

SPSS, R, Jamovi bruker dummykoding som standard, så når du legger disse kategoriske prediktorvariabler inn i slike modeller. Det er viktig å vite!

3.1 Dummykoding

En vanlig metode kalles **dummykoding** eller **treatment-koding**. Den går ut på å lage en eller flere variabler med 0 og 1 som de to mulige verdiene. Antall

Table 3.1: Dummykodet datasett

individ	gruppe	rm	dummykodet
1	tre.sett	40.46704	1
2	tre.sett	49.07223	1
3	tre.sett	47.94131	1
4	tre.sett	44.51389	1
5	tre.sett	52.28750	1
6	tre.sett	40.01750	1
7	tre.sett	49.48425	1
8	tre.sett	29.21048	1
9	tre.sett	40.59293	1
10	tre.sett	37.58676	1
11	tre.sett	35.42651	1
12	tre.sett	42.49354	1
13	ett.sett	17.70576	0
14	ett.sett	17.07181	0
15	ett.sett	18.26811	0
16	ett.sett	25.42594	0
17	ett.sett	32.70313	0
18	ett.sett	19.10226	0
19	ett.sett	22.23827	0
20	ett.sett	22.27148	0
21	ett.sett	26.17889	0
22	ett.sett	20.34857	0
23	ett.sett	23.52773	0
24	ett.sett	17.95966	0

variabler vi trenger avhenger av antall grupper vi vil sammenligne. Siden vårt datasett kun inneholder to grupper, så trenger vi kun en variabel. Vi kan den ene gruppen og den andre 1. Hovedregelen er at vi gir 0 til baselinegruppen og 1 til den eksperimentelle gruppen. Vi gir derfor 0 til 1.sett-gruppen og 1 til 3.sett-gruppen. Gjør dette før du går videre.

I R og Jamovi kan du gjøre det med følgende if/else statement. I R kan du bruke følgende kode:

```
#lager et nytt objekt som heter dummykodet.dat
dummykodet.dat <- dat %>%
  # her lager jeg en ny kolonne som heter dummykoder. If gruppe == 'ett.sett', gi verd
  mutate(dummykodet = if_else(gruppe == "ett.sett", 0, 1))
```

I jamovi ville jeg sett følgende video:

Chapter 4

Bygge statistisk modeller

4.1 Introduksjon til modellbygging

Når vi har samlet inn dataen vi trenger blir vår neste oppgave å bygge statistiske modeller som representerer denne dataen. Fordelen med disse modellene er at den gjør dataen mer forståelig. For eksempel er det mye enklere å si hva gjennomsnittet var i en treningsgruppe enn å ramse opp alle de enkelte observasjonene i datasettet. Forståelig nok ønsker vi å bygge modeller som representerer dataen godt, og vi vil bruke helt eksplisitte kriterier for å vurdere disse modellene

Modellene vi skal bygge vil alltid være en variant av ligningen under. Vi bare bytter ut det i parantesen med en spesifikk modell som vi ønsker å bygge.

$$data_i = (modell) + error_i$$

Mange frykter ligninger. Vi også. Men det er ikke så ille når man blir vant til det. Vi kommer til å bruke den samme ligningen til alle våre statistiske tester.

Dessuten hjelper ligninger oss til å huske informasjon bedre.

La oss bryte denne ligningen over:

- **Data** er den faktiske observasjonen et individ har på den avhengige variabelen, som i vårt tilfelle % fremgang i 1RM underkroppsovelser.
- **Modell** er egentlig bare en representasjon av denne dataen-
- **Error** er hvor mye modellen bommer fra den faktisk observasjonen (dvs. data).

Legg merke til den lille i -en som står bak data og error i ligningen. i -en betyr individ og betyr bare at vi kan bruke en modell til å si noe om hva et individ hadde på den avhengige variabelen. Vi kan erstatte i -en med 3 eller 8. Da betyr det bare at vi kan bruke en modell til å si noe om individ 3 og 8. Vi bruker i for å holde det generelt

Ligningen i praksis

Ligningen over blir mer oppklarende om vi bruker et eksempel:

Forestill deg at du er lege, og at du får inn en pasient som sier hun har feber. Du vet at den normale kroppstemperaturen i populasjonen er ~ 37 , så det er naturlig å tenke at du kan bruke 37 som modell.

$$kroppstemperatur_i = 37 + error_i$$

Det neste du gjør er å ta en febermåling av pasienten, og du måler kroppstemperaturen til å være 40.

$$40 = 37 + error$$

Modellen din bommer med 3 grader, fordi $40 - 37 = 3$. Vi kaller slike feil for error.

$$40 = 37 + 3$$

Formelt sett regner vi error for en hvilken som helst modell ved å få error i ligningen alene, ved å reorganisere ligningen.

$$data_i = modell + error_i$$

$$error_i = data_i - modell$$

$$3 = 40 - 37$$

Du har bygget din første modell - Gratulerer!

Du har bygget din første modell. Modellen var riktignok enkel, men du vil snart se at de andre modellene vi skal bygge er veldig like. Den største forskjellen er at modellen ikke blir bygget for å passe perfekt til ett enkelt individ, men til et helt datasett. **Dette er viktig!** I en studie hvor du har mange deltakere med, ønsker vi at modellen skal være en god representasjon av alle disse individene. Med andre ord bør erroren i modell være så liten som mulig

Modeller Det er en mer korrekt og presis måte å skrive ligningen under på, og som du ofte ser i artikler og statistikkbøker:

Vi kommer til å benytte denne måten å skrive på fordi det er den dere ser i statistikkbøker og artikler. Tolkningen er akkurat lik.

$$data_i = (modell) + error_i$$

$$Y_i = (b_0) + error_i$$

Her er Y_i den avhengige variabelen for et individ, i . Hvis det kun står b_0 , så betyr det at vi kun estimerer ett enkelt parameter. I slike tilfeller bruker vi kun ett enkelt parameter til å si noe om hva det enkelte individ hadde i observasjon på den avhengig variabelen, og da predikerer modellen likt for alle individene.

Vi kan også bruke en mer kompleks modell, som i ligningen under:

$$Y_i = (b_0 + b_1 X_i) + error$$

X_i er dette individets faktiske måling på variabel, X, som vi ofte kaller for prediktorvariabel. Prediktorvariabelen har også b_1 heftet på seg. Denne forteller oss forholdet mellom prediktorvariabelen (X_i) og den avhengig variabelen (Y_i). b_0 blir her vår prediksjon når X_i er **null** og **0**.

””

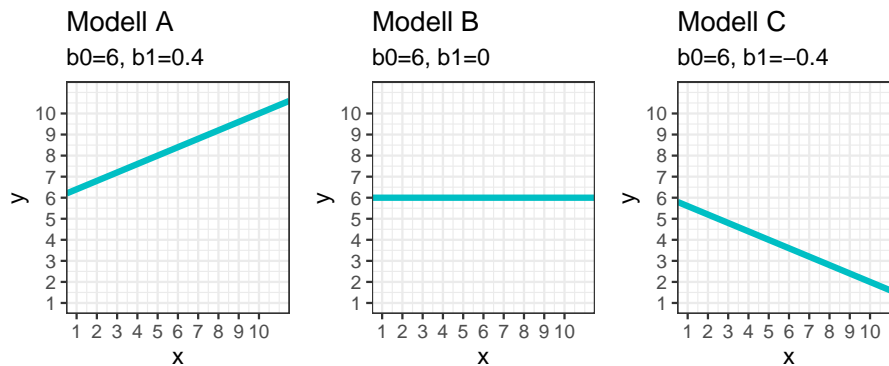
4.2 Visualisering av ulike statistiske modeller

Vi skal nå visualisere ulike modeller for å få en bedre forståelse av hva ulike modeller sier oss. I figurene under ser tre ulike modeller med uinteressante X og Y variabler. Alle har samme b_0 , mens de har forskjellig b_1 . Husk at b_1 forteller om relasjonen mellom X og Y.

Måten du skal tolke på b_1 på: For **hver enhets økning i X**, dvs. gå fra 1 til 2, 3 til 4, eller 6 til 7, **forventer vi at Y øker med verdien på b_1** . På norsk kalles b_1 for **stigningstallet**. Hvis b_1 er 0, er det ingen relasjon mellom X og Y i vårt datasett.

- I **modell A** ser du at når X øker, øker Y med 0.4 **for hver enhets økning i X**.
- I **modell B** er det ingen relasjon mellom X og Y, så for en enhets økning i X, vil vi forvente at Y forblir den samme.

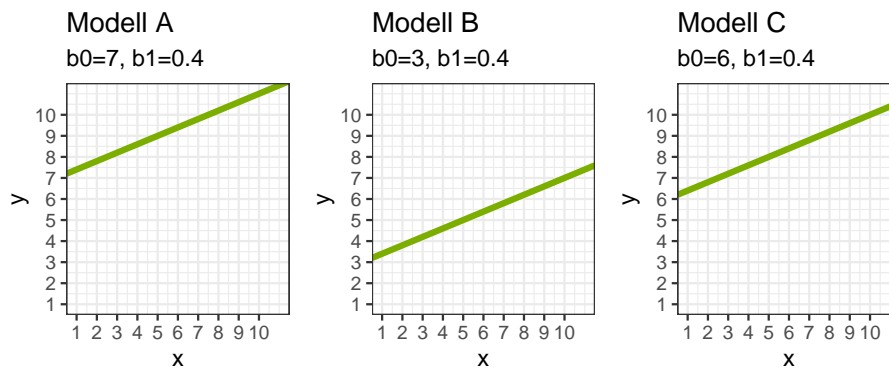
- I **modell C** er det en negativ relasjon mellom X og Y . Denne modellen sier at for en enhets økning i X , vil vi forvente at Y går ned med 0.4 (siden den er negativ).

Figure 4.1: Modeller med forskjellig b_1

Oppgave

- a. La oss si at vi hatt med et målt et individ sin X til å være 8. Hvis du bruker modell A, hva vil du forvente at denne personen har på Y ?

I figuren ser du tre modeller som har forskjellige b_0 , men samme b_1 . b_0 er verdien på Y når X er 0.

Figure 4.2: Modeller med forskjellig b_0

- Oppgave b.** La oss si at vi hatt med et målt et individ sin X og Y (du kan bytte ut X og Y med hvilken som helst variabel (f.eks. høyde, vekt), hvis du

4.3. MODELLBYGGING MED 'NULL-HYPOTHESIS SIGNIFICANCE TESTING (NHST)' 19

vil). Individet sitt mål på X er 3. Hvis du bruker modell B, hva vil du forvente at denne personen har på Y?

I figuren under ser du vårt datasett. På Y-aksen har vi plottet % fremgang i RM for deltakerne våre. På X-aksen har vi plottet de to gruppene våre som vi har dummykodet med 0 og 1.

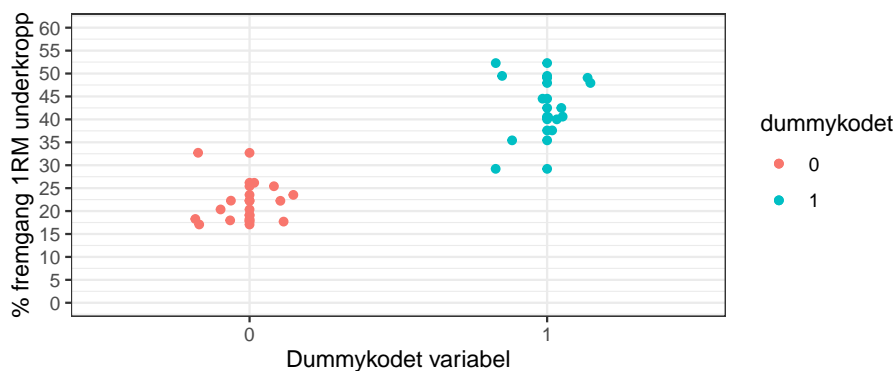


Figure 4.3: Vår data

- c. Med utgangspunkt i figuren, hvordan vil du omtrent beskrive en modell som kan passe denne dataen godt?

Det er ingen relasjon mellom vår dummykodede variabel og % fremgang 1RM. Modellen vår ser ut til å ha en b_0 på ~ 20 og en b_1 på ~ 20 . Modellen vår ser ut til å ha en b_0 på ~ 10 og en b_1 på ~ 40 . Det er en negativ relasjon mellom vår dummykodede variabel og % fremgang 1RM.

4.3 Modellbygging med 'Null-Hypothesis Significance Testing (NHST)'

Nå som du har en fått en innføring i hvordan du kan bygge modeller er det på tide at vi begynner å spesifisere hvilke modeller vi skal bygge. Som du sikkert er kjent med jobber forskere innenfor et paradigme som kalles for **Null-Hypothesis Significance Testing (NHST)**. Dette går ut på at forskeren fremstiller to hypoteser:

1. **H₀**: En null-hypotese som sier at det ikke er noen effekt (f.eks. ingen forskjeller mellom grupper, ingen sammenheng mellom variablene)
2. **H₁**: En alternativ/eksperimentell hypotese som sier at det er en effekt (f.eks. det er en forskjell mellom gruppene)

For å teste disse hypotesene må forskeren bygge to modeller: * en modell for null-hypotesen (vi kaller denne for **null-modellen**) * en alternativ-modell som sier det at det er en relasjon eller forskjeller mellom grupper.

Vi regner ut hvor mye error det er i hver av disse modellene for å se hvilke av disse modellene vi gjør det lurt å benytte. Husk at målet er å benytte modeller som er gode og som har lite error. Hvis null-modellen er god nok, så er det ikke noe poeng å bruke den alternative modellen. Men hvis den alternative modellen er mye bedre enn null-modellen, da bør benytte denne.

Statistikken hjelper oss med å ta en beslutning om hvilke av disse modellene vi skal bruke. Forskeren gjennomfører deretter en **statistisk test** som representerer den alternative hypotesen. Utfallet av testen er en **verdi**, for eksempel en *z-verdi*, *t-verdi* eller *f-verdi*, som vi kan bruke til å regne ut sannsynligheten (*p-verdi*)for, gitt at null-hypotesen er sann. Forskjellige tester opererer med forskjellige navn på verdiene sine (sorry, men det er bare slik det er).

4.3.1 Null-modellen (null-hypotesen)

I vår studie ønsker vi å teste om det er forskjeller mellom de to gruppene som har blitt disponert for ulikt treningsopplegg (3 versus 1 sett). Husk at vi har laget en variabel hvor vi har kodet disse som 0 og 1; 0 hvis de trente med ett sett og 1 hvis de trente tre sett. Null-hypotesen er at det ikke er noen forskjeller mellom gruppene. I så fall er gjennomsnittet 1 RM fremgang av alle deltakerne kanskje en god modell. Dette er modellen som representerer null-hypotesen. Med andre ord vår null-modell

$$Y_i = (b_0) + error$$

$$fremgang.1RM = (mean) + error$$

Det er ofte enklere å se denne modellen i tabellform, slik som dere ser under.

Null-modellen (mean)

individ

gruppe

rm

modell.mean

error

1

tre.sett

4.3. MODELLBYGGING MED 'NULL-HYPOTHESIS SIGNIFICANCE TESTING (NHST)' 21

40.467

32.162

8.305

2

tre.sett

49.072

32.162

16.910

3

tre.sett

47.941

32.162

15.779

4

tre.sett

44.514

32.162

12.352

5

tre.sett

52.288

32.162

20.125

6

tre.sett

40.018

32.162

7.855

7

tre.sett

49.484

32.162

17.322

8

tre.sett

29.210

32.162

-2.952

9

tre.sett

40.593

32.162

8.431

10

tre.sett

37.587

32.162

5.424

11

tre.sett

35.427

32.162

3.264

12

tre.sett

42.494

32.162

10.331

13

ett.sett

17.706

32.162

4.3. MODELLBYGGING MED 'NULL-HYPOTHESIS SIGNIFICANCE TESTING (NHST)'23

-14.457

14

ett.sett

17.072

32.162

-15.091

15

ett.sett

18.268

32.162

-13.894

16

ett.sett

25.426

32.162

-6.736

17

ett.sett

32.703

32.162

0.541

18

ett.sett

19.102

32.162

-13.060

19

ett.sett

22.238

32.162

-9.924

20

ett.sett

22.271

32.162

-9.891

21

ett.sett

26.179

32.162

-5.983

22

ett.sett

20.349

32.162

-11.814

23

ett.sett

23.528

32.162

-8.635

24

ett.sett

17.960

32.162

-14.203

Oppgave

La oss prøve hvordan denne modellen virker. For individ 1 målte vi en fremgang i 1RM underkropp på **40.467**, men modellen vår sa **32.162**. Så modellen bommet med 8.305, dvs. en error på **8.305**.

$$fremgang.1RM = (mean) + error$$

$$40.467 = 32.162 + 8.305$$

4.3. MODELLBYGGING MED 'NULL-HYPOTHESIS SIGNIFICANCE TESTING (NHST)' 25

- a. Prøv modellen du også: For individ nr. 8, sier modellen at individet hadde en skår på , men denne personen hadde faktisk en skår på . Modellen bommet derfor med .

Vi kan fortsette slik for alle deltakerne vi har hatt med i studien. Husk at vi ikke er interessert i hvor mye bommer for hvert enkelt individ, men for alle indivdene.

- b. Hva får du hvis du summerer all erroren for alle individene? null 0 3 -3.

tenk over hvorfor du får dette svaret før du leser videre.

Som du så i forrige oppgave blir det feil å summere alle erroren, vi kan løse dette effektivt ved å regne **Sum of Squared Error**. Det vi gjør er å gange error med seg selv ($error^2$) før vi summerer alt dette sammen.

- c. Hvis vi regner ut **Sum of Squared Error** for null-modellen får vi:

Dette tallet er viktig! Dette er null-hypotesen vår! Hvis det ikke er noen forskjell mellom de to treningsgruppene våre er det like greit å bruke denne null-modellen. Men hvis vi finner ut at modellen vår blir bedre (dvs. reduserer Sum of Squared Error) ved å legge til en prediktorvariabel som består av gruppevariabelen vår, da bør vi gjøre dette.

Før du går videre er det greit å visualisere hvordan null-hypotesen ser ut rent visuelt. Den prikkete streken i figuren under representerer modellen vår som er mean. Som du ser, så gjør den ingen justeringer for de ulike individene. Erroren er avstanden fra den linjen og opp til hvert datapunkt. Så hvis vi får til å bygge en bedre modell så vil denne avstanden reduseres for alle individene.

4.3.2 Alternativ modell (alternativ hypotese)

I forrige avsnitt sa vi at **null-hypotesen (H0)** representerer en en modell som gir samme prediksjon for alle deltakerne som var med i studien uavhengig av hvilken treningsgruppe de tilhører. Vi kalte denne for null-modellen. Vi regnet oss også frem til at denne modellen ga oss en Sum of Squared error på 3243.784.

Spørsmålet vi skal stille i dette nå er om vi kan redusere error fra denne ved å benytte en mer kompleks modell som benytter (vår dummykodede kategoriske variabel) som prediktorvariabel:

$$Y_i = (b_0 + b_1 X_i) + error$$

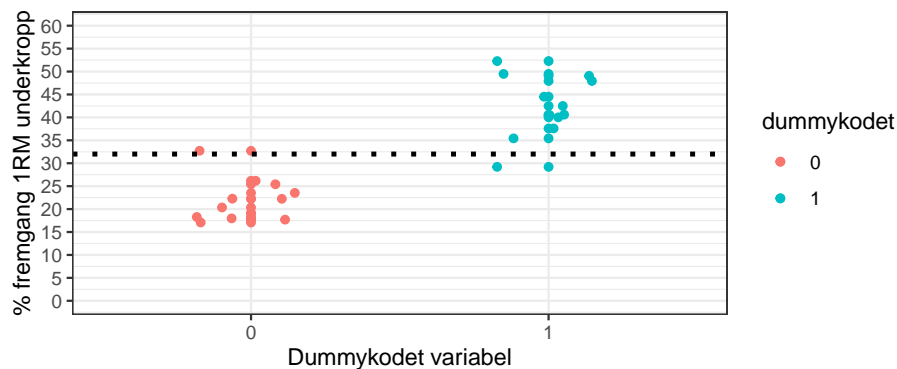


Figure 4.4: Modeller med forskjellig b1

Prediktorvariabelen b1 er en gruppevariabelen vår som vi dummykodet med tallene 0 og 1.

$$Fremgang.1RM_i = b_0 + b_1(Gruppe) + error_i$$

For å holde dette på et overordnet nivå, så vil jeg gi dere de estimerte verdiene for b0 og b1. Målet er å vise dere hvordan denne modellen fungerer. Senere skal gå gjennom hvordan vi regner ut disse verdiene. Trykk her hvis du ønsker å finne ut hvordan du regner ut disse verdiene med en gang.

$$Fremgang.1RM_i = b_0(21.90) + b_1(20.52 * Gruppe) + error_i$$

Modellen sier at vår b0 er 21.90. Dette er den forventede verdien på Y (Fremgang.1RM) når prediktorvariabelen er 0. Modellen sier også at b1 er 20.52. Med andre ord den forventede økning i Y for en enhets økning i X (også kalt stigningstallet). Husk at vi lagde en gruppe-variabel der vi kodet de to gruppene våre med 0 og 1. Så hvis et individ tilhørte gruppe 0, blir vår prediksjon:

$$Fremgang.1RM_i = 21.90 + b_1(20.52 * 0) + error_i$$

Fordi $0 * 20.52 = 0$, blir stående igjen med b0. Vår prediksjon av et individ som tilhører gruppe 0 blir

$$Fremgang.1RM_i = 21.90 + 0 + error_i$$

4.3. MODELLBYGGING MED 'NULL-HYPOTHESIS SIGNIFICANCE TESTING (NHST)' 27

$$Fremgang.1RM_i = 21.90 + error_i$$

Hvis individet derimot tilhører 1 predikerer modellen at individet sin skår blir 42.48.

$$Fremgang.1RM_i = 21.90 + b_1(20.52 * 1) + error_i$$

$$Fremgang.1RM_i = 42.48 + error_i$$

Visualisert fremstilt blir modellen vår seendes slik ut:

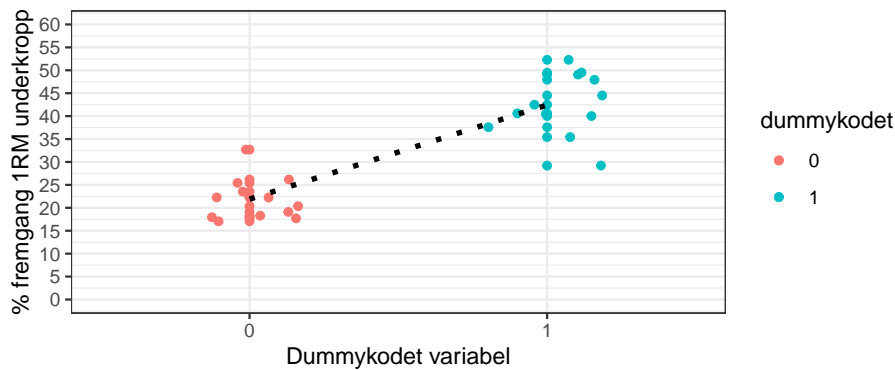


Figure 4.5: Modeller med forskjellig b1

Oppgave Tabellen under viser 6 individer som tilhørte treningsgruppe. Du ser deres faktiske fremgang i 1RM kolonnen. La oss bruke det vi har lært til å predikere disse personene sin fremgang. Vi bruker samme modell som over

$$Fremgang.1RM_i = b_0(21.90) + b_1(20.52 * Gruppe) + error_i$$

- Hva predikerer modellen at individ nummer 3 hadde i skår? (to desimaler)
- Hva hadde individ nr i skår?
- hvor mye error blir det?
- i Squared Error blir denne erroren?
- nå som du har jobbet med denne modellen, så lurer jeg på om det er noe kjent med disse verdiene i modellen. Gå tilbake til [\[link\]](#) hvis du trenger et hint.
- bo er (norskt ord) for gruppen som er kodet med 0.

Table 4.1: Dummy koding

individ	gruppe	rm	dummykodet
1	tre.sett	40.467	1
2	tre.sett	49.072	1
3	tre.sett	47.941	1
4	tre.sett	44.514	1
5	tre.sett	52.288	1
6	tre.sett	40.018	1

g. b1 er (norsk ord) mellom gruppen som er kodet med 0 og gruppen som er kodet med 1.

h. b0 + b1 er (norsk ord) for gruppen som er kodet med 1.

I forrige oppgave regnet du ut error for ett enkelt individ. Men vi er interessert i den totale erroren for modellen. Formelen for denne er:

total error in den alternative modellen:

$$SS_R = \sum_{n=1}^N (observert_i - modell_i)^2$$

Med andre ord er det kvadraten av den faktiske observasjonen - hva modellen sa. Bruk formelen til å regne ut dette. (to desimaler

Chapter 5

Sammenligne modeller

Nå som vi har bygget de to statistiske modellene - **en null-modell** og **en alternativ modell** - hvor går veien videre? Det vi sitter igjen med er en **error** (les sum of squared error) for null-modellen og en error for alternative modellen. Vår neste oppgave er å finne en måte å **sammenligne disse modellene** på. For å gjøre det helt eksplisitt og tydelig, skal vi nå sammenligne om modellen til høyre er bedre enn modellen til venstre.

Når vi sier at en modell er bedre, så mener vi at den vertikale avstanden fra linjen til datapunktene er kort. Hvis det er stor vertikal avstand fra datapunktet til linjen for mange individer, kan det tyde på at vi har en dårlig modell.

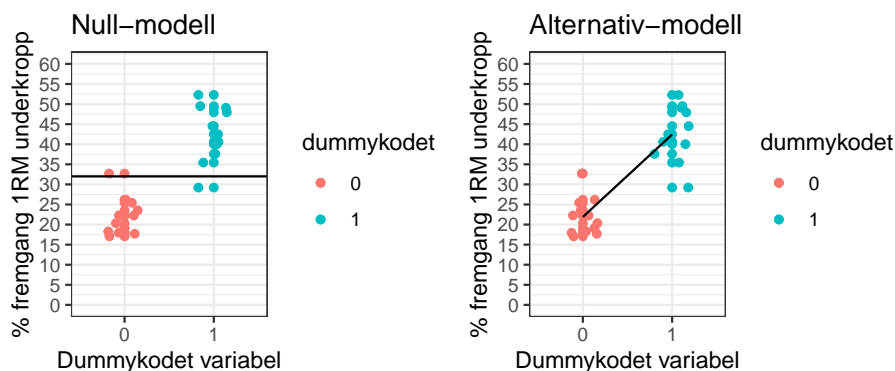


Figure 5.1: Modeller med forskjellig b1

5.1 ANOVA-tabell (variansanalyse)

En måte vi kan sammenligne modeller på er å bruke en ANOVA-tabell, der vi legger inn erroren vi har regnet for de ulike modellene. Dette er en ganske vanlig tabell som dere kommer til å se flere ganger.

ANOVA-tabell

Modell	SS	df	MS	F	R ²
The model sum of squares (SSM)					
The residual sum of squares (SSR)					
The total sum of squares (SST)					

Oppgave

- a. Hva er sum of squared error for null-modellen?

Sett dette inn i total sum of squares (SST)

- b. Hva er sum of squared error for den alternative modellen?

Sett dette inn i residual sum of squares (SSR). Dette er error som er igjen etter at man har brukt den alternative-modellen. Man kaller dette for *residuals*

- c. Hvor mye sum of squared error er redusert ved å bruke den alternative modellen i forhold null-modellen?

Sett dette inn i residual sum of squares (SSM). Dette kalles The model sum of squares (SSM) eller regression i statistiske programmer. Dere regner dette ved å ta (SST-SSM).

Godt jobbet!

Det er ønskelig at SSM er stor fordi det betyr at den alternative modellen vår forklarer mye error. Det kan ofte være lurt å lage figurer for å se dette visuelt. Det er flere måter å gjøre dette på. Vi liker å plote dette i et stolpediagram, slik vi har gjort i figuren under. På denne måten er det enkelt å se om modellen vår (SSM) er en god eller dårlig modell; hvis høyden på stolpen som representerer SSM er høy betyr det at modellen forklarer mye error. I figuren til venstre ser du modellene vi har bygget, og et eksempel på en modell der SSM er høy. Figuren til høyre er ment som et sammenligningsgrunnlag, der vi viser et eksempel på en dårlig modell.

- SST representerer den totale erroren (dvs. erroren vi fikk ved å bruke null-modellen)

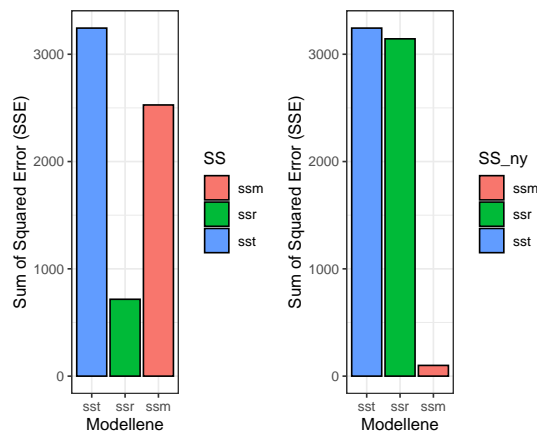


Figure 5.2: SS for de ulike modellene

- SSR representerer hvor mye error som er igjen etter at vi brukte den alternative modellen.
 - SSM er hvor mye error som modellen vår klarte å forklare.
- e. Hvis du sammenligner med figuren til venstre (vår modell) med figuren til høyre (som kun er brukt et eksempel), vil du si at vår alternative modell er god?

ja nei.

d. Hva er (SST) - (SSR)?

e. Hva er (SSR) + (SSM)?

Med erroren vi har tilgjengelig kan vi regne noe som heter proporsjonal feilreduksjon (proportional reduction in error (PRE)). Hvis vi multipliserer dette tallet med 100 (* 100) får vi hvor mange % modellen vår har redusert error med, i forhold til null-modellen. Dette er en effektstørrelse som ofte blir rapportert sammen med ANOVA eller regresjonsanalyser. I ANOVA ser du at man rapporterer denne som n^2 , mens man i regresjonsanalyser kaller denne for R^2 . Vi regner ut det på følgende måte:

$$R^2 = \frac{(SS_T - SS_R)}{SS_T} * 100$$

e. Hvilken verdi får du hvis du regner (SSM/ (SST)) * 100?

(uten %-tegnet)

Det er dessverre mange forskjellige navn på denne verdien. Du vil se at folk bruker PRE, n^2 . Vit at de mener det samme.

Ferdig - Bra jobbet!

5.2 Teste (statistisk) om vår alternative modell forklarer mer varians enn null-modellen

En error-reduksjon på 2527.5 (SS_M), eller 78 % ($(R^2) * 100$), kan høres mye ut. Men et problem med disse størrelsene er at de begge er garantert å øke i takt med antall parametere vi legger til i modellen. Dere har ikke lært dette enda, men vit at vi kunne bygget en modell der vi inkluderer kjønn, alder, treningsstatus som prediktorvariabler. Da ville dere fått en mer kompleks modell:

$$Y_i = b_0 + b_1(Gruppe_i) + b_2(Kjnn_i) + b_3(Treningsstatus_i) + b_4(Alder_i)$$

Hvis vi hadde gjort dette, ville vi fått en høy SS_M eller R^2 . Derfor er det mer interessant å regne ut gjennomsnittlig SS_M per parameter vi har lagt til i modellen (i forhold til null-modellen). Dette kalles **Mean Squared Model (MSM)**, eller gjennomsnittlig squared error for den alternative modellen, og regnes på følgende måte:

$$\text{Mean Squared Model } (MS_M) = SS_M/df_M$$

df_m står for antall frihetsgrader som er lagt til i modellen utover null-modellen. Null-modellen har kun ett parameter (b_0), som er mean, mens vår alternative modell har to parametere (b_0 og b_1). Derfor blir $df_M = (2-1) = 1$.

- a. Regn ut Mean Squared Error (MS_M) og sett det verdien inn i ANOVA-tabellen vår

ANOVA-tabell

Modell	SS	df	MS	F	R^2
The model sum of squares (SSM)	2527.5				0.78
The residual sum of squares (SSR)	716.2875				
The total sum of squares (SST)	3243.784				

5.2. TESTE (STATISTISK) OM VÅR ALTERNATIVE MODELL FORKLARER MER VARIANS ENN NULL-MODELLEN

Det vi ønsker at dere tar med dere fra denne oppgaven er at en høy SS_M eller R^2 er **mer imponerende hvis vi kun har lagt til ett ekstra parameter enn hvis vi hadde lagt til f.eks. 10 parametere**. Enig?

Bra!

Det siste vi skal gjøre er å sammenligne MS_M med MS_R . MS_R er SS_R , den erroren som er igjen etter at vi har brukt den alternative modellen, **delt på antall parametere som i prinsippet kunne vill lagt til i modellen**. I prinsippet står vi fritt til å legge til så mange parametere i modellen som vi ønsker, men antall parametere kan aldri overstige antall deltakere i studien. Men fordi vi allerede har brukt to parametere i den alternative modellen, kan vi kun legge til $(24 - 2) = 22$ parametere.

$$\text{Mean Squared Residual (MSR)} = SS_R/df_R$$

- b. Regn ut Mean Squared Residual (MS_R) og sett det verdien inn i ANOVA-tabellen vår

ANOVA-tabell

Modell	SS	df	MS	F	R^2
The model sum of squares (SSM)	2527.5		2527.5		0.78
The residual sum of squares (SSR)	716.2875				
The total sum of squares (SST)	3243.784				

MS_R er gjenstående error per parameter som potensielt kunne blitt lagt til i modellen. Med andre ord er det den gjennomsnittlige erroren som er igjen per parameter som kunne blitt lagt til i modellen. Enig?

Vi er endelig i mål!

Nå har vi gjort alle utregningene, og vi kan bare sammenligne disse to størrelsene (MS_M versus MS_R) med hverandre. Dette kalles en **F-test**.

$$F = \frac{MS_M}{MS_R}$$

- c. Regn ut vår F-verdi og sett den inn i vår ANOVA-tabell

ANOVA-tabell

Modell	SS	df	MS	F	R ²
The model sum of squares (SSM)	2527.5	1	2527.5		0.78
The residual sum of squares (SSR)	716.2875	22	32.55852		
The total sum of squares (SST)	3243.784				

Vi kan se at vår F-verdi er 77.63, og at p-verdien er < 0.001 . Denne verdien (vises ikke i figuren under pga. størrelsen) er høyere enn vår kritiske verdi (den røde streken) for 0.05 ved $df_M = 1$ og $df_R = 22$. Vi sier derfor at vår modell er signifikant, hvilket vil si at den har forbedret vår evne til å predikere utfallsvariabelen. En F-fordeling ser veldig lik ut som en z- og t-fordeling, og fungerer på samme måte: Vi regner ut en F-verdi, og spør om sannsynligheten for å oppnå en slik verdi gitt at null-hypotesen er sann. Null-hypotesen i en F-test er at den alternative modellen ikke forklarer noe varians. Med andre ord at $R^2 = 0$.

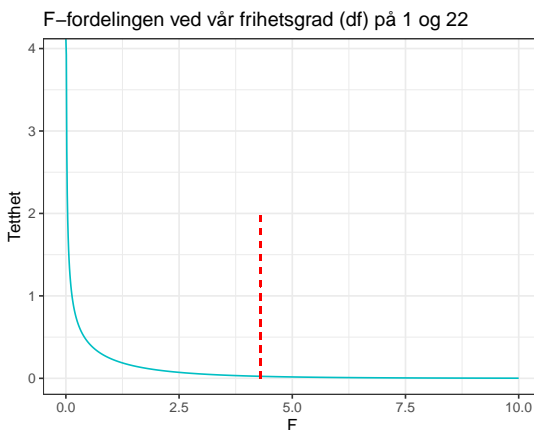


Figure 5.3: F-test

Done!

Da er det bare å sette seg tilbake å nyte denne sangen:

Hvis dette ikke var forståelig foreslår jeg følgende tutorials: -

<https://www.youtube.com/watch?v=eSJAjlavPwU> -

<https://www.youtube.com/watch?v=0xWDulRHd9M> -

<https://www.youtube.com/watch?v=iAE4UeoVE9A> -

<https://www.youtube.com/watch?v=OK4Xns4zabs>

#aov er en forkortelse for analysis of variance (ANOVA)

#dette er funksjon som kommer mer R.

```
summary(aov(rm ~ dummykodet, dat))
```

5.2. TESTE (STATISTISK) OM VÅR ALTERNATIVE MODELL FORKLARER MER VARIANS ENN NULL-MODELLEN

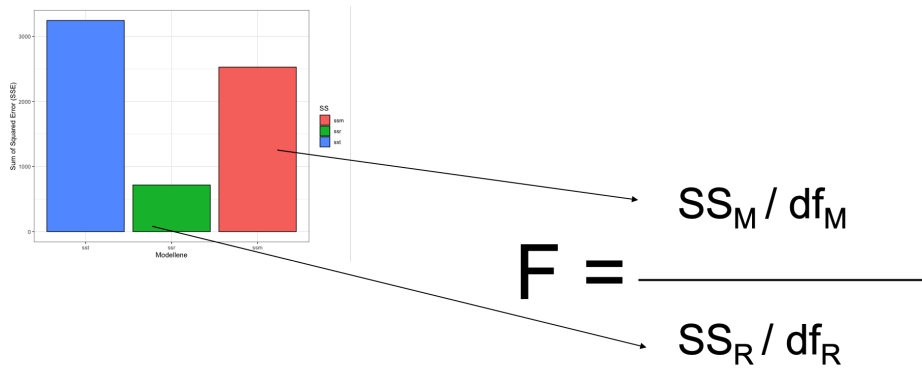


Figure 5.4: F-testen

```
##           Df Sum Sq Mean Sq F value   Pr(>F)
## dummykodet  1 2527.5  2527.5    77.63 1.15e-08 ***
## Residuals  22  716.3    32.6
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```


Chapter 6

Hvordan finne linjen i modellen?

Nå som vi er kjent med hvordan vi kan bygge og teste statistiske modeller, er det på tide å vise hvordan vi finner regresjonslinjen som vi skal bruke. Mer presist, hvilke verdier skal vi ha for b_0 og b_1 som beskriver denne linjen? Hittil har dere fått disse verdiene av meg, men det vi skal lære nå er hvordan vi kan regne ut disse verdiene for hånd. En viktig sannhet om denne linjen er at regresjonslinjen (les modellen) er plassert slik at den reduserer Sum of Squared Error mest mulig. Med andre ord, verdiene på b_0 og b_1 (som beskriver denne linjen) er slik at det er umulig å redusere error mer. Spørsmålet er hvordan vi finner verdiene på b_0 og b_1 som beskriver denne linjen. En tilnærming kan være å gjette seg fram til hva b_0 og b_1 skal være. Vi kan teste ut ulike verdier for b_0 og b_1 , og evaluere hvor mye sum of Squared Error disse gir. I figuren under har jeg prøvd tre ulike modeller, og regner ut hvor mye sum of squared error disse gir.

Oppgave a) Hvilken av modellene over gir mest sum of squared error?
(SSModel)

$b_0=30$ $b_1=7$ $b_0=25$ $b_1=28$ $b_0=10$ $b_1=30$

Vi kan holde på slik med slik prøving-og-feiling til vi faktisk finner linjen som reduserer error mest. Det er bare å teste nok verdier. **Minste kvadraters metode** garanterer oss å alltid gi oss er svar. Jeg har laget en video til dere som viser vi kan prøve-og-feile til vi kommer frem til en løsning (se denne):

Det er en mer effektiv måte å løse dette problemet på. For å finne **b_1** kan vi bruke følgende formel:

$$b_1 = \frac{SCP}{SS_x}$$

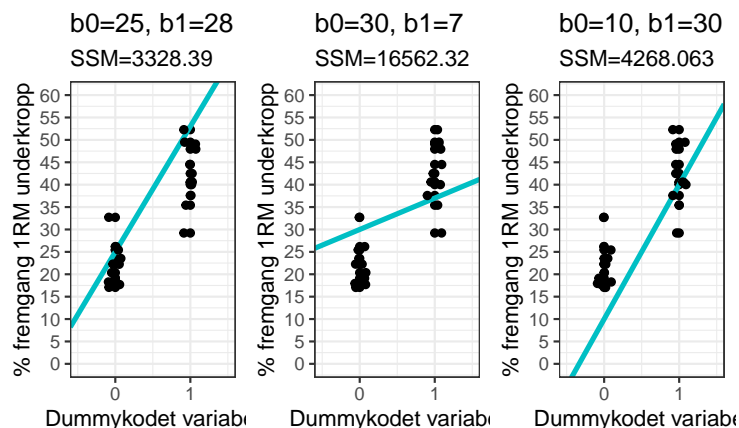


Figure 6.1: Ulike linjer

Her var det et nytt begrep, **SCP**. SCP står for sum of cross-product deviations. Det brukes til å finne relasjonen mellom to variabler, og er grunnlaget for en rekke utregninger i statistikken, så det kan være lurt å lære seg. SCP finner ut av om en person som er over eller under gjennomsnittet på en variabel, også er over eller under gjennomsnittet på den andre variabelen.

$$b_1 = \frac{SCP = \sum_{n=1}^N (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{SS_x}$$

\bar{x} er gjennomsnittet på x-variabelen (gruppe), mens \bar{y} er gjennomsnittet for y-variabelen (1RM). I tabellen under ser du hvordan vi regner dette. Kolonnen CrossProduct er $(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$.

$$b_1 = \frac{SCP = 20.52436}{SS_x}$$

Nå som vi har regnet SCP er det bare å regne SS_x (sum of squared error for prediktorvariabelen) er fordi man ønsker å ta høyde for hvor mye prediktorvariabelen avviker fra mean. Jeg har dessverre ikke noen supergod forklaring, og jeg synes heller ikke Field forklarer dette godt. Så jeg bare vet at jeg må gjøre det.

$$b_1 = \frac{SCP = 20.52436}{6}$$

$$b_1 = 20.52436$$

Table 6.1: Utregning av Sum of Cross Product (SCP)

individ	gruppe	gj.snitt.x	error.x	rm	gj.snitt.y	error.y	CrossProduct
1	1	0.5	0.5	40.46704	32.16231	8.3047301	4.1523651
2	1	0.5	0.5	49.07223	32.16231	16.9099106	8.4549553
3	1	0.5	0.5	47.94131	32.16231	15.7789994	7.8894997
4	1	0.5	0.5	44.51389	32.16231	12.3515740	6.1757870
5	1	0.5	0.5	52.28750	32.16231	20.1251864	10.0625932
6	1	0.5	0.5	40.01750	32.16231	7.8551872	3.9275936
7	1	0.5	0.5	49.48425	32.16231	17.3219362	8.6609681
8	1	0.5	0.5	29.21048	32.16231	-2.9518368	-1.4759184
9	1	0.5	0.5	40.59293	32.16231	8.4306117	4.2153059
10	1	0.5	0.5	37.58676	32.16231	5.4244472	2.7122236
11	1	0.5	0.5	35.42651	32.16231	3.2641906	1.6320953
12	1	0.5	0.5	42.49354	32.16231	10.3312265	5.1656133
13	0	0.5	-0.5	17.70576	32.16231	-14.4565510	7.2282755
14	0	0.5	-0.5	17.07181	32.16231	-15.0905068	7.5452534
15	0	0.5	-0.5	18.26811	32.16231	-13.8942055	6.9471027
16	0	0.5	-0.5	25.42594	32.16231	-6.7363771	3.3681886
17	0	0.5	-0.5	32.70313	32.16231	0.5408147	-0.2704074
18	0	0.5	-0.5	19.10226	32.16231	-13.0600552	6.5300276
19	0	0.5	-0.5	22.23827	32.16231	-9.9240435	4.9620217
20	0	0.5	-0.5	22.27148	32.16231	-9.8908322	4.9454161
21	0	0.5	-0.5	26.17889	32.16231	-5.9834246	2.9917123
22	0	0.5	-0.5	20.34857	32.16231	-11.8137453	5.9068726
23	0	0.5	-0.5	23.52773	32.16231	-8.6345853	4.3172926
24	0	0.5	-0.5	17.95966	32.16231	-14.2026514	7.1013257

Nå gjenstår det bare å finne $\mathbf{b_0}$. Denne er enkel å finne når vi først har funnet $\mathbf{b0}$. Husk at modellen vår er en ligning, så ved enkelt finne $\mathbf{b0}$ ved omorganisere ligningen: trekker vi fra b_1X_i på hver side av likhetstegnet får vi $\mathbf{b0}$ alene:

$$Y_i = (b_0 + b_1X_i)$$

$$Y_i - b_1X_i = (b_0)$$

Men må ligningen med verdier. Og da bruker man gjennomsnittet for Y variabelen og gjennomsnittet for X variabelen.

$$32.16231 - (20.52436 * 0.5) = (21.90013)$$

Chapter 7

T-test - er b_1 signifikant forskjellig fra null?

En F-test tester om vår alternative modell er en bedre modell enn null-modellen, totalsett. Men det kanskje mest interessante spørsmålet er fremdeles er fremdeles delvis ubesvart: *** er b_1 i modellen vår, altså vårt stigningstall som representer den forventede endringen i utfallet for en enhets endring i prediktorvariabeln, signifikant forskjellig fra null?**

Før du leser videre, forsøk å forestill deg hvordan en modell med en b_1 som er 0 ser ut? Deretter se på figurene under

- Hvis b_1 er 0, er det ingen relasjon mellom disse prediktorvariabelen (x) og utfallsvariabelen (y).
- Hvis b_1 er > 0 , er det en positiv relasjon mellom vår prediktorvariabel og utfallsvariabelen.
- Hvis b_1 er < 0 , er det en negativ relasjon mellom vår prediktorvariabel og utfallsvariabelen.

Husk at b_1 i vårt tilfelle representer forskjellene i gjennomsnitt mellom de to gruppene. Det er med andre ord like gyldig å spørre om det er en relasjon mellom variablene som at det er en forskjell i means mellom to grupper.

Vi kan tydelig se at b_1 er forskjellig fra 0 i vårt utvalg, men husk at denne forskjellen kan skyldes sampling variation som vi kan forvente under null-hypotesen. Vi må derfor teste om de to utvalgene vi har kommer fra samme eller to forskjellige populasjoner (en endring som i så fall har skjedd fordi vi har gitt de to utvalgene forskjellig treningsopplegg). Dette kan vi finne ut ved å kjøre en uavhengig t-test.

$$t.test = \frac{(b_1 \text{ observert} - b_1 \text{ forventet})}{\text{standard error of } b_1}$$

Vi vet allerede b_1 observert (den observerte forskjellen mellom de to utvalgene) og b_1 forventet (null-hypotesen er at det ikke er noen relasjon mellom disse variablene, så denne blir null. Så vi kan plote inn disse verdiene.

$$t.test = \frac{(20.52 - 0)}{\text{standard error of } b_1}$$

Det som gjenstår er å finne ut hva standard error of b_1 er. Vi har tidligere regnet ut standard error of mean SD/\sqrt{N} , og vi kan gjøre noe lignende for å regne ut standard error of b_1 . Men for å fokusere på det store bildet vil jeg gi dere den estimerte standard error of b_1

Prosedyren for å regne ut standard error of b_1 er ikke vanskelig, men det er en del utregningsledd. Så lenge dere forstå at standard error of b_1 er et mål på hvor mye utvalg vil være forskjellige fra hverandre, så tenker jeg at dere ikke vil øke deres forståelse ved å lære å regne standard error of b_1 , men jeg kan selvfølgelig ta feil. Jeg anbefaler dere på det sterkeste at der ser denne videoen

Fra mitt output i Jamovi kan jeg lese at standard error of b_1 er **2.33**.

Independent Samples T-Test							
		Statistic	df	p	Mean difference	SE difference	95% Confidence Interval
							Lower Upper
1rm	Student's t	8.81	22.0	<.001	20.5	2.33	15.7 25.4

Figure 7.1: ny

Så jeg kan bruke dette i utregningen av t .

$$t.test = \frac{(20.52 - 0)}{2.33}$$

$$t.test = \frac{(20.52 - 0)}{\text{standard error of } b_1}$$

$$t.test = 8.806867$$

Vår t -verdi er 8.80. Vi kan se tydelig at denne t -verdi er større enn den kritiske verdien på ~ 2 , så vi kan konkludere at vi har et signifikant funn; ee to

utvalgene vi har med i studien synes å komme fra forskjellig populasjon. Vi kan lese denne t-verdien fra output tabellen fra Jamovi at vår p-verdi er < 0.001 .

En liten notis som er viktig å være observant på.

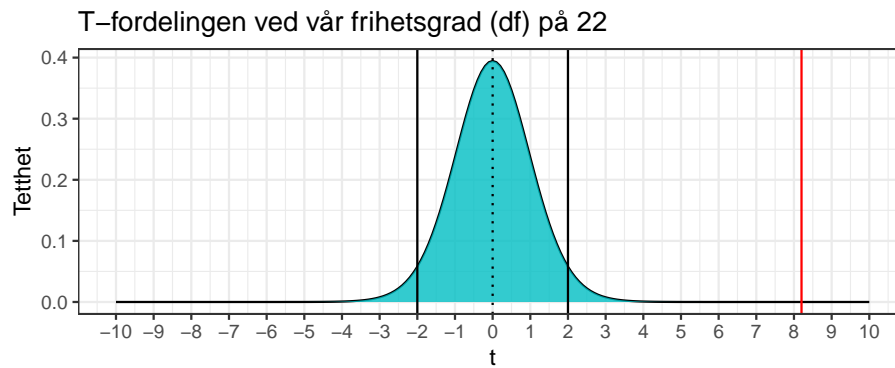


Figure 7.2: t-fordelingen og vår t-verdi

Chapter 8

Write-up

Det er en ganske standardisert måte å rapporte en statistisk test på. Først skriver du hva har testet. Husk at du bare har gitt statistikprogrammet noen tall og fått et resultat. Nå må du kommunisere til andre.

'Deltakerne i 1L-3U 3L-1U-gruppen hadde i gjennomsnitt mindre større en lavere % fremgang 1RM, på underkroppsovelser (M=,SD=), enn som [].

Denne forskjellen, [], CI [], var signifikant, $t([]) = []$, $p = []$, $d=[]$.

Bibliography

- Rønnestad, B., Egeland, W., Kvamme, N., Refsnes, P., Kadi, F., and Raastad, T. (2007). Dissimilar effects of one- and three-set strength training on strength and muscle mass gains in upper and lower body in untrained subjects. *The Journal of Strength and Conditioning Research*, 21:157–63.
- Weissgerber, T. L., Milic, N. M., Winham, S. J., and Garovic, V. D. (2015). Beyond Bar and Line Graphs: Time for a New Data Presentation Paradigm. *PLOS Biology*, 13(4):1–10. Publisher: Public Library of Science.