

# Bygge statistisk modeller med kategoriske variabler (ANOVA, t-test)

Christian Magelssen

2021-04-04



# Contents

<b>1</b>	<b>Introduksjon</b>	<b>5</b>
<b>2</b>	<b>Datasett</b>	<b>7</b>
2.1	Bør man trene med ett eller flere sett i styrketrening? . . . . .	7
2.2	Gjennomsnitt for de to gruppene . . . . .	9
2.3	Figur av datasettet . . . . .	9
<b>3</b>	<b>Koding av kategoriske prediktorvariabler</b>	<b>13</b>
3.1	Dummykoding . . . . .	13
<b>4</b>	<b>Bygge statistisk modeller</b>	<b>15</b>
4.1	Hensikten med modellbygging . . . . .	15
4.2	Visualisering av ulike statistiske modeller . . . . .	17
4.3	Modellbygging med ‘Null-Hypothesis Significance Testing (NHST)’	19
<b>5</b>	<b>Sammenligne modeller med en ANOVA-tabell (variansanalyse)</b>	<b>29</b>
5.1	teste null-hypotesen med F . . . . .	32
5.2	teste null-hypotesen med t . . . . .	34
<b>6</b>	<b>T-test - er <math>b_1</math> signifikant forskjellig fra null?</b>	<b>37</b>
<b>7</b>	<b>Write-up</b>	<b>41</b>



# Chapter 1

## Introduksjon

I dette kapittelet skal vi lære å bygge statistiske modeller for å teste om **to eller flere grupper er forskjellige på en avhengig variabel som er kontinuerlig**.

En variabel kan sies å være **kontinuerlig** når vi kan bestemme hvor presist vi ønsker å måle den. For eksempel regnes tid som en kontinuerlig variabel fordi det (i prinsippet) ikke finnes noen grenser hvor presist vi kan måle tid; vi kan måle det i år, måneder, uker, dager, timer, minutter, sekunder, tideler, hundredeler eller tusendeler.

**Grupper** defineres i psykologifaget som en samling mennesker som deler bestemte karakterstikker. Det kan være spillere på et fotballag, individer på et treningssenter, eller menn og kvinner. Dette er også eksempler på naturlig inndelte grupper i samfunnet. Noen ganger kan det være interessant å se om disse gruppene er forskjellige. For eksempel kan det være interessant å se om individer som trener på treningssenter er sterkere enn de som ikke trener på treningssenter.

Andre ganger kan det være interessant å teste om to grupper, som var like før et eksperiment, har blitt forskjellige fordi vi har behandlet dem ulikt. Vi randomiserer individer i to ulike grupper, slik at vi sikrer at vi blander disse individene godt (f.eks kjønn, motivasjon, interesser). Hvis eksperimentet har blitt gjennomført godt at det ikke er noen andre forklaringer på at disse to gruppene har blitt forskjellige etter intervensjonsperioden, så kan vi trekke en slutning om disse to gruppene trolig ikke kommer fra samme populasjon lenger; eksperimentet har gjort at disse to gruppene trolig kommer fra to forskjellige populasjoner.



## Chapter 2

# Datasett

### 2.1 Bør man trene med ett eller flere sett i styrketrening?

Mange utrente lurer på hvor mange serier de bør gjennomføre for å oppnå maksimal treningseffekt i styrketrening. Noen føler at de blir slitne etter ett sett og at dette derfor er tilstrekkelig. Andre mener at et hardere treningstimuli er nødvendig, selv om man er utrent, og at to eller flere sett derfor er bedre. En forsker som var tidlig ute med å undersøke var Bent Rønnestad (Rønnestad et al., 2007)

Eksperimentet ble gjennomført som et **between-subject design** med to grupper: \* en gruppe trente 1 sett på underkroppen og 3 sett på overkroppen \* en annen gruppe trente 3 sett på underkroppen og 1 sett på overkroppen.

Disse gruppene kalte han henholdsvis **1L-3U** og **3L-1U** (L=lower; U=Upper).

De to gruppene trente 3 ganger i uken i totalt 11 uker. Forskergruppen ville så se hva som ga mest fremgang i 1RM på underkroppsøvelser. Den avhengige variabelen ble derfor %-fremgang på 1RM på underkroppsøvelser.



Vi har ikke tilgang til dette datasettet, men vi har simulert dette datasettet i R basert på verdiene som ble oppgitt i artikkelen. Datasettet blir tilnærmet likt, men siden det er en simulering blir det aldri helt identisk. Datasettet ser du i tabellen under.

Du kan få nøyaktig samme datasett ved å klippe ut og lime inn følgende kode i en skript-fil i R (husk å laste inn tidyverse-pakken, `library(tidyverse)`). Du kan også laste ned datasettet som en .csv fil fra canvas.

```
set.seed(2002) #viktig å ha med denne for å få nøyaktig samme datasett
tre.sett <- rnorm(n = 12, mean = 41, sd = 5) #12 individer
ett.sett <- rnorm(n = 12, mean = 21, sd = 5) #12 individer

#lager en tibble fra tidyverse-pakken. Må ha lastet inn tidyverse library(tidyverse) i
dat <- tibble(individ = seq(1:24),
              gruppe = rep(c("tre.sett ", "ett.sett"), c(length(tre.sett), length(ett.sett))),
              rm = c(tre.sett , ett.sett))
```

**Oppgave** Før du går videre er det greit at du gjør deg kjent med datasettet som vi har generert. Studer datasettet og svar på følgende spørsmål:

- Hvor mange kolonner er det i tabellen over?
- Hvor mange deltakere var med i studien?
- Hvilke to verdier har variabelen 'gruppe'? og

## 2.2 Gjennomsnitt for de to gruppene

Bra! Det er alltid viktig å bli kjent med sitt eget datasett, men nå som du har det kan vi gå videre. Vi er interessert i om det er forskjeller mellom de to gruppene ("tre.sett" vs. ett.sett) på % fremgang fra pre- til post-test. Så kanskje vi kan starte med å se om det er forskjeller i gjennomsnitt mellom to gruppene? Dette kan enkelt gjøres i R, Jamovi eller excel. Her er en kode for å løse dette i R:



Table 2.1: Simulert datasett

individ	gruppe	rm
1	tre.sett	40.46704
2	tre.sett	49.07223
3	tre.sett	47.94131
4	tre.sett	44.51389
5	tre.sett	52.28750
6	tre.sett	40.01750
7	tre.sett	49.48425
8	tre.sett	29.21048
9	tre.sett	40.59293
10	tre.sett	37.58676
11	tre.sett	35.42651
12	tre.sett	42.49354
13	ett.sett	17.70576
14	ett.sett	17.07181
15	ett.sett	18.26811
16	ett.sett	25.42594
17	ett.sett	32.70313
18	ett.sett	19.10226
19	ett.sett	22.23827
20	ett.sett	22.27148
21	ett.sett	26.17889
22	ett.sett	20.34857
23	ett.sett	23.52773
24	ett.sett	17.95966

```
#jeg lager et oobjekt som heter mean_rm
mean_rm <- dat %>%
  #Jeg grupperer etter gruppe, slik at jeg får et mean for hver gruppe istf. for å få
  #group_by er en funksjon for dette
  group_by(gruppe) %>%
  #deretter bruker jeg summarise funksjonen for å regne gjennomsnitt
  summarise(mean.fremgang.1RM = mean(rm))
```

Koden gir oss følgende tabell: \begin{table}

\caption{Gjennomsnittlige %-vis fremgang for de to gruppene}

gruppe	mean.fremgang.1RM
ett.sett	21.90013
tre.sett	42.42450

\end{table} **Oppgave a)** Hvilken gruppe hadde mest fremgang? ett.sett  
tre.sett‘

## 2.3 Figur av datasettet

Vi kan også presentere dataen i en figur. For denne typen data er det veldig vanlig å bruke et **stolpediagram**:

Et stolpediagram er pent å se på, men er egentlig designet for å kategoriske data. For eksempel er det fint å bruke dette når vi skal presentere frekvensen antall som har kjørt bil til skolen og antall personer som har gått. Les (Weissgerber et al., 2015)(<https://journals.plos.org/plosbiology/article?id=10.1371/journal.pbio.1002128>). Deretter svar på følgende spørsmål for å se om du har forstått problemene ved å bruke stolpediagram på kontinuerlig data.

### Oppgave.

- Stolpediagram er designet for kontinuerlig kategorisk data.
- Høyden på stolpen representerer (bruk det norske begrepet!), hvilket vil si at det også må ligge noen observasjoner over og under stolpen.
- Et stolpediagram viser ikke standard error standardavvik CI fordelingen av observasjonene, og dette spesielt være problematisk ved store små.
- Forfatterne av artikkelen anbefaler mer bruk av bar graph scatterplot for kontinuerlige variabler.
- Ofta er det brukt error sammen med stolpediagram.

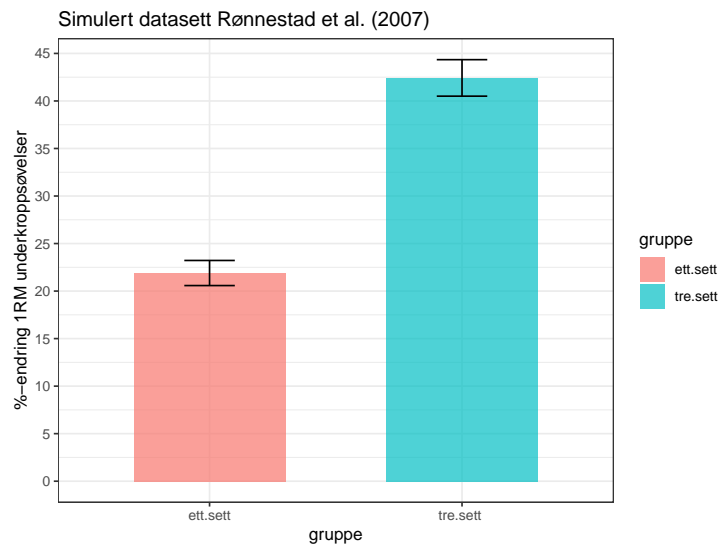


Figure 2.1: Here is a nice figure!

Hvis man likevel ønsker å bruke et stolpediagram for å presentere dataen er det viktig at man forteller om man har brukt SE, SD eller CI. Standard error for gjennomsnittet regnes ved å ta  $SD/\sqrt{n}$ , så ved store utvalg vil standard error være høyt lite. Standardavviket er kun  $\sqrt{\text{varians}/n - 1}$ , så denne vil i større mindre grad være påvirket av utvalgsstørrelsen”.



## Chapter 3

# Koding av kategoriske prediktorvariabler

I tabellen på forrige kan du se at vi har en tabell med tre kolonner: en kolonne for hver variabel vi har i vårt datasett.

- Variabelen **gruppe** er en kategorisk variabel som har to ulike verdier: “ett.sett” og “tre.sett”. Dette er de to gruppene som vi skal teste om er forskjellige. I programmeringsverdenen kalles dette for et tekstobjekt, en string eller character. Uansett navn er problemet at vi ikke kan legge ord inn i en statistisk modell. Vi er nødt til å omkode den kategoriske variabelen med tallverdier. Det er flere måter å gjøre dette på, og måten man gjør det på har stor betydning for utfallet av den statistiske analysen.

De forskjellige måtene å kode de kategoriske prediktorvariablene på gir forskjellige resultater. En veldig vanlig måte å gjøre dette på er å bruke **dummykoding**. Dette kan fungere godt når du bygger en statistisk modell slik vi skal gjøre nå. Men dummykoding fungerer ikke hvis du har flere grupper du ønsker å sammenligne, og du ikke ønsker å sammenligne disse gruppene mot en baseline gruppe. Da vil **kontrastkoding** være bedre egnet.

SPSS, R, Jamovi bruker dummykoding som standard, så når du legger disse kategoriske prediktorvariabler inn i slike modeller. Det er viktig å vite!

### 3.1 Dummykoding

En vanlig metode kalles **dummykoding** eller **treatment-koding**. Den går ut på å lage en eller flere variabler med 0 og 1 som de to mulige verdiene. Antall

variabler vi trenger avhenger av antall grupper vi vil sammenligne. Siden vårt datasett kun inneholder to grupper, så trenger vi kun en variabel. Vi kan den ene gruppen og den andre 1. Hovedregelen er at vi gir 0 til baselinegruppe og 1 til den eksperimentelle gruppen. Vi gir derfor 0 til 1.sett-gruppen og 1 til 3.sett-gruppen. Gjør dette før du går videre.

I R og Jamovi kan du gjøre det med følgende if/else statement. I R kan du bruke følgende kode:

```
#lager et nytt objekt som heter dummykodet.dat
dummykodet.dat <- dat %>%
  # her lager jeg en ny kolonne som heter dummykoder. If gruppe == 'ett.sett', gi verd
  mutate(dummykodet = if_else(gruppe == "ett.sett", 0, 1))
```

I jamovi ville jeg sett følgende video:

## Chapter 4

# Bygge statistisk modeller

### 4.1 Hensikten med modellbygging

Når forskere har samlet inn dataen de trenger er deres neste oppgave å bygge statistiske modeller som representerer denne dataen. Modellene vi tilpasser dataen kan videre brukes til å si noe om hva den sanne verdien er på parameteret av interesse. Hvis en modell er en god representasjon av dataen, dvs. at modellen er god, kan vi med noenlunde trygghet si hva en person skåret på utfallsvariablen uten å bomme altfor mye. Hvis en modell er dårlig bør vi vurdere om vi skal bruke den eller ikke. Statistikken, og hjelper oss til å ta slike beslutninger.

Modellene vi skal bygge vil alltid være en variant av ligningen under. Vi bare bytter ut det i parantesen med en spesifikk modell som vi ønsker å bygge.

$$data_i = (modell) + error_i$$

Mange frykter ligninger. Vi også. Men det er ikke så ille når man blir vant til det, og det kommer vi til å bli med litt øving. Som vi sa kommer vi til å bruke denne ligningen til alle være statistiske tester. Dessuten hjelper ligninger oss til å huske informasjon bedre

La oss bryte denne ligningen over:

- **Data** er den faktiske observasjonen et individ har på den avhengige variablen, som i vårt tilfelle % fremgang i 1RM underkroppsovelser.
- **Modell** er egentlig bare en representasjon av denne dataen-

- **error** er hvor mye modellen bommer fra den faktiske observasjonen (dvs. data).

Legg merke til den lille  $i$ -en som står bak data og error i ligningen.  $i$ -en betyr individ og betyr bare at vi kan bruke en modell til å si noe om hva et individ hadde på den avhengige variabelen. Vi kan erstatte  $i$ -en med 3 eller 8. Da betyr det bare at vi kan bruke en modell til å si noe om individ 3 og 8. Vi bruker  $i$  for å holde det generelt

Ligningen over blir nok mer oppklarende om vi bruker et eksempel:

Forestill deg at du er lege, og at du får inn en pasient som sier hun har feber. Du vet at den normale kroppstemperaturen er 37, så da kan vi bruke 37 som modell.

$$kroppstemperatur_i = 37 + error_i$$

Det neste du gjør er å ta en febermåling av pasienten, og du måler kroppstemperaturen hennes til å være 40.

$$40 = 37 + error$$

Modellen din tar feil med 3 grader, fordi  $40 - 37 = 3$ . Vi kaller slike feil for error.

$$40 = 37 + 3$$

Formelt sett regner vi error for en hvilken som helst modell ved å få error i ligningen alene, ved å reorganisere ligningen.

$$data_i = modell + error_i$$

$$error_i = data_i - modell$$

$$3 = 40 - 37$$

Gratulerer, du har bygget din første modell. Denne modellen var riktignok nokså enkel, men du vil nok se at det vi skal gjøre videre ikke er så annerledes. Vi bygger riktignok ikke modeller for å passe perfekt til ett enkelt individ, men til et helt datasett. I en studie har du ofte mange deltakere med, og modellen vi skal bygge bør være en god representasjon av disse individene. Med andre ord bør erroren i modell være så liten som mulig. **Dette er viktig!** Vi ønsker å bygge statistiske modeller som er gode, og vi ønsker å sammenligne ulike modeller for å se hvilke av disse modellene som reduserer erroren mest mulig.



Det er en mer korrekt og presis måte å skrive ligningen under på, og som du ofte ser i artikler og statistikkbøker:

Vi kommer til å benytte denne måten å skrive på fordi det er den dere ser i statistikkbøker og artikler. Tolkningen er akkurat lik.

$$data_i = (modell) + error_i$$

$$Y_i = (b_0) + error_i$$

Her er  $Y_i$  den avhengige variabelen for et individ,  $i$ . Hvis det kun står  $b_0$ , så betyr det at vi kun estimerer ett enkelt parameter. I slike tilfeller bruker vi kun ett enkelt parameter til å si noe om hva det enkelte individ hadde i observasjon på den avhengig variabelen, og da predikerer modellen likt for alle individene.

Vi kan også bruke en mer kompleks modell, som i ligningen under:

$$Y_i = (b_0 + b_1 X_i) + error$$

**X<sub>i</sub>** er dette individets faktiske måling på variabel, X, som vi ofte kaller for prediktorvariabel. Prediktorvariabelen har også  $b_1$  heftet på seg. Denne forteller oss forholdet mellom prediktorvariabelen ( $X_i$ ) og den avhengig variabelen ( $Y_i$ ).  $b_0$  blir her vår prediksjon når  $X_i$  er **null** og **0**.

””

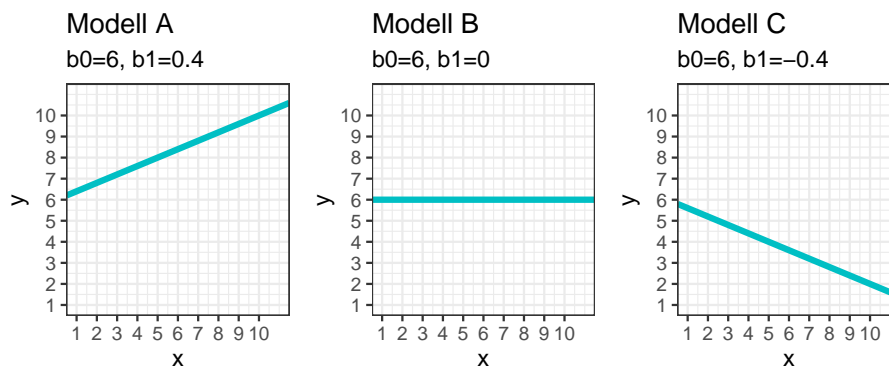
## 4.2 Visualisering av ulike statistiske modeller

Vi skal nå visualisere ulike modeller for å få en bedre forståelse av hva ulike modeller sier oss. I figurene under ser tre ulike modeller med uinteressante X og Y variabler. Alle har samme  $b_0$ , mens de har forskjellig  $b_1$ . Husk at  $b_1$  forteller om relasjonen mellom X og Y.

Måten du skal tolke på  $b_1$  på: For **hver enhets økning i X**, dvs. gå fra 1 til 2, 3 til 4, eller 6 til 7, **forventer vi at Y øker med verdien på  $b_1$** . På norsk kalles  $b_1$  for **stigningstallet**. Hvis  $b_1$  er 0, er det ingen relasjon mellom X og Y i vårt datasett.

- I **modell A** ser du at når X øker, øker Y med 0.4 **for hver enhets økning i X**.
- I **modell B** er det ingen relasjon mellom X og Y, så for en enhets økning i X, vil vi forvente at Y forblir den samme.

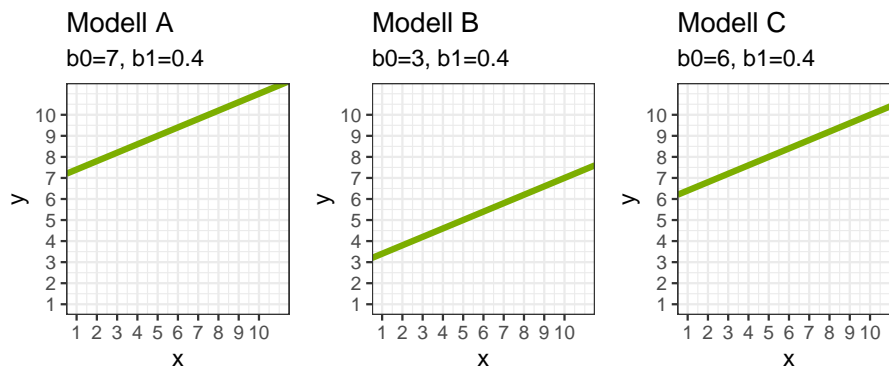
- I **modell C** er det en negativ relasjon mellom  $X$  og  $Y$ . Denne modellen sier at for en enhets økning i  $X$ , vil vi forvente at  $Y$  går ned med 0.4 (siden den er negativ).

Figure 4.1: Modeller med forskjellig  $b_1$ 

### Oppgave

- a. La oss si at vi hatt med et målt et individ sin  $X$  til å være 8. Hvis du bruker modell A, hva vil du forvente at denne personen har på  $Y$ ?

I figuren ser du tre modeller som har forskjellige  $b_0$ , men samme  $b_1$ .  $b_0$  er verdien på  $Y$  når  $X$  er 0.

Figure 4.2: Modeller med forskjellig  $b_0$ 

- Oppgave b.** La oss si at vi hatt med et målt et individ sin  $X$  og  $Y$  (du kan bytte ut  $X$  og  $Y$  med hvilken som helst variabel (f.eks. høyde, vekt), hvis du

#### 4.3. MODELLBYGGING MED 'NULL-HYPOTHESIS SIGNIFICANCE TESTING (NHST)' 19

vil). Individet sitt mål på X er 3. Hvis du bruker modell B, hva vil du forvente at denne personen har på Y?

I figuren under ser du vårt datasett. På Y-aksen har vi plottet % fremgang i RM for deltakerne våre. På X-aksen har vi plottet de to gruppene våre som vi har dummykodet med 0 og 1.

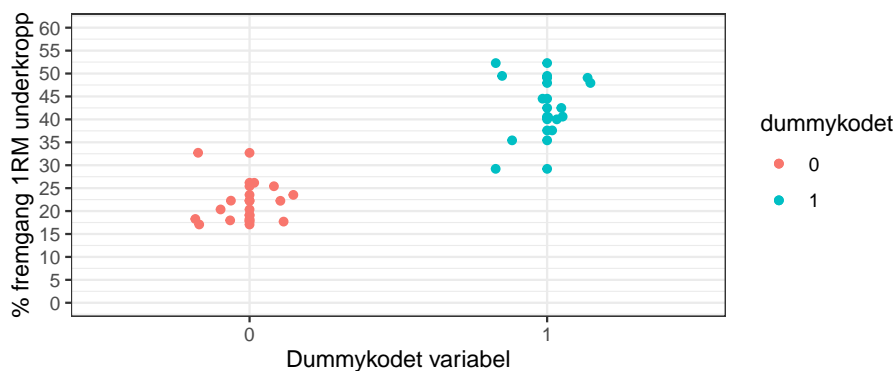


Figure 4.3: Vår data

- c. Med utgangspunkt i figuren, hvordan vil du omtrent beskrive en modell som kan passe denne dataen godt?

Det er ingen relasjon mellom vår dummykodede variabel og % fremgang 1RM. Modellen vår ser ut til å ha en  $b_0$  på  $\sim 20$  og en  $b_1$  på  $\sim 20$ . Modellen vår ser ut til å ha en  $b_0$  på  $\sim 10$  og en  $b_1$  på  $\sim 40$ . Det er en negativ relasjon mellom vår dummykodede variabel og % fremgang 1RM.

### 4.3 Modellbygging med 'Null-Hypothesis Significance Testing (NHST)'

Nå som du har en fått en innføring i hvordan du kan bygge modeller er det på tide at vi begynner å spesifisere hvilke modeller vi skal bygge. Som du sikkert er kjent med jobber forskere innenfor et paradigme som kalles for **Null-Hypothesis Significance Testing (NHST)**. Dette går ut på at forskeren fremstiller to hypoteser:

1. **H<sub>0</sub>**: En null-hypotese som sier at det ikke er noen effekt (f.eks. ingen forskjeller mellom grupper, ingen sammenheng mellom variablene)
2. **H<sub>1</sub>**: En alternativ/eksperimentell hypotese som sier at det er en effekt (f.eks. det er en forskjell mellom gruppene)

**For å teste disse hypotesene må forskeren bygge to modeller:** \* en modell for null-hypotesen (vi kaller denne for **null-modellen**) \* en alternativ-modell som sier det at det er en relasjon eller forskjeller mellom grupper.

Vi regner ut hvor mye error det er i hver av disse modellene for å se hvilke av disse modellene vi gjør det lurt å benytte. Husk at målet er å benytte modeller som er gode og som har lite error. Hvis null-modellen er god nok, så er det ikke noe poeng å bruke den alternative modellen. Men hvis den alternative modellen er mye bedre enn null-modellen, da bør benytte denne.

Statistikken hjelper oss med å ta en beslutning om hvilke av disse modellene vi skal bruke. Forskeren gjennomfører deretter en **statistisk test** som representerer den alternative hypotesen. Utfallet av testen er en **verdi**, for eksempel en *z-verdi*, *t-verdi* eller *f-verdi*, som vi kan bruke til å regne ut sannsynligheten (*p-verdi*)for, gitt at null-hypotesen er sann. Forskjellige tester opererer med forskjellige navn på verdiene sine (sorry, men det er bare slik det er).

### 4.3.1 Null-modellen (null-hypotesen)

I vår studie ønsker vi å teste om det er forskjeller mellom de to gruppene som har blitt disponert for ulikt treningsopplegg (3 versus 1 sett). Husk at vi har laget en variabel hvor vi har kodet disse som 0 og 1; 0 hvis de trente med ett sett og 1 hvis de trente tre sett. Null-hypotesen er at det ikke er noen forskjeller mellom gruppene. I så fall er gjennomsnittet 1 RM fremgang av alle deltakerne kanskje en god modell. Dette er modellen som representerer null-hypotesen. Med andre ord vår null-modell

$$Y_i = (b_0) + error$$

$$fremgang.1RM = (mean) + error$$

Det er ofte enklere å se denne modellen i tabellform, slik som dere ser under.

Null-modellen (mean)

individ

gruppe

rm

modell.mean

error

1

tre.sett

#### 4.3. MODELLBYGGING MED 'NULL-HYPOTHESIS SIGNIFICANCE TESTING (NHST)' 21

40.467

32.162

8.305

2

tre.sett

49.072

32.162

16.910

3

tre.sett

47.941

32.162

15.779

4

tre.sett

44.514

32.162

12.352

5

tre.sett

52.288

32.162

20.125

6

tre.sett

40.018

32.162

7.855

7

tre.sett

49.484

32.162

17.322

8

tre.sett

29.210

32.162

-2.952

9

tre.sett

40.593

32.162

8.431

10

tre.sett

37.587

32.162

5.424

11

tre.sett

35.427

32.162

3.264

12

tre.sett

42.494

32.162

10.331

13

ett.sett

17.706

32.162

#### 4.3. MODELLBYGGING MED 'NULL-HYPOTHESIS SIGNIFICANCE TESTING (NHST)'23

-14.457

14

ett.sett

17.072

32.162

-15.091

15

ett.sett

18.268

32.162

-13.894

16

ett.sett

25.426

32.162

-6.736

17

ett.sett

32.703

32.162

0.541

18

ett.sett

19.102

32.162

-13.060

19

ett.sett

22.238

32.162

-9.924

20  
 ett.sett  
 22.271  
 32.162  
 -9.891  
 21  
 ett.sett  
 26.179  
 32.162  
 -5.983  
 22  
 ett.sett  
 20.349  
 32.162  
 -11.814  
 23  
 ett.sett  
 23.528  
 32.162  
 -8.635  
 24  
 ett.sett  
 17.960  
 32.162  
 -14.203

### Oppgave

La oss prøve hvordan denne modellen virker. For individ 1 målte vi en fremgang i 1RM underkropp på **40.467**, men modellen vår sa **32.162**. Så modellen bommet med 8.305, dvs. en error på **8.305**.

$$fremgang.1RM = (mean) + error$$

$$40.467 = 32.162 + 8.305$$



#### 4.3. MODELLBYGGING MED 'NULL-HYPOTHESIS SIGNIFICANCE TESTING (NHST)' 25

- a. Prøv modellen du også: For individ nr. 8, sier modellen at individet hadde en skår på , men denne personen hadde faktisk en skår på . Modellen bommet derfor med .

Vi kan fortsette slik for alle deltakerne vi har hatt med i studien. Husk at vi ikke er interessert i hvor mye bommer for hvert enkelt individ, men for alle indivdene.

- b. Hva får du hvis du summerer all erroren for alle individene? null 0 3 -3.

tenk over hvorfor du får dette svaret før du leser videre.

Som du så i forrige oppgave blir det feil å summere alle erroren, vi kan løse dette effektivt ved å regne **Sum of Squared Error**. Det vi gjør er å gange error med seg selv ( $error^2$ ) før vi summerer alt dette sammen.

- c. Hvis vi regner ut **Sum of Squared Error** for null-modellen får vi:

Dette tallet er viktig! Dette er null-hypotesen vår! Hvis det ikke er noen forskjell mellom de to treningsgruppene våre er det like greit å bruke denne null-modellen. Men hvis vi finner ut at modellen vår blir bedre (dvs. reduserer Sum of Squared Error) ved å legge til en prediktorvariabel som består av gruppevariabelen vår, da bør vi gjøre dette.

Før du går videre er det greit å visualisere hvordan null-hypotesen ser ut rent visuelt. Den prikkete streken i figuren under representerer modellen vår som er mean. Som du ser, så gjør den ingen justeringer for de ulike individene. Erroren er avstanden fra den linjen og opp til hvert datapunkt. Så hvis vi får til å bygge en bedre modell så vil denne avstanden reduseres for alle individene.

##### 4.3.2 Alternativ modell (alternativ hypotese)

I forrige avsnitt sa vi at **null-hypotesen (H0)** representerer en modell som gir samme prediksjon for alle deltakerne som var med i studien uavhengig av hvilken treningsgruppe de tilhører. Vi kalte denne for null-modellen. Vi regnet oss også frem til at denne modellen ga oss en Sum of Squared error på 3243.784.

Spørsmålet vi skal stille i dette nå er om vi kan redusere error fra denne ved å benytte en mer kompleks modell som benytter (vår dummykodede kategoriske variabel) som prediktorvariabel:

$$Y_i = (b_0 + b_1 X_i) + error$$

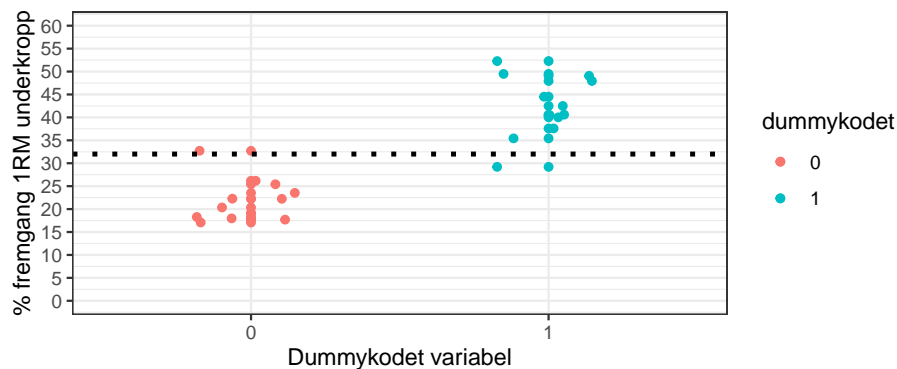


Figure 4.4: Modeller med forskjellig b1

Prediktorvariabelen b1 er en gruppevariabelen vår som vi dummykodet med tallene 0 og 1.

$$Fremgang.1RM_i = b_0 + b_1(Gruppe) + error_i$$

For å holde dette på et overordnet nivå, så vil jeg gi dere de estimerte verdiene for b0 og b1. Målet er å vise dere hvordan denne modellen fungerer. Senere skal gå gjennom hvordan vi regner ut disse verdiene. Trykk her hvis du ønsker å finne ut hvordan du regner ut disse verdiene med en gang.

$$Fremgang.1RM_i = b_0(21.90) + b_1(20.52 * Gruppe) + error_i$$

Modellen sier at vår b0 er 21.90. Dette er den forventede verdien på Y (Fremgang.1RM) når prediktorvariabelen er 0. Modellen sier også at b1 er 20.52. Med andre ord den forventede økning i Y for en enhets økning i X (også kalt stigningstallet). Husk at vi lagde en gruppe-variabel der vi kodet de to gruppene våre med 0 og 1. Så hvis et individ tilhørte gruppe 0, blir vår prediksjon:

$$Fremgang.1RM_i = 21.90 + b_1(20.52 * 0) + error_i$$

Fordi  $0 * 20.52 = 0$ , blir stående igjen med b0. Vår prediksjon av et individ som tilhører gruppe 0 blir

$$Fremgang.1RM_i = 21.90 + 0 + error_i$$

#### 4.3. MODELLBYGGING MED 'NULL-HYPOTHESIS SIGNIFICANCE TESTING (NHST)' 27

$$Fremgang.1RM_i = 21.90 + error_i$$

Hvis individet derimot tilhører 1 predikerer modellen at individet sin skår blir 42.48.

$$Fremgang.1RM_i = 21.90 + b_1(20.52 * 1) + error_i$$

$$Fremgang.1RM_i = 42.48 + error_i$$

Visualisert fremstilt blir modellen vår seendes slik ut:

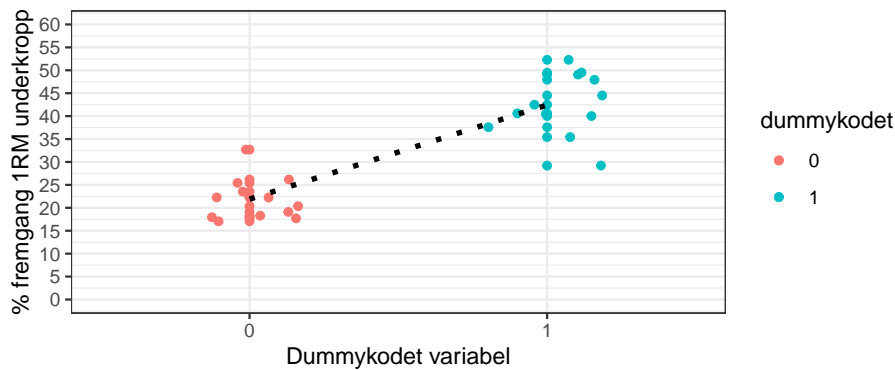


Figure 4.5: Modeller med forskjellig  $b_1$

**Oppgave** Tabellen under viser 6 individer som tilhørte treningsgruppe. Du ser deres faktiske fremgang i 1RM kolonnen. La oss bruke det vi har lært til å predikere disse personene sin fremgang. Vi bruker samme modell som over

$$Fremgang.1RM_i = b_0(21.90) + b_1(20.52 * Gruppe) + error_i$$

- Hva predikerer modellen at individ nummer 3 hadde i skår? (to desimaler)
- Hva hadde individ nr i skår?
- hvor mye error blir det?
- i Squared Error blir denne erroren?
- nå som du har jobbet med denne modellen, så lurer jeg på om det er noe kjent med disse verdiene i modellen. Gå tilbake til [\[link\]](#) hvis du trenger et hint.
- bo er (norskt ord) for gruppen som er kodet med 0.

Table 4.1: Dummy koding

individ	gruppe	rm	dummykodet
1	tre.sett	40.467	1
2	tre.sett	49.072	1
3	tre.sett	47.941	1
4	tre.sett	44.514	1
5	tre.sett	52.288	1
6	tre.sett	40.018	1

g. b1 er (norsk ord) mellom gruppen som er kodet med 0 og gruppen som er kodet med 1.

h. b0 + b1 er (norsk ord) for gruppen som er kodet med 1.

I forrige oppgave regnet du ut error for ett enkelt individ. Men vi er interessert i den totale erroren for modellen. Formelen for denne er:

total error in den alternative modellen:

$$SS\_R = \sum_{n=1}^N (observert_i - modell_i)^2$$

Med andre ord er det kvadraten av den faktiske observasjonen - hva modellen sa. Bruk formelen til å regne ut dette. (to desimaler

## Chapter 5

# Sammenligne modeller med en ANOVA-tabell (variansanalyse)

Nå har vi bygget to modeller og regnet ut hvor mye error det er hver av disse modellene - **null-modell** og **den alternative modellen**. Vår neste oppgave er å **sammenligne disse modellene**. For å gjøre det helt tydelig, så skal vi steste om modellen til høyre er bedre enn modellen til venstre. Når vi sier bedre, så mener vi at den har mindre error i seg.

For å sammenligne disse modellene er det vanlig å bruke en ANOVA-tabell. Dette er en ganske vanlig tabell som dere kommer til å se mange ganger, så det er bare å bli vant til å se disse. Dere har allerede regnet ut all nødvendig informasjon for å lage en ANOVA-tabell, så dere kan lage den selv.

**ANOVA-tabell**

Modell	SS	$df$	MS	$F$	$R^2$
The model sum of squares (SSM)					
The residual sum of squares (SSR)					
The total sum of squares (SST)					

### Oppgave

- a. Hva var sum of squared error for null-modellen?

(Sett dette inn i total sum of squares (SST))

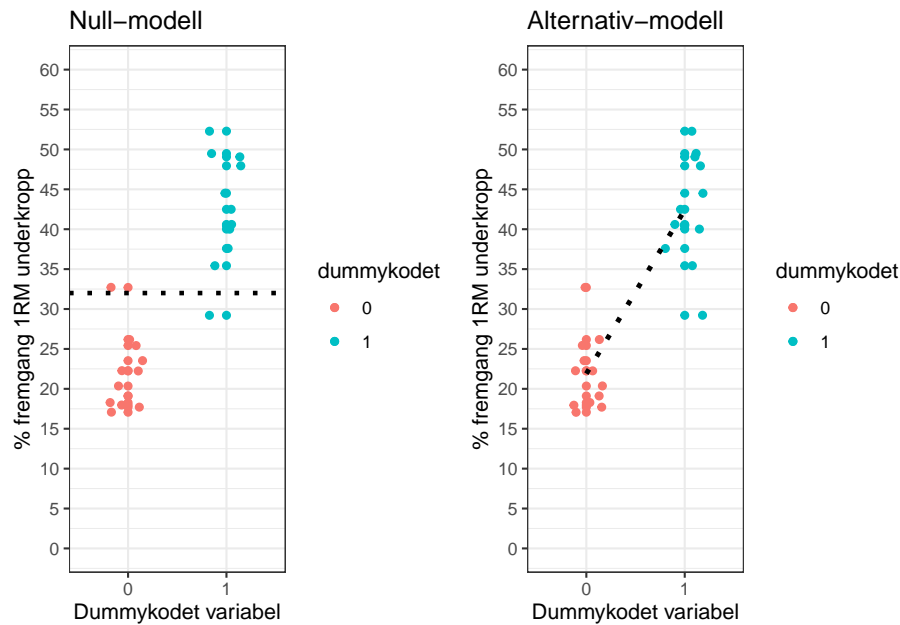


Figure 5.1: \*\*CAPTION THIS FIGURE!!\*\*

b. Hva var sum of squared error for den alternative modellen?

(Sett dette inn i residual sum of squares (SSR). Dette er error som er igjen etter at man har brukt den alternative-modellen. Men »andre ord. Man kalles dette residuals.

c. Hvor mye sum of squared error er redusert ved å bruke den alternative modellen i forhold null-modellen?

Dette kalles The model sum of squares (SSM) eller regression i statistiske programmer.

Før vi går videre er det greit å visualisere erroren som er igjen med de to modellene, pluss hvor mye error som er redusert ved å bruke den alternative modellen istf. å bruke null-modellen. I figuren under ser du de tre modellene.

SST representerer den totale erroren (dvs. erroren vi fikk ved å bruke null-modellen); SSR representerer hvor mye error som er igjen etter at vi brukte den alternative modellen. SSM er hvor mye error som modellen vår klarte å forklare. Vil du si at den alternative modellen vår er god?

Hint. Hvis du summerer SSM og SSR får du SST

Sammenlign dette med modellen til høyre. Her har vi en modell som er dårlig fordi SSM er lav og SSR er høy.

For sikkerhets skyld. Modellen til høyre ble bare brukt som et eksempel for at du skal forstå at vi kan vurdere hvor god modellen vår er.

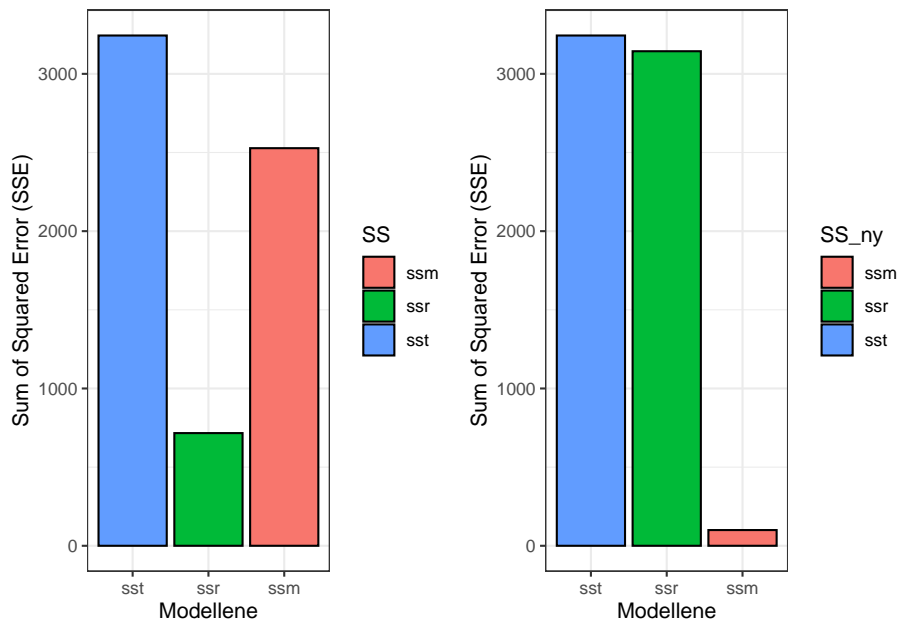


Figure 5.2: \*\*CAPTION THIS FIGURE!!\*\*

e. Basert på det du ser i figuren over til venstre, vil du si at vår alternative modell er god?

ja nei.

d. Hva er (SST) - (SSR)?

e. Hva er (SSR) + (SSM)?

Vi kan regne ut hvor mange % modellen vår har redusert error med, og dette er ganske nyttig. Dette får dere vite når dere kjører en test i Jamovi eller R, men vi kan også regne det for hånd. Verdien fi vår kalles  $R^2$ .

$$R^2 = \frac{(SS_T - SS_R)}{SS_T} * 100$$

e. Hvilken verdi får du hvis du regner  $(SSM / (SST)) * 100$ ?

(uten %-tegnet)

Det er dessverre mange forskjellige navn på denne verdien.  
Du vil se at folk bruker PRE,  $n^2$ . Vit at de mener det samme.

Det kan høres ut som at en errorreduksjon på 78 % er mye, og det vil vi absolutt påstå at det er! Kan vi da konkludere at den alternative modellen er bedre enn null-modellen? - det ser jo ut til at dette er mye.

## 5.1 teste null-hypotesen med F

For å teste om en SSM eller en errorreduksjon på 78 % er mye eller lite skal vi bruke en F-test og en F-fordeling. En F-fordeling ser veldig lik ut som en z og t-fordeling og fungerer på samme måte: Vi regner ut en F-verdi, og spør fra sannsynligheten er for å oppnå en slik verdi gitt at null-hypotesen er sann.

Null-hypotesen i en F-test er at den alternative modellen ikke forklarer noe varians. Med andre ord at  $R^2 = 0$ . For å teste dette må vi regne ut en F-verdi:

$$F = \frac{(SS_M/df_M)}{SS_R/df_R}$$

Vi har allerede regne ut, så vi kan plotte disse inn.

$$F = \frac{(< inputclass = ' solvememospaces' size = ' 6' data - answer = ' [2527.5]' / > / df_M)}{716.2875/df_R}$$

Men hva er de respektive frihetsgradene som er i nevneren og telleren? Å forstå dette vil gi en god forståelse for hva F-verdien er. Vi fokuserer på telleren først. Modellen reduserte Sum of Squared error med 2527.5, som i grunn er mye. Men vi kunne bygget en superkompleks og lagt til haugvis av ekstra parametere. Dette kunne vi gjort ved å f.eks sammenligne enda flere grupper. Vi har ikke lært hvordan vi gjør dette enda, men vi kan fint gjøre det. Og vi skal vise hvordan senere. Vi kunne derfor i prinsippet ha gått fra:

$$Y_i = b_0$$

til:

$$Y_i = b_0 + b_1X_i + b_2X_i + b_3X_i + b_4X_i + b_5X_i$$



I så fall ville vi garantert ha fått en stor Sum of squared error fordi et parameter alltid vil redusere error noe, aldri øke det. Så det vi skal gjøre i telleren i formelen er å dele på  $SSm$  / på antall parametere vi har brukt utover det null-modellen har brukt. Null-modellen hadde kun ett parameter, mens den alternative modellen hadde 2, så  $df$  blir 1. Poenget som jeg vil at dere skal huske på er at. Dette er variansen. Poenget er en  $SSm$  er mer imponerende om vi har brukt få ekstra parametere.

Husk at når vi trekker to eller flere utvalg fra en populasjon, så vil disse utvalgene nesten alltid være forskjellige fra hverandre.

Vi kunne bruke samme prinsipp for  $t$ -fordelingen. Null-hypotesen var disse tilfellene var at disse

Felles for disse fordelingene er at de baserer seg på gjennomsnittet mellom utvalg.  $V$

Da vi brukte en  $z$ -fordeling så vi at 95 % av utvalgene vi trekker fra en populasjon med et gjennomsnitt på 0 og et standardavvik på 1, ville falle mellom en  $z$ -verdi på -1.96 og 1.96, gitt at de ble trukket fra denne populasjonen. Hvis vi plutselig observerte en  $z$ -skår for vårt utvalg som høyere enn 1.96 eller lavere enn -1.96, så vi at vi hadde et signifikant funn og at utvalgene dermed ikke kommer fra samme populasjon. Vi brukte en  $t$ -fordeling på lignende måte.

Men hvis vi brukte en  $z$ -fordeling, så så vi at 95 % av utvalgene vi trekker fra en slik fordeling vil falle mellom en  $z$ -verdi mellom -1.96 og 1.96. Vi kan bruke en  $t$ -fordeling til å si noe lignende. Felles for  $z$ -fordelingen og  $t$ -fordelingen er de går på sample means. En  $f$ -fordeling baserer seg ikke på means, men på reduksjon i sum of squared errors. Null-hypotesen er at det ikke modellen vår reduserer noe error i det hele tatt. Men fordi forskjellige utvalg gir forskjellige, må vi forvente at det er noen fordelinger under null

Vi har allerede jobbet med to fordelinger, en  $z$ -fordeling,  $t$ -fordeling. Det vi skal jobbe med nå er en  $F$ -fordeling. En  $F$ -fordeling er nesten likt som en  $z$ -fordeling og en  $t$ -fordeling, men er litt forskjellig fra disse på den måten at en  $F$ -fordeling operer med forklart Sum of Squared error ved modellen, mens en  $z$ -fordeling og  $t$ -fordeling operer med sample means. Med andre ord, istf. å si hva er sannsynlig for observere en  $t$ , gitt att, skal vi spørre hva er sannsynligheten for at det ikke noe explained variance. Gitt at null hypotesen er sann, dvs.. Selv om vi har explained variance i populasjonen, så vil det alltid være litt explained variance fra utvalg til utvalg. Dere husker kanskje. Så det vi må gjøre er å regne ut hvor mye hvor mye  $f$ -verdi, og så spørre oss, hva er sannsynligheten for å få en  $f$ -statistikk, så stor som denne, gitt at null hypotesen er sann. Explained variansen av denne modellen er null.

For å finne ut av dette må vi regne ut en  $f$ -verdi. Formelen for dette er

## 5.2 teste null-hypotesen med t

Nå har vi kun lagt til ett ekstra parameter i forhold til null-modellen; vi gikk fra:

$$Y_i = b_0$$

til:

$$Y_i = b_0 + b_1 X_i$$

Men tenk om vi hadde lagt til enda flere prediktorvariabler i modellen. Vi har ikke lært hvordan vi gjør dette enda, men vi kan fint gjøre det. Og vi skal vise hvordan senere. Vi kunne derfor i prinsippet ha gått fra:

$$Y_i = b_0$$

til:

$$Y_i = b_0 + b_1 X_i + b_2 X_i + b_3 X_i + b_4 X_i + b_5 X_i$$

I så fall ville vi garantert ha fått en stor errorreduksjon fordi noen av disse parameterne ville vært gode. Derfor regner vi gjennomsnittlig squared error, som vi kaller for **Mean Squared Error (MSE)**. Poenget med dette er at høy errorreduksjon med en alternativ modellen er mye mer imponerende hvis vi kun har med en prediktorvariabel enn om vi har med mange. Derfor regner vi **Mean Squared Model (MSE)**. MSE regnes ved å ta SSM / frihetsgrader ( $df$ ). Frihetsgradene vi bruker til dette er antatt ekstra parametere vi har lagt til i modellen vår med referanse til null-modellen. Vi hadde 2 parametere i den alternative modellen og 1 i null-modellen, så 2-1.

- f. Regn ut **Mean Squared Model (MSM)** og putt den inn i ANOVA-tabellen.  $MS_M = \frac{(SS_M)}{df}$ . Legg samtidig antall frihetsgrader for MSE inn i ANOVA-tabellen over.

Det neste vi skal gjøre er å regne er **Mean Squared (MSM)**

- g. Det aller siste vi skal gjøre er å

- h. I cellen under har jeg kjørt en ANOVA-test. Virker resultatene kjent. Skriv  $p$ -verdien din inn i?

Hvis dette ikke var forståelig foreslår jeg følgende tutorials: -

<https://www.youtube.com/watch?v=eSJAjlavPwU> -  
<https://www.youtube.com/watch?v=0xWDulRHd9M> -  
<https://www.youtube.com/watch?v=iAE4UeoVE9A> -  
<https://www.youtube.com/watch?v=OK4Xns4zabs>

```
#aov er en forkortelse for analysis of variance (ANOVA)
#dette er funksjon som kommer mer R.
summary(aov(rm ~ dummykodet, dat))
```

```
##              Df Sum Sq Mean Sq F value    Pr(>F)
## dummykodet   1 2527.5   2527.5    77.63 1.15e-08 ***
## Residuals   22   716.3     32.6
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

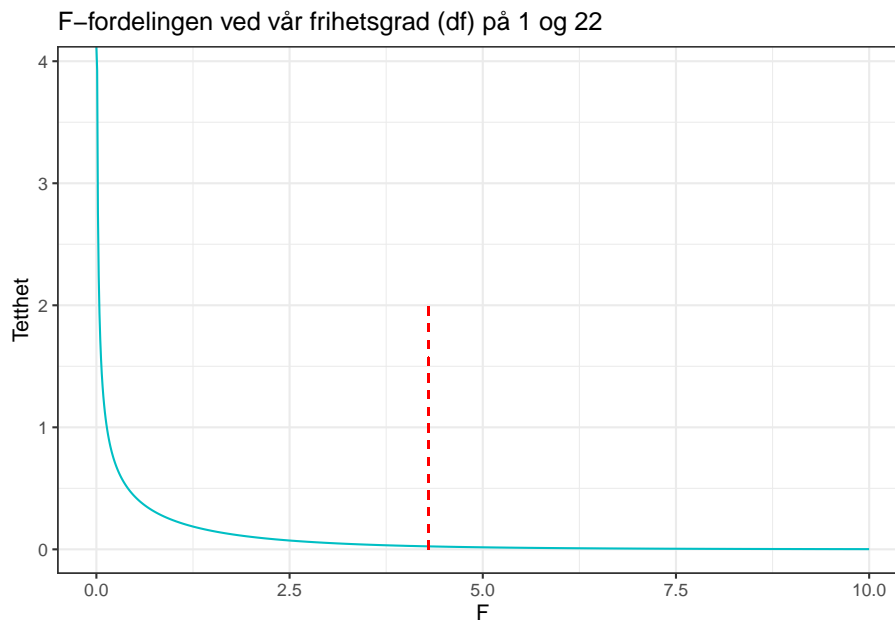


Figure 5.3: \*\*CAPTION THIS FIGURE!!\*\*



## Chapter 6

# T-test - er $b_1$ signifikant forskjellig fra null?

En F-test tester om vår alternative modell er en bedre modell enn null-modellen, totalsett. Men det kanskje mest interessante spørsmålet er fremdeles er fremdeles delvis ubesvart: **\* er  $b_1$  i modellen vår, altså vårt stigningstall som representer den forventede endringen i utfallet for en enhets endring i prediktorvariabeln, signifikant forskjellig fra null?**

Før du leser videre, forsøk å forestill deg hvordan en modell med en  $b_1$  som er 0 ser ut? Deretter se på figurene under

- Hvis  $b_1$  er 0, er det ingen relasjon mellom disse prediktorvariabelen (x) og utfallsvariabelen (y).
- Hvis  $b_1$  er  $> 0$ , er det en positiv relasjon mellom vår prediktorvariabel og utfallsvariabelen.
- Hvis  $b_1$  er  $< 0$ , er det en negativ relasjon mellom vår prediktorvariabel og utfallsvariabelen.

Husk at  $b_1$  i vårt tilfelle representer forskjellene i gjennomsnitt mellom de to gruppene. Det er med andre ord like gyldig å spørre om det er en relasjon mellom variablene som at det er en forskjell i means mellom to grupper.

Vi kan tydelig se at  $b_1$  er forskjellig fra 0 i vårt utvalg, men husk at denne forskjellen kan skyldes sampling variation som vi kan forvente under null-hypotesen. Vi må derfor teste om de to utvalgene vi har kommer fra samme eller to forskjellige populasjoner (en endring som i så fall har skjedd fordi vi har gitt de to utvalgene forskjellig treningsopplegg). Dette kan vi finne ut ved å kjøre en uavhengig t-test.

$$t.test = \frac{(b_1 \text{ observert} - b_1 \text{ forventet})}{\text{standard error of } b_1}$$

Vi vet allerede  $b_1$  observert (den observerte forskjellen mellom de to utvalgene) og  $b_1$  forventet (null-hypotesen er at det ikke er noen relasjon mellom disse variablene, så denne blir null. Så vi kan plote inn disse verdiene.

$$t.test = \frac{(20.52 - 0)}{\text{standard error of } b_1}$$

Det som gjenstår er å finne ut hva standard error of  $b_1$  er. Vi har tidligere regnet ut standard error of mean  $SD/\sqrt{N}$ , og vi kan gjøre noe lignende for å regne ut standard error of  $b_1$ . Men for å fokusere på det store bildet vil jeg gi dere den estimerte standard error of  $b_1$

Proseduren for å regne ut standard error of  $b_1$  er ikke vanskelig, men det er en del utregningsledd. Så lenge dere forstå at standard error of  $b_1$  er et mål på hvor mye utvalg vil være forskjellige fra hverandre, så tenker jeg at dere ikke vil øke deres forståelse ved å lære å regne standard error of  $b_1$ , men jeg kan selvfølgelig ta feil. Jeg anbefaler dere på det sterkeste at der ser denne videoen

Fra mitt output i Jamovi kan jeg lese at standard error of  $b_1$  er **2.33**.

Independent Samples T-Test							
		Statistic	df	p	Mean difference	SE difference	95% Confidence Interval
							Lower Upper
1rm	Student's t	8.81	22.0	<.001	20.5	2.33	15.7 25.4

Figure 6.1: ny

Så jeg kan bruke dette i utregningen av  $t$ .

$$t.test = \frac{(20.52 - 0)}{2.33}$$

$$t.test = \frac{(20.52 - 0)}{\text{standard error of } b_1}$$

$$t.test = 8.806867$$

Vår  $t$ -verdi er 8.80. Vi kan se tydelig at denne  $t$ -verdi er større enn den kritiske verdien på  $\sim 2$ , så vi kan konkludere at vi har et signifikant funn; ee to

utvalgene vi har med i studien synes å komme fra forskjellig populasjon. Vi kan lese denne t-verdien fra output tabellen fra Jamovi at vår p-verdi er  $< 0.001$ .

En liten notis som er viktig å være observant på.

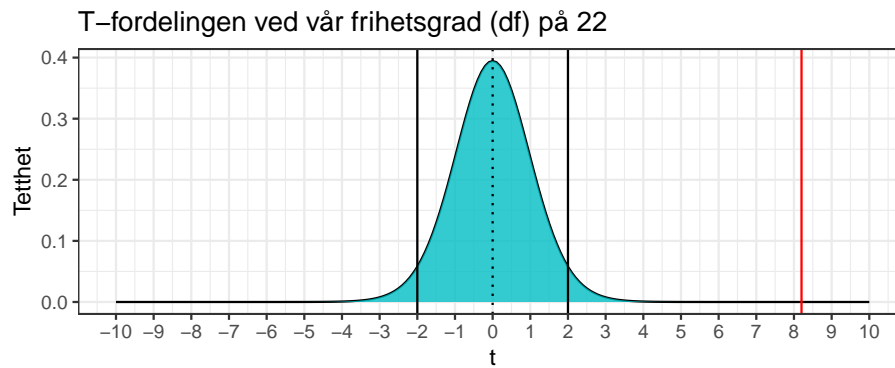


Figure 6.2: t-fordelingen og vår t-verdi





## Chapter 7

### Write-up

Det er en ganske standardisert måte å rapporte en statistisk test på. Først skriver du hva har testet. Husk at du bare har gitt statistikprogrammet noen tall og fått et resultat. Nå må du kommunisere til andre.

'Deltakerne i 1L-3U 3L-1U-gruppen hadde i gjennomsnitt mindre større en lavere % fremgang 1RM, på underkropppsøvelser (M=,SD=), enn som [].

Denne forskjellen, [], CI [], var signifikant,  $t(\text{[]}) = \text{[]}$ ,  $p = \text{[]}$ ,  $d = \text{[]}$ .



# Bibliography

- Rønnestad, B., Egeland, W., Kvamme, N., Refsnes, P., Kadi, F., and Raastad, T. (2007). Dissimilar effects of one- and three-set strength training on strength and muscle mass gains in upper and lower body in untrained subjects. *The Journal of Strength and Conditioning Research*, 21:157–63.
- Weissgerber, T. L., Milic, N. M., Winham, S. J., and Garovic, V. D. (2015). Beyond Bar and Line Graphs: Time for a New Data Presentation Paradigm. *PLOS Biology*, 13(4):1–10. Publisher: Public Library of Science.