

Universidad Nacional de El Salvador
Facultad Multidisciplinaria de Occidente
Departamento de Ingeniería y Arquitectura



Asignatura: Métodos de Optimización

Trabajo Ex-Aula

Catedrático: Ing. Salvador Elíseo Melendez
Castaneda.

Estudiante: Meda Marguez, Christian Eduardo
MM17017

Trabajo exáula

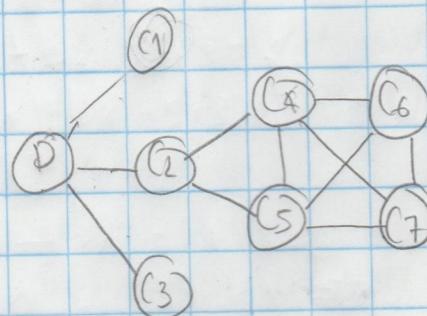
Meda Marguez Christian Eduardo

MMI7017

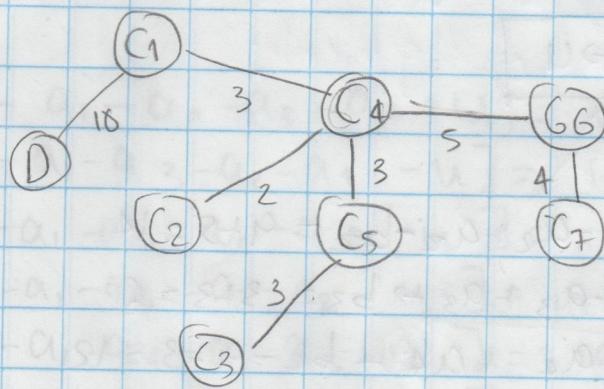
Ejercicio 1

Una alcaldía quiere diseñar el modo de llevar agua desde el depósito municipal D a 7 casas rurales, no necesariamente de forma directa, con el menor coste posible. Los posibles conducciones entre los depósitos y las casas con sus costos correspondientes, en cientos de dólares. Por ejemplo, realiza una conducción entre la casa 1 y la casa 4 tiene un coste de \$300. Elaborar la gráfica y calcular todas las formas posibles de establecer las conexiones para el coste total sea mínimo. Los costos de conexiones en cientos de dólares vienen descritos en la siguiente tabla:

D	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	C ₆	C ₇
D	10	12	14	16			
C ₁		3	3				
C ₂		2	4	4			
C ₃		3	3				
C ₄		3	5	6			
C ₅				5			
C ₆					4		
C ₇							



Destino	costos
D	0
D-C ₁	10
D-C ₁ -C ₄	3
D-C ₁ -C ₄ -C ₂	2
D-C ₁ -C ₄ -C ₂ -C ₆	5
D-C ₁ -C ₄ -C ₂ -C ₆ -C ₅	4
D-C ₁ -C ₄ -C ₂ -C ₆ -C ₅ -C ₇	3
D-C ₁ -C ₄ -C ₂ -C ₆ -C ₅ -C ₇ -C ₃	3

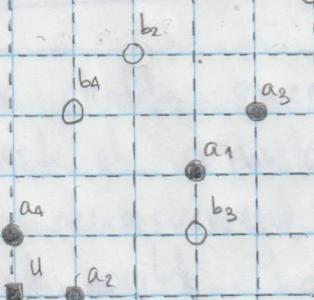


Ruta más costosa
con costo mínimo:
\$ 3,000

Ejercicio: La gráfica representa algunas calles de una ciudad. En cada una de las esquinas marcadas con una "a" hay un cliente que desea ser transportado a la esquina marcada con "b" correspondiente; es decir, el cliente situado en el punto marcado con **a**, desea hacer todos los servicios y regresar al punto de partida, y quiere atender a los clientes en el orden que le suponga el recorrido más corto (todas las manzanas tienen la

misma longitud (100 metros por lado). (No se pueden usar diagonales). Por supuesto, no pueden coincidir dos clientes en el interior del taxi. Resolver como un problema del agente viajero.

Escala 1:100



$$\begin{aligned} u \rightarrow a_1 &= (u - a_1) + (a_1 - b_1) = 5 + 5 = 10 \\ u \rightarrow a_2 &= (u - a_2) + (a_2 - b_2) = 1 + 6 = 6 \\ u \rightarrow a_3 &= (u - a_3) + (a_3 - b_3) = 7 + 3 = 10 \\ u \rightarrow a_4 &= (u - a_4) + (a_4 - b_4) = 1 + 3 = 4 \end{aligned}$$

Entonces: $a_1 \rightarrow u = b_1 \rightarrow u$

$$a_1 - u = b_1 - u = 10$$

$$a_1 - a_2 = b_1 - a_2 = b_1 - a_2 + a_2 - b_2 = 9 + 5 = 14$$

$$a_1 - a_3 = b_1 - a_3 = b_1 - a_3 + a_3 - b_3 = 3 + 3 = 6$$

$$a_1 - a_4 = b_1 - a_4 = b_1 - a_4 + a_4 - b_4 = 9 + 3 = 12$$

$$a_2 - u = b_2 - u = b_2 - u = 6$$

$$a_2 - a_1 = b_2 - a_1 = b_2 - a_1 + a_1 - b_1 = 3 + 5 = 8$$

$$a_2 - a_3 = b_2 - a_3 = b_2 - a_3 + a_3 - b_3 = 3 + 3 = 6$$

$$a_2 - a_4 = b_2 - a_4 = b_2 - a_4 + a_4 - b_4 = 5 + 3 = 8$$

$$a_3 - u = b_3 - u = 4$$

$$a_3 - a_1 = b_3 - a_1 = b_3 - a_1 + a_1 - b_1 = 1 + 5 = 6$$

$$a_3 - a_2 = b_3 - a_2 = b_3 - a_2 + a_2 - b_2 = 3 + 5 = 8$$

$$a_3 - a_4 = b_3 - a_4 = b_3 - a_4 + a_4 - b_4 = 3 + 3 = 6$$

$$a_4 - u = b_4 - u = 4$$

$$a_4 - a_1 = b_4 \rightarrow a_1 = b_4 - a_4 + a_1 - b_1 = 3 + 5 = 8$$

$$a_4 \rightarrow a_3 = b_4 - a_3 = b_4 \rightarrow a_3 + a_3 \rightarrow b_3 = 3 + 3 = 6$$

Por tanto, por el agente viajero:

	a_1	a_2	a_3	a_4	$\frac{(n-1)!}{2} = \frac{(5-1)!}{2} = 12$ Combinaciones
$U -$	10	6	10	4	
a_1	10	-	14	6	12
a_2	6	8	-	6	8
a_3	4	6	8	-	6
a_4	4	8	8	6	

$$1) U - [a_1 - a_2 - a_3 - a_4 - u] = 10 + 14 + 6 + 6 + 4 = 40$$

$$2) U - [a_1 - a_3 - a_2 - a_4 - u] = 10 + 6 + 8 + 8 + 4 = 36$$

$$3) U - [a_1 - a_3 - a_4 - a_2 - u] = 10 + 6 + 6 + 8 + 6 = 36$$

$$4) U - [a_1 - a_4 - a_3 - a_2 - u] = 10 + 6 + 6 + 8 + 6 = 36$$

$$5) U - [a_1 - a_4 - a_2 - a_3 - u] = 10 + 12 + 6 + 8 + 6 = 42$$

$$6) U - [a_1 - a_2 - a_4 - a_3 - u] = 10 + 12 + 6 + 8 + 4 = 40$$

$$7) U - [a_2 - a_1 - a_3 - a_4 - u] = 10 + 14 + 8 + 6 + 4 = 38 \leftarrow$$

$$8) U - [a_2 - a_3 + a_1 - a_4 - u] = 6 + 6 + 6 + 12 + 4 = 34$$

$$9) U - [a_2 - a_1 - a_4 - a_3 - u] = 6 + 8 + 12 + 6 + 4 = 36$$

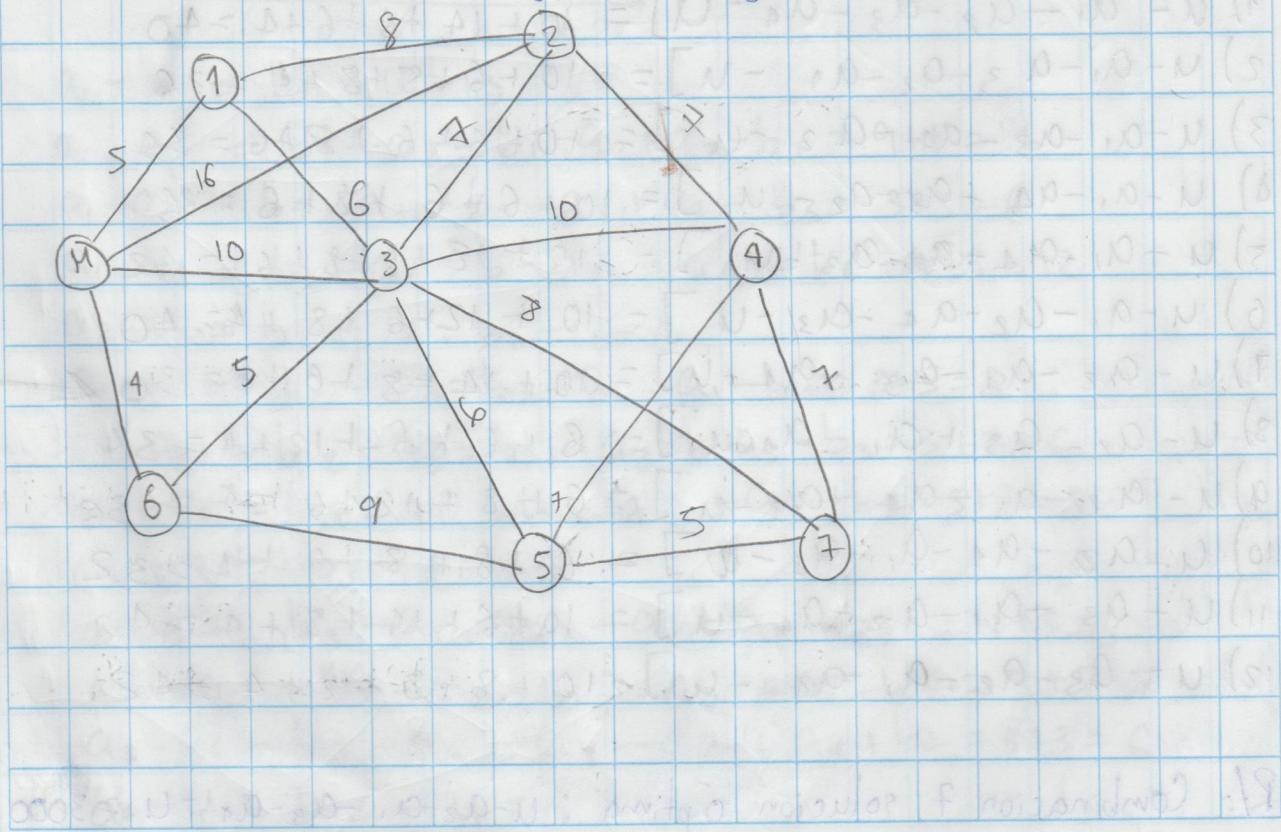
$$10) U - [a_2 - a_4 - a_1 - a_3 - u] = 6 + 8 + 8 + 6 + 4 = 32$$

$$11) U - [a_3 - a_1 - a_2 - a_4 - u] = 10 + 6 + 14 + 8 + 4 = 42$$

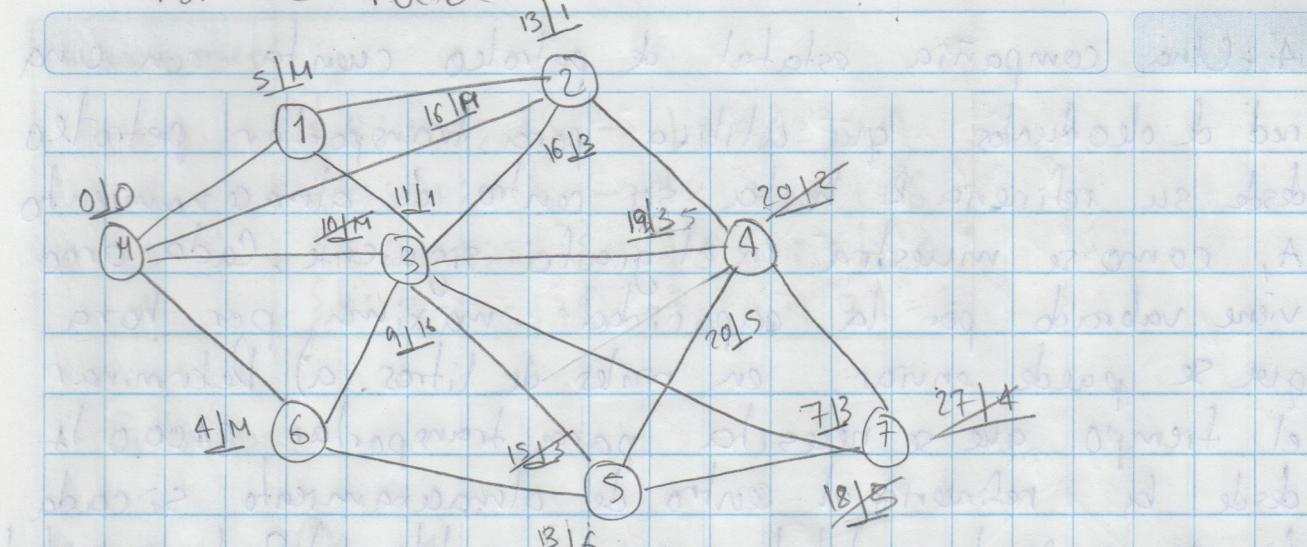
$$12) U - [a_3 - a_2 - a_1 - a_4 - u] = 10 + 8 + 8 + 12 + 4 = 42$$

R/: Combinación 7 solución óptima : $U - a_2 - a_1 - a_3 - a_4 - u = 3000$ m

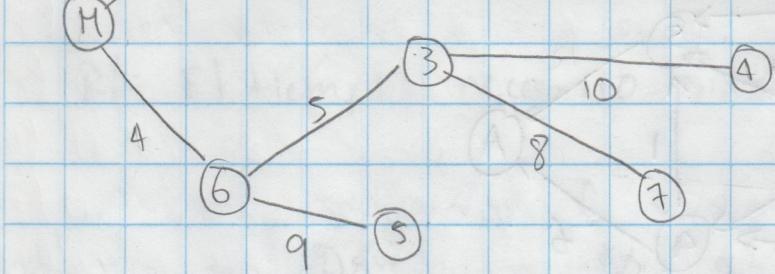
Ejercicio 3: Los vecinos de un municipio trabajan en alguno de los siete pozos que una compañía minera explota cerca del municipio. Antes de las elecciones el actual alcalde prometió a todos los vecinos que pavimentaría algunos caminos de forma que cada trabajador tuviera pavimentado el camino más corto desde el municipio hasta su mina. ¿Cuántos km se habría ahorrado pavimentar si solo hubiera prometido que cada trabajador tendría un camino pavimentado para acceder a su mina? En el municipio, los pozos y las vías que los conectan están descritos en el gráfico siguiente:



Por la ruta más corta

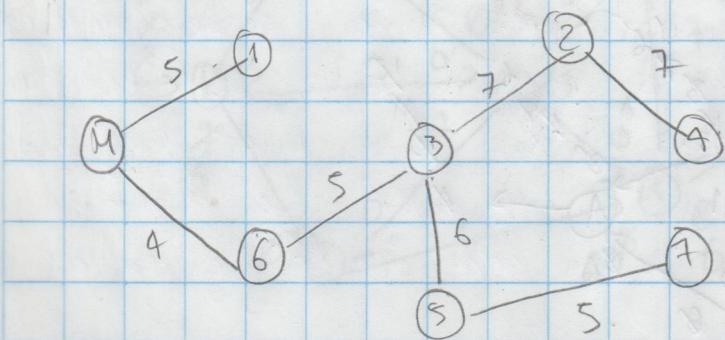


Sumatoria: 49 km



Por arbol de expansión mínima

: Por Kruskal



Sumatoria: $5+4+8+9+5+8 = 39$ km

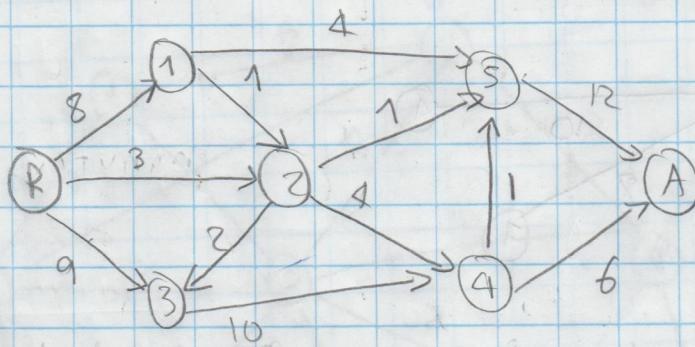
$$+ 5$$

$$= 44 \text{ km}$$

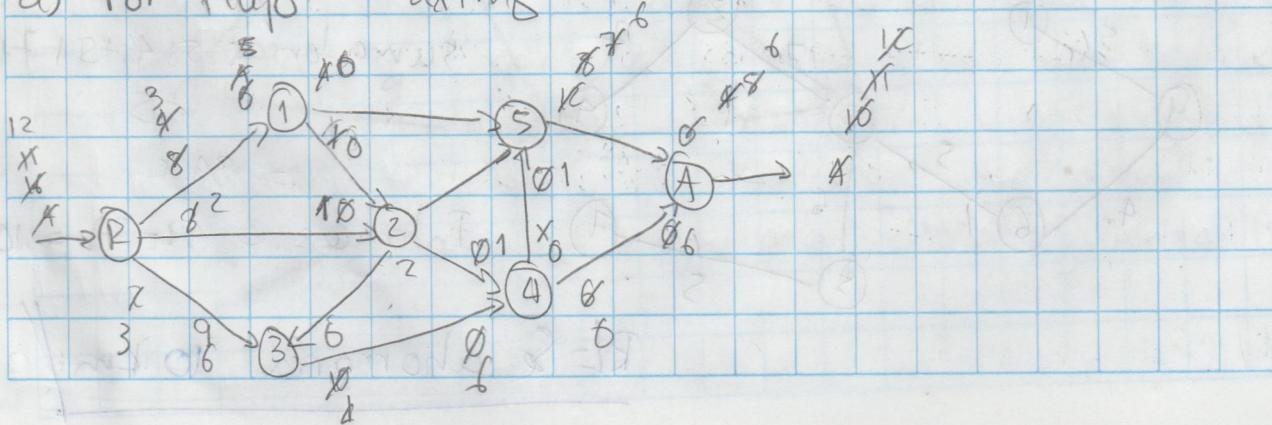
Entonces: $49 - 39 = 10$ km

R1 = Se ahoraría 10 km

4 - Una compañía estatal de petróleo cuenta con una red de oleoductos que utiliza para transportar petróleo desde su refinería R hasta su centro de almacenamiento A, como se muestra en el grafo siguiente. Cada arco viene valorado por la capacidad máxima por hora que se puede enviar, en miles de litros. a) Determinar el tiempo que se necesita para transportar 64000 lts desde la refinería al centro de almacenamiento si cada día se envía la cantidad máxima posible. b) Si la capacidad del arco (1,2), aumenta de 1 a 5, teniendo en cuenta la distribución de flujo obtenido en el apartado a) ¿en cuanto se reducirá el tiempo obtenido?



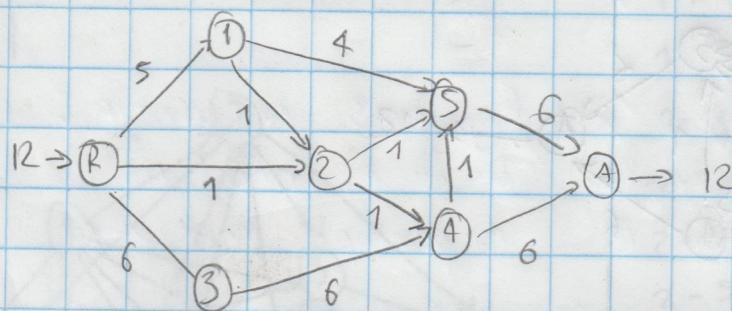
a) Por flujo máximo



Iteraciones

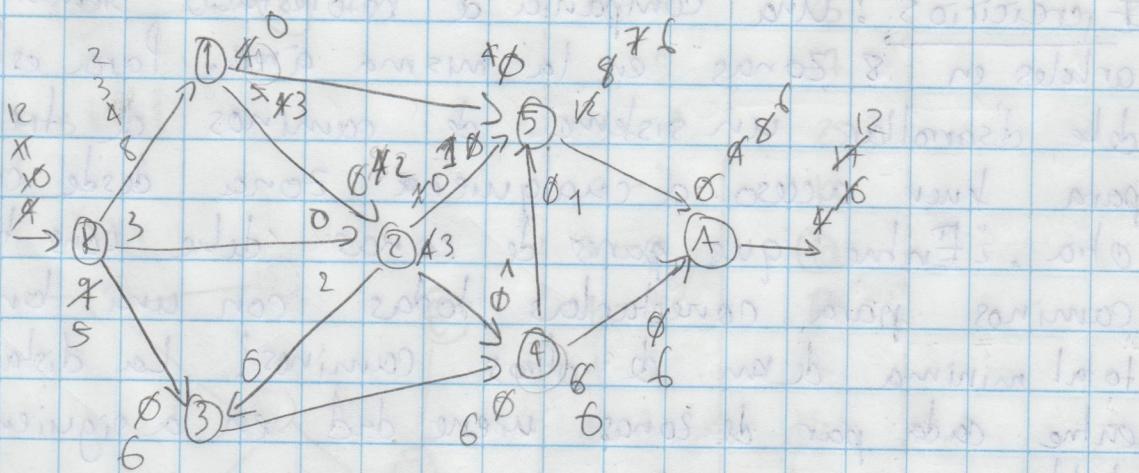
- | | |
|---|--|
| 1 | $\{R; 1; S; A\} \rightarrow 8, 9, 12 = 4$ |
| 2 | $\{R; 3; 4; A\} \rightarrow 9, 10, 6 = 6$ |
| 3 | $\{R; 1; 2; S; A\} \rightarrow 4, 1, 1, 8 = 1$ |
| 4 | $\{R; 2; 4; S; A\} \rightarrow 3, 4, 1, 7 = 1$ |

Entonces:



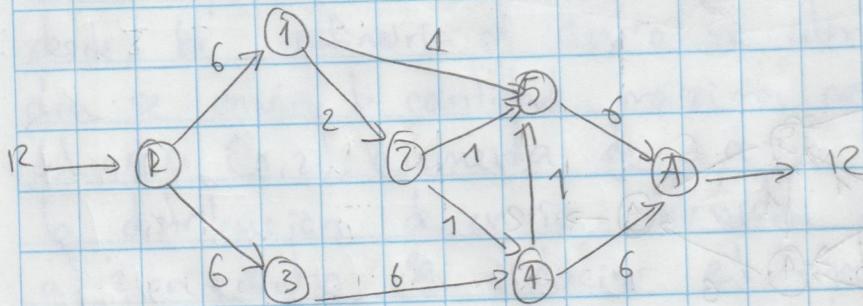
R1 = El tiempo necesario 18 horas y 19 minutos.

b)



Iteracion

- 1 $\{R; 1; 5; A\} \rightarrow |8, 4, 12| = 4$
- 2 $\{R; 3; 4; A\} \rightarrow |9, 10, 6| = 6$
- 3 $\{R; 1; 2; 5; A\} \rightarrow |15, 8| = 7$
- 4 $\{R; 1; 2; 4; 5; A\} \rightarrow |3, 7, 4, 7| = 1$



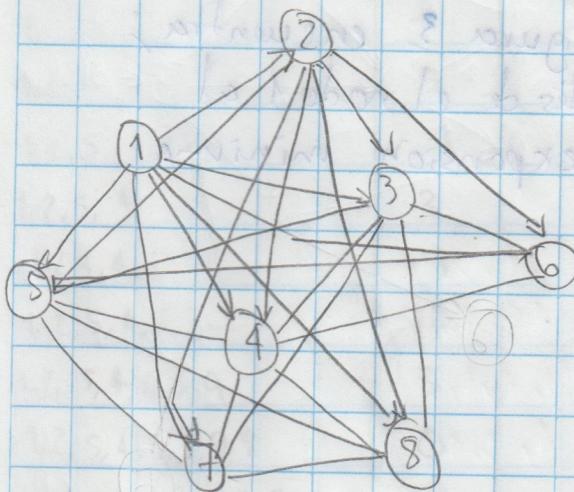
R/2 Flujo max / horas es el mismo a pesar que
aumento de 1 a 5.

Ejercicios: Una compañía de reforestación siembra árboles en 8 zonas en la misma área. Para esto se debe desarrollar un sistema de caminos de tierra para tener acceso a cualquiera zona desde cualquier otra. ¿Entre qué pares de zonas debe construirse caminos para conectarlas todas con una longitud total mínima de km de otros caminos? La distancia entre cada par de zonas viene dada en la siguiente tabla

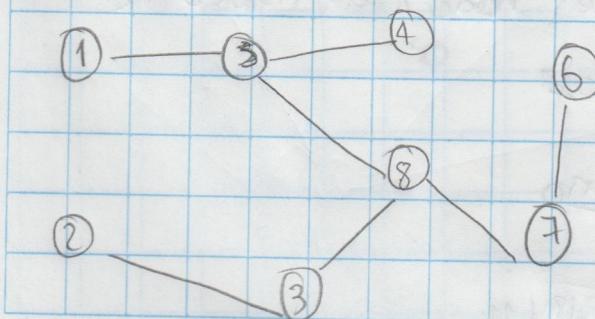
1 2 3 4 5 6 7 8

1	-	13	21	9	7	18	20	15
2	-	9	18	12	26	23	11	
3	-	8	17	25	19	10		
4	-	7	16	15	9			
5	-	9	11	8				
6	-	6	10					
7	-	5						
8	-							

Vertice de arista	Peso de arista	Vertice de arista	Peso de arista
1-2	13	5-7	11
1-3	21	5-8	8
1-4	9	6-7	6
1-5	(7)	6-8	10
1-6	18	7-8	5
1-7	20		
1-8	15		
2-3	(9)		
2-4	18		
2-5	12		
2-6	26		
2-7	23		
2-8	11		
3-4	26		
3-5	17		
3-6	25		
3-7	19		
3-8	(10)		
4-5	(1)		
4-6	16		
4-7	15		
4-8	9		
5-6	9		



Por Kruskal



R = Lo óptimo es pavimentar los caminos

1-5

2-3

3-8 Distancia: 52 km

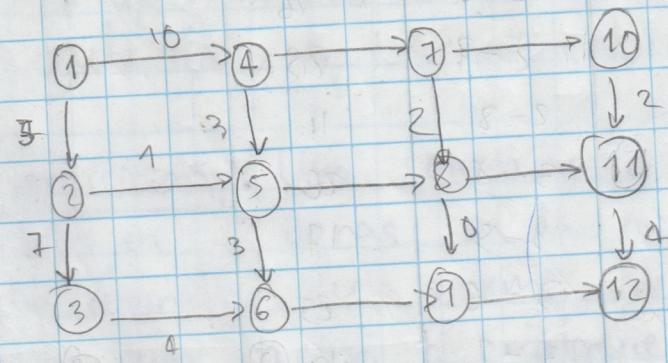
4-5

5-8

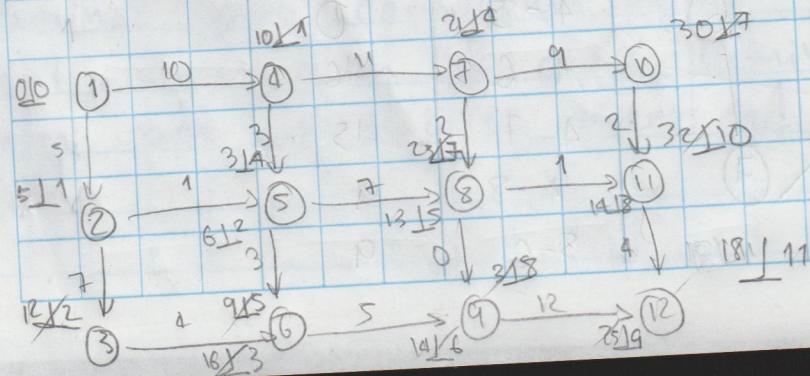
6-7

7-8

Ejercicios: En la red de la figura 3 encuentra;
a) el camino más corto desde el nodo 1 al
nodo 12. b) El árbol de expansión mínima
que une todos



Ta) El camino más corto desde el nodo 1 al nodo 12



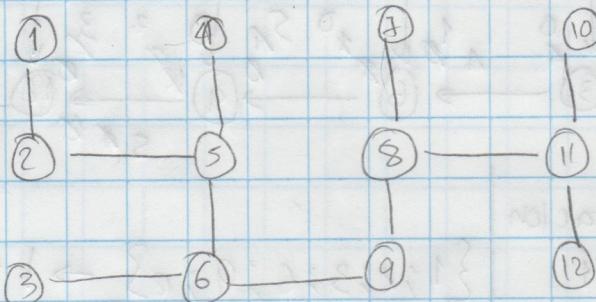
①

↓ 5



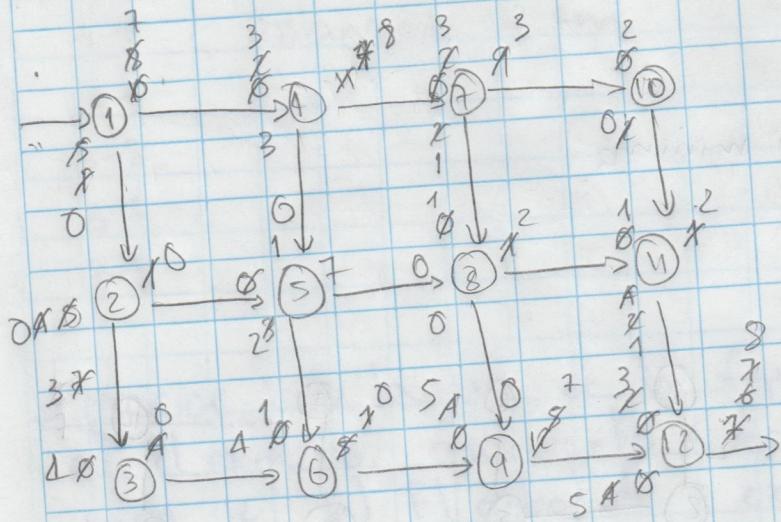
b) El arbol de expansión mínima

Vértices de anilla	Pesos
anillo	-
1	-
1,2	5
1,2,5	1
1,2,5,4	3
1,2,5,4,6	3
1,2,5,4,6,3	4
1,2,5,4,6,3,9	5
1,2,5,4,6,3,9,8	0
1,2,5,4,6,3,9,8,7	2
1,2,5,4,6,3,9,8,7,11	1
1,2,5,4,6,3,9,8,7,11,10	2
1,2,5,4,6,3,9,8,7,11,10,12	7
	50



c) El flujo máximo de traslado en la red

de 1 a 12



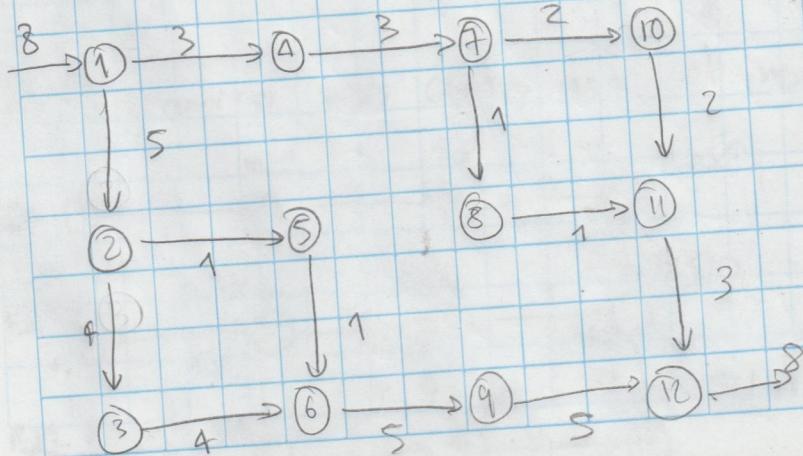
Iteración

$$1 \quad \{1; 2; 3; 6; 9; 12\} \rightarrow |5, 7, 4, 5, 12| = 4$$

$$2 \quad \{1; 4; 7; 10; 11; 12\} \rightarrow |10, 11, 19, 2, 4| = 2$$

$$3 \quad \{1; 4; 7; 8; 11; 12\} \rightarrow |8, 9, 2, 1, 2| = 1$$

$$4 \quad \{1; 2; 5; 6; 9; 12\} \rightarrow |1, 1, 3, 18| = 1$$

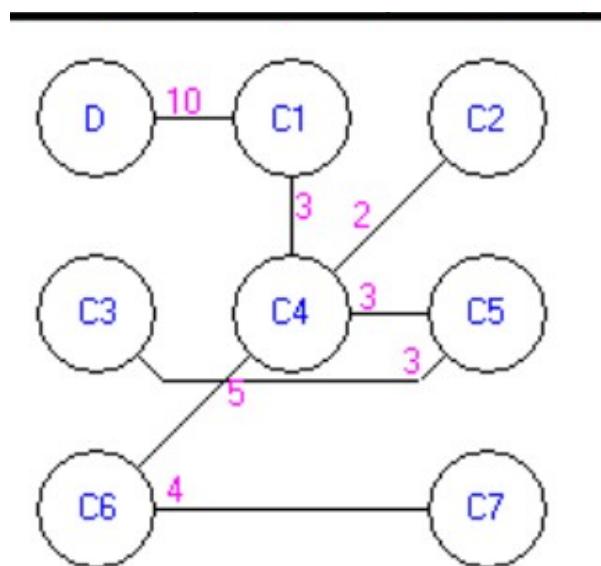


Ejercicios en WinQSB

Ejercicio 1

From \ To	D	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7
D		10	12	14				
C1	10				3			
C2	12				2	4		
C3	14					3		
C4		3	2			3	5	6
C5			4	3	3		7	5
C6					5	7		4
C7					6	5	4	

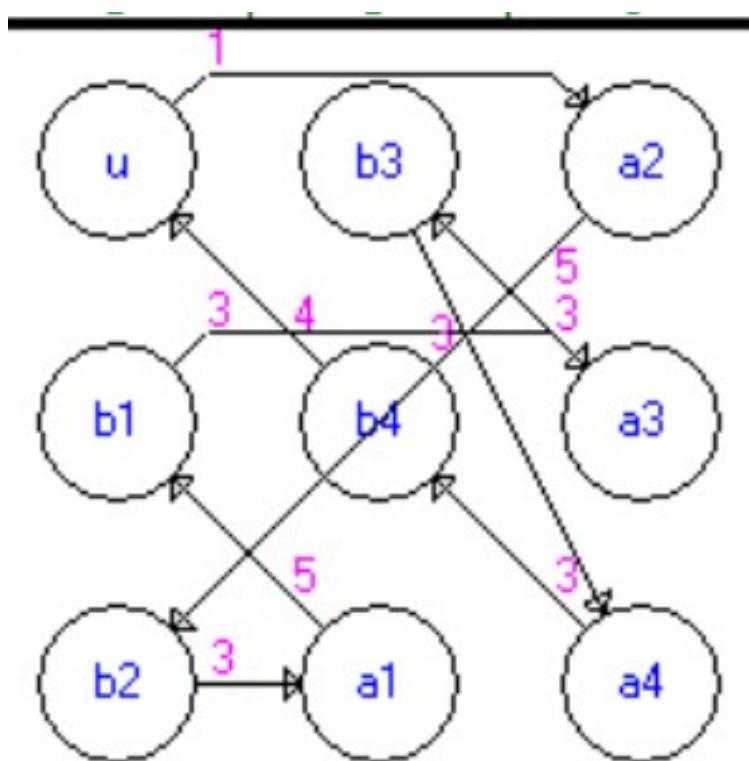
06-05-2020	From Node	Connect To	Distance/Cost		From Node	Connect To	Distance/Cost
1	D	C1	10	5	C4	C5	3
2	C4	C2	2	6	C4	C6	5
3	C5	C3	3	7	C6	C7	4
4	C1	C4	3				
	Total	Minimal	Connected	Distance or Cost		=	30



Ejercicio 2

From \ To	u	b1	b2	b3	b4	a1	a2	a3	a4
u						5	1	7	1
b1	10						9	3	9
b2	6					3		3	5
b3	4					1	3		3
b4	4					3	3		
a1		5							
a2			5						
a3				3					
a4					3				

06-05-2020	From Node	Connect To	Distance/Cost		From Node	Connect To	Distance/Cost	
1	u	a2	1	6	a3	b3	3	
2	a2	b2	5	7	b3	a4	3	
3	b2	a1	3	8	a4	b4	3	
4	a1	b1	5	9	b4	u	4	
5	b1	a3	3					
	Total (Result)	Minimal from Branch	Traveling and	Distance or Cost	=		30	
						Bound	Method)	

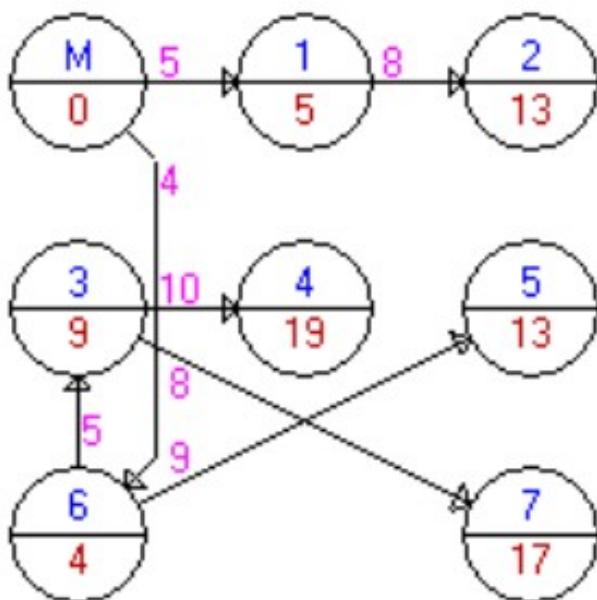


Ejercicio 3

Shortest Path Problem Eje3

M : M	M	1	2	3	4	5	6	7
From \	M	5	16	10				
M								4
1	5		8	6				
2		16	8		7	7		
3		10	6	7		10	6	5
4				7	10		7	7
5					6	7		9
6		4			5		9	
7					8	7	5	

06-05-2020	From	To	Distance/Cost	Cumulative Distance/Cost
1	M	6	4	4
2	6	3	5	9
3	3	7	8	17
	From M To 7	=		17
	From M To 1	=		5
	From M To 2	=		13
	From M To 3	=		9
	From M To 4	=		19
	From M To 5	=		13
	From M To 6	=		4

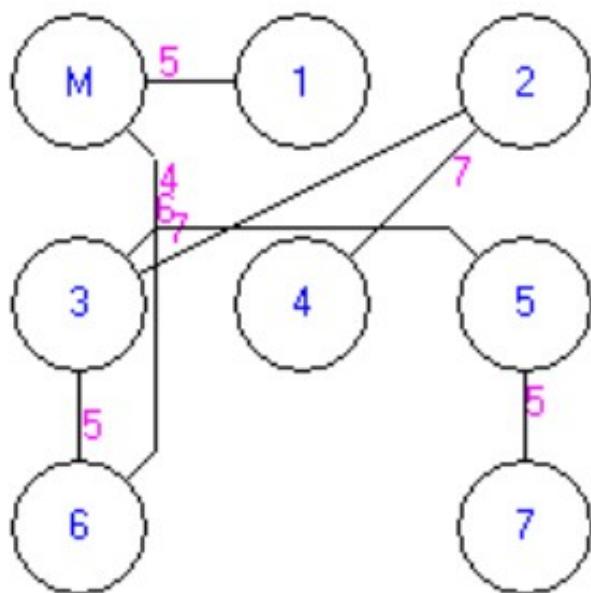


Minimal Spanning Tree Problem Eje3

M : M

From \ To	M	1	2	3	4	5	6	7
M		5	16	10			4	
1	5		8	6				
2	16	8		7	7			
3	10	6	7		10	6	5	8
4			7	10		7		7
5				6	7		9	5
6	4			5		9		
7				8	7	5		

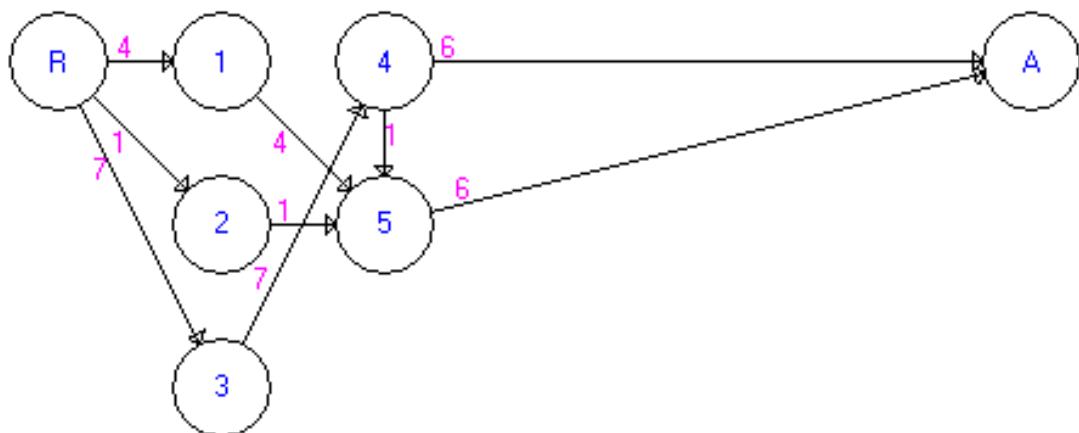
06-05-2020	From Node	Connect To	Distance/Cost		From Node	Connect To	Distance/Cost
1	M	1	5	5	3	5	6
2	3	2	7	6	M	6	4
3	6	3	5	7	5	7	5
4	2	4	7				
	Total	Minimal	Connected	Distance or Cost		=	39



Ejercicio 4

Maximal Flow Problem ej4								
R : R	From \ To	R	1	2	3	4	5	A
R	R		8	3	9			
1				1				4
2					2	4	1	
3						10		
4							1	6
5								12
A								

06-05-2020	From	To	Net Flow		From	To	Net Flow	
1	R	1	4	6	3	4	7	
2	R	2	1	7	4	5	1	
3	R	3	7	8	4	A	6	
4	1	5	4	9	5	A	6	
5	2	5	1					
Total	Net Flow	From	R	To	A	=	12	

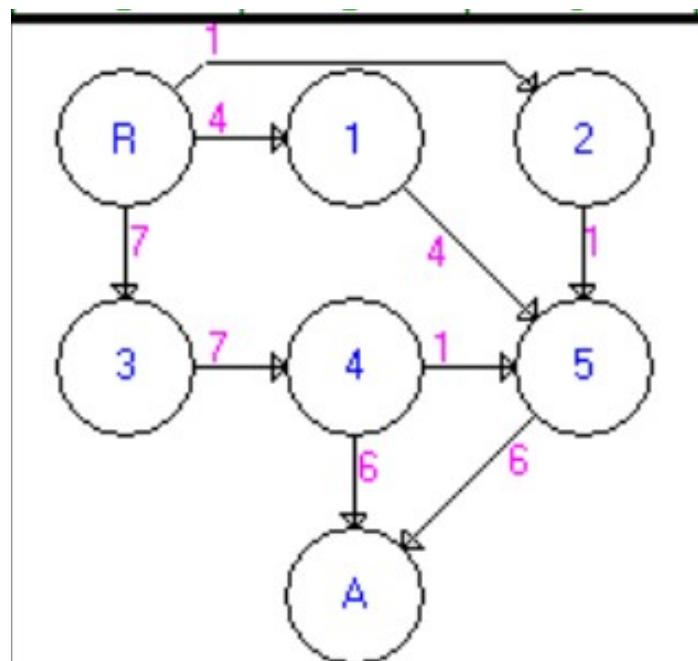


Maximal Flow Problem Eje4

R : R

From \ To	R	1	2	3	4	5	A
R		8	3	9			
1			5			4	
2				2	4	1	
3						10	
4						1	6
5							12
A							

06-05-2020	From	To	Net Flow	From	To	Net Flow
1	R	1	4	6	3	4
2	R	2	1	7	4	5
3	R	3	7	8	4	A
4	1	5	4	9	5	A
5	2	5	1			
Total	Net Flow	From	R	To	A	= 12



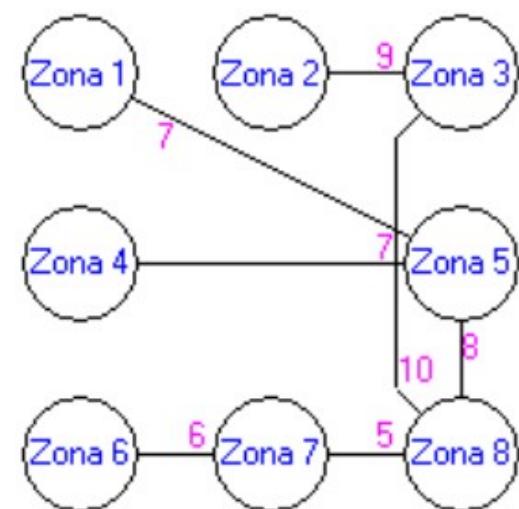
Ejercicio 5

Minimal Spanning Tree Problem Eje5

Zona 1 : Zona 1

From \ To	Zona 1	Zona 2	Zona 3	Zona 4	Zona 5	Zona 6	Zona 7	Zona 8
Zona 1		13	21	9	7	18	20	15
Zona 2	13		9	18	12	26	23	11
Zona 3	21	9		26	17	25	19	10
Zona 4	9	18	26		7	16	15	9
Zona 5	7	12	17	7		9	11	8
Zona 6	18	26	25	16	9		6	10
Zona 7	20	23	19	15	11	6		5
Zona 8	15	11	10	9	8	10	5	

06-05-2020	From Node	Connect To	Distance/Cost		From Node	Connect To	Distance/Cost
1	Zona 3	Zona 2	9	5	Zona 7	Zona 6	6
2	Zona 8	Zona 3	10	6	Zona 8	Zona 7	5
3	Zona 5	Zona 4	7	7	Zona 5	Zona 8	8
4	Zona 1	Zona 5	7				
	Total	Minimal	Connected	Distance	or Cost	=	52

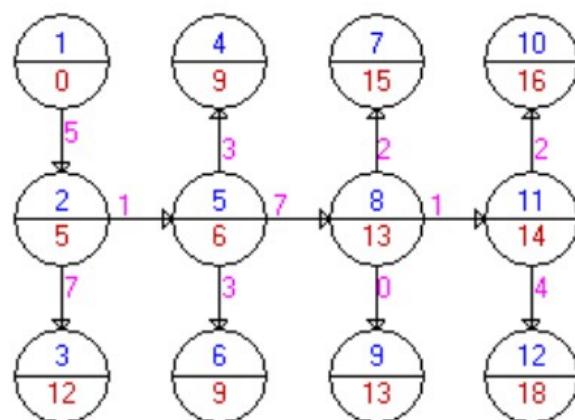


Ejercicio 6

3. Shortest Path Problem Eje6-a

From \ To	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1		5		10								
2	5		7		1							
3		7				4						
4	10				3		11					
5		1		3		3		7				
6			4		3				5			
7				11				2		9		
8					7		2		0		1	
9						5		0				12
10							9				2	
11								1		2		
12									12			4

06-06-2020	From	To	Distance/Cost	Cumulative Distance/Cost
1	1	2	5	5
2	2	5	1	6
3	5	8	7	13
4	8	11	1	14
5	11	12	4	18
	From 1 To 12	=		18
	From 1 To 2	=		5
	From 1 To 3	=		12
	From 1 To 4	=		9
	From 1 To 5	=		6
	From 1 To 6	=		9
	From 1 To 7	=		15
	From 1 To 8	=		13
	From 1 To 9	=		13
	From 1 To 10	=		16
	From 1 To 11	=		14

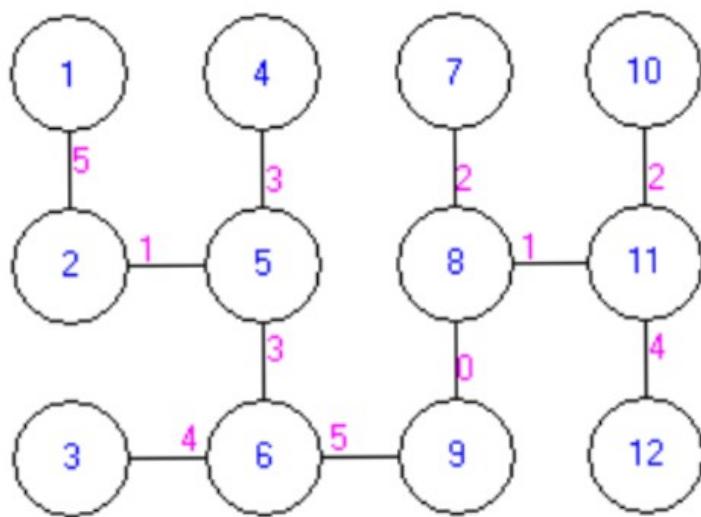


5. Minimal Spanning Tree Problem Ej6-b

1 : 1

From \ To	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1		5		10								
2	5		7		1							
3		7				4						
4	10				3		11					
5		1		3		3			7			
6			4		3					5		
7			11			7		2		9		
8						2		0			1	
9						5		0				12
10							9				2	
11								1		2		4
12								12				4

06-06-2020	From Node	Connect To	Distance/Cost		From Node	Connect To	Distance/Cost
1	1	2	5	7	9	8	0
2	6	3	4	8	6	9	5
3	5	4	3	9	11	10	2
4	2	5	1	10	8	11	1
5	5	6	3	11	11	12	4
6	8	7	2				
	Total	Minimal	Connected	Distance or Cost		=	30



31. Maximal Flow Problem Eje6-c

1 : 1

From \ To	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1		5	10									
2			7	1								
3					4							
4						3	11					
5						3	7					
6								5				
7							2	9				
8									1			
9										12		
10										2		
11											4	
12												

06-06-2020	From	To	Net Flow		From	To	Net Flow	
1	1	2	4		8	6	9	5
2	1	4	4		9	7	8	1
3	2	3	4		10	7	10	2
4	3	6	4		11	8	11	1
5	4	5	1		12	9	12	5
6	4	7	3		13	10	11	2
7	5	6	1		14	11	12	3
Total	Net Flow	From	1	To	12	=	8	

