

UNIVERSIDAD SIMÓN BOLÍVAR  
DECANATO DE ESTUDIOS DE POSTGRADO  
COORDINACIÓN DE TECNOLOGÍA E INGENIERÍA ELECTRÓNICA  
MAESTRÍA EN INGENIERÍA ELECTRÓNICA

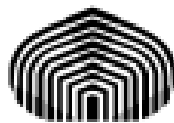
TRABAJO DE GRADO

**APRENDIZAJE POR DEMOSTRACIÓN USANDO PRIMITIVAS  
DE MOVIMIENTOS DINÁMICOS EN ROBOTS EXCAVADORES**

por

Carlos Mastalli

Abril de 2013



UNIVERSIDAD SIMÓN BOLÍVAR  
DECANATO DE ESTUDIOS DE POSTGRADO  
COORDINACIÓN DE TECNOLOGÍA E INGENIERÍA ELECTRÓNICA  
MAESTRÍA EN INGENIERÍA ELECTRÓNICA

## **APRENDIZAJE POR DEMOSTRACIÓN USANDO PRIMITIVAS DE MOVIMIENTOS DINÁMICOS EN ROBOTS EXCAVADORES**

Trabajo de Grado presentado a la Universidad Simón Bolívar por

**Carlos Mastalli**

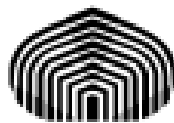
como requisito parcial para obtener el grado académico de

**Magister en Ingeniería Electrónica**

Con la asesoría del Prof.

Prof. Dr. Gerardo Fernández-Lopez

Abril de 2013



UNIVERSIDAD SIMÓN BOLÍVAR  
DECANATO DE ESTUDIOS DE POSTGRADO  
COORDINACIÓN DE TECNOLOGÍA E INGENIERÍA ELECTRÓNICA  
MAESTRÍA EN INGENIERÍA ELECTRÓNICA

## APRENDIZAJE POR DEMOSTRACIÓN USANDO PRIMITIVAS DE MOVIMIENTOS DINÁMICOS EN ROBOTS EXCAVADORES

**Por:** Carlos Mastalli  
**Carnet No.:** 09-87517

Este Trabajo de Grado ha sido aprobado en nombre de la Universidad Simón Bolívar por el siguiente jurado examinador:

---

Prof. Dr. Sergio Diaz  
Presidente

---

Prof. Dr. Manuel Armada  
Miembro principal

---

Prof. Dr. Gerardo Fernández-Lopez  
Tutor

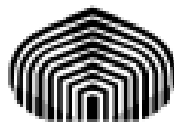
2 de Abril de 2013

# Dedicatoria

Dedicatoria a pedro y todo el mundo hasta el final de los tiempos, es decir, en su equivalente matematico es tender el limite de la dedicacion al infinito.

# Agradecimientos

Agradeciendo a dios y todo el mundo.



UNIVERSIDAD SIMÓN BOLÍVAR  
DECANATO DE ESTUDIOS DE POSTGRADO  
COORDINACIÓN DE TECNOLOGÍA E INGENIERÍA ELECTRÓNICA  
MAESTRÍA EN INGENIERÍA ELECTRÓNICA

## APRENDIZAJE POR DEMOSTRACIÓN USANDO PRIMITIVAS DE MOVIMIENTOS DINÁMICOS EN ROBOTS EXCAVADORES

**Por:** Carlos Mastalli

**Carnet No.:** 09-87517

**Tutor:** Prof. Dr. Gerardo Fernández-Lopez  
Abril, 2013

### RESUMEN

En el presente trabajo se desarrolla una arquitectura formada por un sistema de percepción, un planificador de movimientos, dos sistemas de control y uno de localización que permiten la generación autónoma de operaciones en máquinas retro-excavadoras. Este conjunto de sistemas son presentados en dos partes que están relacionados con los niveles de jerarquía, es decir, control y localización, y percepción y planificación. En este sentido en la primera parte se elaboran las arquitecturas de control y localización, en el cual se expone un análisis de estabilidad del controlador PID que permite la sintonización del mismo y un estudio e implementación de un Filtro de Kalman Extendido (EKF) para la estimación de la posición del sistema de control y localización, respectivamente. Posteriormente se implementan un conjunto de técnicas para el levantamiento de los mapas de colisión de la escena de la máquina. Además se propone el desarrollo de un sistema de planificación de movimiento basado en un esquema de Aprendizaje por Demostración usando Primitivas de Movimientos Dinámicos (DMP) como políticas de control, el cual permite efectuar de forma autónoma las distintas operaciones realizadas por una retro-excavadora. También se presenta la exposición de motivos, en el cual se justifica la implementación de dicho sistema de planificación versus planificadores como  $A^*$ , *Probabilistic RoadMap* (PRM), *Rapidly-exploring Random Tree* (RRT) y Campos Potenciales. Además en cada uno de los capítulos se presentan los resultados, aportes y conclusiones de cada una de los elementos desarrollados. Finalmente las pruebas fueron realizadas en un entorno de simulación llamado Gazebo debajo del meta-sistema operación para robots (ROS).

**Palabras claves:** Robots Excavadoras, Planificación de Movimientos, Aprendizaje por Demostración, Políticas de Control, Primitivas de Movimientos Dinámicos (DMP), Percepción, Control y Localización

# Índice general

<b>APROBACIÓN DEL JURADO</b>	<b>II</b>
<b>DEDICATORIA</b>	<b>III</b>
<b>AGRADECIMIENTO</b>	<b>IV</b>
<b>RESUMEN</b>	<b>V</b>
<b>ÍNDICE GENERAL</b>	<b>VI</b>
<b>ÍNDICE DE TABLAS</b>	<b>X</b>
<b>ÍNDICE DE FIGURAS</b>	<b>XI</b>
<b>CAPÍTULO 1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Planteamiento del Problema . . . . .	1
1.2. Antecedentes y Desarrollos más Relevantes . . . . .	4
1.2.1. Medición . . . . .	4
1.2.2. Modelado . . . . .	6
1.2.3. Estudio de Sistemas . . . . .	9
1.3. Objetivos del Trabajo . . . . .	12
1.3.1. Objetivo General . . . . .	12
1.3.2. Objetivos Específicos . . . . .	12
1.4. Justificación e Importancia de la Investigación . . . . .	13
1.5. Alcance del Proyecto . . . . .	14
1.6. Estructura del Libro . . . . .	15

<b>I</b>	<b>Control y Localización</b>	<b>17</b>
<b>CAPÍTULO 2.</b>	<b>Modelado Cinemático y Dinámico</b>	<b>18</b>
2.1.	Modelo Cinemático del Brazo de la Retro-excavadora . . . . .	18
2.1.1.	Cinemática directa . . . . .	20
2.1.2.	Cinemática inversa . . . . .	21
2.1.3.	Algoritmos de cinemática inversa . . . . .	22
2.2.	Modelo Cinemático del Móvil de la Retro-excavadora . . . . .	24
2.3.	Modelo Dinámico del Brazo de la Retro-excavadora . . . . .	25
2.3.1.	Verificación del modelo dinámico del brazo . . . . .	29
2.4.	Aportes . . . . .	32
2.5.	Conclusiones . . . . .	33
<b>CAPÍTULO 3.</b>	<b>Sistema de Control</b>	<b>35</b>
3.1.	Análisis de Estabilidad del Control PID . . . . .	35
3.1.1.	Función Candidata de Lyapunov . . . . .	37
3.2.	Sintonización del Controlador PID . . . . .	41
3.3.	Sistema de Control de la Retro-excavadora . . . . .	42
3.4.	Control de la Herramienta de la Retro-excavadora . . . . .	42
3.4.1.	Sintonización de los controladores PIDs . . . . .	43
3.5.	Control del Vehículo de la Retro-excavadora . . . . .	53
3.5.1.	Sintonización del controlador traslacional y rotacional . . . . .	55
3.5.2.	Escenario de prueba . . . . .	59
3.6.	Aportes . . . . .	61
3.7.	Conclusiones . . . . .	62
<b>CAPÍTULO 4.</b>	<b>Sistema de Localización</b>	<b>63</b>
4.1.	Sistemas de Odometría . . . . .	63
4.2.	Filtrado Bayesiano . . . . .	65
4.2.1.	Máxima Verosimilitud y Máxima A Posteriori . . . . .	67
4.2.2.	Filtro de Kalman . . . . .	68
4.2.3.	Filtro Extendido de Kalman . . . . .	71
4.3.	El Problema de Localización . . . . .	72
4.4.	Unidad de Medición Inercial, IMU . . . . .	72
4.5.	Localización usando EKF . . . . .	73



4.5.1. Ventajas del sistema de localización implementado . . . . .	76
4.6. Implementación y resultados . . . . .	76
4.6.1. Escenario 1 . . . . .	77
4.6.2. Escenario 2 . . . . .	80
4.6.3. Escenario 3 . . . . .	84
4.7. Aportes . . . . .	88
4.8. Conclusiones . . . . .	88
<b>II Percepción y Planificación</b>	<b>89</b>
<b>CAPÍTULO 5. Sistema de Percepción</b>	<b>90</b>
5.1. Sistema de Percepción de la Retro-excavadora . . . . .	91
5.2. Visión Estéreo . . . . .	93
5.2.1. Reconstrucción 3D de la escena . . . . .	94
5.2.2. Emparejamiento por bloques estéreo . . . . .	95
5.2.3. Implementación del BM en la cámara estéreo de la retro-excavadora	96
5.2.4. Levantamiento de la escena . . . . .	97
5.3. Filtrado de Datos . . . . .	98
5.3.1. Filtro de sombras . . . . .	99
5.3.2. Filtro de voxelgrid . . . . .	99
5.3.3. Filtro de eliminación de puntos del robot . . . . .	101
5.4. Modelado de Ambientes 3D . . . . .	102
5.4.1. Representación de ambientes 3D en el contexto de una retro-excavadora	105
5.4.2. Mapa de octrees . . . . .	106
5.4.3. Implementación y resultados . . . . .	109
5.5. Aportes . . . . .	110
5.6. Conclusiones . . . . .	111
<b>CAPÍTULO 6. Aprendizaje por Demostración usando DMP</b>	<b>113</b>
6.1. Motivación . . . . .	114
6.2. Políticas de Control para la Generación de Movimientos . . . . .	116
6.2.1. Métodos de auto-búsqueda . . . . .	117
6.2.2. Métodos de demostración o imitación . . . . .	118
6.3. Primitiva de Movimientos Dinámicos . . . . .	120
6.3.1. Aprendizaje de DMPs . . . . .	123

6.3.2. Propagación de Primitivas de Movimientos Dinámicos . . . . .	124
6.4. Generación de Movimientos con Primitivas de Movimientos Dinámicos . . .	125
6.5. Características de las Tareas Realizadas por las Retro-excavadoras . . . . .	126
6.6. Ejecución Autónoma de Tareas usando DMPs . . . . .	127
6.6.1. Configuración de DMPs . . . . .	129
6.7. Implementación y resultados . . . . .	130
6.7.1. Escenario 1: Operación de excavación . . . . .	131
6.7.2. Escenario 2: Operación de carga de camión . . . . .	137
6.7.3. Operación autónoma . . . . .	141
6.8. Aportes . . . . .	142
6.9. Conclusiones . . . . .	145
<b>CONCLUSIONES, RECOMENDACIONES Y TRABAJOS FUTUROS</b>	<b>147</b>
6.10. Conclusiones . . . . .	147
6.11. Aportes . . . . .	151
6.12. Recomendaciones y Trabajos Futuros . . . . .	153
<b>Referencias</b>	<b>155</b>
<b>APÉNDICE A. Propiedades y modelo dinámico de la retro-excavadora</b>	<b>161</b>
A.1. Propiedades Básicas de la Dinámica . . . . .	161
A.1.1. Matriz de inercia $\mathbf{M}(\mathbf{q})$ . . . . .	162
A.1.2. Matriz centrífuga de Coriolis $\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ . . . . .	163
A.1.3. Vector de gravedad $\mathbf{g}(\mathbf{q})$ . . . . .	164
A.2. Modelado de la Retro-excavadora . . . . .	165
A.2.1. Modelo cinemático . . . . .	166
A.2.2. Modelo dinámico . . . . .	168
A.2.3. Propiedades mecánicas . . . . .	171
<b>APÉNDICE B. Regresión Localmente Pesada</b>	<b>173</b>
B.1. Regresión Localmente Pesada . . . . .	174
B.1.1. Modelos globales . . . . .	174
B.1.2. Modelos locales . . . . .	175
<b>APÉNDICE C. Artículos Publicados</b>	<b>177</b>

# Índice de Tablas

3.1. Sintonización del control PID del brazo de la retro-excavadora. . . . .	50
3.2. Sintonización del control PI del vehículo de la retro-excavadora. . . . .	56
3.3. Parámetros de la respuesta temporal del controlador PI traslacional y ro- tacional. . . . .	58
4.1. Escenario 1. Comparación de RMSE para ambos algoritmos de localización.	79
4.2. Escenario 2. Comparación de RMSE para ambos algoritmos de localización.	82
4.3. Escenario 3. Comparación de RMSE para ambos algoritmos de localización.	87
6.1. Comparación de los valores RMSE para ambos casos de sintonización de las DMPs. . . . .	136
6.2. Comparación de los valores RMSE del proceso de aprendizaje de la función no-lineal. . . . .	141
A.1. Parámetros de Denativ-Hartenberg de la retro-excavadora. . . . .	166
A.2. Propiedades físicas de la retro-excavadora. . . . .	172

# Índice de figuras

1.1. Operación de carga típica realizada por una retro-excavadora. . . . .	3
2.1. Ejemplos de topologías cinemáticas. A la izquierda el PR2 y la derecha Sketchy. . . . .	19
2.2. Sistemas de referencias empleados en la retro-excavadora. . . . .	21
2.3. Algoritmo de cinemática inversa de 1er orden. . . . .	23
2.4. Cinemática del elemento móvil de la retro-excavadora. . . . .	24
2.5. Caso de estudio 1: Secuencia de movimiento del brazo de la retro-excavadora en caída libre. . . . .	30
2.6. Caso de estudio 2: Secuencia de movimiento del brazo de la retro-excavadora en caída libre con rotación en la torreta. . . . .	32
2.7. Caso de estudio 3: Secuencia de movimiento del brazo de la retro-excavadora en caída libre con rotación en el <i>boom</i> . . . . .	33
3.1. Sistema de control implementado en el brazo de la retro-excavadora. . . . .	43
3.2. Posición articular de un movimiento típico realizado por la retro-excavadora. . . . .	45
3.3. Velocidad articular de un movimiento típico realizado por la retro-excavadora. . . . .	45
3.4. La norma de la velocidad articular de un movimiento típico realizado por la retro-excavadora. . . . .	46
3.5. $\max_{i,j,q} \left  \frac{\partial g_i(\mathbf{q})}{\partial q_j} \right $ de un movimiento típico realizado por la retro-excavadora. . . . .	47
3.6. $\max_{i,j,k}  C_{kij}(\mathbf{q}) $ de un movimiento típico realizado por la retro-excavadora. . . . .	48
3.7. $\lambda_{\max}\{\mathbf{M}(\mathbf{q})\}$ y $\lambda_{\min}\{\mathbf{M}(\mathbf{q})\}$ de un movimiento típico realizado por la retro-excavadora. . . . .	49
3.8. $\frac{\lambda_{\max}^2\{\mathbf{M}(\mathbf{q})\}}{\lambda_{\min}\{\mathbf{M}(\mathbf{q})\}}$ de un movimiento típico realizado por la retro-excavadora. . . . .	50
3.9. Respuesta del sistema de control PID ante un movimiento típico. . . . .	52
3.10. Error del sistema de control PID ante un movimiento típico. . . . .	52
3.11. Señal de control del sistema de control PID ante un movimiento típico. . . . .	53
3.12. Sistema de control implementado en el elemento móvil de la retro-excavadora. . . . .	54
3.13. Respuesta del sistema de control PI ante un movimiento traslacional de la retro-excavadora. . . . .	57
3.14. Respuesta del sistema de control PI ante un movimiento rotacional de la retro-excavadora. . . . .	58

3.15. Escenario 1. Respuesta del sistema de control PI del vehículo de la retro-excavadora. . . . .	59
3.16. Escenario 1. Señal de control del sistema de control PI del vehículo de la retro-excavadora. . . . .	60
3.17. Escenario 1. Error del sistema de control PI del vehículo de la retro-excavadora. . . . .	61
4.1. Dos tarjetas de sensores desarrolladas por el Grupo de Mecatrónica de la USB desarrolladas para la IMU [PDVMM <sup>+</sup> 11]. . . . .	74
4.2. Escenario 1. Estimación de la posición de la retro-excavadora. . . . .	78
4.3. Escenario 1. Error cuadrático de la estimación de la posición de la retro-excavadora. . . . .	79
4.4. Escenario 1. Localización en el plano XY de la retro-excavadora. . . . .	80
4.5. Escenario 2. Estimación de la posición de la retro-excavadora. . . . .	81
4.6. Escenario 2. Error cuadrático de la estimación de la posición de la retro-excavadora. . . . .	82
4.7. Escenario 2. Localización en el plano XY de la retro-excavadora. . . . .	84
4.8. Escenario 3. Estimación de la posición de la retro-excavadora. . . . .	85
4.9. Escenario 3. Error cuadrático de la estimación de la posición de la retro-excavadora. . . . .	86
4.10. Escenario 3. Localización en el plano XY de la retro-excavadora. . . . .	87
5.1. Sistema de sensores de visión implementados en la retro-excavadora. . . . .	92
5.2. Sistema de percepción desarrollado. . . . .	93
5.3. Algoritmo para la reconstrucción 3D de la escena en un sistema de visión estéreo. . . . .	95
5.4. Etapas de computo para hallar las correspondencias según BM. . . . .	95
5.5. Efectos del post-filtrado de las manchas productos del emparejamiento basado en bloques. A la izquierda se observa el problema de la manchas y la derecha la aplicación del post-filtrado de las misma. . . . .	97
5.6. Levantamiento de la escena mediante el sistema de visión estéreo. . . . .	98
5.7. Efecto de distintos parámetros de selección del filtro de sombras. A la izquierda se ajusto el rango admisible entre 10 y 70 grados y en la derecha entre 10 y 170. . . . .	100
5.8. Voxelización de una hoja. Fuente [Wik13]. . . . .	100
5.9. Sub-muestreo usando un filtro voxelgrid en una escena formada por un recipiente sobre una mesa. Fuente [Rus13]. . . . .	102
5.10. Efecto de la aplicación del filtro de eliminación de puntos del robot. A la izquierda se observa la nube de puntos correspondiente a la medición de la escena y en la derecha se observa el efecto de aplicar el filtro de eliminación de puntos del robot . . . . .	103
5.11. Representación 3D de un árbol basado en nube de puntos (izquierda superior), mapas de elevación (derecha superior), mapas de superficie de múltiples niveles (izquierda inferior), y mapas basados en <i>octrees</i> . Fuente [WHB <sup>+</sup> 10].	104

5.12. Esquema de codificación de OctoMap en que se representa las celdas ocupadas en negro y las almacenadas en gris, donde (a) es la representación espacial, (b) el correspondiente árbol de representación y (c) la correspondiente en <i>bibtstream</i> para el almacenaje. . . . .	107
5.13. Representación de un árbol en distintas resoluciones, a 0.64 m (izquierda) y 1.28 m (derecha). Fuente [WHB+10]. . . . .	108
5.14. Levantamiento del mapa de colisiones de una escena típica de carga basado en las mediciones realizadas por el conjunto de laseres y la cámara estéreo. . . . .	110
5.15. Levantamiento del mapa de colisiones de una escena típica de carga. . . . .	111
6.1. Comparación entre esquemas de planificación. A la derecha se muestran los resultados de la planificación basada en RRT y a la izquierda basada en un algoritmo de aprendizaje por demostración llamado DGMP. Fuente [YA11]. . . . .	115
6.2. Políticas de Control. . . . .	117
6.3. Comparación entre las formulación DMP de [HPS08] (imágenes izquierdas) y [PHAS09] (imágenes derechas) en la adaptación a distintos objetivos. . . . .	121
6.4. Retro-excavadora usando su brazo para descender una colina. . . . .	127
6.5. Interconexión de los sistemas para la autonomía de la retro-excavadora. . . . .	129
6.6. Configuración del sistema de DMPs para la codificación y generación de movimientos primitivos en retro-excavadoras. . . . .	130
6.7. Operación de excavación típica. . . . .	132
6.8. Trayectoria demostrada para el aprendizaje de una operación de excavación. . . . .	132
6.9. Aprendizaje y generación de DMPs ante problemas de sintonización. . . . .	134
6.10. Aprendizaje y generación de DMPs que codifican la operación de excavación para parámetros bien sintonizados. . . . .	135
6.11. Generación de DMPs que codifican la operación de excavación ante cambios en el tiempo de ejecución. . . . .	136
6.12. Aprendizaje y generación de DMPs que codifican la operación de excavación para parámetros bien sintonizados. . . . .	137
6.13. Operación de carga de un camión típica. . . . .	138
6.14. Trayectoria demostrada para el aprendizaje de una operación de carga de camión. . . . .	138
6.15. Aprendizaje y generación de DMPs que codifican la operación de carga de un camión ante cambios en los estados objetivos. . . . .	139
6.16. Aprendizaje y generación de DMPs que codifican la operación de carga de un camión ante cambios en los estados iniciales. . . . .	140
6.17. Secuencia de movimientos autónomos. . . . .	143
6.18. Visualización de datos del sistema de percepción de la secuencia de movimientos. . . . .	144
A.1. Asignación de sistemas de referencia de la retro-excavadora, según parámetros de Denavit-Hartenberg. . . . .	165
A.2. CAD desarrollado para el modelado de la propiedades mecánicas de la retro-excavadora. . . . .	171

# Capítulo 1

## Introducción

En este capítulo se establecen los antecedentes y avances en las tecnologías que permitan automatizar y/o robotizar máquinas retro-excavadoras, en el cual se presenta de forma breve una revisión del estado del arte que permita contextualizar y resaltar la importancia del problema del presente Trabajo de Grado. Dicha revisión del estado del arte nos revela la ausencia de pocos trabajos de investigación orientados al desarrollo de sistemas que permitan la ejecución de operaciones en retro-excavadoras de forma autónoma, ya que en su mayoría estos se encuentran enfocados en el desarrollo de técnicas para la teleoperación de estas máquinas. Finalmente en base a esto y otros aspectos, se formulan la justificación e importancia, los objetivos y alcances del problema planteado en este Trabajo de Grado.

### 1.1. Planteamiento del Problema

En la robótica de servicio industrial, existe una tendencia bien marcada en el desarrollo de tecnologías orientadas a resolver los problemas de planificación de movimiento, percepción, navegación, y control que permitan la completa autonomía de máquinas inteligentes. Dichas técnicas están siendo perfeccionadas y aplicadas en robots con ambientes de trabajo: dinámicos, complejos y no parametrizados. En algunos casos estas aplicaciones están basadas en sistemas de percepción 3D, que permitan al robot o agente adquirir mayor información acerca del entorno que lo rodea.

El desarrollo y aplicación de este conjunto de técnicas prometen la ejecución completamente autónoma de tareas en los vehículos industriales [Ste01]; donde industrias como: de la agricultura, minería, construcción y manejo de materiales, que emplean una variedad de máquinas móviles en las que se incluyen: tractores, cosechadoras, camiones de volteo, retro-excavadoras, etc. se beneficiarán de estos desarrollos. Pero puntualmente hablando, los robots excavadores son una solución importante que ofrece mayor productividad, seguridad y eficiencia en operaciones –excavaciones en masa– realizadas en los sectores de construcción y minería. Las excavaciones en masa en líneas generales son repetitivas, en las cuales intervienen variables físicas de la máquina y condiciones dinámicas del ambiente. Por lo cual, la ejecución autónoma de dichas operaciones presenta grandes retos.

Además, un campo atractivo de investigación es el desarrollo de tecnologías robóticas para máquinas retro-excavadoras, debido a la complejidad del problema y lo poco estudiado del mismo; el cual se incluye el impacto que prometen en la sociedad dichas tecnologías. En la actualidad se encuentran dos líneas principales de investigación activas, una está orientada a sistemas de excavación subordinados, tele-operados (sistemas semi-autónomos) [DSR<sup>+</sup>98] [KKL<sup>+</sup>09] [KOHK09] y la otra en sistemas autónomos que mediante mediciones del terreno por medio del uso de sensores activos o pasivos realizan la planificación y ejecución de secuencias de excavación [SS92] [Sin95b] [SBSR98] [SC98] [HSN<sup>+</sup>02].

En la Fig. 1.1 se observa que las dos tareas principalmente realizadas por una retro-excavadora son: las relacionadas con la excavación, y las relacionadas con el depósito de tierra en el camión de volteo. Y particularmente hablando en las tareas de carga se necesitan resolver dos importantes aspectos:

1. Identificación y ubicación de objetos importantes en la escena, por ejemplo camión de volteo.
2. Planificación y ejecución del movimiento necesario según el objetivo de la operación, por ejemplo la excavación de una zanja.





Figura 1.1: Operación de carga típica realizada por una retro-excavadora.

La identificación y ubicación de cada uno de los aspectos de la escena del robot excavador presenta importantes desafíos, por tanto solo se considerará algunos aspectos básicos de la escena de la máquina, como por ejemplo la presencia del camión de volteo. Así que los sistema de percepción en las máquinas retro-excavadoras tienen como objetivo determinar la transformación euclidiana entre el robot y el camión, construir mapas de colisión que permitan la evasión de obstáculos, entre otros; el cual pueden basarse en el uso de sensores *rangefinders* y cámaras estéreo. Para implementar un sistema de percepción completo deben desarrollarse un conjunto elevando de módulos necesarios. Por tanto, el presente Trabajo de Grado se limita al desarrollo de algunos aspectos importantes del sistema de percepción como son: filtrado y procesamiento de los datos provenientes de los sensores, y la construcción de mapas de colisión de la escena.

Por otra parte, en la planificación y ejecución de movimientos se plantea el desarrollo de un esquema de Aprendizaje por Demostración en el cual se codifican las políticas de control haciendo uso de una estructura conocida como Primitivas de Movimientos Dinámicos (“*Dynamic Movement Primitives*”, DMPs). La selección de esquemas de aprendizaje para la planificación y ejecución de movimientos en máquinas retro-excavadora se debe a la naturaleza repetitiva de las tareas de excavación, ya que estos esquemas son capaces de aprender y ejecutar habilidades motrices que permitan la autonomía en la diversas tareas u

operaciones que estas presentan. Además se analizará si existe la necesidad de desarrollar un esquema de Aprendizaje por Reforzamiento, que permita mejorar la efectividad en la ejecución de las operaciones. Finalmente, se destaca que no existen en la literatura trabajos relacionados con el desarrollo de sistemas de Aprendizaje por Demostración que permitan crear una biblioteca de movimientos necesarios (dígase habilidades motrices) para la ejecución autónoma de cada una de las tareas realizadas por las retro-excavadoras en los procesos de excavación en masa.

## 1.2. Antecedentes y Desarrollos más Relevantes

De forma general, el ciclo de operaciones en una máquina inteligente está comprendido por las siguientes etapas: medición, planificación y ejecución de las tareas. Por lo que en la etapa de medición, el robot excavador debe ser capaz de percibir el ambiente que lo rodea. Posteriormente con la información recopilada se planifican las próximas acciones a ejecutar. Finalmente las acciones deben ejecutarse vía el mecanismo de la máquina. Puesto que hay relativamente pocos sistemas autónomos, y además de la complejidad asociada al proceso de excavación, se examinan diversos aspectos de las tecnologías que requieren los sistemas autónomos.

A continuación se presenta un resumen del estado del arte (ver también [Sin97] [HH09]) acerca el desarrollo de las tecnologías en los diferentes tópicos requeridos para la automatización de las retro-excavadoras en los procesos de excavación en masa.

### 1.2.1. Medición

Existen tres clases de tecnologías de mediciones, y una variedad de métodos empleados para la automatización de máquinas excavadoras. La primera clase permite determinar el estado de la máquina con respecto a un sistema de coordenadas local o con algún sistema referencial global fijo. Otra clase de medición consiste en la percepción del ambiente

alrededor de la máquina. Y una tercera clase de medición se refiere a la detección por realimentación sensorial del operador, para el caso de sistemas de excavación tele-operados.

El estado o medición local se consigue mediante la medición de los desplazamientos en las articulaciones -prismáticas y/o rotacionales- de la máquina. Generalmente, su detección se utiliza para el control de posición o movimiento [TSCA06] [KOHK09] [CL02] [HSN<sup>+</sup>02], el cual suministra información que permite al mecanismo permanecer en una trayectoria de referencia. La instrumentación en las articulaciones en una máquina excavadora no es trivial, debido a que dichos sensores están frecuentemente sujetos a grandes fuerzas. El método más común para la medición en las articulaciones consiste en la implementación de transductores de posición dentro del cilindro hidráulico que causan los movimientos rotacionales [PCB<sup>+</sup>95] [CRW97]; la ventaja radica en que dichos sensores son robustos, pero pueden estar sujetos a mediciones de posición muy ruidosas, por lo que existe un riesgo de que decrezca la robustez. Una alternativa es el uso de *resolvers* directamente en las articulaciones. Los “resolvers” son un tipo de transformador eléctrico rotatorio que producen una señal proporcional al desplazamiento de las articulaciones, el cual son usados para medir los desplazamientos rotacionales. Finalmente, se han implementado esquemas de control visual basados en el desplazamiento de los eslabones usando modelos geométricos de la arquitectura del excavador, acoplados con un procesamiento rápido [DC00][dCTM05]. La principal dificultad que presenta el último esquema, es que la cámara debe cubrir el campo completo de trabajo.

Existe otra clase de sensores que perciben el entorno inmediato de la máquina con el objetivo de realizar tareas de inteligencia, tales como evasión de obstáculos, detección del camión y elección del lugar a cavar. El progreso en esta área es crítico para el desarrollo de sistemas autónomos que deben operar en ambientes de clima variante. Dos tecnologías prometedoras para la observación ambiental son el láser *rangefinder* y el radar de alcance. En ambos casos, se emite energía y el alcance se determina mediante el procesamiento de la señal reflejada. Ninguna de las tecnologías mencionadas está completamente madura, pero los últimos resultados son alentadores. El barrido de telemetría láser puede proporcionar

imágenes con una resolución precisa y de alta gama.

También se han reportando numerosas modalidades de medición mediante la aplicación de sensores pasivos, donde se han desarrollado sistemas de visión estéreo en ambientes de minería [CRW97].

### 1.2.2. Modelado

En la automatización de procesos de excavación existen dos tópicos de interés en lo que se refiere a modelado. El primero aborda la representación matemática del mecanismo de la máquina, y el segundo trata acerca de las fuerzas de interacción entre la herramienta de la excavadora y el suelo. Estos modelos han sido usados para la formulación de las leyes de control de posición, movimiento y fuerza con compensación de la dinámica. También se han usado, aunque con menos frecuencia, en la deliberación de planes para simular en línea el efecto de las acciones futuras [Sin95a].

Los modelos en cuestión son de dos tipos. El primero es del tipo cinemático; codifica las relaciones geométricas de la máquina. El segundo modelo es del tipo dinámico; y codifica cantidades como: masa, fricción, cohesión y fuerzas requeridas para acelerar los eslabones o cuerpos, además de las fuerzas de interacción entre la herramienta de la máquina y el suelo.

#### Cinemática del mecanismo

Las relaciones de cinemática directa se usan principalmente en la visualización para el humano y en las simulaciones directas de las trayectorias de las articulaciones. Por otra parte, para una posición deseada de la herramienta, es necesario desarrollar las relaciones de cinemática inversa que proveen los ángulos necesarios para alcanzar la posición deseada. Además, las relaciones inversas proveen un método para determinar si una posición

hipotética de la herramienta es alcanzable. Una postura particular puede no ser alcanzable porque puede requerir ángulos que estén fuera de los límites físicos de la máquina, es decir, fuera del espacio de trabajo del robot. Los análisis cinemáticos permiten relacionar las velocidades y fuerzas en la herramienta con las velocidades y las fuerzas que experimentan las articulaciones.

## Dinámica del mecanismo

Mientras los modelos cinemáticos emplean relaciones puramente geométricas, los modelos dinámicos intentan representar las consideraciones de inercia, fricción y aceleración. El propósito de cada modelo es relacionar torques en las articulaciones con el movimiento de los miembros de la máquina excavadora. El modelo directo se usa para simulaciones, pudiendo así predecir torques y movimientos de la máquina entera. Los modelos de dinámica inversa ofrecen grandes utilidades. Estos proveen referencias en la trayectoria de torques de las articulaciones proporcionados por el movimiento deseado de la herramienta de la excavadora.

Hasta la fecha, no ha habido trabajos reportados sobre métodos de dinámica inversa que modelen explícitamente las fuerzas resistivas encontradas en el momento de la excavación, en orden de producir una trayectoria de control estable. Por lo tanto, las fuerzas resistivas durante la excavación deben ser consideradas como perturbaciones. Un importante efecto que no ha quedado modelado es el efecto del límite de flujo del fluido hidráulico. Frecuentemente, cuando una articulación esta en movimiento, el flujo de fluido para la otras articulaciones decrece y los eslabones modifican su trayectoria.

Se han propuesto métodos para estimar los parámetros de inercia y fricción en los eslabones del excavador [TLS<sup>+</sup>96], basados en la medición de fuerzas en los puertos de carga de los cilindros hidráulicos, que permiten conocer el peso aplicado en la pala. Los autores reportaron que este modelo puede predecir la carga en la pala para un pequeño porcentaje. También se ha reportado un modelo dinámico para el control de *dragline swing*,

el cual presenta un controlador PD para estabilizar las oscilaciones de *dragline buckets*, que pueden tener cargas superiores a las 100 toneladas.

## Interacción Suelo-Herramienta

Por su naturaleza, las excavaciones involucran fuerzas de interacción con el terreno. La naturaleza de estas interacciones está muy influenciada por las propiedades del suelo. El comportamiento del suelo es un fenómeno complejo, algunos suelos se comportan como líquidos y otros como sólidos. Los suelos pueden comportarse como materiales anisotrópicos, es decir, las características del suelo varían sustancialmente con respecto a la dirección en el cual se aplican las fuerzas. Además la condición del suelo puede variar significativamente el comportamiento del mismo, por ejemplo, es obvio que la arena seca se comporta en forma distinta a la arena húmeda. Estas diferencias requieren diferentes estrategias para la excavación. Por lo tanto es importante conocer el efecto del terreno sobre la herramienta. Y la literatura en esta área está enfocada en dos asuntos diferentes:

La primera cuestión es: ¿qué pasa cuando la pala barre a lo largo de una trayectoria en el suelo? Específicamente: ¿qué fuerzas están involucradas?, ¿cómo es el movimiento del suelo?, y, ¿cuánta tierra termina en la pala? Desafortunadamente, no existe un modelo en forma cerrada que describe el comportamiento o dinámica de interacción con el suelo. La segunda cuestión es: ¿cuál es el efecto del terreno sobre la herramienta? Los modelos de fuerzas resistivas pueden usarse para limitar el movimiento de la máquina excavadora dentro de rangos adecuados de torques en las articulaciones. Y además estos pueden ser usados para el modelo a lazo cerrado del sistema, que emplea leyes de control para las cuales hacen uso de las mediciones de las fuerzas resistivas en el control de la trayectoria de la pala.

En el modelo de interacción suelo-herramienta, algunos investigadores han desarrollado modelos basados en principios de mecánica para la estimación de las fuerzas de corte [HH09] [BHL01] [HGA94]. Estos modelos han sido desarrollados para una variedad de

geometrías y orientaciones de la herramienta. Los modelos resultantes usan parámetros de fricción suelo-suelo y suelo-herramienta, densidad del suelo, profundidad y orientación de la herramienta en orden de estimar las fuerzas resistivas.

Y en [Sin95a] se ha desarrollado una método de estimación de las fuerzas resistivas basado en aprendizaje, donde esta se realiza mediante el empleo de la mediciones de fuerzas durante la excavación con una retro-excavadora. Este método puede capturar efectos de segundo orden que son ignorados en el análisis.

### 1.2.3. Estudio de Sistemas

A continuación se examinan los métodos y sistemas propuestos para mejorar las diferentes tareas de las máquinas de excavación y la clasificación de dichos sistemas según sus niveles de autonomía. Los bajos niveles de autonomía se encuentran en máquinas teleoperadas, en dichos sistemas los operadores no se hallan ubicados en la máquina, pero aun así, requieren del control de las articulaciones de la misma manera que ocurre con la operación manual de la máquina. En la teleoperación se necesita un humano para ordenar cómo y en dónde excavar. En los sistemas con altos niveles de autonomía se desarrolla el trabajo de la máquina dentro de un estrecho rango de parámetros. En algunos casos, la tarea es controlada para una ruta nominal, mientras que en otros casos, la trayectoria de excavación es el resultado de la respuesta para alguna forma de realimentación de fuerza. Cada máquina debe poder tratar con variaciones en las condiciones del suelo, por ejemplo, si el suelo es más rígido de lo esperado, la máquina debería modificar su trayectoria a fin de evitar la pérdida de movimiento en los actuadores. Un nivel intermedio de autonomía son aquellos sistemas que realizan el proceso de excavación dentro de un rumbo detallado. Estos sistemas deciden dónde excavar y en algunos casos un plan nominal de cómo excavar puede ser usado por los sistemas autónomos de bajo nivel para evaluar la efectividad de la excavación. En los altos niveles de autonomía es estratégico planear el lugar donde la tarea de excavación se va a desarrollar. Por lo que la excavación de una fundación se desglosa dentro de un conjunto de sub-objetivos.

## Control de Trayectoria

En el control de una máquina excavadora deben considerarse las fuerzas de resistencias generadas por la interacción suelo-herramienta, además de las propiedades dinámicas del mecanismo de la misma. El control simple de trayectorias casi nunca es suficiente, a menos que el mecanismo puede dominar por completo la resistencia del suelo durante la excavación. Por lo tanto, la mayoría de los métodos empleados en el control de la pala durante las operaciones de movimiento de tierra se acoplan a sistemas de realimentación de posición y/o fuerza. Sin embargo, se han propuesto una variedad de esquemas para el mapeo de la señal de realimentación dentro de la actuación [HR04] [SLW96], en esencia codificación como excavar o moverse a un punto de volcado del material.

En [HB93] se demostró un esquema simple para hacer frente a la rigidez del suelo. En este esquema se requiere instrumentar la máquina excavadora, colocando en uno de los miembros una galga extensiométrica. El objetivo de la galga es determinar un umbral de tensión, el cual indique la necesidad de realizar una acción en la excavación. Dicha acción en el momento de la detección del umbral ajusta la trayectoria paralela a la ruta planificada.

Otro tipo de esquema de control usa reglas simbólicas para elegir entre las distintas acciones de control. Por ejemplo, investigadores en la Universidad de Lancaster, Inglaterra han desarrollado un excavador autónomo (LUCIE) que usa un método basado en reglas para la excavación de trincheras [SBMG92] [BSMG93]. La excavación se dividen en tres fases: penetrar, arrastrar y vaciar. Además de estar diseñado para seguir una ruta pre-determinada, el excavador puede reaccionar a las condiciones de la excavación mediante reglas impuestas.

También se han simulado excavaciones usando máquinas de estado finito [SC88]. Se ha demostrado que la presión del cilindro y la velocidad de la cuchara pueden usarse para determinar la fase en el ciclo de excavación de la retro-excavadora. Se usan varias reglas que



determinan el flanco de movimiento de un estado a otro y, en efecto, se producen cambios en la trayectoria de la cuchara del excavador. Además en la Universidad de Arizona se han implementado sistemas similares basados en lógica difusa [LWC94]. Dichos sistemas utilizan un sensor de fuerza-par en la muñeca que permite vigilar las fuerzas en cada una de las fases de la excavación. Se aplican cuatro reglas basadas en las lecturas de los torques que se utilizan para seleccionar una de las seis acciones: elevación-afuera, arriba-pequeño, arriba-grande, abajo-pequeño, abajo-mediano y abajo-grande. Además existen trabajos recientes centrados en excavaciones alrededor de penetraciones rígidas como las rocas.

## Planeamiento Táctico

Para un completo nivel de autonomía, es necesario determinar dónde excavar y desalojar. En algunos casos se sugiere una ruta nominal con la idea de que ésta sea la más factible de las rutas. En [SBMG92] se sugiere un método geométrico para planear la trayectoria de la punta de la cuchara de la excavadora cuando el plano de la tierra se puede suponer que está al mismo nivel. La profundidad de corte se ajusta de modo que el volumen llene la cuchara.

También se han desarrollados métodos de planificación basados en un conjunto de problemas de optimización con restricción [Sin95b]. En [Sin95b] el sistema usa restricciones geométricas y de fuerza, con una función objetivo (por ejemplo mínimo torque) para producir planes de excavación. La planificación es reducida a encontrar un subconjunto de planes que consigan una apropiada medida del problema de optimización con restricciones.

## Estrategia y Planificación

Para altos niveles de autonomía, el sistema debe seleccionar la secuencia de acciones dada las dimensiones del robot excavador y las de la deseada excavación. En [RLHO89] se adapta un sistema experto, llamado PLANEX, para planear la secuencia de movimientos

del robot con sensores que determinan la forma del terreno y su propia posición. La planificación de las tareas únicamente está basada en consideraciones geométricas, despreciando las fuerzas que pueden ser desarrolladas por el robot. Similarmente, en [BAO90] se generan sub-objetivos de excavación mediante la descomposición del volumen objetivo dentro de pequeños volúmenes que puedan ser excavados por la máquina.

## 1.3. Objetivos del Trabajo

### 1.3.1. Objetivo General

Desarrollar un sistema de aprendizaje por demostración usando primitivas de movimientos dinámicos (DMPs) para la planificación y ejecución autónoma de tareas en máquinas retro-excavadores, mediante la integración de técnicas de control, localización y percepción, en un ambiente de simulación.

### 1.3.2. Objetivos Específicos

- Realizar una revisión del estado del arte en el área de sistemas de control, localización, percepción y planificación orientadas al desarrollo de sistemas robóticos autónomos.
- Explorar diferentes esquemas de control y localización.
- Desarrollar un sistema de localización basado en las características cinemáticas de la retro-excavadora.
- Desarrollar un sistema de control para ambos elementos de la máquina, vehículo y brazo.
- Formular un esquema de aprendizaje por demostración usando primitivas de movimientos dinámicos enfocados en a las máquinas retro-excavadoras.

- Desarrollar una arquitectura de planificación y control que permita la ejecución autónoma de operaciones en las máquinas retro-excavadoras.
- Desarrollar un algoritmo de aprendizaje por demostración enfocado en el problema de robots excavadores.
- Desarrollar algunos elementos necesarios del sistema de percepción adaptado a las características de los ambiente de trabajo de las máquinas retro-excavadores.

## 1.4. Justificación e Importancia de la Investigación

El perfeccionamiento de tecnologías robóticas orientadas a vehículos o máquinas que interaccionan con ambientes no-estructurados, dinámicos y complejos es uno de los puntos centrales de interés en la investigación y desarrollo de nuevas tecnologías robóticas. Uno de los campos de aplicación está dirigido a las operaciones de excavación mediante robots excavadores con completa autonomía.

Por otra parte, se tiene que mucha de las tareas realizadas por máquina móvil industrial, como retro-excavadoras, son de naturaleza repetitiva. Por tal motivo resulta conveniente desarrollar un sistema que construya una biblioteca de movimientos aprendidos o habilidades motrices, que de manera autónoma permitan la ejecución de cada una de las tareas de una máquina inteligente; es así que algunos enfoques están siendo orientados a esquemas de aprendizaje por demostración (o por imitación) que puedan generar complejos movimientos. Así que el empleo de dichos esquemas en robots excavadores se presenta como un gran aporte ya que hasta los momentos no se ha reportado dicho trabajo.

Además, es necesario el desarrollo de un sistema de percepción y visión artificial que permita ejecutar de manera autónoma (usando esquemas de aprendizaje por demostración) cada una de las tareas realizadas por la máquina; lo que significa desarrollar una arquitectura de percepción para robots excavadores autónomos. Por tanto la formulación

de tales arquitecturas y tecnologías son el problema central -de hoy en día- de la robótica de servicio o campo.

En resumen, los retos actuales en materia de robótica de servicio o campo se encuentran centrados en la formulación de arquitecturas capaces de ejecutar tareas autónomas. Además, dichos sistemas deben ser confiables, seguros, factibles, eficientes y productivos.

## 1.5. Alcance del Proyecto

El presente Trabajo de Grado esta enmarcado en una de la líneas de investigación, robótica de servicio, del Grupo de Mecatrónica; y constituyen el primer trabajo desarrollado en el área de robots excavadores. Además, por primera vez en el Grupo de Mecatrónica, se aborda el problema de planificación de movimientos haciendo uso de esquemas de aprendizaje por demostración; también, el desarrollo de algunos elementos necesarios en los sistemas de percepción 3D para ambientes no-estructurados y dinámicos.

El principal alcance formulado en este Trabajo de Grado esta orientado al desarrollo y simulación de una arquitectura de planificación y control que permita la operación autónoma de comunes tareas realizadas por máquinas retro-excavadoras. Dicha arquitectura se basará en un sistemas de aprendizaje por demostración usando DMP; el cual representa el primer enfoque, de esta naturaleza, aplicado en robots excavadores. Estos primeros desarrollo permitirán la futura implementación de sistemas de planificación táctica de alto nivel, por ejemplo, implementación de esquemas cognitivos que ejecuten todo un proyecto de excavación de forma autónoma.

Para la prueba de la arquitectura desarrollada, se codificarán en C++ cada uno de los algoritmos necesarios para la susodicha autonomía. Dichas implementaciones se realizarán en Gazebo [KH04] (Simulador OpenSource Multi-Robot) sobre ROS (Meta-Sistema Operativo conocido como Robot Operating System) [QCG09] desarrollado y mantenido por

WillowGarage Inc., el cual serán realizadas en Ubuntu sobre un Procesador Core i5.

Finalmente, se realizará un análisis comparativo acerca del esquema implementado y desarrollado en este Trabajo de Grado. Se estudiará las ventajas representativas de los esquemas de planificación de movimiento basados en Aprendizaje por Demostración versus algoritmos de búsqueda como A\*, Probabilistic RoadMap (PRM) y Rapidly-exploring Random Tree (RRT).

## 1.6. Estructura del Libro

A continuación se presenta la estructura desarrollada en el presente Trabajo de Grado. En el Capítulo 0 se presenta un revisión del estado del arte en las tecnologías desarrolladas en máquinas retro-excavadoras y las directrices del presente trabajo. En el Capítulo 2 se desarrollan los modelos cinemáticos y dinámicos de la retro-excavadora utilizados para las simulaciones, control y planificación de movimientos desarrollados. En el Capítulo 3 se desarrolla el análisis de estabilidad del control PID, el cual generan un conjunto de reglas de sintonización usadas para el ajuste de los parámetros del controlado PID del brazo y vehículo de la retro-excavadora. Además se plantean las dos arquitecturas de control implementadas. En el Capítulo 4 se desarrollan los fundamentos teóricos de la teoría de estimación odométrica y de filtrado Bayesiano, en el que se incluyen el algoritmo de estimación odométrica y el desarrollo del modelo del Filtro de Kalman Extendido implementado. También se realiza un análisis comparativo de ambos sistema de localización. En el Capítulo 5 se exponen el sistema de percepción desarrollado, el cual consiste en un dos laseres *rangefinder* y una cámara estéreo. Además se describen, justifican y presentan los resultados de cada uno de los elementos del sistema de percepción. En el Capítulo 6 se describen los principios de la planificación de movimientos basado en esquemas de aprendizaje por demostración usando primitivas de movimientos dinámicos (DMP), en el que se incluye una exposición de motivos acerca de dicho esquema de planificación. Finalmente en el Capítulo 6.9 se presentan las conclusiones, aportes, recomendaciones y trabajos futuros

de este Trabajo de Grado.

# Parte I

## Control y Localización

## Capítulo 2

# Modelado Cinemático y Dinámico

En este capítulo se describen los aspectos básicos del modelado en robots móviles y manipuladores. En el se presenta el modelo cinemático del brazo (herramienta) y elemento móvil (tren de manejo) de la retro-excavadora, donde se desarrolla el modelo cinemático directo de la máquina y se expone el algoritmo de cinemática inversa implementado para el aprendizaje y ejecución de tareas autónomas. Finalmente, se desarrolla el modelo dinámico, el cual es usado para la sintonización de los controladores del robot en el capítulo detalles del modelado dinámico son expuestos en el Apéndice A.

### 2.1. Modelo Cinemático del Brazo de la Retro-excavadora

Un robot manipulador puede ser representado desde el punto de vista de una cadena cinemática de cuerpos rígidos (eslabones) que se conecta mediante articulaciones (que pueden ser prismáticas o rotacionales). Dicha cadena cinemática parte de un eslabón base, el cual tiene restricciones mecánicas, hasta el eslabón de la pinza o herramienta del robot. El movimiento resultante del mecanismo es obtenido por la combinación de movimientos primarios de cada eslabón con respecto a otro, es decir, movimientos en sus articulaciones. Por tanto, en la ejecución de tareas es necesario poder describir la posición y orientación de la herramienta.





Figura 2.1: Ejemplos de topologías cinemáticas. A la izquierda el PR2 y la derecha Sketchy.

De acuerdo a su topología podríamos clasificar las cadenas cinemáticas como: en serie o abiertas y en paralelo o cerradas. En la Fig. 2.1 se presentan dos robots con diferentes topologías cinemáticas; a la izquierda el conocido PR2<sup>1</sup>, el cual presenta una cadena cinemática abierta en cada uno de sus brazos; y a la derecha Sketchy<sup>2</sup>, con una cadena cinemática cerrada.

Además, existen dos espacios de representación cinemática (articular y cartesiano) debido a que la posición y orientación (postura) de la herramienta puede ser descrita en el espacio cartesiano como una función de las posiciones articulares del robot. El espacio cartesiano  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^6$ , o espacio de trabajo, representa el espacio en el cual son ejecutadas las tareas; el espacio articular  $\mathbf{q} \in \mathbb{R}^n$ , con  $n$  como el número de grados de libertad (g.d.l.) del robot, es el espacio en el cual intervienen los actuadores que activan el mecanismo.

Finalmente, la ejecución y planificación de trayectorias o movimientos puede realizarse

---

<sup>1</sup>PR2 (Personal Robot 2) es la segunda plataforma robótica desarrollada por Willow Garage, el cual tiene como propósito el apoyo y servicio a seres humanos.

<sup>2</sup>Sketchy es un robot delta construido por Richard Jarkman, el cual dibuja una imagen publicada por un dispositivo Android.

en el espacio articular como en el espacio cartesiano. Por tanto, mediante el empleo de la cinemática directa o inversa se puede mapear de un espacio a otro. Donde se destaca que en este Trabajo de Grado se implementa un sistema de planificación de movimientos basados en una combinación de ambos espacios.

### 2.1.1. Cinemática directa

El objetivo de la cinemática directa consiste en el computo de la coordenadas cartesianas de la herramienta basado en las posiciones articulares del robot, es decir:

$$\mathbf{q} \in \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbf{x} \in \mathbb{R}^6 \quad (2.1)$$

donde  $\mathbf{q} \triangleq [q_1 \ q_2 \ \cdots \ q_n]^T$  y  $\mathbf{x} \triangleq [x \ y \ z \ \alpha \ \beta \ \gamma]^T$  son el vector de variables articulares y coordenadas cartesianas, respectivamente.

La relación que mapea el espacio articular al cartesiano generalmente es del tipo no-lineal. Dicha relación matemática se calcula computando la composición de transformaciones homogéneas que presenta la cadena cinemática mediante la ecuación (2.2). Cabe destacar que la cinemática directa solo presenta una solución única, lo cual no ocurre en el caso del computo de la cinemática inversa.

$$\mathbf{x} = \mathbf{F}(\mathbf{q}) = {}^{base} \mathbf{T}_{extremo}(\mathbf{q}) \quad (2.2)$$

donde  ${}^i \mathbf{T}_{i+1} = \begin{bmatrix} {}^i \mathbf{R}_{i+1}(q_i) & {}^i \mathbf{p}_{i+1}(q_i) \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix}$ , con  ${}^i \mathbf{R}_{i+1}(q_i)$  y  ${}^i \mathbf{p}_{i+1}(q_i)$  como la matriz de rotación y el vector de posición, respectivamente.

En el caso de una máquina retro-excavadora, el espacio cartesiano se puede definir como:  $\mathbf{x} = [x \ y \ z \ \alpha]^T$ , donde  $(x \ y \ z)$  representa la posición cartesiana de la herramienta y  $\alpha$  la posición articular del *bucket* (ángulo de *pitch*) como se muestra en la Fig. 2.2. Las razones están intrínsecamente ligadas a las características del esquema de planificación de movimientos por aprendizaje desarrollado, y estas serán discutidas en el capítulo 6.

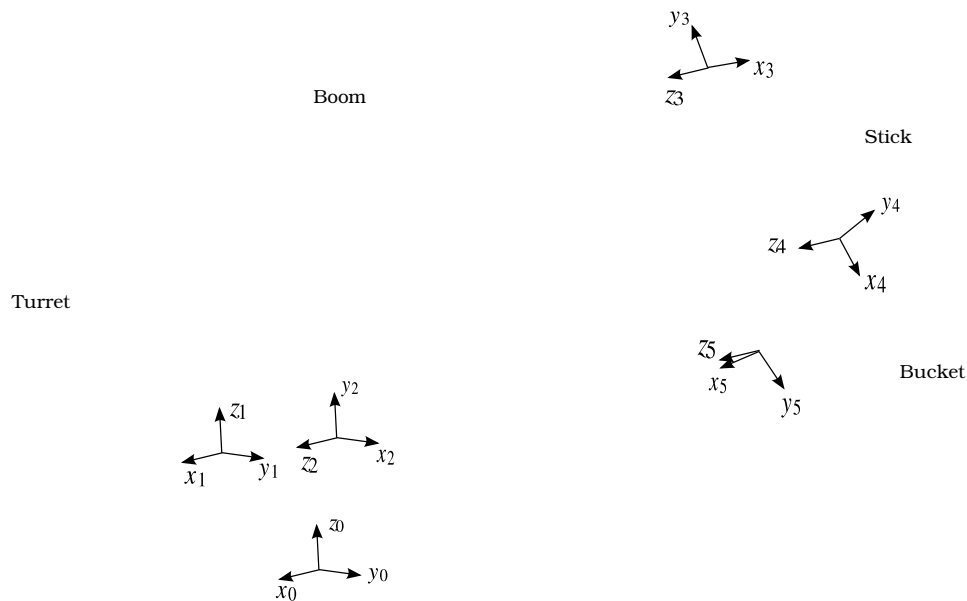


Figura 2.2: Sistemas de referencias empleados en la retro-excavadora.

### 2.1.2. Cinemática inversa

La cinemática inversa consiste en el cálculo de las variables articulares  $\mathbf{q}$  correspondientes a una posición y orientación  $\mathbf{x}$  del extremo del robot dada. La solución de este problema es fundamental en robótica, debido a que es necesario transformar las especificaciones de movimiento en el espacio operacional, en correspondientes movimientos en el espacio articular que permitan la ejecución del movimiento deseado. En contraste a la cinemática directa, el problema de cinemática inversa es más complejo debido a las siguientes razones:

- No siempre es posible encontrar una solución cerrada debido a que las ecuaciones son generalmente no-lineales.
- Existen múltiples soluciones, y en algunos casos pueden existir infinitas soluciones; por ejemplo en manipuladores redundantes.

- Las soluciones puede ser no admisibles debido a la restricciones físicas de la cadena cinemática.
- No se garantiza la existencia de soluciones en los puntos de singularidades del robot.

### 2.1.3. Algoritmos de cinemática inversa

Existen distintos algoritmos desarrollados para resolver el problema de cinemática inversa. Algunos están asociados a la cinemática diferencial y otros en métodos numéricos. En [JS96] se ha resuelto el problema de cinemática inversa usando el método de Newton-Raphson  $\left(x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}\right)$ . Dicho método numérico se realiza con la matriz de transformación homogénea, es decir:

$${}^n\mathbf{T}_0 = \begin{bmatrix} {}^n\mathbf{R}_0(\mathbf{q}) & {}^n\mathbf{p}_0(\mathbf{q}) \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

Note que  ${}^n\mathbf{R}_0(\mathbf{q})$ , en (2.3), representa la matriz de orientación con respecto al sistema de referencia base. Esto significa que se tiene que codificar la orientación, en la planificación de movimientos y control, con respecto al sistema referencia de la base. De acuerdo a la codificación planteada en el Capítulo 6, esto representa un inconveniente para codificar las tareas realizadas por la retro-excavadora usando el esquema de aprendizaje por demostración desarrollado. Ya que esto limita las formulas de codificación<sup>3</sup>. A continuación se planteará un esquema de cinemática que resuelva este inconveniente.

Una alternativa a los método de Newton-Rhapson son los métodos basado en la cinemática diferencial, que emplean la matriz Jacobiana. Este método en contraste al de Newton-Rhapson permite la solución del problema de cinemática inversa exclusivamente para la posición. Por tal motivo se decide implementar la resolución de la cinemática inversa haciendo uso de la inversión de la matriz Jacobiana [SSVG09]. El computo de la cinemática inversa se realiza mediante un proceso iterativo de (2.4) como se muestra en

---

<sup>3</sup>Es importante realizar una adecuada codificación de la orientación que permita describir apropiadamente las tareas realizadas por una retro-excavadora.

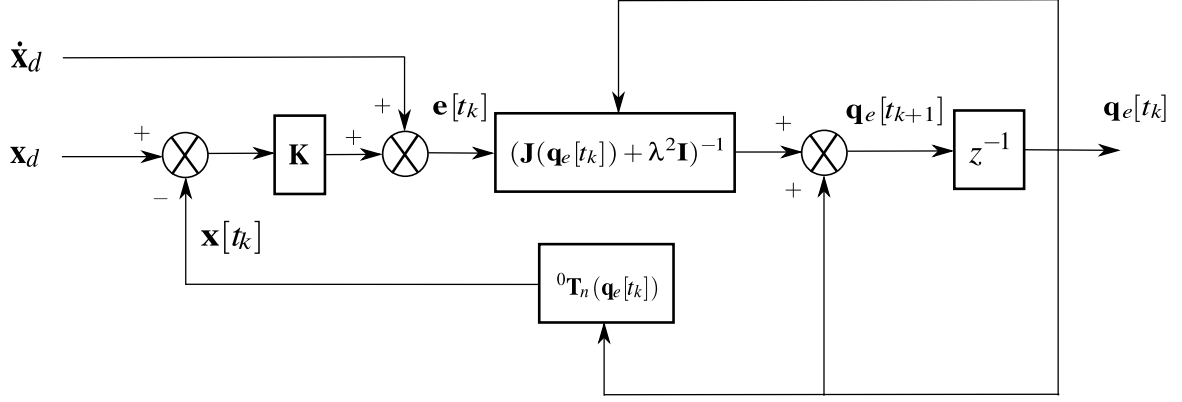


Figura 2.3: Algoritmo de cinemática inversa de 1er orden.

la Fig. 2.3.

$$\mathbf{q}_e[t_{k+1}] = \mathbf{q}_e[t_k] + (\mathbf{J}(\mathbf{q}_e[t_k]) + \lambda^2 \mathbf{I})^{-1} \mathbf{e}[t_k] \quad (2.4)$$

donde  $\mathbf{e}[t_k] = \dot{\mathbf{x}}_d + \mathbf{K}(\mathbf{x}_d - \mathbf{x}[t_k])$  representa el error de estimación y  $\lambda^2$  es un factor de amortiguación en la minimización de mínimos cuadrados que evita problemas de inversión asociados a las singularidades de la matriz Jacobiana.

La inversión de la matriz  $(\mathbf{J}(\mathbf{q}_e[t_k]) + \lambda^2 \mathbf{I})^{-1}$  se realiza mediante un proceso de descomposición de valores singulares (SVD) como [Bus04], es decir, tendremos una SVD de la forma:

$$(\mathbf{J}(\mathbf{q}_e[t_k]) + \lambda^2 \mathbf{I})^{-1} = \mathbf{V}(\mathbf{D} + \lambda^2 \mathbf{I})^{-1} \mathbf{U}^T = \mathbf{V} \mathbf{E} \mathbf{U}^T \quad (2.5)$$

donde  $\mathbf{E}$  es una matriz diagonal con componentes  $\epsilon_{i,i}$  definidas en (2.6). Note que  $\sigma_i$  son las componentes de la matriz diagonal  $\mathbf{D}$ .

$$\epsilon_{i,i} = \frac{\sigma_i}{\sigma_i^2 + \lambda^2} \quad (2.6)$$

Y finalmente la solución numérica de la inversión de la matriz viene dada por (2.7). Nótese que  $r$  representa el rango de la matriz Jacobiana.

$$(\mathbf{J}(\mathbf{q}_e[t_k]) + \lambda^2 \mathbf{I})^{-1} = \sum_{i=1}^r \frac{\sigma_i}{\sigma_i^2 + \lambda^2} \mathbf{v}_i \mathbf{u}_i^T \quad (2.7)$$

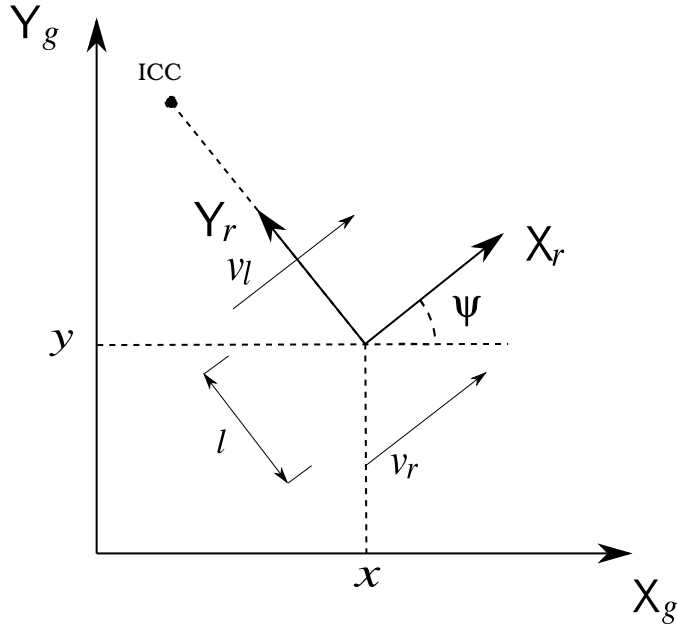


Figura 2.4: Cinemática del elemento móvil de la retro-excavadora.

## 2.2. Modelo Cinemático del Móvil de la Retro-excavadora

El modelo cinemático del elemento móvil de la retro-excavadora permite realizar estimaciones, basadas en odometría, de la posición del robot en un sistema de referencia global<sup>4</sup>. Dicho modelo establece relaciones entre las velocidades medidas desde el sistema de referencia global  $\dot{\mathbf{q}} = [\dot{x} \ \dot{y} \ \dot{\psi}]^T$  y las medidas desde el móvil  $\boldsymbol{\xi} = [\|\mathbf{v}\| \ \omega]^T$  (señales de referencia en el sistema de control), como se observa en la Fig. 2.4.

Por tanto, el modelo cinemático que mapea  $\boldsymbol{\xi} \rightarrow \dot{\mathbf{q}}$  es definido en (2.8).

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 \\ \sin \theta & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \|\mathbf{v}\| \\ \omega \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

Además, en la Fig. 2.4 se observa que dicha representación cinemática es similar a la

---

<sup>4</sup>La localización de la retro-excavadora en un sistema de referencia global será necesaria para llevar a cabo distintas funcionalidades del sistema de percepción.

de un robot móvil diferencial, pero con la diferencia que el centro de rotación instantáneo (ICC) es perpendicular al centro de las orugas<sup>5</sup>. En (2.9) se tiene el modelo matemático entre las velocidades de control  $\mathbf{v} = [v_r \ v_l]^T$  y las de referencia  $\boldsymbol{\xi} = [\|\mathbf{v}\| \ \omega]^T$

$$\begin{aligned} \|\mathbf{v}\| &= \frac{v_r + v_l}{2} \\ \omega &= \frac{v_r - v_l}{l} \end{aligned} \quad (2.9)$$

Nótese que  $v_r$  y  $v_l$  son las velocidades lineales de las ruedas de la oruga derecha e izquierda, respectivamente. Dichas velocidades pueden ser calculadas como:  $v_r = r\Omega_r$  y  $v_l = r\Omega_l$ , donde  $r$  y  $\Omega_{r,l}$  representa el radio y velocidad angular de las ruedas de la oruga derecha o izquierda, respectivamente.

Finalmente, en (2.10) se tiene el modelo cinemático que relaciona las velocidades medidas con respecto al sistema de referencia global con las velocidades medidas en las ruedas de las orugas.

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2r} \cos \theta & -\frac{1}{2r} \cos \theta \\ \frac{1}{2r} \sin \theta & -\frac{1}{2r} \sin \theta \\ \frac{1}{rl} & -\frac{1}{rl} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Omega_r \\ \Omega_l \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

## 2.3. Modelo Dinámico del Brazo de la Retro-excavadora

El modelado dinámico del robot puede ser para múltiples propósitos como: simulación, control y planificación de movimientos. Al igual que el modelado cinemático existen el modelo dinámico directo e inverso. El problema de dinámica directa consiste en determinar, para  $t > t_0$ , las aceleraciones  $\ddot{\mathbf{q}}(t)$  (y consigo  $\dot{\mathbf{q}}(t)$  y  $\mathbf{q}(t)$ ) dado los torques articulares  $\boldsymbol{\tau}(t)$ . El problema de dinámica inversa consiste en la determinación de los torques articulares  $\boldsymbol{\tau}(t)$  el cual son necesarios para generar un movimiento especificado por las aceleraciones articulares  $\ddot{\mathbf{q}}(t)$ , velocidades  $\dot{\mathbf{q}}(t)$  y posiciones  $\mathbf{q}(t)$ .

---

<sup>5</sup>El sistema de tracción por orugas puede ser modelado como un sistema de tracción 4x4 pero con velocidades de rotación iguales en sus ruedas izquierdas y derechas, es decir,  $v_r = v_{r_f} = v_{r_b}$  y  $v_l = v_{l_f} = v_{l_b}$ .

En (2.11) se describe el modelo no-conservativo de un robot manipulador en general.

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{F}_v\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{F}_s\text{sgn}(\dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{g}(\mathbf{q}) = \boldsymbol{\tau} - \mathbf{J}^T(\mathbf{q})\mathbf{h}_e \quad (2.11)$$

donde  $\mathbf{M}(\mathbf{q})$  es la matriz de inercia  $(n \times n)^6$ ,  $\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}}$  es el vector de fuerzas de Coriolis  $(n \times 1)$ ,  $\mathbf{F}_v$  denota la matriz diagonal de coeficientes viscosos  $(n \times n)$ ,  $\mathbf{F}_s$  denota la matriz diagonal de coeficientes estáticos  $(n \times n)$ ,  $\text{sgn}(\dot{\mathbf{q}})$  es el vector  $(n \times 1)$  con componentes dadas por las funciones sign de las velocidades,  $\mathbf{g}(\mathbf{q})$  es el vector de gravedad  $(n \times 1)$ ,  $\boldsymbol{\tau}$  el vector de torques de los actuadores  $(n \times 1)$  y  $\mathbf{J}^T(\mathbf{q})\mathbf{h}_e$  es el vector  $(n \times 1)$  de torques inducidos por las fuerzas de contacto, el cual  $\mathbf{h}_e$  denota el vector de fuerzas y momentos ejercidos por el extremo del robot en el ambiente.

Además se destaca en (2.11) que:

- $\mathbf{F}_v\dot{\mathbf{q}}$  y  $\mathbf{F}_s\text{sgn}(\dot{\mathbf{q}})$  son las fuerzas no-conservativas asociadas a la fricción viscosa y estática en las articulaciones, respectivamente;
- $\mathbf{J}^T(\mathbf{q})\mathbf{h}_e$  ocurre solo cuando el robot esta en contacto con el ambiente.

Para propósitos de control, se reducirá el modelo no-conservativo (2.11) al modelo conservativo (2.12).

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{g}(\mathbf{q}) = \boldsymbol{\tau} \quad (2.12)$$

El cual se determina que la matriz de inercial de la retro-excavadora es:

$$\mathbf{M}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} M_{11}(\mathbf{q}) & m_{bu}b_0L_{cm_2}\cos q_1^*\sin q_2^* & I_s + I_{bu} & I_{bu} \\ m_{bu}b_0L_{cm_2}\cos q_1^*\sin q_2^* & M_{22}(\mathbf{q}) & M_{23}(\mathbf{q}) & M_{24}(\mathbf{q}) \\ I_s + I_{bu} & M_{23}(\mathbf{q}) & M_{33}(\mathbf{q}) & M_{34}(\mathbf{q}) \\ I_{bu} & M_{24}(\mathbf{q}) & M_{34}(\mathbf{q}) & m_{bu}L_{cm_4}^2 + I_{bu} \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

---

<sup>6</sup>Nótese que  $n$  representa el número de g.d.l. del robot.



con

$$\begin{aligned}
M_{11}(\mathbf{q}) &= m_t b_{cm_1}^2 + m_{bo}[A^{cm2} + b_0(b_0 + 2A^{cm} \sin q_1^*)] \\
&\quad + m_s(L_{cm_3} B^{cm} + A')^2 + m_{bu}(L_{cm_4} C + L_3 B + A')^2 + I_t + I_{bo} + I_s \\
M_{22}(\mathbf{q}) &= m_{bo} L_{cm_2}^2 + m_s[L_{cm_3}^2 + 2L_{cm_3} L_2 \cos(2q_2^* + q_3^{cm}) + L_2^2] \\
&\quad + m_{bu}[(L_{cm_4} \tilde{C} + L_3 B + L_2 \sin q_2^*)^2 + (L_{cm_4} C + L_3 B + L_2 \cos q_2^*)] \\
M_{23}(\mathbf{q}) &= m_s[L_{cm_3}^2 + L_{cm_3} L_2 \cos(2q_2^* + q_3^{cm})] \\
&\quad + m_{bu}[L_{cm_4}^2 + L_3(L_{cm_4} \cos(2q_2^* + 2q_3^* + q_4^*) + L_2 \cos(2q_2^* + q_3^*)) + L_3^2] \\
M_{24}(\mathbf{q}) &= m_{bu} L_{cm_4} [L_{cm_4} + L_3 \cos(2q_2^* + 2q_3^* + q_4^*) + L_2 \cos(2q_2^* + q_3^* + q_4^*)] \\
M_{33}(\mathbf{q}) &= m_s L_{cm_3}^2 + m_{bu}[L_{cm_4}^2 + 2L_{cm_4} L_3 \cos(2q_2^* + 2q_3^* + q_4^*) + L_3^2] + I_s + I_{bu} \\
M_{34}(\mathbf{q}) &= m_{bu}[L_{cm_4}^2 + L_{cm_4} L_3 \cos(2q_2^* + 2q_3^* + q_4^*)] + I_{bu}
\end{aligned} \tag{2.14}$$

donde  $A = L_{cm_2} \cos q_1^* + b_1$ ,  $A^{cm} = L_{cm_2} \cos q_1^{cm} + b_1$ ,  $A' = L_2 \cos q_1^* + b_1$ ,  $A^{cm'} = L_2 \cos q_1^{cm} + b_1$ ,  $B = \cos q_{23}^*$ ,  $B^{cm} = \cos q_{23}^{cm}$ ,  $\tilde{B} = \sin q_{23}^*$ ,  $C = \cos q_{234}^{cm_4}$  y  $\tilde{C} = \sin q_{234}^{cm_4}$ , y  $q_1^* = q_1 + \frac{\pi}{2}$ ,  $q_2^{cm} = q_2 + \theta_{cm_2}$ ,  $q_3^{cm} = q_3 + \theta_{cm_3}$  y  $q_4^{cm} = q_4 + \theta_{cm_4}$ .

Por otra parte, el vector de Coriolis asociado a la dinámica de la retro-excavadora esta definido como:

$$\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \dot{\mathbf{q}} = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{C}_1(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} \\ \dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{C}_2(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} \\ \dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{C}_3(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} \\ \dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{C}_4(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} \end{bmatrix} \tag{2.15}$$

para las matrices  $\mathbf{C}_i(\mathbf{q})$  como:

$$\mathbf{C}_1(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = - \begin{bmatrix} -m_{bo} A^{cm} \cos q_1^* & -\frac{1}{2} m_{bo} L_{cm_2} \sin q_1^* \sin q_2^{cm} & 0 & 0 \\ C_{121}(\mathbf{q}) & -\frac{1}{2} m_{bo} L_{cm_2} \cos q_1^* \cos q_2^{cm} & 0 & 0 \\ C_{131}(\mathbf{q}) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{2.16}$$

$$\mathbf{C}_2(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = - \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} m_{bo} L_{cm_2} \sin q_1^* \sin q_2^{cm} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2} m_{bo} L_{cm_2} \cos q_1^* \cos q_2^{cm} & C_{222}(\mathbf{q}) & C_{223}(\mathbf{q}) & C_{224}(\mathbf{q}) \\ 0 & C_{232}(\mathbf{q}) & C_{233}(\mathbf{q}) & C_{234}(\mathbf{q}) \\ 0 & C_{242}(\mathbf{q}) & C_{243}(\mathbf{q}) & C_{244}(\mathbf{q}) \end{bmatrix} \tag{2.17}$$

$$\mathbf{C}_3(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = - \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_{322}(\mathbf{q}) & C_{323}(\mathbf{q}) & C_{324}(\mathbf{q}) \\ 0 & C_{332}(\mathbf{q}) & C_{333}(\mathbf{q}) & C_{334}(\mathbf{q}) \\ 0 & C_{342}(\mathbf{q}) & C_{343}(\mathbf{q}) & C_{344}(\mathbf{q}) \end{bmatrix} \tag{2.18}$$

$$\mathbf{C}_4(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = - \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_{422}(\mathbf{q}) & C_{423}(\mathbf{q}) & 0 \\ 0 & C_{432}(\mathbf{q}) & C_{433}(\mathbf{q}) & 0 \\ 0 & C_{442}(\mathbf{q}) & C_{443}(\mathbf{q}) & 0 \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

con:

$$\begin{aligned} C_{121}(\mathbf{q}) &= -m_{bo}L_{cm_1} \sin q_2^{cm}(A^{cm} + b_0 \sin q_1^*) + m_s(L_{cm_3}B^{cm} + A^2)(L_{cm_3}\tilde{B}^{cm} + L_2 \sin q_2^{cm}) \\ &\quad + m_{bu}(L_{cm_4}\tilde{C} + L_3B + L_2 \sin q_2^*)(L_{cm_4}C + L_3B + A') \\ C_{131}(\mathbf{q}) &= m_sL_{cm_3}\tilde{B}^{cm}(L_{cm_3}B^{cm} + A') + m_{bu}(L_{cm_4}\tilde{C} + L_3\tilde{B})(L_{cm_4}C + L_3B + A') \\ C_{222}(\mathbf{q}) &= 2m_sL_{cm_3}L_2 \sin(2q_2^* + q_3^{cm}) + m_{bu}[(L_{cm_4}\tilde{C} + L_3\tilde{B} + L_2 \sin q_2^*)(L_{cm_4}C + L_3B \\ &\quad - L_2 \cos q_2^*) - (L_{cm_4}C + L_3B + L_2 \cos q_2^*)(L_{cm_4}\tilde{C} + L_3\tilde{B} - L_2 \sin q_2^*)] = C_{322}(\mathbf{q}) \\ C_{223}(\mathbf{q}) &= m_sL_{cm_3}L_2 \sin(2q_2^* + q_3^{cm}) + m_{bu}L_3[L_{cm_4} \sin(2q_2^* + 2q_3^* + q_4^*) - L_2 \sin(2q_2^* + q_3^*)] \\ C_{224}(\mathbf{q}) &= \begin{cases} m_{bu}L_{cm_3}[L_3 \sin(2q_2^* + 2q_3^* + q_4^*) + L_2 \sin(2q_2^* + q_3^* + q_4^*)] \\ C_{244}(\mathbf{q}) = C_{422}(\mathbf{q}) = C_{442}(\mathbf{q}) \end{cases} \\ C_{232}(\mathbf{q}) &= m_sL_{cm_3}L_2 \sin(2q_2^* + q_3^{cm}) + m_{bu}[(L_{cm_4}\tilde{C} + L_3\tilde{B} + L_2 \sin q_2^*)(L_{cm_4}C + L_3B) \\ &\quad - (L_{cm_4}C + L_3B + L_2 \cos q_2^*)(L_{cm_4}\tilde{C} + L_3\tilde{B})] \\ C_{233}(\mathbf{q}) &= \frac{1}{2}m_sL_{cm_3}L_2 \sin(2q_2^* + q_3^{cm}) + \frac{1}{2}m_{bu}L_3[2L_{cm_4} \sin(2q_2^* + 2q_3^* + q_4^*) - L_2 \sin(2q_2^* + q_3^*)] \\ C_{234}(\mathbf{q}) &= C_{432}(\mathbf{q}) = \frac{1}{2}m_{bu}L_{cm_3}[2L_3 \sin(2q_2^* + 2q_3^* + q_4^*) + L_2 \sin(2q_2^* + q_3^* + q_4^*)] \\ C_{242}(\mathbf{q}) &= C_{342}(\mathbf{q}) = m_{bu}L_{cm_4}[(L_{cm_4}\tilde{C} + L_3\tilde{B} + L_2 \sin q_2^*)C - (L_{cm_4}C + L_3B + L_2 \cos q_2^*)\tilde{C}] \\ C_{243}(\mathbf{q}) &= \frac{1}{2}m_{bu}L_3L_{cm_4} \sin(2q_2^* + 2q_3^* + q_4^*) \\ C_{323}(\mathbf{q}) &= \begin{cases} 2m_{bu}L_{cm_4}L_3 \sin(2q_2^* + 2q_3^* + q_4^*) \\ 2C_{324}(\mathbf{q}) = C_{332}(\mathbf{q}) = C_{333}(\mathbf{q}) = 2C_{334}(\mathbf{q}) \\ 2C_{343}(\mathbf{q}) = 4C_{344}(\mathbf{q}) = C_{423}(\mathbf{q}) = C_{433}(\mathbf{q}) = 2C_{443}(\mathbf{q}) \end{cases} \end{aligned} \quad (2.20)$$

Finalmente el vector de gravedad de la retro-excavadora es:

$$\mathbf{g}(\mathbf{q}) = g \begin{bmatrix} 0 \\ m_{bo}L_{cm_2} \cos q_2^{cm} + m_sL_2 + m_{bu}L_2 \cos q_2^* + m_{bu}[L_3 \cos q_{23}^* + L_{cm_4} \cos q_{234}^*] \\ m_sL_{cm_3}^* \cos q_{23}^* + m_{bu}[L_3 \cos q_{23}^* + L_{cm_4} \cos q_{234}^*] \\ m_{bu}L_{cm_4} \cos q_{234}^* \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

### 2.3.1. Verificación del modelo dinámico del brazo

Para verificar o validar el modelo dinámico desarrollado para el brazo de la máquina retro-excavadora se ejecutan un conjunto de pruebas que demuestran la naturaleza real del movimiento. Estas pruebas se realizan mediante la implementación del modelo de dinámica directa del brazo de la máquina, es decir,

$$\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{M}(\mathbf{q})^{-1}(\boldsymbol{\tau} - \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} - \mathbf{g}(\mathbf{q})) \quad (2.22)$$

donde se resuelve numéricamente la ecuación diferencial ordinaria no-lineal mediante el uso de la integración trapezoidal de (2.22).

A continuación se presenta 3 casos de estudios diseñado para analizar la respuesta dinámica del brazo de la máquina según un conjunto de condiciones, posición inicial y par de entrada, parametrizadas. Estas condiciones esta desarrolladas para poder comparar la dinámica determinada por la integración de la ecuación diferencial (2.22) con el comportamiento natural (o esperado) de la máquina en cuestión.

#### Caso de estudio 1: Movimiento en caída libre

En este caso de estudio el brazo es sometido a un par de entrada pequeño<sup>7</sup>,  $\boldsymbol{\tau} = [0 \ 114,3 \ -1,8 \ -3,2]^T \cdot 10^3 \text{ Nm}$ , que no es suficiente para mantener el brazo en su posición; además la posición articular inicial es  $\mathbf{q} = [0 \ 0 \ -10 \ 0]^T$  grados. Por tanto en esta condición se esperaría que el brazo de la máquina cayera gracias a los pares gravitatorios. En este sentido en la Fig. 2.5 se aprecia el movimiento del brazo ante las condiciones mencionadas, donde la líneas en verde representan el estado inicial, las líneas y puntos en rojo representa el estado de los eslabones y las articulaciones, respectivamente.

En la Fig. 2.5 la secuencia de movimientos de la estructura en rojo expone un movimiento de caída del brazo. En este movimiento de caída se observa que la dinámica del primer

---

<sup>7</sup>En comparación con el par gravitatorio en la posición inicial de valor  $\boldsymbol{\tau}_0 = [0 \ 152,4 \ -2,4 \ -4,27]^T \cdot 10^3 \text{ Nm}$ .

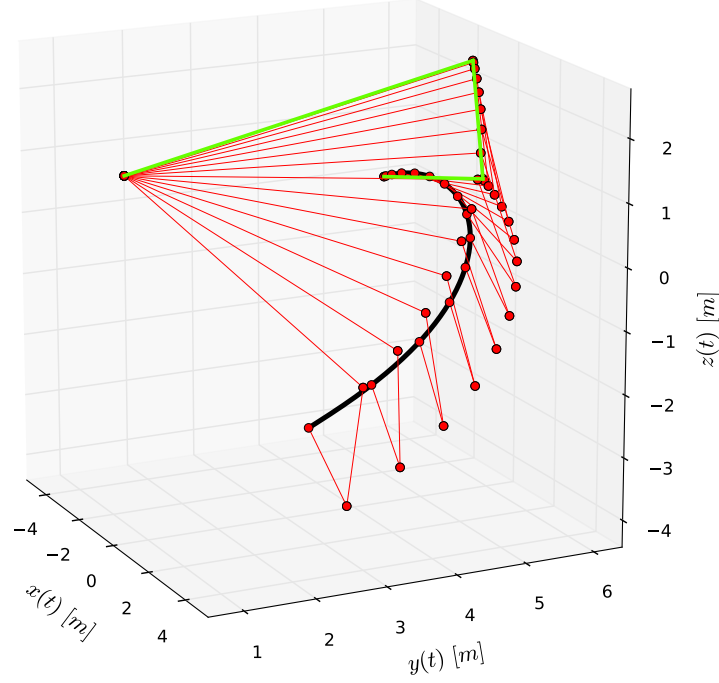


Figura 2.5: Caso de estudio 1: Secuencia de movimiento del brazo de la retro-excavadora en caída libre.

eslabón, el eslabón más largo, es la dominante debido a que el par gravitatorio en la posición inicial es mayor para esta articulación, es decir,  $\tau_0 = [0 \ 152,4 \ -2,4 \ -4,27]^T \cdot 10^3$  Nm. Además se observa, gracias a las fuerzas de Coriolis, un movimiento en cadena entre cada uno de los eslabones. Nótese también que el modelo dinámico implementado no considera las restricciones físicas de cada una de las articulaciones. Finalmente se aprecia que el movimiento de caída del brazo de la máquina ocurre en el plano  $xz$ , el cual es el movimiento que se esperaba que sucediera.

## Caso de estudio 2: Movimiento en caída libre con torque en la torreta

Este caso de estudio es similar al anterior pero se agrega una entrada<sup>8</sup> considerable de la primera articulación o la torreta de la máquina. Por tanto se esperará que el brazo de la máquina se encuentre cayendo, de forma similar al caso 1, mientras este rotando la torreta junto con el brazo. Entonces las condiciones de partida son las mismas al caso 1, es decir, con  $\mathbf{q} = [0 \ 0 \ -10 \ 0]^t$ , pero con un par de entrada  $\boldsymbol{\tau} = [500 \ 114,3 \ -1,8 \ -3,2]^T \cdot 10^3$  Nm. En este sentido, en la Fig. 2.6 se observa el patrón de caída esperado, es decir, se mantiene la forma en la que cae el brazo pero asociando un movimiento rotatorio en la dirección del torque aplicado en la torreta.

## Caso de estudio 3: Movimiento en caída libre con torque en el *boom*

En este caso se suministra un torque, considerable, en la articulación correspondiente al *boom* el cual corresponde a  $\boldsymbol{\tau} = [0 \ 155,0 \ -1,8 \ -3,2]^T \cdot 10^3$  Nm y es mayor que el par gravitatorio en la posición inicial. Entonces para esta caso de estudio se espera que el eslabón correspondiente al *boom* suba de forma continua hasta que se establezca en una posición que corresponde al mismo par gravitatorio.

En la Fig. 2.7 se aprecia la secuencia de movimientos para este caso de estudio, donde se observa que sube el eslabón del *boom*. Además mientras ocurre el movimiento de subida del *boom* se aprecia que el *bucket* va cayendo como se esperaba. Por tanto los resultados en este caso de estudio también demuestran ser coherentes con los esperados.

Finalmente se demuestra, en cada uno de los casos de estudio, la validez del modelo dinámico desarrollado analíticamente para el brazo de la máquina retro-excavadora, que posteriormente será usado para el análisis y síntesis del controlador PID.

---

<sup>8</sup>Se refiere al par o torque que es sometida una determinada articulación de la máquina.

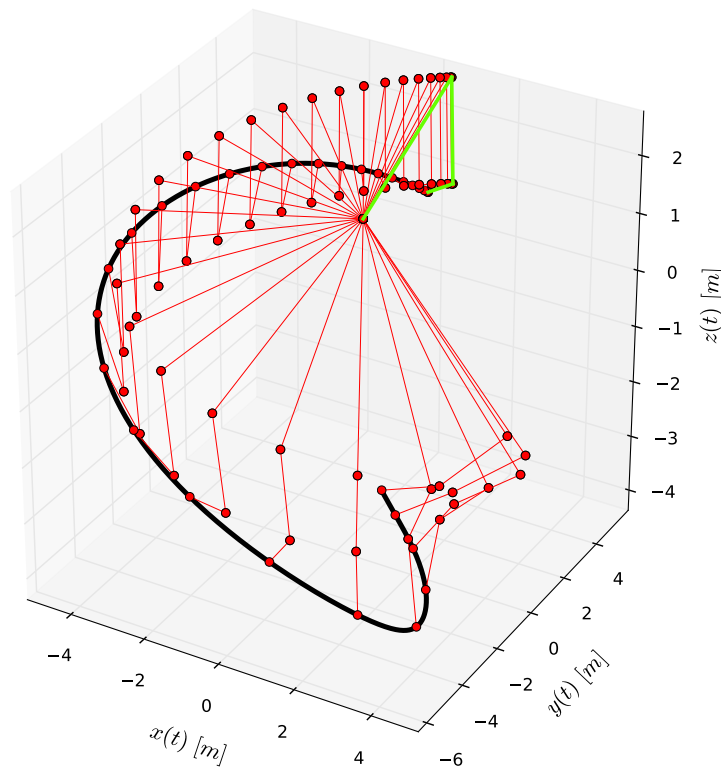


Figura 2.6: Caso de estudio 2: Secuencia de movimiento del brazo de la retro-excavadora en caída libre con rotación en la torreta.

## 2.4. Aportes

En este capítulo se desarrollaron los modelos cinemáticos y dinámicos de una máquina retro-excavadora. A pesar de estar relativamente bien establecido el modelado cinemático y dinámico, no se había realizado trabajo alguno sobre el modelado dinámico de retro-excavadoras en el Grupo de Investigación y Desarrollo en Mecatrónica. Para determinar las propiedades físicas de la retro-excavadora se realizó un modelo CAD en ©SolidWorks<sup>9</sup>

<sup>9</sup>Software desarrollado para el diseño de elementos de máquinas.

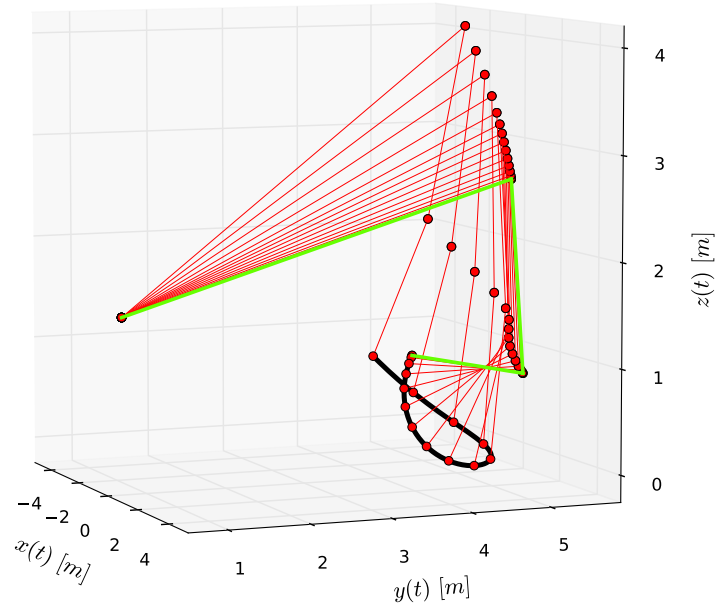


Figura 2.7: Caso de estudio 3: Secuencia de movimiento del brazo de la retro-excavadora en caída libre con rotación en el *boom*.

de una retro-excavadora promedio. En el Apéndice A, se detallan las propiedades y modelo dinámico del brazo de la retro-excavadora.

## 2.5. Conclusiones

En este capítulo se desarrollaron modelos cinemáticos y dinámicos directos e inversos de la máquina retro-excavadora. Estos modelos en el transcurso de este Trabajo de Grado son usados en las simulaciones de la plataforma, en la sintonización de los controladores

(brazo y vehículo), en el desarrollo del algoritmo de estimación odométrica, en el modelo del sistema del EKF, en la implementación del filtro de eliminación de puntos del robot y del planificador de movimientos basado en esquemas de aprendizaje por demostración. Los parámetros físicos de la máquina retro-excavadora son determinados mediante un modelo CAD de la retro-excavadora. Además con el modelo CAD se pudo definir los aspectos visuales de la máquina, el cual es necesario para la implementación del filtro de eliminación de puntos del robot. Finalmente estos modelos fueron validados mediante el empleo de escenarios de pruebas y estos resultados son observados en el transcurso de este libro.



## Capítulo 3

# Sistema de Control

En este capítulo se analizará el sistema de control formado por el control PID dado por la ley de control (3.1), y el modelo dinámico del robot (3.2). Donde se presentará el análisis matemático para la estabilidad, y posterior sintonización de los controlador PID que garantice el cumplimiento del objetivo de posición pura en forma local para un robot sujeto a un modelo dinámico de la forma de (2.12). En otras palabras, debe garantizarse la estabilidad al origen, es decir,  $\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{\mathbf{q}}(t) = \mathbf{0}$  siempre que el error de posición  $\tilde{\mathbf{q}}(0)$  y velocidad  $\dot{\tilde{\mathbf{q}}}(0)$  sean lo suficientemente pequeño. Posteriormente, de acuerdo al análisis de estabilidad del control PID se plantearán un conjunto de ecuaciones que define el procedimiento de sintonización de los controladores PID. El procedimiento de sintonización se detalla tanto para el control del brazo como del elemento móvil de la retro-excavadora. En el caso del control del brazo, se realiza considerando una operación típica ejecutada por la retro-excavadora, como es la carga de un camión. Además, se exponen las arquitecturas de control desarrolladas para ambos sistema de control. Y finalmente en ambos sistemas de control, se realiza un estudio de casos que demuestran el rendimiento de los controladores.

### 3.1. Análisis de Estabilidad del Control PID

El análisis de estabilidad del control PID [AM84] es realizado para establecer o sintetizar los procedimientos requeridos para sintonizar los parámetros de la ley de control lineal

(3.1) sujeta a un modelo dinámico no-lineal (3.2). Dichos parámetros o matrices a sintonizar son los asociados a cada una de las acciones del controlador, es decir, proporcional, integral y derivativa.

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{K}_p \tilde{\mathbf{q}} + \mathbf{K}_v \dot{\tilde{\mathbf{q}}} + \mathbf{K}_i \int_0^t \tilde{\mathbf{q}}(\sigma) d\sigma \quad (3.1)$$

donde  $\mathbf{K}_p, \mathbf{K}_i, \mathbf{K}_v \in \mathbb{R}^{n \times n}$  son las matrices de diseño que pesan las acciones proporcionales, derivativas e integrales del error articular  $\tilde{\mathbf{q}}$ .

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{g}(\mathbf{q}) = \boldsymbol{\tau} \quad (3.2)$$

Si expresamos la ley de control PID de la forma (3.1) entonces puede re-escribirse la ecuación de lazo cerrado en términos del vector de estado  $\begin{bmatrix} \boldsymbol{\xi}^T & \tilde{\mathbf{q}}^T & \dot{\tilde{\mathbf{q}}}^T \end{bmatrix}^T$ .

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\tau} &= \mathbf{K}_p \tilde{\mathbf{q}} + \mathbf{K}_v \dot{\tilde{\mathbf{q}}} + \mathbf{K}_i \boldsymbol{\xi} \\ \dot{\boldsymbol{\xi}} &= \tilde{\mathbf{q}} \end{aligned} \quad (3.3)$$

es decir:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\xi} \\ \tilde{\mathbf{q}} \\ \dot{\tilde{\mathbf{q}}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{q}} \\ \dot{\tilde{\mathbf{q}}} \\ \ddot{\mathbf{q}}_d - \mathbf{M}(\mathbf{q})^{-1} [\mathbf{K}_p \tilde{\mathbf{q}} + \mathbf{K}_v \dot{\tilde{\mathbf{q}}} + \mathbf{K}_i \boldsymbol{\xi} - \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} - \mathbf{g}(\mathbf{q})] \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

Por lo que la ecuación de lazo cerrado (3.4) posee estados de equilibrio de la forma  $\begin{bmatrix} \boldsymbol{\xi}^T & \tilde{\mathbf{q}}^T & \dot{\tilde{\mathbf{q}}}^T \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\xi}^{*T} & \mathbf{0}^T & \mathbf{0}^T \end{bmatrix}^T$ , donde  $\boldsymbol{\xi}^* = \mathbf{K}_i^{-1} [\mathbf{M}(\mathbf{q}_d)\ddot{\mathbf{q}}_d + \mathbf{C}(\mathbf{q}_d, \dot{\mathbf{q}}_d)\dot{\mathbf{q}}_d + \mathbf{g}(\mathbf{q}_d)]$ . Nótese que de acuerdo a la transformación (3.3) se requiere que  $\boldsymbol{\xi}^*$  sea un vector constante para que cumpla con  $\tilde{\mathbf{q}} = \mathbf{0}$ . Esto implica que si la posición articular  $\mathbf{q}_d$  es variante en el tiempo, no puede ser arbitraria, es decir, debe tener una forma particular.

Por tanto, no es posible realizar un estudio de estabilidad en sentido de Lyapunov para el caso en el cual la posición articular  $\mathbf{q}_d$  es una función arbitraria en el tiempo, y además no tendrá equilibrio alguno. En [AM84] se realiza una demostración formal que para pequeños valores del error de posición inicial  $\tilde{\mathbf{q}}(0)$  y la velocidad inicial  $\dot{\tilde{\mathbf{q}}}(0)$ , el error

de posición  $\tilde{\mathbf{q}}$  permanecerá acotado. Pero una condición suficiente para la existencia y unicidad del equilibrio de (3.4) es que la posición deseada  $\mathbf{q}_d(t)$  sea constante, lo cual implica que  $\boldsymbol{\xi}^*$  también lo sea, es decir,  $\boldsymbol{\xi}^* = \mathbf{K}_i^{-1} \mathbf{g}(\mathbf{q}_d)$ .

Para que el equilibrio anterior sea en el origen, se realiza un cambio de variables de la forma:  $\mathbf{z} = \boldsymbol{\xi} - \mathbf{K}_i^{-1} \mathbf{g}(\mathbf{q}_d)$ . Por tanto, el nuevo sistema a lazo cerrado podrá expresarse en función del vector de estado  $\begin{bmatrix} \mathbf{z}^T & \tilde{\mathbf{q}}^T & \dot{\mathbf{q}}^T \end{bmatrix}^T$  como:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \mathbf{z} \\ \tilde{\mathbf{q}} \\ \dot{\mathbf{q}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{q}} \\ -\dot{\mathbf{q}} \\ \mathbf{M}(\mathbf{q})^{-1} [\mathbf{K}_p \tilde{\mathbf{q}} + \mathbf{K}_d \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}_i \mathbf{z} + \mathbf{g}(\mathbf{q}_d) - \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \dot{\mathbf{q}} - \mathbf{g}(\mathbf{q})] \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

Además, por motivos de análisis de estabilidad, se implementará en (3.5) el siguiente sistema de transformación:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{w} \\ \tilde{\mathbf{q}} \\ \dot{\mathbf{q}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha \mathbf{I} & \mathbf{I} & 0 \\ 0 & \mathbf{I} & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{z} \\ \tilde{\mathbf{q}} \\ \dot{\mathbf{q}} \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

quedando:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \mathbf{w} \\ \tilde{\mathbf{q}} \\ \dot{\mathbf{q}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha \tilde{\mathbf{q}} - \dot{\mathbf{q}} \\ -\dot{\mathbf{q}} \\ \mathbf{M}(\mathbf{q})^{-1} \left[ \left[ \mathbf{K}_p - \frac{1}{\alpha} \mathbf{K}_i \right] \tilde{\mathbf{q}} + \mathbf{K}_d \dot{\mathbf{q}} + \frac{1}{\alpha} \mathbf{K}_i \mathbf{w} + \mathbf{g}(\mathbf{q}_d) - \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \dot{\mathbf{q}} - \mathbf{g}(\mathbf{q}) \right] \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

Nótese que la ecuación a lazo cerrado (3.7) sigue siendo continua y autónoma, y además el origen del espacio de estado  $\begin{bmatrix} \mathbf{w}^T & \tilde{\mathbf{q}}^T & \dot{\mathbf{q}}^T \end{bmatrix}^T = \mathbf{0} \in \mathbb{R}^{3n}$  es el único equilibrio del sistema.

### 3.1.1. Función Candidata de Lyapunov

Se emplea la función de candidata de Lyapunov (3.8) (de acuerdo a [Kel95]) para estudiar la estabilidad del origen del espacio de estado de (3.7) usando el método directo

de Lyapunov.

$$V(\mathbf{w}, \tilde{\mathbf{q}}, \dot{\tilde{\mathbf{q}}}) = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \mathbf{w} \\ \tilde{\mathbf{q}} \\ \dot{\tilde{\mathbf{q}}} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \frac{1}{\alpha} \mathbf{K}_i & 0 & 0 \\ 0 & \alpha \mathbf{K}_d & -\alpha \mathbf{M}(\mathbf{q}) \\ 0 & -\alpha \mathbf{M}(\mathbf{q}) & \mathbf{M}(\mathbf{q}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{w} \\ \tilde{\mathbf{q}} \\ \dot{\tilde{\mathbf{q}}} \end{bmatrix} + \frac{1}{2} \tilde{\mathbf{q}}^T \left[ \mathbf{K}_p - \frac{1}{\alpha} \mathbf{K}_i \right] \tilde{\mathbf{q}} + \mathcal{U}(\mathbf{q}_d - \tilde{\mathbf{q}}) - \mathcal{U}(\mathbf{q}_d) + \tilde{\mathbf{q}}^T \mathbf{g}(\mathbf{q}_d) \quad (3.8)$$

donde  $\mathcal{U}(\mathbf{q})$  denota la energía potencial del robot. Nótese que (3.8) es una función que no depende explícitamente del tiempo, es decir, de la forma  $\mathbf{V}(\mathbf{x})$ .

De acuerdo al método directo de Lyapunov, para concluir que el estado de equilibrio de un sistema dinámico es estable, deben cumplirse que la derivada temporal de la función candidata de Lyapunov  $\mathbf{V}(t, \mathbf{x})$  satisfaga  $\dot{\mathbf{V}}(t, \mathbf{x}) \leq 0 \quad \forall t \geq 0$ . Pero para que (3.8) sea una función candidata de Lyapunov debe cumplirse que:

- $\mathbf{V}(t, \mathbf{x})$  es una función definida positiva localmente.
- $\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{V}(t, \mathbf{x})$  es una función continua con respecto a  $t$  y  $\mathbf{x}$ .
- $\frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{V}(t, \mathbf{x})$  es una función continua con respecto a  $t$  y  $\mathbf{x}$ .

Por tanto, claramente se aprecia que la (3.8) es una función continua en sus derivadas, pero para satisfacer que la función candidata de Lyapunov sea definida positiva, primeramente consideramos el siguiente termino:

$$\frac{1}{2} \tilde{\mathbf{q}}^T \left[ \mathbf{K}_p - \frac{1}{\alpha} \mathbf{K}_i \right] \tilde{\mathbf{q}} + \mathcal{U}(\mathbf{q}_d - \tilde{\mathbf{q}}) - \mathcal{U}(\mathbf{q}_d) + \tilde{\mathbf{q}}^T \mathbf{g}(\mathbf{q}_d) \quad (3.9)$$

El termino (3.9) puede ser re-escrito, usando la propiedad (A.11), como:

$$\frac{1}{2} \tilde{\mathbf{q}}^T \left[ \mathbf{K}_p - \frac{1}{\alpha} \mathbf{K}_i \right] \tilde{\mathbf{q}} + \mathbf{g}(\mathbf{q}_d - \tilde{\mathbf{q}}) + \mathbf{g}(\mathbf{q}_d) \quad (3.10)$$

Y derivado este termino con respecto a  $\tilde{\mathbf{q}}$  se obtiene:

$$\frac{\partial \mathbf{g}(\mathbf{q}_d - \tilde{\mathbf{q}})}{\partial (\mathbf{q}_d - \tilde{\mathbf{q}})} + \left[ \mathbf{K}_p - \frac{1}{\alpha} \mathbf{K}_i \right] \quad (3.11)$$

Entonces para que (3.11) se una función definida positiva globalmente debe cumplirse que:

$$\lambda_{\min}\{\mathbf{K}_p - \frac{1}{\alpha}\mathbf{K}_i\} > k_g^1 \quad (3.12)$$

que a su vez puede re-escribirse como  $\lambda_{\min}\{\mathbf{K}_p\} - \lambda_{\max}\{\mathbf{K}_i\} > k_g$ . De donde se obtiene:

$$\alpha > \frac{\lambda_{\max}\{\mathbf{K}_i\}}{\lambda_{\min}\{\mathbf{K}_p\} - k_g} \quad (3.13)$$

Finalmente, para que se cumpla que (3.8) sea una función candidata de Lyapunov se impone la siguiente condición:

$$\mathbf{V}(\mathbf{w}, \tilde{\mathbf{q}}, \dot{\mathbf{q}}) \geq \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \mathbf{w} \\ \tilde{\mathbf{q}} \\ \dot{\mathbf{q}} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \frac{1}{\alpha}\mathbf{K}_i & 0 & 0 \\ 0 & \alpha\mathbf{K}_d & -\alpha\mathbf{M}(\mathbf{q}) \\ 0 & -\alpha\mathbf{M}(\mathbf{q}) & \mathbf{M}(\mathbf{q}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{w} \\ \tilde{\mathbf{q}} \\ \dot{\mathbf{q}} \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

Si tenemos las siguientes desigualdades:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\alpha}\mathbf{w}^T\mathbf{K}_i\mathbf{w} &\geq \frac{1}{\alpha}\lambda_{\min}\{\mathbf{K}_i\}\|\mathbf{w}\|^2 \\ \alpha\tilde{\mathbf{q}}^T\mathbf{K}_d\tilde{\mathbf{q}} &\geq \alpha\lambda_{\min}\{\mathbf{K}_d\}\|\tilde{\mathbf{q}}\|^2 \\ \dot{\mathbf{q}}^T\mathbf{M}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}} &\geq \lambda_{\min}\{\mathbf{M}\}\|\dot{\mathbf{q}}\|^2 \\ -\alpha\tilde{\mathbf{q}}^T\mathbf{M}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}} &\geq -\alpha\lambda_{\max}\{\mathbf{M}\}\|\tilde{\mathbf{q}}\|\|\dot{\mathbf{q}}\| \end{aligned} \quad (3.15)$$

se acota la función candidata de Lyapunov como:

$$\mathbf{V}(\mathbf{w}, \tilde{\mathbf{q}}, \dot{\mathbf{q}}) \geq \frac{\alpha}{2} \begin{bmatrix} \|\mathbf{w}\| \\ \|\tilde{\mathbf{q}}\| \\ \|\dot{\mathbf{q}}\| \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \frac{1}{\alpha^2}\lambda_{\min}\{\mathbf{K}_i\} & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_{\min}\{\mathbf{K}_d\} & -\lambda_{\max}\{\mathbf{M}\} \\ 0 & -\lambda_{\max}\{\mathbf{M}\} & \frac{1}{\alpha}\lambda_{\min}\{\mathbf{M}\} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \|\mathbf{w}\| \\ \|\tilde{\mathbf{q}}\| \\ \|\dot{\mathbf{q}}\| \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

Por tanto, se satisface que  $\mathbf{V}(\mathbf{w}, \tilde{\mathbf{q}}, \dot{\mathbf{q}})$  es una función definida positiva globalmente si se impone la condición:

$$\alpha < \frac{\lambda_{\min}\{\mathbf{M}\}\lambda_{\min}\{\mathbf{K}_d\}}{\lambda_{\max}^2\{\mathbf{M}\}} \quad (3.17)$$

---

<sup>1</sup>Nótese que se uso la propiedad (A.13) para llegar a esta conclusión.

### Derivada temporal de $V(\mathbf{w}, \tilde{\mathbf{q}}, \dot{\mathbf{q}})$

Haciendo uso de la propiedad (A.10) y (A.11) y realizando manipulaciones algebraicas, la derivada temporal de la función candidata de Lyapunov es:

$$\begin{aligned} \dot{V}(\mathbf{w}, \tilde{\mathbf{q}}, \dot{\mathbf{q}}) = & -\dot{\mathbf{q}}^T [\mathbf{K}_d - \alpha \mathbf{M}(\mathbf{q})] \dot{\mathbf{q}} - \tilde{\mathbf{q}}^T [\alpha \mathbf{K}_p - \mathbf{K}_i] \tilde{\mathbf{q}} \\ & - \alpha \tilde{\mathbf{q}}^T \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})^T \dot{\mathbf{q}} - \alpha \tilde{\mathbf{q}}^T [\mathbf{g}(\mathbf{q}_d) - \mathbf{g}(\mathbf{q})] \end{aligned} \quad (3.18)$$

Donde se obtienen las siguientes desigualdades de las propiedades de matrices simétricas y definidas positivas, y las propiedades (A.8) y (A.13).

$$\begin{aligned} -\dot{\mathbf{q}}^T [\mathbf{K}_d - \alpha \mathbf{M}(\mathbf{q})] \dot{\mathbf{q}} & \leq -[\lambda_{\min}\{\mathbf{K}_d\} - \alpha \lambda_{\max}\{\mathbf{M}\}] \|\dot{\mathbf{q}}\|^2 \\ -\tilde{\mathbf{q}}^T [\alpha \mathbf{K}_p - \mathbf{K}_i] \tilde{\mathbf{q}} & \leq -[\alpha \lambda_{\min}\{\mathbf{K}_p\} - \lambda_{\max}\{\mathbf{K}_i\}] \|\tilde{\mathbf{q}}\|^2 \\ -\alpha \tilde{\mathbf{q}}^T \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})^T \dot{\mathbf{q}} & \leq \alpha k_{C1} \|\tilde{\mathbf{q}}\| \|\dot{\mathbf{q}}\|^2 \\ -\alpha \tilde{\mathbf{q}}^T [\mathbf{g}(\mathbf{q}_d) - \mathbf{g}(\mathbf{q})] & \leq \alpha k_g \|\tilde{\mathbf{q}}\|^2 \end{aligned} \quad (3.19)$$

Por tanto, la derivada temporal de la función candidata de Lyapunov queda:

$$\dot{V}(\mathbf{w}, \tilde{\mathbf{q}}, \dot{\mathbf{q}}) \leq - \begin{bmatrix} \|\tilde{\mathbf{q}}\| \\ \|\dot{\mathbf{q}}\| \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} W_{11} & 0 \\ 0 & W_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \|\tilde{\mathbf{q}}\| \\ \|\dot{\mathbf{q}}\| \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

donde

$$W_{11} = \alpha [\lambda_{\min}\{\mathbf{K}_p\} - k_g] - \lambda_{\max}\{\mathbf{K}_i\} \quad (3.21)$$

$$W_{22} = \lambda_{\min}\{\mathbf{K}_d\} - \alpha [\lambda_{\max}\{\mathbf{M}\} + k_{C1} \|\dot{\mathbf{q}}\|] \quad (3.22)$$

Lo que implica que para que (3.20) sea semi-definida negativa debe cumplirse que:

$$\begin{aligned} \alpha & > \frac{\lambda_{\max}\{\mathbf{K}_i\}}{\lambda_{\min}\{\mathbf{K}_p\} - k_g} \\ \alpha & < \frac{\lambda_{\min}\{\mathbf{K}_p\}}{\lambda_{\max}\{\mathbf{M}\} + k_{C1} \|\dot{\mathbf{q}}\|} \end{aligned} \quad (3.23)$$

Lo que implica que las condiciones (3.23) pueden ser compactadas como:

$$\|\dot{\mathbf{q}}\| < \frac{1}{k_{C1}} \left[ \frac{\lambda_{\min}\{\mathbf{K}_d\} [\lambda_{\min}\{\mathbf{K}_p\} - k_g]}{\lambda_{\max}\{\mathbf{K}_i\}} - \lambda_{\max}\{\mathbf{M}\} \right] \quad (3.24)$$

donde esta ultima también cumple con las condiciones (3.13) y (3.17).

Entonces de acuerdo al teorema de LaSalle, se establece que que el controlador PID posee estabilidad asintótica en forma local<sup>2</sup>. Donde puede destacarse que el acotamiento de la velocidad articular  $\|\dot{\mathbf{q}}\|$  depende a la selección de las ganancias del controlador, es decir, valores menores de  $\lambda_{\min}\{\mathbf{K}_i\}$  o, mayores valores de  $\lambda_{\min}\{\mathbf{K}_p\}$  o  $\lambda_{\min}\{\mathbf{K}_d\}$ , aumentarían el umbral de acotación de  $\|\dot{\mathbf{q}}\|$ .

## 3.2. Sintonización del Controlador PID

De las condiciones (3.13) y (3.17) podemos decir que:

$$\frac{\lambda_{\max}\{\mathbf{K}_i\}}{\lambda_{\min}\{\mathbf{K}_p\} - k_g} < \frac{\lambda_{\min}\{\mathbf{M}\}\lambda_{\min}\{\mathbf{K}_d\}}{\lambda_{\max}^2\{\mathbf{M}\}} \quad (3.25)$$

lo cual implica a su vez que:

$$\begin{aligned} \lambda_{\min}\{\mathbf{K}_p\} &> k_g \\ \lambda_{\min}\{\mathbf{K}_d\} &> \frac{\lambda_{\max}\{\mathbf{K}_i\}}{\lambda_{\min}\{\mathbf{K}_p\} - k_g} \frac{\lambda_{\max}^2\{\mathbf{M}\}}{\lambda_{\min}\{\mathbf{M}\}} \end{aligned} \quad (3.26)$$

Por lo que finalmente podemos establecer el siguiente procedimiento de sintonización:

$$\begin{aligned} \lambda_{\max}\{\mathbf{K}_i\} &\geq \lambda_{\min}\{\mathbf{K}_i\} > 0 \\ \lambda_{\max}\{\mathbf{K}_p\} &\geq \lambda_{\min}\{\mathbf{K}_p\} > k_g \\ \lambda_{\max}\{\mathbf{K}_d\} &\geq \lambda_{\min}\{\mathbf{K}_d\} > \frac{\lambda_{\max}\{\mathbf{K}_i\}}{\lambda_{\min}\{\mathbf{K}_p\} - k_g} \frac{\lambda_{\max}^2\{\mathbf{M}\}}{\lambda_{\min}\{\mathbf{M}\}} \end{aligned} \quad (3.27)$$

Como se observa en (3.27), el procedimiento de sintonización requiere del conocimiento de la estructura de la matriz de inercial  $\mathbf{M}(\mathbf{q})$  y del vector de gravedad  $\mathbf{g}(\mathbf{q})$  del robot, con el fin de calcular  $\lambda_{\min}\{\mathbf{M}\}$ ,  $\lambda_{\max}\{\mathbf{M}\}$  y  $k_g$ , respectivamente. Finalmente, se destaca que conforme la desigualdad (3.25) se cumpla con mayor contundencia, el dominio de atracción del equilibrio se incrementara<sup>3</sup>.

---

<sup>2</sup>Para velocidades articulares  $\|\dot{\mathbf{q}}\|$  acotadas.

<sup>3</sup>Esta cualidad se conoce como atractividad semi-global.

### 3.3. Sistema de Control de la Retro-excavadora

Las máquinas retro-excavadoras claramente poseen dos elementos principales de control; uno esta asociado a los movimientos de la herramienta o el brazo de la máquina, y el otro al elemento móvil o tren de manejo. Además, existen sistemas de control que vigilan el movimiento oscilatorio de los lasers *rangefinder*. A continuación se expondrán las arquitecturas de control, los procedimientos de sintonización de los controladores y resultados en distintos escenarios de estudio del rendimiento de los controladores.

### 3.4. Control de la Herramienta de la Retro-excavadora

En el esquema de aprendizaje por demostración desarrollado, resulta conveniente codificar las tareas en el espacio de trabajo de la máquina retro-excavadora. Por tanto, se requiere la implementación de un **sistema de control en el espacio operacional** que permita la ejecución adecuada del movimiento generado. Dicha implementación se realiza empleando controladores Proporcional-Integral-Derivativos (PIDs) en cada una de las articulaciones rotacionales<sup>4</sup> de la máquina. En la Fig. 3.1 se muestra el sistema de control implementado en el cual se pueden apreciar dos partes. La primera etapa consiste en la implementación del algoritmo de cinemática inversa que permite mapear el movimiento generado en el espacio de codificación del esquema de aprendizaje por demostración  $[x_e \ y_e \ z_e \ \psi_e]^T$  al espacio articular. En la etapa posterior se implementa el sistema de control haciendo uso de controladores PID.

En (3.28) se describe la ley de control que rige la implementación digital de un controlador PID. En un PID digital, el cálculo de las acción integral y derivativa depende del tiempo de muestreo de la señal de error  $\Delta t$ . La implementación del sistema de control (Fig. 3.1) esta basada en un mecanismo de **Hard Real-time**<sup>5</sup>, donde el lazo de computo

<sup>4</sup>La dinámica de los actuadores lineales no han sido considerados en este trabajo debido a las limitaciones existentes de Gazebo.

<sup>5</sup>A diferencia de los sistema de **soft real-time**, los sistemas de **hard real-time** deben cumplir con los



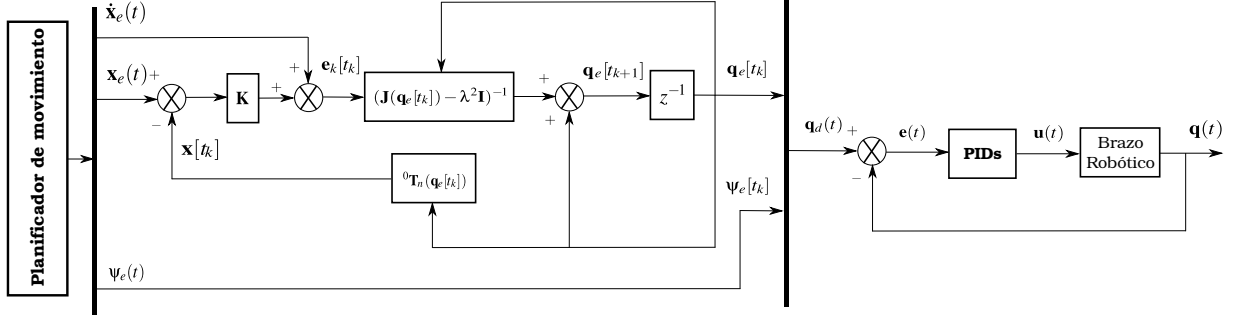


Figura 3.1: Sistema de control implementado en el brazo de la retro-excavadora.

corre a 1000 Hz y el estado de las articulaciones a 100 Hz, es decir, se tiene que  $\Delta t = 1$  mseg.

$$u(t_k) = K_p \left[ e(t_k) + \frac{1}{T_i} \sum_{i=1}^k e(t_i) \Delta t + T_d \left( \frac{e(t_k) - e(t_{k-1})}{\Delta t} \right) \right] \quad (3.28)$$

donde  $K_p$  es la ganancia de la acción proporcional,  $T_i$  es el tiempo integral,  $T_d$  es el tiempo derivativo y  $\Delta t$  es el tiempo de muestreo de la señal de error.

### 3.4.1. Sintonización de los controladores PIDs

En (2.12) se aprecia que el modelo dinámico de un robot manipulador es no-lineal, además, la ley de control del PID (3.28) es una estrategia lineal. Por tanto, se requerirá una conveniente sintonización de los parámetros del controlador PID ( $K_p$ ,  $T_i$  y  $T_d$ ) que produzcan una estabilidad asintótica en el origen, debido a que la acción de control lineal no cancela las componentes no-lineal de la dinámica de la retro-excavadora.

En la Sección 3.1 se analiza la estabilidad asintótica del control PID, y se evidencia que dicha estabilidad en el origen es en forma local, es decir, para velocidades articulares  $\|\dot{\mathbf{q}}\|$  acotadas según la selección de las ganancias del controlador PID como:

$$\|\dot{\mathbf{q}}\| < \frac{1}{k_{C1}} \left[ \frac{\lambda_{\min}\{\mathbf{K}_d\} [\lambda_{\min}\{\mathbf{K}_p\} - k_g]}{\lambda_{\max}\{\mathbf{K}_i\}} - \lambda_{\max}\{\mathbf{M}\} \right] \quad (3.29)$$

Además, de acuerdo al primer método de estabilidad de Lyapunov, es necesario que se 

---

plazos de tiempo establecidos; de lo contrario ocurrirá un fallo total del sistema.

cumpla las condiciones (3.30) para la estabilidad asintótica en forma local del origen.

$$\begin{aligned}
\lambda_{\max}\{\mathbf{K}_i\} &\geq \lambda_{\min}\{\mathbf{K}_i\} > 0 \\
\lambda_{\max}\{\mathbf{K}_p\} &\geq \lambda_{\min}\{\mathbf{K}_p\} > k_g \\
\lambda_{\max}\{\mathbf{K}_d\} &\geq \lambda_{\min}\{\mathbf{K}_d\} > \frac{\lambda_{\max}\{\mathbf{K}_i\}}{\lambda_{\min}\{\mathbf{K}_p\} - k_g} \frac{\lambda_{\max}^2\{\mathbf{M}\}}{\lambda_{\min}\{\mathbf{M}\}}
\end{aligned} \tag{3.30}$$

Finalmente, puede destacarse que dichas condiciones (3.29) y (3.30) nos permiten realizar una selección adecuada para un movimiento típico  $[\mathbf{q} \quad \dot{\mathbf{q}} \quad \ddot{\mathbf{q}}]^T$  realizado por el robot.

**Movimiento de sintonización del controlador PID** Para la sintonización de los controladores PID, se usará un movimiento típico ejecutado por la retro-excavadora. Dicho movimiento se realiza para ejecutar tareas de carga en camiones de volqueo, donde tiene tres fases; la primera, corresponde a un movimiento de puesta en espera para la ejecución de una nueva tarea; la segunda, corresponde a la carga del camión; y finalmente la tercera, corresponde al retorno de la posición de espera por una nueva tarea.

En la Fig. 3.2 y 3.3, se aprecia la trayectoria articular de dichos movimientos. Donde se observa claramente tres fases de movimiento;  $0 - 5 \text{ seg.}$ ,  $5 - 20 \text{ seg.}$  y  $20 - 35 \text{ seg.}$ , que corresponden a la puesta en espera para nueva tarea, la ejecución de la carga del camión y el retorno de la máquina a su posición de espera, respectivamente.

De acuerdo a la Fig. 3.3, se determina la trayectoria de la norma de la velocidad articular  $\|\dot{\mathbf{q}}\|$ . Dicho valor máximo es importante para diseñar un controlador capaz de acotar dicho movimiento. Y en la Fig. 3.4 se observa que debe diseñarse un controlador capaz de ser asintóticamente estable en el origen para una cota superior de  $\|\dot{\mathbf{q}}\| = 59,53 \text{ grad/s}$ , el cual representa un margen lo suficientemente adecuado para cualquier tipo de operación realizada por una retro-excavadora.

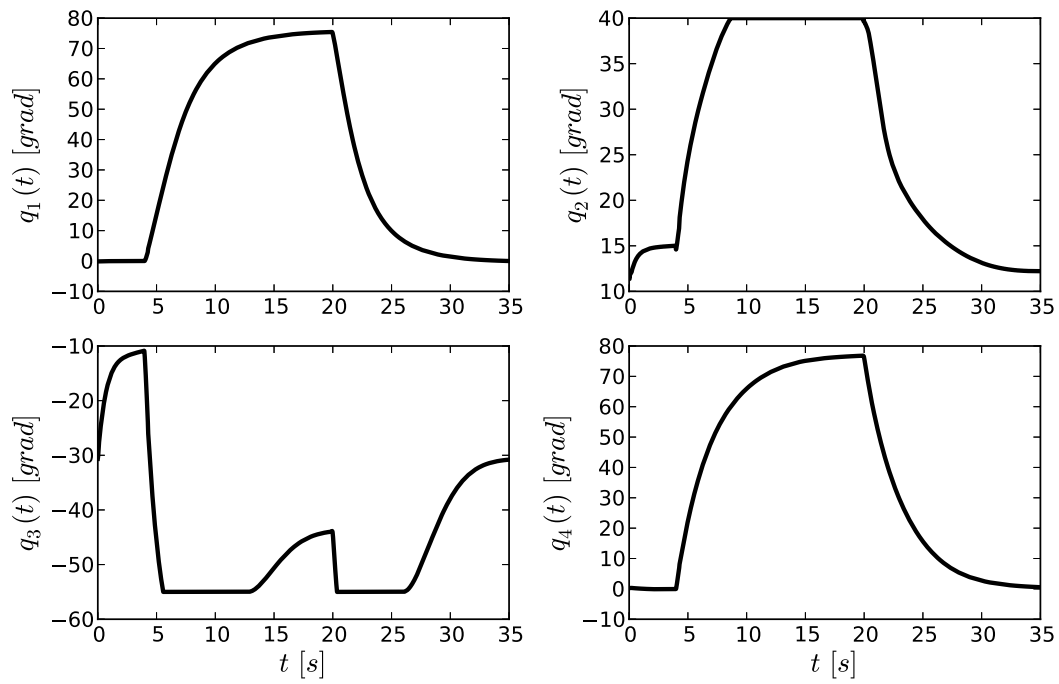


Figura 3.2: Posición articular de un movimiento típico realizado por la retro-excavadora.

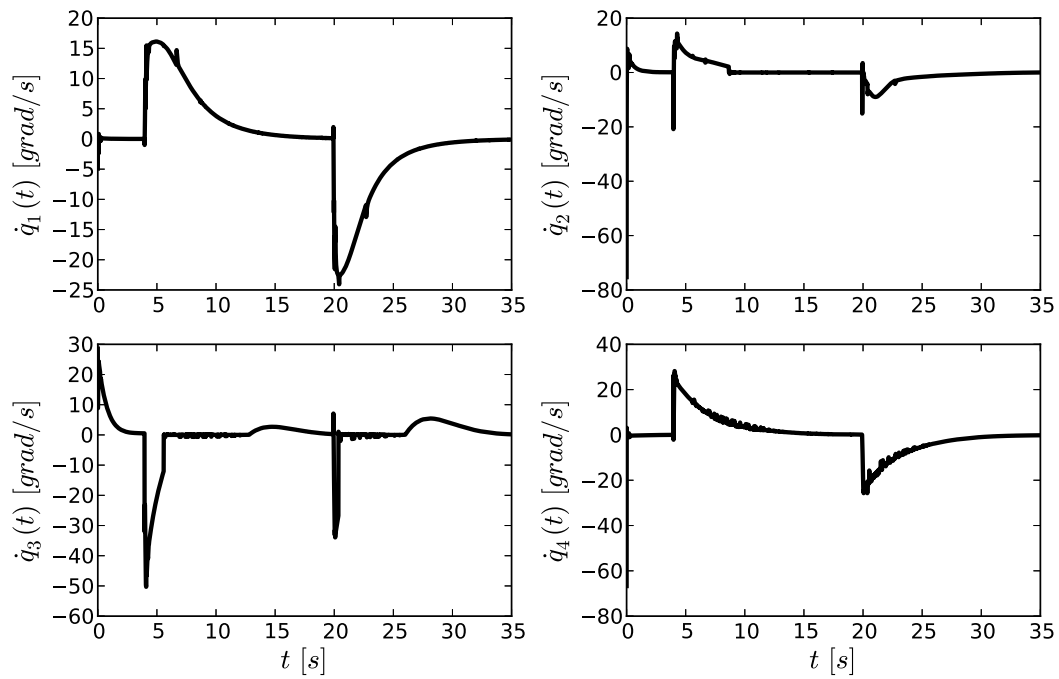


Figura 3.3: Velocidad articular de un movimiento típico realizado por la retro-excavadora.

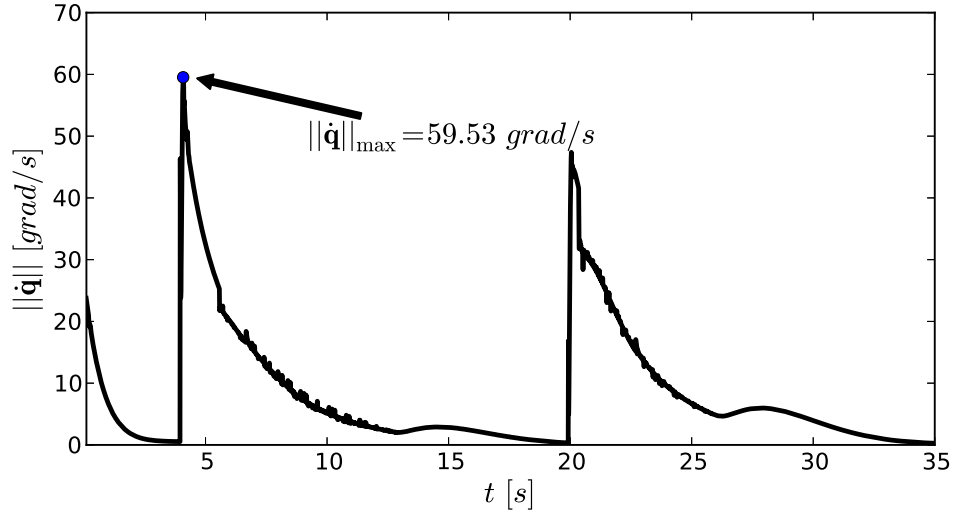


Figura 3.4: La norma de la velocidad articular de un movimiento típico realizado por la retro-excavadora.

**Parámetros del modelo dinámico de la retro-excavadora** Como se aprecia en (3.29) y (3.30), se requiere el computo de ciertos parámetros que están definidos tanto por el movimiento del robot, como por su modelo dinámico. Por tanto, los parámetros que deben computarse son:  $k_g$ ,  $k_{C1}$ ,  $\lambda_{\min}\{\mathbf{M}(\mathbf{q})\}$  y  $\lambda_{\max}\{\mathbf{M}(\mathbf{q})\}$ . En el apéndice A, en (A.13) y (A.8) se describe el computo de los parámetros  $k_g$  y  $k_{C1}$ , respectivamente; además también se describe detalladamente el modelo matemático de la dinámica de la retro-excavadora que se usará para el computo de los autovalores máximos y mínimos de la matriz de inercia.

De acuerdo a (3.31), en la Fig. 3.5 se muestra el resultado del computo del máximo termino de la derivada parcial del vector de gravedad con respecto a  $q$ ,  $\max_{i,j,q} \left| \frac{\partial g_i(\mathbf{q})}{\partial q_j} \right|$ , para el movimiento descrito anteriormente. Donde se encuentra que el punto máximo ocurre en  $t = 19,91$  s con un valor de  $6017 \text{ kg m}^2/\text{s}^2$ .

$$k_g \geq n \left[ \max_{i,j,q} \left| \frac{\partial g_i(\mathbf{q})}{\partial q_j} \right| \right] \quad (3.31)$$

Por otra parte, de acuerdo a (3.32), el computo del termino  $\max_{i,j,k} |C_{kij}(\mathbf{q})|$  de  $k_{C1}$  es mostrado en la Fig. 3.6. Se puede destacar que ambos valores máximos, el valor absoluto

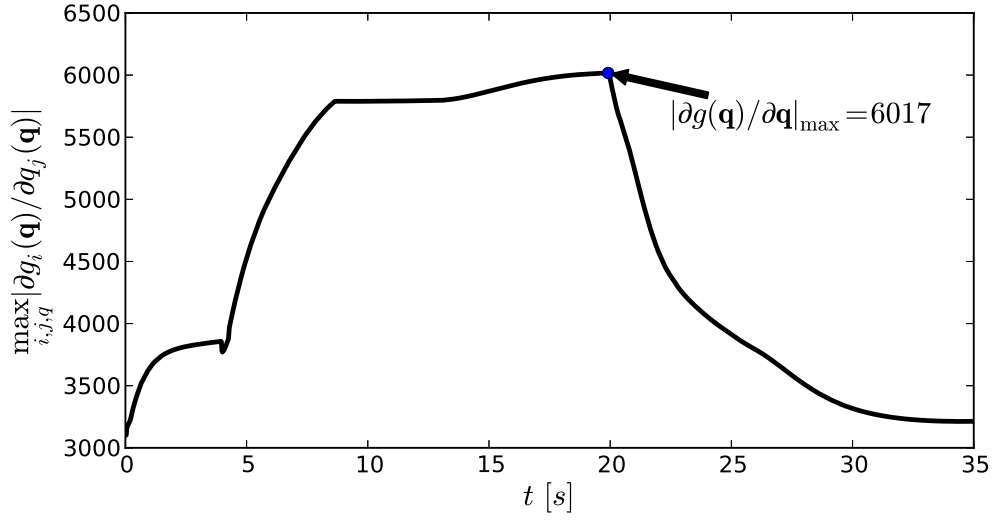


Figura 3.5:  $\max_{i,j,q} \left| \frac{\partial g_i(\mathbf{q})}{\partial q_j} \right|$  de un movimiento típico realizado por la retro-excavadora.

de la derivada con respecto a la posición articular  $\mathbf{q}$  del vector de gravedad y la máxima componente de la matriz de Coriolis están ubicados alrededor de  $t = 20$  s; de hecho, los mayores valores ocurren para la segunda fase del movimiento de carga del camión de volteo.

$$k_{C1} \geq n^2 \left[ \max_{i,j,k} |C_{kij}(\mathbf{q})| \right] \quad (3.32)$$

Además, se observa que existe un crecimiento y decrecimiento de forma pseudo-proporcional; característica que se mapea en cualquier tarea realizada por la retro-excavadora. Por tanto, dicho patrón nos permite mayor facilidad para la selección de un criterio de sintonización de las ganancias de los controladores PIDs, es decir, el calculo de  $k_g$  y  $k_{C1}$  se realiza de acuerdo a los valores máximos encontrados alrededor de  $t = 20$  s.

Entonces se asigna  $k_g = 24068 \text{ kg m}^2/\text{s}^2$  y  $k_{c1} = 113779,2 \text{ kg m}^2$  debido a que  $n = 4$  (numero de g.d.l), y  $\max_{i,j,q} \left| \frac{\partial g_i(\mathbf{q})}{\partial q_j(\mathbf{q})} \right| = 6017 \text{ kg m}^2/\text{s}^2$  y  $\max_{i,j,k} |C_{kij}(\mathbf{q})| = 7111,2 \text{ kg m}^2$ , respectivamente.

Con respecto a los autovalores máximos y mínimos de la matriz de inercia, en la Fig.

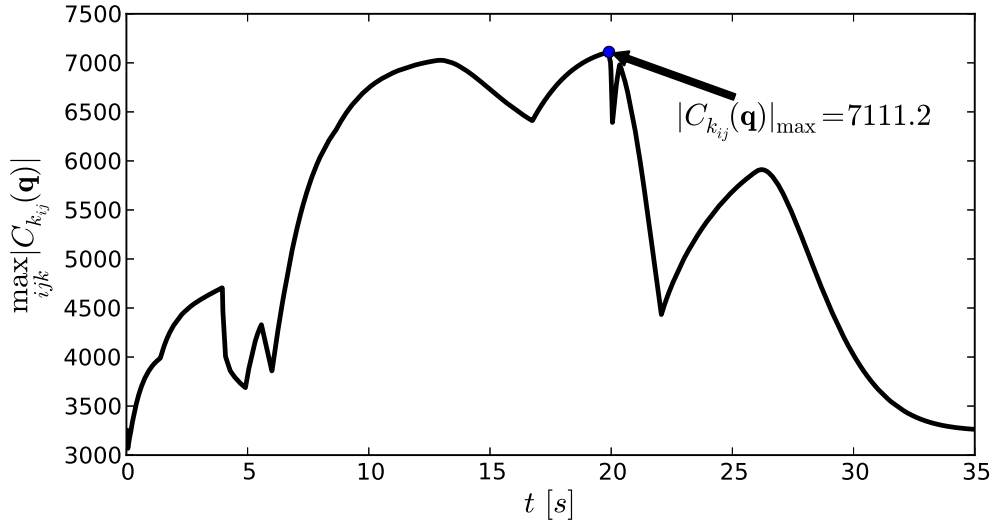


Figura 3.6:  $\max_{i,j,k} |C_{k_{ij}}(\mathbf{q})|$  de un movimiento típico realizado por la retro-excavadora.

3.7 se aprecia el computo de los mismos para el movimiento dado. Al igual que en las Fig. 3.5 y 3.6, en la Fig. 3.7 se observa un patrón pseudo-proporcional entre ambas señales, donde ambos máximos se encuentran alrededor de  $t = 20$  s, y con un mínimo local en  $\lambda_{\min}\{\mathbf{M}(\mathbf{q})\}$  cercano en magnitud al mínimo global. Nótese que la relación  $\frac{\lambda_{\max}^2\{\mathbf{M}(\mathbf{q})\}}{\lambda_{\min}\{\mathbf{M}(\mathbf{q})\}}$  es el termino importante para la sintonización del controlador, debe computarse para ver el punto máximo, lo cual se considera conveniente sintonizar los controladores en el valor del máximo global de dicho termino.

En la Fig. 3.8 se observa que el máximo global ocurren en  $t = 8,37$  s, y no alrededor de  $t = 20$  s, aunque existe un máximo local alrededor de  $t = 20$  s con un valor de  $1,6368e5$   $kg^2 m^4$ . A pesar de esto, se deciden utilizar los valores extremos para la sintonización del control PID de la retro-excavadora.

**Sintonizando los controladores** El procedimiento de sintonización de las ganancias  $\mathbf{K}_p$ ,  $\mathbf{K}_d$  y  $\mathbf{K}_i$  es un proceso iterativo basado en las condiciones (3.29) y (3.30), donde dichas ecuaciones solo restringen el espacio de posibles ganancias. Por tanto, se realizó alrededor

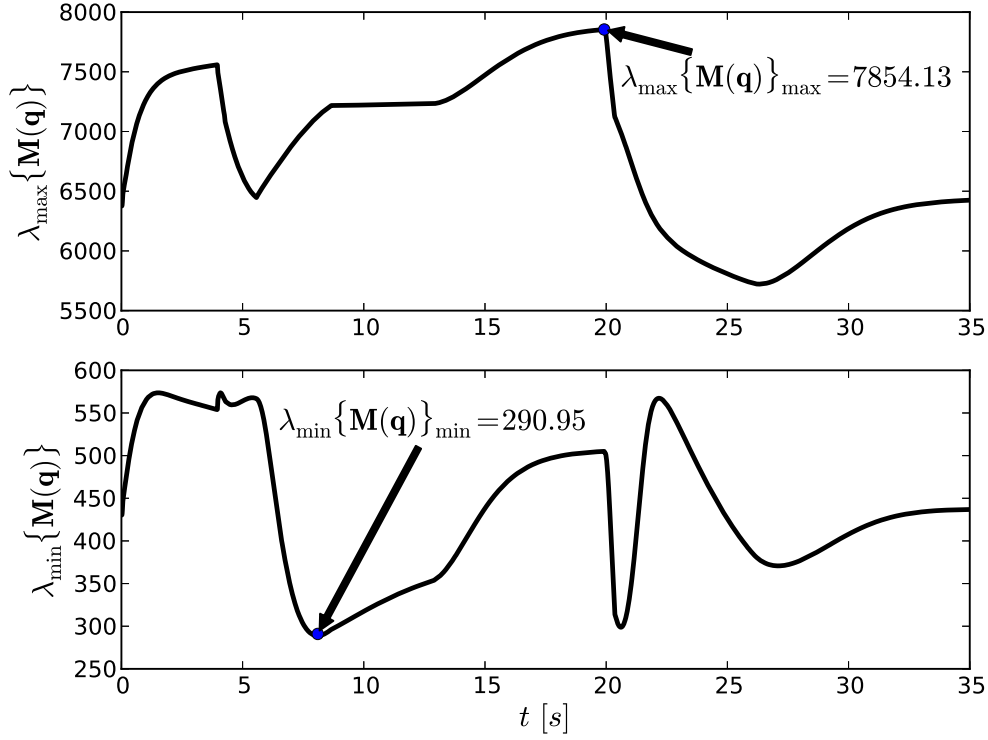


Figura 3.7:  $\lambda_{\max}\{\mathbf{M}(\mathbf{q})\}$  y  $\lambda_{\min}\{\mathbf{M}(\mathbf{q})\}$  de un movimiento típico realizado por la retro-excavadora.

de 300 simulaciones en Gazebo para llegar al siguiente resultado de sintonización<sup>6</sup>:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{K}_p &= \begin{bmatrix} 802500 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 782500 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 582500 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 372500 \end{bmatrix} [Nm / rad] \\
 \mathbf{K}_d &= \begin{bmatrix} 1295000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 845000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 685000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 365000 \end{bmatrix} [Nm / rad / s] \\
 \mathbf{K}_i &= \begin{bmatrix} 54000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 555000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 455000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 55000 \end{bmatrix} [Nm / rad s]
 \end{aligned} \tag{3.33}$$

<sup>6</sup>Nótese que los valores de las ganancias del control PID son elevados debido a que en Gazebo no se está simulando la dinámica de los actuadores, que en esencia amplifican la señal de control.

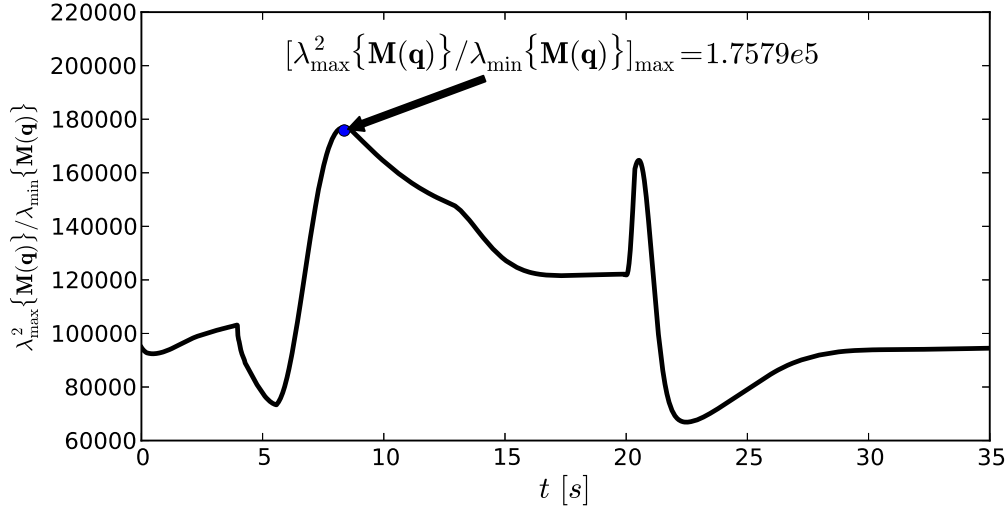


Figura 3.8:  $\frac{\lambda_{\max}^2\{\mathbf{M}(\mathbf{q})\}}{\lambda_{\min}\{\mathbf{M}(\mathbf{q})\}}$  de un movimiento típico realizado por la retro-excavadora.

donde en el Cuadro 3.1 se muestra el resultado de sintonización del control del brazo de la retro-excavadora, es decir:

	$\mathbf{K}_p$	$\mathbf{K}_d$	$\mathbf{K}_i$
q <sub>1</sub>	802500	129500	54000
q <sub>2</sub>	782500	845000	555000
q <sub>3</sub>	582500	685000	455000
q <sub>4</sub>	372500	365000	55500

Cuadro 3.1: Sintonización del control PID del brazo de la retro-excavadora.

En esta selección de parámetros se asegura la estabilidad asintótica en todo el movimiento descrito por la Fig. 3.2, es decir, se logra la estabilidad para un acotamiento de  $\|\dot{\mathbf{q}}\| < 1149,97 \text{ grad/s}$  debido a que se cumple que:

$$\begin{aligned}
 \lambda_{\max}\{\mathbf{K}_i\} &\geq \lambda_{\min}\{\mathbf{K}_i\} > 0 & [Nm / rad s] \\
 \lambda_{\max}\{\mathbf{K}_p\} &\geq \lambda_{\min}\{\mathbf{K}_p\} > 24068 & [Nm / rad] \\
 \lambda_{\max}\{\mathbf{K}_d\} &\geq \lambda_{\min}\{\mathbf{K}_d\} > 280007 & [Nm / rad/s]
 \end{aligned} \tag{3.34}$$

Además esta sintonización ha sido probada en distintos movimientos ejecutados en



simulación, donde se ha logrado el éxito de todos los posibles movimientos u operaciones realizadas por la retro-excavadora. También en el Capítulo 6 se presenta la ejecución exitosa de un conjunto de movimientos aprendidos. Finalmente este controlador no ha sido probado en distintos casos de carga debido a las limitaciones existente para el modelo dinámico de la interacción herramienta-suelo, y tampoco se ha analizado la estabilidad del PID ante estas consideraciones.

En la Fig. 3.9 se presenta los resultados de la implementación y sintonización del sistema de control por PID; en esta puede apreciarse que ocurren estabilidad asintótica al origen en el transcurso del movimiento. Además se destaca que existen tramos en  $q_3(t)$  donde no ocurre el adecuado seguimiento de la trayectoria, el cual este fenómeno se debe a las restricciones físicas propias del brazo de la retro-excavadora.

Además, en la Fig. 3.10 puede destacarse, con detalle, que el error esta acotado entre  $-2 < e(t) < 2$  grados a excepción de  $e_3(t)$  y un tramo de  $e_2(t)$ . Como se menciona anteriormente, este problema no esta asociado a la sintonización del controlador PID, sino a las restricciones físicas de la retro-excavadora, y no al rendimiento del sistema de control.

Por ultimo, en la Fig 3.11 se aprecia la señal de control para cada una de las articulaciones; donde se destaca que el mayor esfuerzo de control ocurre en el *stick*, es decir, en  $q_2$  debido a la restricción física de esta articulación. También en  $q_2$  se observa un elevado esfuerzo de control asociado al gran par gravitatorio que es sometida esta articulación.

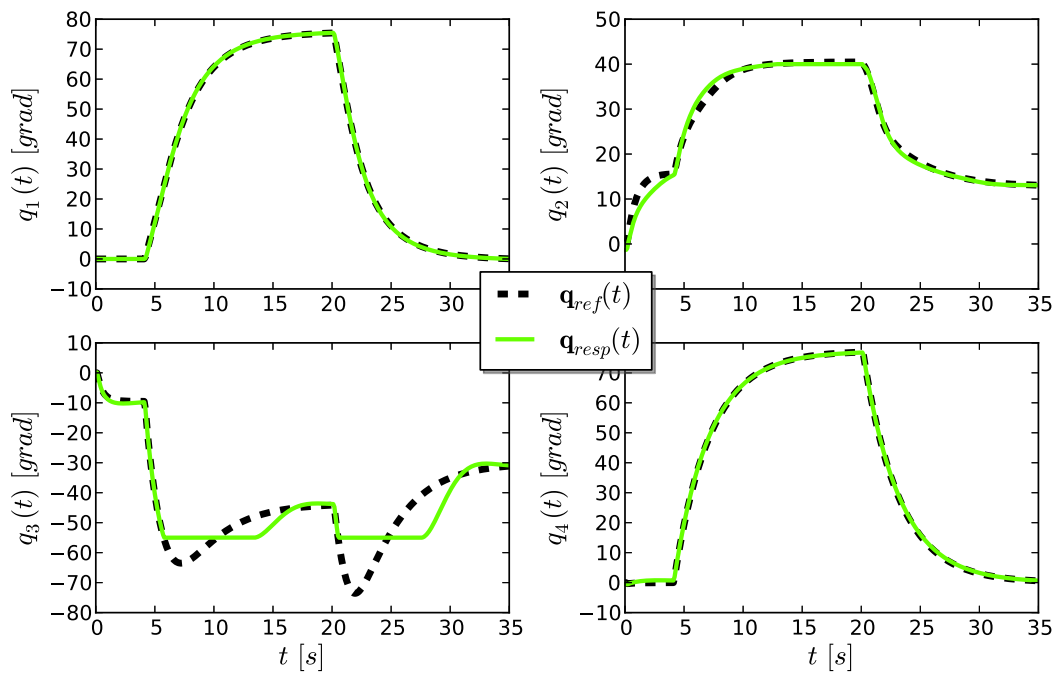


Figura 3.9: Respuesta del sistema de control PID ante un movimiento típico.

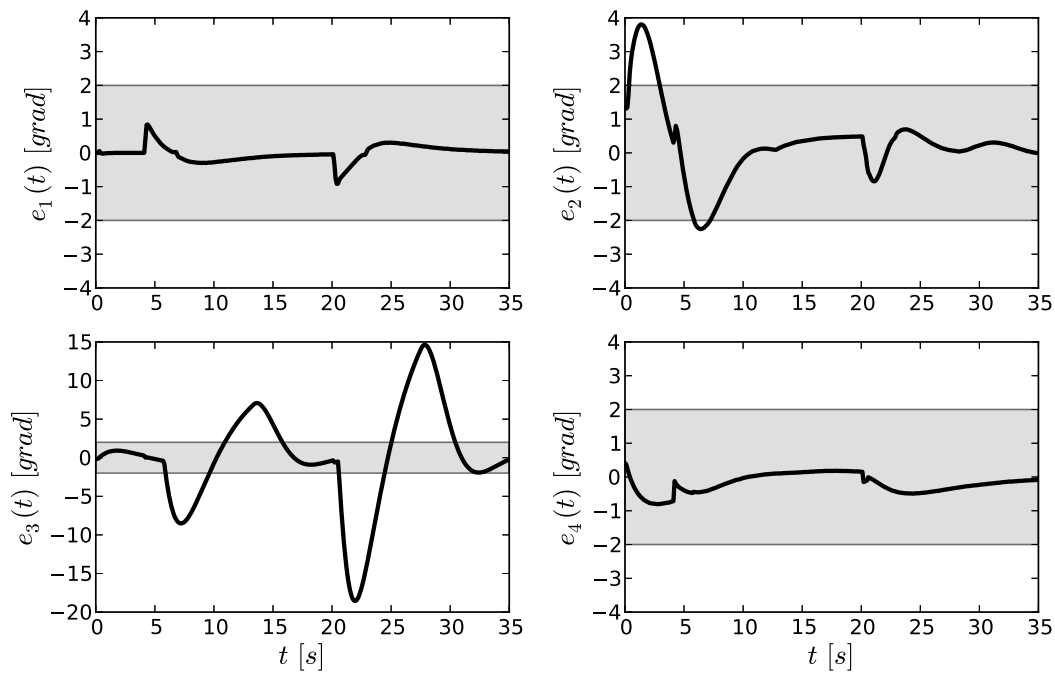


Figura 3.10: Error del sistema de control PID ante un movimiento típico.

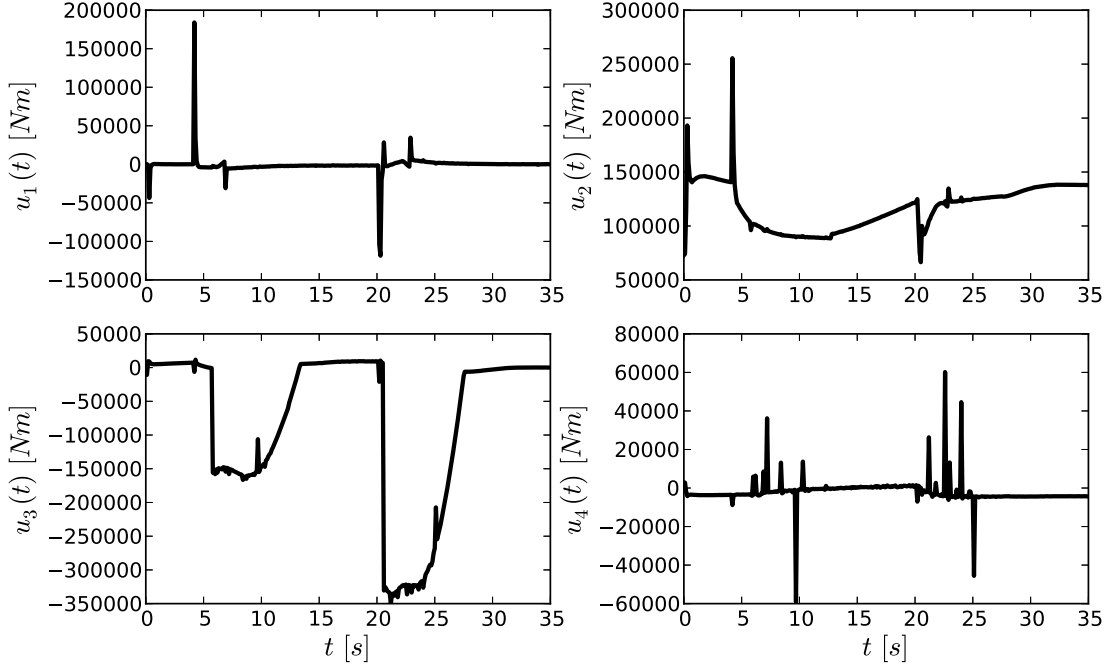


Figura 3.11: Señal de control del sistema de control PID ante un movimiento típico.

### 3.5. Control del Vehículo de la Retro-excavadora

Como se mencionó en la Sección 2.2, las señales de referencia para el sistema de control son aquellas que corresponde a las medidas desde el móvil, es decir,  $\xi = [\|\mathbf{v}\| \ \omega]^T$ . Como se desarrollará en el Capítulo 4, la estimación de  $\xi$  se realiza por medio de la implementación de un del filtro de Kalman Extendido [Kal60] para la fusión sensorial de la información proveniente de la estimación odometría y la unidad de mediciones inerciales (IMU); la razón se debe a que posible deslizamientos de las orugas producirán errores en la estimación de la velocidad lineal y angular del móvil.

En la Fig. 3.12 se muestra la arquitectura de control desarrollada para el sistema de control del móvil de la retro-excavadora. Puede observarse en este sistema de control que las estimaciones de la posición del robot  $\mathbf{q}_e$  son realizadas por medio del Filtro de Kalman Extendido, el cual se basa en la información proveniente del algoritmo de estimación

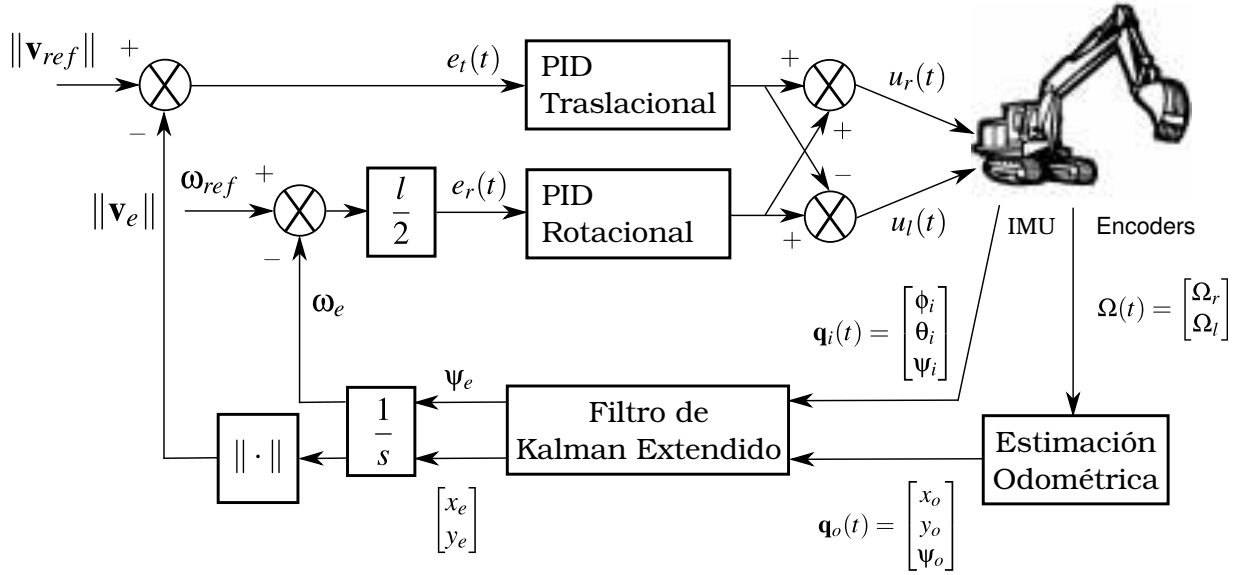


Figura 3.12: Sistema de control implementado en el elemento móvil de la retro-excavadora.

odométrica y una Unidad de Mediciones Inerciales (IMU) colocada en el vehículo de la máquina. En las Secciones 4.1 y 4.5 del Capítulo 4 se describe en detalle el sistema de localización odométrica y el basado en el EKF, respectivamente. En donde en el Algoritmo 1 puede detallarse la función de estimación odométrica, y en la Sección 4.6 se destacan el desempeño y resultados del sistema de localización.

Además, en la Fig. 3.12 se aprecian dos lazos de control que controlan la velocidad lineal y angular, es decir, uno asociado a los movimientos traslacionales y otro a los movimientos rotacionales. Ambos lazos están realimentación por la estimación de la velocidad  $\|\mathbf{v}_e\|$  y  $\omega_e$ , realizadas por el sistema de localización desarrollado para la retro-excavadora.

Nótese que las señales de control  $u_r(t)$  y  $u_l(t)$  son el producto de una combinación de señales de control  $u_{\|\mathbf{v}\|}(t)$  y  $u_\omega(t)$ , provenientes del controlador traslacional y rotacional, respectivamente. En otras palabras se tiene de la Fig. 3.12 que:

$$\begin{aligned} u_r(t) &= u_{\|\mathbf{v}\|}(t) + u_\omega(t) \\ u_l(t) &= u_{\|\mathbf{v}\|}(t) - u_\omega(t) \end{aligned} \quad (3.35)$$

El cual esta relación entre las señales de control de la oruga izquierda y derecha ( $u_l(t)$  y  $u_r(t)$ ) y las señales del controlador traslacional y rotacional son producto de la relación cinemática (2.9), es decir, se tiene que:

$$\begin{aligned} v_r &= \|\mathbf{v}\| + \frac{l}{2}\omega \\ v_l &= \|\mathbf{v}\| - \frac{l}{2}\omega \end{aligned} \quad (3.36)$$

lo que implica que las señales de errores estén definidas como:

$$\begin{aligned} e_r &= e_{\|\mathbf{v}\|} + \frac{l}{2}e_\omega \\ e_l &= e_{\|\mathbf{v}\|} - \frac{l}{2}e_\omega \end{aligned} \quad (3.37)$$

### 3.5.1. Sintonización del controlador traslacional y rotacional

Para sintonizar el controlador traslacional y rotacional de la retro-excavadora se utiliza el mismo criterio de sintonización desarrollado en la Sección 3.2. Basados en más de 500 simulaciones realizadas se obtuvo que el mejor desempeño lo tiene el controlador PI, donde de acuerdo a (3.30) se concluye que:

$$\begin{aligned} \lambda_{\max}\{\mathbf{K}_i\} &\geq \lambda_{\min}\{\mathbf{K}_i\} > 0 \quad [Nm] \\ \lambda_{\max}\{\mathbf{K}_p\} &\geq \lambda_{\min}\{\mathbf{K}_p\} > 0 \quad [Nm] \end{aligned} \quad (3.38)$$

el cual se tiene que  $k_g = 0$  debido a que el vehículo de la retro-excavadora no posee pares gravitacionales. Además, nótese que para la sintonización del controlador traslacional y rotacional se desprecia los pares de fuerzas asociados a la fricción viscosa y estática como son reflejados en (2.11).

En el Cuadro 3.2 se destacan los resultados numéricos de la sintonización del controlador PI traslacional y el PI rotacional. Esta sintonización satisface el criterios de estabilidad

asintótica en el origen impuesto por las restricciones (3.38).

	$K_p$	$K_i$
<b>PI traslacional</b>	120000	90000
<b>PI rotacional</b>	120000	90000

Cuadro 3.2: Sintonización del control PI del vehículo de la retro-excavadora.

A continuación se realizará un estudio independiente de la sintonización del controlador traslacional y rotacional. Posteriormente, se probará este sistema de control ante varios escenarios de estudio.

### PI traslacional

Para probar el controlador traslacional se diseñó una secuencia de movimiento traslacionales a diferentes velocidades de referencia y distintas direcciones de movimiento (hacia adelante y atrás) como se observa en la Fig. 3.13. También se observa que la respuesta temporal de la velocidad lineal sigue de forma adecuada la velocidad de referencia con pequeñas variaciones (menores a  $5 \text{ grad/seg}$ ) en la respuesta temporal de la velocidad angular. Dichos picos ocurren cuando se cambia el valor de referencia de la velocidad lineal, debido a que los centros de gravedad no están uniformemente distribuidos en cada una de las orugas de la retro-excavadora<sup>7</sup>.

Es importante notar que el comportamiento dinámico del vehículo de la retro-excavadora es distinto ante movimiento de avance y retroceso, debido a que las cargas mecánicas en las orugas no son uniformes. Esto es consecuencia de las dependencias del comportamiento dinámico del vehículo en la posición de la herramienta o brazo de la retro-excavadora.

Finalmente los resultados numéricos de los parámetros de la respuesta temporal del controlador PI traslacional se detallan en el Cuadro 3.3.

---

<sup>7</sup>Esta es una característica intrínseca al modelo matemático de la máquina.

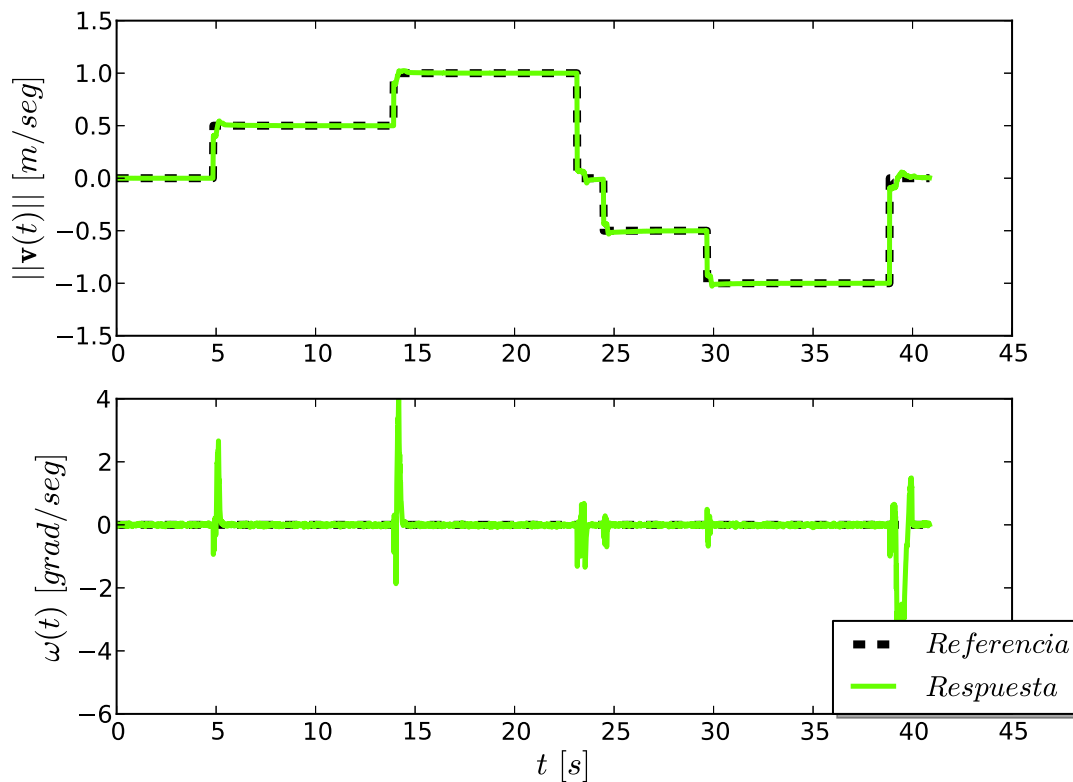


Figura 3.13: Respuesta del sistema de control PI ante un movimiento traslacional de la retro-excavadora.

### PI rotacional

Al igual que en el controlador traslacional, se aplicó una secuencia de movimientos rotatorios hacia la derecha e izquierda que muestran el desempeño del controlador rotacional. En la Fig. 3.14 se aprecia las características del seguimiento del vehículo de la retro-excavadora ante movimiento rotatorios de referencia exigidos, en el cual responde de forma satisfactoria, es decir, sigue la referencia adecuadamente. En contraste al control traslacional, en el control rotacional se observa tiempos de establecimiento un poco más prolongado que los del control traslacional. Además, la respuesta ante movimientos rotatorios es sobre-amortiguada en contra-posición a la respuesta sub-amortiguada sujeta a movimientos traslacionales. Pragmáticamente hablando, este hecho esta sujeto a que en movimientos traslacionales existen mayores fuerzas de inercia (debido a la configuración

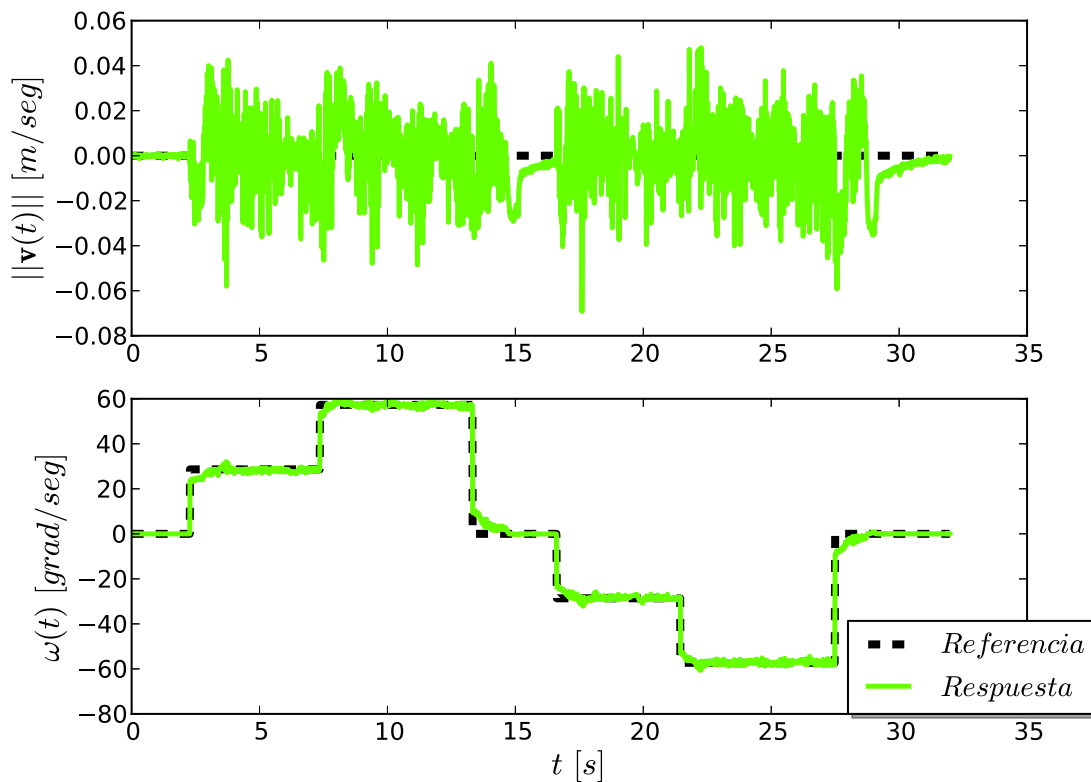


Figura 3.14: Respuesta del sistema de control PI ante un movimiento rotacional de la retro-excavadora.

de la herramienta de la máquina), y en movimientos rotacionales mayores pares de fricción (debido a la naturaleza del movimiento).

Finalmente, en el Cuadro 3.3 se aprecian los resultados de la respuesta temporal de ambos controladores.

	$t_s$ [seg]	$M_p$ [%]
<b>PI traslacional</b>	0.35	4
<b>PI rotacional</b>	1.65	0

Cuadro 3.3: Parámetros de la respuesta temporal del controlador PI traslacional y rotacional.



### 3.5.2. Escenario de prueba

En este escenario de prueba<sup>8</sup>, el movimiento ejecutado por la retro-excavadora corresponden con al del escenario de prueba 2 del sistema de localización, es decir, al correspondiente a la Sub-sección 4.6.2. Para la ejecución de este movimiento es necesario que la vehículo realice una combinación de movimientos, traslacionales y rotatorios, como se muestra en la Fig. 3.15. También puede observarse que el seguimiento de la referencia ante combinación de movimientos traslacionales y rotatorios es ligeramente comprometido, sin embargo, no son significativo para el seguimiento de la referencia.

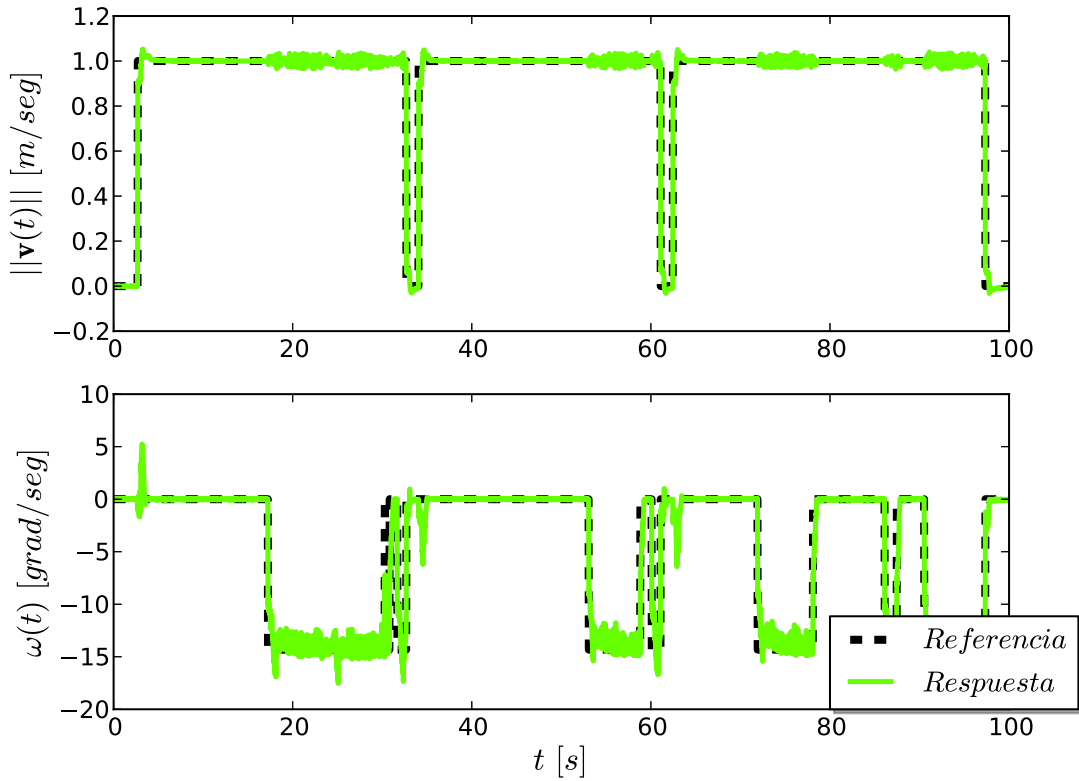


Figura 3.15: Escenario 1. Respuesta del sistema de control PI del vehículo de la retro-excavadora.

<sup>8</sup>Nótese que el diseño de estrategias de control en terrenos irregulares es un problema complejo, el cual no es interés en este Trabajo de Grado.

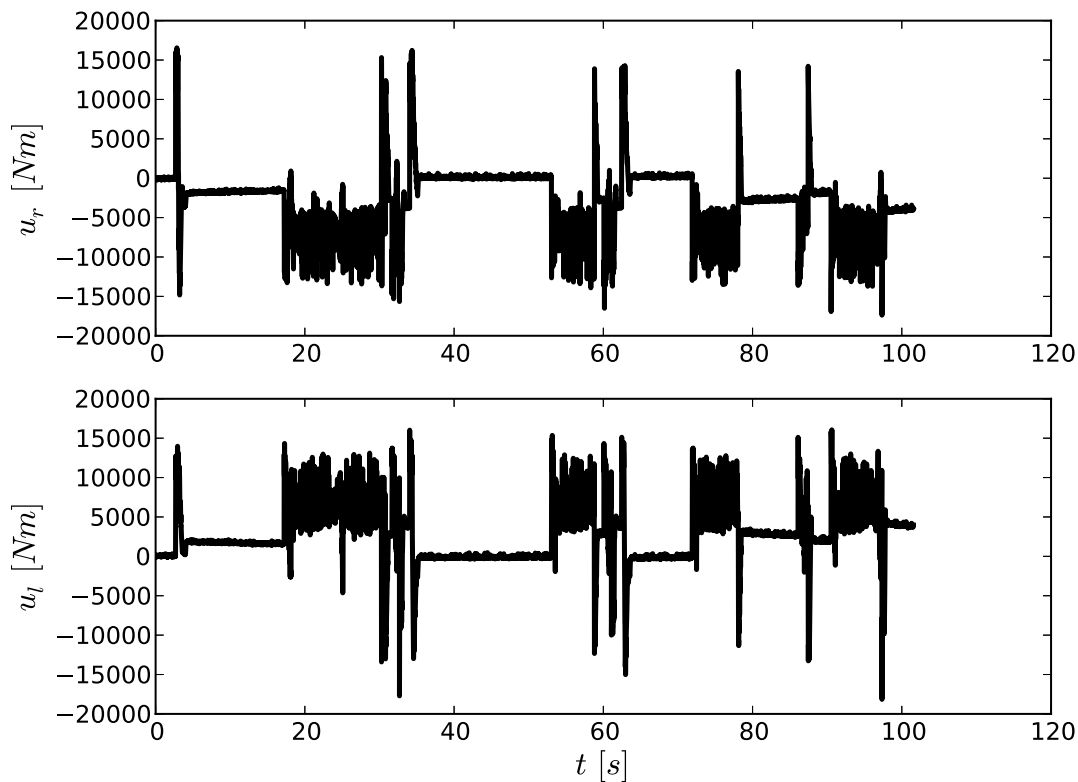


Figura 3.16: Escenario 1. Señal de control del sistema de control PI del vehículo de la retro-excavadora.

Por otra parte, en la Fig. 3.16 se observa la señal de control suministrada a las ruedas derechas e izquierda de la oruga derecha e izquierda, respectivamente. Donde se destaca que  $u_r(t)$  es aproximadamente igual a  $-u_l(t)$ , con algunas pequeñas diferencias ante movimientos rotatorios. Este hecho indica que no existe una perfecta similitud en la cargas dinámicas entre las orugas, lo que de antemano se había previsto.

En la Fig. 3.17 se observa que la señal de error tiene características de acotamiento adecuadas, es decir, de  $0.05 \text{ m/seg}$  y  $5 \text{ grad/seg}$  para la error de la velocidad lineal y angular, respectivamente.

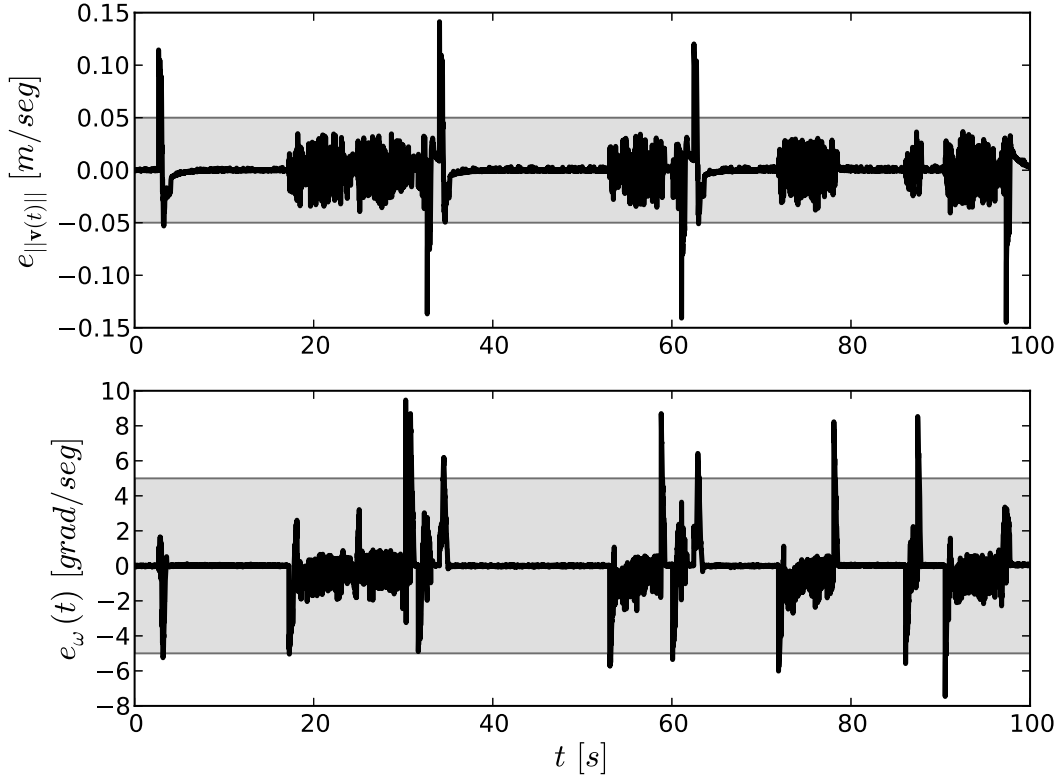


Figura 3.17: Escenario 1. Error del sistema de control PI del vehículo de la retro-excavadora.

### 3.6. Aportes

En este capítulo se desarrolla un procedimiento de sintonización para los controladores PID de una retro-excavadora, además de una arquitectura de control para ambos elementos de la máquina, es decir, brazo y vehículo. En la literatura no se han reportados trabajos que detalle los métodos de sintonización de los controladores PIDs de una retro-excavadora. Por tanto, probé el uso del procedimiento de sintonización que parte de un análisis riguroso de la estabilidad en el sentido de Lyapunov del controlador PID planteado por [Kel95], el cual demostró resultados adecuados en el control de la máquina retro-excavadora.

### 3.7. Conclusiones

En este capítulo se analizó la estabilidad del control PID de forma general y con ello se consiguieron un conjunto de reglas de sintonización que fueron usadas para ambos sistemas de control (vehículo y brazo). En el caso del brazo de la máquina se demostró que este conjunto de reglas de sintonización son dependientes del movimiento del robot, por tanto, se realizó dicho estudio para un movimiento característico del brazo de las retroexcavadoras. Ambas sintonizaciones, controladores PID del vehículo y brazo, demostraron un rendimiento apropiado ante distintos casos de estudio. Finalmente, el uso de técnicas que analicen la estabilidad en el sentido de Lyapunov del controlador generan un conjunto de reglas de sintonización que facilitan el procedimiento de ajuste de los parámetros asociados a cada una de las acciones del control PID.

## Capítulo 4

# Sistema de Localización

En este capítulo se desarrolla el problema de localización en robots móviles con énfasis en máquinas retro-excavadoras. En él se expone los distintos esquemas de localización odométrica, y los inconvenientes que estos generan. Además, se presentan los fundamentos de la teoría de Filtrado Bayesiano y sus aplicaciones al desarrollo de un sistema de localización basado en un Filtro de Kalman Extendido (EKF). Dicho sistema de localización se fundamenta en la información proveniente de la odometría y de una Unidad de Mediciones Inerciales (IMU) ubicada en el tren de manejo de la retro-excavadora. Posteriormente, se desarrolla un modelo en espacio-estado de la dinámica de localización para la implementación del EKF. Finalmente, se muestran los resultados de ambos sistemas de estimación de la posición, en el cual se realiza un análisis cualitativo y cuantitativo en tres escenarios de estudios.

### 4.1. Sistemas de Odometría

Para implementar cualquier control por realimentación es necesario poder disponer de la configuración del robot en cada instante de tiempo. En el caso de un robot móvil, no puede accederse directamente al vector de configuración del robot debido a que este solo posee codificadores (*encoders*) que determinan el desplazamiento angular ocurrido en cada rueda. Por tanto, es necesario desarrollar un procedimiento de localización que

permita estimar la configuración del robot en tiempo real.

Una primera aproximación consiste en usar el método de Euler para la integración numérica del modelo cinemático (2.8), o en otras palabras,

$$\begin{aligned}x_k &= x_{k-1} + \|\mathbf{v}_{k-1}\| T_s \cos \psi_k \\y_k &= y_{k-1} + \|\mathbf{v}_{k-1}\| T_s \sin \psi_k \\ \psi_k &= \psi_{k-1} + \omega_{k-1} T_s\end{aligned}\tag{4.1}$$

donde  $T_s = t_k - t_{k-1}$  es la duración entre intervalos de la muestra (tiempo de muestreo).

Nótese que (4.1) introduce un error en el computo de  $x_k$  y  $y_k$  cuando ocurre cambios en la orientación  $\psi_k$  durante el intervalo de muestreo. Por tanto, se empleó el método de integración Runge-Kutta de 2do Orden (4.2) que mejora los resultado de estimación ante estos cambios de orientación.

$$\begin{aligned}x_k &= x_{k-1} + \|\mathbf{v}_{k-1}\| T_s \cos \left( \psi_k + \frac{\omega_k T_s}{2} \right) \\y_k &= y_{k-1} + \|\mathbf{v}_{k-1}\| T_s \sin \left( \psi_k + \frac{\omega_k T_s}{2} \right) \\ \psi_k &= \psi_{k-1} + \omega_{k-1} T_s\end{aligned}\tag{4.2}$$

Pero para obtener un computo exacto de  $\xi$  ante la asunción de velocidad constante durante el periodo de muestreo<sup>1</sup>, se explota una simple relación geométrica, es decir,

$$\begin{aligned}x_k &= x_{k-1} + \frac{\|\mathbf{v}_{k-1}\|}{\omega_{k-1}} (\cos \psi_k - \cos \psi_{k-1}) \\y_k &= y_{k-1} - \frac{\|\mathbf{v}_{k-1}\|}{\omega_{k-1}} (\sin \psi_k - \sin \psi_{k-1}) \\ \psi_k &= \psi_{k-1} + \omega_{k-1} T_s\end{aligned}\tag{4.3}$$

Finalmente, el computo de la odometría se implementa usando ambas aproximaciones, (4.2) y (4.4), donde su utilización depende del tipo de movimiento ejecutado, es decir,

---

<sup>1</sup>Nótese que en tramos rectos ( $\omega_{k-1} = 0$ ) la aproximación (4.4) no pude ser utilizada debido a las divergencia que esta produciría.

movimiento rectilíneo o rotatorio. En el algoritmo 1, se presenta con detalle la implementación realizada, en el cual se implementa un umbral para la selección de la aproximación a usar.

---

**Algoritmo 1** Computo de la localización del robot basado en la odometría.

---

```

function ESTIMACIÓNODOMÉTRICA( $\Omega_r, \Omega_l$ )
   $\|\mathbf{v}_{k-1}\| = \frac{r\Omega_r + r\Omega_l}{2}$ 
   $\omega_{k-1} = \frac{r\Omega_r - r\Omega_l}{l}$ 
   $\psi_k = \theta_{k-1} + \omega_{k-1}T_s$ ;
  if  $\omega_{k-1} < 0,001$  then
     $\Delta x_{k-1} = \|\mathbf{v}_{k-1}\|T_s \cos(\psi_k + \frac{\omega_k T_s}{2})$ ;
     $\Delta y_{k-1} = \|\mathbf{v}_{k-1}\|T_s \sin(\psi_k + \frac{\omega_k T_s}{2})$ ;
  else
     $\Delta x_{k-1} = \frac{\|\mathbf{v}_{k-1}\|}{\omega_{k-1}}(\cos \psi_k - \cos \psi_{k-1})$ ;
     $\Delta y_{k-1} = -\frac{\|\mathbf{v}_{k-1}\|}{\omega_{k-1}}(\sin \psi_k - \sin \psi_{k-1})$ ;
  end if
   $x_k = x_{k-1} + \Delta x_{k-1}$ ;
   $y_k = y_{k-1} + \Delta y_{k-1}$ ;
  return  $x_k, y_k, \psi_k$ 
end function

```

---

## 4.2. Filtrado Bayesiano

El Filtro de Kalman (FK) es un subconjunto de Filtros Bayesianos (BFs) [Che03], o en general Redes Bayesianas (BNs), que consisten en estimaciones recursivas del vector de estado fundamentadas en el teorema de Bayes. En este sentido, el teorema de Bayes permite realizar inferencias sobre procesos aleatorios basados en un modelo probabilístico y en la data observada, es decir, la Inferencia Bayesiana deriva la probabilidad *a posteriori* como una consecuencia de dos antecedentes, la probabilidad *a priori* y la función de verosimilitud (4.4).

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)} \quad (4.4)$$

o, en otras palabras

$$a\,posteriori = \frac{verosimilitud}{evidencia} a\,priori$$

De acuerdo al teorema de Bayes (4.4) y la regla de la probabilidad conjunta<sup>2</sup>, se consigue la descripción recursiva de la probabilidad *a posteriori*  $P(\mathbf{x}_{1:k}, \boldsymbol{\theta} | \mathbf{z}_{1:k})$  que rige los filtros Bayesianos, y es planteada en (4.5).

$$\begin{aligned}
P(\mathbf{x}_{1:k}, \boldsymbol{\theta} | \mathbf{z}_{1:k}) & \stackrel{(i)}{=} \frac{P(\mathbf{z}_k | \mathbf{x}_{1:k}, \boldsymbol{\theta}, \mathbf{z}_{1:k-1}) P(\mathbf{x}_{1:k}, \boldsymbol{\theta} | \mathbf{z}_{1:k-1})}{P(\mathbf{z}_k | \mathbf{z}_{1:k-1})} \\
& \stackrel{(ii)}{=} \frac{P(\mathbf{z}_k | \mathbf{x}_k, \boldsymbol{\theta}) P(\mathbf{x}_{1:k}, \boldsymbol{\theta} | \mathbf{z}_{1:k-1})}{P(\mathbf{z}_k | \mathbf{z}_{1:k-1})} \\
& \stackrel{(iii)}{=} \frac{P(\mathbf{z}_k | \mathbf{x}_k, \boldsymbol{\theta}) P(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{1:k-1}, \boldsymbol{\theta}, \mathbf{z}_{1:k-1}) P(\mathbf{x}_{1:k-1}, \boldsymbol{\theta} | \mathbf{z}_{1:k-1})}{P(\mathbf{z}_k | \mathbf{z}_{1:k-1})} \\
& \stackrel{(iv)}{=} \frac{P(\mathbf{z}_k | \mathbf{x}_k, \boldsymbol{\theta}) P(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-1}, \boldsymbol{\theta})}{P(\mathbf{z}_k | \mathbf{z}_{1:k-1})} P(\mathbf{x}_{1:k-1}, \boldsymbol{\theta} | \mathbf{z}_{1:k-1}) \tag{4.5}
\end{aligned}$$

donde (i) es la aplicación directa del teorema de Bayes, (iii) de la regla de la probabilidad conjunta y, (ii) y (iv) se obtiene empleando la suposición de Markov<sup>3</sup>.

$P(\mathbf{z}_k | \mathbf{z}_{1:k-1})$  es frecuentemente denotada como *evidencia*, el cual es independiente de los estados y los parámetros  $\boldsymbol{\theta}$ . Además, esta es considerado como una factor de normalización en el sistema de inferencia Bayesian.

La función de verosimilitud esta conformada por dos partes: una asociada al modelo de medición  $P(\mathbf{z}_k | \mathbf{x}_k, \boldsymbol{\theta})$  y la otra al modelo del sistema  $P(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-1}, \boldsymbol{\theta})$ . El modelo de medición predice la siguiente medida basado en el estado actual y los parámetros. Por otra parte, el modelo del sistema predice el siguiente estado usando la información del estado actual y los parámetros. En el caso del KF, la función de verosimilitud es descrita en un modelo de espacio de estados con una incertidumbre aditiva Gaussiana en ambos modelos, es decir, para el modelo de medición y del sistema. Este mapeo siempre es posible para modelos Markovianos.

Ambos términos de la función de verosimilitud pueden tener variables extras. Para el modelo del sistema, estos son comúnmente llamados entradas  $\mathbf{u}_{1:k} = \mathbf{u}_1 \cdots \mathbf{u}_k$ . En el caso del modelo de medición, son conocidos como parámetros del sensor y denotados como

---

<sup>2</sup> $P(A, B) = P(A|B)P(B) = P(B|A)P(A)$

<sup>3</sup>Se refiere a la propiedad de los sistemas de Markov, es decir, la distribución de la probabilidad condicional de los estados futuros solamente depende al estado presente.



$$\mathbf{s}_{1:k} = \mathbf{s}_1 \cdots \mathbf{s}_k.$$

En el caso del filtrado de variables completamente continuas, la ecuación (4.5) se transforma en

$$P(\mathbf{x}_{1:k}, \boldsymbol{\theta} | \mathbf{z}_{1:k}) = \frac{P(\mathbf{z}_k | \mathbf{x}_k, \boldsymbol{\theta})}{P(\mathbf{z}_k | \mathbf{z}_{1:k-1})} \int P(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-1}, \boldsymbol{\theta}) P(\mathbf{x}_{1:k-1}, \boldsymbol{\theta} | \mathbf{z}_{1:k-1}) d\mathbf{x}_{k-1} \quad (4.6)$$

el cual es frecuentemente denotado por dos pasos, uno asociado a la actualización del sistema y el otro a la medida,

$$\begin{aligned} P(\mathbf{x}_k, \boldsymbol{\theta} | \mathbf{z}_{1:k-1}) &= \int P(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-1}, \boldsymbol{\theta}) P(\mathbf{x}_{1:k-1}, \boldsymbol{\theta} | \mathbf{z}_{1:k-1}) d\mathbf{x}_{k-1} \\ P(\mathbf{x}_{1:k}, \boldsymbol{\theta} | \mathbf{z}_{1:k}) &= \frac{P(\mathbf{z}_k | \mathbf{x}_k, \boldsymbol{\theta})}{P(\mathbf{z}_k | \mathbf{z}_{1:k-1})} P(\mathbf{x}_k, \boldsymbol{\theta} | \mathbf{z}_{1:k-1}) \end{aligned} \quad (4.7)$$

El paso de predicción calcula la probabilidad del estado y el vector de parámetros en el tiempo  $k$  dada las mediciones pasadas. El paso de corrección toma en cuenta la información proveniente de la nueva medición  $\mathbf{z}_k$ , vía el modelo de medición, y realiza las correcciones para computar la probabilidad *a posteriori*.

#### 4.2.1. Máxima Verosimilitud y Máxima A Posteriori

Algunas veces no es suficiente con realizar una completa inferencia Bayesiana. En este caso, existen métodos que permiten reemplazar las Funciones de Densidad de Probabilidad (PDFs) de desconocidas variables aleatorias por *puntos estimados*, es decir, suponga que nosotros queremos describir la verosimilitud de cierta medición  $\mathbf{z}$  causada por un desconocido vector de parámetros  $\boldsymbol{\theta}$ . Entonces la probabilidad Bayesiana de la medición es:

$$P(\mathbf{z}) = \int P(\mathbf{z} | \boldsymbol{\theta}) P(\boldsymbol{\theta}) d\boldsymbol{\theta} \quad (4.8)$$

donde podemos aproximar esta probabilidad usando un punto estimado  $\boldsymbol{\theta}^*$  en lugar de la completa PDF, es decir

$$P(\mathbf{z}) \approx P(\mathbf{z} | \boldsymbol{\theta}^*) \quad (4.9)$$

Las estimaciones de Máxima Verosimilitud (ML) y Máxima A Posteriori (MAP) son frecuentemente utilizadas para reducir una PDF dentro de un punto estimado como (4.9). La estimación de MAP toma en cuenta la información *a priori*, mientras que la estimación de ML solo considera la información presente en las mediciones<sup>4</sup>. En pocas palabras, la estimación de MAP es el máximo de la función de probabilidades *a posteriori*  $P(\mathbf{x}_k, \boldsymbol{\theta} | \mathbf{z}_{1:k})$ , mientras que la estimación ML es el máximo sobre la función de verosimilitud  $P(\mathbf{z}_{1:k} | \mathbf{x}_k, \boldsymbol{\theta})$ .

### 4.2.2. Filtro de Kalman

Como se ha mencionado anteriormente, los filtros de Kalman [Kal60] realizan estimaciones de las variables de estado de un sistema basados en modelos probabilísticos de la medición y del sistema. Dichos modelos son realizados en el espacio de estados, y para el caso del filtro de Kalman son modelos lineales como (4.10).

$$\begin{aligned}\mathbf{x}_k &= \mathbf{F}_k \mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{B}_k \mathbf{u}_k + \mathbf{d}_k \\ \mathbf{z}_k &= \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k\end{aligned}\tag{4.10}$$

donde  $\mathbf{F}_k$  modela la transición de estados,  $\mathbf{B}_k$  modela la relación entrada-control,  $\mathbf{H}_k$  es el modelo de observación el cual mapea el espacio de estado real dentro del espacio de observación,  $\mathbf{d}_k$  es el ruido asociado al proceso de distribución multivariable normal con media cero y covarianza  $\boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{d}_k}$  ( $\mathbf{d}_k \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, \boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{d}_k})$ )<sup>5</sup> y  $\mathbf{v}_k$  es el ruido asociado a la medición de distribución multivariable normal con media cero y covarianza  $\boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{v}_k}$  ( $\mathbf{v}_k \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, \boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{v}_k})$ ).

La formulación del filtro de Kalman esta basada en una estimación de MAP, por tanto se necesita determinar la probabilidad *a posteriori*  $P(\mathbf{x}_k, \boldsymbol{\theta} | \mathbf{z}_{1:k})$ , de la ecuación de filtros Bayesianos (4.5), sujeta al modelo lineal en espacio de estado (4.10). Entonces se tiene que el modelo de medición de la función de verosimilitud esta dado como:

$$P(\mathbf{z}_k | \mathbf{x}_k, \boldsymbol{\theta}) = A_1 \exp \left( -\frac{1}{2} (\mathbf{z}_k - \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k)^T \boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{v}_k}^{-1} (\mathbf{z}_k - \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k) \right)\tag{4.11}$$

<sup>4</sup>Esto es equivalente a asumir una uniforme distribución de la probabilidad *a priori*.

<sup>5</sup> $\mathcal{N}(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma})$  representa la distribución multivariable normal donde  $\boldsymbol{\mu}$  es la media y  $\boldsymbol{\Sigma}$  es la matriz de covarianza. La ecuación que modela dicha PDF es  $(2\pi)^{-\frac{k}{2}} |\boldsymbol{\Sigma}|^{-\frac{1}{2}} e^{-(\mathbf{x}-\boldsymbol{\mu})^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} (\mathbf{x}-\boldsymbol{\mu})}$ , siendo  $k$  la dimensión del vector aleatorio  $\mathbf{x}$ .

con  $A_1 = (2\pi)^{-\frac{N_{\mathbf{z}}}{2}} |\Sigma_{\mathbf{v}_k}|^{-\frac{1}{2}}$  y debido a que

$$\mathbb{E}[\mathbf{z}_k | \mathbf{x}_k, \boldsymbol{\theta}] = \mathbb{E}[\mathbf{H}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k] = \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k$$

y

$$\text{cov}[\mathbf{z}_k | \mathbf{x}_k, \boldsymbol{\theta}] = \text{cov}[\mathbf{H}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k] = \Sigma_{\mathbf{v}_k}$$

Adicionalmente considérese la media y covarianza de  $P(\mathbf{x}_{1:k}, \boldsymbol{\theta} | \mathbf{z}_{1:k-1})$  definidas como

$$\mathbb{E}[\mathbf{x}_{1:k}, \boldsymbol{\theta} | \mathbf{z}_{1:k-1}] = \mathbb{E}[\mathbf{F}_k \hat{\mathbf{x}}_{k-1} + \mathbf{B}_k \mathbf{u}_k + \mathbf{d}_k | \mathbf{z}_{k-1}] = \mathbf{F}_k \hat{\mathbf{x}}_{k-1} + \mathbf{B}_k \mathbf{u}_k = \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}$$

y

$$\text{cov}[\mathbf{x}_{1:k}, \boldsymbol{\theta} | \mathbf{z}_{1:k-1}] = \text{cov}[\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}] = \text{cov}[\mathbf{e}_{k|k-1}],$$

respectivamente, donde  $\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} \equiv \hat{\mathbf{x}}(k | \mathbf{z}_{k-1})$  representa el estado estimado en el tiempo  $k$  dado las observaciones en  $k-1$ ,  $\mathbf{e}_{k|k-1}$  es el vector de error de estado. Denotando la covarianza de  $\mathbf{e}_{k|k-1}$  como  $\mathbf{P}_{k|k-1}$  se obtiene la PDF como

$$P(\mathbf{x}_{1:k}, \boldsymbol{\theta} | \mathbf{z}_{1:k-1}) = A_2 \exp \left( -\frac{1}{2} (\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1})^T \mathbf{P}_{k|k-1}^{-1} (\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}) \right) \quad (4.12)$$

con  $A_2 = (2\pi)^{-\frac{N_{\mathbf{x}}}{2}} |\mathbf{P}_{k|k-1}|^{-\frac{1}{2}}$ . Entonces sustituyendo (4.11) y (4.12) en la función de probabilidades *a posteriori* (4.5) se tiene que

$$\begin{aligned} P(\mathbf{x}_k, \boldsymbol{\theta} | \mathbf{z}_{1:k}) &\propto A \exp \left( -\frac{1}{2} (\mathbf{z}_k - \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k)^T \Sigma_{\mathbf{v}_k}^{-1} (\mathbf{z}_k - \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k) \right. \\ &\quad \left. -\frac{1}{2} (\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1})^T \mathbf{P}_{k|k-1}^{-1} (\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}) \right) \end{aligned} \quad (4.13)$$

donde  $A = A_1 A_2$  es una constante, además, (4.13) puede ser considerada como una densidad de probabilidades *a posterior* no normalizada. La ausencia del termino de normalización, o evidencia, de (4.13) no afecta la siguiente derivación debido a que este es un termino constante.

Usando la estimación de MAP del estado definida por la condición

$$\left. \frac{\partial \log P(\mathbf{x}_k, \boldsymbol{\theta} | \mathbf{z}_{1:k})}{\partial \mathbf{x}_k} \right|_{\mathbf{x}_k = \hat{\mathbf{x}}_k^{MAP}} = 0, \quad (4.14)$$

y sustituyendo (4.14) en (4.13) se obtiene:

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k}^{MAP} = \left( \mathbf{H}_k^T \Sigma_{\mathbf{v}_k}^{-1} \mathbf{H}_k + \mathbf{P}_{k|k-1}^{-1} \right)^{-1} \left( \mathbf{P}_{k|k-1}^{-1} \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} + \mathbf{H}_k^T \Sigma_{\mathbf{v}_k}^{-1} \mathbf{z}_k \right) \quad (4.15)$$

Además, si aplicamos el teorema de inversión<sup>6</sup> en (4.15) se determina que

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k}^{MAP} = \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} + \mathbf{K}_k (\mathbf{z}_k - \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}) \quad (4.16)$$

donde  $\mathbf{K}_k$  es la llamada ganancia de Kalman y esta definida como

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T (\mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T + \Sigma_{\mathbf{v}_k})^{-1}, \quad (4.17)$$

para  $\mathbf{P}_{k|k-1} = \text{cov}[\mathbf{e}_{k|k-1}] = \mathbf{F}_k \mathbf{P}_{k-1|k-1} \mathbf{F}_k^T + \Sigma_{\mathbf{d}_k}$

Obsérvese además que:

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_{k|k} &= \mathbf{x}_{k|k} - \hat{\mathbf{x}}_{k|k}^{MAP} \\ &= \mathbf{x}_{k|k} - \mathbf{x}_{k|k-1} - \mathbf{K}_k (\mathbf{z}_k - \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}) \\ &= \mathbf{e}_{k|k-1} - \mathbf{K}_k (\mathbf{H}_k \mathbf{e}_{k|k-1} + \mathbf{v}_k) \end{aligned} \quad (4.18)$$

por tanto la covarianza  $\mathbf{P}_{k|k}$  es definida según

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{k|k} &= \text{cov}[\mathbf{e}_{k|k}] \\ &= (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) \mathbf{P}_{k|k-1} (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k)^T + \mathbf{K}_k \Sigma_{\mathbf{v}_k} \mathbf{K}_k^T \\ &= \mathbf{P}_{k|k-1} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k|k-1} - \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T \mathbf{K}_k^T + \mathbf{K}_k (\mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T + \Sigma_{\mathbf{v}_k}) \mathbf{K}_k^T \\ &= (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) \mathbf{P}_{k|k-1} \end{aligned} \quad (4.19)$$

**Implementación del Filtro de Kalman** El filtro de Kalman puede ser implementado en una ecuación como se ha demostrado, pero típicamente se describe en dos etapas: predicción y actualización. Donde pueden ser resumidas como:

---

<sup>6</sup>El teorema de inversión dice que dada una matriz de la forma  $\mathbf{A} = \mathbf{B}^{-1} + \mathbf{C} \mathbf{D}^{-1} \mathbf{C}^T$  se tiene que  $\mathbf{A}^{-1} = \mathbf{B} - \mathbf{B} \mathbf{C} (\mathbf{D} + \mathbf{C}^T \mathbf{B} \mathbf{C})^{-1} \mathbf{C}^T \mathbf{B}$

### ■ Predicción

Predicción, *a priori*, del estado estimado  $\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} = \mathbf{F}_k \hat{\mathbf{x}}_{k-1|k-1} + \mathbf{B}_k \mathbf{u}_k$

Predicción, *a priori*, de la covarianza estimada  $\mathbf{F}_k \mathbf{P}_{k-1|k-1} \mathbf{F}_k^T + \Sigma_{\mathbf{d}_k}$

### ■ Actualización

Innovación de la medición residual  $\tilde{\mathbf{y}}_k = \mathbf{z}_k - \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}$

Innovación de la covarianza  $\mathbf{S}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T + \Sigma_{\mathbf{v}_k}$

Computo de la ganancia de Kalman  $\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T \mathbf{S}_k^{-1}$

Actualización, *a posteriori*, del estado estimado  $\hat{\mathbf{x}}_{k|k} = \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} + \mathbf{K}_k \tilde{\mathbf{y}}_k$

Actualización, *a posteriori*, de la covarianza estimada  $\mathbf{P}_{k|k} = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) \mathbf{P}_{k|k-1}$

## 4.2.3. Filtro Extendido de Kalman

En muchos casos prácticos, el KF resulta ser limitado debido a la naturaleza no-lineal o no-Gaussiana del sistema. Por tanto, se han desarrollado algunos enfoques locales que resuelven las no-linealidades del sistema como es el caso del Filtro Extendido de Kalman. En otras palabras, el Filtro Extendido de Kalman (EKF) es una variante del KF en el que se resuelve el problema de las no-linealidades haciendo uso del método de linealización de Taylor, es decir, dado el sistema no-lineal:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{d}) \\ \mathbf{z} &= \mathbf{h}(\mathbf{x}, \mathbf{v})\end{aligned}\tag{4.20}$$

se estiman las matrices del modelo lineal de acuerdo,

$$\hat{\mathbf{F}}_k = \left. \frac{d\mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{d})}{d\mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}=\hat{\mathbf{x}}_{k|k}}, \quad \hat{\mathbf{B}}_k = \left. \frac{d\mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{d})}{d\mathbf{u}} \right|_{\mathbf{x}=\hat{\mathbf{x}}_{k|k}}, \quad \hat{\mathbf{H}}_k = \left. \frac{d\mathbf{h}(\mathbf{x}, \mathbf{v})}{d\mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}=\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}}\tag{4.21}$$

### 4.3. El Problema de Localización

El posicionamiento o localización de una plataforma robótica es un problema complejo, el cual depende de la característica del mismo, o en otras palabras si el posicionamiento es global, local o una combinación de ambos. Para el caso de los sistemas globales de posicionamiento se requiere el uso de un sistema de satélites y la implementación de un receptor GPS<sup>7</sup> en la plataforma robótica. El principal inconveniente de estos sistemas, en el contexto de robots excavadores, es que no pueden ser usado para realizar excavaciones en otros planetas. Por tanto se desarrolló un sistema de posicionamiento local basado en odometría, pero como se observará en la Sección 4.6 este resulta ser ineficaz. En este sentido se decidió desarrollar un sistema de posicionamiento basado en la integración sensorial de una Unidad de Mediciones Inerciales<sup>8</sup> (IMU) y un sistema de estimación odométrica. Dicha integración se realiza por medio de la implementación de un Filtro de Kalman Extendido basada en el modelo matemático de la IMU que a continuación se desarrollará.

### 4.4. Unidad de Medición Inercial, IMU

Es un dispositivo electrónico formado por un conjunto de acelerómetros y giróscopos<sup>9</sup> capaces de medir las aceleraciones lineales ( $a_x$ ,  $a_y$ ,  $a_z$ ) y velocidades angulares ( $\omega_x$ ,  $\omega_y$ ,  $\omega_z$ ), el cual con ellos se puede reportar la velocidad, orientación y fuerzas gravitacionales sometidas.

El calculo de la orientación<sup>10</sup> puede ser realizado mediante (4.22) o usando un proceso de integración de (4.23) basado en las mediciones provenientes de los acelerómetros y

---

<sup>7</sup> *Global Positioning System* o Sistemas de Posicionamiento Global.

<sup>8</sup> Las IMU son usadas en otros sistemas de localización, y estas han demostrado ser de utilidad.

<sup>9</sup> En algunos casos son también usados magnetómetros que permiten mejorar el calculo dinámico de la orientación.

<sup>10</sup> Se usa la notación de Euler para describir el computo. Dicha orientación esta definida por los ángulos *roll*, *pitch* y *yaw*, es decir,  $\phi$ ,  $\theta$  y  $\psi$ .

giróscopos, respectivamente.

$$\begin{aligned}\phi &= \arctan\left(\frac{a_x}{\sqrt{a_y^2 + a_z^2}}\right) \\ \theta &= \arctan\left(\frac{a_y}{\sqrt{a_x^2 + a_z^2}}\right)\end{aligned}\tag{4.22}$$

Nótese que no es posible determinar el ángulo de *yaw*  $\psi$  mediante el uso de las mediciones de los acelerómetros. Además, con el uso de los giróscopos es posible determinar la orientación por completo, pero el proceso de integración produce un error de computo debido al sesgo del giróscopo. Por tanto, es razonable el uso de fusión sensorial para una mejor estimación de la orientación, donde en algunos casos son incluidos también magnetómetros. Este principio se usó en [PD11], con el objetivo de desarrollar un sistema de navegación inercial para Vehículos Aéreos no Tripulados (UAVs)<sup>11</sup>.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \phi \\ \theta \\ \psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{\sin \phi \sin \theta}{\cos \theta} & \frac{\cos \phi \sin \theta}{\cos \theta} \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \frac{\sin \phi}{\cos \theta} & \frac{\cos \phi}{\cos \theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix}\tag{4.23}$$

Finalmente, en la Fig. 4.1 se muestran dos tarjetas desarrolladas por el Grupo de Investigación y Desarrollo en Mecatrónica de la Universidad Simón Bolívar, donde en la tarjeta 1 se implementaron sensores capaces de medir velocidades de 120 *grad/s* y aceleraciones de 1,5*g*, y en la tarjeta 2 de 500 *grad/s* y aceleraciones de 6*g*. [t]

## 4.5. Localización usando EKF

Existe una basta literatura sobre el problema de localización haciendo uso de Filtros Extendidos de Kalman, por ejemplo en [KB02] se desarrolló un sistema de localización basado en giróscopos de fibra óptica (FOG), odometría y dos cámaras que determinan la posición de ciertos *landmarks*.

---

<sup>11</sup>Este desarrollo forma parte del proyecto *Beagle* del Grupo de Investigación y Desarrollo en Mecatrónica de la Universidad Simón Bolívar.

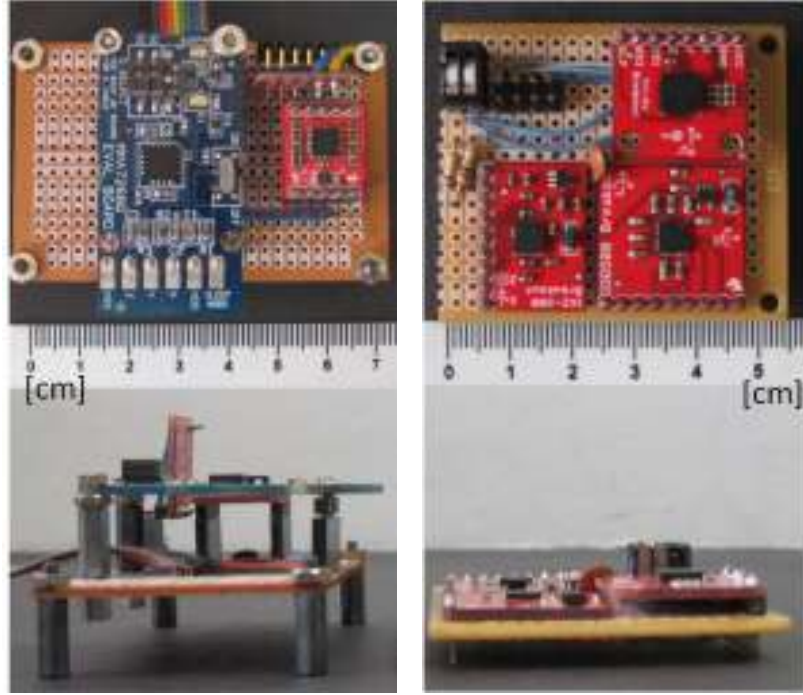


Figura 4.1: Dos tarjetas de sensores desarrolladas por el Grupo de Mecatrónica de la USB desarrolladas para la IMU [PDVMM+11].

En esta Trabajo de Grado en particular, se implementa un sistema de localización basado en un Filtro de Kalman Extendido que usa la información proveniente de la odometría y la IMU<sup>12</sup>, en el cual se implementa un modelo del sistema de 6 g.d.l. descrito en el vector de estado  $\mathbf{x}_{k-1} = [x_{k-1} \ y_{k-1} \ z_{k-1} \ \phi_{k-1} \ \theta_{k-1} \ \psi_{k-1}]^T$ . Este modelo es de carácter no-lineal y esta descrito como:

$$\begin{bmatrix} x_k \\ y_k \\ z_k \\ \phi_k \\ \theta_k \\ \psi_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{k-1} + \|\mathbf{v}_{k-1}\| \cos(\psi_{k-1} + \omega_{k-1}T_s) \\ y_{k-1} + \|\mathbf{v}_{k-1}\| \sin(\psi_{k-1} + \omega_{k-1}T_s) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \psi_{k-1} + \omega_{k-1}T_s \end{bmatrix} \quad (4.24)$$

Como se detalla en la Subsección 4.2.3, el EKF es una variante del KF donde la no-linealidades se resuelven aplicando el método de linealización de Taylor, por tanto aplicando a (4.24) el método de linealización de Taylor se obtiene el modelo lineal del

<sup>12</sup>Esto permite generar un sistema de coordenadas fijo útil para el levantamiento 3D del entorno y consecuentemente la planificación de movimientos del móvil.



sistema como:

$$\begin{bmatrix} x_k \\ y_k \\ z_k \\ \phi_k \\ \theta_k \\ \psi_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\|\mathbf{v}_{k-1}\| \sin(\psi_{k-1} + \frac{\Delta\psi_{k-1}}{2}) \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \|\mathbf{v}_{k-1}\| \cos(\psi_{k-1} + \frac{\Delta\psi_{k-1}}{2}) \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{k-1} \\ y_{k-1} \\ z_{k-1} \\ \phi_{k-1} \\ \theta_{k-1} \\ \psi_{k-1} \end{bmatrix} \quad (4.25)$$

Nótese que el modelo (4.25) no considera las señales deseadas (o velocidades deseadas), es decir,  $\hat{\mathbf{B}}_k = \mathbf{0}$ . Más adelante se demostrarán que dicha suposición produce adecuados resultados.

Por otra parte, debido a que existen dos fuentes de observación, odometría e IMU, es necesario desarrollar el modelo de observación para cada una de ellas. En (4.26) y (4.27) se describe el modelo de observación tanto para la odometría como para la IMU, respectivamente.

$$\mathbf{H}_{odom} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.26)$$

$$\mathbf{H}_{imu} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

Es importante destacar que dichas observaciones son publicadas a 100 Hz, con lo que permiten realizar ciclos de predicción-actualización a 30 Hz.

### 4.5.1. Ventajas del sistema de localización implementado

Es bien conocido en la literatura que los sistemas de localización de odometría son imprecisos y de error acumulativo<sup>13</sup>, además de producir errores de estimación en circunstancias de deslizamiento en las orugas. Como se destacó en la Sección 4.1, los sistemas odométricos incrementan su error de estimación ante cambios en la orientación del vehículo. Por tanto, la fusión de distintas fuentes de observación del proceso usando Filtros Bayesianos es necesario para mejorar cuantitativamente la estimación de la posición. Además, un sistema de inferencia Bayesiana como el Filtro Extendido de Kalman eliminaría el problema asociado al error acumulativo.

A continuación se presenta detalladamente los resultados que demuestran las ventajas del sistema de localización implementado en la retro-excavadora. Además se destacan algunos aspectos importantes de la implementación realizada.

## 4.6. Implementación y resultados

Para analizar los efectos de cada uno de los sistemas de localización, odometría y odometría+IMU+EKF, se plantean tres escenarios de estudios. En cada escenario, la retro-excavadora ejecuta tanto movimientos rectilíneos como rotatorios, en el cual se destacan los resultados de ambos métodos de localización. Además, para cada caso de estudio se genera dos conjuntos de gráficas, unas asociadas a la estimación individual de las variables de posición y la otra al desplazamiento de la retro-excavadora en el plano XY. En adición, en cada uno de los escenarios de estudio se usaron modelos de distribución Gaussiana para emular las condiciones de ruido en las mediciones de los codificadores e IMU. En este sentido, el ruido asociado a los codificadores e IMU simulado es  $\mathcal{N}(0, 20 \cdot 10^{-3})$ , es decir, de media cero y covarianza 0,02. Por ultimo, se colocó la Unidad de Mediciones

---

<sup>13</sup>Estos problemas son asociados debido al procedimiento determinación de la posición actual basado en la posición pasada y la velocidades estimadas, el cual es mejor conocido como *dead reckoning*.

Inerciales en el centro de rotación de máquina (o vehículo) para facilitar el computo en las transformaciones Euclidianas entre el sistema de referencia de la IMU y el del mundo.

#### 4.6.1. Escenario 1

En el primer escenario se ejecutó un movimiento de 67 *seg.*, de trayectoria cuasirectangular, como se observa en la curva discontinua negra de la Fig. 4.4. En principio puede detallarse, en la Fig. 4.2, que las estimaciones basadas exclusivamente en la información odométrica son similares (en forma) a la localización real de la retro-excavadora. Aunque generan un error cuando la retro-excavadora se encuentra ejecutando cruces o movimientos rotatorios, el cual es de carácter acumulativo como puede apreciarse en la estimación de la posición angular  $\omega(t)$  de la Fig. 4.2.

En la Figura 4.3 se destaca el error cuadrático<sup>14</sup> producto de las estimaciones de las posiciones  $(x, y, \omega)$  basadas en la odometría y en EKF. Donde se aprecia, que el error cuadrático producto de la estimación de la odometría es por lo general superior al error cuadrático producto del Filtro de Kalman Extendido. Nótese que el error cuadrático de la estimación odométrica de  $\omega(t)$  es incremental a pesar del pico que se produce alrededor de 30 *seg.*, dicho pico es producto a la definición del ángulo de orientación.

En el Cuadro 4.1 se aprecia con precision los resultados de la Figura 4.3, el cual se exponen una comparación numérica de la Raíz del Error Cuadrático Medio (RMSE)<sup>15</sup> producto de ambos algoritmos de localización. Por tanto, se puede apreciar que la implementación de un sistema de localización basado en EKF mejoró los resultados de estimación por lo menos un 157.25 %, y en el caso de  $\omega$  fue de un 5738.8 %.

Finalmente, en la Figura 4.4 se observa la estimación de la posición en el plano XY,

---

<sup>14</sup>El error cuadrático de  $x$  esta definido como  $\sqrt{(x(t) - x_{estimado}(t))^2}$ .

<sup>15</sup>La RMSE es definida como  $RMSE(\hat{\theta}) = \sqrt{E[(\hat{\theta} - \theta)^2]}$  y representa la desviación estándar de estimación, es decir, el grado de variación o dispersión en el proceso de estimación.

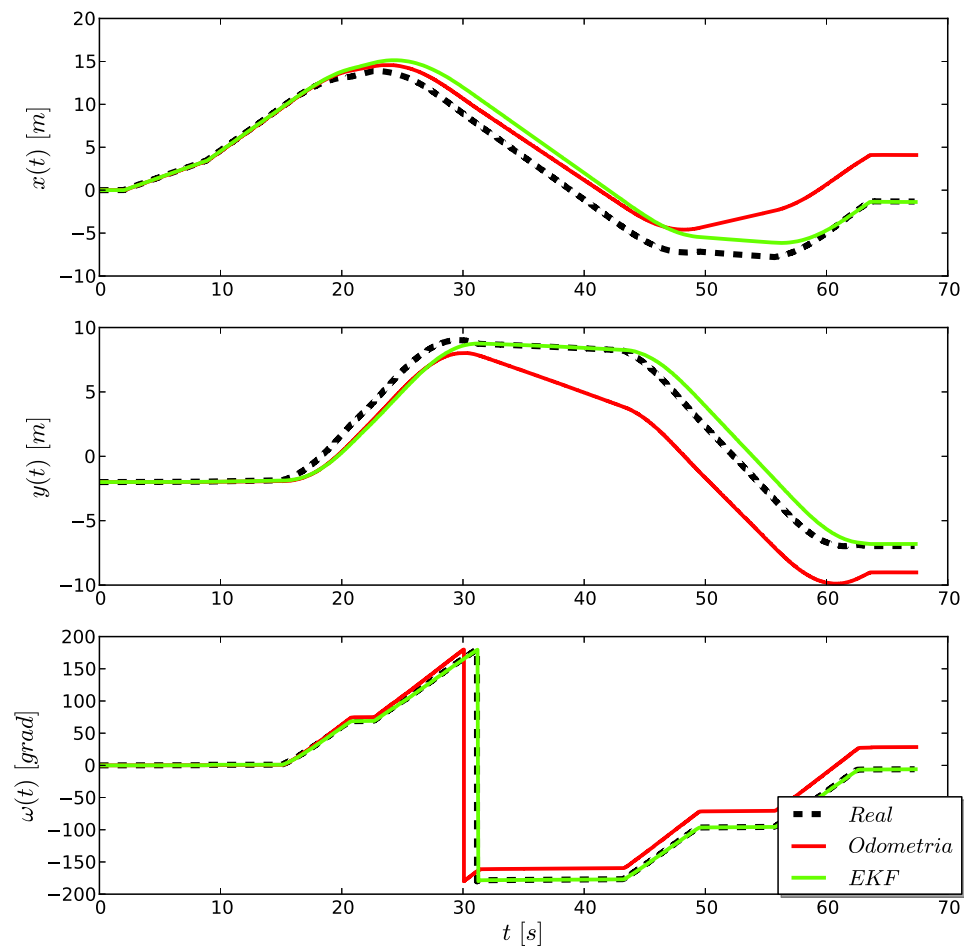


Figura 4.2: Escenario 1. Estimación de la posición de la retro-excavadora.

donde solo con el uso del Filtro de Kalman Extendido es posible estimar la posición final adecuada.

	$x$	$y$	$\omega$
RMSE Odometría	2.9213	2.4787	45.7266
RMSE EKF	1.8578	0.9063	0.7968
% Mejora (EKF vs Odometría)	157.25	273.50	<b>5738.8</b>

Cuadro 4.1: Escenario 1. Comparación de RMSE para ambos algoritmos de localización.

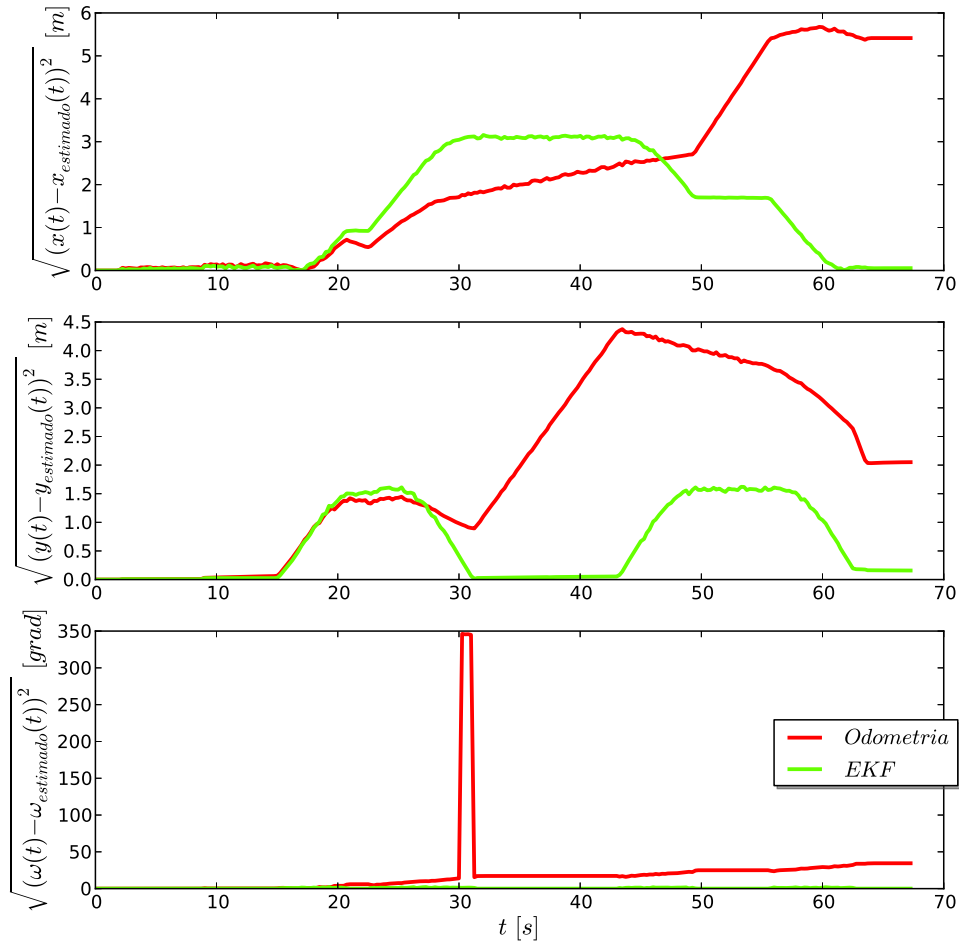


Figura 4.3: Escenario 1. Error cuadrático de la estimación de la posición de la retroexcavadora.

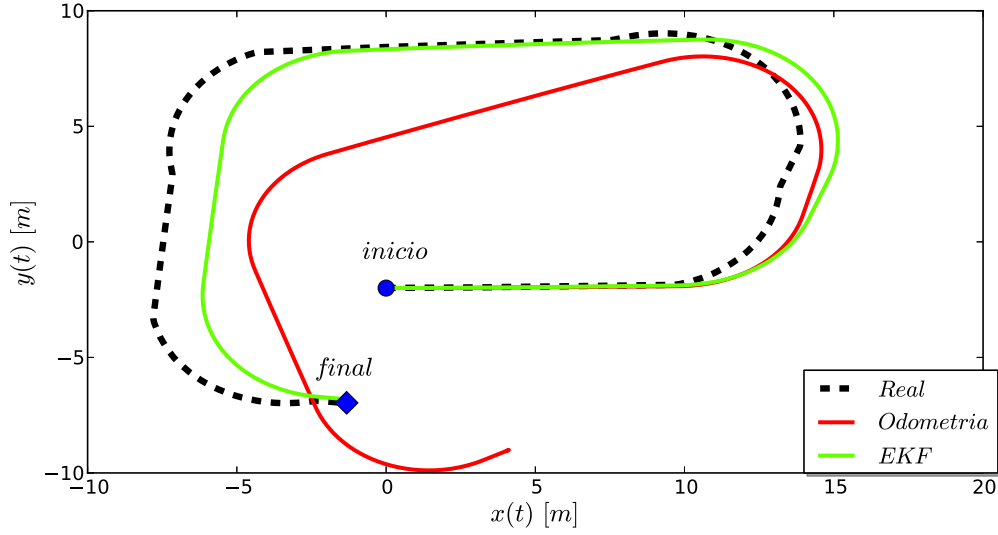


Figura 4.4: Escenario 1. Localización en el plano XY de la retro-excavadora.

#### 4.6.2. Escenario 2

En el segundo escenario se ejecutó un movimiento en forma de G de 100 *seg.*, el cual finalizó en la toma de una curva. En contraste al primer escenario, en el segundo escenario es incorrecta la estimación de la posición en el punto final en ambos algoritmos de localización como se observa en la Fig. 4.5 y 4.7. También es importante resaltar que ambos casos, escenario 1 y 2, las correcciones más importantes en la estimación de la posición son producidas en la orientación de la retro-excavadora; esto es claramente una consecuencia del uso de una Unidad de Mediciones Inerciales.

Por otra parte, en la Fig. 4.6 se aprecia similares características al escenario 1, por ejemplo, en la localización odométrica el error en  $\omega(t)$  sigue siendo incremental. También se observa un patrón en la localización basada en el EKF, es decir, existe un incremento del error cuadrático en el transcurso de una curva; además, dicho error de estimación es minimizado cuando no existe movimientos en  $x$  o  $y$ .

En el Cuadro 4.2 puede apreciarse que existe un porcentaje importante de mejora

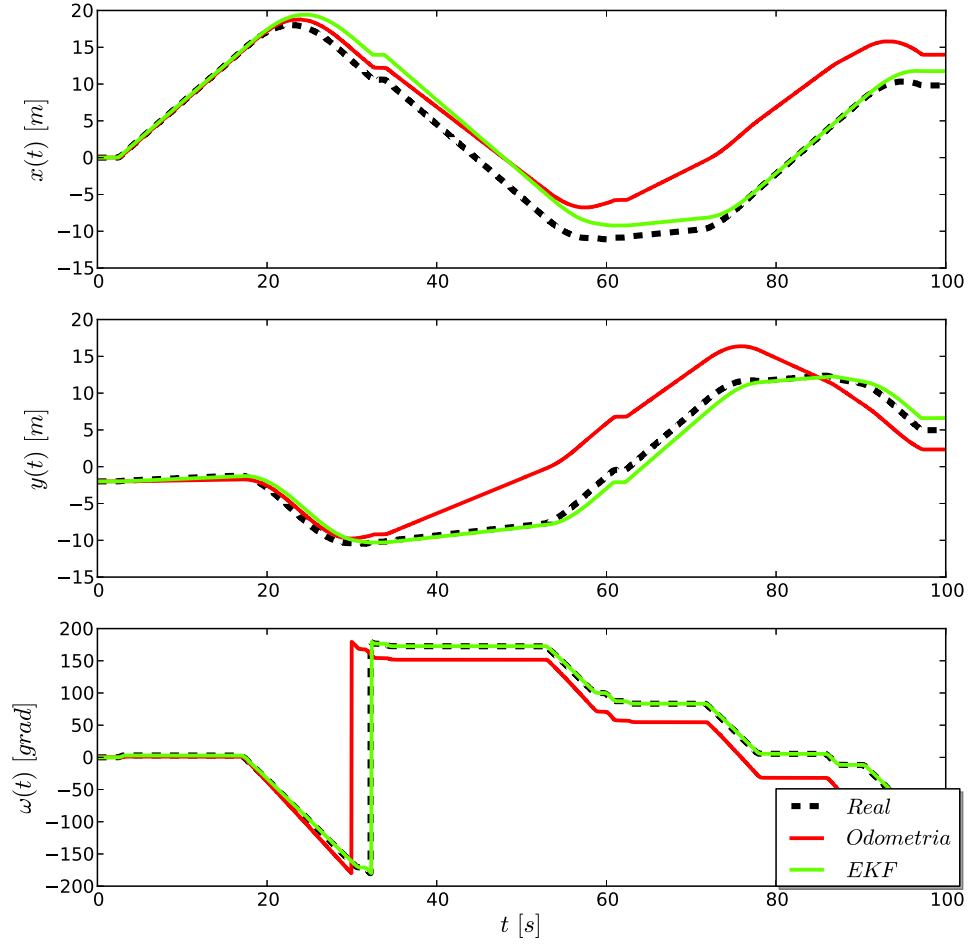


Figura 4.5: Escenario 2. Estimación de la posición de la retro-excavadora.

en la utilización del EKF, el cual mejoró la estimación por lo menos en un 252.41 %. Nuevamente se destaca que el mayor porcentaje de mejoramiento ocurre en  $\omega(t)$ , aunque este es mucho menor que en el escenario 1. Este resultado es debido a que las ratas de muestreo son distintas entre ambas señales, es decir, puede existir un error en el cálculo del RMSE debido a que este se computa con el punto más cercano en tiempo. Para mayor detalle ver el Algoritmo 2.

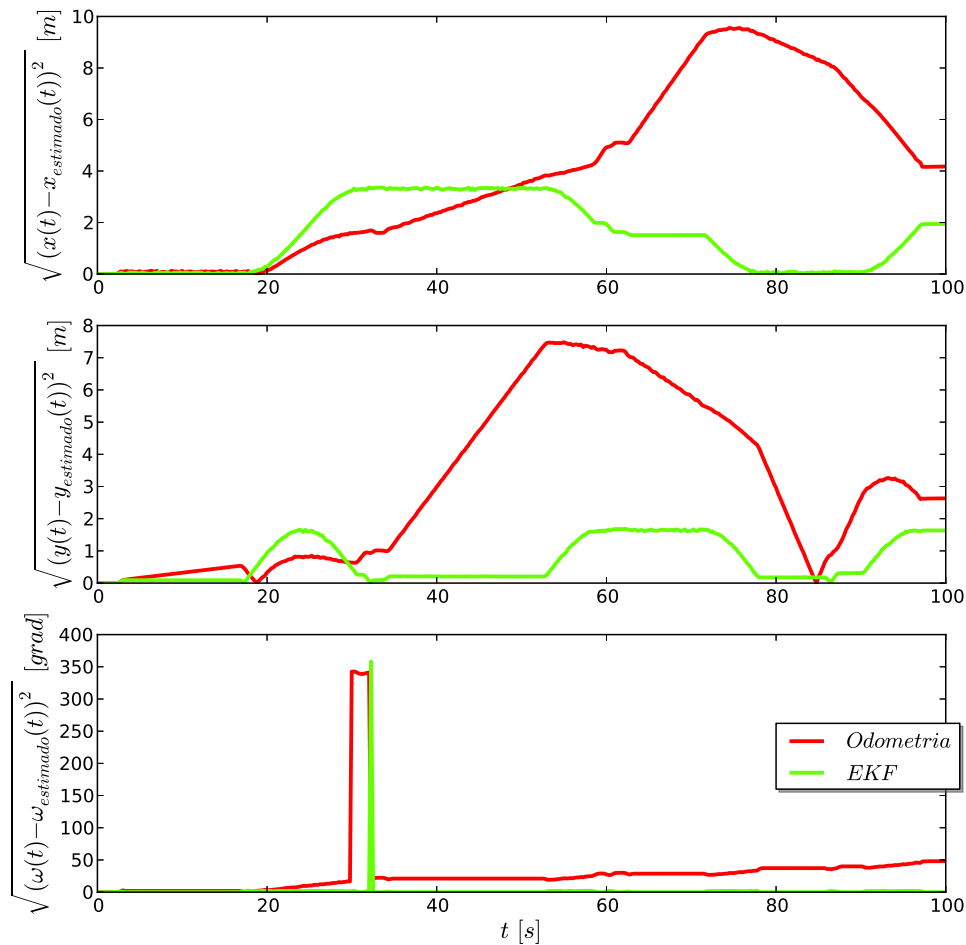


Figura 4.6: Escenario 2. Error cuadrático de la estimación de la posición de la retroexcavadora.

	$x$	$y$	$\omega$
RMSE Odometría	5.0242	3.9639	57.0482
RMSE EKF	1.9905	0.9604	13.8266
% Mejora (EKF vs Odometría)	252.41	<b>412.27</b>	<b>412.60</b>

Cuadro 4.2: Escenario 2. Comparación de RMSE para ambos algoritmos de localización.

Finalmente, en la Fig. 4.7 se aprecia las características comentadas en la estimación de la posición Filtro de Kalman Extendido. Además, se observa que a medida que sean tomadas más curvas mayor será la distorsión de los resultados de localización odométrica.



---

**Algoritmo 2** Computo de la Raíz del Error Cuadrático Medio (RMSE) de señales a distintas ratas de muestreo.

---

```

function CALCULARRMSE( $\mathbf{t}_x, \mathbf{y}_{x^e}, \mathbf{x}, \mathbf{x}^e, t_s$ )
     $T_s = t_s$ ; ▷ Tiempo de muestreo para el computo de RMSE
     $n = \mathbf{t}_x.size()$ ; ▷ Dimensión del vector de tiempo  $\mathbf{t}_x$ 
     $m = \mathbf{t}_{x^e}.size()$ ;
    for  $i:=0$  to  $\lceil \mathbf{t}_x[n]/T_s \rceil$  do ▷  $\lceil z \rceil$  es la función ceiling de  $z$ 
        for  $j:=n$  to 0 step -1 do
            if  $|\mathbf{t}_x[j] - i T_s| < \mathbf{e}_x[i]$  then
                 $\mathbf{e}_x[i] = |\mathbf{t}_x[j] - i T_s|$ ;
                 $\mathbf{x}_s[i] = \mathbf{x}[j]$ ;
            end if
        end for
        for  $j:=m$  to 0 step -1 do
            if  $|\mathbf{t}_y[j] - i T_s| < \mathbf{e}_y[i]$  then
                 $\mathbf{e}_y[i] = |\mathbf{t}_y[j] - i T_s|$ ;
                 $\mathbf{x}^e_s[i] = \mathbf{x}^e[j]$ ;
            end if
        end for
         $rmse = rmse + (\mathbf{x}_s[i] - \mathbf{x}^e_s[i])^2$ ;
    end for
     $rmse = \sqrt{\frac{rmse}{\lceil \mathbf{t}_x[n]/T_s \rceil}}$ ;
    return  $rmse$ 
end function

```

---

En contraste, la implementación del EKF no es afectada por el número de curvas tomadas, ya que este va realizando correcciones basadas en las mediciones realizadas por la IMU.

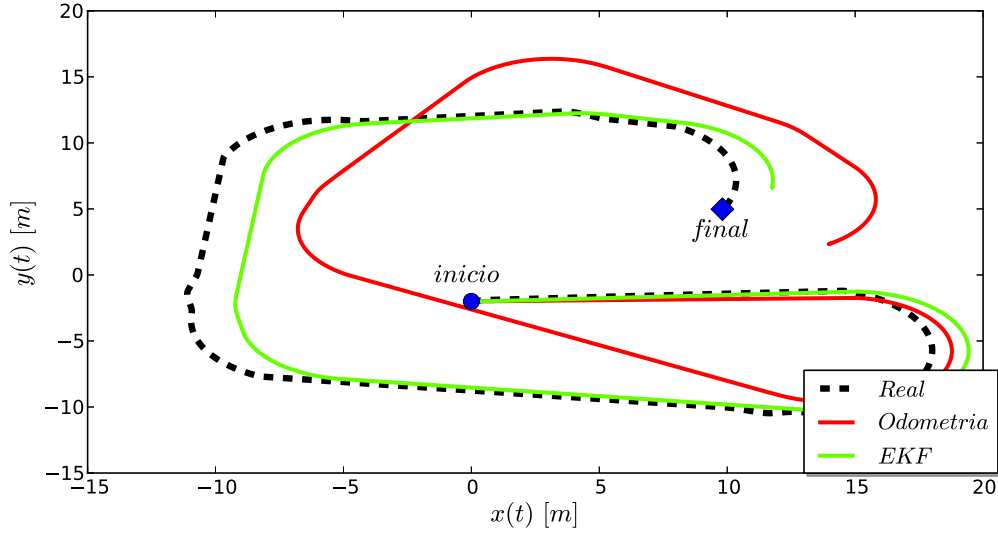


Figura 4.7: Escenario 2. Localización en el plano XY de la retro-excavadora.

#### 4.6.3. Escenario 3

En el ultimo escenario de prueba se ejecutó un movimiento de mayor recorrido y duración que los dos anteriores. Dicho movimiento esta compuesto de un recorrido circular y un trayecto recto con movimientos oscilatorios. Este escenario muestra como ambos sistemas de localización responden ante movimientos oscilatorios y rectilíneos que no son paralelos a unos de los ejes del plano XY. En en la Fig. 4.8, se observa la respuesta de ambos métodos, el cual solo el EKF posee robustez ante tales movimientos. También en la Fig. 4.8 puede apreciarse que la estimación odométrica produce resultados muy desviados a la posición real del retro-excavadora.

Por otra parte, en base a la Fig. 4.9 y a los dos escenarios anteriores se observa que el error cuadrático del EKF esta acotado por 5 *m.*, en contraste al sistema de localización odométrico que no se encuentra acotado. En otras palabras, de acuerdo al Cuadros 4.1,

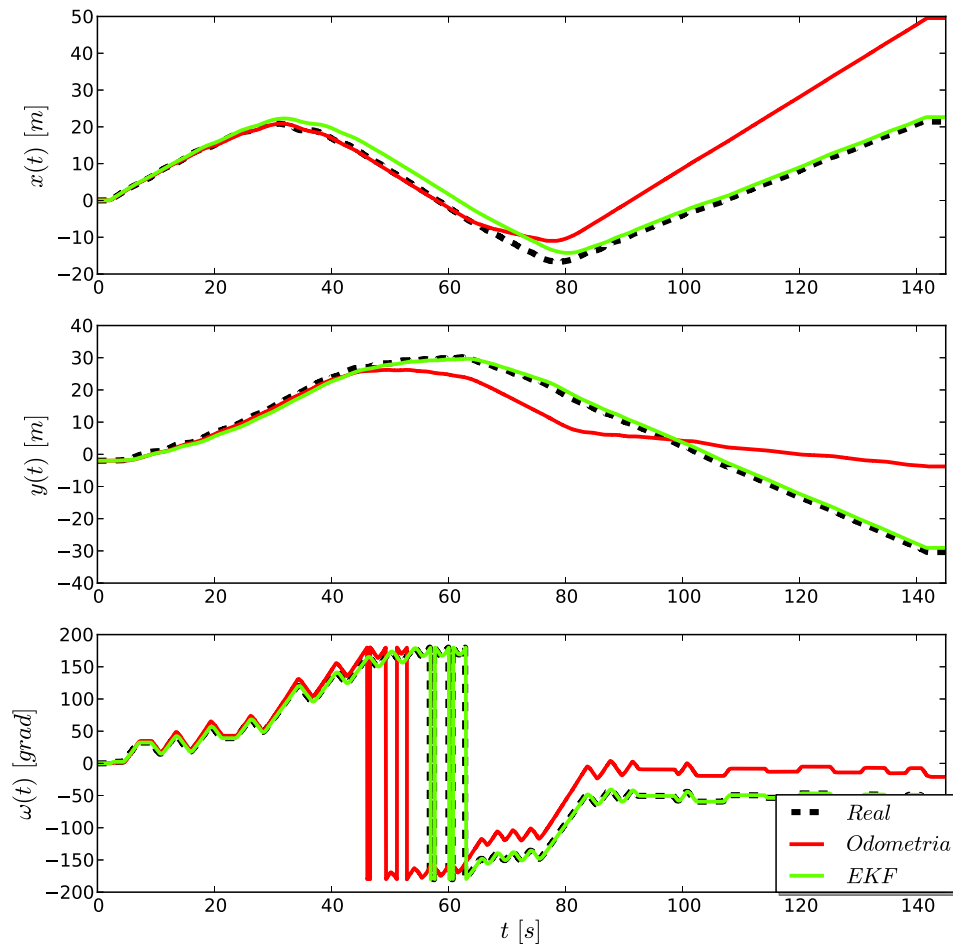


Figura 4.8: Escenario 3. Estimación de la posición de la retro-excavadora.

4.2 y 4.3 puede destacarse que el RMSE permanece aproximadamente constante en los tres escenarios de estudio, es decir, alrededor de 2 y 1 para  $x$  y  $y$ , respectivamente. Este resultado está intrínsecamente ligado al proceso de inferencia Bayesiana, es decir, a la covarianza en los resultados de estimación de EKF que son afectadas por la reducción lineal del sistema.

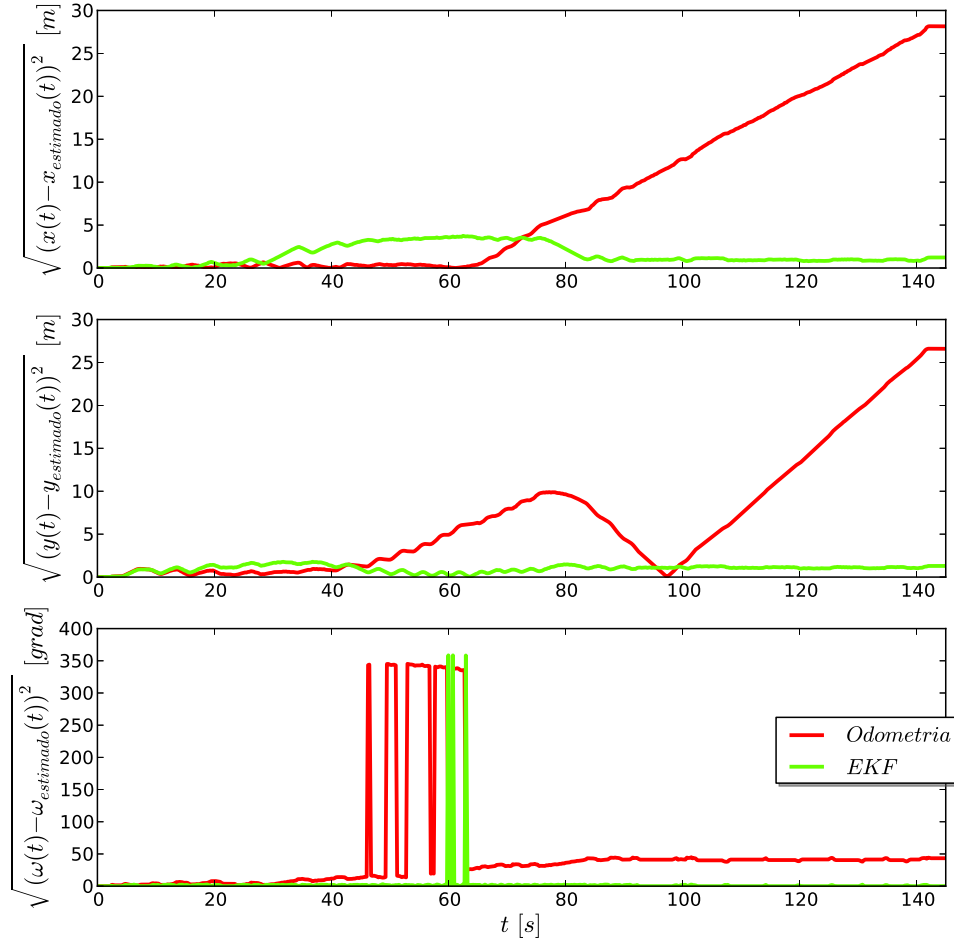


Figura 4.9: Escenario 3. Error cuadrático de la estimación de la posición de la retro-excavadora.

Finalmente, los resultados RMSE del EKF para  $\omega$  deberían permanecer constante (alrededor de 0.8) como para el caso de  $x$  y  $y$ . Estos resultados se observan en Error Cuadrático de  $\omega$  de las Figuras 4.3, 4.6 y 4.9, a pesar de los resultados de los Cuadros 4.1, 4.2 y 4.3. Además, en la Fig. 4.10 se muestra en el plano XY los resultado de localización, el cual *a priori* se observa que la estimación odométrica es completamente errada, donde mejora mucho la implementación del EKF a pesar de no ser perfecta. Por ultimo, se observa que cuando la retro-excavadora viaje paralelo al eje X existirá un estimación perfecta de la localización del robot, como puede apreciarse los resultados del escenario 1 en contraste

a los de los escenarios 2 y 3.

	$x$	$y$	$\omega$
RMSE Odometría	12.5144	10.1377	97.5825
RMSE EKF	1.9567	1.0729	25.7670
% Mejora (EKF vs Odometría)	<b>639.57</b>	<b>944.89</b>	378.71

Cuadro 4.3: Escenario 3. Comparación de RMSE para ambos algoritmos de localización.

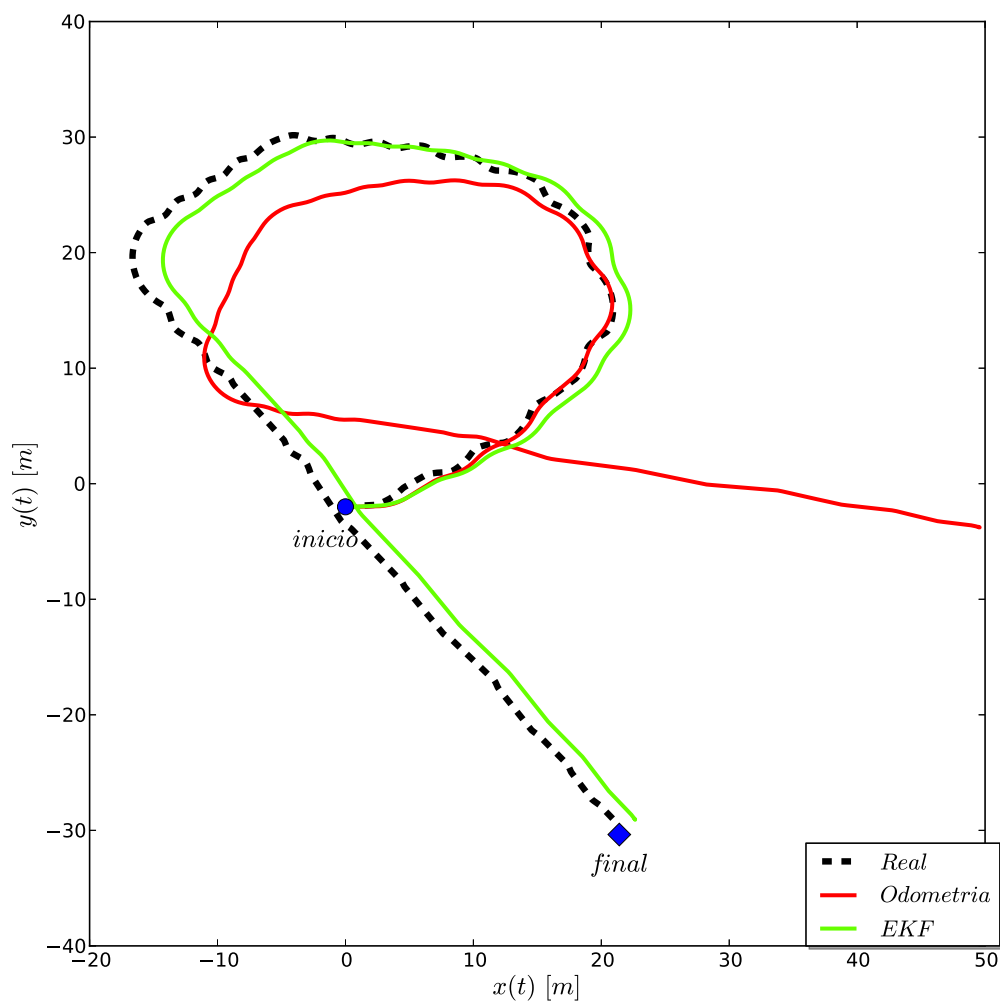


Figura 4.10: Escenario 3. Localización en el plano XY de la retro-excavadora.

## 4.7. Aportes

En este capítulo se desarrolló un sistema de localización basado en la estimación odométrica y la información medida de una IMU, debido a los inconvenientes asociados a los sistemas de estimación de la posición odométricos. La implementación del sistema de localización hace uso de un Filtro de Kalman Extendido (EKF). Por tanto, para la implementación de dicho filtro se desarrolló un modelo en espacio-estado del sistema. A pesar de no ser un método de localización novedoso, representa una primera aproximación en los sistemas de localización de las retro-excavadoras. Además, la implementación de este esquema de localización es pertinente al Grupo de Investigación y Desarrollo en Mecatrónica de la Universidad Simón Bolívar debido a los últimos desarrollos en tecnologías de medición inercial. Finalmente, se realizó un estudio comparativo, en los sistemas de localización de retro-excavadoras, entre la estimación odométrica y la implementación de sistema de localización usando un EKF basado en los valores RMSE, el cual no se ha reportado en la literatura.

## 4.8. Conclusiones

En este capítulo se desarrolló y analizó dos sistemas de posicionamiento, uno basado en las estimaciones provenientes de la odometría que corresponde al modelo cinemático de la máquina y el otro asociado mediante la fusión sensorial de la odometría con una unidad de mediciones inerciales mediante el empleo de un Filtro de Kalman Extendido. En este sentido se realizaron tres (3) escenarios de estudio, en el cual los valores RMSE demuestran que la fusión sensorial mejora hasta en más de un 400 % los resultados de estimación en comparación con la odometría. Finalmente, se observa que los resultados de estimación no son perfectos, por tanto resulta importante para futuros trabajos la implementación de una fuente de medición adicional al EKF. Esta podría consistir en un sistema de odometría visual, que use cámaras, sonares o láseres.

## Parte II

# Percepción y Planificación

## Capítulo 5

# Sistema de Percepción

En este capítulo se expone el sistema de percepción propuesto en este Trabajo de Grado, el cual se basa en un sistema de adquisición que consiste en una (1) cámara estéreo y dos (2) lasers *rangefinder*. El sistema de percepción desarrollado consiste en dos fases principales, adquisición y procesamiento de los datos. En la fase de adquisición se fusionan todas las fuentes de medición, es decir, sistema de visión estéreo y lasers *rangefinder*. En el caso del sistema estéreo, esta fusión se realiza después de ejecutar la reconstrucción 3D de la escena. Para el caso del sistema de lasers, la fusión se realiza después de la aplicación del filtro de sombras y la transformación de los datos del láser al formato de nueve de puntos. Por otra parte, en la fase de procesamiento se realiza el levantamiento del mapa de colisiones basados en *octrees*. Para determinar de forma rápida y efectiva el mapa de colisiones se aplica el filtro de voxelgrid, y además del filtrado de los puntos correspondientes a la máquina retro-excavadora. Todos los fundamentos y aspectos teóricos de cada una de estas técnicas son discutidos en este capítulo. Finalmente, se presenta el procedimiento de sintonizar de los parámetros empleado de cada una de las técnicas, con los resultados de dicha implementación.



## 5.1. Sistema de Percepción de la Retro-excavadora

Un sistema de percepción es aquel que debe tener la capacidad de percibir el ambiente que rodea al robot, para poder realizar tareas de forma autónoma e inteligente. En la ejecución autónoma de las operaciones, el sistema de percepción de una retro-excavadora debe ser capaz de ejecutar todas sus tareas de forma rápida, eficiente y segura. Para tal propósito, se requiere el desarrollo e implementación de una cantidad elevada de módulos que permitan procesar o extraer diversas ideas semánticas de la escena. En la actualidad, existe poca literatura sobre los sistemas de percepción enfocados a la ejecución autónoma de las tareas, entre los más destacados se encuentran el desarrollado de un sistema de odometría visual [SLL+05] y un sistema integral para la carga autónoma de los camiones volqueo [SBSR98].

Por otra parte, avances en la precisión de los dispositivos de medición y nuevas técnicas de procesamiento y extracción de ideas semánticas de la escena permitirán la realización de sistema de percepción que sean capaces de resolver el problema de percepción intrínseco a la naturaleza de sus operaciones. En [YMSO09] se ha propuesto un sistema de adquisición basado en un par de cámaras estéreas y lasers *rangefinder* que responde a las necesidades de tele-operación de la máquina. Similar a [YMSO09] se ha implementado un sistema de adquisición basado en dos lasers *rangefinder* ubicados a ambos laterales de la máquina y un cámara estéreo en la parte central de la misma como se observa en la Fig. 5.1. A pesar que las cámaras estéreas dan información sobre el color de la escena, estas por naturaleza carecen de precisión y rango de alcance en contraste a un laser *rangefinder*. Por tanto, se propone utilizando un par de lasers *rangefinder* que cumple con la finalidad de percibir con mayor precisión los elementos de la escena que se encuentran más alejados y una cámara estéreo a los más cercanos.

A continuación en la Fig. 5.2 se resume el sistema de percepción desarrollado en este Trabajo de Grado, el cual consiste en un sistema de adquisición con dos fuentes de medición, cámara estéreo y lasers, discutido en la Sección 5.1. Como se observa en la Fig.

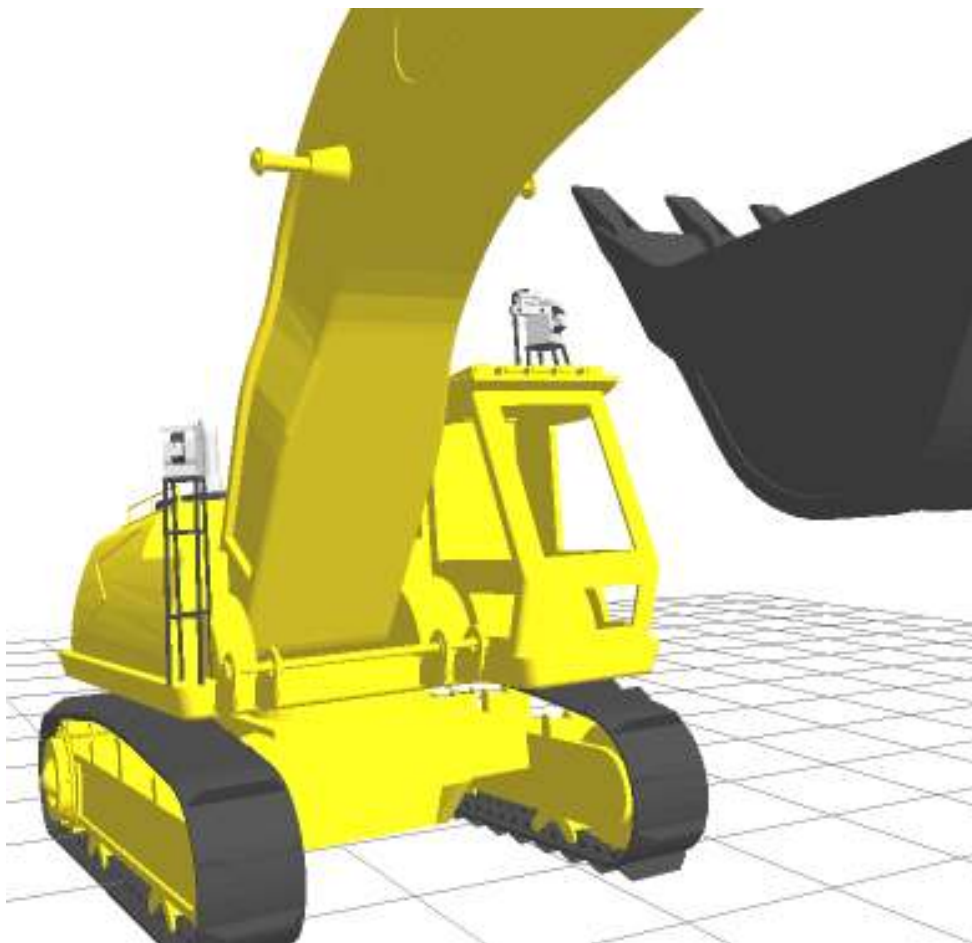


Figura 5.1: Sistema de sensores de visión implementados en la retro-excavadora.

5.2, el sistema de percepción esta formado por dos fases, adquisición y procesamiento de la datos.

En la fase del adquisición, el sistema de visión estéreo realiza una reconstrucción 3D, es decir, una extracción de mapas de profundidad como es discutida en las Subsecciones 5.2.1 y 5.2.2. Con respecto al sistema de laseres, es necesario implementar un filtro de sombras que remueva los puntos producto del roce con los objetos y posteriormente transformar los datos en una nube de puntos. Finalmente, ambos datos (cámara estéreo y laseres) son fusionadas con el objetivo de mejorar la eficiencia en los cálculos.

En la fase de procesamiento, se aplica un filtro de voxelgrid para reducir la densidad en

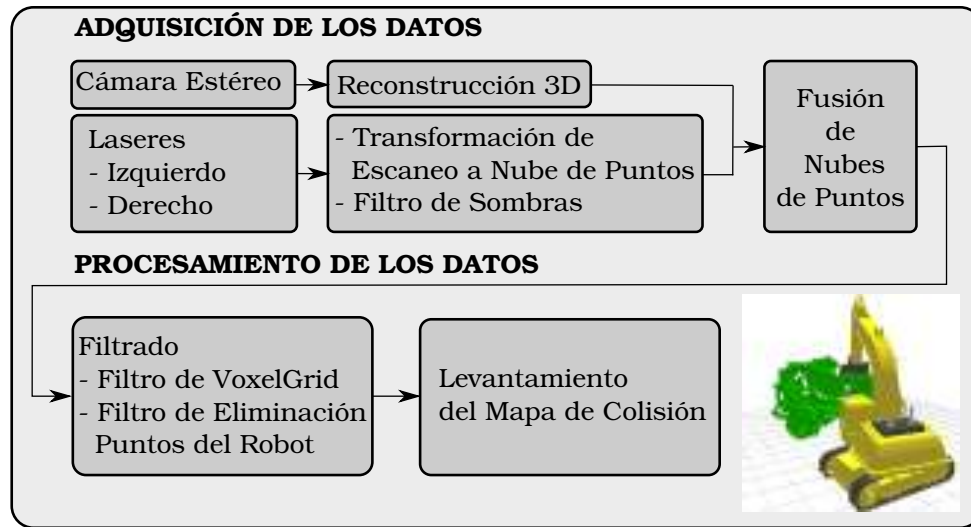


Figura 5.2: Sistema de percepción desarrollado.

la nube de puntos como es discutido en la Subsección 5.3.2, y posteriormente se eliminan los puntos perteneciente al robot debido a que se requiere realizar un levantamiento de mapas de colisión.

## 5.2. Visión Estéreo

Como se mencionó en la Sección 5.1, el sistema de percepción de la retro-excavadora consta de una cámara estéreo que permite medir los alrededores de la herramienta de la máquina. Existe una basta variedad de algoritmos que permiten la reconstrucción 3D basados en visión estéreo, como por ejemplo, en [BTZ96] se desarrolló un robusto sistema de reconstrucción de la escena basado en la información de tripletes de imágenes que hace uso del llamado tensor tri-focal para restringir la búsqueda de los puntos de correspondencias. Además, también se ha desarrollado métodos que permiten realizar la reconstrucción 3D con el uso de cámaras descalibradas como en [DZLF94]. En contraste a estos desarrollos, en este Trabajo de Grado se implementa un sistema que computa los puntos de correspondencias basado en un algoritmo conocido como *Block-Matching Stereo* (BM). BM es un método que se basa en la resolución local del problema de *stereo matching*, similar al

implementado en [Kon97], permitiendo realizar reconstrucciones 3D en tiempo real con un nivel de prestación aceptable como se expone en la Subsección 5.2.1.

### 5.2.1. Reconstrucción 3D de la escena

En líneas generales, un sistema de reconstrucción 3D estéreo emula computacionalmente la capacidad que tiene nuestro sistema de visión de extraer información sobre la topología de la escena, basado en el principio de triangulación entre puntos o referencias que se corresponden a ambas imágenes. En la práctica, una imagen estéreo se obtiene realizando cuatro pasos fundamentales:

- Remoción de distorsiones radiales y tangenciales de las lentes. Las salidas son conocidas como imágenes no-distorsionadas.
- Ajuste de los ángulos y distancias entre las cámaras, este proceso es conocido como rectificación. La salida de este paso son imágenes que están rectificadas y alineadas con sus filas<sup>1</sup>.
- Búsqueda de correspondencias entre ambas imágenes (izquierda y derecha), este proceso es conocido como *stereo matching*. La salida de este paso es un mapa de disparidad, es decir, la diferencia en la coordenada  $x$  de la misma característica observada entre ambos planos de la imagen ( $x^l - x^r$ ).
- Si se conoce la disposición geométrica de las cámaras, entonces el mapa de disparidad puede ser usado para computar la distancia por medio de triangulación. Este paso es conocido como re-proyección, y la salida es un mapa de profundidades, que en este Trabajo de Grado es representado como una nube de puntos.

En la Fig. 5.3 se aprecia en detalle los pasos que permiten la reconstrucción 3D de la escena en un sistema de visión estéreo genérico.

---

<sup>1</sup>Una alineación con sus filas significa que ambas imágenes son coplanares y exactamente alineadas en la coordenada  $y$ .

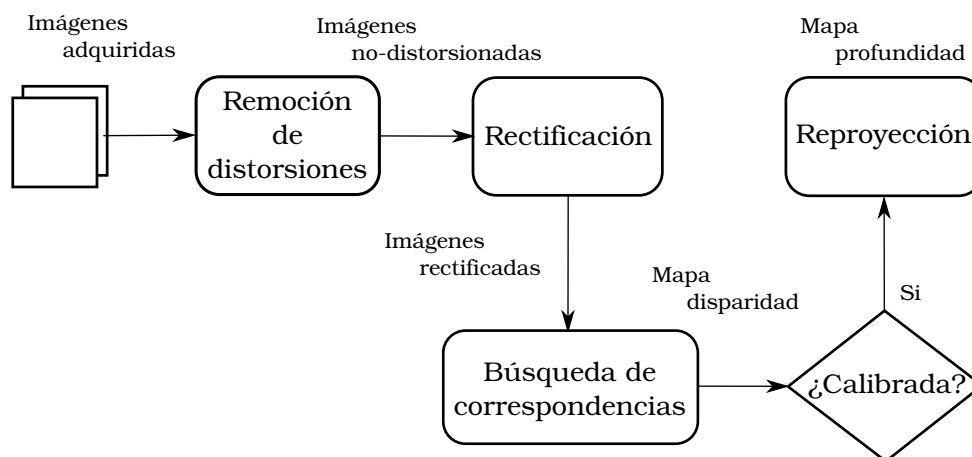


Figura 5.3: Algoritmo para la reconstrucción 3D de la escena en un sistema de visión estéreo.

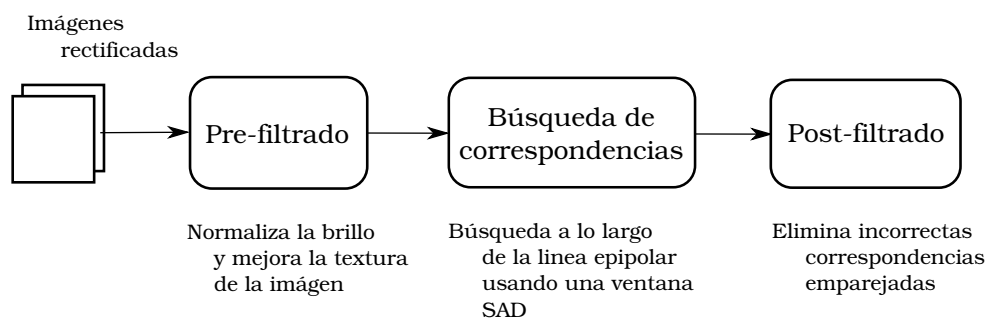


Figura 5.4: Etapas de computo para hallar las correspondencias según BM.

### 5.2.2. Emparejamiento por bloques estéreo

El Emparejamiento por Bloques Estéreo o *Block-Matching Stereo* es una técnica que permite resolver el problema de búsqueda de correspondencias de forma rápida y efectiva, el cual es un requisito indispensable para operaciones en tiempo real. Este consiste en encontrar los emparejamientos entre las imágenes rectificadas de la cámara estéreo mediante el uso de una ventana de "Suma de Diferencias Absoluta"(SAD). Además se destaca que BM encuentra solo puntos de emparejamiento de alta-textura entre las dos imágenes. En la Fig. 5.4 se exponen las tres etapas del algoritmo de correspondencias BM, el cual funciona en pares de imágenes no-distorsionadas y rectificadas.

### 5.2.3. Implementación del BM en la cámara estéreo de la retro-excavadora

Para implementar el algoritmo BM para la búsqueda de correspondencias en la retro-excavadora fue necesario realizar la sintonización o ajuste de cada uno de los parámetros que corresponden a las etapas de computo mencionadas en la Fig. 5.4.

**Pre-filtrado.** En el paso de pre-filtrado, las imágenes de entrada son normalizadas para reducir las diferencias de iluminación y para mejorar la textura de la imagen. Esto es hecho corriendo una ventana de tamaño  $9 \times 9$  sobre la imagen, para reemplazar el píxel central debajo de la ventana  $\mathbf{I}_c$  por  $\min[\max(\mathbf{I}_c - \bar{\mathbf{I}}, -\mathbf{I}_{cap}), \mathbf{I}_{cap}]$ , donde  $\bar{\mathbf{I}}$  es el valor promedio en la ventana y  $\mathbf{I}_{cap}$  es un valor numérico limite definido como 31.

**Búsqueda de correspondencias.** Las correspondencias son calculas mediante el deslizamiento de una ventana SAD<sup>2</sup> de tamaño  $15 \times 15$ . Para cada característica en la imagen de la izquierda, se busca a lo largo de la misma fila (coordenada  $y$ ) de la imagen derecha el punto de correspondencia. Este hecho se debe a que la linea epipolar es horizontal en cámaras coplanares. Además, este emparejamiento puede ser conseguido solo si la característica tiene suficiente textura para ser detectada, y por supuesto, en casos donde las características aparezcan en ambas imágenes, es decir, que no exista oclusión de dicha característica. Por otra parte, se seleccionó el mayor rango de disparidad recomendado, de 128 píxeles, debido a la necesidad de percibir ambientes extensos en las retro-excavadoras. Finalmente, se selecciona una valor de umbral de textura estándar, es decir, de 10, el cual arrojo resultados adecuados.

**Post-filtrado.** Los algoritmos de emparejamiento basado en bloques frecuentemente producen manchas cerca de los limites de los objetos. Por tanto, es necesario realizar

---

<sup>2</sup>SAD o una Suma de Diferencias Absolutas es una unidad de medida definida como  $\sum_{(i,j) \in W} |\mathbf{I}_1(i,j) - \mathbf{I}_2(x+i, y+j)|$ .

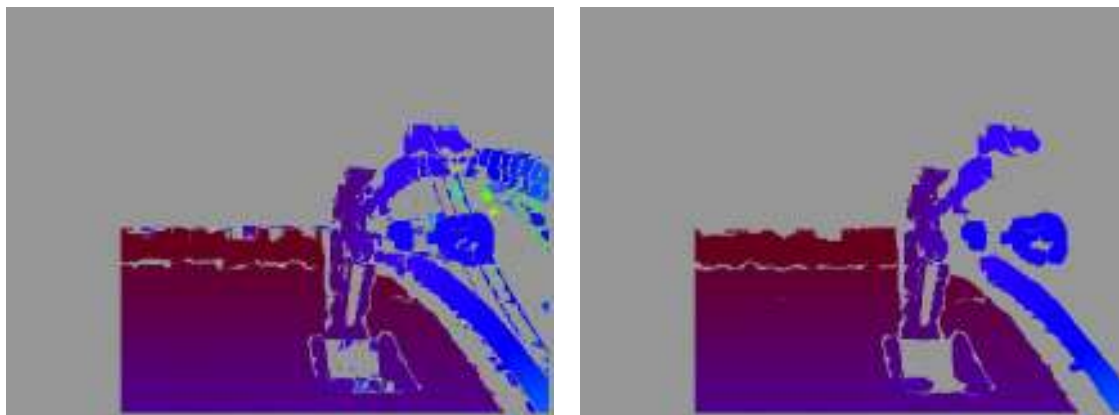


Figura 5.5: Efectos del post-filtrado de las manchas productos del emparejamiento basado en bloques. A la izquierda se observa el problema de la manchas y la derecha la aplicación del post-filtrado de las misma.

un post-filtrado de dichas manchas. En la Fig. 5.5 se observa la formación de manchas alrededor de la herramienta de la retro-excavadora y su posterior filtrado de las manchas. Para filtrar estas manchas debe definirse un rango en el cual sean considerados dichos *blobs*<sup>3</sup> de disparidad como manchas, el cual se determinó en 200.

#### 5.2.4. Levantamiento de la escena

Los sistemas de visión estéreo son pocos preciso en contraste con las mediciones productos de laseres *rangefinder*, aunque estos proporcionan información adicional de la escena. Por tanto, estos son útiles en la medición de los alrededores de la herramienta de la máquina. En la Fig. 5.6 se muestran las imprecisiones en levantamiento de la escena basados en sistemas de visión estéreo. Nótese que estas imprecisiones ocurren en los contornos de los objetos debido a las desviaciones en el calculo del mapa de disparidad producto del ruido asociado a las mediciones de los sensores. Además, puede observarse que algunas regiones del camión no son reconstruidas debido a la carencia en la textura de la misma.

---

<sup>3</sup>En visión por computador se refiere a una pequeña región detecta en la imagen, el cual sus propiedades difiere con la de sus alrededores.

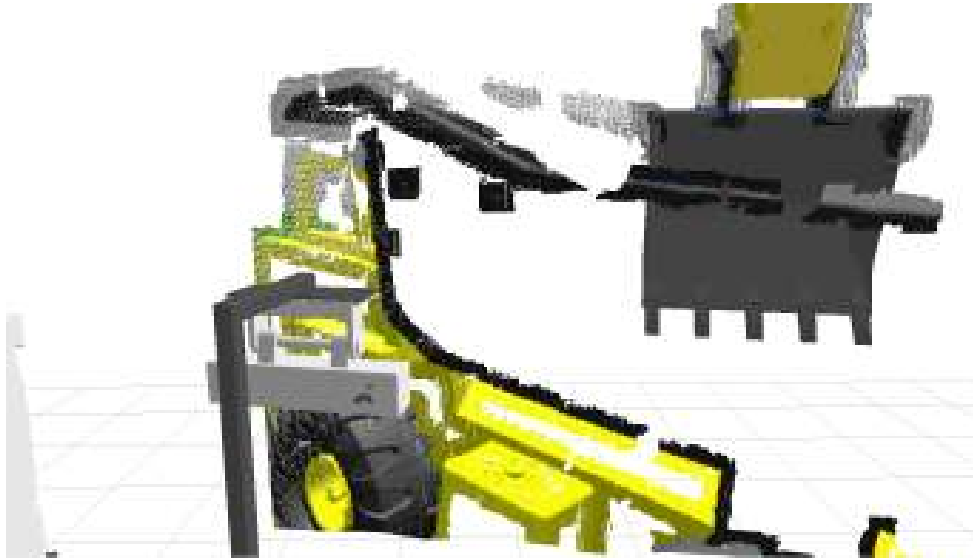


Figura 5.6: Levantamiento de la escena mediante el sistema de visión estéreo.

### 5.3. Filtrado de Datos

En los sistemas de adquisición, en percepción, se maneja gran cantidad de información en la cual existe ruido asociado a las mediciones. Por tanto, para la extracción adecuada de ideas semánticas es necesario acondicionar los datos de forma adecuada. En este sentido, es necesario realizar un conjunto de acondicionamientos que permitan la generación y adquisición de mapas de colisión. A continuación se presenta el conjunto de acondicionamiento requeridos:

- Eliminación de mediciones incorrectas asociadas al ruido de los sensores u otros patrones de error.
- Reducción de la densidad de la nube de puntos a niveles adecuados, es decir, lo suficiente para la extracción de ideas semánticas en tiempo real que no sacrifique la pérdida de información de la escena.
- Eliminación de los puntos asociados a las elementos o componentes del robot.



Con este propósito, se plantea la implementación de tres filtros que acondicionaran los datos apropiadamente. Estos filtros son conocidos como: filtro de voxelgrid, filtro de sombras y filtro de eliminación de puntos del robot. A continuación se detallan los aspectos fundamentales y los parámetros de ajuste de cada uno de los filtros citados.

### 5.3.1. Filtro de sombras

El filtro de sombras o *Shadow Filter* elimina los puntos que son producto del roce con los elementos u objetos de la escena, el cual resultan en las llamadas sombras. Las sombras son puntos simples en medio del espacio que se encuentran entre el objeto rozado y los objetos de fondo. Así que, estos puntos son representados como ruido asociado a las mediciones. Por tanto, el filtro de sombras consiste en la eliminación de  $n$  cantidad de puntos vecinos alrededor de cambios pronunciados en la distancia. En otras palabras, dado dos puntos medidos  $P_1$  y  $P_2$ , y el origen del láser  $O$  se computa el ángulo formado por el plano perpendicular de escaneo y la recta formada por  $P_1$  y  $P_2$ , y si dicho ángulo sale del rango admisible es removido sus  $n$  puntos vecinos.

En este sentido, en la Fig. 5.7 se muestran los resultados del filtrado para dos distintas selecciones de los rangos admisibles. A la izquierda se observa que el ajuste del rango admisible, entre 10 y 70 grados, es muy riguroso ya que solo algunos elementos de la escena son percibidos. En contraste, la imagen de la derecha muestra una selección apropiada de los parámetros del filtro de sombras, donde el rango admisible se encuentra entre 10 y 170 grados.

### 5.3.2. Filtro de voxelgrid

El Filtro de VoxelGrid es una indispensable etapa que sintetiza los objetos, o escenas, en una representación basada en vóxel<sup>4</sup>. En el contexto de Gráficos de Volumen esta etapa

---

<sup>4</sup>Vóxel es una abreviación de elemento de volumen o celda de volumen. Cada vóxel es una unidad cuántica de volumen que posee información acerca de propiedades medidas o variables independientes de

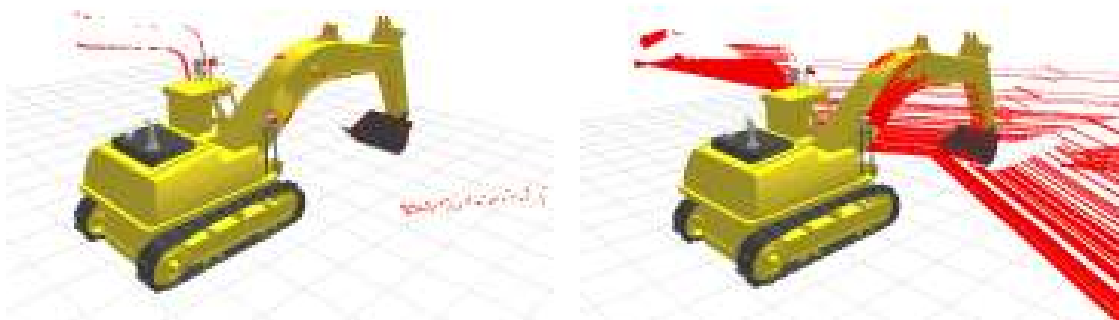


Figura 5.7: Efecto de distintos parámetros de selección del filtro de sombras. A la izquierda se ajusto el rango admisible entre 10 y 70 grados y en la derecha entre 10 y 170.

es conocido como **voxelización**, el cual consiste en la conversión objetos geométricos dentro de un conjunto de vóxeles que mejor se aproximen a la geometría del objeto. En otras palabras, el proceso de voxelización genera una modelo digital discreto de un objeto continuo. En la Fig. 5.8 se muestra la representación basada en vóxeles de una hoja, en el que cada vóxel posee información del color.



Figura 5.8: Voxelización de una hoja. Fuente [Wik13].

---

un objeto real o fenómeno, por ejemplo, la información del color en RGB. En contraste, el vóxel es el concepto 3D de un píxel.

En contraste a la voxelización, un filtro de voxelgrid tiene como objetivo disminuir la cantidad de datos (nubes de puntos o *PointClouds*) mediante un sub-muestreo basado en vóxeles. En este sentido, existen muchos casos en el cual es indispensable la aplicación de un filtro de voxelgrid que reduzca el tiempo de procesamiento y extracción de ideas semánticas de la escena. Por ejemplo, algunas escenas podrían estar formadas por alrededor de 1M de puntos, en el que en la mayoría de los casos la densidad es superior a la necesaria para la extracción de ideas o mapas semánticos del entorno del robot.

En particular, el filtro de voxelgrid consisten en evaluar aquellos vóxeles donde esta ocupados por uno o más puntos y sustituirlos por un punto que representa el centroide de dicho vóxel. En otras palabras, reduce la densidad de puntos usando puntos centroides que representan cada vóxel. Nótese que debe ajustarse adecuadamente el tamaño de los vóxeles, tal que no exista una reducción excesiva que cause pérdida de información de la escena.

Por tanto, en la Fig. 5.9 se aprecia la escena, capturada y filtrada, de un recipiente sobre una mesa, el cual *a priori* se destaca una reducción importante en la densidad de la nube de puntos sin perder información relevante de la escena. En este caso concreto, la escena capturada y filtrada están formada por aproximadamente una nube de puntos de 460K y 41K puntos, respectivamente.

### 5.3.3. Filtro de eliminación de puntos del robot

Un Filtro de Eliminación de Puntos del Robot o *Robot Self Filter* consiste en la remoción de los puntos correspondientes a los eslabones u otros elementos del robot. Para ello se evalúan los puntos que se encuentra dentro del volumen ocupado<sup>5</sup> por los eslabones definidos<sup>6</sup>, y posteriormente son filtrados. La evaluación de los puntos se basa en la

---

<sup>5</sup>El volumen ocupado es considerado como el volumen del objeto más un relleno en la superficie que considera el ruido asociado a las mediciones.

<sup>6</sup>Solo algunos eslabones son percibidos, por tanto, para reducir los tiempos de computo solo se definen estos.

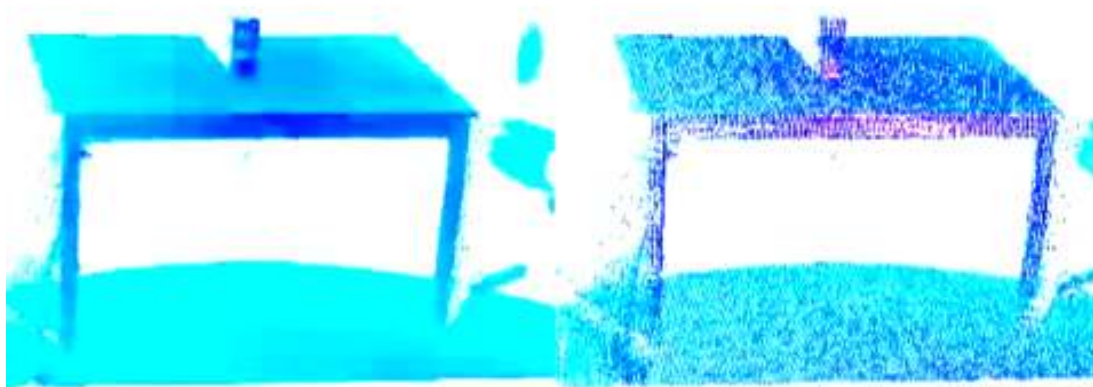


Figura 5.9: Sub-muestreo usando un filtro voxelgrid en una escena formada por un recipiente sobre una mesa. Fuente [Rus13].

medición del estado actual del robot, y la descripción cinemática y visual de la máquina retro-excavadora. En la Fig. 5.10 se aprecian los resultados de la aplicación del filtro de eliminación de puntos del robot (imagen derecha) a los datos crudos (imagen izquierda), donde se destaca como algunos puntos correspondientes a elementos como: *boom*, *stick* y *bucket* son eliminados. Además, se destaca que con el ajuste de la superficie de relleno en 0.05 metros se asegura la eliminación completa de todos los puntos del robot.

## 5.4. Modelado de Ambientes 3D

En el contexto de la robótica, la determinación de un modelo 3D del ambiente es indispensable para ejecutar una importante cantidad de tareas, entre las que se encuentran: navegación y mapeo, evasión de obstáculos y manipulación de objetos. Donde existen distintos enfoques desarrollados para representar y modelar ambientes 3D. En este sentido, en la Fig. 5.11 se detallan cuatro formas comúnmente usadas para representar un árbol que ha sido escaneado con un láser, es decir, basadas en: nube de puntos, mapas de elevaciones [HCK<sup>+</sup>89], mapas de superficies de múltiples niveles [TPB06], y mapas basados en *octree* [WHB<sup>+</sup>10].

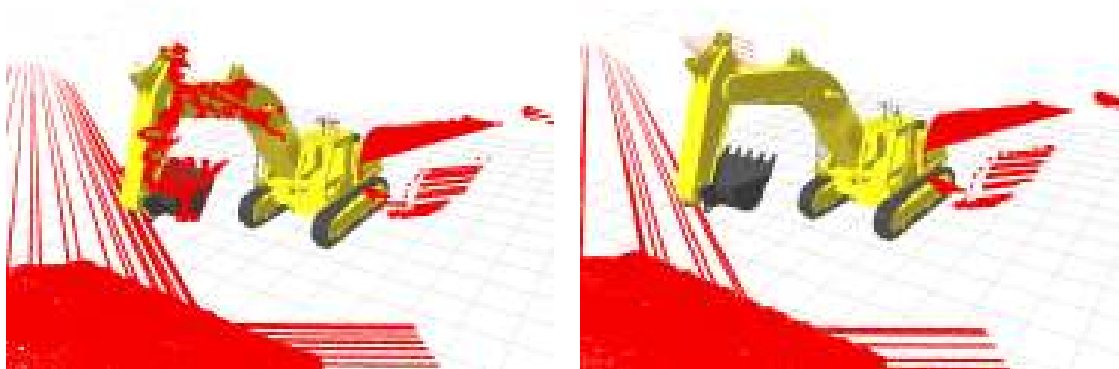


Figura 5.10: Efecto de la aplicación del filtro de eliminación de puntos del robot. A la izquierda se observa la nube de puntos correspondiente a la medición de la escena y en la derecha se observa el efecto de aplicar el filtro de eliminación de puntos del robot

En la representación basada en nube de puntos no se requiere la discretización del ambiente, pero con esta característica no se puede realizar diferencias entre espacios libres o desconocidos, el cual es limitante en las tareas de exploración. Además, no es posible realizar un almacenamiento eficiente y compacto, fenómeno que limita el tamaño del mapa.

Por otra parte, los métodos de mapas de elevación y superficie de múltiples niveles permiten manejar con mayor eficiencia la representación del ambiente 3D, debido a que realizan una discretización de 2.5D<sup>7</sup>. Además, permiten ejecutar eficientemente tareas de planificación global y local debido a que estos pueden representar mapas en múltiples resoluciones con expansión dinámica. Sin embargo, solo pueden ser utilizados bajo ciertas suposiciones acerca de la topología del ambiente, es decir, no pueden modelar adecuadamente objetos como: puentes, túneles, edificios de múltiples niveles, grúas, entre otros debido a la característica 2.5D de estos. Finalmente, los mapas de 2.5D no pueden almacenar áreas libres y desconocidas en una forma volumétrica, lo cual limita su uso en tareas de localización y exploración.

En contraste a los mapas de 2.5D, un mapa basado en *octrees* permite modelar ambientes arbitrarios sin la necesidad de una previa suposición de la topología del mismo,

---

<sup>7</sup>Los mapas de 2.5D representan el espacio ocupado basado en la medición de altura de una rejilla 2D.

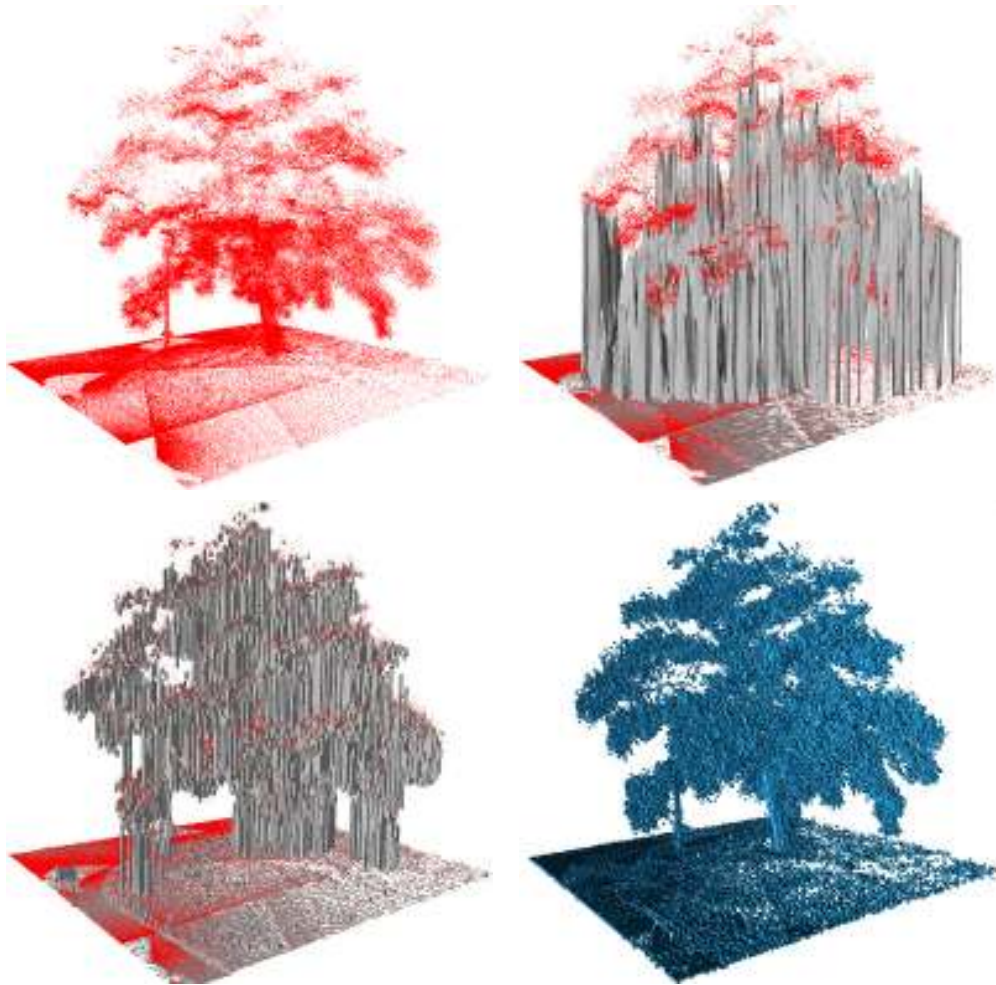


Figura 5.11: Representación 3D de un árbol basado en nube de puntos (izquierda superior), mapas de elevación (derecha superior), mapas de superficie de múltiples niveles (izquierda inferior), y mapas basados en *octrees*. Fuente [WHB<sup>+</sup>10].

con la característica que tienen la capacidad de almacenar información acerca de áreas libres y desconocidas en forma volumétrica. En adición, este tipo de representación permite generar mapas dinámicamente extensibles y en múltiples resoluciones.

Finalmente, todos estos aspectos pueden ser observados en la Fig. 5.11 en la representación de un árbol.

#### 5.4.1. Representación de ambientes 3D en el contexto de una retro-excavadora

Las máquinas retro-excavadoras realizan tareas en ambientes exteriores de diversas naturalezas, es decir, estas pueden ser utilizadas en ambientes de construcción civil, minería, manejo de residuos tóxicos, entre otros. Además, se desenvuelven en espacios de trabajos con presencia de distintos elementos como: puentes, edificios, túneles, árboles, grúas, otras maquinarias de excavación, camiones, humanos, etc. En adición, para ejecutar tareas de excavación o remoción de desechos autónomas se requiere que el robot excavador sea capaz de realizar tareas de exploración, localización, mapeo, navegación, evasión de obstáculos, manipulación, cooperación con otros agentes, planificación de movimientos y tareas.

Por otra parte, no es un problema trivial el desarrollo e implementación de un sistema apropiado para representar y modelar los espacios de trabajo de las máquinas retro-excavadoras. Por tanto, la representación del modelo 3D de sus ambientes deben tener las siguientes características:

**Modelo de la escena de la retro-excavadora.** El proceso de modelado del ambiente debe ser capaz de representar los distintos elementos encontrados en los espacios de trabajo, esta es una característica de suma importancia. Además, se requiere modelar las zonas libres y desconocidas que permitan realizar tareas de exploración autónoma y levantamiento del terreno.

**Capacidad de actualización.** La capacidad de actualización es indispensable para poder considerar la nueva información agregada por múltiples agentes de excavación, en el cual se consideren la dinámica no estructurada de la escena, y los ruido asociado a los sensores.

**Flexible.** Los mapas debe ser de múltiples resoluciones y dinámicamente extensibles. Esta cualidad permite mejorar la eficiencia en la planificación de tareas de alto-nivel y locales de la retro-excavadora, por ejemplo, para ejecutar tareas de navegación y manipulación de desechos,

**Compacto.** El mapa debe ser almacenado eficientemente para un intercambio adecuado, incluso con restricciones de ancho de banda, entre excavadoras u otros elementos de cooperación.

En este sentido, la representación y modelado de ambientes 3D basada en un mapa de *octrees* es la única que cumple con cada una de las características requeridas, para desarrollar tareas de excavación y remoción de desechos de forma autónoma.

#### 5.4.2. Mapa de octrees

Los mapas de *octrees* consisten en la discretización y codificación del espacio, basado en vóxeles, en áreas ocupadas, libres y desconocidas como se muestra en la Fig. 5.12. Un *octree* es una estructura jerárquica de datos de una subdivisión espacial en 3D [Mea82]. Cada nodo en un *octree* representa un espacio contenido en un volumen cubico conocido como vóxel. Este volumen es recursivamente subdividido en ocho partes hasta conseguir la resolución definida. Además, como un *octree* es una estructura de datos jerarquizada es posible cortar el árbol en una determinada resolución como se aprecia en la Fig. 5.13. Nótese que un nodo libre es explícitamente representado como tal para resolver problemas de ambigüedades en nodos no inicializados.

Una importante cualidad de este método de representación es que puede realizarse una poda del árbol en casos en que los hijos de un determinado nodo tenga el mismo estado o etiqueta. Nótese que esta característica reduce substancialmente la cantidad de nodos requeridos.



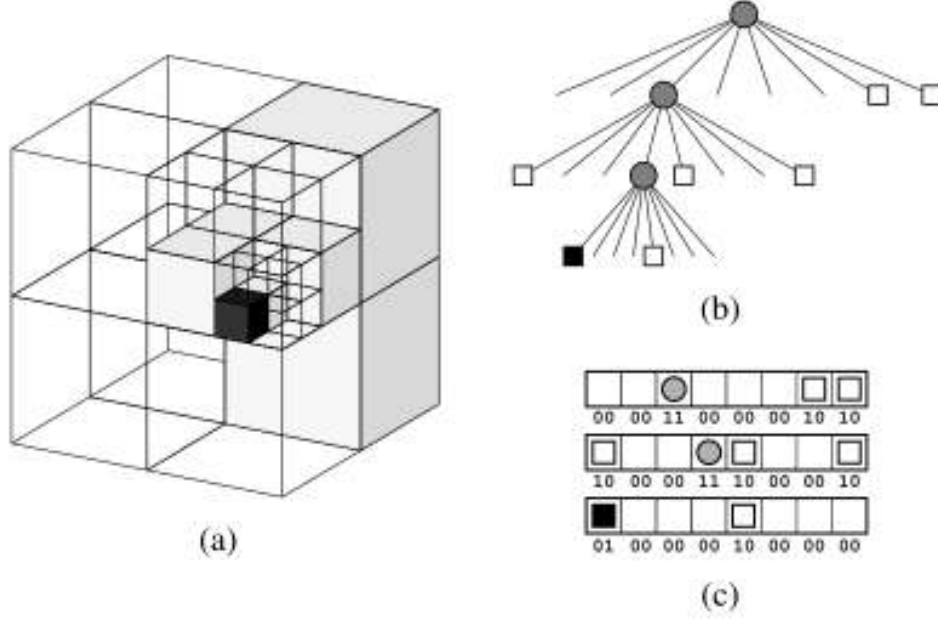


Figura 5.12: Esquema de codificación de OctoMap en que se representa las celdas ocupadas en negro y las almacenadas en gris, donde (a) es la representación espacial, (b) el correspondiente árbol de representación y (c) la correspondiente en *bitstream* para el almacenaje.

Por otra parte, en los escenarios reales de las retro-excavadoras no es suficiente con el etiquetaje de vóxeles debido al ruido asociado a los sensores<sup>8</sup> o a las características dinámicas "no-estructuradas" de la escena. En este sentido, la ocupancia puede ser representada como una variable aleatoria. Por tanto, en [ME85] la ocupancia se modela probabilísticamente, es decir, como la probabilidad  $P(n, \mathbf{z}_{1:k})$  de que un nodo  $n$  este ocupado dado las mediciones del sensor  $\mathbf{z}_{1:k}$ , y este modelo es de la forma:

$$P(n, \mathbf{z}_{1:k}) = \left[ 1 + \frac{1 - P(n|\mathbf{z}_k)}{P(n|\mathbf{z}_k)} \frac{1 - P(n|\mathbf{z}_{1:k-1})}{P(n|\mathbf{z}_{1:k-1})} \frac{1 - P(n)}{P(n)} \right]^{-1} \quad (5.1)$$

Suponiendo una probabilidad uniforme *a priori*  $P(n) = 0,5$  y usando la función logit ( $L$ )<sup>9</sup> se simplifica (5.1) como:

$$L(n, \mathbf{z}_{1:k}) = L(n|\mathbf{z}_k) + L(n|\mathbf{z}_{1:k-1}) \quad (5.2)$$

<sup>8</sup>En el caso de sistemas de percepción basados en cámaras estéreo, el ruido asociado a las mediciones de las cámaras puede afectar significativamente el computo de la nube de puntos como se observa en la Sección 5.2.

<sup>9</sup>Notesé que  $L(\cdot)$  representa  $\text{logit}(P(\cdot))$ .

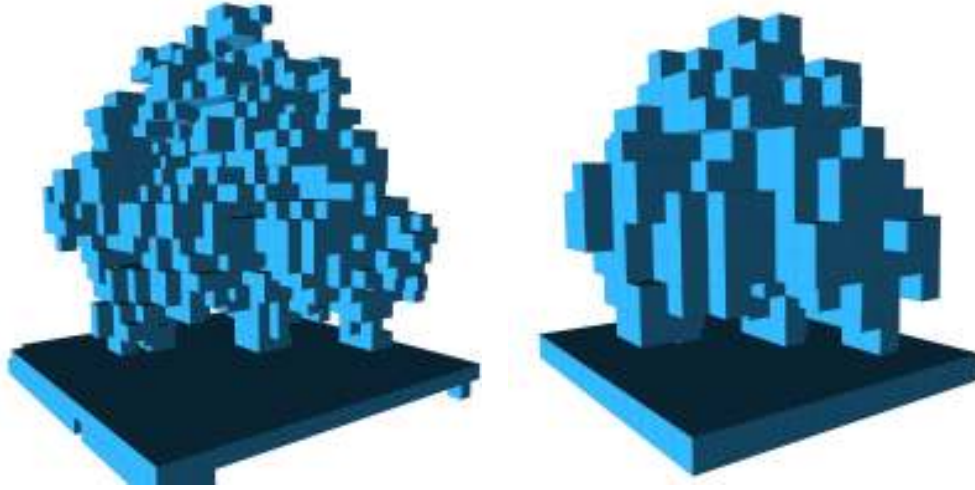


Figura 5.13: Representación de un árbol en distintas resoluciones, a 0.64 m (izquierda) y 1.28 m (derecha). Fuente [WHB<sup>+</sup>10].

En la ecuación (5.2) se contempla que cualquier cambio en el estado de un nodo requiere tantas observaciones como fuesen integradas para definir su estado actual. Además, notesé que en (5.2) puede existir problema de exceso de confianza en el mapa, por tanto, en [YAL07] se propone una política de actualización fija "*clamping update policy*" (5.3) que resuelve este problema.

$$L(n, \mathbf{z}_{1:k}) = \max(\min(L(n|\mathbf{z}_k) + L(n|\mathbf{z}_{1:k-1}), l_{\max}), l_{\min}) \quad (5.3)$$

con  $l_{\min}$  y  $l_{\max}$  como los umbrales de fijación máximo y mínimo. Nótese que valores pequeños de estos umbrales causan un fuerte compactación de los datos pero con una reducción en la confianza del mapa.

Finalmente, para determinar la probabilidad de ocupancia de un determinado nodo es necesario realizar las actualizaciones probabilísticas en cada una de las ramas del árbol de datos, es decir, realizar las actualizaciones en las múltiples resoluciones del mapa. Donde la probabilidad de ocupancia de un determinado nodo  $n$  dado sus ocho sub-volúmenes puede ser determinada con la media de la ocupancia

$$\bar{l}(n) = \frac{1}{8} \sum_{i=1}^8 L(n_i) \quad (5.4)$$

o con la máxima ocupancia

$$\hat{l}(n) = \max_i L(n_i) \quad (5.5)$$

Nótese que el uso de una estrategia conservadora  $\hat{l}(n)$  puede ser más adecuada para la actualización de los nodos internos, como es el caso de las tareas de navegación. Por tanto, en este Trabajo de Grado se establece esta medida conservadora.

### 5.4.3. Implementación y resultados

La implementación del sistema de representación 3D basado en *octree* se desarrolló sobre OctoMap, el cual es una biblioteca *open source* desarrollada en C++ por [WHB<sup>+</sup>10]. Para poder implementar la política de actualización fija se requiere determina el modelo inverso del sensor en conjunto con los umbrales de fijación como se aprecia en (5.3). Luego de varias simulaciones se determinó un apropiado modelo inverso del sensor, el cual esta definido como:

$$L(n|\mathbf{z}_k) = \begin{cases} l_{occ}, & \text{si el rayo es reflejado dentro del volumen} \\ l_{free}, & \text{si el rayo atraviesa el volumen} \end{cases} \quad (5.6)$$

donde  $l_{occ} = 1,39$  y  $l_{free} = -0,80$  corresponden con la probabilidad de 0,8 para volúmenes ocupados y 0,31 para volúmenes libres, respectivamente. Los umbrales de fijación se ajustaron en  $l_{\min} = -2$  y  $l_{\max} = 3,48$ , el cual corresponden con las probabilidades de 0,12 y 0,97, respectivamente.

Finalmente, en la Fig. 5.14 se observa el levantamiento del mapa de colisiones a partir de las mediciones realizadas por la cámara estéreo y los lasers *rangefinder* izquierdo y derecho. Donde se destaca que gracias a las mediciones de los sensores<sup>10</sup> (datos en rojo) puede reconstruirse por completo el espacio ocupado por el camión volqueo (vóxeles en verde). Nótese que los puntos correspondientes al plano del terreno son descartados debido a que estos no son considerados como objetos de colisión. En este sentido, en la Fig. 5.15

---

<sup>10</sup>Cámara estéreo y lasers *rangefinder*.



Figura 5.14: Levantamiento del mapa de colisiones de una escena típica de carga basado en las mediciones realizadas por el conjunto de laseres y la cámara estéreo.

se detalla el levantamiento del mapa de colisiones de la escena en dos distintos ángulos de vista.

## 5.5. Aportes

En principio, en este capítulo se implementa un conjunto de técnicas relacionadas al procesamiento de las nubes de puntos y a los sistemas de visión estéreo. Este conjunto de técnicas son un aporte para el Grupo de Investigación y Desarrollo en Mecatrónica de la Universidad Simón Bolívar, pues de alguna manera puede ser aplicadas en los sistemas de percepción de otras plataformas robóticas del grupo.

Por otra parte, se desarrolló un sistema de percepción que es capaz de realizar levantamientos de mapas de colisiones en entornos y condiciones particulares a la naturaleza de las operaciones ejecutadas por las máquinas retro-excavadoras. Destacándose que no se ha reportado en la literatura el desarrollo de sistemas de percepción en robots excavadores

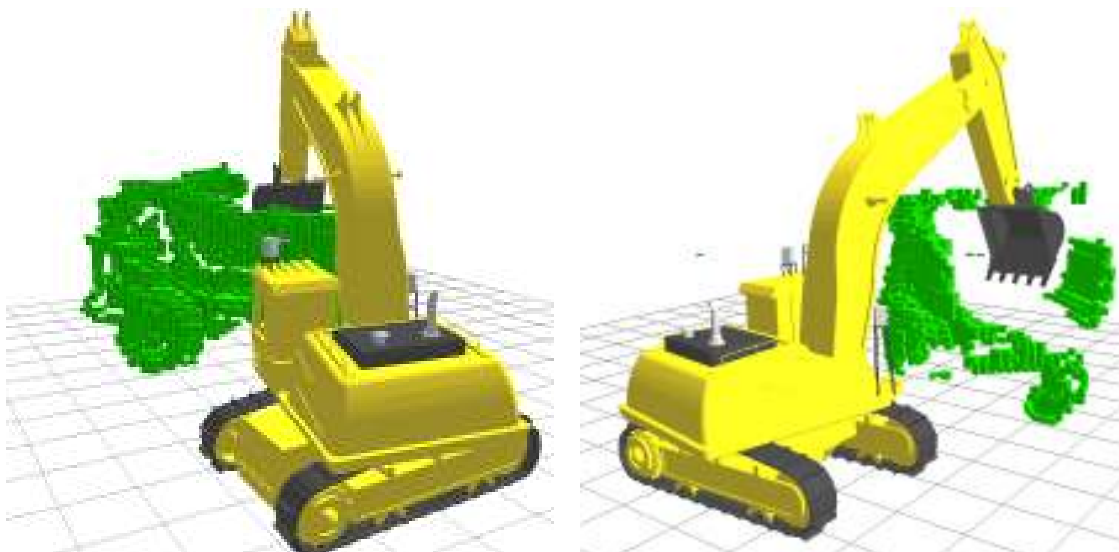


Figura 5.15: Levantamiento del mapa de colisiones de una escena típica de carga.

que sean capaces de realizar tales levantamientos. Además, se plantean las ventajas del uso de *octrees* en la representación 3D de los ambientes de las retro-excavadoras. En adición, ahora el Grupo de Mecatrónica cuenta con una arquitectura de percepción que puede ser extrapolada en cada una de las plataformas robóticas del grupo para realizar tareas como: planificación de movimiento, localización, navegación, mapeo, evasión de obstáculos, entre otras.

Finalmente, se plantea una nueva línea de investigación en el Grupo de Mecatrónica, el cual está enfocada en el desarrollo de sistemas de percepción que permitan la extracción de ideas semánticas de la escena adaptadas a las aplicaciones y necesidades de las plataformas robóticas del grupo.

## 5.6. Conclusiones

En este capítulo se revisaron los distintos esquemas de medición empleados en el contexto de los robots excavadores, el cual permitió definir el sistema de percepción basado en dos láseres *rangefinder* y una cámara estéreo. Posteriormente, se desarrolló un conjunto

de módulos necesarios para el levantamiento de mapas de colisión, estos módulos fueron divididos en dos fases: adquisición de datos y procesamiento de datos.

En la fase de adquisición de datos se implementó el algoritmo de *Block-Matching Stereo* que permite buscar los puntos de correspondencia entre las dos imágenes en tiempo real. A pesar de lograrse la reconstrucción 3D de la escena lo suficientemente rápida se consigue que las cámaras estéreas no son dispositivos aptos para percibir el amplio rango de visión que debe tener una máquina retro-excavadora. Por tal motivo se decide agregar dos lasers *rangefinder*. En este sentido se tuvo que incluir un algoritmo que fusión todos los datos (cámara y lasers) en un solo mensaje. Así que, para ello los datos de los lasers tienen que ser acondicionados y transformados, es decir, la aplicación de un filtro de sombras luego de la transformación en formato de nube de puntos.

En la fase de procesamiento de datos se implementa un filtro de voxelgrid que reduce la densidad de puntos, tal que sea posible la extracción rápida de ideas semánticas sin pérdidas de información importante de la escena. Esta es una técnica ampliamente usada en otras aplicaciones robóticas. Además, se implementó un filtro de eliminación de puntos del robot debido a que el sistema tiene solo como propósito percibir la escena de la máquina, o en otras palabras, realizar el levantamiento del mapa de colisión.

Finalmente, para realizar el levantamiento del mapa de colisión se realizó un revisión del estado del arte sobre los distintos esquemas de representación de ambientes 3D. Así que, cuatro esquemas de representación se destacan: nube de puntos, mapas de elevación, mapas de superficie de múltiples niveles y mapas basados en *octrees*. Donde los mapas basados en *octrees* presenta mayores beneficios en las distintas aplicación requeridas para la autonomía en las operaciones de una retro-excavadora. Por tanto, se implementó tal esquema de representación, en el cual se consiguieron resultados positivos en la representación de la escena de la máquina.

## Capítulo 6

# Aprendizaje por Demostración usando DMP

En este capítulo se describen los principios de la planificación de movimientos basada en un esquema de aprendizaje por demostración usando Primitivas de Movimientos Dinámicos (*Dynamic Movement Primitive*, DMP); el cual es una potencial manera de simplificar el aprendizaje de Políticas de Control (*Control Policies*, CP). Además, se realiza una exposición de motivos que explican en detalle el ¿por qué? es necesario la implementación de estos esquemas en el contexto de la planificación y ejecución autónoma de tareas en retro-excavadoras. En adición, se presenta los fundamentos para la planificación de movimiento mediante el aprendizaje de políticas de control, el cual se mencionan los métodos de auto-búsqueda y de imitación o demostración para el computo de CPs. Posteriormente, se expone la formulación de la DMP como estructura matemática que permite la codificación de una CP, donde se desarrolla el procedimiento de aprendizaje y propagación de las DMPs. Además, también se describen las analogías de las DMPs con los sistemas neurofisiológicos, debido a la naturaleza bio-inspirada de estos esquemas. Por otra parte se expone la arquitectura desarrollada para la ejecución autónoma de tareas usando DMPs, en el cual se explica la interconexión de los distintos sistemas (percepción, planificación y control) y la configuración implementada de la DMPs. Finalmente, se presentan los resultados en dos escenarios de estudio, es decir, para el aprendizaje y generación de tareas de excavación y carga de camión. Estos resultados destacan los distintos casos de

sintonización de las DMPs y sus rendimientos en la generación de movimientos primitivos.

## 6.1. Motivación

En la actualidad existen una gran variedad de enfoques que resuelven el problema de planificación de movimientos. Los primeros desarrollos se enfocaron en la determinación de trayectorias de movimiento basadas en una interpolación polinomial de puntos característicos de la trayectoria, donde estos carecen de adaptabilidad<sup>1</sup>, y además, no consideran los objetos del espacio del trabajo del robot. Posteriormente, se desarrollaron un conjunto de métodos basados en el búsqueda de rutas libres de obstáculos en el espacio de configuración<sup>2</sup> del robot, entre los que se tiene  $A^*$ , *Probabilistic RoadMap* (PRM), *Rapidly-exploring Random Tree* (RRT) y Campos Potenciales. Sin embargo, no consideran las restricciones o características particulares de determinados movimientos a pesar de presentar mejores prestaciones que las simples interpolaciones polinomiales. En este sentido, una nueva oleada de métodos de planificación esta orientas en esquemas de aprendizaje de movimientos primitivos. Por tanto, el aprendizaje de movimientos primitivos permiten codificar las características particulares de cada movimiento, resultando en métodos de planificación de movimientos con mejores prestaciones que los anteriores.

Un ejemplo de tales necesidades es reportado en [YA11], en el cual se demuestra que el empleo del planificador basado en búsqueda RRT resulta insuficiente en la ejecución de un movimiento que traslada la azúcar de un contenedor a otro mediante el empleo de una cuchara. En este sentido, en [YA11] se desarrolla un método de planificación basado en un esquema de aprendizaje por demostración llamado *Demonstration-Guided Motion Planning* (DGMP), el cual se obtienen resultados exitosos.

Los resultados del DGMP son comparados en la Fig. 6.1, donde se observan el movimiento planificado por el RRT (izquierda), y por el DGMP (derecha). En el cual se

---

<sup>1</sup>Se refiere a la capacidad de generar movimientos en otros contexto.

<sup>2</sup>En robótica, el espacio de configuración se refiere a todas las alcanzables posiciones del robot.





Figura 6.1: Comparación entre esquemas de planificación. A la derecha se muestran los resultados de la planificación basada en RRT y a la izquierda basada en un algoritmo de aprendizaje por demostración llamado DGMP. Fuente [YA11].

aprecia que en el DGMP no se derrama el azúcar de la cuchara en la mesa, en contraste al planificador RRT que si lo hace.

En conclusión, los métodos basados en búsqueda no resultan convenientes en la ejecución de tareas con características importante, por tanto, se requiere ejecutar movimiento de acuerdo a un conjunto de políticas de control (CP) que codifican los aspectos o características de cada una de las tareas. En este sentido, se plantean esquemas de aprendizaje por demostración que permitan encontrar de forma intuitiva el conjunto de políticas de control de una determinada tarea.

## 6.2. Políticas de Control para la Generación de Movimientos

El desarrollo de un sistema completamente autónomo requiere, que el agente inteligente, tenga la capacidad de planificar y ejecutar un conjunto de comportamientos o tareas básicas. Esto representa un problema de alta dimensionalidad y complejidad, debido a que debe considerarse cada uno de los aspectos relacionados con la dinámica del robot y el ambiente, y la naturaleza intrínseca de las tareas a ejecutar. Por tanto, en general, se puede conseguir CPs con autonomía por medio de dos formas:

1. Mediante el empleo de una auto-búsqueda del espacio-estado que permita la generación de una CP.
2. Mediante el empleo de esquemas de aprendizaje supervisado, que generan políticas de control basadas en la imitación u observación de las habilidades motrices humanas.

Por tanto, en líneas generales ambos enfoques intentan encontrar una política de control para una tarea específica de la forma:

$$\mathbf{u} = \pi(\mathbf{x}, t, \alpha) \quad (6.1)$$

El cual dicha política de control consiste en mapear el espacio de configuración del robot (vector de estado actual  $\mathbf{x}$ ) en unos comandos para los motores (acción de control  $\mathbf{u}$ ), con posiblemente dependencia temporal  $t$ . Además, existen un conjunto de parámetros ajustable de una CP que son representados por  $\alpha$ , el cual describe las condiciones de un comportamiento determinado.

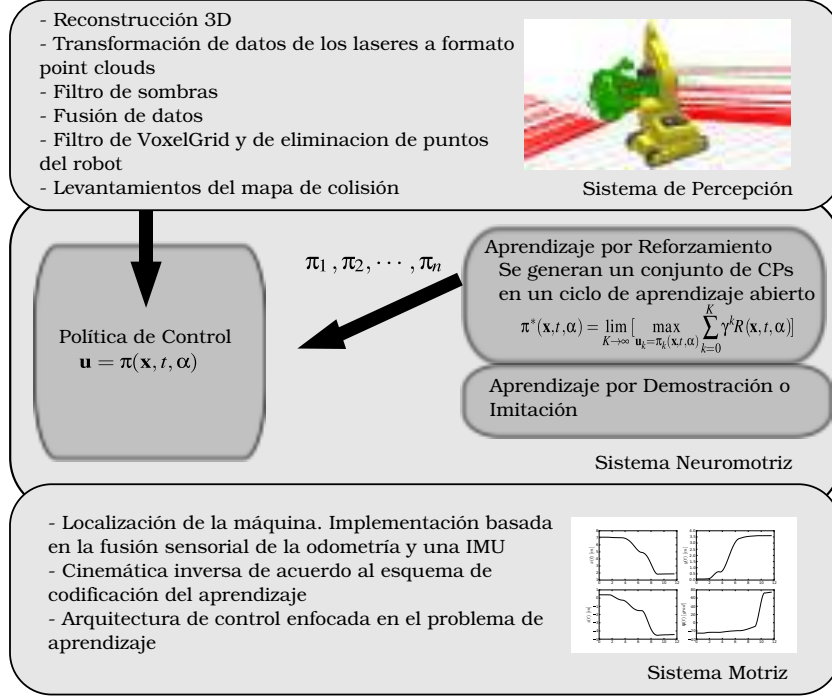


Figura 6.2: Políticas de Control.

### 6.2.1. Métodos de auto-búsqueda

El aprendizaje de políticas de control, o concretamente hablando la planificación de movimientos usando métodos de exploración de nuevas acciones, pueden ser difícil debido a la alta dimensionalidad del espacio; aunque se puedan conseguir buenas u óptimas soluciones para una tarea especificada<sup>3</sup>. Los esquemas de aprendizajes no supervisado y por reforzamiento se basa en este enfoque, donde los últimos usualmente requieren un representación precisa de los estados y acciones de un sistema de movimiento<sup>4</sup>, y una función escalar de costo o recompensa  $J$ .

En este sentido, los métodos de auto-búsqueda por reforzamiento consisten en la determinación de una política de control óptima  $\pi^*(\mathbf{x}, t, \alpha)$  mediante un proceso iterativo de selecciones de políticas intermedias  $\pi_t(\mathbf{x}, t, \alpha)$ , tal que se alcance el máximo global de la

<sup>3</sup>*Probabilistic RoadMap, Rapidly-exploring Random Tree* y *A\** pueden ser clasificados como métodos de planificación de movimientos basado en la exploración de nuevas acciones.

<sup>4</sup>También conocida como la función de transición de estados.

recompensa total, es decir:

$$\pi^*(\mathbf{x}, t, \alpha) = \lim_{K \rightarrow \infty} \left[ \max_{\mathbf{u}_k = \pi_k(\mathbf{x}, t, \alpha)} \sum_{k=0}^K \gamma^k R(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k, \mathbf{x}_{k+1}) \right] \quad (6.2)$$

La principal desventaja del aprendizaje por reforzamiento es que el costo computacional se incrementa, donde en algunos casos pueden ser intratable, a medida que aumentan los grados de libertad (g.d.l.) del robot.

### 6.2.2. Métodos de demostración o imitación

Para simplificar el aprendizaje de políticas de control es necesario encontrar una representación de espacio-estado más compacta. En [SPS99] se formula una representación macroscópica de políticas en forma de primitivas de movimiento o también llamadas políticas primitivas. Las primitivas de movimiento son políticas parametrizadas que permiten conseguir una completa conducta de movimiento. El aprendizaje de estas políticas por demostración o imitación evitan la excesiva búsqueda de todo el espacio-estado. En la literatura estas políticas primitivas son clasificadas según el tipo de movimientos que desean codificar, es decir, en movimientos rítmicos y discretos, como es propuesto en [INS03]. En este sentido, la generación de movimientos basado en el aprendizaje de políticas demostradas, puede desarrollarse con el uso de ecuaciones diferenciales no-lineales y técnicas estadísticas de aprendizaje que permitan realizar una representación compacta del espacio-estado. En el diseño de tales sistemas de representación, por ecuaciones diferenciales no-lineales, debe considerarse que la configuración del panorama de atracción<sup>5</sup> no afecte la generación de cualquier movimiento primitivo.

Por otra parte, los métodos de demostración o imitación permiten la incorporación de esquemas de aprendizaje por reforzamiento que permiten mejorar el rendimiento de las políticas de control aprendidas para la generación de movimientos primitivos. Distintos

---

<sup>5</sup>Se refiere a un análisis del lugar geométricos de los atractores de la ecuación diferencial.

enfoques que incorporan los esquemas de aprendizaje por reforzamiento existen en la literatura, y los 3 principales consisten en:

- Políticas de actualización basadas en Gradiente.
- Políticas de actualización basadas en Maximización de la Expectativa.
- Políticas de actualización basadas en Control Óptimo Estocástico.

En este sentido, en [PS08] se implementó una política de actualización basada en Gradiente llamada *Episodic Natural Actor Critic* (eNAC), el cual emplea una política de gradiente estocásticas empleando el enfoque de gradiente natural de Amari [Ama98]. Por otra parte, en [KP09] se desarrolló una política de actualización basada en la Maximización de la Expectativa llamada *Policy learning by Weighted Exploration with Returns* (PoWER), que consiste en una exploración estructurada basada en la media del estado  $\epsilon(\boldsymbol{\mu}(\mathbf{x}, t))$ . Finalmente, en [TBS10] se desarrolló una política de actualización basada en la formulación y resolución de un control óptimo estocástico llamada *Policy Improvement with Path Integrals* (PI<sup>2</sup>). En esta ultima no existe inestabilidades numéricas producto de inversiones de matrices o ratas de gradiente de aprendizaje como en [PS08].

En lineas generales, todos los algoritmos de aprendizaje por reforzamiento están basados en actualizaciones a trazos o episodios, el cual consisten en métodos de búsqueda local que no requieren de una solución inicial cercana a la óptima. Además, ambos algoritmos usan similares estrategias de actualización y exploración, es decir, realizan una exploración estructurada que son actualizadas mediante el promedio pesado de la bondad del vector de exploración. Y finalmente, todos re-usan los episodios pasados mediante adecuados muestreos.

### 6.3. Primitiva de Movimientos Dinámicos

Una Primitiva de Movimientos Dinámicos o *Dynamic Movement Primitive* (DMP) es una ecuación diferencial no-lineal que codifica un patrón de comportamiento básico (por ejemplo, movimientos rítmicos o discretos). Por tanto, el propósito de esta política de control consiste en alcanzar el estado objetivo con una particular forma en su trayectoria, e independiente de su estado inicial. Además, las DMPs son una representación compacta de políticas de planificación de movimientos de alta dimensionalidad, y estas deben tener las siguientes características:

- La convergencia para cualquier estado objetivo debe ser garantizada.
- La DMP debe ser capaz de generar cualquier trayectoria suave deseada.
- La DMP tienen que ser temporal y espacialmente invariante.
- Debe ser robusta ante perturbaciones debidos a la inherente dinámica del atractor.

La idea general del uso de primitivas de movimientos dinámicos fue propuesta por [INS03], el cual puede ser interpretada como dos sistemas dinámico con una conexión unidireccional tal que un sistema maneja al otro. En donde, un sistema se encarga de sincronizar la fase del movimiento y el otro en codificar políticas primitivas de movimiento con respecto a la fase; estos son conocidos como sistema canónico y sistema de transformación, respectivamente. Como resultado, se tiene un sistema de la forma:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{g}(\mathbf{x}, s, f(s)) \\ \dot{s} &= h(s)\end{aligned}\tag{6.3}$$

donde  $\mathbf{g}(\cdot)$  es la función que representa al sistema de transformación,  $h(\cdot)$  es la función que representa al sistema canónico,  $\mathbf{x}$  es el vector de estado asociado a las posiciones,  $s$  es la variable de fase y  $f(s)$  es la función que codifica un determinado movimiento primitivo.

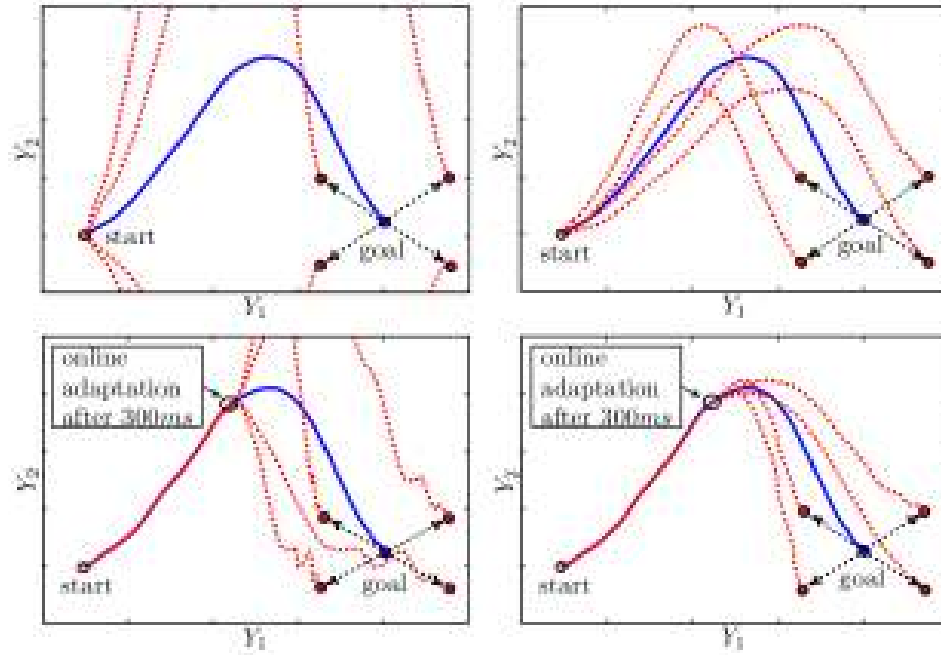


Figura 6.3: Comparación entre las formulación DMP de [HPS08] (imágenes izquierdas) y [PHAS09] (imágenes derechas) en la adaptación a distintos objetivos.

Por otra parte, estos movimientos pueden ser de tipo discreto o rítmico; característica importante para la formulación de la DMP. Así que, en la literatura existen distintas formulaciones de DMPs que son dependientes del tipo de movimiento, como se aprecian en los trabajos [INS03] [HPS08] [PHAS09]. En el caso de movimientos discretos, las DMPs que han dado mejores resultados fueron inspiradas por hallazgos neurofisiológicos. Como en [HPS08] que formuló la DMP de acuerdo al modelo neurofisiológico de una rana, aunque con problemas en la adaptación a nuevos estados objetivos. En este sentido, en [PHAS09] se formuló una DMP que mejora los problemas de adaptación de [HPS08], y fue aplicada para codificar movimientos unidimensionales discretos asociados a las tareas de sujeción y manipulación de objetos. Estos resultados se observan en la Fig. 6.3, donde se destaca que la formulación de [HPS08] (imagen izquierda) genera movimientos primitivos que se exaltan mucho, caso contrario al que se observa en la formulación de [PHAS09] (imagen derecha).

En este sentido, la representación de [PHAS09] consiste en un conjunto de ecuaciones diferenciales referidas como sistema de transformación (6.4) y sistema canónico (6.7), de acuerdo a la ecuación (6.3), que define un movimiento discreto unidimensional como:

$$\begin{aligned}\tau\dot{v} &= K(g - x) - Dv - K(g - x_0)s + Kf(s) \\ \tau\dot{x} &= v\end{aligned}\tag{6.4}$$

donde  $x$  y  $v$  es la posición y velocidad del sistema;  $x_0$  y  $g$  es la posición inicial y objetivo;  $\tau$  es un factor de escalamiento temporal;  $K$  es una constante de rigidez;  $D$  la constante de amortiguación; y  $f(s)$  es una función no-lineal el cual puede ser aprendida para una trayectoria suave determinada. Las ganancias  $K$  y  $D$  deben ser sintonizadas para que el sistema sea críticamente amortiguado.

Con el sistema de transformación definido como (6.4), el aprendizaje de movimiento primitivo puede ser interpretado como un sistema de masa-resorte-amortiguador perturbado por una fuerza no-lineal. En un sentido neurofisiológico, esto significa que la memoria muscular<sup>6</sup> de una determinada tarea motriz es codificado dentro de la pre-corteza motriz  $f(s)$ <sup>7</sup>, que posteriormente se ejecutará con una dinámica muscular dada por el sistema de transformación. Matemáticamente hablando, la pre-corteza motriz es definida como una función no-lineal  $f(s)$  de la forma:

$$f(s) = \frac{\sum_i^N \omega_i \psi_i(s)s}{\sum_i^N \psi_i(s)}\tag{6.5}$$

donde  $\psi_i(s) = \exp(-h_i(s - c_i)^2)$  son funciones bases Gaussianas, con centro  $c_i$  y ancho  $h_i$ , y  $\omega_i$  son los pesos que tienen que ser aprendidos<sup>8</sup>. Por tanto, la definición de  $f(s)$  en (6.5) puede ser interpretada como una red neuronal artificial formada por neuronas definidas como *kernels* Gaussianos normalizados y ponderados por la fase del movimiento, es decir,

$$f(s) = \sum_i^N \omega_i F_i(s), \text{ con } F_i(s) = \frac{\psi_i(s)s}{\sum_i^N \psi_i(s)}\tag{6.6}$$

---

<sup>6</sup>También es usado como sinónimo aprendizaje motriz.

<sup>7</sup>Representaría la función de la pre-corteza motriz.

<sup>8</sup>En estos se almacena toda la información acerca de un determinado movimiento primitivo o política primitiva.



en el cual  $F_i(s)$  representa el modelo de la neurona.

Por otra parte, el sistema canónico (6.7) sincroniza o coordina los movimientos de forma similar a la que el Cerebelo lo hace.

$$\tau \dot{s} = -\alpha s \quad (6.7)$$

donde  $\alpha$  representa un factor de ajuste de la duración del movimiento primitivo.

En un contexto matemático, esta formulación satisface la invarianza espacial y temporal, debido a que  $f(s)$  depende solo de la variable de fase  $s$ . En el cual la variable de fase es monótonamente decreciente (desde 1 hasta 0) de acuerdo a (6.7).

Finalmente, una primitiva de movimientos dinámicos consiste en la codificación de una tarea mediante un conjunto de pesos  $\omega_i$  que son computados en un proceso de aprendizaje por demostración, es decir, para una trayectoria enseñada  $(x(t), \dot{x}(t), \ddot{x}(t))$ . Con el procedimiento de demostración, el robot puede computar la función no-lineal de un determinado movimiento primitivo  $f_{target}(s)$  según la ecuación (6.8), y poder determinar el conjunto de pesos del movimiento. Los pesos son determinados mediante un procedimiento de regresión localmente pesada (LWR), el cual consiste en la minimizar la norma euclidiana del error  $J$ . Los detalles del algoritmo LWR son presentados en el Apéndice B. Este procedimiento se refiere al aprendizaje de DMPs, y es detallado a continuación.

### 6.3.1. Aprendizaje de DMPs

Para aprender una primitiva de movimientos dinámicos dado una trayectoria demostrada  $(x(t), \dot{x}(t), \ddot{x}(t))$  se requiere el computo de la fase  $s(t)$ <sup>9</sup>, por medio de la integración de la ecuación diferencial del sistema canónico, el cual depende de un apropiado ajuste de escalamiento temporal  $\tau$ . Posteriormente, se calcula la función objetivo  $f_{target}(s)$  para

---

<sup>9</sup>La variable temporal esta discretizada, es decir,  $t = 0, \dots, T$  donde  $T$  define el tiempo de ejecución de un determinado movimiento primitivo.

cada instante de fase de acuerdo a (6.4), es decir:

$$f_{target}(s) = \frac{\tau\dot{v} + Dv}{K} - (g - x) + (g - x_0)s \quad (6.8)$$

En este sentido, el proceso de aprendizaje de primitivas de movimientos dinámicos consiste en la determinación del conjunto de pesos  $\omega_i$ , que minimicen la norma euclidiana del error  $J$ , es decir,

$$\min_{\omega} J = \sum_s (f_{target}(s) - f(s))^2 \quad (6.9)$$

el cual puede ser resuelto usando el algoritmo de LWR desarrollado en [AMS97]. Y de acuerdo a la ecuación (6.5), las funciones pesos del LWR son definidas como bases Gaussianas. En el Apéndice B se detallan los aspectos fundamentales del algoritmo de regresión localmente pesada.

Finalmente, nótese que  $\omega = [\omega_1 \ \cdots \ \omega_i \ \cdots \ \omega_N]$  define el vector de pesos aprendidos, y estos puede ser re-utilizados para la generación o propagación de una determinada primitiva de movimientos dinámicas. Por tanto, con es este conjunto de pesos  $\omega$  se construye una base de datos de habilidades motrices aprendidas.

### 6.3.2. Propagación de Primitivas de Movimientos Dinámicos

Al igual que el procedimiento de aprendizaje de DMPs, en la propagación de primitivas de movimientos dinámicos debe realizarse un procedimiento de integración del sistema canónico, el cual genere una determinada fase del movimiento  $s(t)$  para cada instante de tiempo  $t$ . Esto permite computar en cada instante de la fase la función no-lineal aprendida según (6.5). Una vez realizado esto son generados o propagados los estados de acuerdo a las condiciones particulares de la tareas a ejecutar, es decir, estado inicial  $x_0$  y objetivo  $g$ , el cual son definidas en el sistema de transformación (6.4). En este sentido, dicha propagación se realiza hasta que la variable de fase se halla establecido en 1.

Nótese que para computar los estados es necesario también integrar el sistema de

transformación en cada instante de la fase del movimiento primitivo. Además, el tiempo de ejecución de una determinada tarea puede ser establecido mediante el re-ajuste del factor de escalamiento temporal  $\tau$ .

## 6.4. Generación de Movimientos con Primitivas de Movimientos Dinámicos

En la Sección 6.3, se expuso la generación de movimientos unidimensionales discretos mediante el empleo de Primitivas de Movimientos Dinámicos. Donde el establecimiento de un conjunto de DMPs permiten generar movimientos o tareas de forma completamente autónoma. Por tanto, para la selección e implementación de este conjunto de DMPs deberán considerarse los siguientes aspectos:

- Arquitectura o topología cinemática del robot.
- Naturaleza de las tareas que se requieren aprender.

En este sentido, en la generación autónoma de movimientos se requiere en cada instante de tiempo propagar cada uno de los estados de las DMPs. Y en líneas generales, la generación de movimientos primitivos es obtenido mediante el empleo del siguiente procedimiento:

1. **Selección de una primitiva de movimiento:** la selección de una primitiva de movimiento representa la elección de un conjunto de pesos  $\omega$ , que describen una específica tarea o comportamiento. Además, para la completa autonomía de una máquina retro-excavadora, es necesario definir un conjunto -biblioteca- de primitivas de movimiento, por medio de una combinación de pesos, que codifiquen cada uno de las tareas realizadas.

2. **Ajuste de la primitiva de movimiento:** corresponde con el ajuste de los parámetros de la DMPs en cada uno de los  $n$  sistemas de transformación definidos para codificar los movimientos primitivos. Los parámetros de ajusten son: el tiempo de duración  $\tau$ , la posición inicial  $\mathbf{x}_0$  y la posición objetivo  $\mathbf{g}$ . Nótese que el ajuste depende de las condiciones particulares de la tarea, y puede ser determinado mediante sensores propioceptivos y exteroceptivos, respectivamente.
3. **Propagación de la primitiva de movimiento:** se propaga el sistema dinámico (DMP), como es descrito en la Sección 6.3.2. Esto permite hacer una planificación instantánea del movimiento que el robot excavador debe hacer para cumplir con la tarea especificada. Esta propagación es independiente de los límites del espacio de trabajo de la máquina. Por tanto, para casos en los cuales la propagación genere movimientos fuera del espacio de trabajo el sistema de control los saturará.
4. **Generación de los comandos:** la generación de comandos apropiados para el robot requiere de la implementación de un controlador con cinemática inversa, debido a que el aprendizaje por demostración es realizado en un espacio formado por el cartesiano y articular según se destaca en la Fig. 3.1.

## 6.5. Características de las Tareas Realizadas por las Retro-excavadoras

Las retro-excavadoras son máquinas que ejecutan un conjunto diverso de tareas pesadas asociadas a la remoción y excavación de tierra u otros elementos del medio ambiente. Aunque, también en las retro-excavadoras se pueden ejecutar un conjunto de tareas que no están directamente asociadas a las operaciones de remoción y excavación. Por ejemplo, en la Fig. 6.4 se observa como el brazo de la máquina es usado para descender una colina. Este tipo de tareas son realizadas debido a que algunas veces existen dificultades de movilidad en los terrenos de excavación. Este es un ejemplo claro de la existencia de un conjunto de tareas que son comúnmente realizada por las retro-excavadoras, y que



Figura 6.4: Retro-excavadora usando su brazo para descender una colina.

presentan características muy particulares.

En este sentido, en la ejecución de operaciones existen restricciones intrínseca a la tarea, por ejemplo, en las tareas de carga debe preservarse una posición adecuada del *bucket* tal que evite el derrame de tierra en lugares no indicados. Además, en algunos casos puede ser necesario la oscilación del *bucket* para desalojar por completo la tierra. Este tipo de características o restricciones se encuentran en otras tareas. Y estas pueden ser como: la apropiada posición de la herramienta para evitar el atascamiento mientras se descende una colina. Por tanto, esquemas de planificación basados en la búsqueda de espacios libres o muestreo como:  $A^*$ , *Probabilistic RoadMap* (PRM) o *Rapidly-exploring Random Tree* (RRT) fallarían de igual manera que en [YA11].

## 6.6. Ejecución Autónoma de Tareas usando DMPs

Para la ejecución autónoma de tareas en retro-excavadoras es necesario integrar un conjunto de sistemas que finalmente se traduzcan en acciones apropiadas. Por tanto, para generar este conjuntos de acciones se requiere en primer instancia percibir el entorno

de trabajo de la máquina. Posteriormente con esta información se realiza un proceso de razonamiento y toma de decisiones sobre los movimientos primitivos a realizar. Una vez seleccionada dichas primitivas de movimiento se genera (o planifica) el movimiento según el contexto de la tarea, o en otras palabras, según la información semántica de la escena. Finalmente, se regula la ejecución de los movimientos planificados por medio de un sistema de control.

Por tanto, en este Trabajo de Grado se plantea una arquitectura que permite realizar la ejecución autónoma de tareas como se observa en la Fig. 6.5. Dicha arquitectura consta de cuatro módulos que realizan tareas de alto y bajo nivel, es decir, planificar tareas, extraer información del ambiente, planificar movimientos y finalmente controlarlos. Además, cada uno de estos módulos son desarrollados en cada uno de los capítulos de esta tesis a excepción del planificador de tareas.

En este sentido, en el Capítulo 5 se implementa el sistema de percepción que permite realizar algunas extracciones semánticas de la escena como es el levantamiento de los mapas de colisiones. En adición, en el Capítulo 3 se desarrolla el sistema de control que regula las acciones de la máquina. Además, en el Capítulo 4 se desarrolla un sistema de localización el cual tiene como objetivos: estimación de la posición  $(x, y, \psi)$  de la máquina para ejecución de acciones de control en el tren de manejo, y la determinación del sistema de referencia del mundo que permita realizar el levantamiento 3D de la escena. Por ultimo, en el presente Capítulo se implementa un esquema de aprendizaje de movimientos primitivos basado en DMPs que permite generar los movimientos primitivos seleccionados por un planificador de tareas. Por tal motivo, en adición se construye una pequeña biblioteca de movimientos primitivos mediante la demostración de los mismos.

A continuación se desarrollan los detalles de implementación del sistemas de DMPs, que permiten la codificación y aprendizaje de movimientos primitivos frecuentemente realizados por las retro-excavadoras.

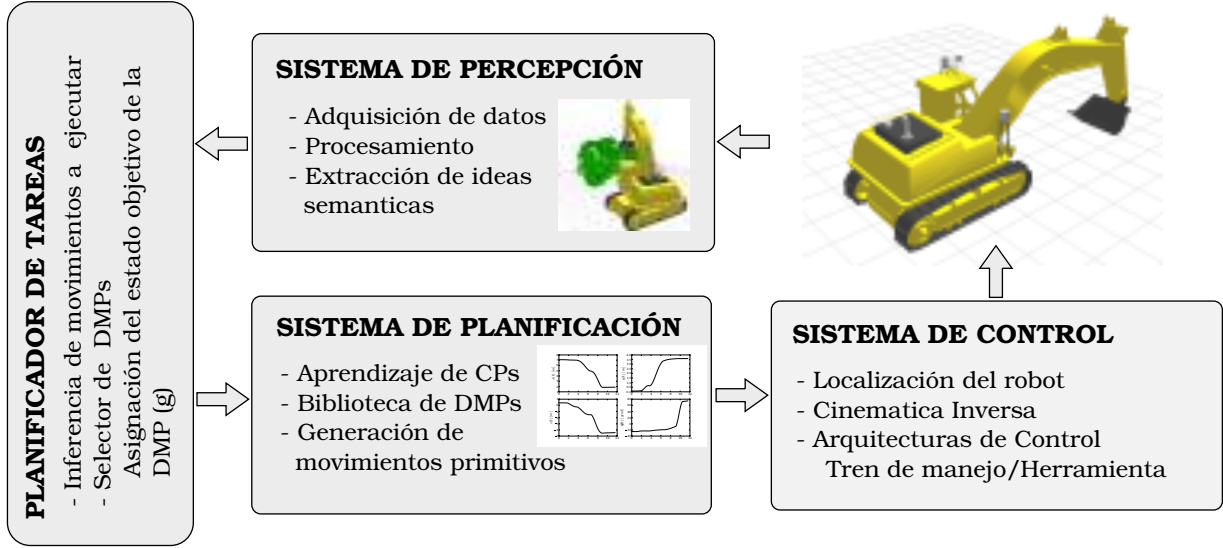


Figura 6.5: Interconexión de los sistemas para la autonomía de la retro-excavadora.

### 6.6.1. Configuración de DMPs

Como se discutió en la Sección 6.3, una DMP solo es capaz de describir un movimiento primitivo unidimensional discreto. Por tanto, debido a su naturaleza multidimensional el uso de una única DMP es incapaz de codificar las operaciones realizadas por una retro-excavadora. En este sentido se requiere un conjunto apropiado de DMPs que permitan codificar y generar las operaciones de forma completamente autónoma. Así que, este conjunto de DMPs debe estar configurado de forma tal que puedan generar adecuadamente cada una de las tareas.

En este sentido, en la implementación del sistema de aprendizaje se asignan un conjunto de 4 DMPs. La razón de tal decisión se debe a que las retro-excavadoras poseen 4 g.d.l., el cual las primeras 3 están asociadas a la posición cartesiana  $(x, y, z)$  del *bucket* y ultima a la posición articular del mismo (es decir el ángulo de *pitch* del *bucket*  $\psi$ ).

Finalmente en la Fig. 6.6 se exponen los detalles en la configuración del conjunto de DMPs. Además se observa un conjunto de funciones no-lineales aprendidas para la generación de un operación comúnmente realizada por las retro-excavadoras.

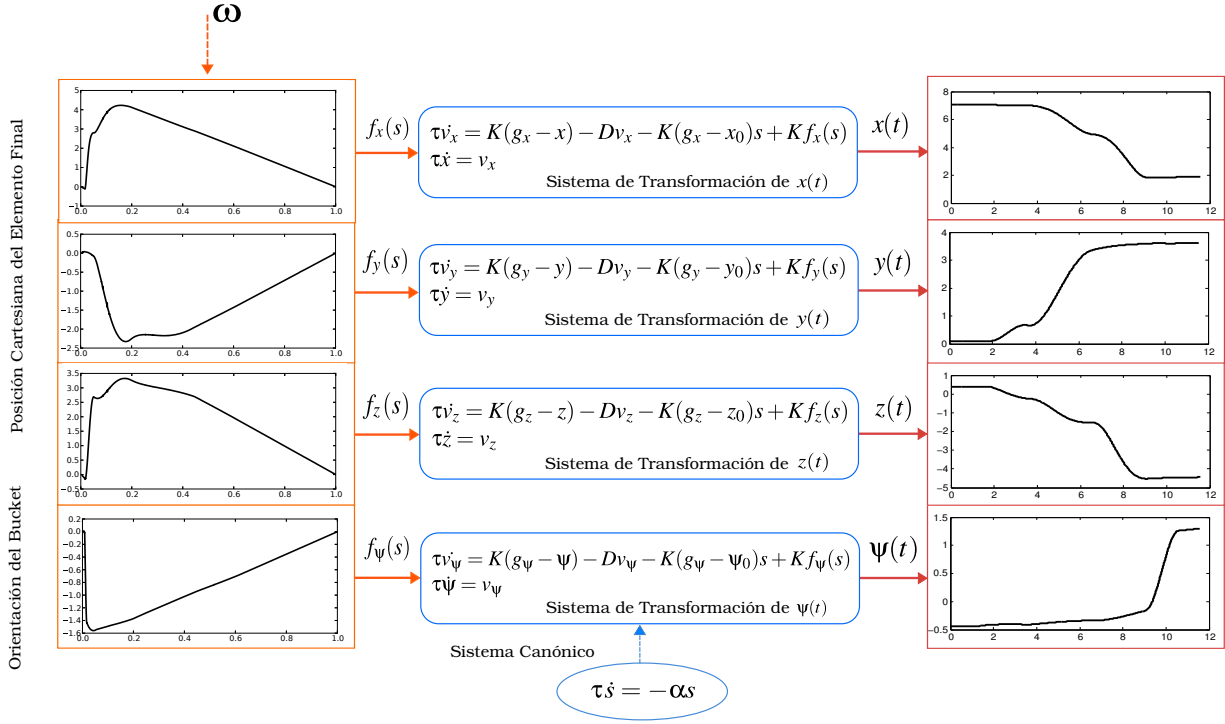


Figura 6.6: Configuración del sistema de DMPs para la codificación y generación de movimientos primitivos en retro-excavadoras.

## 6.7. Implementación y resultados

Para analizar el rendimiento del esquema de planificación de movimientos basado en aprendizaje por demostración de primitivas de movimientos desarrollado en este capítulo, se elabora un conjunto de escenarios de pruebas. Dichos escenarios son un conjunto representativo de operaciones comúnmente realizadas por retro-excavadoras. Por tanto, los escenarios de estudio representan las operaciones de: excavación y carga del camión de volteo.

Por otra parte, para el aprendizaje de cada uno de los movimientos primitivos se realiza un proceso de sintonización de los parámetros de la DMP, es decir, el factor de duración del movimiento  $\alpha$ , el factor de escalamiento temporal  $\tau$ , la constante de rigidez  $K$  y la constante de amortiguación  $D$ . En adición, también debe ajustarse los parámetros del



algoritmo de regresión, es decir, número de campos de receptores (kerneles Gaussianos), la frontera (ancho) de cada receptor y el tipo de distribución (uniforme o exponencial).

En este sentido, como se expone a continuación, los problemas en la sintonización de dichos parámetros tendrán consecuencias en la efectividad del aprendizaje del movimiento, y en algunos casos, no podrán generarse los movimientos debido a inestabilidades en la DMP. Además, estas inestabilidades pueden ser dependientes de la tasa de integración de la DMP, por tanto, la sintonización debe asegurar estabilidad para las frecuencia del sistema de control de la herramienta.

Finalmente, las trayectoria enseñadas se realizan mediante el empleo de un planificador basado en interpolaciones polinomiales de puntos cuidadosamente ubicados de acuerdo a la operación de la retro-excavadora en cuestión.

### 6.7.1. Escenario 1: Operación de excavación

Una operación de excavación es aquella que consiste en la remoción de una determinado sustancia u objeto por medio del *bucket*. A pesar de ser operaciones comúnmente realizadas, estas pueden ser muy particular a la tarea a ejecutar, es decir, existen variaciones entre las excavaciones de zanjas, canales, pozos y montículos. Las operaciones de excavación se caracterizan por la prolongación de cada uno de los eslabones del brazo hasta el punto de excavación y finalmente la contracción del *stick* y *bucket* de forma sincronizada. En la Fig. 6.7 se muestra un instante en la ejecución de una operación de excavación típica. Normalmente, la ejecución de este tipo de operaciones por un operario experto tiene una duración aproximada de 12 *seg*.

En este sentido, en la Fig. 6.8 se expone la trayectoria del movimiento de excavación demostrado para la ejecución de tareas de excavación como la de la Fig. 6.7. Como se menciona en la Subsección 6.6.1, se describe el movimiento por medio de 4 g.d.l., es decir, las tres posiciones cartesianas del extremo del *stick* ( $x, y, z$ ) y la posición articular



Figura 6.7: Operación de excavación típica.

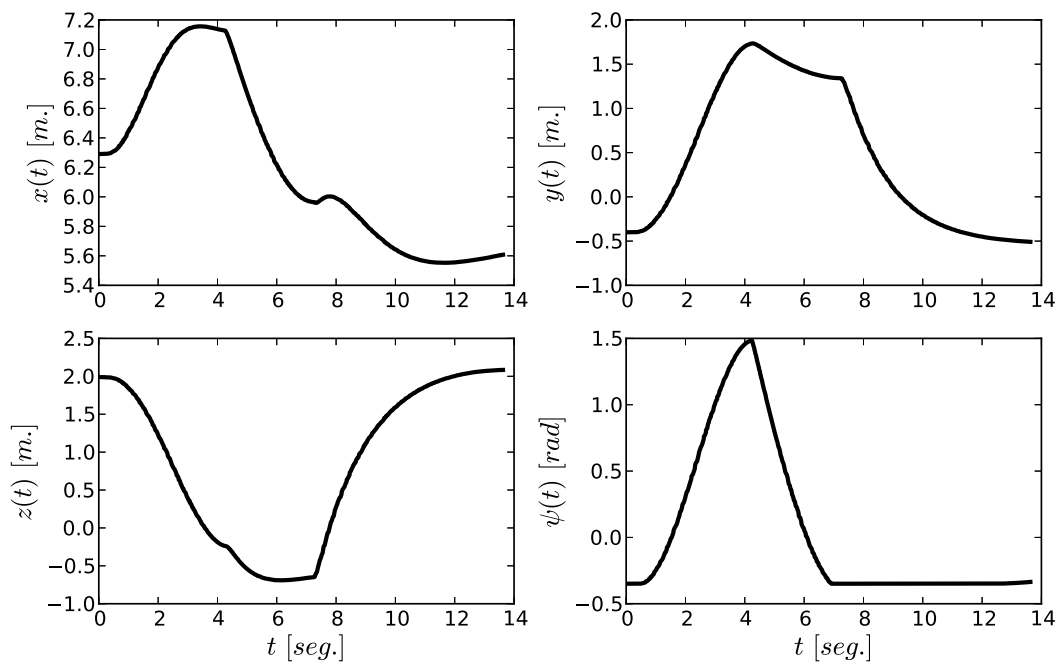


Figura 6.8: Trayectoria demostrada para el aprendizaje de una operación de excavación.

(ángulo de *pitch*)  $\psi$  del *bucket*. Además, se destaca que el movimiento demostrado tiene una duración de 13.68 *seg.*

A continuación se estudian los problemas de una mala sintonización de los parámetros de un conjunto de DMPs para el aprendizaje de un determinado movimiento primitivo. Los distintos escenarios planteados en esta Subsección pueden ser extrapolados para el aprendizaje de operaciones de carga de camión como se describe en la Subsección 6.7.2.

### Sintonización de las DMPs

Como sucede en los sistemas de control, la sintonización de los parámetros de la DMP es de extrema importancia para lograr un aprendizaje efectivo del movimiento primitivo. En principio, se puede observar que una dinámica de 1er orden en el sistema de transformación asegura un proceso de aprendizaje robusto, es decir, evita posibles inestabilidades en la generación de movimiento ante resonancias en la trayectoria producto de una sintonización determinada. Por tanto, este hecho implica que la selección de la constante de rigidez  $K$  y de amortiguación  $D$  tiene que ser de forma tal que el sistema sea críticamente amortiguado.

A pesar que el criterio de amortiguación crítica del sistema de transformación es importante, este no es suficiente. En este sentido en la Fig. 6.9 se aprecia el rendimiento en la generación de movimientos ante parámetros mal sintonizados en las DMPs. Estos resultados son encontrados para  $K = 5000$ ,  $D = 125$ ,  $\tau = 6$ , y con número de 100 kerneles Gaussianos a 0,85 de ancho de frontera. Por tanto, se observa que la generación de la trayectoria aprendida logra alcanzar los estados objetivos pero sin preservar la forma del movimiento demostrada.

Por otra parte, en la Fig. 6.10 se aprecia los resultados del aprendizaje del movimiento primitivo de excavación ante parámetros bien sintonizados. En esta ocasión los parámetros son sintonizados en  $K = 50000$ ,  $D = 425$  y  $\tau = 6$ , con las mismas condiciones del algoritmo de regresión localmente pesado del caso anterior. En este caso puede apreciarse como existe un aprendizaje y generación efectiva de los movimientos incluso para distintos contextos, es decir, preserva la forma de la trayectoria del movimiento en los distintos estados objetivos. En adición, se probó la estabilidad en la generación de movimientos en el sistema de

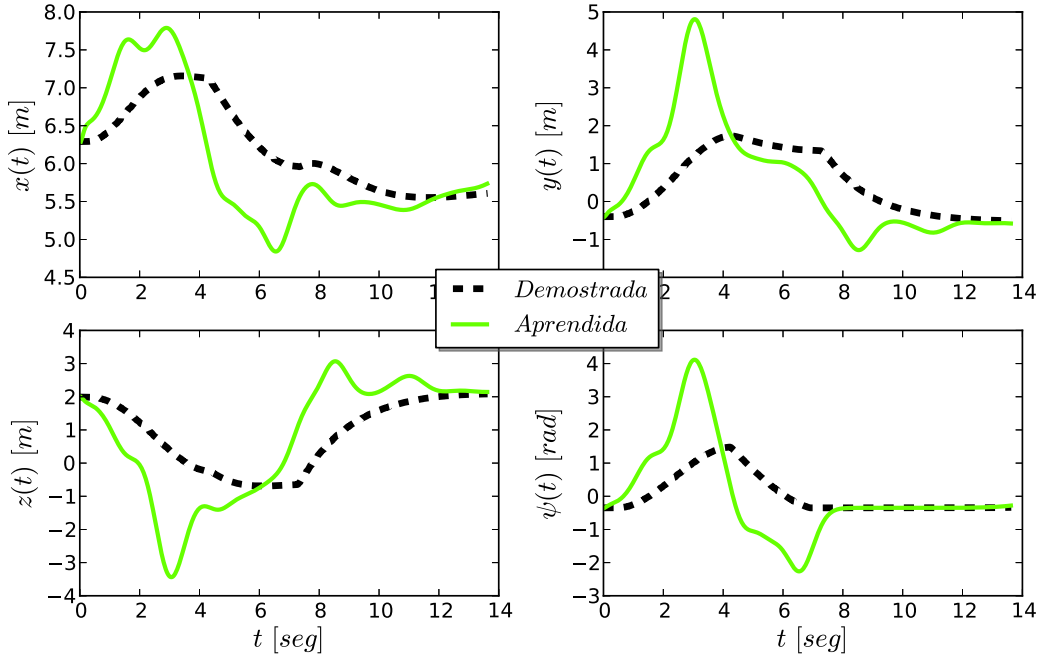


Figura 6.9: Aprendizaje y generación de DMPs ante problemas de sintonización.

transformación para pasos de integración menores a  $35 \text{ mseg}$ , el cual es el rango admisible para la aplicación del sistema de control desarrollado para la retro-excavadora.

También se observa que se generaliza de forma adecuada la generación de movimientos primitivos para los dos casos de estudio (trayectorias en rojo), debido a que se establecen en los estados objetivos indicados. En estas pruebas se cambia los puntos objetivos en  $\pm 1$  y  $\pm 0,5$  con respecto a los estados  $(x, y, z)$  y  $\psi$ , respectivamente. En adición, en la Fig. 6.11 se aprecia la generación de las trayectorias ante cambios en el tiempo de ejecución del movimiento primitivo. Estos cambios son realizados mediante un re-ajuste de los parámetros  $\alpha$  y  $\tau$ , de tal forma que se mantenga la relación:

$$\frac{\alpha}{\tau} = \frac{5,25}{t_e} \quad (6.10)$$

donde  $t_e$  representa el tiempo de ejecución de la trayectoria en segundos. Nótese que esta relación es establecida para asegurar que exista una completa integración del sistema canónico en el tiempo establecido. Por tanto, el re-ajuste de estos parámetros se realiza de

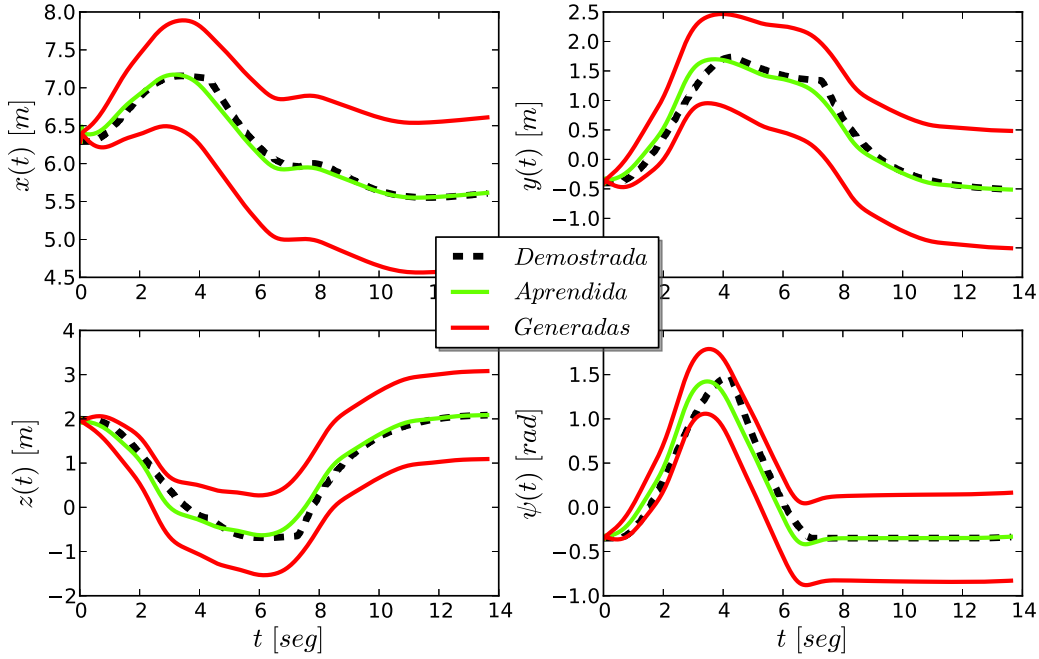


Figura 6.10: Aprendizaje y generación de DMPs que codifican la operación de excavación para parámetros bien sintonizados.

forma tal que no cambie la dinámica del sistema de transformación aprendido, es decir,

$$\begin{aligned}\alpha &= \frac{5,25}{t_e} \tau_{\text{aprendido}} \\ \tau &= \tau_{\text{aprendido}}\end{aligned}\tag{6.11}$$

Además, en la Fig. 6.12 se expone el computo de la función no-lineal objetivo para el movimiento de excavación demostrado y el aprendizaje de la misma por medio del empleo del algoritmo LWR. Donde se destaca que existen componentes de alta frecuencia que no son consideradas por LWR, esto significa que el proceso de aprendizaje de la función no-lineal se observa efectos similares al de un filtro pasa-bajo, el cual a su vez implica en la generación de movimientos suavizados. Este hecho puede observarse en las características de la generación del movimiento aprendido de la Fig. 6.10.

Finalmente, en el Cuadro 6.1 se realiza una comparación numérica de los valores RMSE

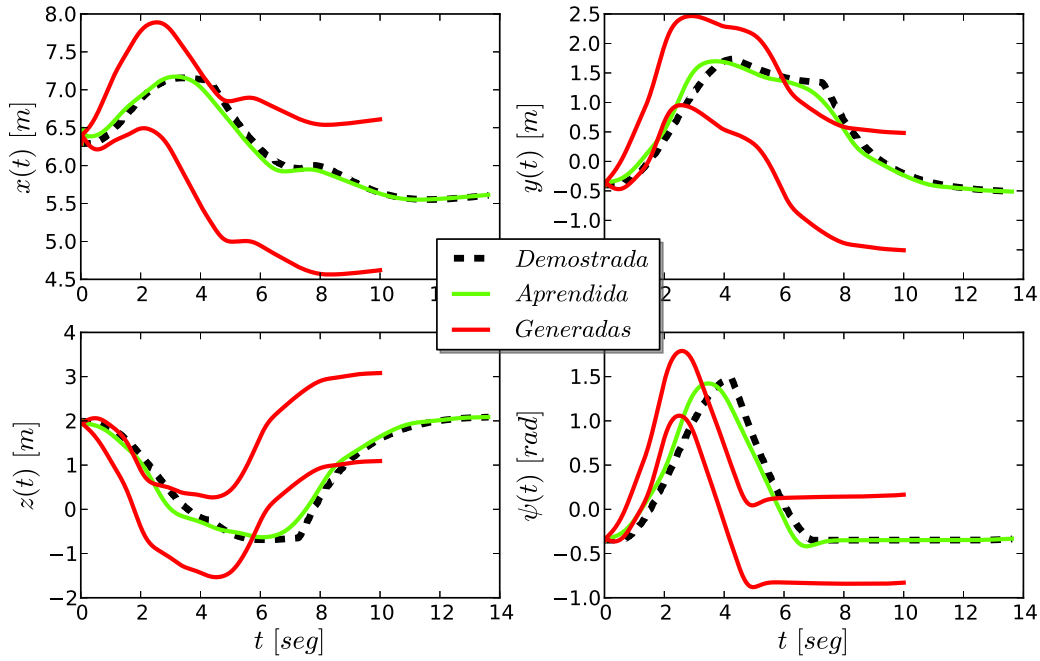


Figura 6.11: Generación de DMPs que codifican la operación de excavación ante cambios en el tiempo de ejecución.

de la función no-lineal objetivo y aprendida en dos distintos escenarios de sintonización, es decir, para los dos casos de sintonización de la DMP discutidos anteriormente. Además, se evidencia la dependencia de la sintonización de los parámetros en el proceso de aprendizaje de DMPs. Además se observa que la correcta sintonización mejora aproximadamente en 10 el RMSE del proceso de aprendizaje.

RMSE	$f_x$ [m]	$f_y$ [m]	$f_z$ [m]	$f_\psi$ [m]
<b>Mal Sintonizada</b>	3.3346	5.0508	6.0026	6.0010
<b>Bien Sintonizada</b>	0.3498	0.5293	0.6294	0.6285

Cuadro 6.1: Comparación de los valores RMSE para ambos casos de sintonización de las DMPs.

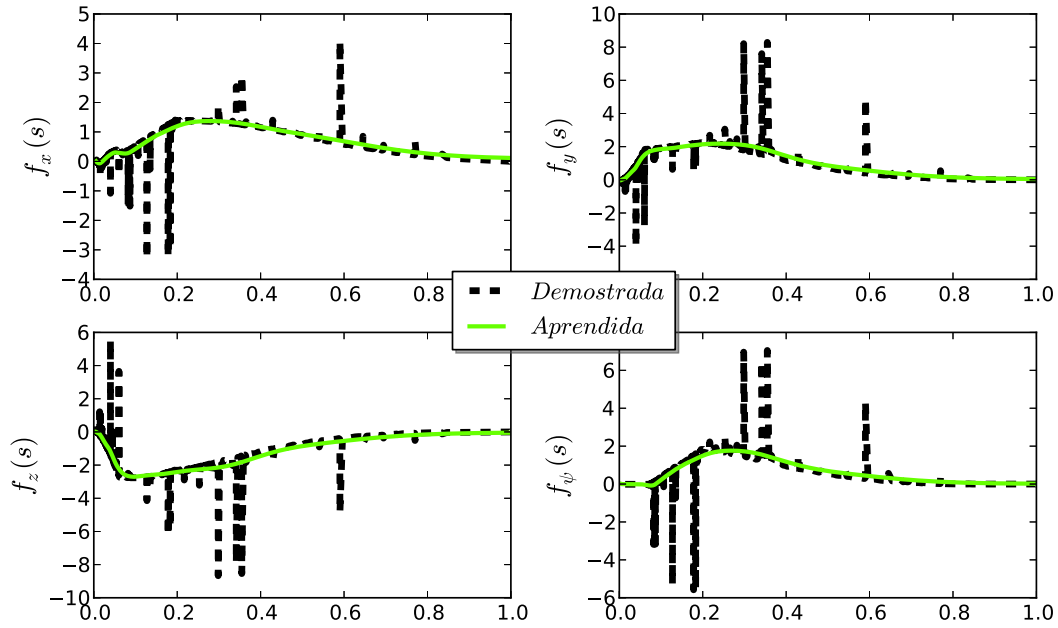


Figura 6.12: Aprendizaje y generación de DMPs que codifican la operación de excavación para parámetros bien sintonizados.

### 6.7.2. Escenario 2: Operación de carga de camión

Las operaciones de carga de camión, en conjunto con las operaciones de excavación, son tareas comúnmente realizadas por las retro-excavadoras. Estas consisten en el depósito de sustancias excavadas dentro del camión de volteo. En este sentido, en la Fig. 6.13 se muestra un instante en la ejecución de una operación de carga de camión típica, en el cual, normalmente la ejecución por un operario experto es realizada aproximadamente en 10 *seg.*

Por otra parte, de la misma forma que las tareas de excavación, las operaciones de carga deben ser generalizadas para distintas posiciones y orientaciones del camión. Por tanto, en la Fig. 6.14 se expone la trayectoria demostrada del movimiento de carga del camión para el aprendizaje y ejecución autónoma de estas. Donde al igual que en el caso anterior, esta se describe por medio de las mismas 4 variables de estado anteriormente



Figura 6.13: Operación de carga de un camión típica.

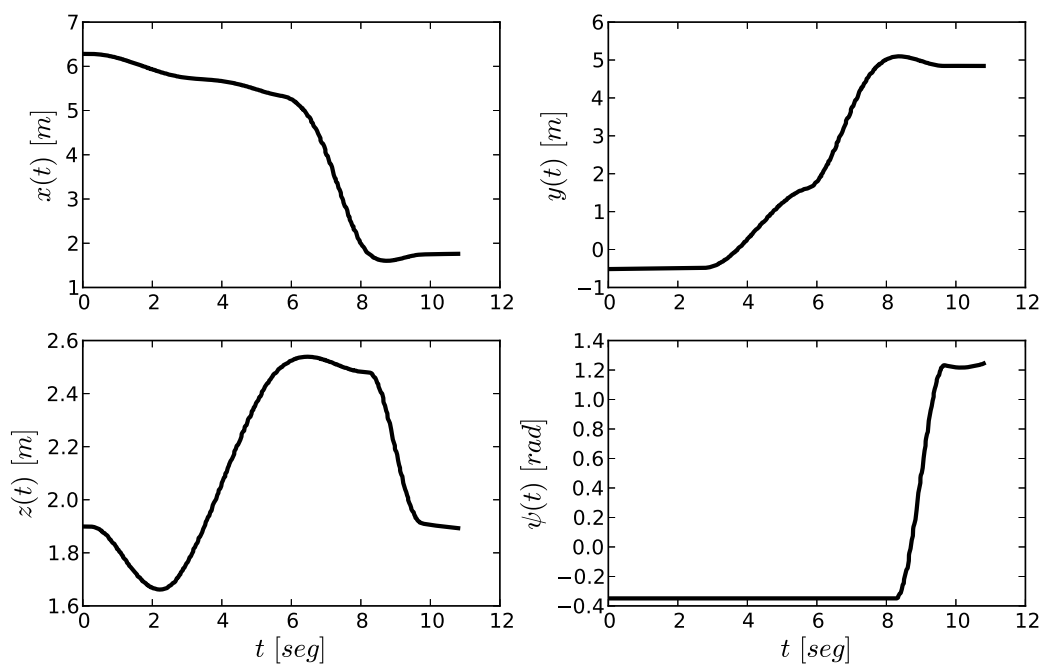


Figura 6.14: Trayectoria demostrada para el aprendizaje de una operación de carga de camión.

descriptas. Además nótese que tiene una duración de 10.80 *seg*.



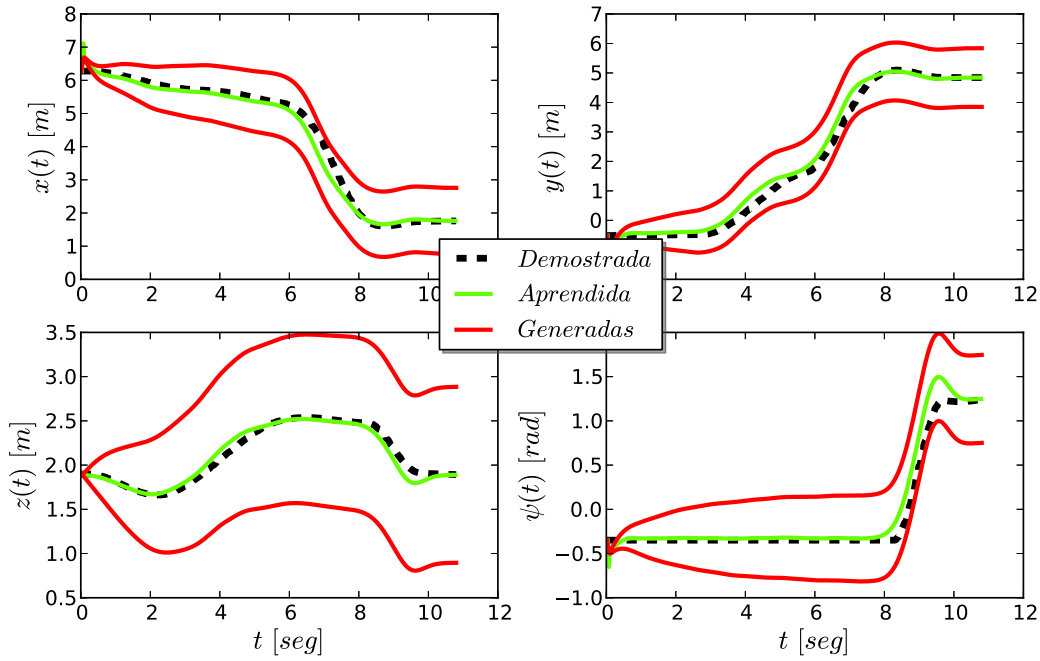


Figura 6.15: Aprendizaje y generación de DMPs que codifican la operación de carga de un camión ante cambios en los estados objetivos.

En adición, en la Fig. 6.15 se observa el rendimiento en el aprendizaje y generación de movimientos asociados a las tareas de carga de camiones. Los resultados son producto de los mismos valores de los parámetros de la DMP<sup>10</sup> del caso de estudio anterior (operaciones de excavación). Esto prueba que la sintonización de los parámetros para el aprendizaje de un determinado movimiento primitivo puede ser extrapolado en otros escenarios u operaciones. Además, nótese que solo se re-ajusto el factor de duración  $\alpha$  de forma tal que la duración del movimiento sea de 10.80 *seg*.

También es importante destacar la posibilidad de generar movimientos ante cambios en los estados iniciales. Por tanto, en la Fig. 6.16 se observa que las DMPs generan movimientos primitivos adecuados ante distintos estados iniciales. Donde se preserva la forma del movimiento demostrado y se establece en el estado objetivo definido, el cual es el mismo que el caso de cambio de estados objetivos del escenario 1. Por tanto, se demuestra la

<sup>10</sup>Nótese que la sintonización de una determinada DMP puede ser usada para el aprendizaje de distintas habilidades motrices, y en distintas regiones del espacio de trabajo de la máquina.

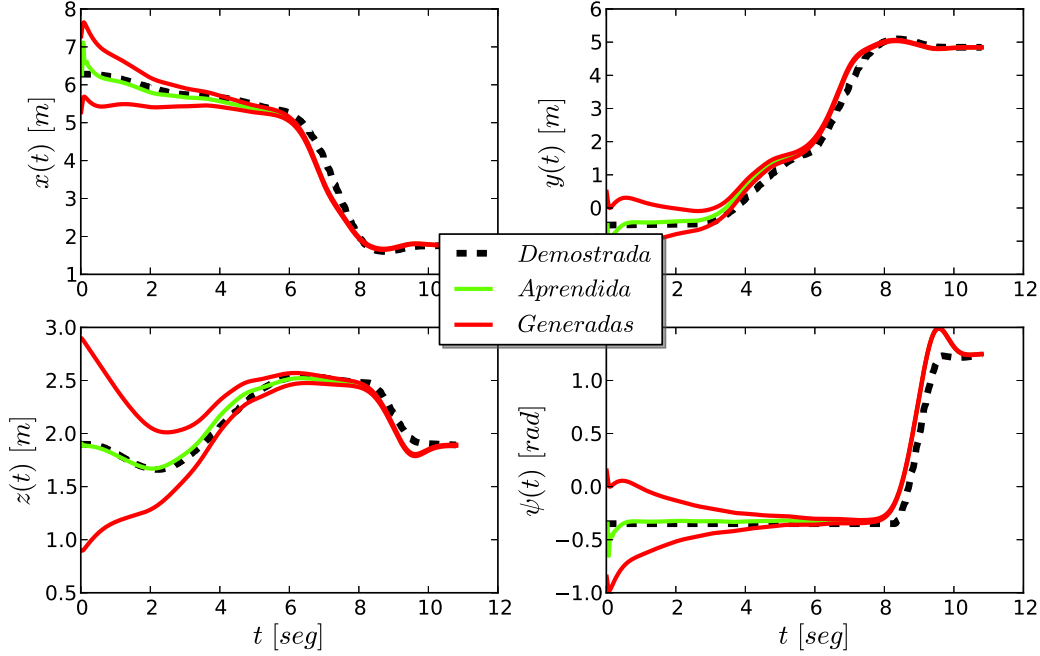


Figura 6.16: Aprendizaje y generación de DMPs que codifican la operación de carga de un camión ante cambios en los estados iniciales.

efectividad de la DMP como política de control que codifica movimientos primitivos realizados por retro-excavadoras. Aunque en la generación de  $\psi$  se encuentra un sobre pico alrededor de los 9 *seg*, el cual se debe a la sintonización. Esta podría ser mejorada pero se acercaría a condiciones de inestabilidad para la frecuencia del controlador implementado, por tal motivo se decide sacrificar un poco el aprendizaje de dichas DMPs.

Finalmente en el Cuadro 6.2 se presentan los valores numéricos de la Raíz Cuadrada del Error Cuadrático Medio (RMSE) del proceso de aprendizaje de las funciones no-lineales en ambas operaciones demostradas. A pesar de que no existe un patrón definido por los valores RMSE se puede observar que el promedio<sup>11</sup> permanece constante en ambos casos.

A continuación se presentarán los resultados de la arquitectura desarrollada en este Trabajo de Grado para la ejecución autónoma de tareas de máquinas retro-excavadoras

<sup>11</sup>El valor promedio es calculo mediante la media de los RMSEs de las funciones no-lineales:  $f_x(s)$ ,  $f_y(s)$ ,  $f_z(s)$  y  $f_\psi(s)$ .

RMSE	$f_x$ [m]	$f_y$ [m]	$f_z$ [m]	$f_\psi$ [m]	Promedio
<b>Escenario 1</b>	0.3498	0.5293	0.6294	0.6285	0.53425
<b>Escenario 2</b>	0.5792	0.7628	0.2618	0.5630	0.5417

Cuadro 6.2: Comparación de los valores RMSE del proceso de aprendizaje de la función no-lineal.

### 6.7.3. Operación autónoma

Para probar la efectividad de la implementación de esquemas de aprendizaje para la ejecución autónoma de operaciones se desarrolló una estructura de cliente-servidor que permite ejecutar las peticiones de movimientos primitivos del cliente. Además, esta estructura fue desarrollada para que pueda enviarse una cola de peticiones (movimientos primitivos) que se desean ejecutar según condiciones particulares, es decir, tiempo de ejecución y estado objetivo del movimiento. En este sentido, en la Fig. 6.17 se observa la ejecución efectiva de un conjunto de movimientos primitivos seleccionados, los cuales son:

- Movimiento de arranque de operaciones con las siguientes condiciones:

Tiempo de ejecución en  $t_e = 6 \text{ seg.}$

Estado objetivo en  $g = [5,45 \quad -0,40 \quad 1,84 \quad 0,00]^T$ .

- Movimiento de excavación con las siguientes condiciones:

Tiempo de ejecución en  $t_e = 14 \text{ seg.}$

Estado objetivo en  $g = [6,00 \quad -0,50 \quad 2,00 \quad -0,30]^T$ .

- Movimiento de carga de camión con las siguientes condiciones:

Tiempo de ejecución como  $t_e = 16 \text{ seg.}$

Estado objetivo en  $g = [1,77 \quad 4,20 \quad 3,35 \quad 1,35]^T$ .

en donde los primeras tres fotogramas corresponden al movimiento de arranque de operaciones, y luego los siguientes 6 fotogramas representan la tarea de excavación asignada

para finalizar con los últimos 6 fotogramas que muestran la operación de carga del camión.

Por otra parte en la Fig. 6.18 se aprecian los datos del sistema de percepción ante los mismo instantes de tiempo de los fotogramas de la Fig. 6.17. En esta puede observarse los datos (rojos) provenientes de los lasers *rangefinder* y la cámara estéreo. Este conjunto de datos permiten que permite realizar el levantamiento del mapa de colisiones de la máquina en un determinado instante de tiempo.

Finalmente, nótese que esta estructura permite fácilmente la implementación de un gestor o planificador de tareas, el cual tiene como misión la selección de movimientos primitivos aprendidos. Esta característica es de suma importancia para la completa autonomía de las actividades u operaciones de esta de clase de máquinas.

## 6.8. Aportes

En este capítulo se implementó un algoritmo de planificación de movimientos basado en el aprendizaje por demostración de políticas de control que permiten generar movimientos primitivos enseñados. Estas políticas de control son codificadas por medio del uso de un conjunto de ecuaciones diferenciales no-lineales llamadas primitivas dinámicas de movimientos, el cual estas CPs se aprenden mediante el empleo de una regresión localmente pesada con kernels Gaussianos. En la actualidad, este conjunto de técnicas se encuentran en desarrollo y solo han sido implementadas en un pequeño espectro de la robótica. En este sentido en este Trabajo de Grado se desarrolló e implementó un sistema de control y planificación de operaciones realizadas por retro-excavadoras mediante el empleo de un sistema de DMPs diseñados.

Por otra parte, este es el primer trabajo en la literatura que usa el aprendizaje por demostración en el contexto de la robotización de las máquinas retro-excavadoras para la ejecución autónoma de operaciones. Además, es el primer trabajo de esta naturaleza

realizado en el Grupo de Investigación y Desarrollo en Mecatrónica, por tanto, se abre

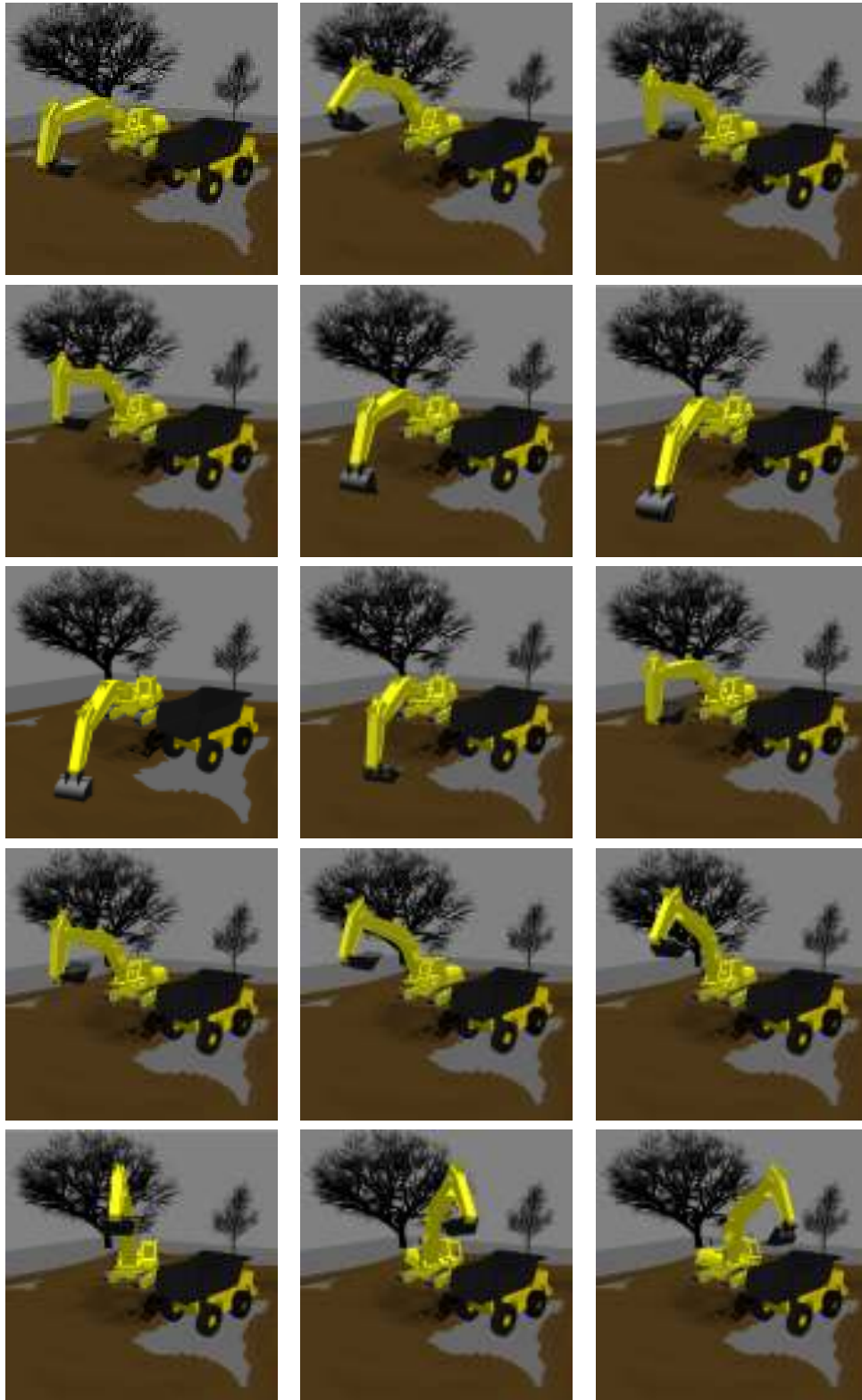


Figura 6.17: Secuencia de movimientos autónomos.

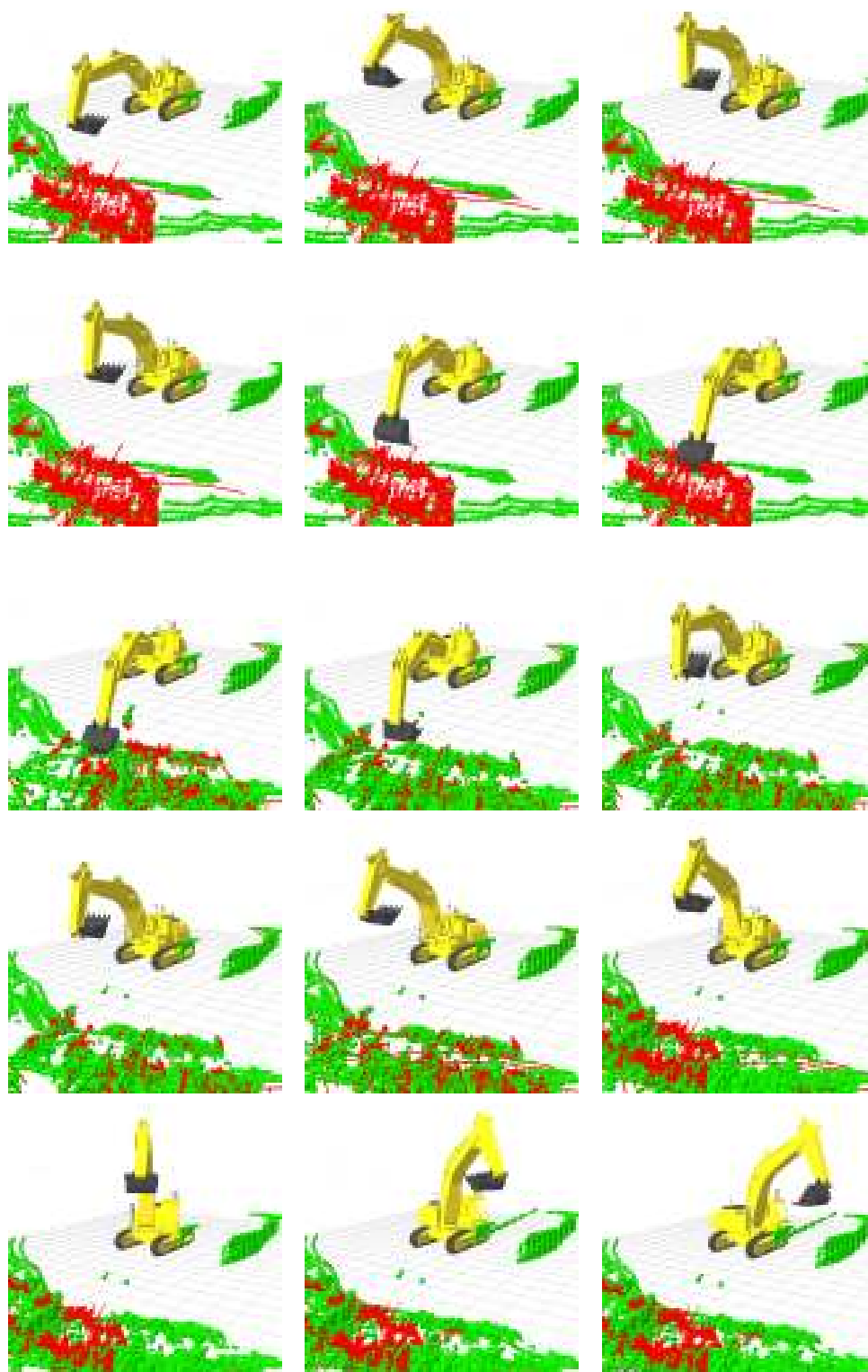


Figura 6.18: Visualización de datos del sistema de percepción de la secuencia de movimientos.

una nueva linea de investigación sobre planificadores de movimientos basados en técnicas de aprendizaje bio-inspiradas. Por otra parte, se refleja la relación de estos algoritmos con los sistemas neurofisiológicos de los humanos, el cual no se ha reportado en la literatura.

Finalmente, se realizó un aporte al estado del arte en los esquemas de aprendizaje por demostración o imitación de movimientos primitivos, el cual fue publicado en el artículo "*An Imitation Learning Approach for Truck Loading Operations in Backhoe Machines*" presentado en la conferencia *15th International Conference on Climbing and Walking Robots and the Support Technologies for Mobile Machines* (CLAWAR 12). Una copia completa del artículo es presentada en el Apéndice C.

## 6.9. Conclusiones

En este capítulo se desarrolló un sistema de planificación de movimientos para la ejecución autónoma de tareas en máquinas retro-excavadoras, el cual se basa en un esquema de aprendizaje por demostración. Así que, se realizó una exposición de motivos sobre la efectividad y necesidad, en el contexto de las retro-excavadoras, del uso de esquemas de planificación de movimientos basados en el aprendizaje por demostración de habilidades motrices. Además se analizan los aspectos fundamentales de la teoría de aprendizaje de políticas de control para codificar movimientos primitivos, donde se destacan dos métodos: auto-búsqueda y demostración o imitación. En consecuencia se expone la necesidad de implementar métodos de demostración o imitación debido a las características de las operaciones de las retro-excavadoras, y en parte a, la utilidad en la implementación de métodos de auto-búsqueda como el aprendizaje por reforzamiento.

Por otra parte, se realizó una revisión del estado del arte de las distintas técnicas para codificar políticas de control. En la literatura estas políticas son llamadas Primitiva de Movimientos Dinámicos (DMP), en el cual son clasificadas para movimientos rítmicos o discretos. En este sentido se demostró la efectividad de la DMP de acuerdo a una

configuración diseñada para el aprendizaje de las operaciones de una retro-excavadora. Además, se desarrolló una comparación (o analogía) de la DMP implementada con respecto a los sistemas neurofisiológicos.

La demostración de la efectividad del método de planificación de movimientos propuesto en este Trabajo de Grado es expuesta por medio de dos escenarios de estudio. El primero corresponde con la codificación y aprendizaje de tareas de excavación, para el cual se expusieron dos casos de sintonización de los parámetros de la DMP (uno inapropiado y otro apropiado); en ambos casos se describe la metodología de sintonización usada y los resultados en la generación de tres movimientos con distintos puntos objetivos. En el segundo escenario, operaciones de carga de camión, se destacó la generación de movimientos tanto para cambios de puntos objetivos como estados iniciales. En consecuencia, en ambos escenarios se consiguieron adecuados resultados y se expusieron los resultados RMSE del proceso de aprendizaje de la función no-lineal.

Finalmente se presentaron los resultados obtenidos para la ejecución de un conjunto de tareas de forma autónomas. En este sentido se presenta una secuencia de fotogramas que demuestran el movimiento de la retro-excavadora, y además se incluye los resultados obtenidos por el sistema de percepción desarrollado a medida que se ejecuta tales movimientos.



## Conclusiones, Recomendaciones y Trabajos Futuros

A continuación se presenta un resumen sobre los hallazgos, aportes y conclusiones expuestas en cada uno de los capítulos del presente Trabajo de Grado, el cual consiste en un compendio de cada uno de los aspectos desarrollados. En este Trabajo de Grado se desarrollaron distintos aspectos en las áreas de modelado, control, localización, percepción y planificación de movimientos, con la finalidad de realizar un avance en la ejecución autónoma de operaciones de excavación en retro-excavadoras. En cada una de las áreas o líneas de investigación se presentan las conclusiones y aportes realizados, donde fundamentalmente este trabajo se enfoca en la planificación de movimientos basado en esquemas de aprendizaje por demostración. Finalmente se exponen una serie de recomendaciones y posibles trabajos futuros enfocados a incrementar la autonomía de dichas máquinas.

### 6.10. Conclusiones

A continuación se presentan las siguientes conclusiones sobre el trabajo realizado,

- Se realizó una revisión del estado del arte sobre las tecnologías robóticas desarrolladas para la automatización de las operaciones de excavación, en el que se incluyen sistemas de medición, modelado y control, percepción, teleoperación y planificación.

Además, también se incluyen revisiones del estado del arte de los sistemas de percepción, localización y control de robots móviles y manipuladores. Finalmente, se profundizó en los sistemas de planificación de movimientos basados en esquemas de aprendizaje por demostración de movimientos primitivos.

- Se estudiaron en profundidad los fundamentos de la teoría de filtrado Bayesiano y análisis de estabilidad de controladores en sistemas no-lineales.
- Se desarrollaron modelos cinemáticos y dinámicos directos e inversos de la máquina. Con ellos se pudo realizar las simulaciones de la plataforma, la sintonización de los controladores (brazo y vehículo), el desarrollo del algoritmo de estimación odométrica y del modelo del sistema del EKF, la implementación del filtro de eliminación de puntos del robot y del planificador de movimientos basado en esquemas de aprendizaje por demostración. Para la determinación de los parámetros físicos de la máquina se realizó un modelo CAD de la retro-excavadora, además con este modelo se pudo definir los aspectos visuales necesarios para la implementación del filtro de eliminación de puntos del robot.
- Se analizó la estabilidad del control PID de forma general y con ello se consiguieron un conjunto de reglas de sintonización que fueron usadas para ambos sistemas de control (vehículo y brazo). Este conjunto de reglas de sintonización son dependientes del movimiento del robot pero se demuestra para las consideraciones en la sintonización del PID del vehículo esta dependencia no ocurre. En consecuencia, en el caso de sintonización del brazo, se realizó dicho estudio para un movimiento característico de las retro-excavadoras. Además, en el transcurso del libro se prueba que esta sintonización resulta ser robusta ante distintos movimientos realizados por la máquina.
- Para poder realizar el levantamiento del mapa de colisiones es necesario lograr estimar la posición de la retro-excavadora. Por este motivo, se implementó un algoritmo de estimación odométrica el cual produce grandes errores en la estimación. En este sentido se buscó mejorar la localización mediante el empleo de un Filtro de Kalman

Extendido que considera las mediciones provenientes de una Unidad de Mediciones Inerciales. Esto mejoró significativamente la estimación de la posición de la máquina.

- Se revisaron las distintas arquitecturas de medición de la escena desarrolladas en la automatización de las máquinas industriales, donde se logró definir el sistema de percepción compuesto por dos láseres *rangefinder* y una cámara estéreo. Posteriormente se desarrollaron algunos aspectos importantes en el sistema de percepción, el cual fueron dividido en dos fases: adquisición de datos y procesamiento de datos.
- En la fase de adquisición de datos se implementó el algoritmo de *Block-Matching Stereo* que permite buscar los puntos de correspondencia entre las dos imágenes en tiempo real. A pesar de lograrse la reconstrucción 3D de la escena lo suficientemente rápida se consigue que las cámaras estéreo no son dispositivos aptos para percibir el amplio rango de visión que debe tener una máquina retro-excavadora. Por tal motivo se decide agregar dos láseres *rangefinder*. En este sentido se tuvo que incluir un algoritmo que fusión todos los datos (cámara y láseres) en un solo mensaje. Así que, para ello los datos de los láseres tienen que ser acondicionados y transformados, es decir, la aplicación de un filtro de sombras luego de la transformación en formato de nube de puntos.
- En la fase de procesamiento de datos se implementa un filtro de voxelgrid que reduce la densidad de puntos, tal que sea posible la extracción rápida de ideas semánticas sin pérdidas de información importante de la escena. Esta es una técnica ampliamente usada en otras aplicaciones robóticas. Además, se implementó un filtro de eliminación de puntos del robot debido que el sistema tiene solo como propósito percibir la escena de la máquina, o en otras palabras, realizar el levantamiento del mapa de colisión.
- Para realizar el levantamiento del mapa de colisión se realizó un revisión del estado del arte sobre los distintos esquemas de representación de ambientes 3D. Así que, cuatro esquemas de representación se destacan: nube de puntos, mapas de elevación, mapas de superficie de múltiples niveles y mapas basados en *octrees*. Donde los mapas basados en *octrees* presenta mayores beneficios en las distintas aplicación

requeridas para la autonomía en las operaciones de una retro-excavadora. Por tanto, se implementó tal esquema de representación, en el cual se consiguieron resultados positivos en la representación de la escena de la máquina.

- Por otra parte, se realizó una exposición de motivos sobre la efectividad y necesidad, en el contexto de las retro-excavadoras, del uso de esquemas de planificación de movimientos basados en el aprendizaje por demostración de habilidades motrices. Además se analizan los aspectos fundamentales de la teoría de aprendizaje de políticas de control para codificar movimientos primitivos, donde se destacan dos métodos: auto-búsqueda y demostración o imitación. En consecuencia se expone la necesidad de implementar métodos de demostración o imitación debido a las características de las operaciones de las retro-excavadoras, y en parte a la utilidad en la implementación de métodos de auto-búsqueda como el aprendizaje por reforzamiento.
- Se realizó una revisión del estado del arte de las distintas técnicas para codificar políticas de control. En la literatura estas políticas son llamadas Primitiva de Movimientos Dinámicos (DMP), en el cual son clasificadas para movimientos rítmicos o discretos. En este sentido se demostró la efectividad de la DMP de acuerdo a una configuración diseñada para el aprendizaje de las operaciones de una retro-excavadora. Además, se desarrolló una comparación (o analogía) de la DMP implementada con respecto a los sistemas neurofisiológicos.
- Se realizaron dos escenarios de estudio para analizar la efectividad del método de planificación de movimientos propuesto en este Trabajo de Grado. El primero corresponde con la codificación y aprendizaje de tareas de excavación, para el cual se expusieron dos casos de sintonización de los parámetros de la DMP (uno inapropiado y otro apropiado); en ambos casos se describe la metodología de sintonización usada y los resultados en la generación de tres movimientos con distintos puntos objetivos. En el segundo escenario, operaciones de carga de camión, se destacó la generación de movimientos tanto para cambios de puntos objetivos como estados iniciales. En consecuencia, en ambos escenarios se consiguieron adecuados resultados y se expusieron los resultados RMSE del proceso de aprendizaje de la función no-lineal.

- Finalmente se presentaron los resultados obtenidos para la ejecución de un conjunto de tareas de forma autónomas. En este sentido se presenta una secuencia de fotografías que demuestran el movimiento de la retro-excavadora, y además se incluye los resultados obtenidos por el sistema de percepción desarrollado a medida que se ejecuta tales movimientos.

## 6.11. Aportes

En el desarrollo del este Trabajo de Grado se obtuvieron los siguientes aportes:

1. Se desarrollaron los modelos cinemáticos y dinámicos de una máquina retro-excavadora. A pesar de estar relativamente bien establecido el modelado cinemático y dinámico, no se había realizado trabajo alguno sobre el modelado dinámico de retro-excavadoras en el Grupo de Investigación y Desarrollo en Mecatrónica. Para determinar las propiedades físicas de la retro-excavadora se realizó un modelo CAD de la retro-excavadora.
2. Se desarrolló un procedimiento de sintonización para los controladores PID de una retro-excavadora, el cual incluye un análisis de estabilidad de dicho controlador. Dicho análisis de estabilidad no han sido reportado en la literatura para la sintonización de controladores PID en retro-excavadoras. Por tanto, se planteó un procedimiento de sintonización que parte de un análisis riguroso de la análisis de estabilidad en el sentido de Lyapunov del controlador PID. Además se desarrolló una arquitectura de control para ambos elementos de la máquina, es decir, brazo y vehículo.
3. Se desarrolló un sistema de localización basado en la estimación odométrica y la información medida de una IMU, debido a los inconvenientes asociados a los sistemas de estimación de la posición odométricos. La implementación del sistema de localización hace uso de un Filtro de Kalman Extendido (EKF). Por tanto, para la implementación de dicho filtro se desarrolló un modelo en espacio-estado del siste-

ma. A pesar de no ser un método de localización novedoso, representa un primera aproximación en los sistemas de localización de las retro-excavadoras. Además, la implementación de este esquema de localización es pertinente al Grupo de Investigación y Desarrollo en Mecatrónica de la Universidad Simón Bolívar debido a los últimos desarrollos en tecnologías de medición inercial. Finalmente, se realizó un estudio comparativo entre la estimación odométrica y la implementación de sistema de localización usando un EKF basado en los valores RMSE, el cual no se ha reportado en la literatura.

4. Se implementó un conjunto de técnicas relacionadas al procesamiento de las nubes de puntos y a los sistemas de visión estéreo. Este conjunto de técnicas son un aporte para el Grupo de Investigación y Desarrollo en Mecatrónica de la Universidad Simón Bolívar, puesto que de alguna manera puede ser aplicadas en los sistemas de percepción de otras plataformas robóticas del grupo.
5. Por otra parte, se desarrolló un sistema de percepción que es capaz de realizar levantamientos de mapas de colisiones en entornos y condiciones particulares a la naturaleza de las operaciones ejecutadas por las máquinas retro-excavadoras. Destacándose que no se ha reportado en la literatura el desarrollo de sistemas de percepción en máquinas retro-excavadoras (o en robots excavadores) que sean capaces de realizar tales levantamientos. Además, se plantean las ventajas del uso de *octrees* en las representación 3D de los ambientes de las retro-excavadoras. En consecuencia, ahora el Grupo de Mecatrónica cuenta con un arquitectura de percepción que puede ser extrapolada en cada una de las plataformas robóticas del grupo para realizar tareas como: planificación de movimiento, localización, navegación, mapeo, evasión de obstáculos, entre otras.
6. Se planteó una nueva línea de investigación en el Grupo de Mecatrónica, el cual está enfocada en el desarrollo de sistemas de percepción que permitan la extracción de ideas semánticas de la escena adaptadas a las aplicaciones y necesidades de las plataformas robóticas del grupo.

7. Se implementó un algoritmo de planificación de movimientos basado en el aprendizaje por demostración de políticas de control que permiten generar movimientos primitivos enseñados. Estas políticas de control son codificadas por medio del uso de un conjunto de ecuaciones diferenciales no-lineales llamadas primitiva de movimientos dinámicos, el cual estas CPs se aprenden mediante el empleo de una regresión localmente pesada con kernels Gaussianos. En la actualidad, este conjunto de técnicas se encuentran en desarrollo y solo han sido implementadas en un pequeño espectro de la robótica. En este sentido se desarrolló e implementó un sistema de control y planificación de operaciones realizadas por retro-excavadoras mediante el empleo de un sistema de DMPs diseñados. Donde es el primer trabajo en la literatura que usa el aprendizaje por demostración en el contexto de la robotización de las máquinas retro-excavadoras para la ejecución autónoma de operaciones. Además, también es el primer trabajo realizado de esta naturaleza en el Grupo de Investigación y Desarrollo en Mecatrónica, con lo cual abre una línea nueva de investigación sobre planificadores de movimientos basados en técnicas de aprendizaje bio-inspiradas. Por otra parte, se refleja la relación de estos algoritmos con los sistemas neurofisiológicos de los humanos, el cual no se ha reportado en la literatura.
8. Finalmente, se realizó un aporte al estado del arte en los esquemas de aprendizaje por demostración o imitación de movimientos primitivos el cual fue publicado en el artículo "*An Imitation Learning Approach for Truck Loading Operations in Backhoe Machines*" presentado en la conferencia *15th International Conference on Climbing and Walking Robots and the Support Technologies for Mobile Machines* (CLAWAR 12). Una copia del resumen es presentada en el Apéndice C.

## 6.12. Recomendaciones y Trabajos Futuros

Del presente Trabajo de Grado se derivan un conjunto de recomendaciones y trabajos futuros que permitan mejorar la autonomía en las operaciones realizadas por las retro-excavadoras.

- Implementar las técnicas desarrolladas en este Trabajo de Grado en una máquina retro-excavadora real. Extrapolando el diseño de los controladores para la dinámica intrínseca a esta plataforma. Además esto incluye la incorporación de elementos electrónicos (como computadoras) que manejen los sistemas de percepción, planificación, entre otros, que deben ser integrados a la máquina. Esto también incluirá la modificación del sistema de actuación por servo-válvulas capaces de mejorar la movilidad y controlabilidad de la misma.
- Desarrollar un sistema que gestione o planifique las tareas necesarias a ejecutar. Este podría ser desarrollado mediante el uso de redes Bayesianas (BN) que modelen la incertidumbre entre la transición de estados de una máquina de estados o Diagramas de Influencias (ID).
- Expandir los módulos de percepción requeridos para la autonomía completa de la máquina, como por ejemplo la detección y estimación de la posición y movimientos de seres humanos, el reconocimiento y generación de una base de datos de distintos objetos encontrados en la escena de una retro-excavadora, entre otros.
- La inclusión de los mapas de colisiones para la generación de campos de fuerzas que permitan evadir los obstáculos de forma *online*.
- La implementación de otras DMPs que permitan mejorar la eficiencia en el aprendizaje por demostración de movimientos primitivos mediante la consideración de las fuerzas productos de la excavación de un terreno en particular.
- La inclusión de esquemas de aprendizaje por reforzamiento que permitan mejorar los movimientos aprendidos, y que puedan adaptarse a las distintas condiciones de operación de la máquina.
- Desarrollar un sistema de localización que estime con mayor precisión las posición de la máquina. Es posible que este deba incluir fuentes de medición de GPS y del mapa de colisión levantado de la escena.



## Referencias

- [AM84] S. Arimoto and F. Miyasaki, *Stability and robustness of pid feedback control for robot manipulator of sensory capability*, Robotics Research: First International Symposium, 1984, pp. 783–799.
- [Ama98] S. Amari, *Natural gradient works efficiently in learning*, Journal on Neural Computation **10** (1998), no. 2, 251–276.
- [AMS97] C.G. Atkeson, A.W. Moore, and Stefan Schaal, *Locally weighted learning*, Artificial intelligence review **11** (1997), no. 1, 11–73.
- [BAO90] D.M. Bullock, S. Apte, and I.J. Oppenheim, *Force and geometry constraints in robot excavation*, In Proceedings Space 90: Engineering, Construction and Operations in Space, 1990.
- [BHL01] S. Blouin, A. Hemami, and M. Lipsette, *Review of resistive force models for erthmoving processes*, Journal of Aersoace Engineering **14** (2001), 102–111.
- [BSMG93] D.A. Bradley, D.W. Seward, J.E. Mann, and M.R. Goodwin, *Artificial intelligence in the control and operation of construction plant-the autonomous robot excavator*, Automation in Construction **2** (1993), no. 3, 217–228.
- [BTZ96] P. Beardsley, P. H. S. Torr, and A. Zisserman, *3d model adquisition from extended image sequences*, Proceedings 4th European Conference on Computer Vision, Springer Berlin Heidelberg, 1996, pp. 683–695.
- [Bus04] Samuel R. Buss, *Introduction to inverse kinematics with jacobian transpose, pseudoinverse and damped least squares methods*, Tech. report, IEEE Journal of Robotics and Automation, 2004.
- [Che03] Zhe Chen, *Bayesian filtering: From kalman filters to particle filters, and beyond*, Bayesian filtering theory, 2003.
- [CL02] Pyung Hun Chang and Soo-Jin Lee, *A straight-line motion tracking control of hydraulic excavator system*, Mechatronics **12** (2002), no. 1, 119–138.

- [CRW97] Peter Corke, Jonathan Robert, and Graeme Winstanley, *Sensors and control for mining robotics*, In Proceedings Fourth International Symposium on Mining Mechanization and Automation, 1997.
- [DC00] Tom Drummond and Roberto Cipolla, *Real-time tracking of multiple articulated structures in multiple views*, In 6th European Conference on Computer Vision, ECCV 2000, Springer, 2000, pp. 20–36.
- [dCTM05] T. E. de Campos, B. J. Tordoff, and D. W. Murray, *Linear recovery of articulated pose change: Comparing pre- and post-imposed constraints*, Tech. Report OUEL 2279/05, Department of Engineering Science, Oxford University, 2005.
- [DH55] J. Denavit and R.S. Hartenberg, *A kinematic notation for lower-pair mechanisms based on matrices*, Transactions of ASME of Journal of Applied Mechanics **23** (1955), 215–221.
- [DSR<sup>+</sup>98] S.P. DiMaio, S.E. Salcudean, C. Reboulet, S. Tafazoli, and K. Hashtrudi-Zaad, *A virtual excavator for controller development and evaluation*, Proceedings 1998 IEEE International Conference on Robotics and Automation, IEEE, 1998, pp. 52–58.
- [DZLF94] R. Deriche, Z. Zhang, Q.-T. Luong, and O. Faugeras, *Robust recovery of the epipolar geometry for an uncalibrated stereo rig*, Proceedings 3rd European Conference on Computer Vision, Springer-Verlag, 1994, pp. 567–576.
- [HB93] X. Huang and L.E. Bernold, *Robotic rock handling during backhoe excavation*, Automation and Robotics in Construction, 1993.
- [HCK<sup>+</sup>89] M. Hebert, C. Caillas, E. Krotkov, S. Kweon, and T. Kanade, *Terrain mapping for a roving planetary explorer*, 1989 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA), vol. 2, 1989, pp. 997–1002.
- [HGA94] A. Hemami, S. Goulet, and M. Aubertin, *Resistance of particulate media to excavation: Application to bucket loading*, International Journal of Surface Mining and Reclamation **8** (1994), 125–129.
- [HH09] Ahmad Hemami and Ferri Hassani, *An overview of autonomous loading of bulk material*, 2009 International Symposium on Automation and Robotics in Construction (ISARC) (2009), 405–411.
- [HPS08] Heiko Hoffmann, Peter Pastor, and Stefan Schaal, *Dynamic movement primitives for movement generation motivated by convergent force fields in frog*, International Symposium on Adaptive Motion of Animals and Machines (AMAM), 2008, pp. 1–2.
- [HR04] Q.P. Ha and D.C. Rye, *A control architecture for robotic excavation in construction*, Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering, 2004, pp. 28–41.

- [HSN<sup>+</sup>02] Quang Ha, M. Santos, Quang Nguyen, D. Rye, and H. Durrant-Whyte, *Robotic excavation in construction automation*, Robotics & Automation Magazine, IEEE (2002), 20–28.
- [INS03] Auke Jan Ijspeert, Jun Nakanishi, and Stefan Schaal, *Learning attractor landscapes for learning motor primitives*, in Advances in Neural Information Processing Systems, MIT Press, 2003, pp. 1523–1530.
- [JS96] Vojin T. Jovanovic and T Sendzimir, *On the metrics and coordinate system induced sensitivity in computational kinematics*, Tech. report, Department of Mechanical Engineering. University of Connecticut, 1996.
- [Kal60] Rudolph Emil Kalman, *A new approach to linear filtering and prediction problems*, Transactions of the ASME—Journal of Basic Engineering **82** (1960), no. Series D, 35–45.
- [KB02] Evgeni Kiriya and Martin Buehler, *Three-state extended kalman filter for mobile robot localization*, Tech. report, Department of Electrical and Computer Engineering. McGill University, 2002.
- [Kel95] R. Kelly, *A tuning procedure for stable pid control of robot manipulators*, Robotica, vol. 13, 1995, pp. 141–148.
- [KH04] Nathan Koenig and Andrew Howard, *Design and use paradigms for gazebo, an open-source multi-robot simulator*, IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (Sendai, Japan), Sep 2004, pp. 2149–2154.
- [KKL<sup>+</sup>09] Dongmok Kim, Jongwon Kim, Kyouhee Lee, Cheolgyu Park, Jinsuk Song, and Deuksoo Kang, *Excavator tele-operation system using a human arm*, Automation in Construction **18** (2009), no. 2, 173–182.
- [KOHK09] D. Kim, K.W. Oh, D. Hong, and Y.K. Kim, *Motion control of excavator with tele-operated system*, 26th International Symposium on Automation and Robotics in Construction **3** (2009), 341–347.
- [Kon97] Kurt Konolige, *Small vision systems: Hardware and implementation*, International Symposium of Robotics Research, 1997.
- [KP09] Jens Kober and Jan Peters, *Learning motor primitives for robotics*, 2009 IEEE International Conference on Robotics and Automation (2009), 2112—2118.
- [LWC94] P. Lever, F. Wang, and D. Chen, *Intelligent excavator control for a lunar mining system*, In Proceedings ASCE Conference on Robotics for Challenging Environments, 1994.
- [ME85] Hans Moravec and A. E. Elfes, *High resolution maps from wide angle sonar*, Proceedings of the 1985 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA), March 1985, pp. 116–121.

- [Mea82] D. Meagher, *Geometric modeling using octree encoding*, Computer Graphics and Image Processing **19** (1982), no. 2, 129–147.
- [PCB<sup>+</sup>95] P. Peussa, D. Chan, S. Bachmann, P.D. Lawrence, S. Tafazoli, and S.E. Saculdean, *Using solenoid valves for proportional pilot pressure control in mini excavator*, In Proceedings of the 4th Scandinavian International Conference, 1995, pp. 1139–1151.
- [PD11] Claudia Pérez-DÁrpino, *Diseño de una arquitectura de control multivariable para una plataforma robótica no-lineal*, Master’s thesis, Simon Bolivar University, 2011.
- [PDVMM<sup>+</sup>11] C. Pérez-DÁrpino, D. Vigourox, W. Medina-Meléndez, L. Fermín, R.R. Torrealba, J.C. Grieco, and G. Fernández-López, *Development of a low cost inertial measurement unit for uav applications with kalman filter based attitude determination*, IEEE Conference on Technologies for Practical Robot Applications (TePRA) (Woburn, Massachusetts. USA), April 2011, pp. 178–183.
- [PHAS09] Peter Pastor, Heiko Hoffmann, Tamim Asfour, and Stefan Schaal, *Learning and generalization of motor skills by learning from demonstration*, 2009 IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2009.
- [PS08] J. Peters and S. Schaal, *Natural actor-critic*, Journal on Neurocomputing **71** (2008), no. 7-9, 1180–1190.
- [QCG09] Morgan Quigley, Ken Conley, and Brian Gerkey, *Ros: an open-source robot operating system*, ICRA Workshop on Open Source Software, 2009.
- [RLHO89] H. Romero-Louis, C. Hendrickson, and I. Oppenheim, *A strategic planner for robot excavation*, In Proceedings Sixth International Symposium on Automation and Robotics in Construction, 1989.
- [Rus13] Radu Rusu, *Tutorial: Downsampling a pointcloud using a voxelgrid filter*, Tutorial of PCL, 2013.
- [SBMG92] D. Seward, D. Bradley, J. Mann, and M. Goodwin, *Controlling and intelligent excavator for autonomous digging in difficult ground*, Proceedings of 9th International Symposium on Automation and Construction, 1992.
- [SBSR98] A. Stentz, J. Bares, S. Singh, and P. Rowe, *A robotic excavator for autonomous truck loading*, Proceedings 1998 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Innovations in Theory, Practice and Applications, vol. 3, IEEE, 1998, pp. 1885–1893.
- [SC88] T. Sakai and K. Cho, *Operation system for hydraulic excavator for deep trench works*, In Proceedings 5th International Symposium on Robotics in Construction, 1988.

- [SC98] S. Singh and H. Cannon, *Multi-resolution planning for earthmoving*, Proceedings 1998 IEEE International Conference on Robotics and Automation (Cat. No.98CH36146), IEEE, 1998, pp. 121–126.
- [Sin95a] S. Singh, *Learning to predict resistive forces during robotic excavation*, Proceedings of 1995 IEEE International Conference on Robotics and Automation, vol. 2, IEEE, 1995, pp. 2102–2107.
- [Sin95b] Sanjiv Singh, *Synthesis of tactical plans for robotic excavation*, Ph.D. thesis, Carnegie Mellon University, 1995.
- [Sin97] ———, *State of the art in automation of earthmoving*, Journal of Aerospace Engineering **10** (1997), no. 4, 179.
- [SLL<sup>+</sup>05] P. Saeedi, P. D. Lawrence, D. G. Lowe, P. Jacobsen, D. Kusalovic, K. Ardrone, and P. H. Sorensen, *An autonomous excavator with vision-based track-slippage control*, IEEE Transactions on Control Systems Technology **13** (2005), no. 1, 67–84.
- [SLW96] X. Shi, P.J. Lever, and F.Y. Wang, *Experimental robotic excavation in construction*, Proceedings IEEE International Conference of Robotics and Automation, vol. 1, 1996, pp. 957–962.
- [SPS99] Richard S Sutton, Doina Precup, and Satinder Singh, *Between mdps and semi-mdps: A framework for temporal abstraction in reinforcement learning*, Artificial Intelligence **112** (1999), 181–211.
- [SS92] S. Singh and R. Simmons, *Task planning for robotic excavation*, Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, 1992, pp. 1284–1291.
- [SSVG09] Bruno Siciliano, Lorenzo Sciavicco, Luigi Villani, and Oriolo Giuseppe, *Robotics. modelling, planning and control*, Advanced Textbooks in Control and Signal Processing, Springer London, 2009.
- [Ste01] Anthony Stentz, *Robotic technologies for outdoor industrial vehicles*, Proceedings of SPIE AeroSense, Unmanned Ground Vehicle Technologies, 2001.
- [TBS10] Evangelos Theodorou, Jonas Buchli, and Stefan Schaal, *Reinforcement learning of motor skills in high dimensions: A path integral approach*, 2010 IEEE International Conference on Robotics and Automation, no. 4, 2010, pp. 2397–2403.
- [TLS<sup>+</sup>96] S. Tafazoli, P.D. Lawrence, S.E. Salcudean, D. Chan, S. Bachmann, and C. De Silva, *Parameter estimation and friction analysis for a mini excavator*, Proceedings of 1996 IEEE International Conference on Robotics and Automation, 1996.

- [TPB06] R. Triebel, P. Pfaff, and W. Burgard, *Multi-level surface maps for outdoor terrain mapping and loop closing*, 2006 IEEE International Conference on Robots and Systems (IROS), 2006, pp. 2276–2282.
- [TSCA06] C.J. Taylor, E.M. Shaban, A. Chotai, and S. Ako, *Nonlinear control systems design for construction robots using state dependent parameter models*, Proceedings of the UKACC international conference on control, 2006.
- [WHB<sup>+</sup>10] K.M. Wurm, A. Hornung, M. Bennewitz, C. Stachniss, and W. Burgard, *Octomap: A probabilistic, flexible, and compact 3d map representation for robotic systems*, Proceeding of the ICRA 2010 workshop on best practice in 3D perception and modeling for mobile manipulation, 2010.
- [Wik13] Wikipedia, *Voxel definition from wikipedia*, From Wikipedia, the free encyclopedia, 2013.
- [YA11] Gu Ye and Ron Alterovitz, *Demonstration-guided motion planning*, In Proceedings International Symposium on Robotics Research (ISRR), 2011.
- [YAL07] M. Yguel, O. Aycard, and C. Laugier, *Update policy of dense maps: Efficient algorithms and sparse representations*, Field and Service Robotics, Results of the International Conference, FSR 2007 **42** (2007), 23–33.
- [YMSO09] Hiroshi Yamamoto, Masaharu Moteki, Hui Shao, and Takashi Ootuki, *Basic technology toward autonomous hydraulic excavator*, 26th International Symposium on Automation and Robotics in Construction (ISARC 2009) (2009), 288–295.

# Apéndice A

## Propiedades y modelo dinámico de la retro-excavadora

En este apéndice se expondrán las propiedades básicas del modelo dinámico de robots manipuladores de  $n$  g.d.l que servirán como base fundamental para el análisis de estabilidad del sistema de control PID. Además se desarrollará en detalle el modelado dinámico del brazo de la retro-excavadora

### A.1. Propiedades Básicas de la Dinámica

El modelo dinámico de los robots (A.1) posee ciertas propiedades básicas, y a pesar de la complejidad del modelo dinámico, los términos de esta ecuación posee propiedades de interés para el análisis de estabilidad en los sistemas de control.

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{g}(\mathbf{q}) = \boldsymbol{\tau} \quad (\text{A.1})$$

Las propiedades a las que se harán referencia se pueden dividir en:

- Matriz de inercia  $\mathbf{M}(\mathbf{q})$ .
- Matriz centrífuga de Coriolis  $\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ .

- Vector de gravedad  $\mathbf{g}(\mathbf{q})$ .

### A.1.1. Matriz de inercia $\mathbf{M}(\mathbf{q})$

La matriz de inercia  $\mathbf{M}(\mathbf{q})$  juega un papel importante en la dinámica ya que esta se encuentra íntimamente relacionada con la energía cinética  $\mathcal{K} = \frac{1}{2}\dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{M}(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}}$  del robot; debido a su relación con la energía cinética del robot, es importante para el estudio de estabilidad en sistemas de control.  $\mathbf{M}(\mathbf{q})$  es una matriz simétrica definida positiva de  $n \times n$  cuyos elementos son funciones de  $\mathbf{q}$ , el cual tiene las siguientes propiedades:

- Existe una constante real  $\alpha$  tal que:

$$\mathbf{M}(\mathbf{q}) \geq \alpha \mathbf{I} \quad \forall \mathbf{q} \in \mathbb{R}^n \quad (\text{A.2})$$

donde  $\mathbf{I}$  denota la matriz identidad  $n \times n$ . Esto implica que  $\mathbf{M}(\mathbf{q})^{-1}$  existe y es definida positiva.

- Existe una constante  $\beta > 0$ , para el caso de robots que poseen únicamente articulaciones rotacionales, tal que:

$$\lambda_{\max}\{\mathbf{M}(\mathbf{q})\} \leq \beta \quad \forall \mathbf{q} \in \mathbb{R}^n \quad (\text{A.3})$$

donde  $\beta \geq n [\max_{i,j,q} |M_{ij}(\mathbf{q})|]$ .

- Existe una constante  $k_M > 0$ , para el caso de robots que poseen únicamente articulaciones rotacionales, tal que:

$$\|\mathbf{M}(\mathbf{x})\mathbf{z} - \mathbf{M}(\mathbf{y})\mathbf{z}\| \leq k_M \|\mathbf{x} - \mathbf{y}\| \|\mathbf{z}\| \quad \forall \mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z} \in \mathbb{R}^n \quad (\text{A.4})$$

donde  $k_M \geq n^2 \left[ \max_{i,j,k,q} \left| \frac{\partial M_{ij}(\mathbf{q})}{\partial q_k} \right| \right]$

- Existe una constante  $k'_M > 0$ , para el caso de robots que poseen únicamente articulaciones rotacionales, tal que:

$$\|\mathbf{M}(\mathbf{x})\mathbf{y}\| \leq k'_M \|\mathbf{y}\| \quad \forall \mathbf{x}, \mathbf{y} \in \mathbb{R}^n \quad (\text{A.5})$$



### A.1.2. Matriz centrífuga de Coriolis $\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$

Al igual que el caso de la matriz de inercial, el estudio de la matriz de Coriolis se usará para el análisis de estabilidad de los sistemas de control, debido a que estas codifican las tasas de cambio de la matriz de inercia. Además también es una matriz  $n \times n$  cuyos elementos son funciones de  $\mathbf{q}$  y  $\dot{\mathbf{q}}$ . A continuación se citarán las distintas propiedades de la matriz de Coriolis:

- Pueden existir múltiples matrices  $\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$  que representen al mismo robot, pero solo un único vector  $\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}}$ .
- $\mathbf{C}(\mathbf{q}, \mathbf{0}) = \mathbf{0}$  para todo vector  $\mathbf{q} \in \mathbb{R}^n$ .
- Existe un escalar  $\alpha$  tal que:

$$\begin{aligned}\mathbf{C}(\mathbf{q}, \mathbf{x})\mathbf{y} &= \mathbf{C}(\mathbf{q}, \mathbf{y})\mathbf{x} \\ \mathbf{C}(\mathbf{q}, \mathbf{z} + \alpha\mathbf{x})\mathbf{y} &= \mathbf{C}(\mathbf{q}, \mathbf{z})\mathbf{y} + \alpha\mathbf{C}(\mathbf{q}, \mathbf{x})\mathbf{y}\end{aligned}\tag{A.6}$$

- El vector de Coriolis  $\mathbf{C}(\mathbf{q}, \mathbf{x})\mathbf{y}$  puede expresarse como:

$$\mathbf{C}(\mathbf{q}, \mathbf{x})\mathbf{y} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}^T \mathbf{C}_1(\mathbf{q})\mathbf{y} \\ \mathbf{x}^T \mathbf{C}_2(\mathbf{q})\mathbf{y} \\ \vdots \\ \mathbf{x}^T \mathbf{C}_n(\mathbf{q})\mathbf{y} \end{bmatrix}\tag{A.7}$$

donde  $C_k(\mathbf{q})$  son matrices simétricas de dimensión  $n$  para todo  $k = 1, 2, \dots, n$ .

- Existe una constante  $k_{C1} > 0$ , para el caso de robots que poseen únicamente articulaciones rotacionales, tal que:

$$\|\mathbf{C}(\mathbf{q}, \mathbf{x})\mathbf{y}\| \geq k_{C1}\|\mathbf{x}\|\|\mathbf{y}\| \quad \forall \mathbf{q}, \mathbf{x}, \mathbf{y} \in \mathbb{R}^n\tag{A.8}$$

donde  $k_{C1} \geq n^2 [\max_{i,j,k} |C_{kij}(\mathbf{q})|]$ .

- Existen unas constantes  $k_{C1} > 0$  y  $k_{C2} > 0$ , para el caso de robots que poseen únicamente articulaciones rotacionales, tal que:

$$\|\mathbf{C}(\mathbf{x}, \mathbf{z})\mathbf{w} - \mathbf{C}(\mathbf{y}, \mathbf{v})\mathbf{w}\| \leq k_{C1}\|\mathbf{z} - \mathbf{v}\|\|\mathbf{w}\| + k_{C2}\|\mathbf{x} - \mathbf{y}\|\|\mathbf{w}\|\|\mathbf{z}\|\tag{A.9}$$

para todo vector  $\mathbf{v}, \mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}, \mathbf{w} \in \mathbb{R}^n$ . Donde  $k_{C2} \geq n^3 \left[ \max_{i,j,k,l,q} \left| \frac{\partial C_{kij}(\mathbf{q})}{\partial q_l} \right| \right]$ .

- La matriz de Coriolis  $\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$  y la matriz de inercia  $\mathbf{M}(\mathbf{q})$  esta relacionadas según la expresión:

$$\mathbf{x}^T \left[ \frac{1}{2} \dot{\mathbf{M}}(\mathbf{q}) - \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \right] \mathbf{x} = 0 \quad (\text{A.10})$$

donde  $\left[ \frac{1}{2} \dot{\mathbf{M}}(\mathbf{q}) - \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \right]$  es una matriz antisimétrica.

### A.1.3. Vector de gravedad $\mathbf{g}(\mathbf{q})$

El vector de pares de gravedad  $\mathbf{g}(\mathbf{q})$  de  $n \times 1$ , el cual cuyas componentes únicamente dependen de la posición articular  $\mathbf{q}$ . Donde posee las siguientes propiedades:

- El vector de pares gravitacionales  $\mathbf{g}(\mathbf{q})$  se encuentra relaciona con la energía potencial  $\mathcal{U}(\mathbf{q})$  de acuerdo a:

$$\int_0^T \mathbf{g}(\mathbf{q})^T \dot{\mathbf{q}} dt = \mathcal{U}(\mathbf{q}(T)) - \mathcal{U}(\mathbf{q}(0)) \quad (\text{A.11})$$

para todo  $T \in \mathbb{R}_+$ .

- Existe una constante finita  $k_{\mathcal{U}}$ , para el caso de robots con articulaciones rotacionales, tal que:

$$\int_0^T \mathbf{g}(\mathbf{q})^T \dot{\mathbf{q}} dt + \mathcal{U}(\mathbf{q}(0)) \geq k_{\mathcal{U}} \quad (\text{A.12})$$

para todo  $T \in \mathbb{R}_+$  y donde  $k_{\mathcal{U}} = \min_q \{\mathcal{U}(\mathbf{q})\}$ .

- Existe una constante  $k_g > 0$ , para el caso de robots con articulaciones rotacionales, tal que:

$$\|\mathbf{g}(\mathbf{x}) - \mathbf{g}(\mathbf{y})\| \leq k_g \|\mathbf{x} - \mathbf{y}\| \quad \forall \mathbf{x}, \mathbf{y} \in \mathbb{R}^n \quad (\text{A.13})$$

donde  $k_g \geq n \left[ \max_{i,j,q} \left| \frac{\partial g_i(\mathbf{q})}{\partial q_j} \right| \right]$ . Además  $k_g \geq \left\| \frac{\partial \mathbf{g}(\mathbf{q})}{\partial \mathbf{q}} \right\| \geq \lambda_{\max} \left\{ \frac{\partial \mathbf{g}(\mathbf{q})}{\partial \mathbf{q}} \right\}$ .

- Existe una constante  $k'$ , para el caso de robots con articulaciones rotacionales, tal que:

$$\|\mathbf{g}(\mathbf{q})\| \leq k' \quad \forall \mathbf{q} \in \mathbb{R}^n \quad (\text{A.14})$$



Eslabón	$\theta_i$	$d_i$	$a_i$	$\alpha_i$
0	0	$L_0$	$b_0$	0
1	$q_1^* = q_1 + \frac{\pi}{2}$	$L_1$	$b_1$	$\frac{\pi}{2}$
2	$q_2^* = q_2 + \theta_2$	0	$L_2$	0
3	$q_3^* = q_3 - \frac{\pi}{2} + \theta_3$	0	$L_3$	0
4	$q_4^* = q_4 - \frac{\pi}{2} + \theta_4$	0	$L_4$	0

Cuadro A.1: Parámetros de Denavit-Hartenberg de la retro-excavadora.

### A.2.1. Modelo cinemático

Para determinar el modelo cinemático del robot, en principio se fijaron los sistemas de referencias de acuerdo a las reglas de Denavit-Hartenberg, como se muestra en la Fig. A.1, donde se asignaron los parámetros de Denavit-Hartenberg según el Cuadro A.1.

De acuerdo a los parámetros de Denavit-Hartenberg se obtienen las siguientes matrices de transformación. Nótese que se ha usado la siguiente nomenclatura  $q_{ijk}^* = q_i^* + q_j^* + q_k^*$ .

$$\begin{aligned}
T_0^1 &= \begin{bmatrix} \cos q_1^* & 0 & \sin q_1^* & b_1 \cos q_1^* + b_0 \\ \sin q_1^* & 0 & -\cos q_1^* & b_1 \sin q_1^* \\ 0 & 1 & 0 & L_1 + L_0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
T_0^2 &= \begin{bmatrix} \cos q_1^* \cos q_2^* & -\cos q_1^* \sin q_2^* & \sin q_1^* & \cos q_1^* (L_2 \cos q_2^* + b_1) + b_0 \\ \sin q_1^* \cos q_2^* & -\sin q_1^* \sin q_2^* & -\cos q_1^* & \sin q_1^* (L_2 \cos q_2^* + b_1) \\ \sin q_2^* & \cos q_2^* & 0 & L_2 \sin q_2^* + L_1 + L_0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
T_0^3 &= \begin{bmatrix} \cos q_1^* \cos q_{23}^* & \cos q_1^* \sin q_{23}^* & \sin q_1 & \cos q_1^* (L_3 \cos q_{23}^* + L_2 \cos q_2^* + b_1) + b_0 \\ \sin q_1^* \cos q_{23}^* & -\sin q_1^* \sin q_{23}^* & -\cos q_1 & \sin q_1^* (L_3 \cos q_{23}^* + L_2 \cos q_2^* + b_1) \\ \sin q_{23}^* & \sin q_{23}^* & 0 & L_3 \sin q_{23}^* + L_2 \sin q_2^* + L_1 + L_0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
T_0^4 &= \begin{bmatrix} \cos q_1^* \cos q_{234}^* & -\cos q_1^* \sin q_{234}^* & \sin q_1 & L_4 \cos q_1^* \cos q_{234}^* + T_{0\ 14}^3 \\ \sin q_1^* \cos q_{234}^* & -\sin q_1^* \sin q_{234}^* & -\cos q_1 & L_4 \sin q_1^* \cos q_{234}^* + T_{0\ 24}^3 \\ \sin q_{234}^* & \cos q_{234}^* & 0 & L_4 \sin q_{234}^* + T_{0\ 34}^3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.15})
\end{aligned}$$

Se necesitará determinar las velocidades de cada uno de los eslabones producto de las

velocidades articulares, debido a que en el problema de control se requiere el modelo dinámico del sistema. Por tanto, es necesario determinar la matriz Jacobiana del manipulador, el cual esta descompuesto por una parte lineal y otra angular.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{v}_0^i \\ \boldsymbol{\omega}_0^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_{L_i}(\mathbf{q}) \\ \mathbf{J}_{\omega_i}(\mathbf{q}) \end{bmatrix} \dot{\mathbf{q}} \quad (\text{A.16})$$

en donde las matrices Jacobianas lineales<sup>234</sup> son:

$$\begin{aligned} \mathbf{J}_{L_1} &= \begin{bmatrix} -b_1 \sin q_1^{cm} & 0 & 0 & 0 \\ b_1 \cos q_1^{cm} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \mathbf{J}_{L_2} &= \begin{bmatrix} -\sin q_1^*(L_2 \cos q_2^{cm} + b_1) + b_0 & -L_2 \cos q_1^* \sin q_2^{cm} & 0 & 0 \\ \cos q_1^*(L_2 \cos q_2^{cm} + b_1) & -L_2 \sin q_1^* \sin q_2^{cm} & 0 & 0 \\ 0 & L_2 \cos q_2^{cm} & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \mathbf{J}_{L_3} &= \begin{bmatrix} -\sin q_1^*(L_3 \cos q_{23}^{cm3} + L_{2cb}) & -\cos q_1^*(L_3 \sin q_{23}^{cm3} + L_2 \sin q_2^*) & -L_3 \cos q_1^* \sin q_{23}^{cm3} & 0 \\ \cos q_1^*(L_3 \cos q_{23}^{cm3} + L_{2cb}) & -\sin q_1^*(L_3 \sin q_{23}^{cm3} + L_2 \sin q_2^*) & -L_3 \sin q_1^* \sin q_{23}^{cm3} & 0 \\ 0 & L_3 \cos q_{23}^{cm3} + L_2 \cos q_2^* & L_3 \cos q_{23}^{cm3} & 0 \end{bmatrix} \\ \mathbf{J}_{L_4} &= \begin{bmatrix} -L_{4s_1c_{234}} + \mathbf{J}_{L_311} & -L_{4c_1s_{234}} + \mathbf{J}_{L_312} & -L_{4c_1s_{234}} + \mathbf{J}_{L_313} & -L_{4c_1s_{234}} \\ L_{4c_1c_{234}} + \mathbf{J}_{L_321} & -L_{4s_1s_{234}} + \mathbf{J}_{L_322} & -L_{4s_1s_{234}} + \mathbf{J}_{L_323} & -L_{4s_1s_{234}} \\ 0 & L_4 \cos q_{234}^* + \mathbf{J}_{L_332} & L_4 \cos q_{234}^* + \mathbf{J}_{L_333} & L_4 \cos q_{234}^* \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{A.17})$$

y las matrices Jacobianas Angulares:

$$\begin{aligned} \mathbf{J}_{\omega_1} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \mathbf{J}_{\omega_2} &= \begin{bmatrix} 0 & \sin q_1^* & 0 & 0 \\ 0 & -\cos q_1^* & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \mathbf{J}_{\omega_3} &= \begin{bmatrix} 0 & \sin q_1^* & 0 & 0 \\ 0 & -\cos q_1^* & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \\ \mathbf{J}_{\omega_4} &= \begin{bmatrix} 0 & \sin q_1^* & 0 & 0 \\ 0 & -\cos q_1^* & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{A.18})$$

<sup>2</sup> $L_{2cb} = L_2 \cos q_2^* + b_1$ .

<sup>3</sup> $L_{4s_i c_{jkl}} = L_4 \sin q_i^* \cos(q_j^* + q_k^* + q_l^*)$ , donde  $c$  y  $s$  representa la función coseno y seno, respectivamente.

<sup>4</sup>Nótese que  $\mathbf{J}_{L_k ij}$  representa las componente  $ij$  de la matriz Jacobiana lineal  $\mathbf{J}_{L_k}$ .

### A.2.2. Modelo dinámico

Para la obtención del modelo dinámico de la retro-excavadora se utilizaron ciertas propiedades producto del análisis mediante la ecuación de Lagrange. Por lo que sabemos que la ecuación de movimiento de Lagrange para un manipulador de  $n$  g.d.l., viene dada por:

$$\frac{d}{dt} \left[ \frac{\partial \mathcal{L}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \right] - \frac{\partial \mathcal{L}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})}{\partial \mathbf{q}} = \boldsymbol{\tau} \quad (\text{A.19})$$

donde el Lagrangiano esta definido como la diferencia entre las energías cinemáticas y potenciales del robot, es decir,  $\mathcal{L}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \mathcal{K}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) - \mathcal{U}(\mathbf{q}) = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{M}(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} - \mathcal{U}(\mathbf{q})$ .

Por tanto la ecuación general dinámica de un robot manipulador, es de la forma:

$$\mathbf{M}(\mathbf{q}) \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{g}(\mathbf{q}) = \boldsymbol{\tau} \quad (\text{A.20})$$

en el cual en las propiedades (A.10) y (A.11) se define:  $\begin{cases} \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{M}}(\mathbf{q}) \\ \mathbf{g}(\mathbf{q}) = \frac{\partial \mathcal{U}(\mathbf{q})}{\partial \mathbf{q}} \end{cases}$

De la definición de la energía cinética<sup>5</sup>, se determina la matriz de inercia  $\mathbf{M}(\mathbf{q})$  como:

$$\mathbf{M}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} M_{11}(\mathbf{q}) & m_{bu} b_0 L_{cm2} \cos q_1^* \sin q_2^* & I_s + I_{bu} & I_{bu} \\ m_{bu} b_0 L_{cm2} \cos q_1^* \sin q_2^* & M_{22}(\mathbf{q}) & M_{23}(\mathbf{q}) & M_{24}(\mathbf{q}) \\ I_s + I_{bu} & M_{23}(\mathbf{q}) & M_{33}(\mathbf{q}) & M_{34}(\mathbf{q}) \\ I_{bu} & M_{24}(\mathbf{q}) & M_{34}(\mathbf{q}) & m_{bu} L_{cm4}^2 + I_{bu} \end{bmatrix} \quad (\text{A.21})$$

con

$$M_{11}(\mathbf{q}) = m_t b_{cm1}^2 + m_{bo} [A^{cm2} + b_0 (b_0 + 2A^{cm} \sin q_1^*)] + m_s (L_{cm3} B^{cm} + A')^2 + m_{bu} (L_{cm4} C + L_3 B + A')^2 + I_t + I_{bo} + I_s$$

$$M_{22}(\mathbf{q}) = m_{bo} L_{cm2}^2 + m_s [L_{cm3}^2 + 2L_{cm3} L_2 \cos(2q_2^* + q_3^{cm}) + L_2^2] + m_{bu} [(L_{cm4} \tilde{C} + L_3 B + L_2 \sin q_2^*)^2 + (L_{cm4} C + L_3 B + L_2 \cos q_2^*)]$$

$$M_{23}(\mathbf{q}) = m_s [L_{cm3}^2 + L_{cm3} L_2 \cos(2q_2^* + q_3^{cm})] + m_{bu} [L_{cm4}^2 + L_3 (L_{cm4} \cos(2q_2^* + 2q_3^* + q_4^*) + L_2 \cos(2q_2^* + q_3^*)) + L_3^2]$$

$$M_{24}(\mathbf{q}) = m_{bu} L_{cm4} [L_{cm4} + L_3 \cos(2q_2^* + 2q_3^* + q_4^*) + L_2 \cos(2q_2^* + q_3^* + q_4^*)]$$

---

<sup>5</sup>Nótese que se usó de referencia el calculo de velocidades de los eslabones para el calculo de velocidades en los centros de masa de los mismos.

$$M_{33}(\mathbf{q}) = m_s L_{cm_3}^2 + m_{bu} [L_{cm_4}^2 + 2L_{cm_4} L_3 \cos(2q_2^* + 2q_3^* + q_4^*) + L_3^2] + I_s + I_{bu} \quad (\text{A.22})$$

$$M_{34}(\mathbf{q}) = m_{bu} [L_{cm_4}^2 + L_{cm_4} L_3 \cos(2q_2^* + 2q_3^* + q_4^*)] + I_{bu}$$

donde  $A = L_{cm_2} \cos q_1^* + b_1$ ,  $A^{cm} = L_{cm_2} \cos q_1^{cm} + b_1$ ,  $A' = L_2 \cos q_1^* + b_1$ ,  $A^{cm'} = L_2 \cos q_1^{cm} + b_1$ ,  $B = \cos q_{23}^*$ ,  $B^{cm} = \cos q_{23}^{cm}$ ,  $\tilde{B} = \sin q_{23}^+$ ,  $C = \cos q_{234}^{cm_4}$  y  $\tilde{C} = \sin q_{234}^{cm_4}$ , y  $q_1^* = q_1 + \frac{\pi}{2}$ ,  $q_2^{cm} = q_2 + \theta_{cm_2}$ ,  $q_3^{cm} = q_3 + \theta_{cm_3}$  y  $q_4^{cm} = q_4 + \theta_{cm_4}$ .

Además el vector de Coriolis es determinado mediante la matriz de inercia, usando la propiedad (A.10), dando como resultado:

$$\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{C}_1(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} \\ \dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{C}_2(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} \\ \dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{C}_3(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} \\ \dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{C}_4(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} \end{bmatrix} \quad (\text{A.23})$$

de donde las matrices  $\mathbf{C}_i(\mathbf{q})$  estan definidas como:

$$\mathbf{C}_1(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = - \begin{bmatrix} -m_{bo} A^{cm} \cos q_1^* & -\frac{1}{2} m_{bo} L_{cm_2} \sin q_1^* \sin q_2^{cm} & 0 & 0 \\ C_{1_{21}}(\mathbf{q}) & -\frac{1}{2} m_{bo} L_{cm_2} \cos q_1^* \cos q_2^{cm} & 0 & 0 \\ C_{1_{31}}(\mathbf{q}) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.24})$$

$$\mathbf{C}_2(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = - \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} m_{bo} L_{cm_2} \sin q_1^* \sin q_2^{cm} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2} m_{bo} L_{cm_2} \cos q_1^* \cos q_2^{cm} & C_{2_{22}}(\mathbf{q}) & C_{2_{23}}(\mathbf{q}) & C_{2_{24}}(\mathbf{q}) \\ 0 & C_{2_{32}}(\mathbf{q}) & C_{2_{33}}(\mathbf{q}) & C_{2_{34}}(\mathbf{q}) \\ 0 & C_{2_{42}}(\mathbf{q}) & C_{2_{43}}(\mathbf{q}) & C_{2_{44}}(\mathbf{q}) \end{bmatrix} \quad (\text{A.25})$$

$$\mathbf{C}_3(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = - \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_{3_{22}}(\mathbf{q}) & C_{3_{23}}(\mathbf{q}) & C_{3_{24}}(\mathbf{q}) \\ 0 & C_{3_{32}}(\mathbf{q}) & C_{3_{33}}(\mathbf{q}) & C_{3_{34}}(\mathbf{q}) \\ 0 & C_{3_{42}}(\mathbf{q}) & C_{3_{43}}(\mathbf{q}) & C_{3_{44}}(\mathbf{q}) \end{bmatrix} \quad (\text{A.26})$$

$$\mathbf{C}_4(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = - \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_{4_{22}}(\mathbf{q}) & C_{4_{23}}(\mathbf{q}) & 0 \\ 0 & C_{4_{32}}(\mathbf{q}) & C_{4_{33}}(\mathbf{q}) & 0 \\ 0 & C_{4_{42}}(\mathbf{q}) & C_{4_{43}}(\mathbf{q}) & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.27})$$

con:

$$\begin{aligned}
C_{121}(\mathbf{q}) &= -m_{bo}L_{cm1} \sin q_2^{cm}(A^{cm} + b_0 \sin q_1^*) + m_s(L_{cm3}B^{cm} + A^2)(L_{cm3}\tilde{B}^{cm} + L_2 \sin q_2^{cm}) \\
&\quad + m_{bu}(L_{cm4}\tilde{C} + L_3B + L_2 \sin q_2^*)(L_{cm4}C + L_3B + A') \\
C_{131}(\mathbf{q}) &= m_sL_{cm3}\tilde{B}^{cm}(L_{cm3}B^{cm} + A') + m_{bu}(L_{cm4}\tilde{C} + L_3\tilde{B})(L_{cm4}C + L_3B + A') \\
C_{222}(\mathbf{q}) &= 2m_sL_{cm3}L_2 \sin(2q_2^* + q_3^{cm}) + m_{bu}[(L_{cm4}\tilde{C} + L_3\tilde{B} + L_2 \sin q_2^*)(L_{cm4}C + L_3B \\
&\quad - L_2 \cos q_2^*) - (L_{cm4}C + L_3B + L_2 \cos q_2^*)(L_{cm4}\tilde{C} + L_3\tilde{B} - L_2 \sin q_2^*)] = C_{322}(\mathbf{q}) \\
C_{223}(\mathbf{q}) &= m_sL_{cm3}L_2 \sin(2q_2^* + q_3^{cm}) + m_{bu}L_3[L_{cm4} \sin(2q_2^* + 2q_3^* + q_4^*) - L_2 \sin(2q_2^* + q_3^*)] \\
C_{224}(\mathbf{q}) &= \begin{cases} m_{bu}L_{cm3}[L_3 \sin(2q_2^* + 2q_3^* + q_4^*) + L_2 \sin(2q_2^* + q_3^* + q_4^*)] \\ C_{244}(\mathbf{q}) = C_{422}(\mathbf{q}) = C_{442}(\mathbf{q}) \end{cases} \\
C_{232}(\mathbf{q}) &= m_sL_{cm3}L_2 \sin(2q_2^* + q_3^{cm}) + m_{bu}[(L_{cm4}\tilde{C} + L_3\tilde{B} + L_2 \sin q_2^*)(L_{cm4}C + L_3B) \\
&\quad - (L_{cm4}C + L_3B + L_2 \cos q_2^*)(L_{cm4}\tilde{C} + L_3\tilde{B})] \\
C_{233}(\mathbf{q}) &= \frac{1}{2}m_sL_{cm3}L_2 \sin(2q_2^* + q_3^{cm}) + \frac{1}{2}m_{bu}L_3[2L_{cm4} \sin(2q_2^* + 2q_3^* + q_4^*) - L_2 \sin(2q_2^* + q_3^*)] \\
C_{234}(\mathbf{q}) &= C_{432}(\mathbf{q}) = \frac{1}{2}m_{bu}L_{cm3}[2L_3 \sin(2q_2^* + 2q_3^* + q_4^*) + L_2 \sin(2q_2^* + q_3^* + q_4^*)] \\
C_{242}(\mathbf{q}) &= C_{342}(\mathbf{q}) = m_{bu}L_{cm4}[(L_{cm4}\tilde{C} + L_3\tilde{B} + L_2 \sin q_2^*)C - (L_{cm4}C + L_3B + L_2 \cos q_2^*)\tilde{C}] \\
C_{243}(\mathbf{q}) &= \frac{1}{2}m_{bu}L_3L_{cm4} \sin(2q_2^* + 2q_3^* + q_4^*) \\
C_{323}(\mathbf{q}) &= \begin{cases} 2m_{bu}L_{cm4}L_3 \sin(2q_2^* + 2q_3^* + q_4^*) \\ 2C_{324}(\mathbf{q}) = C_{332}(\mathbf{q}) = C_{333}(\mathbf{q}) = 2C_{334}(\mathbf{q}) \\ 2C_{343}(\mathbf{q}) = 4C_{344}(\mathbf{q}) = C_{423}(\mathbf{q}) = C_{433}(\mathbf{q}) = 2C_{443}(\mathbf{q}) \end{cases}
\end{aligned} \tag{A.28}$$

Y finalmente el vector de gravedad de la dinámica del brazo de la retro-excavadora se calcula mediante la energía potencial según la propiedad (A.11).

$$\mathbf{g}(\mathbf{q}) = g \begin{bmatrix} 0 \\ m_{bo}L_{cm2} \cos q_2^{cm} + m_sL_2 + m_{bu}L_2 \cos q_2^* + m_{bu}[L_3 \cos q_{23}^* + L_{cm4} \cos q_{234}^*] \\ m_sL_{cm3}^* \cos q_{23}^* + m_{bu}[L_3 \cos q_{23}^* + L_{cm4} \cos q_{234}^*] \\ m_{bu}L_{cm4} \cos q_{234}^* \end{bmatrix} \tag{A.29}$$



### A.2.3. Propiedades mecánicas

En la determinación de la propiedades mecánicas de cada uno de los eslabones de la retro-excavadora, se usó SolidWorks -un software de diseño CAD 3D- que permite el diseño de cada una de las partes o elementos de la máquina. Para ello se dibujo una máquina retro-excavadora de dimensiones típicas, donde se asignaron, a cada uno de los elementos de la misma, los materiales estándares usados. En la Fig. A.2 se aprecia el CAD desarrollado en SolidWorks para la determinación de las propiedades físicas de la misma.



Figura A.2: CAD desarrollado para el modelado de la propiedades mecánicas de la retro-excavadora.

Con dicho CAD, se determinaron los valores numéricos de las propiedades de los eslabones, como: masa, inercia de la masa, centro de masa, longitudes y ángulos entre eslabones, etc. A continuación, en el Cuadro A.2, se presenta dichos valores numéricos.

Longitudes [m.]			Ángulos [deg.]	Masas [kg.]	Inercia de masas [kg.m <sup>2</sup> ]
$L_0 = 1,1811$	$b_0 = 0,4000$	$L_{cm_2} = 1,9204$	$\theta_2 = 13,1$	$m_t = 7018,4$	$I_t = 10693,4$
$L_1 = 0,2756$	$b_1 = 0,6241$	$L_{cm_3} = 0,7281$	$\theta_{cm_2} = 26,7$	$m_{bo} = 4293,5$	$I_{bo} = 11704,6$
$L_2 = 5,1243$	$b_{cm_1} = 0,0982$	$L_{cm_4} = 0,8348$	$\theta_3 = 88,1$	$m_s = 1151,2$	$I_s = 921,0$
$L_3 = 1,9129$	NA	NA	$\theta_{cm_3} = 86,2$	$m_{bu} = 531,5$	$I_{bu} = 130,7$
$L_4 = 1,4840$	NA	NA	$\theta_4 = 104,1$	NA	NA
NA	NA	NA	$\theta_{cm_4} = 78,6$	NA	NA

Cuadro A.2: Propiedades físicas de la retro-excavadora.

## Apéndice B

# Regresión Localmente Pesada

En este apéndice se estudian los algoritmos de regresión localmente pesada usados para el aprendizaje localmente pesado, el cual es una forma de aprendizaje perezoso (*lazy learning*) y aprendizaje basado en memoria (*memory-based learning*). En muchos esquemas de aprendizaje un único modelo global es usado para ajustar todos los datos de entrenamiento. Por otra parte, los modelos locales intentan ajustar los datos de entrenamiento solo en regiones circundantes a la locación de la solicitud (el punto de solicitud o *query*). Entre los modelos locales se incluyen vecinos cercanos (*nearest neighbor*), promedio pesado (*weighted average*) y regresión localmente pesada (*locally weighted regression*). El modelo de vecinos cercanos consiste en la selección y uso de los valores de salida de los puntos más cercanos. El promedio pesado estima la salida de sus vecinos cercanos, el cual son inversamente pesados por sus distancias al punto de solicitud. Finalmente la regresión localmente pesada intenta ajustar una superficie para los puntos cercanos usando una regresión pesada por la distancia.

En este sentido a continuación se describe los aspectos teóricos del esquema de regresión localmente pesada usado en proceso de aprendizaje de las políticas de control (o DMPs) de los movimientos primitivos demostrados.

## B.1. Regresión Localmente Pesada

En la Regresión Localmente Pesada (LWR), los modelos locales son ajustados de acuerdo a los datos vecinos mediante el empleo de funciones de pesaje o funciones kernels. Donde el LWR es derivado de un procedimiento estándar de regresión de modelos globales. A continuación se realiza una revisión de los procedimientos de regresión para modelos globales.

### B.1.1. Modelos globales

En líneas generales los modelos globales intentan realizar el aprendizaje mediante la minimización sujeta  $\omega$  del siguiente criterio:

$$J = \sum_i L(f(\mathbf{x}_i, \omega), y_i) \quad (\text{B.1})$$

donde  $y_i$  es el valor de salida correspondiente con el vector de entrada  $\mathbf{x}_i$ ,  $\omega$  es el vector de parámetros para el modelo no-lineal  $\hat{y}_i = f(\mathbf{x}_i, \omega)$ , y  $L(\hat{y}_i, y_i)$  es una función general de pérdida<sup>1</sup> para predecir el valor de salida  $\hat{y}_i$  de acuerdo al dato de entrenamiento  $y_i$ . Nótese que el vector de parámetros  $\omega$  representa los pesos sinápticos para el caso de modelos de redes neuronales. Frecuentemente la norma  $L_2$  es usada como *loss function*, por tanto en este caso el criterio de entrenamiento quedaría en:

$$J = \sum_i (f(\mathbf{x}_i, \omega) - y_i)^2 \quad (\text{B.2})$$

Para el caso de modelos globales lineales  $f(\mathbf{x}_i, \omega) = \mathbf{x}_i^T \omega$  con lo que se tiene que el criterio de entrenamiento es:

$$J = \sum_i (\mathbf{x}_i^T \omega - y_i)^2 \quad (\text{B.3})$$

---

<sup>1</sup>En la literatura es conocida como *loss function* el cual consisten en mapear un evento dentro de un número real, normalmente son usados métricas de distancia como la norma  $L_1$ ,  $L_2$ ,  $L_\infty$ , y entre otras métricas como la de Mahalanobis y Minkowsky.

el cual mediante el empleo de multiplicadores de Lagrange para la resolución del problema de optimización B.3 se obtiene que:

$$\boldsymbol{\beta} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{y} \quad (\text{B.4})$$

donde  $\mathbf{X}$  es una matriz cuyas fila  $i$  esta formada por el vector de datos  $\mathbf{x}_i^T$  y  $\mathbf{y}$  es un vector cuyo elemento  $i$  representa la salida  $y_i$ .

Y finalmente la estimación de la salida para una solicitud  $\mathbf{q}$  determinada se calcula como  $\hat{y}(\mathbf{q}) = \mathbf{q}^T \boldsymbol{\omega}$ .

### B.1.2. Modelos locales

Como se mencionó anteriormente un modelo local consiste en adaptar un conjunto de datos para un punto de solicitud por medio del énfasis de los puntos cercanos. En otras palabras esto puede ser resuelto pensando el criterio de entrenamiento B.2, es decir:

$$J(\mathbf{q}) = \sum_i [(f(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\omega}) - y_i)^2 K(d(\mathbf{x}_i, \mathbf{q}))] \quad (\text{B.5})$$

donde  $K(\cdot)$  representa la función kernel,  $d(\mathbf{x}_i, \mathbf{q})$  es la distancia Euclidiana entre los puntos  $\mathbf{x}_i$  y  $\mathbf{q}$ . Nótese que en este Trabajo de Grado se utiliza las bases Gaussianas como funciones kernels, es decir,  $K(d(\cdot)) = \exp(-hd(\cdot)^2)$ , por tanto la ponderación de los datos es  $\psi(\cdot) = \sqrt{K(d(\cdot))} = \exp(-hd(\cdot))$ .

En el caso lineal, el criterio de entrenamiento de modelos locales se transforma como:

$$J(\mathbf{q}) = \sum_i (\mathbf{z}_i^T \boldsymbol{\omega} - v_i)^2 \quad (\text{B.6})$$

donde  $\mathbf{z}_i = \psi_i(\mathbf{q})\mathbf{x}_i$  y  $v_i = \psi_i(\mathbf{q})y_i$  son el vector de entrada y los valores de salida pesados, respectivamente. Y estos pesos son de la forma  $\psi_i(\mathbf{q}) = \sqrt{K(d(\mathbf{x}_i, \mathbf{q}))}$ . Nótese que el criterio pesado B.6 presenta la misma forma que el criterio no pesado B.3, por tanto la resolución del problema de estimación es:

$$\boldsymbol{\omega} = (\mathbf{Z}^T \mathbf{Z})^{-1} \mathbf{Z}^T \mathbf{v} \quad (\text{B.7})$$

donde  $\mathbf{Z} = \mathbf{W}\mathbf{X}$ ,  $\mathbf{v} = \mathbf{W}\mathbf{y}$  y  $\mathbf{W}$  es una matriz diagonal con elementos  $\mathbf{W}_{ij} = \psi_i$ .

Por lo que la estimación de la salida  $y$  se calcula como:  $\hat{y}(\mathbf{q}) = \mathbf{q}^T \boldsymbol{\omega} = \mathbf{q}^T (\mathbf{Z}^T \mathbf{Z})^{-1} \mathbf{Z}^T \mathbf{v}$ .

## Apéndice C

### Artículos Publicados

En este apéndice se presenta el resumen de los artículos de investigación escritos durante el presente Trabajo de Grado.

- C. Mastalli, J. Cappelletto, R. Acuña, A. Terrones and G. Fernández-Lopez, *An Imitation Learning Approach for Truck Loading Operations in Backhoe Machines*, 15th International Conference on Climbing and Walking Robots and the Support Technologies for Mobile Machines (CLAWAR 12), 2012, pp. 821-830. Baltimore, USA.

Este trabajo se presentó de forma oral en la conferencia *15th International Conference on Climbing and Walking Robots and the Support Technologies for Mobile Machines* (CLAWAR 12), cuyo *proceedings* son publicados en el libro *Adaptive Mobile Robotics*. El propósito de este trabajo consiste en la implementación de un esquema de aprendizaje por imitación que permite generar movimiento de carga de camiones realizados frecuentemente por las retro-excavadoras.

A continuación se presenta el resumen del artículo mencionado y la primera página del mismo.

## AN IMITATION LEARNING APPROACH FOR TRUCK LOADING OPERATIONS IN BACKHOE MACHINES

C. MASTALLI, J. CAPPELLETTO, R. ACUÑA, A. TERRONES, and G.  
FERNÁNDEZ-LÓPEZ

*Simón Bolívar University, Mechatronics Group, ELE-328, Sartenejas 1080-A  
Miranda, Venezuela*

*\* E-mail: carlosmastalli@usb.ve*

This paper presents a motion planning and control system architecture development for autonomous earthmoving operations in excavating machines such as loading a dump truck. The motion planning system is imitation learning based, which is a general approach for learning motor skills from human demonstration. This scheme of supervised learning is based on a dynamical movement primitives (DMP) as control policies (CP). The DMP is a non-linear differential equation that encode movements, which are used to learn tasks in backhoe machines. A general architecture to achieve autonomous truck loading operations is described. Also, the effectiveness of our approach for truck loading task is demonstrated, where the machine can adapt to different operating scenarios.

*Keywords:* Imitation Learning, Dynamical Movement Primitives, Excavating Robots, Backhoe Machine.

### 1. Introduction

Everyday, earthmoving operations are performed at every time around the world. Moreover, the earthmoving industry is an important economic and productive activity. Furthermore, backhoe machines operations are repetitive and their workspace is complex and non-structured, where they have to interact with humans, trucks and obstacles. Finally, there are a few research works oriented to develop a fully autonomous excavating robot because of the complexity of the problem and their tasks.

On other hand, for service robotics, imitation learning based motion planning systems have been developed to solve objects grasping and manipulation,<sup>1</sup> or biped robot locomotion;<sup>2</sup> for which it has been raised the dynamical movement primitives approach that represent unidimensional discrete and rhythmic movement. In consequence, the autonomous repro-



duction of movement using learning by demonstration (LbD) could be feasible in any kind of task performed by backhoe machines. Therefore, it is necessary to demonstrate that movement can be generalized in other contexts, i.e. for several positions and orientations of the target in truck loading operations.

In contrast of Autonomous Loading System (ALS),<sup>3</sup> the motion planning system is implemented through an imitation learning with DMPs based on truck position estimation. This method has the potential advantage to generate motion plans that solve obstacle avoidance problem in the same way as Park.<sup>4</sup>

Finally, Section 2 describes some of the current works for complete autonomy for earthmoving operations, and an overview of our approach. Section 3 expounds the details of imitation learning with DMPs for unidimensional discrete movements. In Section 4, it is shown the implementation of imitation learning with DMPs in a typical backhoe machine for truck loading operations. The inverse kinematics and proposed control system is presented, with the results for truck loading movement generation with our autonomous system. Finally, in Section 5 are shown the comments for the obtained results and futures works.

## 2. Motion Planning Systems for Excavator Robots

Currently, there are few works on complete autonomy for earthmoving operations, because of the environment complexity and the type of tasks for this kind of machines. The backhoe machines usually execute three main operations, which are digging a foundation or leveling a mound of soil and truck loading. In Singh<sup>56</sup> the task planning was formulated as constraint optimization in action space, and in Singh and Cannon<sup>7</sup> it was developed a multi-resolution planning systems that performs the digging operations autonomously. In other hand, in Stentz<sup>3</sup> have been raised a hardware and software architecture for autonomous truck loading operations. In this paper, it has been developed an architecture of perception systems similar to,<sup>3</sup> but with some improvements like: the scanning plane is parallel to the ground and the addition of a stereo camera. The perception systems have to determine and estimate the pose of the dump truck, as shown in Fig. 1.

In other hand, humans can execute complex task because of the ability to learn movement primitives, i.e. dunk the ball to the basket in a basketball game. Therefore, imitation learning methods can be used for motion planning in complex backhoe machine operations. Thus, this approach could allow the execution of complex task.



Fig. 1: Perception system architecture.

Finally, it is developed a motion planning system based in imitation learning with Dynamical Movement Primitives. DMPs are used to adequately encode movement primitives; and the learning process becomes a locally weighted regression problem.<sup>8</sup>

### 3. Imitation Learning with DMPs

This section briefly describe the imitation learning approach using dynamical movement primitives framework that is a potential way to simplify learning control policies.

#### 3.1. *Dynamical Movement Primitives*

A Dynamical Movement Primitive is a non-linear dynamic equation that code the basic behavioral pattern (i.e. rhythmic or discrete movements),<sup>9</sup> and its formulation is based in attractor theory. Therefore, the purpose of this control policy is to reach the goal state with a particular trajectory shape, independent of its initial state. Besides, DMPs are a compact representation of high-dimensional planning policies and it must have the following properties:

- The convergence to the goal state must be guaranteed.
- The DMP formulation must generate any desired smooth trajectory.
- DMP have to be temporal and spatial invariant.

- The formulation must be robust against perturbations due to the inherent attractor dynamic.

A good DMP formulation for unidimensional discrete movements is developed for grasping and manipulation tasks by Pastor.<sup>1</sup> This representation is a set of differential equations referred to as a transformation system (1), and other as a canonical system(3). Note that the equation (1) can be interpreted as a linear spring-damper system perturbed by an external forcing term  $f(s)$ .

$$\begin{aligned}\tau\dot{v} &= K(g - x) - Dv - K(g - x_0)s + Kf(s) \\ \tau\dot{x} &= v\end{aligned}\tag{1}$$

where  $x$  and  $v$  are position and velocity system;  $x_0$  and  $g$  are the initial and goal position;  $\tau$  is a temporal scaling factor;  $K$  is a stiffness constant;  $D$  the damping constant; and  $f(s)$  is a nonlinear function which can be learned for a determine smooth trajectory demonstrated. The  $K$  and  $D$  gains must be choosen such that the system is critically damped. The non-linear function  $f(s)$  is defined as:

$$f(s) = \frac{\sum_i \omega_i \psi_i(s)s}{\sum_i \psi_i(s)}\tag{2}$$

where  $\psi_i(s) = \exp(-h_i(s - c_i)^2)$  are Gaussian basis functions, with center  $c_i$  and width  $h_i$ , and  $\omega_i$  are the weights that have to be learned.

$$\tau\dot{s} = -\alpha s\tag{3}$$

Note that with this formulation, the spatial and temporal invariance is satisfied, because  $f(s)$  depends on a phase variable  $s$ . The phase variable is monotonically decreasing (from 1 to 0) according to (3).

Thus, the process of learning from demonstration consists in computing the set of weights  $\omega_i$  for a given desired trajectory  $(x(t), \dot{x}(t), \ddot{x}(t))$ , where this requires computing the non-linear function by the equation (4). Therefore, to solve the learning problem it is necessary to minimize the error criterion  $J = \sum_s (f_{target}(s) - f(s))^2$ ; this represent a locally weighted regression problem.<sup>8</sup>

$$f_{target}(s) = \frac{\tau\dot{v} + Dv}{K} - (g - x) + (g - x_0)s\tag{4}$$

#### 4. Autonomous Backhoe Machine

To develop autonomous truck loading operations in backhoe machine is important to consider the following three aspects: a perception system that can recognize and estimate the position of the dump truck, a motion planning system that generate appropriate movements to reach the goal, and finally, a control system that adequately command the actuator of the machine. As a result, it was developed an imitation learning with DMP approach for the motion planning in truck loading operations.

##### 4.1. Imitation Learning with DMPs in Backhoe Machine

Imitation learning using DMPs in backhoe machines is achieved allocating at least one transformation system per Degree Of Freedom (DOF). Thus, each DMP is set up with four transformation systems in order to encode the kinematics variables  $(x, y, z, q)$ , where  $(x, y, z)$  is the cartesian position of end-effector and  $q$  is a joint position (pitch angle) of bucket. These state variables represent adequately the characteristics of loading truck operations, and also other kind of tasks performed by backhoe machines, because the orientation of the bucket is a relevant variable in any kind of operation.

The configuration of employed the dynamical movement primitives is illustrated in Fig. 2, where a single DMP generate discrete movements primitives in two coordinates frame concurrently. Moreover, we can see the non-linear target function to be learned (orange signal) and the generation of four states (red signal) in a typical truck loading operation (see Fig. 2).

Thus, the general architecture of the intelligent agent (IA) is illustrated in Fig. 3, which we can see the process of imitation learning, acquisition of environmental information, motion planning and control.

For the generation of autonomous truck loading tasks, the machine operator show a trajectory demonstrated  $[\mathbf{x}_d(t) \ \dot{\mathbf{x}}_d(t) \ \ddot{\mathbf{x}}_d(t)]^T$  with the task parameters  $[\mathbf{x}_0 \ \mathbf{g}]$  (orange dashed lines) by the operation of the machine. Then, the imitation learning with DMPs system (blue system) find the weights  $\omega_i$  based in the information of the tasks. And finally, the perception system send the particular task parameters in order to generate a motion plan and execution of the truck loading operation (red lines and boxes).

##### 4.2. Inverse Kinematics and Control System

Because DMPs are encoded in cartesian (end-effector position) and joint (bucket orientation) positions, it is necessary to implement an inverse kine-

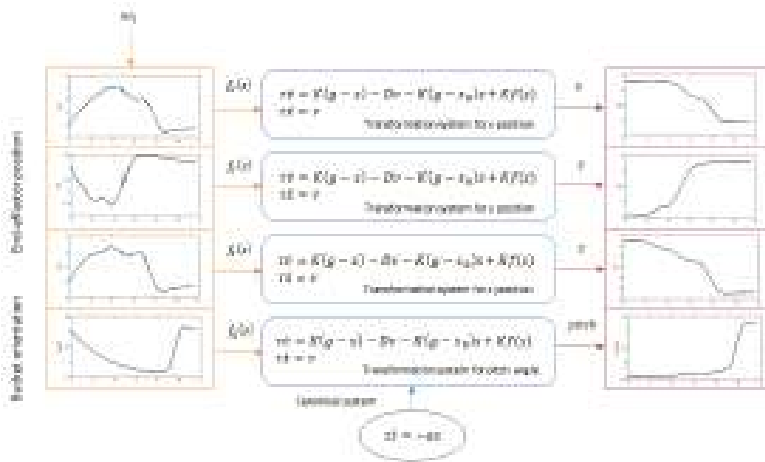


Fig. 2: The DMP implemented with four transformation systems, that is used to generate movements in backhoe machines.

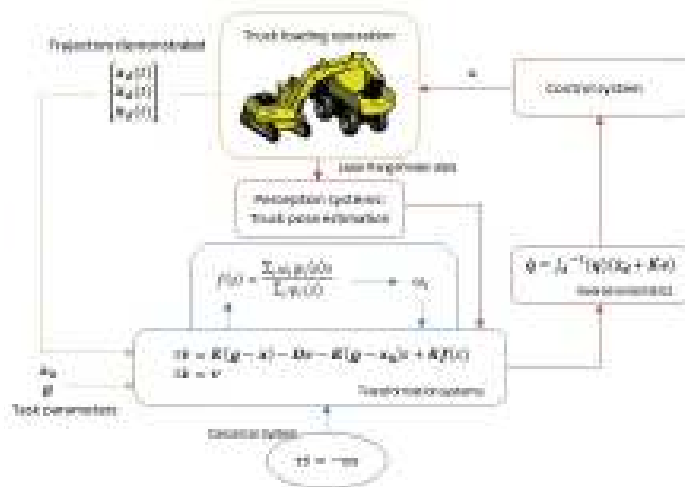


Fig. 3: The general architecture developed for autonomous truck loading operations.

matics algorithm that maps the cartesian coordinates to joint positions. For this purpose, it was formulated an inverse kinematics algorithm with Jacobian inverse as shown in Fig. 3. This computes the positions and velocities of turret, boom and stick joints.

The movement generation is transformed into the position and velocities references for the feedback controller (PID controller). Then, the controller performs appropriate torque commands  $\mathbf{u}$  for the actuators.

In Fig. 4, we show the details about the implementation of inverse kinematics and control algorithm, where a feed-forward law control is implemented.

#### 4.3. Truck Loading Movement Generation

To generate an autonomous truck loading operation, a DMP is selected and adjusted with the task information from perception systems: position to load the truck ( $\mathbf{g}$ ) and the current state backhoe machine arm ( $\mathbf{x}_0$ ) (see Fig. 3). In Fig. 5, it can be seen how the imitation learning with DMPs works in a typical left sided truck loading operation, where eight different cases of movement generation are shown. Thus, the green lines represent the movements generation for four different goal states based in the demonstrated trajectory (black line). The blue lines have the same four goals positions as green but with a new initial position. It can be observed that the motion planning follows the same shape trajectory desired while reaching any goal state.

#### 4.4. Backhoe Machine Simulation

The simulations were implemented on an Open-Source Multi-Robot Simulator called Gazebo.<sup>10</sup> In the simulation of the autonomous truck loading operation, kinematic and dynamic properties for a typical backhoe machine were employed. Besides, it was implemented a set of range finder lasers with properties similar to those of Hokuyo lasers.

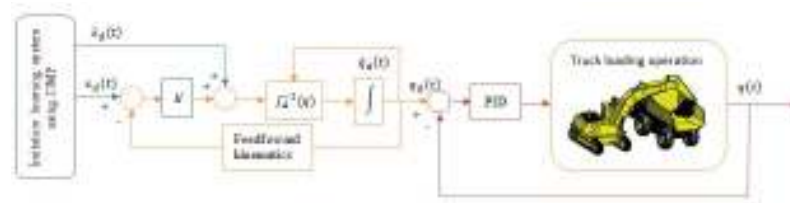


Fig. 4: The inverse kinematics and control algorithm implemented.

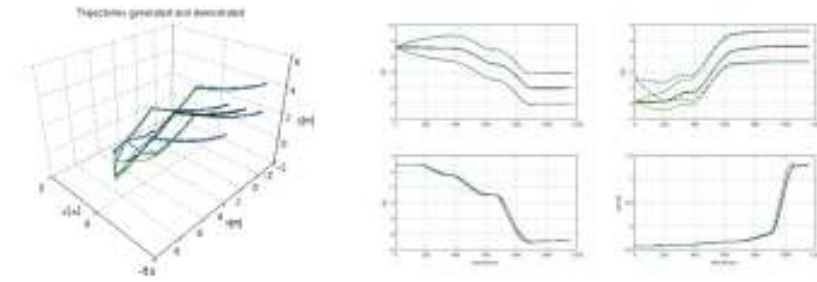


Fig. 5: The truck loading trajectory demonstrated (black whites) and generation movements for new goals (green lines), and news initial states (blue lines).

First, it was taught a movement for making a left truck loading operation. Second, the intelligent agent learned this movement. Third, the perception system recognize and estimate the position of the truck. Fourth, the DMP is selected and adjusted according to the position of truck. Fifth, the machine learning compute step by step the desired movement. Finally, this desired movement is mapped to joint position and velocity references for the generation of the torque commands for the actuators.

In Fig. 6 and 7, it can be seen how imitation learning with DMP approach works for autonomous truck loading operations; where in both cases

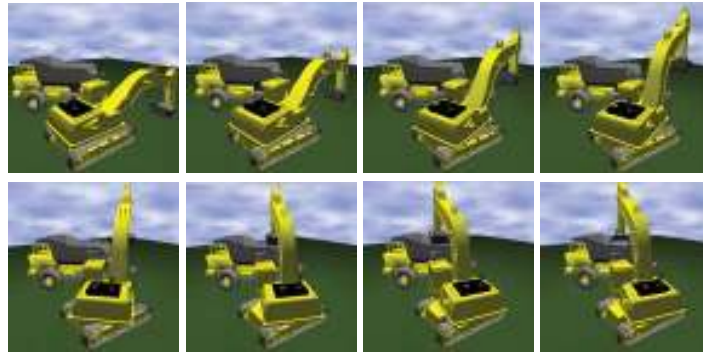


Fig. 6: The autonomous truck loading operation with  $g = [1.87 \ 3.60 \ -4.44 \ 1.3]$ .

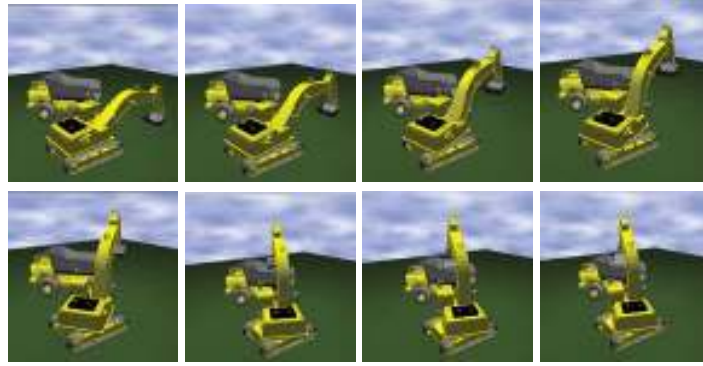


Fig. 7: The autonomous truck loading operation with  $g = [2.50 \ 4.00 \ -4.44 \ 1.3]$ .

have the same initial state but with different goal states,  $g=[1.87 \ 3.60 \ -4.44 \ 1.3]$  and  $g=[2.50 \ 4.00 \ -4.44 \ 1.3]$ , respectively.

In both cases, an appropriate performance of the truck loading task can be observed. Thus, the bucket position is adequate to avoid solid spilling. Therefore, the utility of the imitation learning with DMPs approach is demonstrated, where the system responded appropriately.

Besides, it is important to highlight that this method codes easily (from human demonstration) a high-dimensional control policy that performs in the same way as an expert operator. It must be noticed that this is not possible with non-learning methods.

## 5. Conclusion and Futures Works

This paper proposed a novel framework of motion planning system for autonomous truck loading operation. It was suggested an imitation learning approach as a motion planning scheme for backhoe machines. Numerical simulations demonstrated the reproduction and effectiveness of this architecture of supervised learning for the generation of motor skills in excavator intelligent agent, which is robust to change in target positions.

The approach could be implemented in other kind of operations as digging a foundation or leveling a mount of soil for the machine here modeled. The autonomous truck loading architecture presented could be extended to complete automation of earthmoving operations in backhoe machines. Also, this technology could be easily extended to other kinds of similar machines (i.e. bulldozers, cranes, etc).



Future works will address the generation of a extended DMP library for most common operations in a backhoe machine. It is important to develop a high-level task planning that make decisions of type of truck loading (i.e. right or left truck loading) based in the perception system; this would choose the most appropriate DMP for the task. In the future, we are interested in developing an efficient algorithm to build a map of occupancy that feeds a potential field generation system for obstacle avoidance. And finally, we want to test the complete architecture in a typical backhoe machine.

## References

1. P. Pastor, H. Hoffmann, T. Asfour and S. Schaal, Learning and generalization of motor skills by learning from demonstration, *2009 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 763(May 2009).
2. J. Nakanishi, Learning from demonstration and adaptation of biped locomotion, *Robotics and Autonomous Systems* **47**, 79(June 2004).
3. A. Stentz, J. Bares, S. Singh and P. Rowe, A robotic excavator for autonomous truck loading, *Proceedings. 1998 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Innovations in Theory, Practice and Applications*, 1885 (1997).
4. D. Park, H. Hoffmann and S. Schaal, Combining dynamic movement primitives and potential fields for online obstacle avoidance, in *Fourth International Symposium on Adaptive Motion of Animals and Machines*, (1) (Case Western Reserve University, Cleveland, OH, 2008).
5. S. Singh and R. Simmons, Task planning for robotic excavation, *Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, 1284 (1992).
6. S. Singh, Developing plans for robotic excavators, in *Proc. of the ASCE Conf. on Robotics for Challenging Environments*, (Citeseer, 1994).
7. S. Singh and H. Cannon, Multi-resolution planning for earthmoving, *Proceedings. 1998 IEEE International Conference on Robotics and Automation (Cat. No.98CH36146)*, 121(May 1998).
8. C. Atkeson, A. Moore and S. Schaal, Locally weighted learning, *Artificial intelligence review* **11**, 11 (1997).
9. S. Schaal, J. Peters, J. Nakanishi and A. Ijspeert, Learning movement primitives, in *Robotics Research*, eds. P. Dario and R. Chatila, Springer Tracts in Advanced Robotics, Vol. 15 (Springer Berlin / Heidelberg, 2005) pp. 561–572.
10. N. Koenig and A. Howard, Design and use paradigms for gazebo, an open-source multi-robot simulator, in *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, (Sendai, Japan, 2004).

- C. Mastalli, D. Ralev, N. Certad and G. Fernández-Lopez, *Stability Asymptotic Method for PID Controller Tuning in a Backhoe Machine*, 2013 ASME Dynamic and System Conference (DSC 13), 2013. Stanford University, USA.

Este trabajo se presentó para la evaluación en la conferencia *2013 ASME Dynamic and System Conference* (DSC 13). El propósito de este trabajo consiste en la implementación de un método de estabilidad asintótica del controlador PID para formular un criterio o metodología de sintonización de dicho controlador en la máquina retro-excavador.

# STABILITY ASYMPTOTIC METHOD FOR PID CONTROLLER TUNING IN A BACKHOE MACHINE

**Carlos Mastalli**

Mechatronic Research Group  
Department of Process and System  
Simon Bolivar University  
Caracas, Venezuela  
Email: carlosmastalli@usb.ve

**Dimitar Ralev**

**Novel Certad**

**Gerardo Fernandez-Lopez**  
Mechatronic Research Group  
Simon Bolivar University  
Caracas, Venezuela

## ABSTRACT

This paper presents the modeling and study of dynamic behavior of a backhoe machine for tuning of PID controller. The tuning procedure of PID controller is performed, in detailed, for the case of a typical operation, digging a foundation and truck loading. This tuning procedure guarantee the local asymptotic stability in the sense of Lyapunov of origin of the closed loop equation of PID controller. Besides the tuning procedure requires the knowledge of certain properties of dynamic model, which are dependent on the desired trajectory. Finally it is demonstrated that this tuning procedure proves to be effective, and also robust in the execution of other tasks performed by the backhoe machine.

## 1. Introduction

In the field robotics, there is a well defined tendency for development of technologies in the fields of motion planning, perception, navigation and control that allow the complete autonomy of intelligent machines. Such techniques are being improved and applied in robots with dynamics, complex and non-parametrized workspaces. In this sense, the motion planners require the development of control systems that guarantee, in an efficient and robust way, the autonomous execution of task in backhoe machines. Because it is vital for the security of operations in heavy machineries.

On the other hand, the development of control systems in backhoe machines presents important challenges due to the nonlinearities of dynamic model and the external forces product of the interaction between the soil and tool. In [1] a robust impe-

dance control for manipulator robots is developed, the force is regulated by controlling the position and its relationship (impedance) with the force. This kind of control, impedance control, was implemented for the automation of excavation tasks in backhoe machines by [2]. In this regard, in this work is performed a dynamic and kinematic analysis of the backhoe machine for PID controllers tuning. The tuning procedure used is determined in [3] through the stability analysis in the sense of Lyapunov of PID controller. Moreover, such procedure is based on the knowledge of dynamic model of the machine, the tuning procedure is detailed in this paper.

Finally, Section 2 describes the mathematical dynamic model of backhoe arm, where it runs a sets of test to validate this model. In Section 3 the implementation of backhoe-arm control system is shown. Besides, a detailed procedure of tuning for the PID controllers is described which is based in asymptotic stability method in the sense of Lyapunov. Finally, in Section 4 the discussion of the obtained results and future works is presented.

## 2. Dynamic Model of Backhoe Arm

For the development of dynamic model of backhoe arm the kinematic model of machine is required. In this sense, the first step consists in selecting the references frames, using the Denavit-Hartenberg (DH) convention [4], for the determination of the DH parameters. In the Fig. 1<sup>1</sup> the assignment of the references frames is shown, according to the DH convention, for the construction of kinematic and dynamic model of backhoe arm.

<sup>1</sup>Note that  $m_i$ ,  $I_i$  and  $cm_i$  represents the mass, mass moment of inertia and the position of center of mass of link  $i$ , respectively.

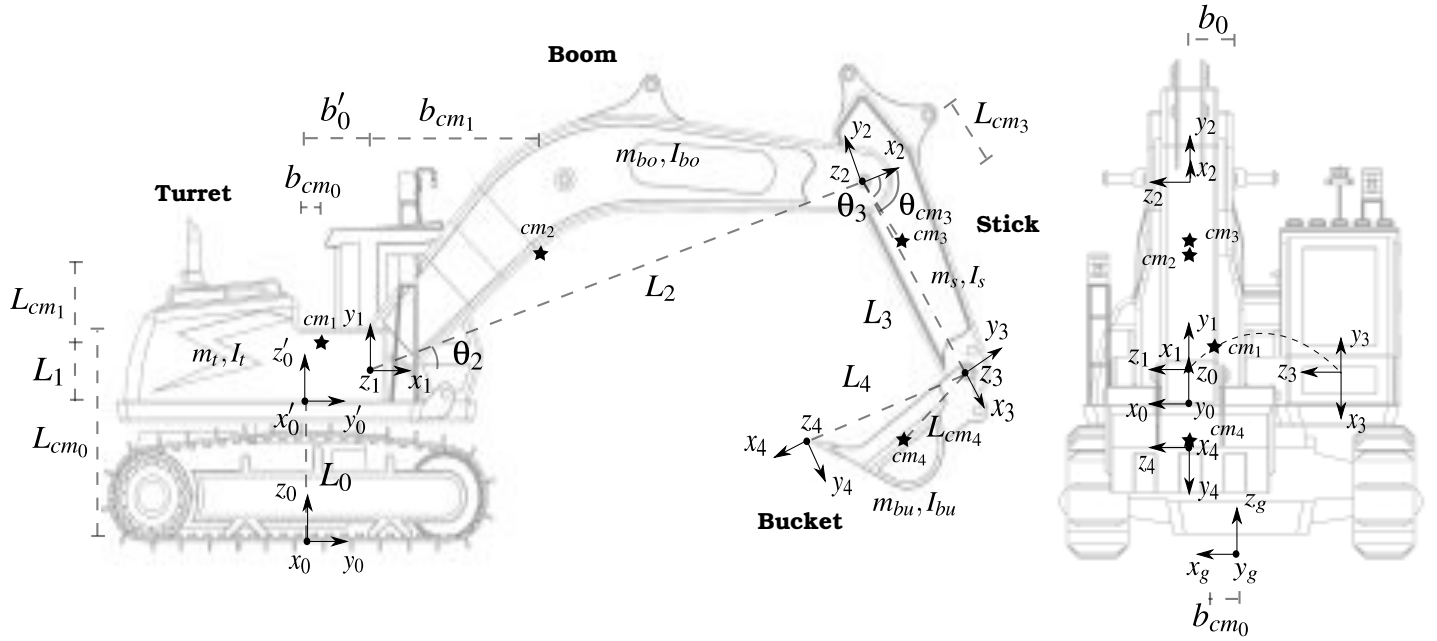


Figure 1: Assignment of the references frames of backhoe, according to Denavit-Hartenberg parameters.

The model developed in this paper assume that the hydraulic actuators act as infinitely powerful force sources, in the same way that was presented in [5] [6].

Therefore, it develops a conservative dynamic model (1), which does not consider non-conservative forces such as: viscous and static friction forces, then it follows that:

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{g}(\mathbf{q}) = \boldsymbol{\tau} \quad (1)$$

## 2.1. Validation of Backhoe-arm Dynamic Model

In this paper, the a set of test are using to validate the dynamic model of backhoe-arm. These test units are made through the implementation of direct dynamic model of machine arm, i.e.

$$\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{M}(\mathbf{q})^{-1}(\boldsymbol{\tau} - \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} - \mathbf{g}(\mathbf{q})) \quad (2)$$

where the non-linear ordinary differential equation is solved in a numerically form by using trapezoidal integration of (2).

The following provides 3 case studies designed to analyze the dynamic response of backhoe arm according to a set of conditions, initial position and input torque, parameterized. These conditions are selected to compare the natural behavior of the backhoe arm with the integration of dynamic model (2).

**2.1.1. Case study 1 - Falling movement** In this case study, the backhoe arm is subject to small input torque<sup>2</sup>,

<sup>2</sup>Compared with the gravitational torque in the initial position, i.e.  $\tau_0 = [0 \ 152,4 \ -2,4 \ -4,27]^T \cdot 10^3 \text{ Nm}$ .

$\tau = [0 \ 114,3 \ -1,8 \ -3,2]^T \cdot 10^3 \text{ Nm}$ , that is not sufficient to maintain the position of backhoe arm; besides the initial articular position is  $\mathbf{q} = [0 \ 0 \ -10 \ 0]^T$  degrees. Accordingly, in this condition a falling movement of arm due to the gravitational torque is expected. Therefore, Fig. 2 depicts the backhoe-arm movement with the conditions mentioned, where the green lines represents the initial state of arm, and the red ones and red points represents the state of links and joints, respectively.

In Fig. 2 the links movements sequence (red lines) exposes a falling movement of backhoe arm. In this falling movement is observed that the dynamic of the first link, the longest link, is dominant because the gravitational torque in this joint is greater, i.e.  $\tau_0 = [0 \ 152,4 \ -2,4 \ -4,27]^T \cdot 10^3 \text{ Nm}$ . Besides it can be seen, due to Coriolis forces, a chain movement between each one of the links. Note also that the physical constraints of each joint in the dynamic model implemented is not consider. Finally, it is shown that the falling movement of backhoe arm occurs in the  $xy$  plane, which is the expected movement.

### 2.1.2. Case study 2 - Falling movement with torque in the turret

This case study is similar to the previous one but it adds significant input torque in the first or turret joint. Thus, it is expected that the movement of backhoe arm be similar to Case 1 but with a rotation of turret. Besides the starting conditions are the same as Case 1, i.e.  $\mathbf{q} = [0 \ 0 \ -10 \ 0]^T$ , but with input torque  $\tau = [500 \ 114,3 \ -1,8 \ -3,2]^T \cdot 10^3 \text{ Nm}$ . In this sense, in Fig. 3 is observed the behavior of backhoe arm, i.e. it maintains the shape of the falling movement but associating a rotational component of movement in the direction of the turret

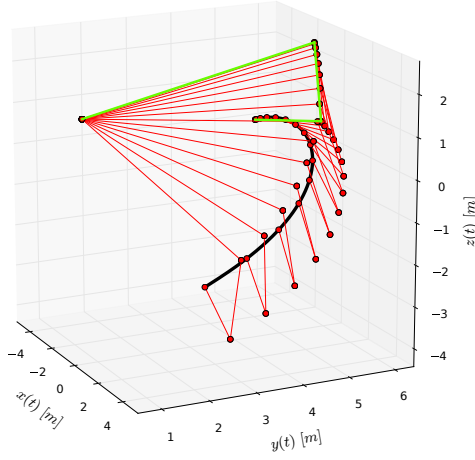


Figura 2: Case study 1 - Falling movement sequence of backhoe arm.

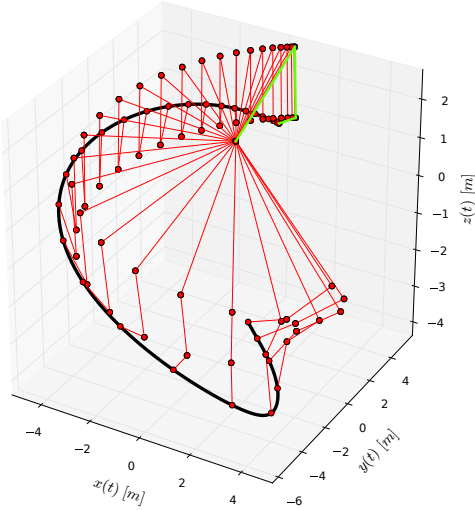


Figura 3: Case study 2 - Falling movement sequence with torque in the turret of backhoe arm.

input torque.

**2.1.3. Case study 3 - Falling movement with torque in the boom** In this case an input torque is supplied, significant in the boom joint, which corresponds to  $\tau = [0 \ 155,0 \ -1,8 \ -3,2]^T \cdot 10^3 \text{ Nm}$  that is greater than gravitational torque in the initial position. Then, it is expected that boom link move continuously upwards until the equilibrium point.

In Fig. 4 is appreciated the movement sequence for this case study, where the boom link move up as it was expected. Besides,

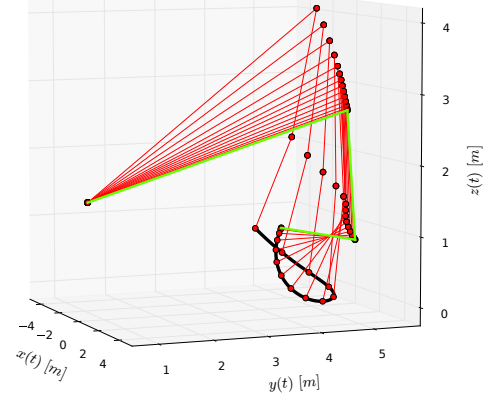


Figura 4: Case study 3 - Falling movement sequence with torque in the boom of backhoe arm.

it is shown that bucket link move downward when boom link move upward. This results are coherent with the real behavior of backhoe arm.

Finally it is demonstrated, in each case study, the validity of the analytical dynamic model developed for backhoe arm, that it will be used for the tuning procedure of PID controllers.

### 3. Backhoe-arm Control System

For the motion planning purpose, It is convenient to encode the backhoe tasks in the workspace of the machine. In [7] an imitation learning approach is developed as motion planners, and this motion planning algorithm encode the backhoe tasks in the workspace of machine. Therefore, it is required the implementation of operational space control that allows the appropriate execution of planned movement. In [8] a theoretical and empirical comparison of operational space control for the complex case of redundant manipulators is done. Such implementation is based in the use of Proportional-Integral-Derivative (PID) controllers in each rotational joint<sup>3</sup> of the backhoe arm. In Fig. 5 can be seen that the control system implemented has two main components. The first component consists in the implementation of the inverse kinematic algorithm [9] [10] that allows mapping the generate movement, in the codification space of imitation learning approach  $[x_e \ y_e \ z_e \ \psi_e]^T$ , to joint space. The second component consists in the implementation of control system that is based on PID controllers.

In Eq. (3) is described the digital control law that governs the movement of backhoe arm. In this PID controller, the computation of integral and derivative action depends of sample time of error signal  $\Delta t$ . The implementation of control system (see Fig.

<sup>3</sup>The dynamic of hydraulic actuators have not been consider in this work.

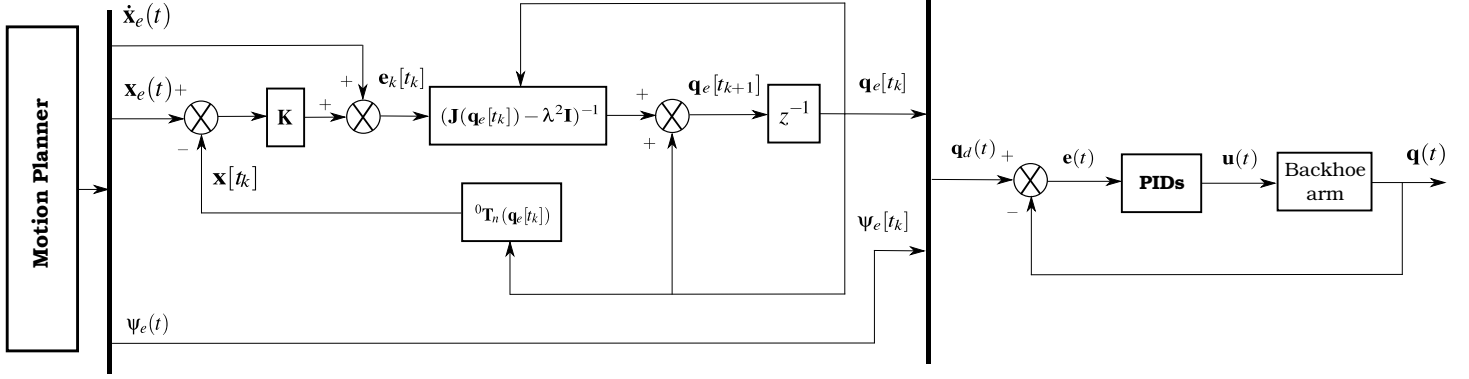


Figura 5: Backhoe-arm Control System.

5) is based in a hard real-time mechanism<sup>4</sup>, where the compute loop is performed at 1000 Hz and the joint sensing at 100 Hz, i.e. it has  $\Delta t = 1$  mseg.

$$u(t_k) = K_p \left[ e(t_k) + \frac{1}{T_i} \sum_{i=1}^k e(t_i) \Delta t + T_d \left( \frac{e(t_k) - e(t_{k-1})}{\Delta t} \right) \right] \quad (3)$$

where  $K_p$  is proportional gain,  $T_i$  is integral time parameter,  $T_d$  is derivative time parameter and  $\Delta t$  is the sample time of the error signal.

### 3.1. PID controller tuning

In Eq. (1) can be seen that backhoe-arm dynamic model is non-linear, besides the PID control law (3) is a lineal strategy. Therefore, it will require a convenient tuning of the PID controller parameters ( $K_p$ ,  $T_i$  and  $T_d$ ) that guarantee the asymptotic stability of the origin, because the linear control action does not cancel the non-linear components of backhoe-arm dynamic.

In [3] the asymptotic stability of PID controller is analyzed, and it is shown that the stability of origin is in local way, i.e. for boundary joint velocities  $\|\dot{\mathbf{q}}\|$ , where depends of the selection of PID controller gains.

$$\|\dot{\mathbf{q}}\| < \frac{1}{k_{C1}} \left[ \frac{\lambda_{\min}\{\mathbf{K}_d\}[\lambda_{\min}\{\mathbf{K}_p\} - k_g]}{\lambda_{\max}\{\mathbf{K}_i\}} - \lambda_{\max}\{\mathbf{M}\} \right] \quad (4)$$

and this result is achieved when the position  $\tilde{\mathbf{q}}(0)$  and velocity  $\dot{\tilde{\mathbf{q}}}(0)$  errors are sufficiently small [11].

In addition, according to the first method of Lyapunov stability is necessary to comply with the conditions (5) to guarantee

the local asymptotic stability of the origin.

$$\begin{aligned} \lambda_{\max}\{\mathbf{K}_i\} &\geq \lambda_{\min}\{\mathbf{K}_i\} > 0 \\ \lambda_{\max}\{\mathbf{K}_p\} &\geq \lambda_{\min}\{\mathbf{K}_p\} > k_g \\ \lambda_{\max}\{\mathbf{K}_d\} &\geq \lambda_{\min}\{\mathbf{K}_d\} > \frac{\lambda_{\max}\{\mathbf{K}_i\}}{\lambda_{\min}\{\mathbf{K}_p\} - k_g} \frac{\lambda_{\max}^2\{\mathbf{M}\}}{\lambda_{\min}\{\mathbf{M}\}} \end{aligned} \quad (5)$$

where

$$k_g \geq n \left[ \max_{i,j,q} \left| \frac{\partial g_i(\mathbf{q})}{\partial q_j} \right| \right] \quad (6)$$

and

$$k_{C1} \geq n^2 \left[ \max_{i,j,k,q} |C_{kij}(\mathbf{q})| \right] \quad (7)$$

are intrinsic parameters of dynamic behavior of backhoe arm, where  $n$  represents the number of degrees of freedom (dof).

As shown in (5), the tuning procedure requires the knowledge of inertial matrix  $\mathbf{M}(\mathbf{q})$  and gravitational vector  $\mathbf{g}(\mathbf{q})$  of backhoe-arm, in order to determine  $\lambda_{\min}\{\mathbf{M}\}$ ,  $\lambda_{\max}\{\mathbf{M}\}$  and  $k_g$ , respectively. Besides, it is noted that the attraction to equilibrium will be increment when the inequalities (5) are fulfilled more strongly<sup>5</sup>.

**Movement for PID controller tuning** A typical movement of backhoe machine will be used for PID controller tuning. For tuning purpose, the selected movement represents a truck loading operation, where this movement has three main phase; the first one corresponds to a standby movement, the second ones corresponds to a truck loading operation and the last one corresponds to a return movement.

<sup>4</sup>In contrast to soft real-time systems, hard real-time system must comply within established deadlines; otherwise a fault will occur.

<sup>5</sup>This attribute is known as semi-global attractiveness.

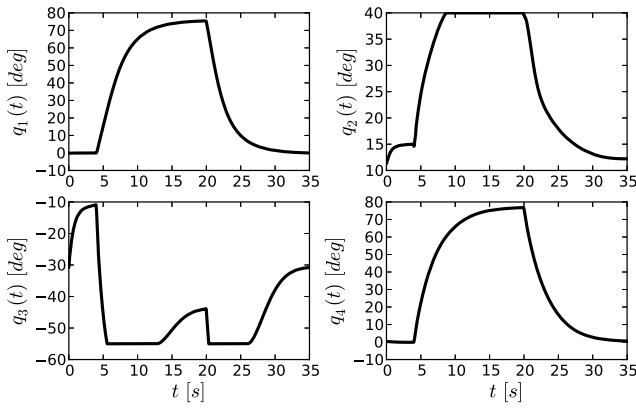


Figure 6: Joint positions of a typical movement of backhoe arm.

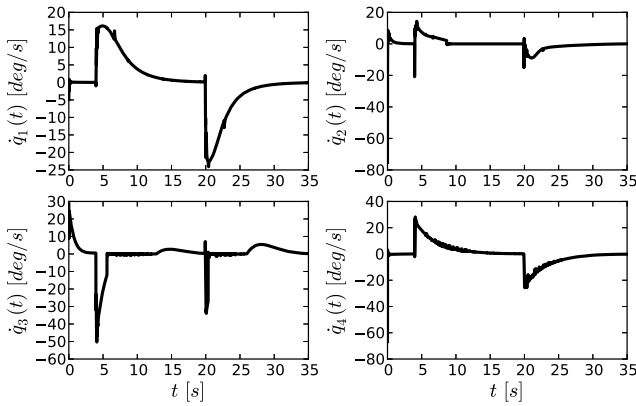


Figure 7: Joint velocities of a typical movement of backhoe arm.

In Fig. 6 and 7 the corresponding joint movements for the tuning procedure are shown. These figures shows clearly three phase of movement, 0 – 5 sec., 5 – 20 sec. and 20 – 35 sec., which corresponds to the aforementioned movement.

According to Fig. 7 the norm of joint velocity signal  $\|\dot{\mathbf{q}}\|$  is determined. The maximum value of  $\|\dot{\mathbf{q}}\|$  is important to design a controller with asymptotic stability in this locality. Besides in Fig. 8 can be seen that the controller must be asymptotically stable in the origin for velocities up to  $\|\dot{\mathbf{q}}\| = 59,53 \text{ deg/s}$ , where this boundary velocity is good enough for any kind of operations.

**Dynamic model parameters of backhoe arm** As is seen in Eq. (4) and (5), it is required to compute some parameters that depends of movement of backhoe arm. Therefore, the parameters that must be calculated are  $k_g$ ,  $k_{C1}$ ,  $\lambda_{\min}\{\mathbf{M}(\mathbf{q})\}$  and  $\lambda_{\max}\{\mathbf{M}(\mathbf{q})\}$ , where (6) and (7) are the equations to calculate  $k_g$  and  $k_{C1}$ , respectively.

According to Eq. (6), the results of computing of maximum

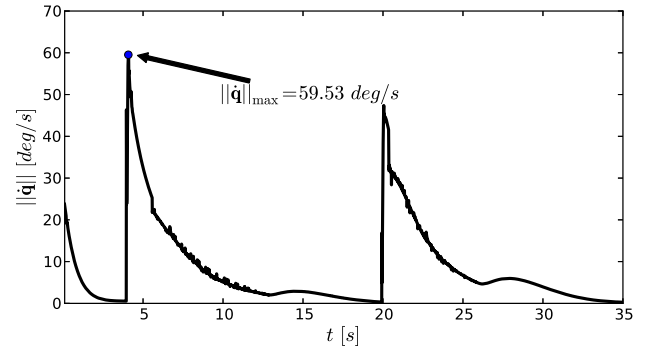


Figure 8: Norm of joint velocity for a typical movement of backhoe arm.

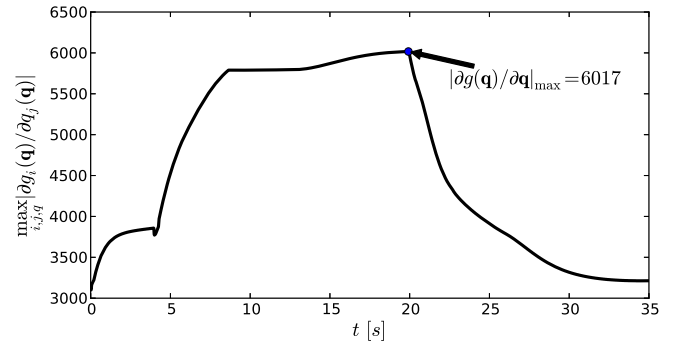


Figure 9:  $\max_{i,j,q} \left| \frac{\partial g_i(\mathbf{q})}{\partial q_j} \right|$  of a typical movement of backhoe arm.

component of partial derivative of gravitational vector with respect to  $q$   $\max_{i,j,q} \left| \frac{\partial g_i(\mathbf{q})}{\partial q_j} \right|$ , for the movement described by Fig. 6 and 7, are shown in Fig. 9. Thus, the maximum point occurs in  $t = 19,91 \text{ s}$  with a value of  $6017 \text{ kg m}^2/\text{s}^2$ .

On the other hand, the computing of component  $\max_{i,j,k,q} |C_{kij}(\mathbf{q})|$  of  $k_{C1}$  is shown in Fig. 10. Besides both values, the maximum absolute value of derivative of gravitational vector with respect to joint position  $\mathbf{q}$  and Coriolis matrix, are located around  $t = 20 \text{ s}$ ; indeed the higher values occurs for the movement phase of truck loading.

Moreover, a pseudo-proportional increase and decrease between  $\left| \frac{\partial g_i(\mathbf{q})}{\partial q_j} \right|$  and  $|C_{kij}(\mathbf{q})|$  is shown; characteristic that could be mapping in any tasks performed by a backhoe machine. Therefore, this pattern facilitates the determination of tuning criterion of PID controllers, i.e.  $k_g$  and  $k_{C1}$  are calculated based on maximum values found around  $t = 20 \text{ s}$ .

Then it is assigned  $k_g = 24068 \text{ kg m}^2/\text{s}^2$  and  $k_{C1} = 113779,2 \text{ kg m}^2$  because  $n = 4$  (number of d.o.f), and  $\max_{i,j,q} \left| \frac{\partial g_i(\mathbf{q})}{\partial q_j} \right| = 6017 \text{ kg m}^2/\text{s}^2$  and  $\max_{i,j,k} |C_{kij}(\mathbf{q})| = 7111,2 \text{ kg m}^2$ , respectively.



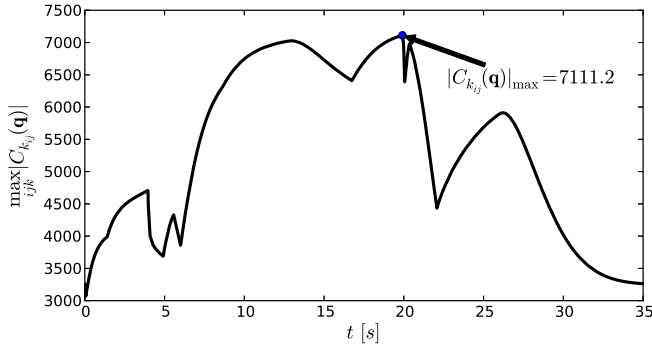


Figura 10:  $\max_{i,j,k} |C_{kij}(\mathbf{q})|$  of a typical movement of backhoe arm.

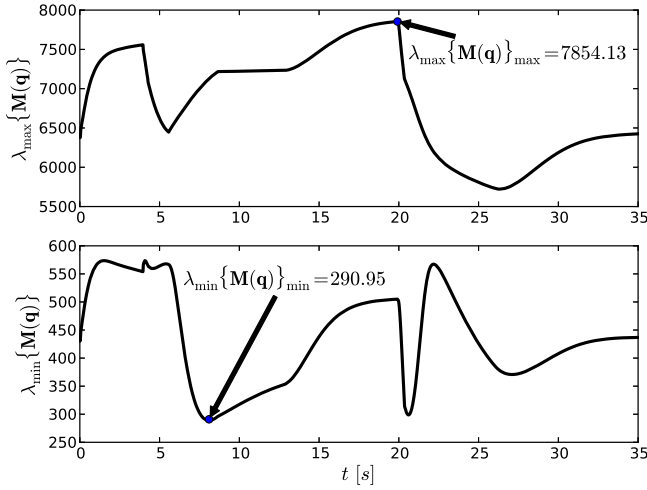


Figura 11:  $\lambda_{\max}\{\mathbf{M}(\mathbf{q})\}$  and  $\lambda_{\min}\{\mathbf{M}(\mathbf{q})\}$  of a typical movement of backhoe arm.

vely.

In connection with this maximum and minimum values of inertial matrix, in Fig. 11 the computation of these values for movement concerned is shown. In the same way that Fig. 9 and 10, in Fig. 11 can be observed a pseudo-proportional pattern between both signals, where their maximum values are in  $t = 20$  sec, and with a local minimum  $\lambda_{\min}\{\mathbf{M}(\mathbf{q})\}$  close in magnitude to the global minimum. Note that relationship  $\frac{\lambda_{\max}^2\{\mathbf{M}(\mathbf{q})\}}{\lambda_{\min}\{\mathbf{M}(\mathbf{q})\}}$  is the most important component for the tuning procedure because this relationship defines the maximum value of conditions (5).

In Fig. 12 can be seen that global maximum occurs in  $t = 8,37$  sec, and not around  $t = 20$  sec, while there is a local maximum in  $t = 20$  sec with value  $1,6368 \cdot 10^5 \text{ kg}^2 \text{ m}^4$ . However, it is decided to use an extreme values for PID tuning.

**Tuning procedure** The tuning procedure of gains  $\mathbf{K}_p$ ,  $\mathbf{K}_d$  and  $\mathbf{K}_i$  is an iterative procedure based on conditions (4) and (5), where such equations only restrict the space of possible gains. Therefore, it was effectuated about 300 simulations in Gazebo [12] to determine an appropriate tuning<sup>6</sup>, which is based on conditions (5)

$$\mathbf{K}_p = \begin{bmatrix} 802500 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 782500 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 582500 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 372500 \end{bmatrix} [Nm/rad]$$

$$\mathbf{K}_d = \begin{bmatrix} 1295000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 845000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 685000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 365000 \end{bmatrix} [Nm/rad/s]$$

$$\mathbf{K}_i = \begin{bmatrix} 54000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 555000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 455000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 55000 \end{bmatrix} [Nm/rad s]$$

where the results of PID tuning for backhoe arm are shown in Table 1.

	$\mathbf{K}_p$	$\mathbf{K}_d$	$\mathbf{K}_i$
q1	802500	129500	54000
q2	782500	845000	555000
q3	582500	685000	455000
q4	372500	365000	55500

Cuadro 1: PID values for backhoe arm.

In the selection of parameters is ensured the asymptotic stability of selected movement (see Fig. 6), i.e. the local asymptotic stability is achieved for the boundary of  $\|\dot{\mathbf{q}}\| < 1149,97 \text{ deg/s}$  because it is satisfied that:

$$\begin{aligned} \lambda_{\max}\{\mathbf{K}_i\} &\geq \lambda_{\min}\{\mathbf{K}_i\} > 0 & [Nm/rad s] \\ \lambda_{\max}\{\mathbf{K}_p\} &\geq \lambda_{\min}\{\mathbf{K}_p\} > 24068 & [Nm/rad] \\ \lambda_{\max}\{\mathbf{K}_d\} &\geq \lambda_{\min}\{\mathbf{K}_d\} > 280007 & [Nm/rad/s] \end{aligned} \quad (8)$$

Moreover, this tuning has been tested for other movements in simulation which has been planned through the implementation of an imitation learning approach [7]. The PID controller

<sup>6</sup>Note that PID values are higher because is not modeled the dynamic of hydraulic actuators..



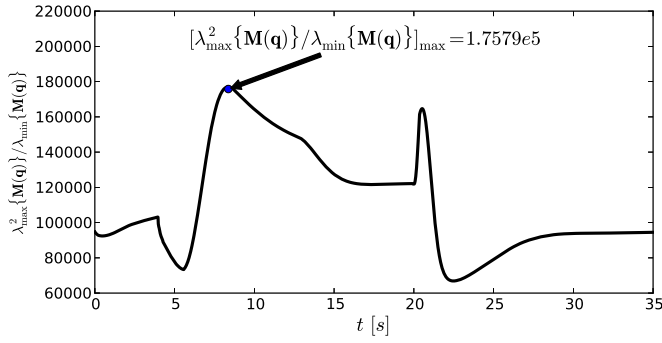


Figure 12:  $\frac{\lambda_{\max}^2\{\mathbf{M}(\mathbf{q})\}}{\lambda_{\min}^2\{\mathbf{M}(\mathbf{q})\}}$  of a typical movement of backhoe arm.

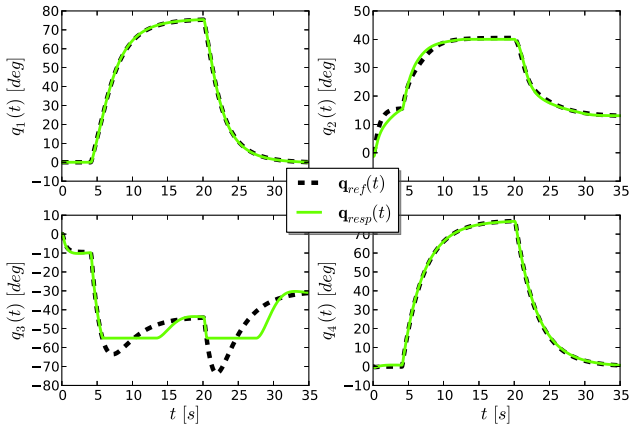


Figure 13: Response of PID control system for a typical movement.

tuning has been demonstrated successful results for any planned operation in the backhoe machine.

In Fig. 13 the results of implementation and tuning of PID controllers are presented. In this figure can be seen that is achieved asymptotic stability in the origin for the response of control system. In the sections of  $q_3(t)$  does not occur appropriate tracking because the physical constraint of stick link.

Besides, in Fig. 14 can observe, with detail, that the errors are bounded between  $-2 < e(t) < 2$  degree with exception of  $e_3(t)$  and a section of  $e_2(t)$ . As mentioned above, this problem is not associated with PID controller tuning, but rather physical restrictions of backhoe arm.

Finally, in Fig. 15 the control signal of each one of the joints is shown; where it can see that the higher control effort happens in the stick link, i.e. in  $q_2$  because of the physical restrictions of this joint. The higher control effort is associated with the higher gravitational torque, which occurs in the stick link.

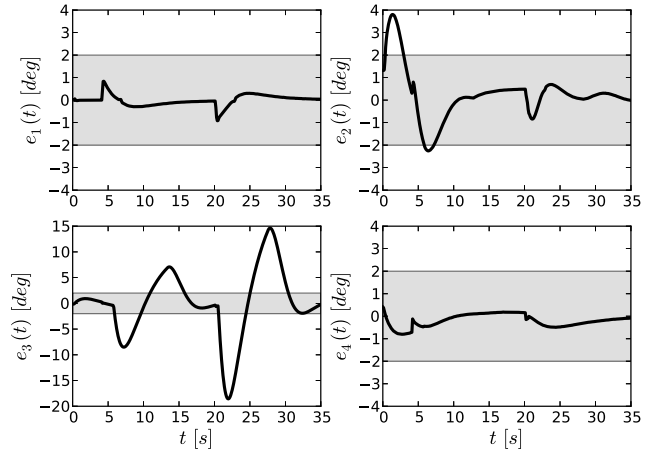


Figure 14: Error of PID control system for a typical movement.

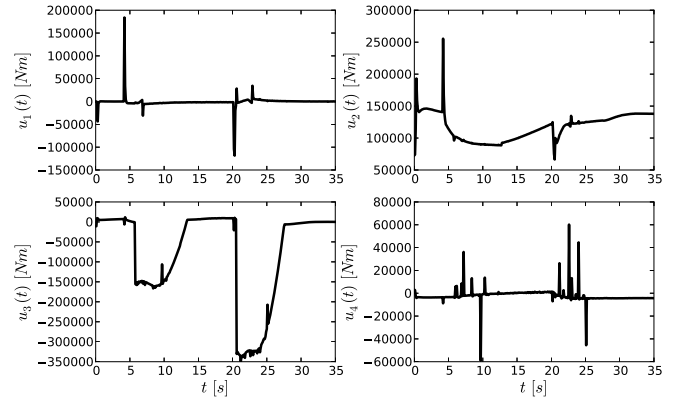


Figure 15: Control signal of PID control system for a typical movement.

#### 4. Conclusion

This paper develop and analyze a PID controller tuning procedure for the control systems of backhoe arm. The tuning procedure is based in the desired movement of backhoe arm. The selected movement represents a typical operation of backhoe machines, truck loading operation. Numeric simulations demonstrate the effectiveness and security of the tuning procedure for the execution of operations in backhoe machines. Besides, these results can be used for other operations such as: digging a foundation. Futures works will address the analysis of stability in the sense of Lyapunov for several external forces in the bucket, and also the modeling of these interaction forces between the soil and tool.

## Referencias

- [1] Lu, Z., and Goldenberg, A., 1995. "Robust impedance control and force regulation: theory and experiments". *International Journal of Robotic Research*, **14**(3), pp. 225–254.
- [2] Shi, X., Lever, P., and Wang, F., 1996. "Experimental robotic excavation in construction". In Proceedings IEEE International Conference of Robotics and Automation, Vol. 1, pp. 957–962.
- [3] Kelly, R., 1995. "A tuning procedure for stable pid control of robot manipulators". In *Robotica*, Vol. 13, pp. 141–148.
- [4] Denavit, J., and Hartenberg, R., 1955. "A kinematic notation for lower-pair mechanisms based on matrices". *Transactions of ASME of Journal of Applied Mechanics*, **23**, p. 215–221.
- [5] Vaha, P., and Skibniewski, M., 1993. "Dynamic model of an excavator". *Journal of Aerospace Engineering*, **6**, pp. 148–158.
- [6] Koivo, A., 1994. "Kinematics of excavator (backhoes) for transferring surface material". *Journal of Aerospace Engineering*, **7**, pp. 17–31.
- [7] Mastalli, C., Cappelletto, J., Acuña, R., Terrones, A., and Fernández-López, G., 2012. "An imitation learning approach for truck loading operations in backhoe machines". In 15th International Conference on Climbing and Walking Robots and the Support Technologies for Mobile Machines.
- [8] Nakanishi, J., Cory, R., Jan Peters, M., and Schaal, S., 2008. "Operational space control: A theoretical and empirical comparison". *The International Journal of Robotic Research*, **27**(6), pp. 737–757.
- [9] Buss, S. R., 2009. Introduction to inverse kinematics with jacobian transpose, pseudoinverse and damped least squares methods. Tech. rep., University of California, San Diego.
- [10] Jovanovic, V. T., and Sendzimir, T., 1996. On the metrics and coordinate system induced sensitivity in computational kinematics. Tech. rep., Department of Mechanical Engineering, University of Connecticut.
- [11] Arimoto, S., and Miyasaki, F., 1984. "Stability and robustness of pid feedback control for robot manipulator of sensory capability". In *Robotics Research: First International Symposium*, pp. 783–799.
- [12] Koenig, N., and Howard, A., 2004. "Design and use paradigms for gazebo, an open-source multi-robot simulator". In IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, pp. 2149–2154.