



UNIVERSIDAD SIMÓN BOLÍVAR
DECANATO DE ESTUDIOS DE POSTGRADO
COORDINACIÓN DE POSTGRADO EN INGENIERÍA ELECTRÓNICA
MAESTRÍA EN INGENIERÍA ELECTRÓNICA

TRABAJO DE GRADO

MODELADO Y CONTROL DE UN ROBOT SUBMARINO

por

Alexander José Molero Montiel

Febrero de 2011



UNIVERSIDAD SIMÓN BOLÍVAR
DECANATO DE ESTUDIOS DE POSTGRADO
COORDINACIÓN DE POSTGRADO EN INGENIERÍA ELECTRÓNICA
MAESTRÍA EN INGENIERÍA ELECTRÓNICA

MODELADO Y CONTROL DE UN ROBOT SUBMARINO

Trabajo de Grado presentado a la Universidad Simón Bolívar por

Alexander José Molero Montiel

como requisito parcial para optar al grado académico de

Magíster en Ingeniería Electrónica

con la asesoría de los profesores:

Gerardo Fernández-López
José Cappelletto

Febrero de 2011



UNIVERSIDAD SIMÓN BOLÍVAR
DECANATO DE ESTUDIOS DE POSTGRADO
COORDINACIÓN DE POSTGRADO EN INGENIERÍA ELECTRÓNICA
MAESTRÍA EN INGENIERÍA ELECTRÓNICA

MODELADO Y CONTROL DE UN ROBOT SUBMARINO

Molero Montiel Alexander
08-86428

Este Trabajo de Grado ha sido aprobado en nombre de la Universidad
Simón Bolívar por el siguiente jurado examinador:

(Nombre y firma)

Presidente

(Nombre y firma)

Indicar Institución a la que pertenece
Miembro Externo

(Nombre y firma)

Indicar Institución a la que pertenece

Miembro Externo

Gerardo Fernández-López

Miembro Principal-Tutor

José Cappelletto

Miembro Principal-Cotutor

Fecha: Febrero de 2011

v

A Dios

A mis Padres y Hermano

Agradecimientos

A Dios por haberme dado la oportunidad de vivir esta vida y darme fortaleza para superar todos los obstáculos que se me han presentado. De haber aprendido de los errores y tratar de mejorar en todo momento. Gracias mi Dios

A mis padres y hermano, siempre ayudandome en todo lo que he necesitado, por ser siempre ese apoyo en todas mis decisiones y por aconsejarme en el transcurso de mi vida. Son mi fuente de inspiración para seguir adelante.

A mi tutor Prof. Gerardo Fernández-López, que desde el momento que se inicio el desarrollo del presente trabajo siempre me ayudo. Sin su apoyo este trabajo no hubiese podido llegar a buen término. Muchísimas gracias *Gerard*.

A mi co-tutor Prof. José Cappelletto, cuyo ímpetu, inteligencia y paciencia ha resuelto todos los problemas que han surgido en el presente trabajo de grado. También sin su apoyo no se hubiese podido terminar. Muchísimas gracias Cappelletto.

A PDVSA INTEVEP, dandome la oportunidad de volver a estudiar y brindarme el apoyo cuando lo he necesitado. Muchas Gracias.

A los Profesores Pedro Teppa, Germán González y Miguel Strefezza, cuyas materias impartidas han marcado el desarollo de la Maestría. Muchas Gracias.

Al Grupo de Mecatrónica de la USB, que con las ideas de todos han contribuido para que la presente disertación sea más completa. Muchas gracias muchach@s.

A mis compañeros de trabajo, suministrando ideas, apoyo y ánimos en el transcurso de la realización de la Maestría. Muchísimas gracias.

A mi amigo Genaro Arismendi, que con su experiencia ayudo para que el presente trabajo de grado cumpliera el formato. Muchas gracias Genaro.

A todas aquellas personas que han formado parte de mi vida y que por una razón u otra ya no lo están. No hubiese sido lo mismo sin ustedes. Gracias.

A mis amigos Soriant y Rafael, ofreciéndome su amistad y apoyo. Gracias.



UNIVERSIDAD SIMÓN BOLÍVAR
DECANATO DE ESTUDIOS DE POSTGRADO
COORDINACIÓN DE POSTGRADO EN INGENIERÍA ELECTRÓNICA
MAESTRÍA EN INGENIERÍA ELECTRÓNICA

MODELADO Y CONTROL DE UN ROBOT SUBMARINO

Molero Montiel Alexander

08-86428

Resumen

En el presente trabajo se describe un modelo cinemático y dinámico del robot submarino PoseiBoT, considerando los efectos físicos (inercia y coriolis), hidrodinámicos (masa añadida) y restaurativos (gravedad y flotación) [1, 20]; modelos nunca deducidos para el PoseiBoT.

El tensor de inercia y el centro de gravedad del robot submarino se determinó por medio de un software CAD en 3D (PTC Pro ENGINEER), siendo necesaria la caracterización de cada una de las partes que lo componen. Para calcular los términos de masa añadida se approximó el PoseiBoT a un elipsoide achataido [20]. Los coeficientes relacionados al amortiguamiento hidrodinámico no fueron calculados debido a que su contribución es muy baja.

Dado que los modelos (cinemático y dinámico) son inherentemente no lineales se realizó un proceso de linealización en variables de estado. Se utilizó la estrategia de control predictivo con penalidades condicionales en la función de costo [19] basada en el modelo de

espacio de estado linealizado para gobernar la posición y orientación del PoseiBoT. Dicha técnica de control predictivo está inspirada para ser ejecutada en sistemas con dinámicas rápidas.

El desempeño del control predictivo se compara respecto a un controlador proporcional midiendo: el esfuerzo de control, el error de seguimiento y el valor pico de los propulsores; donde el control predictivo ofreció mejores prestaciones (reducción del 30 % del valor pico de los propulsores y reducción del 34 % de la señal de los propulsores). Anteriormente se había realizado un control sin tomar en cuenta el modelo cinemático y el modelo dinámico del PoseiBoT.

Los resultados serán mostrados por simulaciones (MATLAB/Simulink y LabVIEW) y por implementación de la estrategia de control en el PoseiBoT a través de LabVIEW.

Palabras Clave: Controlador Predictivo, MSE, Señal de Control, Valor Pico, Valor RMS.

Índice general

1. Introducción	1
1.1. Antecedentes y Planteamiento del Problema	1
1.1.1. Cinemática de un cuerpo rígido	4
1.1.2. Dinámica de un cuerpo rígido	5
1.1.3. Estrategia de Control	9
1.2. Justificación e Importancia	13
1.3. Objetivo General	13
1.4. Objetivos Específicos	14
2. Modelado Cinemático y Dinámico	15
2.1. Cinemática	16
2.2. Dinámica	18
2.2.1. Definición de Efectos Físicos	18
2.2.2. Definición de Efectos Hidrodinámicos	20
2.2.3. Definición de Efectos Restaurativos	25
2.2.4. Ecuación de Movimiento No-Lineal	26
2.2.5. Ecuación de Movimiento Linealizada	27
2.2.6. Implementación de la Dinámica	30
2.3. Conclusiones	31
3. Control Predictivo	32
3.1. Revisión Bibliográfica	33
3.2. Control Predictivo basado en Modelos (con Penalidad Condicional en la Función de Costo)	39
3.2.1. MPC sin restricciones	41
3.2.2. MPC con restricciones	42
3.2.3. Penalidades condicionales cuadráticas	44
3.3. Conclusiones	46
4. Simulaciones	47
4.1. Pre-requisitos	47
4.1.1. Representación CAD y obtención del Tensor de Inercia del PoseiBoT	47
4.1.2. Matriz de Mapeo entre Fuerzas/Pares y Fuerza de Empuje de los Propulsores	49
4.1.3. Cálculo de los Parámetros de Masa Añadida	51

4.1.4. Modelado LIT del Robot Submarino	52
4.2. Dinámica (con PID Clásico)	53
4.3. Dinámica con Control Predictivo	53
4.4. Resultados	54
4.4.1. Escenario 1	54
4.4.2. Escenario 2	56
4.4.3. Escenario 3	60
4.4.4. Escenario 4	66
4.4.5. Escenario 5	69
4.4.6. Escenario 6	72
4.4.7. Escenario 7	75
4.4.8. Escenario 8	78
4.4.9. Escenario 9	81
4.4.10. Escenario 10	84
4.5. Conclusiones	87
5. Validación	89
6. Conclusiones, Recomendaciones y Trabajo Futuro	90
6.1. Conclusiones	90
6.2. Recomendaciones y Trabajo Futuro	91

Índice de cuadros

2.1.	Notación SNAME para vehículos submarinos	15
4.1.	Distancia desde el CG del Robot hasta el CG de los Propulsores	49
4.2.	Tipos de trayectorias utilizadas	54
4.3.	Comparación del MSE en el desempeño de los controladores utilizados en el PoseiBoT (scenario 1)	55
4.4.	Valores RMS de las fuerzas requeridas y los valores picos alcanzados por los propulsores (Escenario 1)	56
4.5.	Comparación del MSE en el desempeño de los controladores utilizados en el PoseiBoT (Escenario 2)	57
4.6.	Valores RMS de las fuerzas requeridas y los valores picos alcanzados por los propulsores (Escenario 2)	58
4.7.	Comparación del MSE en el desempeño de los controladores utilizados en el PoseiBoT (Escenario 2)	59
4.8.	Valores RMS de las fuerzas requeridas y los valores picos alcanzados por los propulsores (Escenario 2)	60
4.9.	Comparación del MSE en el desempeño de los controladores utilizados en el PoseiBoT (Escenario 3)	62
4.10.	Valores RMS de las fuerzas requeridas y Valores Picos alcanzados por los propulsores (Escenario 3)	63
4.11.	Comparación del MSE en el desempeño de los controladores utilizados en el PoseiBoT (Escenario 3 bajo la presencia de Ruido Blanco)	65
4.12.	Valores RMS de las fuerzas requeridas y Valores Picos alcanzados por los propulsores (Escenario 3 bajo la presencia de Ruido Blanco)	66
4.13.	Comparación del MSE en el desempeño de los controladores utilizados en el PoseiBoT (Escenario 4)	68
4.14.	Valores RMS de las fuerzas requeridas y Valores Picos alcanzados por los propulsores (Escenario 4)	69
4.15.	Comparación del MSE en el desempeño de los controladores utilizados en el PoseiBoT (Escenario 5)	71
4.16.	Valores RMS de las fuerzas requeridas y Valores Picos alcanzados por los propulsores (Escenario 5)	72
4.17.	Comparación del MSE en el desempeño de los controladores utilizados en el PoseiBoT (Escenario 6)	74

4.18. Valores RMS de las fuerzas requeridas y Valores Picos alcanzados por los propulsores (Escenario 6)	75
4.19. Comparación del MSE en el desempeño de los controladores utilizados en el PoseiBoT (Escenario 7)	77
4.20. Valores RMS de las fuerzas requeridas y Valores Picos alcanzados por los propulsores (Escenario 7)	78
4.21. Comparación del MSE en el desempeño de los controladores utilizados en el PoseiBoT (Escenario 8)	80
4.22. Valores RMS de las fuerzas requeridas y Valores Picos alcanzados por los propulsores (Escenario 8)	81
4.23. Comparación del MSE en el desempeño de los controladores utilizados en el PoseiBoT (Escenario 9)	83
4.24. Valores RMS de las fuerzas requeridas y Valores Picos alcanzados por los propulsores (Escenario 9)	84
4.25. Comparación del MSE en el desempeño de los controladores utilizados en el PoseiBoT (Escenario 10)	86
4.26. Valores RMS de las fuerzas requeridas y Valores Picos alcanzados por los propulsores (Escenario 10)	87
4.27. Indicadores de desempeño de los controladores en todos los escenarios	88

Índice de figuras

1.1.	La Mecatrónica y sus áreas de interacción	1
1.2.	Elementos del Control Predictivo	10
1.3.	Referencia $r(t+k)$ y trayectoria de referencia $w_i(t+k)$ con $i = 1, 2$	12
2.1.	Sistema de referencia adherido al cuerpo (body-fixed) y sistema de referencia fijado a la tierra (earth-fixed)	16
2.2.	Gráfica 3D de un elipsoide achatado con ecuación 2.21	22
2.3.	Ala sujetada a fuerzas de <i>lift</i> y <i>drag</i> en el caso aerodinámico (similar al caso hidrodinámico)	24
2.4.	Efectos de la fuerza de empuje (flotabilidad) y el peso sobre un robot submarino	26
2.5.	Implementación de la Dinámica	31
3.1.	Forma de función de penalidad típica, donde la función de penalidad se especifica para la variable z_j	43
4.1.	Representación del PoseiBoT en CAD (utilizando PTC Pro Engineer)	48
4.2.	Sistema de referencia adherido al cuerpo, a ser utilizado en la presente disertación y numeración de los motores	49
4.3.	Esquema de Control Predictivo implantado en el Robot Submarino	53
4.4.	Trayectorias en x y z con sus respectivos acercamientos (Escenario 1)	55
4.5.	Fuerza requerida por los propulsores para realizar la trayectoria deseada en x y z , utilizando los controladores: proporcional y predictivo (scenario 1)	56
4.6.	Trayectorias en x y z con sus respectivos acercamientos (Escenario 2)	57
4.7.	Fuerza requerida por los propulsores para realizar la trayectoria deseada en x y z , utilizando el Controlador Proporcional y utilizando el Controlador Predictivo (Escenario 2)	58
4.8.	Trayectorias en x y z con sus respectivos acercamientos (Escenario 2 bajo el efecto de Perturbaciones)	59
4.9.	Fuerza requerida por los propulsores para realizar la trayectoria deseada en x y z , utilizando el Controlador Proporcional y utilizando el Controlador Predictivo (Escenario 2 bajo el efecto de Perturbaciones)	60
4.10.	Trayectorias en x y z : deseadas y realizadas por el PoseiBoT bajo el efecto de los controladores (Escenario 3)	61

4.11. Trayectorias en <i>pitch</i> : deseadas y realizadas por el PoseiBoT bajo el efecto de los controladores y fuerzas requeridas por los propulsores para realizar la trayectoria deseada en <i>x</i> , <i>z</i> y <i>pitch</i> , utilizando el controlador proporcional y predictivo (Escenario 3)	62
4.12. Trayectorias en <i>x</i> y <i>z</i> : deseadas y realizadas por el PoseiBoT bajo el efecto de los controladores (Escenario 3 bajo el efecto de ruido blanco)	64
4.13. Trayectorias en <i>pitch</i> : deseadas y realizadas por el PoseiBoT bajo el efecto de los controladores y fuerzas requeridas por los propulsores para realizar la trayectoria deseada en <i>x</i> , <i>z</i> y <i>pitch</i> , utilizando el controlador proporcional y predictivo (Escenario 3 bajo la presencia de ruido blanco)	65
4.14. Trayectorias en <i>x</i> y <i>z</i> : deseadas y realizadas por el PoseiBoT bajo el efecto de los controladores (Escenario 4)	67
4.15. Trayectorias en <i>pitch</i> : deseadas y realizadas por el PoseiBoT bajo el efecto de los controladores y fuerzas requeridas por los propulsores para realizar la trayectoria deseada en <i>x</i> , <i>z</i> y <i>pitch</i> , utilizando el controlador proporcional y predictivo (Escenario 4)	68
4.16. Trayectorias en <i>x</i> y <i>z</i> : deseadas y realizadas por el PoseiBoT bajo el efecto de los controladores (Escenario 5)	70
4.17. Trayectorias en <i>pitch</i> : deseadas y realizadas por el PoseiBoT bajo el efecto de los controladores y fuerzas requeridas por los propulsores para realizar la trayectoria deseada en <i>x</i> , <i>z</i> y <i>pitch</i> , utilizando el controlador proporcional y predictivo (Escenario 5)	71
4.18. Trayectorias en <i>x</i> y <i>z</i> : deseadas y realizadas por el PoseiBoT bajo el efecto de los controladores (Escenario 6)	73
4.19. Trayectorias en <i>pitch</i> : deseadas y realizadas por el PoseiBoT bajo el efecto de los controladores y fuerzas requeridas por los propulsores para realizar la trayectoria deseada en <i>x</i> , <i>z</i> y <i>pitch</i> , utilizando el controlador proporcional y predictivo (Escenario 6)	74
4.20. Trayectorias en <i>x</i> y <i>z</i> : deseadas y realizadas por el PoseiBoT bajo el efecto de los controladores (Escenario 7)	76
4.21. Trayectorias en <i>pitch</i> : deseadas y realizadas por el PoseiBoT bajo el efecto de los controladores y fuerzas requeridas por los propulsores para realizar la trayectoria deseada en <i>x</i> , <i>z</i> y <i>pitch</i> , utilizando el controlador proporcional y predictivo (Escenario 7)	77
4.22. Trayectorias en <i>x</i> y <i>z</i> : deseadas y realizadas por el PoseiBoT bajo el efecto de los controladores (Escenario 8)	79
4.23. Trayectorias en <i>pitch</i> : deseadas y realizadas por el PoseiBoT bajo el efecto de los controladores y fuerzas requeridas por los propulsores para realizar la trayectoria deseada en <i>x</i> , <i>z</i> y <i>pitch</i> , utilizando el controlador proporcional y predictivo (Escenario 8)	80
4.24. Trayectorias en <i>x</i> y <i>z</i> : deseadas y realizadas por el PoseiBoT bajo el efecto de los controladores (Escenario 9)	82

4.25. Trayectorias en <i>pitch</i> : deseadas y realizadas por el PoseiBoT bajo el efecto de los controladores y fuerzas requeridas por los propulsores para realizar la trayectoria deseada en <i>x</i> , <i>z</i> y <i>pitch</i> , utilizando el controlador proporcional y predictivo (Escenario 9)	83
4.26. Trayectorias en <i>x</i> y <i>z</i> : deseadas y realizadas por el PoseiBoT bajo el efecto de los controladores (Escenario 10)	85
4.27. Trayectorias en <i>pitch</i> : deseadas y realizadas por el PoseiBoT bajo el efecto de los controladores y fuerzas requeridas por los propulsores para realizar la trayectoria deseada en <i>x</i> , <i>z</i> y <i>pitch</i> , utilizando el controlador proporcional y predictivo (Escenario 10)	86

Capítulo 1

Introducción

1.1. Antecedentes y Planteamiento del Problema

La Mecatrónica consiste en la integración y el desarrollo de sistemas de adquisición de datos, con su respectivo procesamiento y emisión de una respuesta por medio de actuadores, siguiendo una referencia a través de una estrategia de control, considerando los efectos físicos propios del sistema a estudiar, para generar los movimientos o acciones sobre el sistema en el que se va a actuar. Ejemplos de sistemas mecatrónicos son los robots, las máquinas controladas digitalmente, los vehículos operados remotamente, etc. En la figura 1.1 se muestran las diferentes áreas de estudio y su interacción en la Mecatrónica.

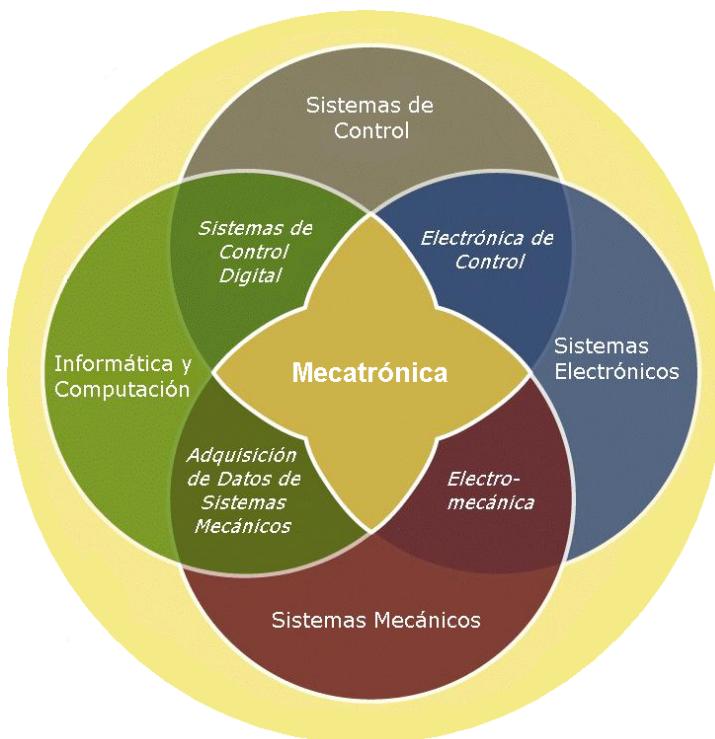


Figura 1.1: La Mecatrónica y sus áreas de interacción

Fuente: <http://multimechatronics.com/>

En la Universidad Simón Bolívar existe un grupo de investigación y desarrollo en mecatrónica donde uno de sus proyectos consiste en diseñar y probar distintos esquemas de navegación y control de un robot submarino llamado PoseiBoT [8, 9, 10]. El PoseiBoT fue el segundo prototipo de submarino, que presenta mucho más robustez, un sistema de adquisición de datos y una mayor autonomía que su antecesor (ERSUB).

Aunque los submarinos experimentales se habían construido antes del siglo XIX, el diseño de submarinos empezó durante dicho siglo. Los submarinos se utilizaron ampliamente en la primera guerra mundial; su uso militar consistía en atacar a los buques o submarinos enemigos y a los porta-aviones de protección enemiga, bloquear los avances enemigos, usar submarinos de misiles balísticos como fuerza de ataque nuclear, realizar reconocimiento de submarinos aliados o enemigos, atacar de forma terrestre (ejemplo, haciendo uso de un misil de crucero), e insertar de forma encubierta las fuerzas especiales. Por otra parte, los submarinos para usos civiles incluyen las ciencias del mar, el rescate, la exploración, la inspección y el monitoreo de instalaciones submarinas, el mantenimiento de cables submarinos, la búsqueda y salvamento, el turismo y la investigación académica [1].

Los submarinos utilizados en la investigación académica son en su mayoría no tripulados (*Unmanned Underwater Vehicles - UUV*). La familia UUV se divide en dos ramas: Vehículos Operados Remotamente (*Remotely Operated Vehicles - ROV*) y Vehículos Submarinos Autónomos (*Autonomous Underwater Vehicles - AUV*). La diferencia entre los AUV y los ROV es que los AUV emplean inteligencia (la toma de decisiones se realiza de forma automática). Ellos tienen el plan de operaciones predefinidas en su sistema de navegación, lo que les permite desempeñar tareas autónomamente. Por otra parte, los ROV los controla en forma remota un humano con la ayuda de medios de comunicación (alámbricos o inalámbricos). Sin embargo, las diferencias entre los AUV y los ROV son cada vez menores, afianzándose la evolución de un concepto general de los UUV [2].

La tecnología actual en control de Vehículos tipo ROV se limita al uso de un esquema tipo maestro/esclavo, donde un operador calificado coordina el submarino a través de un manipulador maestro (que funciona como Joystick), para que el manipulador esclavo realice la tarea [3, 5]. Las limitaciones de esta técnica son evidentes: los operadores deben estar entrenados, la comunicación bajo el agua es difícil y se experimenta un retardo significativo en el control.

El medio de comunicación del ROV se encarga del cierre del lazo de control, así como también puede usarse para energizar al submarino (o el ROV puede estar dotado de baterías). En otra perspectiva, los AUV deben ser completamente autónomos, trayendo en sí su sistema de potencia y su sistema de navegación. En el caso de misiones especiales que requieran interacción con el ambiente, el vehículo estará equipado con uno o más manipuladores, denominándose Sistema Vehicular Submarino con Manipuladores (*Underwater Vehicle Manipulator System - UVMS*).

Algunas compañías que venden AUV son las siguientes [1, 2]:

- Bluefin Corporations (<http://www.bluefinrobotics.com>) en colaboración con el MIT para el desarrollo del Bluefin 21, vehículo que opera alrededor de 4500 m.
- C&C Technologies (<http://www.cctechnol.com>), diseñando el Hugin 3000, capaz de funcionar alrededor de 50 horas.
- Canadian ISE Research Ltd (<http://www.ise.bc.ca>), diseñando el Explorer, Hafmynd, Gavia (<http://www.gavia.is>); Danish Maridan (<http://www.maridan.dk>)

Los costos oscilan entre \$ 10.000 hasta \$ 1.500.000, dependiendo del tipo de misión que se desea ejecutar con el AUV, adecuando así los propulsores, sensores, estructura mecánica, sistema de adquisición y control de datos, etc.

Actualmente existen más de 100 prototipos de AUV en laboratorios en todo el mundo, algunos de los cuales se indican [1, 2]:

- r2D4 desarrollado en el laboratorio URA en la Universidad de Tokyo - <http://underwater.iis.u-tokyo.ac.jp>
- ABE del laboratorio Deep Submerge Laboratory en Woods Hole Oceanographic Institution, Massachusetts, USA - <http://www.whoi.edu/groups/DSL/>
- Odissey II del Laboratorio de the Massachusetts Institute of Technology, Massachusetts, USA - <http://auvlab.mit.edu>
- ODIN (I, II y III) y SAUVIM diseñado en Autonomous Systems Laboratory of the University of Hawaii, Hawaii, USA - <http://www.eng.hawaii.edu/~asl/>
- Phoenix y ARIES, desarrollado en Naval Postgraduate School, California, USA - <http://www.nps.edu/Academics/Centers/CAVR/Vehicles/Vehicles.html>
- OTTER de Monterey Bay Aquarium and Stanford University (CA, USA) - <http://arl.stanford.edu/projects/past-projects/otter>
- MARIUS de Marine Science and Technology Programme of the IV framework of European Commision (Lisbon, Portugal).
- Twin Burgers en University of Tokyo (Tokyo, Japan) - <http://underwater.iis.u-tokyo.ac.jp/robot/tb/tb-intro-e.html>
- Theseus de ISE Research Ltd (Canada) - <http://www.ise.bc.ca/auv1003.html>
- AMADEUS (Advanced MAnipulation for DEep Underwater Sampling) de European Commission, Heriot-Watt University (UK), Università di Genova (Italy), CNR Istituto Automaziane Navale (Italy), Universitat de Barcelona (Spain) y Institute of Marine Biology of Crete (Greece)
- Folaga de Graal Tech (Italia) [4] - <http://www.graaltech.it/en/project.php?cid=2&pid=5>

Los prototipos ODIN y OTTER están provistos de uno o dos manipuladores para estudiar la interacción entre el manipulador y el vehículo, con la finalidad de ejecutar tareas de recuperación de objetos. SAUVIM es un vehículo semi-autónomo con manipulador de 7 links, al final de su desarrollo será capaz de operar a una profundidad de 4000 m.

En [6] y [7] se discuten los subsistemas que componen el funcionamiento del submarino: dinámica del submarino, control, navegación, sensores y potencia. También se puede incluir un subsistema de manipuladores dentro del submarino. Las estrategias de control utilizadas hasta ese momento son: deslizante, no-lineal, adaptativo, neuronal y difuso.

En la Universidad Simón Bolívar se trabajó en el diseño y construcción de un sistema de instrumentación y control para el PoseiBoT (submarino tipo ROV) [8]. En los trabajos realizados en el PoseiBoT se consideraron los siguientes aspectos: estructura mecánica (armazón, flotabilidad, navegación), sensores (profundidad, dirección, inclinación, temperatura, presencia de agua y presión interna), actuadores (torpedos), potencia (baterías), comunicaciones, control básico (PID).

1.1.1. Cinemática de un cuerpo rígido

La cinemática estudia el movimiento del robot con respecto a un sistema de referencia. Así, la cinemática se interesa por la descripción analítica del movimiento espacial del robot como una función del tiempo y en particular por las relaciones entre la posición y la orientación final del robot con los valores que toman sus coordenadas articulares [11].

Existen dos problemas fundamentales a resolver en la cinemática del robot:

1. El primero se conoce como problema cinemático directo y consiste en determinar cual es la posición y orientación del robot, con respecto a un sistema de coordenadas que se toma como referencia, donde se conocen los valores de las articulaciones y los parámetros geométricos del robot. Se mencionan las técnicas que son usadas para resolver este problema:

- Matrices de transformación homogénea [11, 12, 13]
- Algoritmo de Denavit-Hartenberg [11, 12, 13]
- Cuaternios [1, 11, 20]

2. El segundo se conoce como problema cinemático inverso, resuelve la configuración que debe adoptar el robot para una posición y orientación del robot conocidas. Se mencionan las técnicas que son usadas para resolver este problema [11]:

- Métodos geométricos [11, 12, 13]
- Matrices de transformación homogénea [11, 12, 13]
- Desacople cinemático [11]

Es de gran utilidad disponer de la relación entre las velocidades de las coordenadas articulares y las de la posición y orientación del robot. La relación entre ambos vectores de velocidad se obtiene a través de la denominada **matriz jacobiana**.

La matriz jacobiana directa permite conocer las velocidades del robot a partir de los valores de las velocidades de las articulaciones. La matriz jacobiana inversa permitirá conocer las velocidades articulares necesarias para obtener unas velocidades determinadas en el robot.

1.1.2. Dinámica de un cuerpo rígido

La dinámica se ocupa de la relación entre las fuerzas que actúan sobre un cuerpo y el movimiento que en él se originan. Por lo tanto, el modelo dinámico de un robot tiene por objetivo conocer la relación entre el movimiento del robot y las fuerzas implicadas en el mismo. El modelo dinámico relaciona matemáticamente:

1. La localización del robot definida por sus variables articulares o por las coordenadas de localización, y sus derivadas: velocidad y aceleración.
2. Las fuerzas y pares aplicados en el robot.
3. Los parámetros físicos y geométricos del robot, como longitud, masas e inercias de sus elementos.

Se describen las diferentes formulaciones para obtener el modelo dinámico de un robot [11, 14]:

- Formulación de Lagrange-Euler

El modelo dinámico de un robot provee la descripción de la relación entre los torques y fuerzas asociadas a la estructura robótica. Con la formulación de Lagrange-Euler las ecuaciones de movimiento pueden ser derivadas de una forma sistemática, independientemente del sistema de coordenadas. Definidas las variables q_i , $i = 1, \dots, n$ como coordenadas generalizadas que describen las posiciones del robot en n Grados de Libertad (*Degrees of Freedom - DOF*), el lagrangiano de un sistema mecánico se puede definir como [12]:

$$\mathcal{L} = \mathcal{T} - \mathcal{U} \quad (1.1)$$

donde \mathcal{T} es definida como la energía cinética del sistema y \mathcal{U} es definida como la energía potencial del sistema. La ecuación de Lagrange-Euler viene dada por

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_i} = \xi_i \quad (1.2)$$

con $i = 1, \dots, n$, donde ξ_i es el torque o la fuerza correspondiente a la coordenada q_i . Escrita la ecuación 1.2 en forma compacta:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_i} \right)^T - \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_i} \right)^T = \xi \quad (1.3)$$

- Formulación de Newton-Euler

La formulación de Newton-Euler parte del equilibrio de fuerzas y pares aplicados al robot:

$$\sum_{i=1}^n \mathbf{F}_i = m\mathbf{a} = m\dot{\mathbf{v}} \quad (1.4)$$

$$\sum_{i=1}^n \mathbf{T}_i = \mathbf{I} \cdot \dot{\boldsymbol{\omega}} + \boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{I} \cdot \boldsymbol{\omega}) \quad (1.5)$$

El desarrollo adecuado de las ecuaciones anteriores conduce a una formulación recursiva en la que se obtiene la posición, velocidad y aceleración del eslabón i referidos al sistema de referencia base del robot a partir de los correspondientes del eslabón $i - 1$ y del movimiento relativo de la articulación i . De este modo, partiendo del eslabón 1 se llega al eslabón n . Con estos datos se procede a obtener las fuerzas y pares actuantes sobre el eslabón i referidos a la base del robot a partir de los correspondientes al eslabón $i + 1$, recorriendo de esta forma todos los eslabones.

El algoritmo computacional para el modelado dinámico por Newton-Euler se basa en operaciones vectoriales (con productos escalares y vectoriales entre magnitudes vectoriales y productos de matrices con vectores), desarrollado en [11, 12, 14]

- Formulación en Espacio de Estados

Se tiene la ecuación dinámica de un robot:

$$\tau = \mathbf{D}(\mathbf{q}) \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{H}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{C}(\mathbf{q}) \quad (1.6)$$

donde τ es el vector de fuerzas y pares motores efectivos aplicados sobre cada coordenada q_i , \mathbf{D} es la matriz de inercia del robot, \mathbf{H} es una matriz que comprende las fuerzas de coriolis y centrípeta y \mathbf{C} es el vector de fuerzas de gravedad. La ecuación anterior establece el modelo dinámico inverso de un robot, es decir, dado los pares y fuerzas que deben proporcionar los actuadores para que las variables articulares sigan una determinada trayectoria $q(t)$. Se sabe que las matrices \mathbf{D} y \mathbf{C} dependen de q y que la matriz \mathbf{H} depende de q y \dot{q} . Asimismo, hay que tener en cuenta que el vector de pares generalizados τ , presupone pares efectivos, por lo que de existir pares perturbadores o de rozamiento (viscoso o seco) estos deberían ser tomados en cuenta:

$$\tau = \tau_{MOTOR} - \tau_{PERTURBADOR} - \tau_{ROZAMIENTO VISCOSO} - \tau_{ROZAMIENTO SECO} \quad (1.7)$$

La ecuación 1.6 es no-lineal, siendo no trivial obtener a partir de ella el modelo dinámico inverso que proporciona la trayectoria deseada como consecuencia de la aplicación de unos pares determinados τ . Para obtener este modelo inverso, así como por su utilidad posterior para la aplicación de una técnica de control, puede ser conveniente obtener el modelo dinámico en variables de estado.

Las variables de estado naturales del sistema serán las posiciones y velocidades de cada una de las articulaciones, siendo por lo tanto el vector de estado $\mathbf{x} = [\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}]^T$. La ecuación 1.6 puede expresarse como:

$$\tau = \mathbf{D}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{H} + \mathbf{C} \Rightarrow \mathbf{D}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{N} = \tau \quad (1.8)$$

$$\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{D}^{-1}(\tau - \mathbf{N}) \quad (1.9)$$

con $\mathbf{N} = \mathbf{H} + \mathbf{C}$. Haciendo uso del vector de estado:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \mathbf{q} \\ \dot{\mathbf{q}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}} \\ -\mathbf{D}^{-1}\mathbf{N} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{D}^{-1} \end{bmatrix} \tau \quad (1.10)$$

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \mathbf{q} \\ \dot{\mathbf{q}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & I \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{q} \\ \dot{\mathbf{q}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} \mathbf{u} \quad (1.11)$$

$$\mathbf{u} = \ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{D}^{-1}(\tau - \mathbf{N}) \quad (1.12)$$

donde \mathbf{D}^{-1} es función de \mathbf{q} y \mathbf{N} es función de \mathbf{q} y $\dot{\mathbf{q}}$. Esta representación responde a una ecuación de estado lineal, habiéndose trasladado la no-linealidad a la entrada \mathbf{u} . Se define $A = \begin{bmatrix} 0_{n \times n} & I_{n \times n} \\ 0_{n \times n} & 0_{n \times n} \end{bmatrix}_{2n \times 2n}$ y $B = \begin{bmatrix} 0_{n \times n} \\ I_{n \times n} \end{bmatrix}_{2n \times n}$ [11].

■ Formulación de Kane

Para un sistema de n coordenadas generalizadas $q \in \mathbb{R}^n$ sujeta a restricciones *no-holonómicas* [15, 16], las velocidades generalizadas, $u \in \mathbb{R}^n$ pueden ser definidas como

$$u_r = \sum_{i=1}^n Y_{ri} \dot{q}_i + Z_r \quad (1.13)$$

con $r = 1, \dots, n$, \dot{q} es la derivada de q , Y_{ri} y Z_r son funciones de q y el tiempo t . Las n velocidades generalizadas con compuestas por un vector de velocidad sin restricciones $u_s = [u_1 \ u_2 \ u_p]^T$ y un vector de velocidad con restricciones de tamaño m con $u_c = [u_{p+1} \ u_{p+2} \ u_n]^T$, definiéndose el vector de velocidades como

$$u = [u_s \ | \ u_c]^T \quad (1.14)$$

donde $p = n - m$ no solo indica el numero de DOF del sistema no-holonómico sino que también el numero más pequeño de velocidades independientes generalizadas que describe los movimientos del sistema. Las restricciones no holonómicas pueden ser representadas como:

$$u_c = \sum_{s=1}^p A_{cs} u_s + B_c \quad (1.15)$$

donde A_{cs} y B_c son funciones de q y t , $c = [p+1, \dots, n]$. La ecuación anterior puede ser escrita de forma Pfaffian [16] como:

$$A(q) \dot{q} = 0 \quad (1.16)$$

donde $A(q)$ es una matriz de restricciones de rango full¹ con restricciones de dimensión $m \times n$. Se asume que $S(q)$ es una matriz de rango completo de dimensión $n \times p$ cuyo subconjunto es un conjunto de vectores linealmente independientes en un espacio nulo de $A(q)$, obteniendo

$$A(q) S(q) = 0 \quad (1.17)$$

Imponiendo restricciones no holonómicas en la ecuación 1.15 se puede resolver el sistema que viene dado en la ecuación 1.13, originando la ecuación 1.18

$$\dot{q}_i = \sum_{s=1}^p W_{is} \dot{u}_s + X_i \quad (1.18)$$

con $i = 1, \dots, n$ donde W_{is} y X_i son funciones de q y t . La ecuación 1.18 es de dimensión $n \times p$ una matriz de rango full y es la matriz jacobiana, donde transforma las velocidades independientes u_1, \dots, u_p a velocidades \dot{q} . Por ende, las ecuaciones dinámicas de Kane vienen dadas por

$$F_r + F_r^* = 0 \quad (1.19)$$

$$F_r = \sum_{i=1}^N v_r^{P_i} \cdot R_i \quad (1.20)$$

$$F_r^* = \sum_{i=1}^N v_r^{P_i} \cdot R_i^* \quad (1.21)$$

donde F_r es una fuerza activa/externa, F_r^* es una fuerza de inercia generalizada, R_i es una fuerza activa, R_i^* es una fuerza de inercia, P_i es la i-ésima partícula del sistema, $v_r^{P_i}$ es una velocidad parcial de la partícula P_i con respecto al sistema de referencia inercial, N es el numero de partículas. De acuerdo a la ecuación 1.19, es equivalente a la segunda ley de Newton

$$R_i - m_i a_i = 0 \quad (1.22)$$

$i = 1, \dots, N$, donde a_i es la aceleración de la partícula i-ésima y m_i es la aceleración de la partícula i-ésima. Las fuerzas activas R_i puede ser clasificadas como fuerzas aplicadas R_i^a y fuerzas restrictivas R_i^c se puede presentar

$$R_i = R_i^a + R_i^c \quad (1.23)$$

Las fuerzas restrictivas no trabajan a lo largo de la dirección de la velocidad, es decir:

$$\sum_{i=1}^N R_i^c \cdot v_r^{P_i} = 0 \quad (1.24)$$

Como se muestra en la ecuación anterior, las fuerzas restrictivas son eliminadas de las ecuaciones dinámicas. Dichas ecuaciones dinámicas pueden ser escritas como:

$$\sum_{i=1}^N (R_i^a - R_i^*) \cdot v_r^{P_i} = 0 \quad (1.25)$$

¹Se considera una matriz de rango full si dada al calcular el rango de una matriz de dimensión $m \times n$ es igual a $\min(m, n)$

En [15, 17] se describen aplicaciones específicas de esta formulación.

La obtención del modelo dinámico de un robot es uno de los problemas más complejos en la robótica, lo que ha llevado a ser obviado en numerosas ocasiones [11, 12, 13]. Sin embargo, el modelo dinámico es imprescindible para conseguir los siguientes fines:

1. Simulación del movimiento del robot
2. Diseño y evaluación de la estructura mecánica del robot
3. Dimensionamiento de los actuadores
4. Diseño y evaluación del control dinámico del robot.

El último ítem es evidentemente de gran importancia, ya que la precisión y la velocidad de los movimientos del robot depende de la calidad del control dinámico, aspecto de gran interés en la presente dissertación. Hasta este punto solo se ha mencionado las técnicas de modelaje cinemático y dinámico para un robot genérico. Se desarrolla en el capítulo 2 la metodología para estudiar robots submarinos considerando los efectos físicos, hidrodinámicos y restaurativos con la finalidad de realizar el modelado cinemático y el modelado dinámico.

1.1.3. Estrategia de Control

La estrategia de control a implementar sobre el modelo dinámico tiene por objetivo que las trayectorias deseadas sean seguidas por el robot. El modelo dinámico de un robot es no lineal, multivariable, acoplado y de parámetros variantes, por lo que en general su control es extremadamente complejo. Por ende, existen dos tendencias para el control de un robot submarino [1, 2, 20] :

- Uso de modelos clásicos basados en la cinemática y dinámica de submarinos.
- Uso de esquemas de control: Predictivo, Óptimo, Multivariable, Difuso, etc.

En esta dissertación nos concentraremos en la segunda tendencia: utilizar una estrategia de **Control Predictivo** ya que su formulación clásica considera que el error de seguimiento y el esfuerzo de las señales de control sea mínimo.

Control Predictivo

Los controladores basados en modelos predictivos están compuestos los elementos que se muestran en la figura 1.2, descritos a continuación:

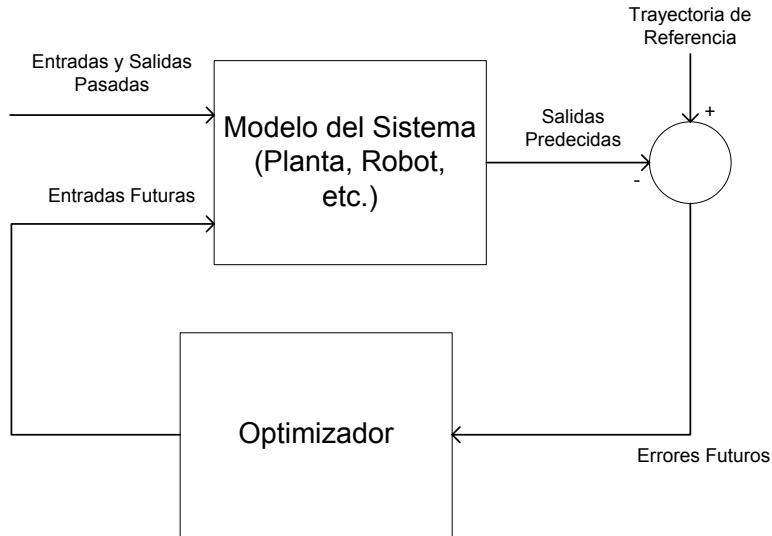


Figura 1.2: Elementos del Control Predictivo
Fuente: CAMACHO E. y BORDONS C. [18]

- **Modelo del Sistema (o modelo de predicción):** consiste en la obtención de un modelo del sistema que se desea controlar (planta, robot, etc.). Se debe incluir los mecanismos necesarios para obtener el mejor modelo del sistema, haciendo un análisis teórico y captándose la dinámica. El uso del modelo del sistema es determinado por la necesidad de calcular la salida predecida $\mathbf{y}(n+k)$ en función de $\mathbf{y}(n)$ (esto se lee $\mathbf{y}(n+k|n)$). Las estrategias de Control Predictivo basado en Modelos (*Model based Predictive Control - MPC*) utilizan varios modelos para representar la relación entre las salidas y las entradas medibles, de las cuales pueden ser consideradas manipulables y otras como perturbaciones (compensadas por una acción *feedforward*). Entre los modelados de los sistemas existen: respuestas impulsivas, respuesta al pulso, función de transferencia, espacio de estados y otras (utilizando modelos no-lineales, como Redes Neuronales, Lógica Difusa, Series de Tiempo, etc.), considerando a su vez los modelos de perturbación (*Controlled Auto-Regressive Moving Average - CARIMA*, Ecuaciones Diofánticas, ARIMA [18, 54]).
- **Función Objetivo (u Optimizador):** dependiendo de los algoritmos de MPC a implantar pueden variar las funciones de optimización, todo esto con la finalidad de obtener una ley de control. El propósito general es que la salida futura (\mathbf{y}) en un horizonte considerado siga una determinada señal de referencia (\mathbf{w}) y, al mismo tiempo, el esfuerzo de control ($\Delta \mathbf{u}$) necesario para hacer dicha acción sea penalizado. Por ende, la expresión general de la función objetivo es:

$$J(N_1, N_2, N_u) = \sum_{j=N_1}^{N_2} \delta(j) [\mathbf{y}(n+j|n) - \mathbf{w}(n+j)]^2 + \sum_{j=1}^{N_u} \lambda(j) [\Delta \mathbf{u}(n+j-1)]^2 \quad (1.26)$$

El segundo término se considera como esfuerzo de control ($\Delta \mathbf{u}$) y en determinadas estrategias de control no se toma en cuenta, mientras que en otras estrategias (*Unified Predictive Control - UPC*) el valor de la señal de control (no su esfuerzo) aparece directamente. En la función de costo u objetivo se consideran:

- Parámetros: N_1 y N_2 son los valores mínimos y máximos de los horizontes de costos y N_u es el horizonte de control que no necesariamente tiene que coincidir con el máximo horizonte. El significado de N_1 y N_2 es bastante intuitivo, ellos marcan los límites de los instantes donde es deseable que la salida siga la referencia. De hecho si se tiene un alto valor de N_1 , esto es porque no tiene mucha importancia si se comete muchos errores en los instantes iniciales. Esto originara una respuesta suave del sistema. Si se utiliza un peso exponencial de $\delta(j) = \alpha^{N_2-j}$ y α es un valor entre 0 y 1, los errores más lejanos del instante (n) son más penalizados que los errores que están más cercanos al instante $[n]$, dando lugar a señales de control más suaves con menos esfuerzo. Si $\alpha > 1$ los primeros errores son más penalizados, provocando un control más ajustados. N_u se denomina horizonte de control y tiene como significado que después de cierto intervalo $N_u < N_2$ no existe variación en la señal de control.
- Trayectoria de Referencia: Una de las ventajas del control predictivo es que si la futura evolución de la referencia es conocida a priori, el sistema puede reaccionar antes que el cambio se haga efectivamente, evitando los efectos de retardo en el proceso. La evolución futura de la referencia $\mathbf{r}(n+k)$ es conocida de antemano en muchas aplicaciones (como robótica, servos o procesos por lotes); en otras aplicaciones una notable mejora en el comportamiento puede ser obtenida a pesar de que la referencia sea constante, simplemente con conocer el instante cuando la referencia cambia. En la función de optimización, la mayoría de los métodos usualmente usan la trayectoria de referencia $\mathbf{w}(n+k)$ donde no necesariamente tiene que coincidir con la referencia real $\mathbf{r}(n+k)$. Es normal que se haga una aproximación suave del valor actual de la salida hacia el valor de referencia a través de un sistema de primer orden, esto es:

$$\mathbf{w}(n) = \mathbf{y}(n) \quad (1.27)$$

$$\mathbf{w}(n+k) = \alpha \mathbf{w}(n+k-1) + (1-\alpha) \mathbf{r}(n+k) \quad (1.28)$$

con $k = 1 \dots N$. α es un parámetro entre 0 y 1 ($\alpha = 1$ es la aproximación más suave) y constituye un valor ajustable que tendrá influencia en la respuesta dinámica del sistema. Otra estrategia usada es Control Predictivo Funcional (*Predictive Functional Control - PFC* [18], que es útil para variables con puntos de ajuste - *set-points*) es la siguiente:

$$\mathbf{w}(n+k) = \mathbf{r}(n+k) + \alpha^k (\mathbf{y}(n) - \mathbf{r}(n)) \quad (1.29)$$

En la figura 1.2 se muestra la referencia y la trayectoria de referencia.

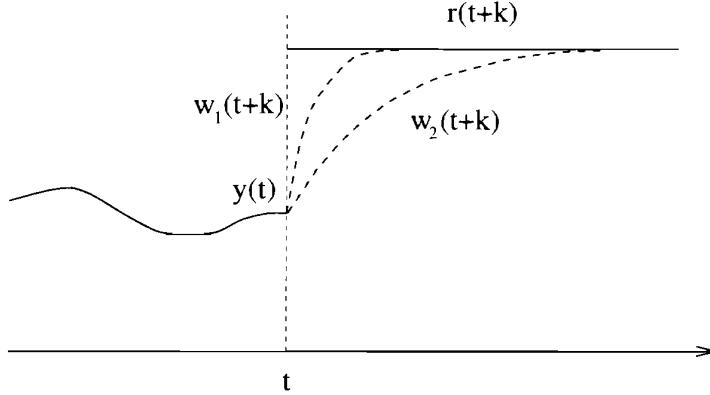


Figura 1.3: Referencia $r(t + k)$ y trayectoria de referencia $w_i(t + k)$ con $i = 1, 2$
 Fuente: CAMACHO E. y BORDONS C. [18]

- Restricciones: en la práctica todos los procesos están sujetos a restricciones. Los actuadores tienen un limitado campo de acción (por el efecto del *slew rate*²), como es el caso de las válvulas, limitado por la posición de totalmente abierta o cerrada y por la tasa de respuesta. Razones de construcción, seguridad o ambientales provocan límites en la variable de procesos como niveles de tanques, flujos en tuberías o máximas temperaturas o presión, más aun, las condiciones operacionales son normalmente definidas por la intersección de ciertas restricciones del proceso y por razones económicas, de manera que el sistema de control trabajará cerca de esta frontera. Todo lo anterior hace la introducción de restricciones en la minimización de la función de costo. Muchos algoritmos intrínsecamente toman en cuenta las restricciones (*Model Algorithmic Control - MAC*, *Dynamic Matrix Control - DMC*) y por ende tienen mucho éxito en la industria [18]. Normalmente los límites de la amplitud y el *slew rate* de la señal de control y los límites de la salida son considerados:

$$\mathbf{u}_{\min} \leq \mathbf{u}(n) \leq \mathbf{u}_{\max} \quad (1.30)$$

$$\mathbf{d}\mathbf{u}_{\min} \leq \mathbf{u}(n) - \mathbf{u}(n-1) \leq \mathbf{d}\mathbf{u}_{\max} \quad (1.31)$$

$$\mathbf{u}_{\min} \leq \mathbf{u}(n) \leq \mathbf{u}_{\max} \quad (1.32)$$

Añadiendo las restricciones anteriores a la función objetivo la minimización se vuelve más compleja, de manera que la solución no puede ser obtenida explícitamente en un caso sin restricciones.

- Ley de Control: Con la finalidad de obtener los valores de $\mathbf{u}(n+k|n)$ es necesario minimizar la función de optimización. Para hacer esto los valores de las salidas

²El *Slew Rate* es un efecto no lineal en los dispositivos electrónicos. Representa la incapacidad de seguir variaciones rápidas de la señal de entrada. También se le define como la velocidad de cambio del voltaje de salida con respecto a las variaciones en el voltaje de entrada (caso de un amplificador). Se expresa típicamente en unidades de $V/\mu s$.

predecidas $\hat{y}(n+k|n)$ son calculadas como función de las entradas y salidas anteriores y señales de control futuras, haciendo uso del modelo deducido y sustituyéndolo en la función de costo, obteniendo una expresión cuya minimización conduce a los valores deseados. Una solución analítica puede ser obtenida a partir del criterio cuadrático si el modelo es lineal y sin restricciones, de lo contrario, se puede usar un método iterativo. Sin embargo, la obtención de la solución no es fácil, ya que existe $N_2 - N_1 + 1$ variables independientes, un valor que tiende a ser alto (en el orden de 10 a 30). Con la finalidad de reducir los grados de libertad, se impone una ley de control. Además, existe bibliografía que muestra la si se estructura la ley de control se produce una mejora en el comportamiento general del sistema, básicamente por permitir la libre evolución de las variables manipuladas. Existen diferentes formas de estructurar la ley de control, haciendo uso del horizonte de control (N_u) o como combinación lineal de funciones bases. Como se ha indicado, no existe una solución explícita cuando se está en presencia de restricciones, así que la programación cuadrática debe ser utilizada. Sin embargo, para cierto tipo de restricciones si existen soluciones (ejemplo, cuando la condición es que la salida alcance un valor de referencia en un determinado instante) como lo indican las estrategias: *Constrained Receding Horizon Predictive Control - CRHPC* y *Generalized Predictive Control - GPC*, que garantizan resultados estables [18].

El modelado, simulación y la implantación de la estrategia de control predictivo descrita en [19], son el propósito fundamental del presente trabajo y se aplicará sobre la plataforma robótica PoseiBoT.

1.2. Justificación e Importancia

El aporte generado por este trabajo de grado será la posibilidad de contar con un estudio riguroso sobre el modelo cinemático y dinámico comprobado por simulaciones de la plataforma robótica PoseiBoT, que actualmente no se posee. También se determinarán las características del PoseiBoT tales como: tensor de inercia, el centro de gravedad, etc., las cuales son fundamentales para posteriores desarrollos en el PoseiBoT. El algoritmo de control predictivo que se va a implementar es novedoso, una estrategia diseñada especialmente para sistemas con dinámicas rápidas. Esta sería la primera prueba de ese algoritmo en simulación completa y su validación hecha de forma experimental. Finalmente se podrá fijar un precedente sobre la estrategia de control implantada, evaluando el desempeño de otras estrategias de control en un futuro, sobre el PoseiBoT.

1.3. Objetivo General

Realizar el modelado cinemático y el modelado dinámico del robot submarino PoseiBoT, considerando su infraestructura y efecto hidrodinámico, para luego desarrollar la estrategia de control predictivo. La simulación se hará en LabVIEW y en Simulink.

1.4. Objetivos Específicos

- Estudiar los elementos que componen el PoseiBoT (sensores, actuadores, sistema de potencia, sistema de comunicaciones, estructura mecánica).
- Determinar las características físicas, geométricas e hidrodinámicas del PoseiBoT.
- Modelar la dinámica y cinemática del PoseiBoT.
- Diseñar la estrategia de control para controlar simultáneamente la posición y orientación del PoseiBoT.
- Simular la cinemática, dinámica y la estrategia de control para el PoseiBoT.

Capítulo 2

Modelado Cinemático y Dinámico

La importancia del Modelado Cinemático y del Modelado Dinámico es determinar una expresión matemática que suministre información acerca de los movimientos X , Y y Z (fuerzas) y rotaciones sobre los ejes x (K), eje y (M) y eje z (N) (momentos). En el cuadro 2.1 la notación mas usada en Vehículos Marinos (SNAME¹).

CUADRO 2.1: NOTACIÓN SNAME PARA VEHÍCULOS SUBMARINOS

DOF	Descripción	Fuerza o Momento	Velocidad Lineal o Angular	Posiciones o Ángulos de Euler
1	Movimiento en la dirección x	X	u (Avance o <i>Surge</i>)	x
2	Movimiento en la dirección y	Y	v (Corrimiento Lateral, Balanceo Transversal o <i>Sway</i>)	y
3	Movimiento en la dirección z	Z	w (Corrimiento Vertical, Arfada o <i>Heave</i>)	z
4	Rotación alrededor del eje x	K	p	ϕ (Balanceo o <i>Roll</i>)
5	Rotación alrededor del eje y	M	q	θ (Cabeceo o <i>Pitch</i>)
6	Rotación alrededor del eje z	N	r	ψ (Guiñada o <i>Yaw</i>)

En el presente capítulo se realiza el estudio de los UUV de forma generalizada, a través de un modelo matemático de 6 DOF que son necesarios para determinar la posición y orientación del cuerpo rígido (robot submarino). Las primeras tres coordenadas y sus derivadas temporales son usadas para definir la posición y los movimientos translacionales

¹Society of Naval Architects and Marine Engineers (SNAME): Es la Sociedad de Arquitectos e Ingenieros Navales, que proporciona un foro para el avance de la profesión ingenieril aplicada al ámbito marino.

a lo largo de los ejes x , y y z mientras que las 3 últimas coordenadas y sus derivadas temporales son usadas para describir la orientación y los movimientos rotacionales. Para vehículos marinos los 6 movimientos diferentes son convenientemente definidas como: *surge*, *sway*, *heave*, *roll*, *pitch* y *yaw*, como se muestra en el cuadro 2.1.

2.1. Cinemática

Cuando se analiza el movimiento de vehículos submarinos en 6 DOF es conveniente definir dos sistemas de coordenadas como se muestra en la figura 2.1. El sistema de coordenadas móvil $x_b y_b z_b$ es fijado al vehículo y es llamado sistema de referencia adherido al cuerpo (*body-fixed*). El origen b del sistema de referencia adherido al cuerpo es usualmente escogido para que coincida con el Centro de Gravedad (CG) del vehículo (cuando el CG esta en el principal plano de simetría o puede ser en otro punto conveniente si este no es el caso) [20].

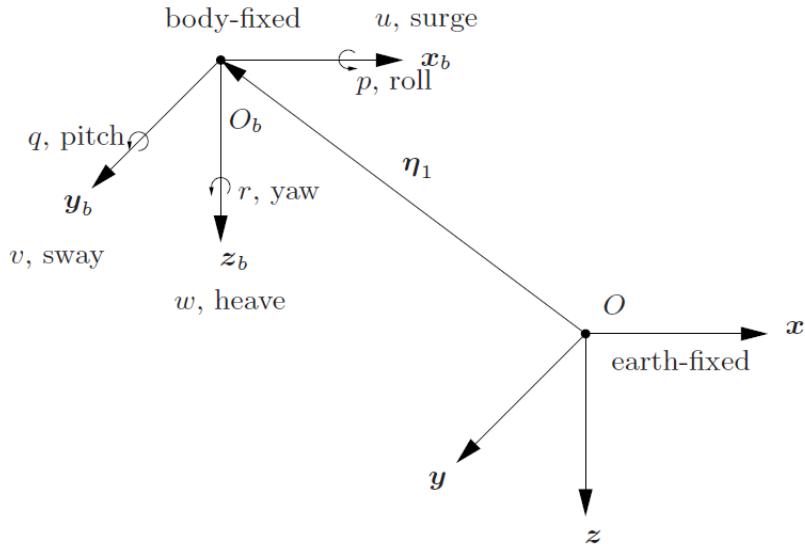


Figura 2.1: Sistema de referencia adherido al cuerpo (*body-fixed*) y sistema de referencia fijado a la tierra (*earth-fixed*)

Fuente: ANTONELLI G. [1]

Para vehículos marinos, los ejes del cuerpo x_b , y_b y z_b deben coincidir con los ejes principales de inercia, definidos usualmente como:

- x_b : eje longitudinal
- y_b : eje transversal
- z_b : eje normal (con dirección desde el tepe hasta el fondo)

El sistema de referencia fijado a la tierra (*Earth-Fixed*) se considera inercial. Esto implica que la posición y la orientación de un vehículo submarino debe ser descrito relativo al

sistema de referencia inercial fijado en la tierra mientras que las velocidades lineales y angulares deben ser expresados en el sistema de coordenadas adherido al cuerpo. Las diferentes cantidades son definidas de acuerdo al cuadro 2.1. Basado en esta notación y en [20], el movimiento general de un vehículo marino de 6 DOF pueden ser descrito de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}\eta &= [\ \eta_1^T, \ \eta_2^T]^T, \ \eta_1 = [\ x, \ y, \ z]^T, \ \eta_2 = [\ \phi, \ \theta, \ \psi]^T \\ \nu &= [\ \nu_1^T, \ \nu_2^T]^T, \ \nu_1 = [\ u, \ v, \ w]^T, \ \nu_2 = [\ p, \ q, \ r]^T \\ \tau &= [\ \tau_1^T, \ \tau_2^T]^T, \ \tau_1 = [\ X, \ Y, \ Z]^T, \ \tau_2 = [\ K, \ M, \ N]^T\end{aligned}$$

Donde η es el vector posición (η_1) y orientación (η_2) con coordenadas en el sistema de referencia inercial fijado en la tierra, ν es el vector velocidad lineal (ν_1) y angular (ν_2) en el sistema de coordenadas adherido al cuerpo y τ es el vector de fuerzas (τ_1) y momentos (τ_2) que actúan sobre el submarino en el sistema de referencia adherido al cuerpo.

La transformación de velocidad entre los sistemas de referencia se expresa en dos partes [20]:

- Transformación de velocidad lineal

$$J_1(\eta_2) = \begin{bmatrix} c_\psi c_\theta & -s_\psi c_\phi + c_\psi s_\theta s_\phi & s_\psi s_\phi + c_\psi c_\phi s_\theta \\ s_\psi c_\theta & c_\psi c_\phi + s_\psi s_\theta s_\phi & -c_\psi s_\phi + s_\theta s_\psi c_\phi \\ -s_\theta & s_\phi c_\theta & c_\phi c_\theta \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

donde c es la función coseno y s es la función seno. Utilizando la expresión $J_1(\eta_2)$ se tiene

$$\dot{\eta}_1 = J_1(\eta_2) \nu_1 \quad (2.2)$$

Donde $J_1(\eta_2)$ (expresada en ángulos de Euler: *Pitch*, *Roll*, y *Yaw*) es la matriz de transformación entre el vector de velocidad lineal ν_1 y el vector de tasa de cambio de posición $\dot{\eta}_1$.

- Transformación de velocidad angular

$$J_2(\eta_2) = \begin{bmatrix} 1 & s_\phi t_\theta & c_\phi s_\theta \\ 0 & c_\phi & -s_\phi \\ 0 & s_\phi/c_\theta & c_\phi/c_\theta \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

donde t es la función tangente. Utilizando la expresión anterior se tiene que

$$\dot{\eta}_2 = J_2(\eta_2) \nu_2 \quad (2.4)$$

Donde $J_2(\eta_2)$ es la matriz de transformación entre el vector de velocidad angular ν_2 y el vector de tasa de cambio de Euler $\dot{\eta}_2$.

Agrupando las expresiones de $J_1(\eta_2)$ y $J_2(\eta_2)$ en $J(\eta)$

$$J(\eta) = \begin{bmatrix} J_1(\eta_2) & O_{3 \times 3} \\ O_{3 \times 3} & J_2(\eta_2) \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

Resultando finalmente

$$\dot{\eta} = J(\eta) \nu \quad (2.6)$$

donde $O_{3 \times 3}$ es una matriz nula de dimensión 3×3 . Con la expresión 2.6 se define la cinemática de un submarino.

2.2. Dinámica

Como se comentó en el capítulo 1 y según [20], la ecuación dinámica (directa) no lineal que rige el comportamiento de un robot viene dado por la siguiente expresión:

$$M\ddot{\nu} + C(\nu)\dot{\nu} + D(\nu)\nu + g(\eta) = \tau \quad (2.7)$$

donde

- $M \triangleq$ es la matriz de inercia del robot (incluyendo el efecto de masa añadida en el caso de robots submarinos)
- $C(\nu) \triangleq$ es la matriz de coriolis y términos centrípetos (incluyendo el efecto de masa añadida en el caso de robots submarinos)
- $D(\nu) \triangleq$ es la matriz de amortiguamiento (*damping*) hidrodinámico
- $g(\eta) \triangleq$ es el vector de fuerzas y momentos restaurativos: gravitacional (y flotación, en el caso de Robots Submarinos)

En la presente disertación se utilizará la formulación de Newton-Euler, descrita en el capítulo 1 y mejor discutida en [1, 20].

2.2.1. Definición de Efectos Físicos

En este apartado se definirán los fenómenos que experimenta cualquier cuerpo rígido (robot en este caso) sujeto a fuerzas y momentos externos:

Inercia

Es una propiedad de los cuerpos de resistir al cambio del movimiento o reposo, es decir, es la resistencia al efecto de una fuerza que se ejerce sobre ellos. La inercia es uno de los principios fundamentales que se usan para describir el movimiento de la materia [27].

Para un cuerpo rígido que es libre de moverse en tres dimensiones existen infinitos ejes posibles de rotación. En el caso de rotación alrededor de ejes arbitrarios, se necesita

caracterizar la distribución de masa de un cuerpo rígido. Por ende, se hace necesario introducir el término tensor de inercia, formulándose como la generalización escalar del momento de inercia² de un objeto [28]. En efecto, el tensor suele ser definido de la siguiente manera:

$$I = \begin{bmatrix} I_{xx} & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{yx} & I_{yy} & -I_{yz} \\ -I_{zx} & -I_{zy} & I_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_x & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{yx} & I_y & -I_{yz} \\ -I_{zx} & -I_{zy} & I_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_x & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{xy} & I_y & -I_{yz} \\ -I_{xz} & -I_{yz} & I_z \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

donde

$$I_x = \iiint_V (y^2 + z^2) \rho dv \quad (2.9)$$

$$I_y = \iiint_V (x^2 + z^2) \rho dv \quad (2.10)$$

$$I_z = \iiint_V (x^2 + y^2) \rho dv \quad (2.11)$$

$$I_{xy} = I_{yx} = \iiint_V xy \rho dv \quad (2.12)$$

$$I_{xz} = I_{zx} = \iiint_V xz \rho dv \quad (2.13)$$

$$I_{yz} = I_{zy} = \iiint_V yz \rho dv \quad (2.14)$$

donde ρ es la densidad del cuerpo rígido. Los elementos del tensor I_x , I_y e I_z son llamados momentos (másicos) de inercia. Los elementos con índices mezclados (o mixtos) se denominan productos másicos de inercia. Estas 6 cantidades independientes, dependerán de las propiedades físicas del cuerpo (forma, tamaño, tipo de material, etc.) y de la posición y orientación del sistema de referencia [28].

Para un cuerpo rígido cuyo centro del sistema de referencia adherido al cuerpo coincida con el CG, la matriz de inercia se define según [20] de la siguiente manera:

$$M_{RB} = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_x & -I_{xy} & -I_{xz} \\ 0 & 0 & 0 & -I_{yx} & I_y & -I_{yz} \\ 0 & 0 & 0 & -I_{zx} & -I_{zy} & I_z \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

donde m es la masa del cuerpo.

²Muestra la distribución de masa de un cuerpo (o de un sistema de partículas) en rotación, respecto a un eje de giro.

Coriolis

Coriolis es una fuerza inercial que actúa perpendicular a la dirección de movimiento del cuerpo. Esto es causado por la rotación de la tierra y de la inercia de la masa que experimenta este efecto (en este caso, el robot submarino). En efecto, las leyes de Newton fueron descritas inicialmente en un sistema de referencia inercial. Cuando estas leyes se transforman para que sean válidas en un sistema de referencia que rota, tanto las fuerzas centrípetas como centrifugas aparecen [27].

La aparición de este efecto permite la aplicación de las leyes Newtonianas a un sistema de rotación. Dicho de otra manera, la fuerza de coriolis es una fuerza de corrección que no existe en un sistema inercial no acelerado [28].

Para un cuerpo rígido cuyo centro del sistema de referencia adherido al cuerpo coincida con el CG, la matriz de coriolis se define según [20] de la siguiente manera:

$$C_{RB}(\nu) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -mw \\ 0 & 0 & 0 & mv \\ 0 & mw & -mv & 0 \\ -mw & 0 & mu & I_{yz}q + I_{xz}p - I_zr \\ mv & -mu & 0 & -I_{yz}r - I_{xy}p + I_yq \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

2.2.2. Definición de Efectos Hidrodinámicos

Masa Añadida

Cuando un cuerpo rígido se está moviendo en un fluido, se considera una inercia adicional del fluido que rodea el cuerpo (que es acelerado por el movimiento del cuerpo). Este efecto es llamado masa añadida [1].

El fluido que rodea el cuerpo es acelerado con el cuerpo en sí, por ende, una fuerza es necesaria para lograr esta aceleración; el fluido ejerce una fuerza de reacción que es igual en magnitud y opuesta en dirección. Esta fuerza de reacción es la contribución de la masa añadida. La masa añadida es función de la geometría de la superficie del cuerpo [1].

La masa añadida no es una cantidad de fluido que se tiene que agregar al sistema de manera tal que aumente la masa, o dicho de otra manera, el concepto es mal entendido como una cantidad finita de agua conectada al vehículo tal que el vehículo y el fluido representan en nuevo sistema con una masa mayor con respecto al sistema original. Esto no

es cierto ya que el movimiento del vehículo forzará a todo el fluido a oscilar con diferentes amplitudes de las partículas del fluido en fase con el movimiento armónico forzado del vehículo (si fuese el caso). Sin embargo, las amplitudes decaerán muy lejos del cuerpo, por lo tanto puede ser despreciable [1, 20].

Masa Añadida (virtual) debe ser entendida como fuerzas y momentos de presión inducidas para forzar el movimiento armónico del cuerpo, que es proporcional a la aceleración del cuerpo. Consecuentemente, las fuerzas de masa añadida y las aceleraciones estarán en contrafase (180 grados) con el movimiento armónico forzado [1, 20].

En aplicaciones submarinas, la densidad del agua está alrededor del $1000 \frac{kg}{m^3}$, que generalmente puede ser comparado con la densidad del vehículo submarino (robot). Sin embargo, el efecto de masa añadida puede ser despreciado en robots industriales ya que la densidad del aire es mucho menor que la densidad de un sistema mecánico en movimiento [1].

Se puede definir la expresión de energía cinética del fluido (T_A) de forma cuadrática en función de la velocidad del cuerpo, es decir:

$$T_A = \frac{1}{2} \nu^T M_A \nu \quad (2.17)$$

donde M_A es la matriz de inercia de masa añadida, definida según [1, 20] como

$$M_A = - \begin{bmatrix} X_{\dot{u}} & X_{\dot{v}} & X_{\dot{w}} & X_{\dot{p}} & X_{\dot{q}} & X_{\dot{r}} \\ Y_{\dot{u}} & Y_{\dot{v}} & Y_{\dot{w}} & Y_{\dot{p}} & Y_{\dot{q}} & Y_{\dot{r}} \\ Z_{\dot{u}} & Z_{\dot{v}} & Z_{\dot{w}} & Z_{\dot{p}} & Z_{\dot{q}} & Z_{\dot{r}} \\ K_{\dot{u}} & K_{\dot{v}} & K_{\dot{w}} & K_{\dot{p}} & K_{\dot{q}} & K_{\dot{r}} \\ M_{\dot{u}} & M_{\dot{v}} & M_{\dot{w}} & M_{\dot{p}} & M_{\dot{q}} & M_{\dot{r}} \\ N_{\dot{u}} & N_{\dot{v}} & N_{\dot{w}} & N_{\dot{p}} & N_{\dot{q}} & N_{\dot{r}} \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

con $Z_{\dot{u}} = \frac{\partial Z_A}{\partial \dot{u}}$, Z_A es la fuerza hidrodinámica de masa añadida a lo largo del eje z debido a la aceleración \dot{u} en la dirección x y así sucesivamente con el resto de los 35 elementos de la matriz M_A .

Si el robot tiene 3 planos de simetría (es decir, el robot es simétrico) y se mueve a baja velocidad implica que la contribución de los elementos fuera de la diagonal pueden ser despreciados [20], resultando:

$$M_A = -diag(X_{\dot{u}}, Y_{\dot{v}}, Z_{\dot{w}}, K_{\dot{p}}, M_{\dot{q}}, N_{\dot{r}}) \quad (2.19)$$

De la misma forma, si el cuerpo es simétrico y la velocidad es baja entonces la matriz de coriolis de masa añadida se define según [20] de la siguiente manera:

$$C_A(\nu) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -Z_{\dot{w}}w & Y_{\dot{v}}v \\ 0 & 0 & 0 & Z_{\dot{w}}w & 0 & X_{\dot{u}}u \\ 0 & 0 & 0 & -Y_{\dot{v}}v & -X_{\dot{u}}u & 0 \\ 0 & -Z_{\dot{w}}w & Y_{\dot{v}}v & 0 & -N_{\dot{r}}r & M_{\dot{q}}q \\ Z_{\dot{w}}w & 0 & -X_{\dot{u}}u & N_{\dot{r}}r & 0 & -K_{\dot{p}}p \\ -Y_{\dot{v}}v & X_{\dot{u}}u & 0 & -M_{\dot{q}}q & K_{\dot{p}}p & 0 \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

Para un elipsoide achatado con ecuación 2.21 y figura 2.2:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1 \quad (2.21)$$

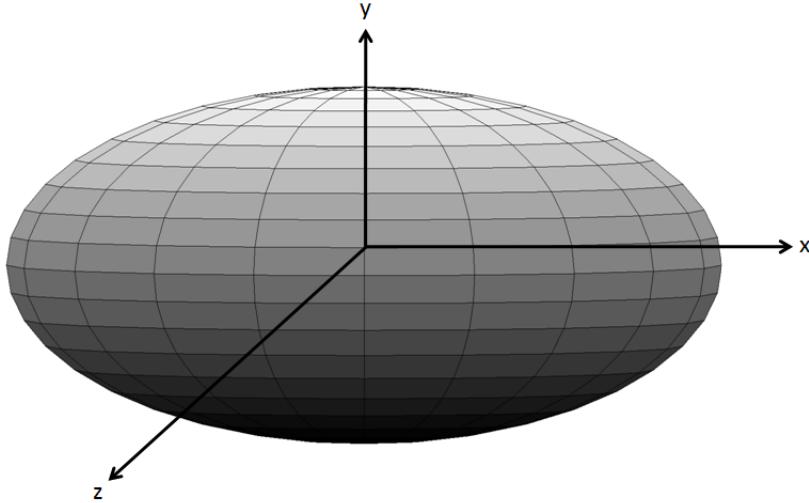


Figura 2.2: Gráfica 3D de un elipsoide achatado con ecuación 2.21

Se tiene los siguientes parámetros (considerando que este totalmente sumergido y origen en el centro del elipsoide) [20]:

$$X_{\dot{u}} = -\frac{\alpha_0}{2 - \alpha_0} m \quad (2.22)$$

$$Y_{\dot{v}} = Z_{\dot{w}} = -\frac{\beta_0}{2 - \beta_0} m \quad (2.23)$$

$$K_{\dot{p}} = 0 \quad (2.24)$$

$$M_{\dot{q}} = N_{\dot{r}} = -\frac{1}{5} \frac{(b^2 - a^2)^2 (\alpha_0 - \beta_0)}{2(b^2 - a^2) + (b^2 + a^2)(\beta_0 - \alpha_0)} m \quad (2.25)$$

donde la masa del elipsoide viene dado por:

$$m = \frac{4}{3} \pi \rho a b^2 \quad (2.26)$$

donde ρ es la densidad media del material que conforma el cuerpo. Introduciendo el término de excentricidad, definido como:

$$e = 1 - \left(\frac{b}{a} \right)^2 \quad (2.27)$$

Se puede calcular α_0 y β_0 como

$$\alpha_0 = 2 \frac{(1 - e^2)}{e^3} \left(\frac{1}{2} \ln \left(\frac{1 + e}{1 - e} \right) - e \right) \quad (2.28)$$

$$\beta_0 = \frac{1}{e^2} - \frac{1-e^2}{2e^3} \ln \left(\frac{1+e}{1-e} \right) \quad (2.29)$$

Una forma alternativa de representar los coeficientes de masa añadida viene dada por los factores de Lamb [20] :

$$k_1 = \frac{\alpha_0}{2 - \alpha_0} \quad (2.30)$$

$$k_2 = \frac{\beta_0}{2 - \beta_0} \quad (2.31)$$

$$k' = \frac{e^4 (\beta_0 - \alpha_0)}{(2 - e^2) [2e^2 - (2 - e^2) (\beta_0 - \alpha_0)]} \quad (2.32)$$

Definiéndose entonces

$$X_{\dot{u}} = -k_1 m \quad (2.33)$$

$$Y_{\dot{v}} = Z_{\dot{w}} = -k_2 m \quad (2.34)$$

$$M_{\dot{q}} = N_{\dot{r}} = -k' I_y \quad (2.35)$$

Donde el momento de inercia viene calculado por:

$$I_y = I_z = \frac{4}{15} \pi ab^2 (a^2 + b^2) \quad (2.36)$$

Amortiguamiento Hidrodinámico

El amortiguamiento hidrodinámico $D(\nu)$ del sistema puede definirse por medio de la siguiente expresión [20]:

$$D(\nu) = D_P(\nu) + D_S(\nu) + D_W(\nu) + D_M(\nu) \quad (2.37)$$

donde

$D_P(\nu) \triangleq$ amortiguamiento potencial debido a oscilaciones forzadas del vehículo.

$D_S(\nu) \triangleq$ amortiguamiento lineal de fricción pelicular debido a capas fronteras laminares y amortiguamiento cuadrático de fricción pelicular debido a capas fronteras turbulentas.

$D_W(\nu) \triangleq$ amortiguamiento de onda de deriva

$D_M(\nu) \triangleq$ amortiguamiento debido a desprendimiento de vórtices (asociada a las fuerzas ortogonales a la velocidad de un fluido).

Para vehículos submarinos que se muevan en 6 DOF a alta velocidad puede ser altamente no lineal y acoplado. Sin embargo, una aproximación que puede hacerse es asumir que el vehículo esta realizando un movimiento no acoplado, que tiene 3 planos de simetría y que los términos de grado mayor a segundo de amortiguamiento son despreciables. Esto sugiere una estructura matricial $D(\nu)$ con coeficientes de amortiguamiento lineales y cuadráticos en la diagonal principal [20]. Es decir:

$$D(\nu) = -\text{diag}(X_u, Y_v, Z_w, K_p, M_q, N_r) \dots$$

$$-diag(X_{u|u}|u|, Y_{v|v}|v|, Z_{w|w}|w|, K_{p|p}|p|, M_{q|q}|q|, N_{r|r}|r|)$$

escrito de una manera más compacta

$$\begin{aligned} D(\nu) = -diag & (X_u + X_{u|u}|u|, Y_v + Y_{v|v}|v|, Z_w + Z_{w|w}|w|, \dots \\ & \dots K_p + K_{p|p}|p|, M_q + M_{q|q}|q|, N_r + N_{r|r}|r|) \end{aligned} \quad (2.38)$$

donde $(X_u, Y_v, Z_w, K_p, M_q, N_r)$ son los coeficientes de amortiguamiento lineales y $(X_{u|u}, Y_{v|v}, Z_{w|w}, K_{p|p}, M_{q|q}, N_{r|r})$ son los coeficientes de amortiguamiento cuadrático [1, 20]. A continuación se explica el sentido físico de estos términos:

Fuerzas de *Lift* y *Drag*

Lift y *Drag* son presiones y fuerzas de corte viscoso y además de fuerzas debido a desprendimiento de vórtices [29, 30, 31]. Las fuerzas *lift* son ortogonales al flujo de velocidad y las fuerzas de *drag* son paralelas al flujo de velocidad, como se muestra en la figura 2.3.

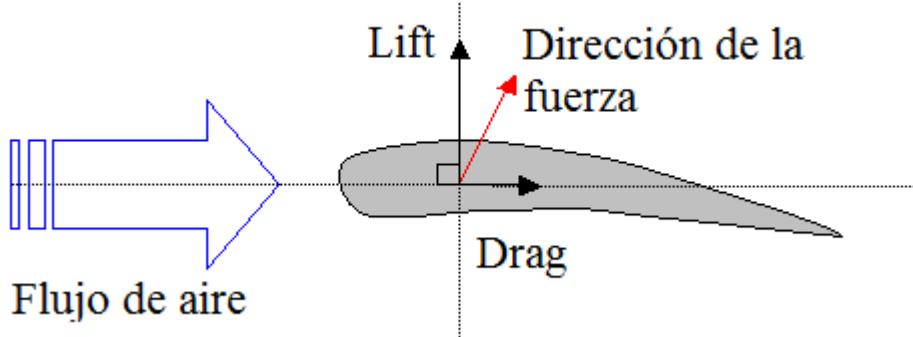


Figura 2.3: Ala sujetada a fuerzas de *lift* y *drag* en el caso aerodinámico (similar al caso hidrodinámico)

Fuente: http://www.raes.org.uk/raes/careers/education/education_planes.htm

Para sistemas submarinos solo el efecto de amortiguamiento debido a desprendimiento de vórtices (D_M) contribuye a la fuerza de *lift* F_L y se define de la siguiente manera:

$$F_L = \frac{1}{2}\rho C_L(Rn, \alpha) A(\alpha) |\nu| \nu \quad (2.39)$$

donde A (depende del ángulo de ataque³ α) es el área frontal proyectada del cuerpo, $C_L(Rn, \alpha)$ es el coeficiente de *lift* y depende de α y del numero de Reynold Rn , definido de la siguiente manera:

$$Rn = \frac{\rho |\nu| D}{\mu} \quad (2.40)$$

³El ángulo de ataque se define como el ángulo que forma la cuerda geométrica de un perfil aerodinámico (del ala) con la dirección del aire incidente. Para mayor detalle véase [33].

donde D es la dimensión característica del cuerpo perpendicular a la dirección de la velocidad ν y μ es la viscosidad del fluido.

De la misma forma, la fuerza de *drag* se define de la siguiente manera:

$$F_D = D_S \nu + D_Q |\nu| \nu + O(\nu^3) \quad (2.41)$$

Los términos de orden mayor a dos se desprecian, es decir:

$$F_D \approx D_S \nu + D_Q |\nu| \nu \quad (2.42)$$

donde D_S es el término de fricción pelicular lineal; D_Q es el término de fricción pelicular cuadrático, definido de la siguiente forma:

$$D_Q = \frac{1}{2} \rho C_D (Rn, \alpha) A(\alpha) \quad (2.43)$$

donde $C_D (Rn, \alpha)$ es el coeficiente de *drag* y depende del ángulo de ataque α y del numero de Reynold Rn .

Amortiguamiento Potencial

Este amortiguamiento es causado por ondas de la superficie marina [20, 55]. La contribución del amortiguamiento potencial D_P comparada con otros términos disipativos como D_S y D_M son despreciables para vehículos submarinos operando a grandes profundidades, caso contrario si el submarino trabaja en la superficie.

Amortiguamiento de Onda de Deriva

El amortiguamiento de onda de deriva puede ser interpretada como una resistencia adicional a la superficie de los vehículos submarinos, manifestadas en las ondas de avance. Este tipo de amortiguamiento se deriva de la teoría de onda de segundo orden. El amortiguamiento de onda deriva es el amortiguamiento más importante cuando aumenta los estados de alta mar. Esto es debido a que las fuerzas de ondas de deriva son proporcionales al cuadrado al tamaño significativo de la onda. Las ondas de deriva en *sway* y *yaw* son pequeñas relativamente con respecto al amortiguamiento de desprendimiento de vórtices D_M . Este amortiguamiento puede ser despreciado si las ondas de avance son de tamaño pequeño [20].

En [21, 22, 23, 24, 26] se describen procedimientos para estimar los coeficientes de *lift* y *drag*. Bajo consideraciones de baja velocidad, los coeficientes de *lift* y *drag* son invariables [25].

2.2.3. Definición de Efectos Restaurativos

En terminología hidrodinámica, la fuerza gravitacional y la fuerza de empuje son llamadas fuerzas de restauración [20].

La magnitud de la fuerza de empuje \mathbf{B} , ejercida sobre el cuerpo (flotando o sumergido) es igual al peso del volumen de fluido desplazado por el cuerpo ∇ [26]. La habilidad de que un objeto flote depende de la magnitud del peso del cuerpo \mathbf{W} , es decir, que la fuerza de empuje \mathbf{B} sea mayor que el peso del cuerpo \mathbf{W} . Lo contrario occasionaría que el cuerpo se hunda. Si $\mathbf{B} = \mathbf{W}$, se queda donde esta.

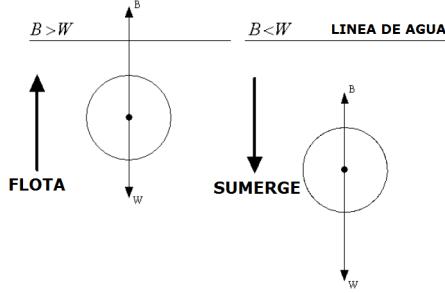


Figura 2.4: Efectos de la fuerza de empuje (flotabilidad) y el peso sobre un robot submarino

Fuente: GONZALEZ L.A. [26]

Se tiene según [20]:

$$\mathbf{W} = mg \quad (2.44)$$

donde \mathbf{g} es la aceleración de gravedad. Se define la fuerza de empuje formalmente como

$$\mathbf{B} = \nabla \rho g \quad (2.45)$$

Se sabe que el peso actúa a través del centro de gravedad $\mathbf{r}_G = [x_G, y_G, z_G]$, así como la fuerza de flotación actúa a través del centro de flotación $\mathbf{r}_B = [x_B, y_B, z_B]$. Si el centro del sistema adherido al cuerpo coincide con el CG del cuerpo rígido y el CG y el centro de flotación se encuentran alineados (es decir, si $\mathbf{r}_G = [0, 0, 0]$ y $\mathbf{r}_B = [0, 0, z_B]$) se tiene que la fuerza de rotación y el vector de momento (o dicho de otra manera, vector de fuerzas y momentos restaurativos) en el sistema de coordenadas adherido al cuerpo es:

$$\mathbf{g}(\eta) = \begin{bmatrix} -(\mathbf{W} - \mathbf{B}) s_\theta \\ -(\mathbf{W} - \mathbf{B}) c_\theta s_\phi \\ -(\mathbf{W} - \mathbf{B}) c_\theta c_\phi \\ -z_B \mathbf{B} c_\theta s_\phi \\ -z_B \mathbf{B} s_\theta \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.46)$$

2.2.4. Ecuación de Movimiento No-Lineal

Como se comentó anteriormente, la ecuación 2.7 define el comportamiento de un robot submarino en forma directa [20] :

$$M\dot{\nu} + C(\nu)\nu + D(\nu)\nu + g(\eta) = \tau$$

que en conjunto con la ecuación cinemática 2.6 rigen la representación vectorial del submarino representado en el sistema de referencia adherido al cuerpo, esto es:

$$M\dot{\nu} + C(\nu)\nu + D(\nu)\nu + g(\eta) = \tau \quad (2.47)$$

$$\dot{\eta} = J(\eta)\nu \quad (2.48)$$

donde

$$M = M_{RB} + M_A \quad (2.49)$$

$$C(\nu) = C_{RB}(\nu) + C_A(\nu) \quad (2.50)$$

recordando la ecuación 2.37

$$D(\nu) = D_P(\nu) + D_S(\nu) + D_W(\nu) + D_M(\nu)$$

Si se desea una representación vectorial en el sistema de referencia fijado en la tierra sería:

$$M_\eta(\eta)\ddot{\eta} + C_\eta(\nu, \eta)\dot{\eta} + D_\eta(\nu, \eta)\dot{\eta} + g_\eta(\eta) = \tau_\eta(\eta) \quad (2.51)$$

con

$$M_\eta(\eta) = J^{-T}(\eta)M J^{-1}(\eta) \quad (2.52)$$

$$C_\eta(\nu, \eta) = J^{-T}(\eta) \left[C(\nu) - M J^{-1}(\eta) \dot{J}(\eta) \right] J^{-1}(\eta) \quad (2.53)$$

$$D_\eta(\nu, \eta) = J^{-T}(\eta)D(\nu)J^{-1}(\eta) \quad (2.54)$$

$$\mathbf{g}_\eta(\eta) = J^{-T}(\eta)\mathbf{g}(\eta) \quad (2.55)$$

$$\tau_\eta(\eta) = J^{-T}(\eta)\tau(\eta) \quad (2.56)$$

2.2.5. Ecuación de Movimiento Linealizada

Las ecuaciones de movimiento linealizadas se obtienen de las expresiones referentes a la representación vectorial en el sistema de referencia adherido al cuerpo [20] (ecuaciones 2.47, 2.78) sobre una trayectoria de referencia variante con el tiempo o en un punto de equilibrio, es decir:

$$\nu_0(t) = [u_0(t), v_0(t), w_0(t), p_0(t), q_0(t), r_0(t)]^T$$

$$\eta_0(t) = [x_0(t), y_0(t), z_0(t), \phi_0(t), \theta_0(t), \psi_0(t)]^T$$

Ecuaciones de Movimiento de 6 DOF Perturbadas

Sean las perturbaciones de la trayectoria de referencia, $\nu_0(t)$ y $\eta_0(t)$ descritas por los diferenciales [20]:

$$\Delta\nu(t) = \nu(t) - \nu_0(t) \quad (2.57)$$

$$\Delta\eta(t) = \eta(t) - \eta_0(t) \quad (2.58)$$

$$\Delta\tau(t) = \tau(t) - \tau_0(t) \quad (2.59)$$

Se introduce la siguiente notación vectorial

$$\mathbf{f}_c(\nu) = C(\nu)\nu; \quad \mathbf{f}_d(\nu) = D(\nu)\nu$$

Se perturba la expresión 2.47

$$M\Delta\dot{\nu} + \frac{\partial\mathbf{f}_c(\nu)}{\partial\nu}\Big|_{\nu_0}\Delta\nu + \frac{\partial\mathbf{f}_d(\nu)}{\partial\nu}\Big|_{\nu_0}\Delta\nu + \frac{\partial\mathbf{g}(\eta)}{\partial\eta}\Big|_{\eta_0}\Delta\eta = \Delta\tau \quad (2.60)$$

También se perturba la expresión 2.78

$$\dot{\eta_0} + \Delta\dot{\eta} = J(\eta_0 + \Delta\eta)[\nu_0 + \Delta\nu] \quad (2.61)$$

De la ecuación 2.78 se tiene que $\dot{\eta_0} = J(\eta_0)\nu_0$, sustituyendo esta expresión en la ecuación anterior se tiene que

$$\begin{aligned} J(\eta_0)\nu_0 + \Delta\dot{\eta} &= J(\eta_0 + \Delta\eta)[\nu_0 + \Delta\nu] \\ \Delta\dot{\eta} &= J(\eta_0 + \Delta\eta)\Delta\nu + [J(\eta_0 + \Delta\eta) - J(\eta_0)]\nu_0 \end{aligned} \quad (2.62)$$

La teoría de sistemas lineales [32] muestra que los términos de segundo orden pueden ser ignorados ($\Delta\eta_i\Delta\nu_j \approx 0$) y haciendo $J^*(\nu_0, \eta_0)\Delta\eta = [J(\eta_0 + \Delta\eta) - J(\eta_0)]\nu_0$ la expresión anterior resulta

$$\Delta\dot{\eta} = J(\eta_0)\Delta\nu + J^*(\nu_0, \eta_0)\Delta\eta \quad (2.63)$$

Ecuaciones de Movimiento Lineales Variantes en el Tiempo del Robot Submarino

Defínase $\mathbf{x}_1 = \Delta\nu$ y $\mathbf{x}_2 = \Delta\eta$, entonces las ecuaciones 2.60 y 2.63 se pueden escribir de la siguiente [20]:

$$M\dot{\mathbf{x}}_1 + C(t)\mathbf{x}_1 + D(t)\mathbf{x}_1 + G(t)\mathbf{x}_2 = \tau \quad (2.64)$$

$$\dot{\mathbf{x}}_2 = J(t)\mathbf{x}_1 + J^*(t)\mathbf{x}_2 \quad (2.65)$$

donde

$$\begin{aligned} C(t) &= \frac{\partial\mathbf{f}_c(\nu)}{\partial\nu}\Big|_{\nu_0(t)}, \quad D(t) = \frac{\partial\mathbf{f}_d(\nu)}{\partial\nu}\Big|_{\nu_0(t)}, \quad J(t) = J(\eta_0(t)) \\ G(t) &= \frac{\partial\mathbf{g}(\eta)}{\partial\eta}\Big|_{\eta_0(t)}, \quad J^*(t) = J^*(\nu_0(t), \eta_0(t)) \end{aligned}$$

Re-escribiendo las expresiones 2.64 y 2.65 se obtiene una representación en espacio de estados (x_1 y x_2 serían las variables de estado):

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}_1 \\ \dot{\mathbf{x}}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -M^{-1}[C(t) + D(t)] & -M^{-1}G(t) \\ J(t) & J^*(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} M^{-1} \\ 0 \end{bmatrix} \tau \quad (2.66)$$

Definiendo $\mathbf{x} = [\mathbf{x}_1^T, \mathbf{x}_2^T]^T$ y $\mathbf{u} = \tau$ se obtiene la representación estándar en variables de estado

$$\dot{\mathbf{x}} = A(t)\mathbf{x} + B(t)\mathbf{u} \quad (2.67)$$

Ecuaciones de Movimientos Lineales Invariantes con el Tiempo de un Robot Submarino

En muchas aplicaciones es razonable asumir que el robot submarino se mueve en un plano longitudinal con velocidades diferentes a cero en los componentes u_0 y w_0 en la direcciones x y z respectivamente. Además, se asume que en estado estacionario los siguientes componentes de velocidad y angulares son nulos: $v_0 = p_0 = q_0 = r_0 = 0$ y que el punto de equilibrio es definido por que los ángulos *roll* y *pitch* son nulos, es decir $\phi_0 = \theta_0 = 0$. Por ende, las matrices A y B se simplifican a las siguientes matrices (constantes) [20]:

$$M = \begin{bmatrix} m - X_{\dot{u}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m - Y_{\dot{v}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m - Z_{\dot{w}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_x - K_p & -I_{xy} & -I_{xz} \\ 0 & 0 & 0 & -I_{yx} & I_y - M_{\dot{q}} & -I_{yz} \\ 0 & 0 & 0 & -I_{zx} & -I_{zy} & I_z - N_{\dot{r}} \end{bmatrix} \quad (2.68)$$

$$D = -\text{diag}(X_u, Y_v, Z_w, K_p, M_q, N_r) \quad (2.69)$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & C_{12} \\ -C_{12}^T & 0 \end{bmatrix} \quad (2.70)$$

$$C_{12} = \begin{bmatrix} 0 & (m - Z_{\dot{w}}) w_0 & 0 \\ -(m - Z_{\dot{w}}) w_0 & 0 & (m - X_{\dot{u}}) u_0 \\ 0 & -(m - X_{\dot{u}}) u_0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.71)$$

$$G = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & (\mathbf{W} - \mathbf{B}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -(\mathbf{W} - \mathbf{B}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -z_B \mathbf{B} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -z_B \mathbf{B} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.72)$$

Si se asume que $\psi_0 = \text{constante}$ y $\phi_0 = \theta_0 = 0$ entonces la matriz J toma la forma

$$J = \begin{bmatrix} J_1 & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \quad (2.73)$$

con

$$J_1 = \begin{bmatrix} c_{\psi_0} & -s_{\psi_0} & 0 \\ s_{\psi_0} & c_{\psi_0} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.74)$$

y $J^* = 0$. Por ende, el sistema Lineal e Invariante con el Tiempo (LIT) se puede escribir como:

$$\dot{\mathbf{x}} = A\mathbf{x} + B\mathbf{u} \quad (2.75)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}_1 \\ \dot{\mathbf{x}}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -M^{-1}[C + D] & -M^{-1}G \\ J & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} M^{-1} \\ 0 \end{bmatrix} \mathbf{u} \quad (2.76)$$

donde A y B son matrices constantes. Note que C es cero si se $u_0 = w_0 = 0$ además de $v_0 = 0$. Haciendo que la salida $\mathbf{y} = C_l \mathbf{x}$ donde $C_l = I_{12 \times 12}$ entonces

$$\mathbf{y} = \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta\nu \\ \Delta\eta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \nu - \nu_0 \\ \eta - \eta_0 \end{bmatrix} \quad (2.77)$$

desarrollando la ecuación 2.77

$$\begin{aligned} \mathbf{y} = [u - u_0, v - v_0, w - w_0, p - p_0, q - q_0, r - r_0 \dots \\ \dots x - x_0, y - y_0, z - z_0, \phi - \phi_0, \theta - \theta_0, \psi - \psi_0]^T \end{aligned}$$

Pero si $v_0 = p_0 = q_0 = r_0 = 0$ y $\phi_0 = \theta_0 = 0$ se tiene

$$\begin{aligned} \mathbf{y} = [u - u_0, v, w - w_0, p, q, r \dots \\ \dots x - x_0, y - y_0, z - z_0, \phi, \theta, \psi - \psi_0]^T \end{aligned}$$

En la presente disertación se hace de las condiciones de $pitch = 0$ y $roll = 0$. Sin embargo, en algunos escenarios (con la finalidad de probar la robustez del controlador utilizado [19], descrito en el capítulo 3) se define $pitch$ explícitamente y diferente de cero.

2.2.6. Implementación de la Dinámica

Dado el par de ecuaciones 2.47 y 2.48 que rigen la dinámica del robot submarino, con una trayectoria de torques deseados τ_d entonces se puede calcular la posición, orientación (η) como la velocidad (ν) que tendrá el robot submarino (real). Este problema es llamado el problema de la dinámica inversa.

En cambio, si se tiene las trayectorias deseadas (posición y orientación deseadas η_d) que debe seguir el submarino (es decir, dadas por un generador de trayectorias) entonces se debe calcular las fuerzas y torques necesarias para que el submarino ejecute dicha trayectoria. Este planteamiento se conoce como dinámica directa.

La implementación de la dinámica se muestra en la figura 2.5. Se realiza de forma directa, aunque su implementación es mediante un esquema de control por dinámica inversa .

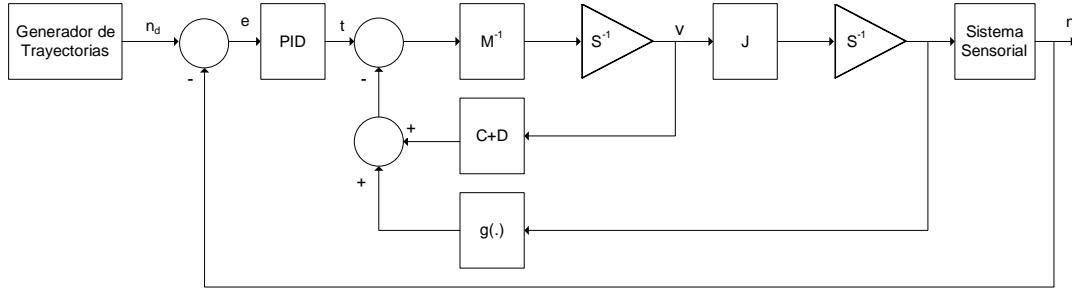


Figura 2.5: Implementación de la Dinámica
Fuente: FOSSEN T. [20]

con

$$\tau = K_P \mathbf{e}(t) + K_d \dot{\mathbf{e}}(t) + K_i \int_0^t \mathbf{e}(x) dx \quad (2.78)$$

donde

$$\mathbf{e} = \eta_d - \eta$$

2.3. Conclusiones

En este capítulo se expone un marco de referencia para el modelado no-lineal de la cinemática y dinámica que rige un robot submarino, describiendo los efectos que se ve sometido (físicos, hidrodinámicos y restaurativos).

También se expuso la linealización de los modelos cinemáticos y dinámicos, que serán de gran importancia en la implementación del control predictivo ya que el modelo propuesto en [19] esta formulado en espacio de estados.

Se presenta la implementación de la dinámica, donde reunen todos los elementos vistos a lo largo del presente capítulo y la incorporación de la estrategia de control (en este caso, un PID clásico). En el capítulo 4 se muestra la modificación del diagrama de bloques presentado en la figura 2.5 para la incorporación del control predictivo.

Antes del presente trabajo, no se tenía la formulación del modelo cinemático y dinámico del PoseiBoT. Ahora, se cuenta con un modelo nuevo, con capacidad de incorporar nuevos esquemas de control, navegación y sensado.

Capítulo 3

Control Predictivo

Los métodos de control clásico han sido eficaces en la resolución de diversos problemas de control, incluso actualmente son aplicados en muchas situaciones prácticas. Sin embargo, tales métodos están restringidos a la clase de sistemas de una entrada y una salida (*Single Input Single Output - SISO*) reduciéndose todo, por lo general, a una realización polinómica propia o bipropia en forma de cociente de orden n . El desempeño del sistema bajo esta óptica puede caracterizarse en el dominio del tiempo (tiempo de establecimiento, sobrepico, amortiguación, MSE, etc.) y puede trasladarse sin dificultad al dominio de la frecuencia (márgenes de fase y ganancia, pico de resonancia, ancho de banda, etc.). Tal complementariedad en los dominios de análisis permite una mejor intuición sobre los conflictos y compromisos en el diseño. Adicionalmente, conviene destacar que los márgenes de fase y de ganancia proporcionan una medida cuantitativa de la robustez del diseño. Sin embargo, estas técnicas frente a sistemas más complejos (multivariable y acoplados) y con especificaciones más exigentes y restrictivas han hecho que los mismos sean ineficientes. Con la aparición de computadoras cada vez más veloces se orienta el diseño hacia métodos directos y algorítmicos. La representación de sistemas MIMO (*Multiple Input Multiple Output*) se hizo realidad hacia los años 60 y es cuando emergen las técnicas basadas en espacio de estados, tan difundida actualmente. A ello se le suma el concepto de optimización que modifica la pregunta de diseño de ¿es posible que el sistema cumpla las especificaciones? a ésta otra ¿qué es lo mejor que se puede lograr con este sistema? El control predictivo es una de estas técnicas surgidas en los años 70 para la aplicación de los nuevos métodos numéricos (optimización) apoyados en la creciente complejidad de los sistemas MIMO. Este último ha mostrado ventajas innegables en resolver problemas con:

1. Un gran número de variables manipuladas y controladas
2. Restricciones impuestas en ambos tipos de variables
3. Cambios en los objetivos del control y/o en los equipos o hardware
4. Sistemas con tiempos de retardo considerables

Como se menciona en el capítulo 1, el tipo de control predictivo a utilizar en el presente trabajo de grado es el Control Predictivo Basado en Modelo (CPBM), conocido también como *Model Based Predictive Control* (MBPC) o simplemente *Model Predictive Control*

(MPC). Esta estrategia también se conoce como control por horizonte deslizante, por ser ésta la forma en la que se aplican las señales de control. El control predictivo basado en modelo se puede definir como una estrategia de control que se fundamenta en la utilización de forma explícita de un modelo matemático interno del proceso a controlar (modelo de predicción), el cual se utiliza para predecir la evolución de las variables a controlar a lo largo de un horizonte temporal de predicción especificado por el operador, de este modo se puede calcular las variables manipuladas posteriores (señal de control futura) para lograr que en dicho horizonte las variables controladas converjan en sus respectivos valores de referencia.

En el contexto del Robot Submarino, específicamente en el problema de la dinámica se muestra un bloque PID como estrategia de control. En la presente disertación se adiciona sobre el control clásico un controlador predictivo con penalidades en la función de costo [19], utilizando un sistema linealizado en espacio de estados (aquí se nota la importancia de utilizar las ecuaciones de movimientos lineales invariantes con el tiempo de un robot submarino). También se realiza una breve revisión bibliográfica sobre control predictivo, relacionadas con las penalidades en la función de costo. Luego se describe la estrategia de control predictivo utilizada en [19], para pasar a las conclusiones.

3.1. Revisión Bibliográfica

La estrategia de control predictivo aplicada en [19] hace uso de penalidades condicionales en la función de costo de optimización, a fin de satisfacer las restricciones impuestas al sistema. La aplicación de un MPC clásico esta focalizada sobre sistemas de grandes dimensiones (multivariable) con dinámicas lentas. Adicionalmente, el controlador predictivo clásico usa técnicas de optimización con restricciones, utilizando algoritmos que limitan la velocidad de ejecución. En este trabajo las funciones de penalidad permiten reensamblar las funciones de barrera, donde la penalidad esta siempre presente y se incrementa en la medida que el sistema de variables se aproxima a una restricción. Sin embargo, la penalidad es considerada condicional porque impacta sobre la función de costo solamente cuando el punto de operación se encuentra dentro de la tolerancia límite de una restricción. Estas tolerancias y penalidades pueden ser ajustadas basadas en su importancia relativa a las magnitudes de la función de costo. Por ende, se prueba un eficiente algoritmo de optimización. Esta técnica es atractiva para ser empleada en aplicaciones de control con dinámicas rápidas porque la evaluación de la función de costo y el cálculo del controlador son recursivos. Dado lo anterior, se utiliza esta estrategia de control para gobernar la posición y orientación del robot submarino PoseiBoT.

La investigación descrita en [34] describe el estado del arte a la fecha de publicación (1997) y los trabajos que deberían desarrollarse en el área del control predictivo. Muestra una de las características más atractivas del control predictivo: como técnica de control multivariable con restricciones. Sin embargo, se requiere estudiar detalles inherentes al mismo: problema de factibilidad en la optimización en línea, estabilidad (tanto en lazo abierto como a lazo cerrado) y desempeño en el caso de sistemas lineales. Para el caso de

sistemas no lineales se han realizado muchos progresos pero sin embargo, para aplicaciones prácticas aun quedan muchos áreas de investigación como la confiabilidad y la eficiencia del esquema de cómputo en línea. También se han realizado estudios sobre variar el horizonte de predicción, llevándolo a la aproximación de duración infinita y otras veces, quasi-infinita. Sin embargo, pasa el caso contrario a los sistemas lineales, es decir, el problema de factibilidad, estabilidad a lazo cerrado y no concordancia entre el desempeño a lazo abierto (deseado) y el desempeño actual aun no han sido resueltos. En el manejo del modelo de incertidumbres se ha propuesto rigurosamente un problema de programación dinámica. Las técnicas de aproximación para este propósito están en una etapa conceptual. También tratan el problema de generar un MPC pero con la filosofía del control robusto. Se debe focalizar la investigación en las siguientes áreas: identificación de sistemas multivariados, monitoreo del desempeño y diagnóstico, extensiones prácticas para sistemas no lineales, estimación de estados no lineales (trabajando con una ventana finita de movimiento para hallar los valores iniciales de la secuencia), y sistemas de control por lotes. Mucho de los problemas prácticos como: priorización de los objetivos de control y diagnóstico asistido por síntomas pueden ser integrados sistemática y efectivamente en un ambiente de trabajo de MPC expandiendo la formulación del problema para incluir variables enteras, originando un problema de programación lineal o un problema de programación cuadrática entera mixta (*Mixed-Integer Quadratic Programming*).

En [35] se realiza una formulación de un MPC multivariable suministrando estimación de estados. Se utiliza restricciones fuertes en las entradas y en las salidas, como sugieren los algoritmos como Control Cuadrático Dinámico Matricial (*Quadratic Dynamic Matrix Control*) y bajo la filosofía del Control por Modelo Interno (*Internal Model Control – IMC*¹). Para problemas sin restricciones, se obtiene una forma analítica del MPC de orden bajo. Los beneficios potenciales del MPC con estimación de estados se demuestran para el uso de una composición dual, es decir, el problema de control de una columna de destilación de alta pureza estudiada previamente por Skogestad y Morari, donde existe un problema especialmente retador para los algoritmos de MPC. Se muestra que el uso de un estimador de estado con un parámetro de ajuste (más allá de los requeridos por el MPC) provee un desempeño robusto equivalente al mejor controlador u-óptimo diseñado por Skogestad y Morari, ya que no requiere un modelo de incertidumbres de la planta, originando cambios más suaves. El método también se aplica a procesos que incluyan integración y por ende, que no son asintóticamente estables a lazo abierto.

Se muestra en [36] que las fronteras (límites de las restricciones) absolutas en la acción de control y los sistemas de control con restricciones se pueden manejar convenientemente a través de la combinación del Programación Cuadrática (*Quadratic Programming – QP*) e IMC para sistemas multivariados. Se consideran tres alternativas de algoritmos de programación cuadrática tipo *simplex* y el resultado de los algoritmos de IMC son aplicados a la simulación de los efectos del control de procesos de evaporación múltiple. En general el control de calidad es excelente, solo se degrada un poco cuando el proceso es operado cerca de restricción en la acción de control. Los cálculos requeridos para un ajuste de

¹Para muchos autores IMC es el padre del control predictivo

la acción del control se realizan en la minicomputadora PDP 11/60. Los resultados de la programación cuadrática se comparan sugiriendo que ciertos algoritmos de QP toman cierta ventaja con la estructura especial del problema de IMC con QP.

La referencia [37] describe el MPC, donde la acción de control actual es obtenida resolviendo (a cada instante de muestreo) un problema de control óptimo de horizonte finito a lazo abierto, usando el estado actual de la planta como estado inicial, la optimización se basa en una secuencia de control óptimo y la primera acción control de esta secuencia es aplicada a la planta. Una importante ventaja de este tipo de control es la habilidad de resolver las restricciones fuertes en la señal de control y estados. Por ende, el MPC ha sido aplicado en la industria petroquímica e industrias relacionadas donde la satisfacción de las restricciones es particularmente importante porque se demanda la eficiencia en los puntos de operación o cerca de las fronteras del conjunto de estados admisibles y de control. En este trabajo se enfoca en el MPC de sistemas con restricciones, tanto para sistemas lineales como no lineales y se discute brevemente un MPC para sistemas no lineales sin restricciones y/o sistemas variantes con el tiempo. La atención se concentra en investigar el tratamiento de estabilidad y optimalidad, en estas áreas se desarrolla la teoría necesaria (según criterio de los autores) como una etapa donde se ha alcanzado la suficiente madurez para garantizar el interés activo de los investigadores en el control no lineal. Se sintetiza desde una literatura extensiva los principios esenciales que aseguran la estabilidad y el uso de eso para presentar una caracterización concisa del mejor MPC que han sido propuestos en la literatura. En algunos casos, el problema de control óptimo con horizonte finito en línea resulta exactamente el mismo problema con horizonte infinito, en otros casos es equivalente a un problema modificado de control óptimo de horizonte infinito. En ambas situaciones conocer las ventajas de control óptimo de horizonte infinito es importante.

En [38] el tratamiento de aguas residuales es difícil de controlar por ser un proceso complejo, exhibiendo un comportamiento no lineal. Este trabajo versa aplicar MPC a un Modelo de Banco de Pruebas de Simulación 1 (*Benchmark Simulation Model 1 – BSM1*) de un proceso de tratamiento de aguas residuales para mantener la calidad de los efluentes con los límites de regulación especificadas. Un buen desempeño fue logrado bajo la presencia de efluentes, especialmente el que concierne a especies nitrogenadas. En la presencia de perturbaciones de efluentes, dos aproximaciones han sido estudiadas: la adición de una acción tipo anticipativo *feedforward* basado en la medición de la tasa de flujo de efluentes y el uso de un MPC no lineal con la adición de una función de penalidad. Los efectos de las dos aproximaciones fueron visibles al disminuir la concentración de amonio y nitrógeno (considerados los factores más importantes). Los resultados muestran que el MPC puede ser efectivamente usado para el control de tratamiento de aguas residuales. En la comparación del desempeño, la estrategia del MPC no lineal con funciones de penalidad mostró mejores índices de calidad (pequeños efluentes y una aceptable aireación y consumo de energía de la bomba). Las desventajas que tiene el MPC no lineal con función de penalidad es que la robustez del código no se garantiza y el cómputo es mucho más lento que la QP. Se eligió un horizonte de predicción alto y un horizonte de control bajo.

Control basado en conocimiento trata de integrar el conocimiento de los operadores

humanos o ingenieros de procesos al diseño del controlador, investigación descrita en [39]. Control difuso, una de las más populares técnicas inteligentes, ha sido exitosamente aplicado a un gran número de productos de consumo y procesos industriales. MPC esta siendo usado en el control de procesos con restricciones, sin embargo, el problema de optimización con restricciones involucrado en los sistemas de control ha sido generalmente resuelto en la práctica por una restricción a la vez en lugar de todas a la vez. Para resolver el problema sistemáticamente, se usa optimización multi-objetivo difusa (*Multi Objective Fuzzy Optimization – MOFO*) para aplicaciones de MPC en línea como un medio de resolver con objetivos difusos y restricciones difusas en sistemas de control. La estructura convencional del MPC se integra con técnicas de toma de decisiones multi-criterio difusas, trasladar los objetivos y las restricciones al control predictivo de una manera transparente. Este trabajo investiga como usar la programación de objetivos difusos en el control predictivo y como usar objetivos y restricciones difusas en el Control Predictivo. El método que se presenta permite una agregación más flexible de los objetivos de control que usualmente se realiza a través de una suma pesada de los errores cuadráticos. Se muestra que el MPC basado en MOFO permite a los diseñadores una agregación mas flexible de los objetivos de control que la usual suma pesada de los errores cuadráticos del MPC. Se usa una planificación de trayectoria visual de un robot para validar la eficiencia del algoritmo presentado.

En [40] se analiza la aplicación del MPC al problema de la industria de manufactura de semiconductores, más específicamente la cadena de suministros. Se presta especial atención a la dinámica de flujo del proceso desde la fabricación pasando por el ensamblaje hasta el empacado. Presenta un algoritmo de decisión de control orientado en una estructura jerárquica de dos niveles para la decisión de soporte al problema de la industria de manufactura de semiconductores. En este caso el MPC tiene la ventaja de que puede ser sintonizado para proporcionar un desempeño en la presencia de suministro significativo y variabilidad en la demanda, errores en las restricciones de producción, niveles de inventario y la capacidad de envío. El controlador MPC básicamente proporciona los objetivos de seguimiento del flujo de inventario y la demanda de los clientes. El algoritmo MPC consiste de dos etapas principales: una predicción del comportamiento del sistema sobre la base de las mediciones actuales y un modelo del sistema, y la segunda, la solución de una optimización para determinar valores futuros de las variables manipuladas sujetas a restricciones.

Se presenta en [41] un modelo general de perturbaciones no medidas a través de las entradas del proceso, los estados o las salidas. Se proporcionan condiciones que garantizan la detección del modelo del sistema así aumentado y los cálculos de los objetivos de estado estacionario para el estimador a fin de remover los efectos de las perturbaciones que se estimen. Se considera un sistema lineal, invariante y discreto. El principal aporte del trabajo es el desarrollo del MPC con cero error en estado estacionario, lo que con un controlador normalmente se resuelve mediante un integrador o polo en cero. Este estimador mediante el modelo estimado trata el problema de error en estado estacionario como un problema de modelado e introduce de manera natural estas consideraciones mediante funciones de costo.

El trabajo descrito en [42] proporciona una revisión general de la tecnología disponible para el diseño del control predictivo basado en modelos. Los casos más resaltantes en cuanto a la aplicación de los sistemas de control como lo son el caso lineal y el no lineal. Estos análisis están basados en la información proporcionada por los vendedores de la metodología MPC. Muestra una reseña histórica del control con MPC seguido de aspectos intrínsecos de control y tecnología de identificación. Se presenta un caso general de algoritmo de control y se describen aspectos sobre cálculo del mismo. Presenta a su vez el horizonte futuro de la metodología MPC y sus potencialidades como tópico de investigación. Adicionalmente presenta una arquitectura comparativa entre el sistema de control clásico y un sistema basado en MPC como sistema supervisor. Está claro que si el control predictivo es comúnmente llamado “lento” (por las iteraciones realizadas en cada unidad de tiempo) éste posee cierto nivel de inteligencia al poder más fácilmente adaptarse de manera óptima cuando las condiciones de muestreo así lo permiten.

En [43] consideran que gracias a la naturalidad en el manejo de restricciones, el MPC ha llegado ha ser una tecnología muy utilizada en los sistemas de control, altamente utilizado en la industria de procesos químicos (como la Petroquímica), convirtiéndose en la técnica preferida por muchos ingenieros y científicos que desarrollan tecnología en estas áreas. También ha sido propuesta para el control de embarcaciones de todo tipo. Este trabajo explora el desarrollo e implementación de la tecnología MPC a nivel de sistemas embebidos de hardware reconfigurable como lo son los Arreglos de Compuerta Programable en Campo (*Field Programmable Gate Array - FPGA*). La idea básica es la construcción de un modesto controlador embebido basado en MPC con restricciones.

Se presenta en [44] un nuevo esquema de MPC llamado “La Forma Extendida del Control Predictivo” o (*Extended Predictive Control - EPC*). El desempeño de estos controladores se compara usando dos sistemas uno lento y otro rápido, desde el punto de vista del régimen transitorio. Las respuestas de lazo cerrado se comparan y se detallan las diferencias y similitudes sobre la base de la estructura del esquema de control. Se realizaron pruebas de seguimiento y rechazo a perturbaciones con buenos resultados a lazo cerrado para todos los controladores. Este trabajo es relevante pues prueba que la forma extendida EPC resultó tener mejor desempeño para reducir un sistema con modelo pobre que otras técnicas de diseño de MPC.

Se muestra una metodología en [45] llamada Enumeración Parcial (*Partial Enumeration - PE*), la cual es utilizada para el tratamiento de aplicaciones de control predictivo de modelos lineales que normalmente no pueden ser fácilmente analizados mediante otros métodos disponibles de MPC. PE usa para el tratamiento de sistemas grandes, una metodología de almacenamiento y técnicas de optimización en línea. La técnica de PE ha mostrado ser estable a lazo cerrado y ha sido aplicada en la industria para manejar más de 250 estados, 32 entradas y un horizonte de control de 25 muestras, el error es menor del 0.01 % (sub-óptimo). La ventaja de la estrategia PE es que permite realizar cómputos rápidamente, produciendo una entrada que está cerca de ser óptima y dentro del tiempo de decisión permitido por el sistema. La importancia de ellos es expandir el tamaño y la

complejidad del sistema para lo cual el MPC puede ser viable restringiendo los posibles conjuntos a ser evaluados computacionalmente en línea a sólo aquellos más frecuentes en los puntos de decisión.

En este trabajo [46] se propone una combinación de software y hardware embebido para una implementación MPC. Se descompone el algoritmo de optimización en dos partes: una colocada en el procesador local y otra situada en una unidad de usuario, que permite las operaciones matemáticas y cálculos computacionales. Básicamente este sistema permite una configuración dual donde el microprocesador maestro actúa enviando los comandos, los datos y recibiendo los resultados cuando sea necesario y un coprocesador que normalmente ejecuta comandos que mejoran el desempeño general del sistema. Este sistema dual es sintetizado y descargado dentro del sistema FPGA. La idea básica de este trabajo es las de probar algoritmos de MPC y probar su desempeño en este arquitectura dual.

En [47] se presenta un procesador para algoritmos específicos de MPC. Las optimizaciones asociadas con MPC son realizadas sobre matrices reales. Después de analizar el costo computacional de un sistema de MPC se propone colocar un procesador matricial con un algoritmo específico. La arquitectura propuesta es implementada mediante el Lenguaje de Descripción de Hardware (*Hardware Description Language - HDL*) y luego sintetizadas y emuladas por un sistema de FPGA.

En la investigación presentada en [48] se discute una nueva formulación para un sistema MPC no lineal. Se incluye una función de barrera con pesos en el objetivo de control. Este sistema de barrera asegura que cada restricción es estrictamente satisfecha y proporcionando además una suave transición entre los puntos del interior y aquellos a la periferia de este conjunto. Adicionalmente, el problema de optimización resultante es efectivamente no restrictivo siendo manejable por técnicas de optimización. La función de barreras debe satisfacer ciertas condiciones tales como la convergencia y se muestra como construir dicha barrera. Se presta particular atención a una forma de colocar los pesos de los parámetros a valores positivos y observar si esto proporciona un controlador de grado tal que se mantenga cerca de los perímetros de la restricción.

En [49] se ilustra la configuración de aplicaciones gráficas en MPC. El sistema en estudio es controlado tanto con métodos predictivos lineales como no lineales, demostrándose la conveniencia de un interfaz gráfica para el desarrollo de estas nuevas técnicas de diseño de sistemas de control. El sistema construido utiliza las técnicas de identificación de LabVIEW, optimización y las herramientas de simulación para la verificación e implementación. Las soluciones encontradas se importan fácilmente a una plataforma de tiempo real para aplicaciones industriales. El control predictivo con restricciones es presentado en este trabajo en detalle, así como su desempeño se ilustra en un caso de estudio. El ejemplo muestra como una interfaz gráfica incrementa la confiabilidad y la robustez del controlador implementado.

En el trabajo presentado en [50] se emplea un control con realimentación multivariable para reducir las variaciones en el flujo y la presión de retorno asociado con dos unidades

de separación industrial que forma parte de una línea de refinación de petróleo. Esto proporciona a los operadores de plantas un mecanismo para incrementar la presión de los procesos químicos sin reducir la calidad de productos. Los límites del actuador son una consideración natural en el diseño del controlador una vez que una producción más exigente requiere que los actuadores sean operados cerca de sus límites. Es aquí donde una función de barrera permite obtener resultados favorables.

En [51] se propone un novedoso esquema de MPC basada en optimización multiobjetivo, a cada tiempo de muestreo la acción de control es seleccionada dentro de un conjunto de soluciones óptimas de Pareto basada en un criterio de decisión variante en el tiempo y dependiente de los estados. Se muestra que es posible calcular cada solución óptima de Pareto como una función afín del vector de estados y del vector de pesos a ser asignados a los diferentes objetivos a fin de obtener una solución óptima de Pareto. Más aún, se proporcionan condiciones para la solución óptima de Pareto de tal manera que el lazo de control MPC es asintóticamente estable y se muestra la efectividad de la herramienta por medio de la simulación de casos.

[52] describe un método del cálculo en una cota inferior para el peso de la penalidad en la cual puede ser violada una restricción. Frecuentemente una perturbación hace que el sistema entre en una región donde el problema MPC no tiene solución, de tal manera que no se puede tomar ninguna acción de control. Sin embargo, la región factible puede ser recuperada flexibilizando las restricciones. Se ofrece pues una técnica que garantiza que un problema de MPC se puede solucionar mediante el empleo de restricciones suaves y brindar una solución igual que uno altamente restrictivo siempre que se empela un sub-conjunto acotado de estados iniciales, entradas de control y trayectorias de referencias. Este trabajo lo acompaña un estudio de programación cuadrática multi-parámetro.

Finalmente en [53] se describe otra estrategia eficiente de MPC que usa el método de Newton-Raphson para resolver un problema dual, pero que no es susceptible a arranque en caliente o terminación temprana. Resolviendo el problema primal (la forma estándar del problema de optimización) el presente estudio propone una estrategia que es mas eficiente que el método de Newton-Raphson y que permite arranque en caliente y terminación temprana. Se muestran mejoras en el desempeño sobre el método de Newton-Raphson y aproximaciones alternativas basadas en programación cuadrática o en programación semi-definida. Este trabajo cita a [19] como algoritmo MPC que reduce el orden de cómputo para calcular las señales de control.

3.2. Control Predictivo basado en Modelos (con Penalidad Condicional en la Función de Costo)

Este algoritmo calcula una secuencia de la acción de control a lo largo del horizonte de control (N_C), de manera tal que la función de costo definida a lo largo del horizonte de predicción (N_P) se minimice. Todas las mediciones pasadas y presentes son suministradas para que el optimizador busque la función de costo mínima. Este mínimo está sujeto al

modelo dinámico de la planta de las restricciones expresadas en términos de desigualdades impuestas en la acción de control, es decir, la acción de control se modifica y por ende modifica las variables controladas.

La función de costo es dada por la suma pesada de los siguientes términos cuadráticos:

- La función de costo asociada a errores en la salida (J_y), basado en la diferencia de las variables controladas (salidas) y la referencia (*set-points*) a lo largo del horizonte de predicción N_P [18, 19, 54] :

$$J_y(k|k) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N_P} \left[(\hat{\mathbf{y}}(k+i|k) - \mathbf{r}_y(k+i|k))^T \mathbb{Q} (\hat{\mathbf{y}}(k+i|k) - \mathbf{r}_y(k+i|k)) \right] \quad (3.1)$$

escrito de una manera más compacta

$$J_y(k|k) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N_P} \|\hat{\mathbf{y}}(k+i|k) - \mathbf{r}_y(k+i|k)\|_{\mathbb{Q}}^2 \quad (3.2)$$

Donde k es la muestra actual, $\hat{\mathbf{y}}(k+i|k)$ es el vector de salida predicha, $\mathbf{r}_y(k+i|k)$ es el valor esperado de la salida de referencia/set-point evaluada i muestras en el futuro y \mathbb{Q} es una matriz de pesos semi-definida positiva que sirve para penalizar los errores de las salidas $\mathbf{r}_y - \hat{\mathbf{y}}$.

- La función de costo asociada a errores en la entrada (J_u), basado en las diferencias entre la acción de la control (entradas) y su referencia/set-point a lo largo del horizonte de control N_C [18, 19, 54] :

$$J_u(k|k) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N_C} \|\mathbf{u}(k+i|k) - \mathbf{r}_u(k+i|k)\|_{\mathbb{N}}^2 \quad (3.3)$$

Donde $\mathbf{u}(k+i|k)$ es el vector de entrada calculada y evaluada i muestras en el futuro, $\mathbf{r}_u(k+i|k)$ es el valor esperado de la entrada evaluada i muestras en el futuro y \mathbb{N} es una matriz de pesos semi-definida positiva que sirve para penalizar los errores de las entradas $\mathbf{r}_u - \mathbf{u}$. El término J_u muchas veces es ignorado en la función de costo [54].

- La función de costo asociada a la acción de control ($J_{\Delta u}$): basada en el cambio de la acción de control (movimiento de la entrada) a lo largo del horizonte de control N_C [18, 19, 54] :

$$J_{\Delta u}(k|k) = \frac{1}{2} \sum_{i=0}^{N_C-1} \|\Delta \mathbf{u}(k+i|k)\|_{\mathbb{R}}^2 \quad (3.4)$$

Donde $\Delta \mathbf{u}(k+i|k)$ es el cambio de la acción de control evaluada i muestras en el futuro y \mathbb{R} es una matriz de pesos definida positiva que sirve para penalizar el cambio de la acción de control.

Por ende, inicialmente la suma de los tres términos anteriores origina la siguiente función de costo:

$$J = J_y + J_u + J_{\Delta u} \quad (3.5)$$

El horizonte de control N_C es usado en la evaluación de $J_{\Delta u}$ porque $\Delta \mathbf{u}(k+i|k)$ es cero para $i \geq N_C$ a lo largo del horizonte de predicción $N_P \geq N_C$.

Las matrices de pesos \mathbb{Q} , \mathbb{R} y \mathbb{N} son ajustadas para enfatizar el efecto de las diferentes variables en la solución óptima. El peso de dichas matrices son semi-definidas positivas o definidas positivas, la función de costo total J es una función estrictamente convexa para $\Delta \mathbf{u}(k+i|k) \neq 0$, donde

$$\Delta \mathbf{u}^T(k, N_P) \equiv [\Delta \mathbf{u}^T(k|k) \dots \Delta \mathbf{u}^T(k+N_P|k)] \quad (3.6)$$

Por ende, un punto estacionario que cumpla $\nabla J = 0$ representa un mínimo. Dicho mínimo es la solución óptima para un controlador predictivo en ausencia de restricciones. En el caso de sistemas lineales, cualquier combinación lineal de las variables de entradas representa una respuesta factible al problema sin restricciones. Esta respuesta siempre pertenece a una región de operación factible. De aquí, si el sistema es lineal, la región de operación es convexa y la solución de $\nabla J = 0$ es un mínimo global.

3.2.1. MPC sin restricciones

La solución del MPC sin restricciones es siempre una función del modelo de sistema bajo consideración. Las entradas $u(k, N_P)$ son funciones de la acción de control $\Delta u(k, N_P)$, especificada como se muestra en la ecuación 3.7 [19, 54]:

$$\mathbf{u}(k, N_P) = (\Gamma_{N_P} \otimes \mathbf{I}_{n_u}) \Delta \mathbf{u}(k, N_P) + (1_{N_P} \otimes \mathbf{I}_{n_u}) \mathbf{u}(k-1) \quad (3.7)$$

Donde Γ es una matriz triangular inferior cuadrada de unos, 1 es un vector columna de 1 , los subíndices indican la cantidad de elementos que posee dicho arreglo, el operador \otimes es el producto de Kronecker e \mathbf{I} es la matriz identidad.

Un punto estacionario viene dado por la siguiente expresión:

$$\nabla_{\Delta u}(J) = \nabla_{\Delta u}(J_y) + \nabla_{\Delta u}(J_u) + \nabla_{\Delta u}(J_{\Delta u}) = 0 \quad (3.8)$$

Y para matrices de pesos simétricas se tiene que:

$$\nabla_{\Delta u}(J_y) = \mathcal{J}_y^T(\Delta \mathbf{u}) \cdot \mathbb{Q}_{n_y \times N_P} \cdot \hat{\mathbf{e}}_y(k, N_P) \quad (3.9)$$

$$\nabla_{\Delta u}(J_u) = (\Gamma_{N_P} \otimes \mathbf{I}_{n_u})^T \cdot \mathbb{N}_{n_u \times N_C} \cdot \mathbf{e}_u(k, N_C) \quad (3.10)$$

$$\nabla_{\Delta u}(J_{\Delta u}) = \mathbb{R}_{n_u \times N_C} \Delta \mathbf{u}(k, N_C) \quad (3.11)$$

Donde \mathbf{e}_u y $\hat{\mathbf{e}}_y$ son vectores de error de la entrada y la salida a lo largo del horizonte de control y predicción, respectivamente. El operador \times en el subíndice representa concatenación diagonal ($A_{n \times m} \equiv \mathbf{I}_m \otimes A_n$) y el par $[n_u, n_y]$ es el número de entradas y

salidas, respectivamente. El jacobiano $\mathcal{J}_y(\Delta\mathbf{u})$ es evaluado en el punto de operación y se estima numéricamente para modelos grandes.

En el caso de sistemas lineales, la solución de la función de costo de optimización sin restricciones (J) depende del error de la salida a lazo abierto. Este error a lazo abierto \mathcal{E}_{ol} es multiplicado por la ganancia óptima K_r para calcular la acción de control óptima:

$$\Delta u(k|k) = K_r \cdot \mathcal{E}_{ol}(k : k + N_P|k) \quad (3.12)$$

Aunque toda la acción de control puede ser calculada para el instante k (es decir

$\Delta\mathbf{u}_{opt}(k : k + N_C|k)$), la matriz K_r puede ser reducida para calcular solo los cambios de la variable manipulada implementada en el instante k

$$K_r = [\mathbf{I}_{n_u} \ 0_{n_u} \ \dots \ 0_{n_u}] K \quad (3.13)$$

\mathbf{K} es la ganancia que debería proveer toda la acción de control a lo largo del horizonte de control para un MPC sin restricciones

$$\Delta\mathbf{u}_{opt}(k : k + N_C|k) = K \cdot \mathcal{E}_{ol}(k : k + N_P|k) \quad (3.14)$$

El subsiguiente movimiento (o acción de control) de $\Delta\mathbf{u}_{opt}$ es calculado cuando el error de lazo abierto se actualiza. Aunque esta solución es conocida [49], esta arquitectura agiliza el tiempo de ejecución en el caso de que todas las restricciones estén inactivas. El vector $\mathcal{E}_{ol}(k : k + N_P|k)$ representa el error a lazo abierto predicho a lo largo del horizonte de predicción y las variables que modifican el comportamiento de este vector están definidas en [19].

3.2.2. MPC con restricciones

MPC con restricciones posee más retos para implantación del algoritmo de control que el caso sin restricciones porque el tiempo de ejecución del controlador debería terminar en un tiempo determinado. El tiempo de ejecución del controlador está basado en las características dinámicas de la planta. Aspectos como lazos de iteración, tolerancia convergente pequeña y tamaños de los arreglos no predecibles deben ser eliminados del código de optimización con restricciones para permitir una ejecución determinística del controlador.

Existen muchas publicaciones enfocadas a la optimización eficiente de algoritmos de MPC [44]. Aplicaciones recientes de MPC han mostrado que las funciones barrera [48] proveen una estrategia para incorporar penalidades asociadas a la restricción en la función de costo. Sin embargo, no es trivial cuantificar la mejora de este método comparado con otro en términos del número de llamadas de funciones o memoria usada.

La penalidad asociada a la restricción j viene dada por la siguiente expresión:

$$B_j(k) = B(l_j, p_j, t_j, z_j(k)) \quad (3.15)$$

Donde B es una función escalar con parámetros l , p , t y la variable dependiente con el tiempo z . Los parámetros representan el límite de la restricción l , la penalidad p , el umbral t y la cantidad dependiente del tiempo z , que es usualmente una función de variables manipuladas o controladas en la muestra k . El subíndice j es usado para denotar el índice de la restricción, que varía dependiendo de la variable considerada y del tipo de límite (máximo o mínimo). La forma de la función de penalidad B_j está hecha de manera tal que empiece penalizando la función de costo t_j unidades antes de alcanzar la restricción l_j . La penalidad p_j determina lo importante para la estrategia del controlador satisfacer la restricción j . La Figura 3.1 se muestra una forma de función de penalidad típica. En el punto de operación **A** no es penalizado en la función de costo, **B** es penalizado por debajo de la penalidad (definida por el usuario) p_j y **C** es penalizado con la alta penalidad p_j en la restricción l_j .

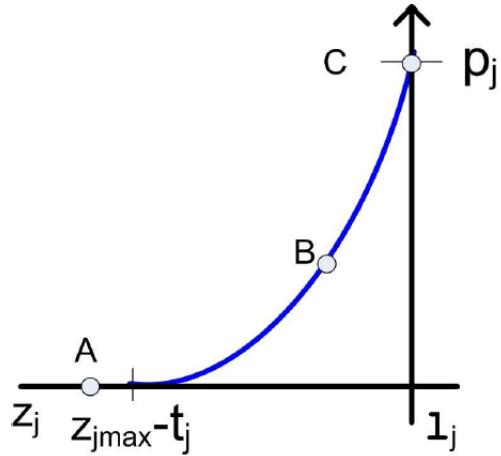


Figura 3.1: Forma de función de penalidad típica, donde la función de penalidad se especifica para la variable z_j

Fuente: DUNIA R. y FERNÁNDEZ G. [19]

Todo el término de restricciones de penalidad es representado como la suma de todas las posibles penalidades definidas en el problema de control. Por ende, la función de costo definida en 3.5 es ajustada para tomar en cuenta las M funciones de penalidad (es decir, expresa el número total de restricciones en términos de desigualdades)

$$J_C = J + \sum_{j=1}^M B_j \quad (3.16)$$

$$J_C = J_y + J_u + J_{\Delta u} + \sum_{j=1}^M B_j \quad (3.17)$$

J_C es la función objetivo que toma en cuenta las restricciones y B_j es una penalidad

acumulativa para la restricción j a lo largo del horizonte de predicción:

$$B_j = \sum_{i=1}^{N_P} B_j(k+i) \quad (3.18)$$

La penalidad se expresa como una función sumada a la función de costo, reduciendo el problema original de optimización con restricciones a una expresión similar a un caso sin restricción. Sin embargo, en el caso de sistemas lineales, la matriz de ganancia varía entre muestras debido a que las penalidades dependen del punto de operación y del conjunto de restricciones activas a lo largo del horizonte de predicción.

Una solución óptima basada en viene dada por el siguiente punto estacionario:

$$\nabla J_C = \nabla J + \sum_{j=1}^M \sum_{i=1}^{N_P} \nabla B_j(k+i) = 0 \quad (3.19)$$

Donde:

$$\nabla B_j(k+i) = \frac{\partial B_j(k+i)}{\partial z_j(k+i)} \sum_{h=0}^{N_C-1} \frac{\partial z_j(k+i)}{\partial \Delta u(k+h)} \quad (3.20)$$

3.2.3. Penalidades condicionales cuadráticas

Una función de penalidad básica y efectiva de un MPC con restricciones es el uso de funciones de penalidad cuadráticas con penalidades condicionales. La forma común de expresar la ecuación 3.17 es definir su equivalente cuadrático en término de la matriz de pesos aumentada \mathcal{Q} y el vector de coeficientes lineales c [19]:

$$J_C = \frac{1}{2} \Delta \mathbf{u}^T \mathcal{Q} \Delta \mathbf{u} + \mathbf{c}^T \Delta \mathbf{u} + \sum_{j=1}^M B_j \quad (3.21)$$

Donde \mathcal{Q} contiene no solo el efecto de las matrices de pesos \mathbb{Q} , \mathbb{R} y \mathbb{N} sino que también el modelo dinámico interno que predice el efecto de la acción de control $\Delta \mathbf{u}$ en la salida predicha del vector \hat{y} .

La condición de penalidad cuadrática viene dada por la siguiente expresión:

$$B_j(k+i) = \begin{cases} p_j \left(\frac{z_j(k+i)}{t_j} - 1 \right)^2 & : z_j(k+i) < t_j \\ 0 & : z_j(k+i) \geq t_j \end{cases} \quad (3.22)$$

Donde $z_j(k+i)$ representa la predicción de cualquier variable de restricción asociada a un límite máximo o mínimo. Note que el índice $k+i$ define la muestra dentro del horizonte de predicción N_P , mientras que j representa la restricción en consideración.

En general $z_j(k+i)$ puede ser expresada como una relación lineal de la acción de control:

$$z_j(k+i) = [d_j^T(k+i) \Delta \mathbf{u} - g_l(k+i, l)] (-1)^l \quad (3.23)$$

Donde $d_j^T(k+i)$ define el efecto de la acción de control sobre la variable de restricción y $g_l(k+i, l)$ es el valor a lazo abierto. Note que esos parámetros dependen del tiempo de la muestra bajo consideración ($k+i$). El parámetro l es un número binario que depende del tipo de límite:

$$l \equiv \begin{cases} 0 & : \text{min} \\ 1 & : \text{max} \end{cases} \quad (3.24)$$

Sustituyendo la ecuación 3.23 en la función de penalidad cuadrática con restricciones activas 3.22 resulta:

$$B_j(k+i) = \Delta \mathbf{u}^T \mathcal{Q}_j(k+i) \Delta \mathbf{u} + c_j^T(k+i) \Delta \mathbf{u} \quad (3.25)$$

Donde los arreglos $\mathcal{Q}_j(k+i)$ y $c_j^T(k+i)$ son definidos de la siguiente manera:

$$\mathcal{Q}_j(k+i) = \frac{p_j}{t_j^2} d_j(k+i) d_j^T(k+i) \quad (3.26)$$

$$c_j(k+i) = \left[(-1)^l - \frac{g_j(k+i, l)}{t_j} \right] \frac{2p_j}{t_j} d_j(k+i) \quad (3.27)$$

Las expresiones anteriores son validas cuando la variable de restricción j en la muestra i es activa y es cero cuando esta inactiva. Note que la penalidad debido a una restricción activa puede ser escrita en términos de Q y c . Colocando todas las restricciones activas en conjunto, se obtiene:

$$\sum_{j=1}^M B_j = \Delta \mathbf{u}^T \cdot \mathcal{Q} \Delta \mathbf{u} + \Delta \mathbf{c}^T \Delta \mathbf{u} \quad (3.28)$$

Donde $\Delta Q = \sum_j \sum_i \mathcal{Q}_j(k+i)$ y $\Delta c = \sum_j \sum_i c_j(k+i)$ para restricciones activas.

Sustituyendo en la ecuación 3.21 resulta

$$J_C = \frac{1}{2} \Delta \mathbf{u}^T (\mathcal{Q}^*) \Delta \mathbf{u} + (\mathbf{c}^*)^T \Delta \mathbf{u} \quad (3.29)$$

Donde $\mathcal{Q}^* = \mathcal{Q} + \Delta Q$ y $\mathbf{c}^* = \mathbf{c} + \Delta \mathbf{c}$, incluyendo el efecto de las restricciones activas en la función objetivo. Note que $\mathbb{Q} \geq 0$, $\mathbb{R} \geq 0$ y $\mathbb{N} \geq 0$, deduciéndose que la función objetivo en la ecuación 3.29 es siempre convexa, porque cada restricción activa añade un elemento semi-definido positivo ΔQ :

$$\sum \frac{p}{t^2} \mathbf{d} \mathbf{d}^T \geq 0 \quad (3.30)$$

La solución del problema cuadrático modificado requiere el cálculo de $(\mathcal{Q}^*)^{-1}$ para obtener

$$\Delta \mathbf{u} = -(\mathcal{Q}^*)^{-1} \mathbf{c}^* \quad (3.31)$$

En el caso de los sistemas con dinámica rápida el conjunto de restricciones activas cambia rápidamente debido a que el controlador busca la acción de control óptima. El cambio del conjunto activo de restricciones requiere de la evaluación en linea de la matriz inversa, que es equivalente a un cálculo punto a punto de la matriz de ganancia óptima \mathbf{K} . Sin embargo, pequeñas tasas de muestreo reducen la probabilidad de incremento (o decremento) repentino de un gran numero de restricciones activas. Por ende, es importante actualizar el rango n de $(\mathcal{Q}^*)^{-1}$ para una ejecución expedita del controlador [19].

En el caso de que las restricciones sean no lineales o las funciones de penalidad sean no cuadráticas, se utiliza Programación Secuencial Cuadrática (*Sequential Quadratic Programming - SQP*) para simplificar la actualización de la ganancia óptima, especialmente cuando el conjunto de restricciones activas permanecen constante entre intervalos de muestreo [19]. En [19] se muestra un caso de estudio donde se implantó esta técnica con excelentes resultados.

3.3. Conclusiones

Se mostró una breve referencia bibliográfica sobre el control predictivo con penalidad condicional en la función de costo. Lo atractivo de esta técnica consiste en la resolución de un problema de optimización sin restricciones, donde las restricciones activas se incluyen en la función de costo. Este hecho permite que la resolución del problema de optimización con restricciones clásico se minimice a un problema de optimización sin restricciones, como se pudo ver en la ecuación 3.31.

Los métodos de resolución del problema de optimización con restricciones (conjuntos activos y puntos interiores) son muy exigentes computacionalmente, por lo que el proceso de optimización es no determinístico, haciendo que el control predictivo clásico sea aprovechado por sistemas con dinámicas lentas o por sistemas que no demanden la característica de tiempo real. En cambio, con el control predictivo con penalidad condicional en la función de costo el problema de optimización puede garantizarse que se resolverá en un tiempo máximo finito (todas las restricciones activas), haciendo que este método sea muy útil para aplicaciones que exijan la característica de tiempo real y para aplicaciones cuyas dinámicas sean muy rápidas.

En el capítulo 4 se muestra las simulaciones del modelo de la dinámica con su respectivo algoritmo de control clásico y el beneficio de incluir la estrategia de control predictivo, donde: se reduce el esfuerzo de control, un seguimiento de la referencia más exacto y una mayor tolerancia al ruido.

Capítulo 4

Simulaciones

Antes de implementar un sistema de control que haga uso del modelo matemático que rige el proceso es muy recomendable hacer simulaciones del sistema completo, incluyendo el controlador. Esto permite predecir y analizar el comportamiento del sistema, ajustar con antelación el controlador, detectar posibles fallas en el modelado, etc.

El presente capítulo muestra la representación CAD del robot submarino PoseiBoT, caracterizando cada una de las partes, permitiendo a su vez determinar el tensor de inercia en el CG. También se realiza simulaciones en MATLAB/Simulink sobre la implementación de la dinámica utilizando como estrategia de cierre de lazo de control un PID clásico. De la misma forma, se implementa en LabVIEW la dinámica utilizando como estrategia de lazo de control un PID clásico y el control predictivo descrito en el capítulo anterior, mostrándose los beneficios de utilizar dicha estrategia de control avanzado.

4.1. Pre-requisitos

A continuación se presentan los requerimientos para realizar el modelado dinámico e implementación de la estrategia de control en el PoseiBoT.

4.1.1. Representación CAD y obtención del Tensor de Inercia del PoseiBoT

En la figura 4.1 se expone el PoseiBoT representado en CAD, caracterizando cada pieza que lo compone con su respectiva masa.

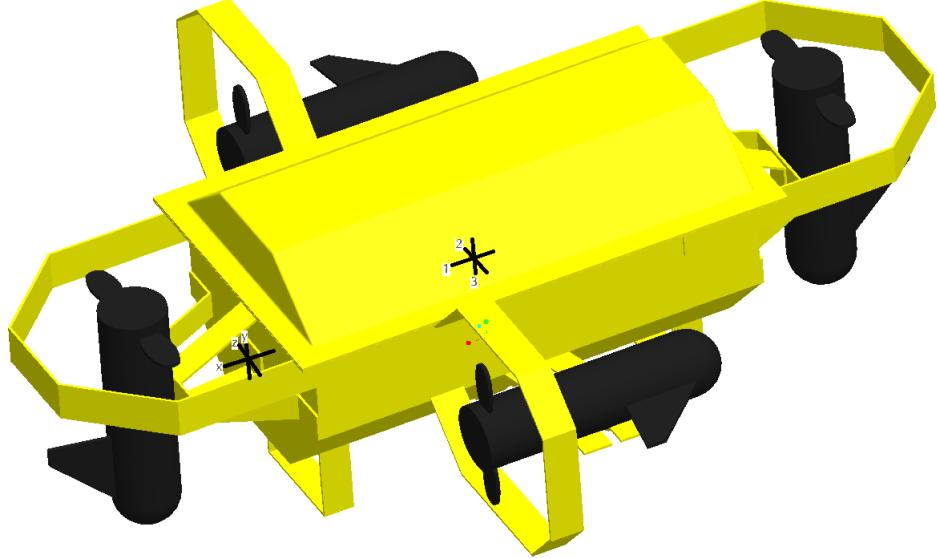


Figura 4.1: Representación del PoseiBoT en CAD (utilizando PTC Pro Engineer)

El sistema denotado x,y,z es fijado por Pro Engineer, el sistema denotado 1,2,3 representa el CG del robot. Se muestra el tensor de inercia obtenido en el sistema de referencia denotado como 1,2,3 (calculado por Pro Engineer)

$$I_{1,2,3} = \begin{bmatrix} 2,835 & -1,81 \times 10^{-3} & 2,47 \times 10^{-1} \\ -1,81 \times 10^{-3} & 8,122 & 3,16 \times 10^{-3} \\ 2,47 \times 10^{-1} & 3,16 \times 10^{-3} & 6,117 \end{bmatrix} \text{ kg.m}^2$$

Usando la siguiente matriz de rotación:

$$R = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

y la relación de transformación de tensores de inercia por efecto de una rotación entre sistemas de referencia [13]

$$I_G = R I_{1,2,3} R^T$$

se obtiene

$$I_G = \begin{bmatrix} I_x & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{xy} & I_y & -I_{yz} \\ -I_{xz} & -I_{yz} & I_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2,835 & -1,81 \times 10^{-3} & -2,47 \times 10^{-1} \\ -1,81 \times 10^{-3} & 8,122 & -3,16 \times 10^{-3} \\ -2,47 \times 10^{-1} & -3,16 \times 10^{-3} & 6,117 \end{bmatrix} \text{ kg.m}^2$$

La masa del PoseiBoT es 85 kg ($m = 85$). La matriz de rotación R se define de esa manera para que sea coherente con la notación SNAME. Se utiliza el tensor de inercia I_G para la realización de las simulaciones.

4.1.2. Matriz de Mapeo entre Fuerzas/Pares y Fuerza de Empuje de los Propulsores

Establecido el sistema de referencia con centro en el CG del submarino y con orientación coherente con la notación SNAME (como se muestra en la figura 4.2), se procede a calcular la distancia desde el CG del robot hasta el CG de los propulsores, cuyo resultado se expone en el cuadro 4.1.

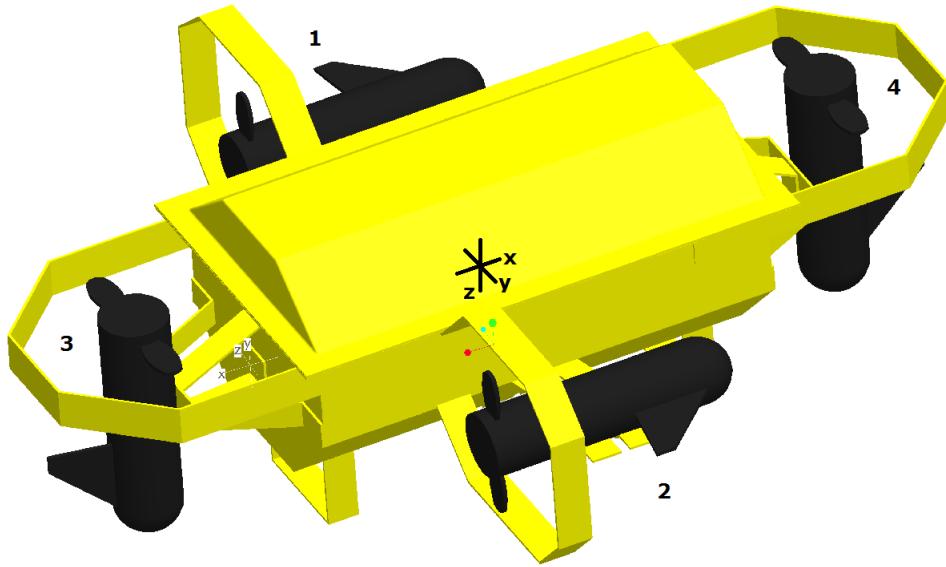


Figura 4.2: Sistema de referencia adherido al cuerpo, a ser utilizado en la presente disertación y numeración de los motores

CUADRO 4.1: DISTANCIA DESDE EL CG DEL ROBOT HASTA EL CG DE LOS PROPULSORES

Propulsor	Distancia en x (m)	Distancia en y (m)	Distancia en z (m)
T1	-0.0288	-0.3126	0.0016
T2	0.0197	0.3339	-0.0061
T3	-0.4673	0.0373	0.0579
T4	0.4621	-0.0381	0.0471

Dado que solo se tienen 4 DOF (los propulsores T_1 , T_2 , T_3 y T_4) y no 6 DOF (como los que se muestra en la teoría), se debe realizar un mapeo entre las fuerzas y pares del modelo dinámico (No Lineal) y las fuerzas de empuje de los propulsores. Intuitivamente

$$T_1 + T_2 = X$$

y

$$T_3 + T_4 = Z$$

como no existen propulsores en Y se considera

$$Y = 0$$

Se calculan los pares generados por cada propulsor

$$P1 = \left(-0,0288 \hat{i} - 0,3126 \hat{j} + 0,0016 \hat{k} \right) \times T1 \hat{i}$$

$$P1 = T1 \left(0,0016 \hat{j} + 0,3126 \hat{k} \right)$$

$$P2 = \left(0,0197 \hat{i} + 0,3339 \hat{j} - 0,0061 \hat{k} \right) \times T2 \hat{i}$$

$$P2 = T2 \left(-0,0061 \hat{j} - 0,3339 \hat{k} \right)$$

$$P3 = \left(-0,4673 \hat{i} + 0,0373 \hat{j} + 0,0579 \hat{k} \right) \times T3 \hat{k}$$

$$P3 = T3 \left(0,0373 \hat{i} + 0,4673 \hat{j} \right)$$

$$P4 = \left(0,4621 \hat{i} - 0,0381 \hat{j} + 0,0471 \hat{k} \right) \times T4 \hat{k}$$

$$P4 = T4 \left(-0,0381 \hat{i} - 0,4621 \hat{j} \right)$$

Ahora se realiza la siguiente relación

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ K \\ M \\ N \end{bmatrix} = L_{6 \times 4} T_{4 \times 1} = L_{6 \times 4} \begin{bmatrix} T1 \\ T2 \\ T3 \\ T4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ K \\ M \\ N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0,0373 & -0,0381 \\ 0,0016 & -0,0061 & 0,4673 & -0,4621 \\ 0,3126 & -0,3339 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T1 \\ T2 \\ T3 \\ T4 \end{bmatrix}$$

$$L = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0,0373 & -0,0381 \\ 0,0016 & -0,0061 & 0,4673 & -0,4621 \\ 0,3126 & -0,3339 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Sin embargo, se desea obtener la relación inversa: las fuerzas de empuje de los propulsores $[T_1, T_2, T_3, T_4]^T$ en función de $[X, Y, Z, K, M, N]^T$, es decir

$$\begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \end{bmatrix} = L^\dagger \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ K \\ M \\ N \end{bmatrix}$$

Por ende se calcula la matriz L^\dagger (pseudo-inversa de la matriz L) como

$$L^\dagger = \left((L^T L)^{-1} \right) L^T$$

$$L^\dagger = \begin{bmatrix} 0,5165 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1,5468 \\ 0,4835 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1,5468 \\ 0,0023 & 0 & 0,4973 & 0 & 1,069 & 0,0127 \\ -0,0023 & 0 & 0,5027 & 0 & -1,069 & -0,0127 \end{bmatrix}$$

4.1.3. Cálculo de los Parámetros de Masa Añadida

Se realiza una aproximación del PoseiBoT como un elipsoide achataido para calcular los parámetros de masa añadida. Utilizando las ecuaciones 2.22 - 2.35 y con: $a = \frac{0,6}{2}$ m, $b = \frac{0,326}{2}$ m y $c = \frac{0,34}{2}$ m, una densidad media (obtenida en Pro Engineer) de $\bar{\rho} = 2559 \frac{kg}{m^3}$ se obtuvo:

$$X_{\dot{u}} = -28,0572 \text{ kg}$$

$$Y_{\dot{v}} = Z_{\dot{w}} = -51,5692 \text{ kg}$$

$$K_{\dot{p}} = 0 \text{ kg}$$

$$M_{\dot{q}} = N_{\dot{r}} = -0,1396 \text{ kg}$$

Solo para cotejar medidas se calcula la masa como lo dicta la ecuación 2.26

$$m_{elipsoide} = 85,4388 \text{ kg}$$

resultando ser bastante parecida con la masa real del PoseiBoT ($m = 85 \text{ kg}$). De la misma forma, se calculan las inercias de los ejes I_y e I_z utilizando la ecuación 2.36

$$I_{y-elipsoide} = I_{z-elipsoide} = 1,9919 \text{ kg.m}^2$$

Resultando en el mismo orden de magnitud de las inercias en los ejes y e z del PoseiBoT. Por ende, se puede inferir que la aproximación del PoseiBoT a un elipsoide achataido para calcular los parámetros de masa añadida no es erróneo.

4.1.4. Modelado LIT del Robot Submarino

Utilizando las ecuaciones 2.68 - 2.77, correspondiente a los movimientos lineales invariantes con el tiempo de un robot submarino y considerando que solo se tienen movimientos en x y en z se tiene que:

$$M = \begin{bmatrix} m - X_{\dot{u}} & 0 \\ 0 & m - Z_{\dot{w}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 113,0572 & 0 \\ 0 & 136,5692 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$G = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$J = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} -M^{-1}[C + D] & -M^{-1}G \\ J_{2 \times 2} & 0_{2 \times 2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,0088 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,0073 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} M^{-1} \\ 0_{2 \times 2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,0088 & 0 \\ 0 & 0,0073 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

El vector de estado es definido como lo dicta la ecuación 2.77

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} u - u_0 \\ w - w_0 \\ x - x_0 \\ z - z_0 \end{bmatrix}$$

Por ende

$$C_l = I_{4 \times 4} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{y} = C_l \mathbf{x} = \begin{bmatrix} u - u_0 \\ w - w_0 \\ x - x_0 \\ z - z_0 \end{bmatrix}$$

4.2. Dinámica (con PID Clásico)

El presente caso se discute en el capítulo 2, sección 2, subsección 6, figura 2.5. En general se actúan en todas las variables (3 fuerzas X, Y, Z y 3 torques K, M, N), es decir se tienen 6 PID. Sin embargo, bajo recomendaciones prácticas de [20] solo se implanta la parte proporcional (las partes integrales y derivativas incorporan inestabilidades). Los resultados obtenidos con el esquema de la figura 2.5 se describe en el presente capítulo, sección 4.

4.3. Dinámica con Control Predictivo

Para el caso de control predictivo se implementa el esquema que se muestra en la figura 4.3.

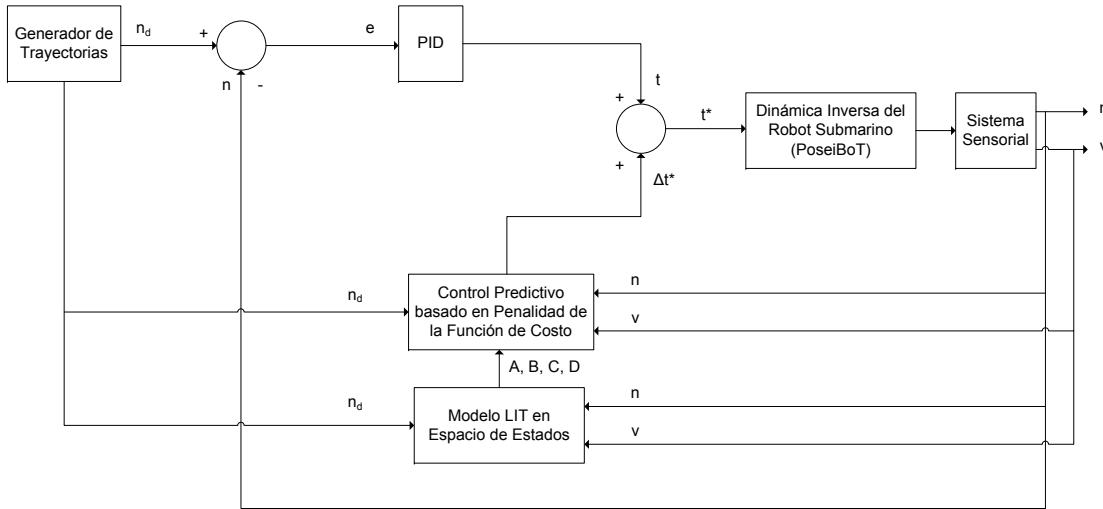


Figura 4.3: Esquema de Control Predictivo implantado en el Robot Submarino

La figura 4.3 muestra que el generador de trayectoria suministra las trayectorias deseadas (η_d). Una vez que el submarino realice la trayectoria (η), se calcula el error de seguimiento de la trayectoria ($e = \eta_d - \eta$). Este error va a la entrada del PID y genera un vector de fuerzas y pares τ . El control predictivo actúa calculando un vector delta de fuerzas y pares óptimos $\Delta\tau^*$ que se suma al generado por el PID. Esta suma genera un vector de fuerzas y pares óptimas τ^* , que luego de un mapeo va hacia los propulsores del submarino. Se mide la trayectoria y la velocidad realizada por el submarino nuevamente.

Las trayectorias deseadas son en general movimientos en x y en z . Por ende, si se utiliza de manera estándar las ecuaciones de movimientos lineales invariantes con el tiempo de un robot submarino (es decir, el modelo LIT en espacio de estado) se tendría un sistema de 6 entradas (3 deltas de fuerzas X, Y, Z y 3 deltas de torques K, M, N) y 12 salidas (6 deltas de velocidades u, v, w, p, q, r y 6 deltas de posición y orientación $x, y, z, pitch$,

roll, yaw).

Sin embargo, para resolver el problema de optimización se requiere que el sistema sea controlable. Si se utiliza la manera estándar con las trayectorias descritas anteriormente (solo movimientos en x y z) el sistema sería no controlable, ya que son solo dos variables activas de seis. Por ende, se reduce la dimensionalidad del sistema para que tenga a la entrada dos deltas de fuerza (X y Z) y a la salida 2 deltas de velocidad (u y w) y 2 deltas de posición (x y z). Es decir, el modelo LIT en espacio de estados tendría dos entradas y cuatro salidas. De esta manera el control predictivo podría resolver el problema de optimización sin restricciones y suministrar la señal de control óptima/predictiva.

Los resultados obtenidos con el esquema de la figura 4.3 se describe en la siguiente sección; con la finalidad de probar el desempeño del control predictivo.

4.4. Resultados

A través de los siguientes escenarios se evalúa el desempeño del control predictivo (más el control proporcional) respecto al control proporcional. En el cuadro 4.2 se muestran las trayectorias utilizadas y su descripción.

CUADRO 4.2: TIPOS DE TRAYECTORIAS UTILIZADAS

Trayectoria utilizada	Descripción
D	Trayectoria deseada, ya sea en x , z o $pitch$
MPC+P	Trayectoria realizada por el PoseiBoT, ya sea en x , z o $pitch$ utilizando el MPC (descrito en el capítulo 3) mas el control proporcional
P	Trayectoria realizada por el PoseiBoT, ya sea en x , z o $pitch$ utilizando control proporcional

Para probar el desempeño de los controladores, es común ver el error cuadrático medio (*Mean Square Error - MSE*), definido como $MSE = \sqrt{\frac{\int_0^\infty e^2(t)dt}{N}}$, que es similar a otro indicador denominado error cuadrático integral (*Integral Square Error - ISE*) definido como $ISE = \int_0^\infty e^2(t) dt$. Ambos indicadores cuantifican los soprepicos.

4.4.1. Escenario 1

Se utiliza como trayectoria deseada en x un trapecio isósceles y en z un LSPB¹. Los otros grados de libertad se ajustan a cero (como trayectorias deseadas). En la figura 4.4 se muestra las trayectorias en x y z (D), trayectorias en x y z (MPC+P) y las trayectorias en x y z (P). Un acercamiento en una zona de interés se tiene en la figura 4.4.

¹Es una trayectoria muy utilizada en la generación y planificación de trayectorias de un Robot. Viene del acrónimo inglés *Linear Segment with Parabolic Blends*. Para mayor información consulte [13]

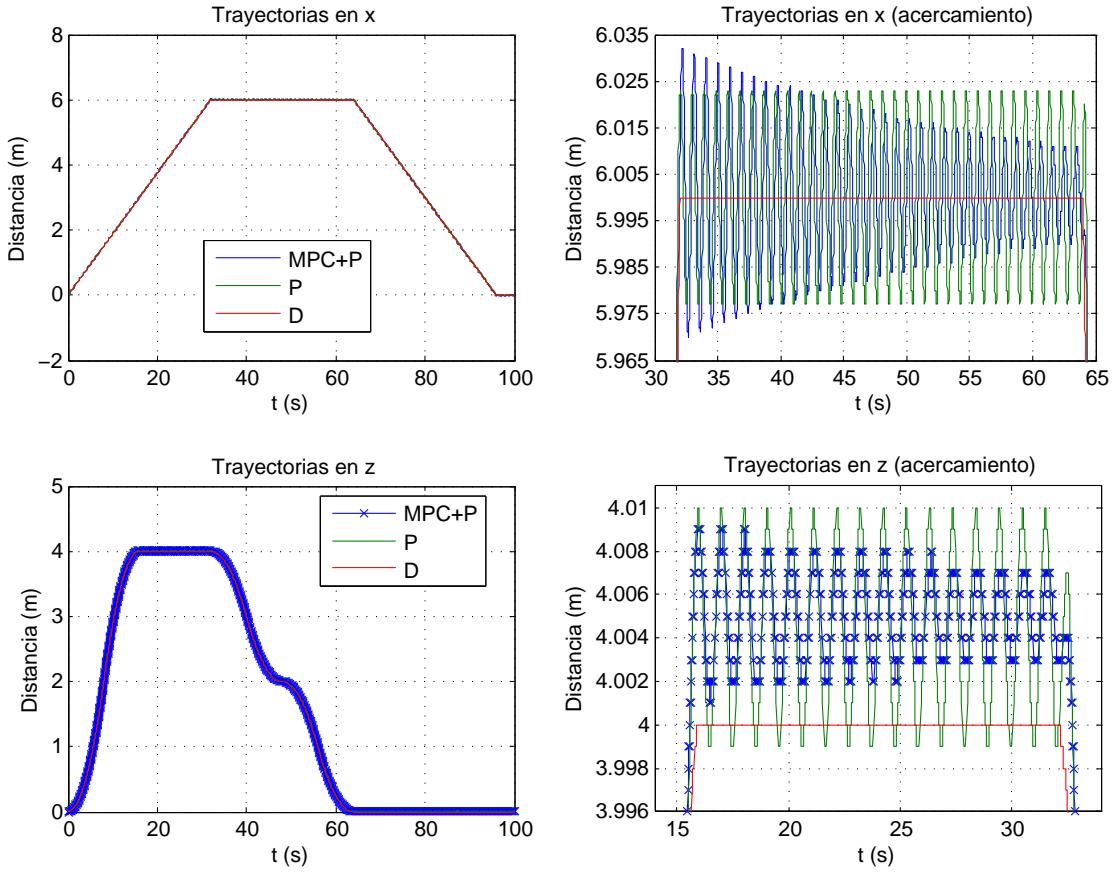


Figura 4.4: Trayectorias en x y z con sus respectivos acercamientos (Escenario 1)

El cuadro 4.3 muestra los MSE de las trayectorias realizadas por el PoseiBoT utilizando los controladores vs. trayectoria deseada, comprobándose que el controlador predictivo ofrece mejor desempeño con respecto al proporcional en este aspecto.

CUADRO 4.3: COMPARACIÓN DEL MSE EN EL DESEMPEÑO DE LOS CONTROLADORES UTILIZADOS EN EL POSEIBOT (SCENARIO 1)

Controlador	Trayectoria	MSE
Proporcional	x	0.0250
MPC	x	0.0140
Proporcional	z	0.0057
MPC	z	0.0054

En la figura 4.5 se muestra la fuerza requerida por cada uno de los propulsores para realizar la trayectoria deseada, utilizando el controlador proporcional y el controlador predictivo.

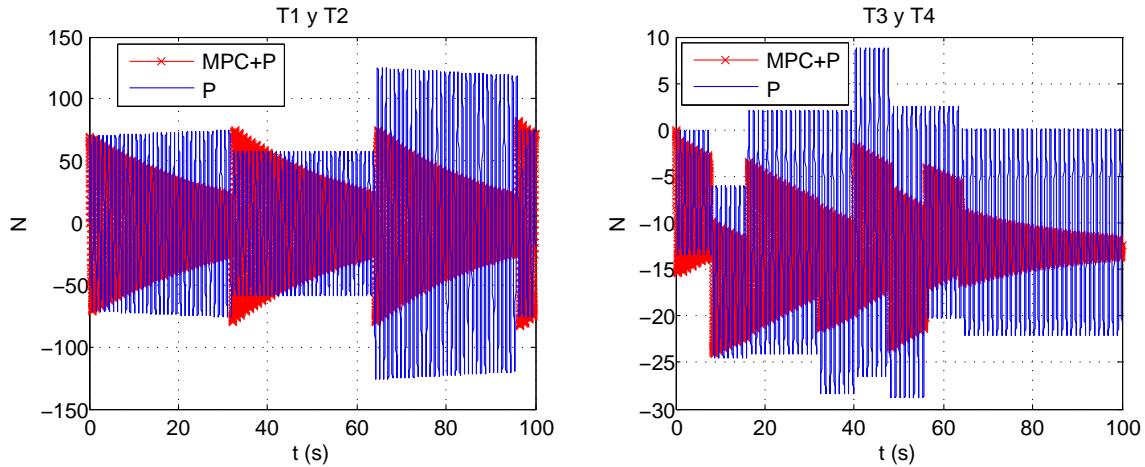


Figura 4.5: Fuerza requerida por los propulsores para realizar la trayectoria deseada en x y z , utilizando los controladores: proporcional y predictivo (scenario 1)

En el cuadro 4.4 se muestran los valores RMS y los valores pico de las fuerzas requeridas por los propulsores.

CUADRO 4.4: VALORES RMS DE LAS FUERZAS REQUERIDAS Y LOS VALORES PICOS ALCANZADOS POR LOS PROPULSORES (ESCENARIO 1)

Propulsor	RMS utilizando Control Proporcional	RMS utilizando Control Predictivo	Valor Pico utilizando Control Proporcional	Valor Pico utilizando Control Predictivo
T1 y T2	83.0734	35.4990	126.1410	83.7130
T3 y T4	13.5545	12.7788	28.7920	24.0520

Como se observó en las figuras 4.4 y 4.5 y en los cuadros 4.3 y 4.4 la cantidad de fuerza requerida por los propulsores para realizar la trayectoria deseada utilizando control predictivo es mucho menor que en el caso de utilizar control proporcional. Prácticamente se logró disminuir el error de seguimiento con un menor esfuerzo de control, comprobando la teoría mostrada en la función de costo del capítulo 3.

4.4.2. Escenario 2

Siguiendo la misma metodología del Escenario 1 se utiliza como trayectoria deseada en x un trapecio isósceles doble y en z un LSPB doble. Los otros grados de libertad se ajustan a cero (como trayectorias deseadas). En la figura 4.6 se muestran las trayectorias en x y z (D), trayectorias en x y z (MPC+P) y las trayectorias en x y z (P).

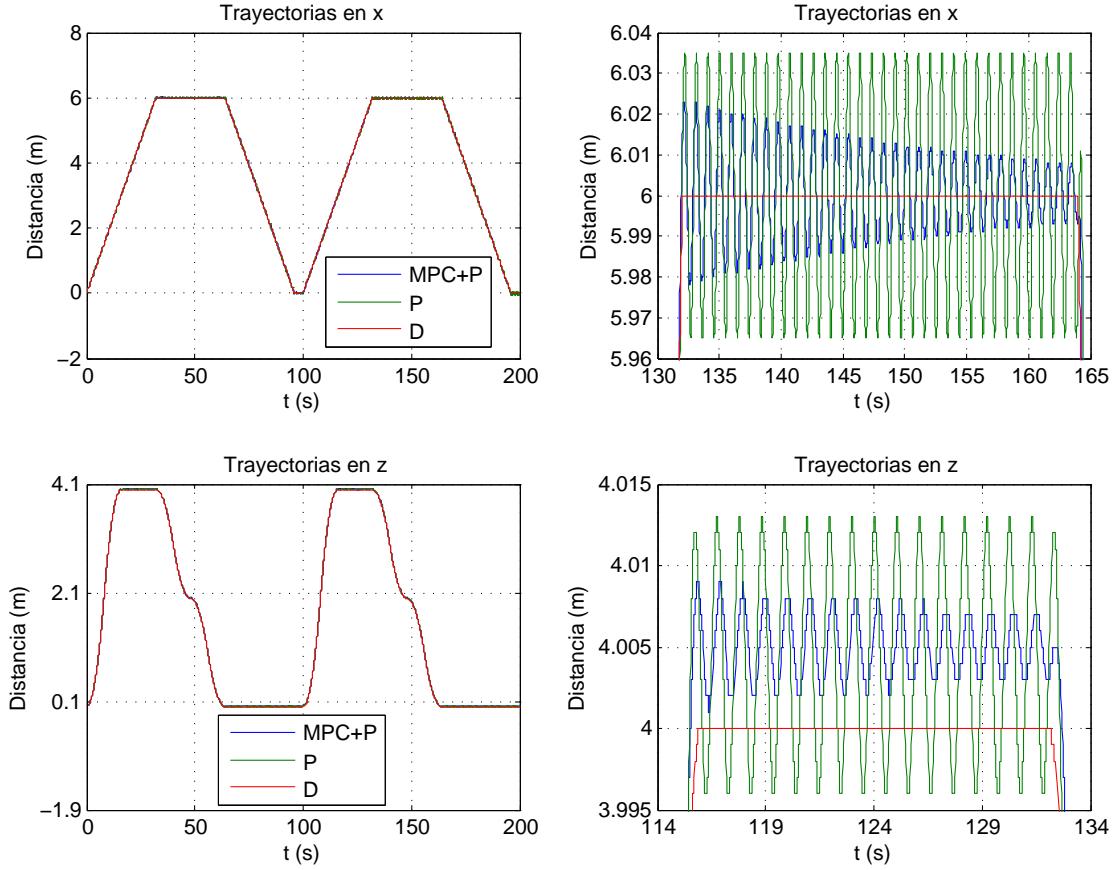


Figura 4.6: Trayectorias en x y z con sus respectivos acercamientos (Escenario 2)

Se realiza un acercamiento en la zona de interés, mostrándose en la figura 4.6. Dada la figura 4.6 se deduce que el controlador predictivo ofrece mejor desempeño con respecto al proporcional.

El cuadro 4.5 muestra los MSE de las trayectorias realizadas por el PoseiBoT utilizando los controladores vs. trayectoria deseada, comprobándose que el controlador predictivo ofrece mejor desempeño con respecto al proporcional.

CUADRO 4.5: COMPARACIÓN DEL MSE EN EL DESEMPEÑO DE LOS CONTROLADORES UTILIZADOS EN EL POSEIBOT (ESCENARIO 2)

Controlador	Trayectoria	MSE
Proporcional	x	0.0378
MPC	x	0.0203
Proporcional	z	0.0090
MPC	z	0.0076

En la figura 4.7 se muestran la fuerza requerida por cada uno de los propulsores para

realizar la trayectoria deseada, utilizando el controlador proporcional y el controlador predictivo.

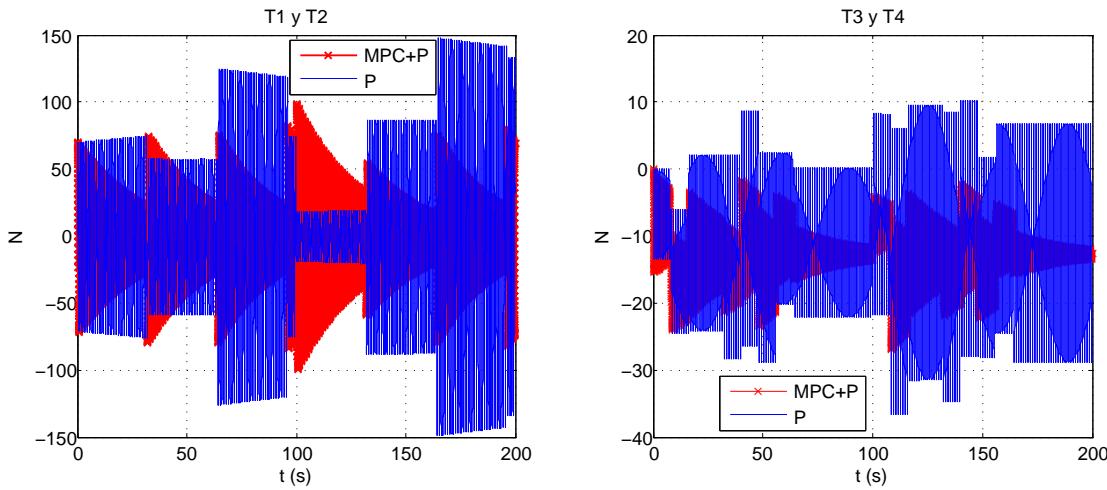


Figura 4.7: Fuerza requerida por los propulsores para realizar la trayectoria deseada en x y z , utilizando el Controlador Proporcional y utilizando el Controlador Predictivo (Escenario 2)

En el cuadro 4.6 se muestran los valores RMS y los valores pico de las fuerzas requeridas por los propulsores.

CUADRO 4.6: VALORES RMS DE LAS FUERZAS REQUERIDAS Y LOS VALORES PICOS ALCANZADOS POR LOS PROPULSORES (ESCENARIO 2)

Propulsor	RMS utilizando Control Proporcional	RMS utilizando Control Predictivo	Valor Pico utilizando Control Proporcional	Valor Pico utilizando Control Predictivo
T1 y T2	85.8038	31.7661	149.0160	99.8110
T3 y T4	16.8166	13.1509	36.6260	26.8990

Como se observó en las figuras 4.6 y 4.7 y los cuadros 4.5 y 4.6 se llega a una conclusión similar a la obtenida en el Escenario 1.

Ahora se adiciona una perturbación de 0.125 m en x a con duración de 1 seg en el instante $t = 1$ s y luego otra perturbación de la misma amplitud y duración en z pero en el instante $t = 5$ s. Se utiliza como trayectoria deseada en x un trapecio isósceles doble y en z un LSPB doble. Los otros grados de libertad se ajustan a cero (como trayectorias deseadas). En la figura 4.8 se muestran la trayectorias en x y z (D), trayectorias en x y z (MPC+P) y las trayectorias en x y z (P).

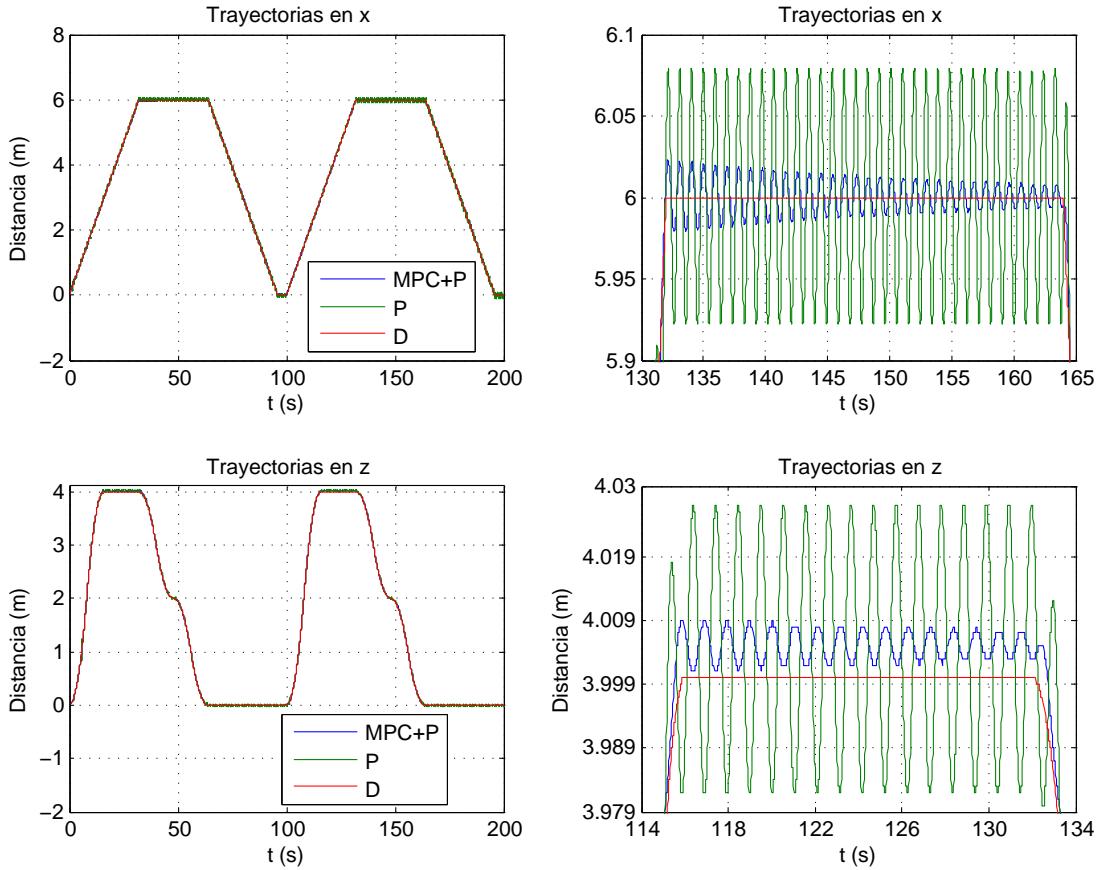


Figura 4.8: Trayectorias en x y z con sus respectivos acercamientos (Escenario 2 bajo el efecto de Perturbaciones)

Se realiza un acercamiento en la zona de interés, mostrándose en la figura 4.8. Dada la figura 4.8 se deduce que el controlador predictivo ofrece mejor desempeño con respecto al proporcional.

El cuadro 4.7 muestra los MSE de las trayectorias realizadas por el PoseiBoT utilizando los controladores vs. trayectoria deseada, comprobándose que el controlador predictivo ofrece mejor desempeño con respecto al proporcional.

CUADRO 4.7: COMPARACIÓN DEL MSE EN EL DESEMPEÑO DE LOS CONTROLADORES UTILIZADOS EN EL POSEIBOT (ESCENARIO 2)

Controlador	Trayectoria	MSE
Proporcional	x	0.0791
MPC	x	0.0282
Proporcional	z	0.0271
MPC	z	0.0140

En las figura 4.9 se muestran la fuerza requerida por cada uno de los propulsores para realizar la trayectoria deseada, utilizando el controlador proporcional y el controlador predictivo.

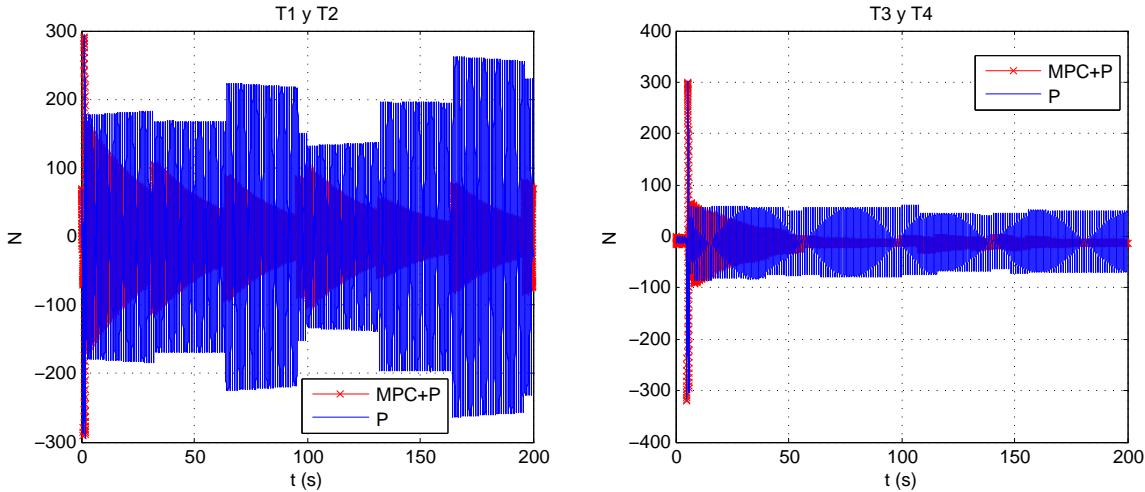


Figura 4.9: Fuerza requerida por los propulsores para realizar la trayectoria deseada en x y z , utilizando el Controlador Proporcional y utilizando el Controlador Predictivo (Escenario 2 bajo el efecto de Perturbaciones)

En el cuadro 4.8 se muestran los valores RMS y los valores pico de las fuerzas requeridas por los propulsores.

CUADRO 4.8: VALORES RMS DE LAS FUERZAS REQUERIDAS Y LOS VALORES PICOS ALCANZADOS POR LOS PROPULSORES (ESCENARIO 2)

Propulsor	RMS utilizando Control Proporcional	RMS utilizando Control Predictivo	Valor Pico utilizando Control Proporcional	Valor Pico utilizando Control Predictivo
T1 y T2	163.1793	31.5861	294.830	291.2620
T3 y T4	42.9317	13.1727	319.8290	316.5570

Como se observó en las figuras 4.8 y 4.9 y los cuadros 4.7 y 4.8 se llega a una conclusión similar a la obtenida en el Escenario 1, inclusive bajo la presencia de perturbaciones.

4.4.3. Escenario 3

Se utiliza como trayectoria deseada en x un trapecio isósceles doble, en z un LSPB doble y en *pitch* cambios de escalón con razón aritmética $\frac{\pi}{16}$ rad, empezando en 0 rad hasta llegar a $\frac{\pi}{4}$ rad. Es de notar que en el modelo linealizado solo se consideraron cambios en x y en z , mostrando buen comportamiento el control predictivo (véase los dos primeros

escenarios). Ahora se desea probar el desempeño del controlador predictivo aunque en el modelo linealizado no se haya incluido la variable *pitch* como activa.

Los otros grados de libertad se ajustan a cero (como trayectorias deseadas). En la figura 4.10 se muestran las trayectorias en *x*, *z* y *pitch* (*D*), trayectorias en *x*, *z* y *pitch* (*MPC+P*) y las trayectorias en *x*, *z* y *pitch* (*P*).

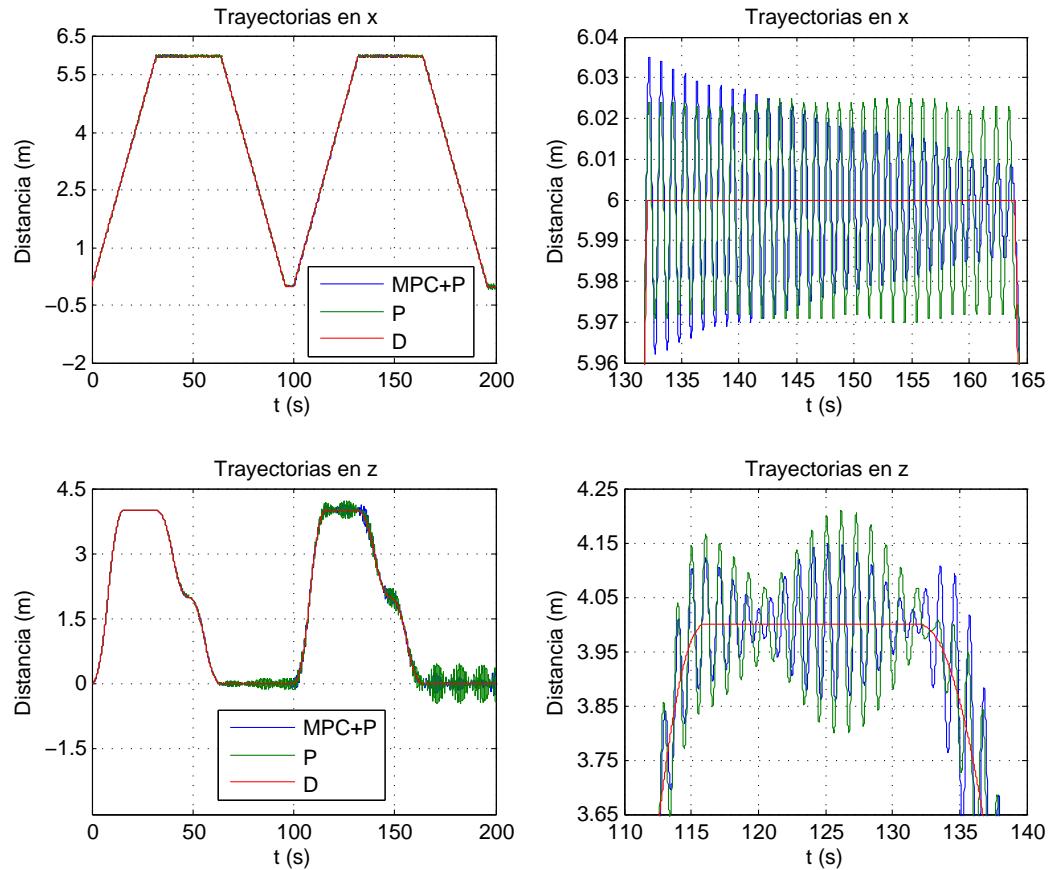


Figura 4.10: Trayectorias en *x* y *z*: deseadas y realizadas por el PoseiBoT bajo el efecto de los controladores (Escenario 3)

Haciendo un acercamiento en una zona de interés se tiene la figura 4.10. Dada las figura 4.10 se deduce que el controlador predictivo ofrece mejor desempeño con respecto al proporcional.

El cuadro 4.9 muestra los MSE de las trayectorias realizadas por el PoseiBoT utilizando los controladores vs. trayectoria deseada, comprobándose que el controlador predictivo ofrece mejor desempeño con respecto al proporcional. Es de notar que la variable *pitch* no varió su MSE en cualquiera de los controladores implementados, esto es lógico obtener ya que como se ha dicho anteriormente, dicha variable no esta incluida en el modelo LIT y por ende el controlador predictivo no actúa directamente sobre ella.

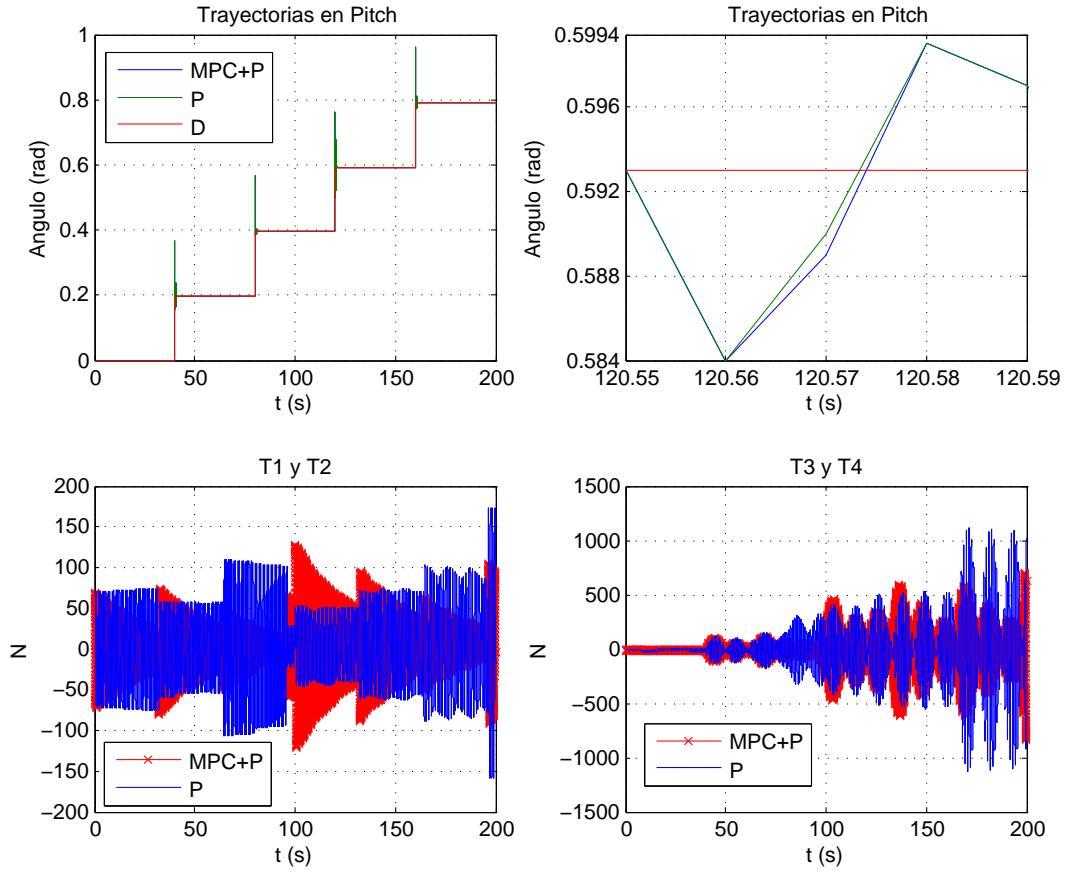


Figura 4.11: Trayectorias en *pitch*: deseadas y realizadas por el PoseiBoT bajo el efecto de los controladores y fuerzas requeridas por los propulsores para realizar la trayectoria deseada en x , z y *pitch*, utilizando el controlador proporcional y predictivo (Escenario 3)

CUADRO 4.9: COMPARACIÓN DEL MSE EN EL DESEMPEÑO DE LOS CONTROLADORES UTILIZADOS EN EL POSEIBOT (ESCENARIO 3)

Controlador	Trayectoria	MSE
Proporcional	x	0.0308
MPC	x	0.0216
Proporcional	z	0.1615
MPC	z	0.0937
Proporcional	<i>Pitch</i>	0.0087
MPC	<i>Pitch</i>	0.0087

En las figura 4.11 se muestran las fuerzas requeridas por cada uno de los propulsores para realizar la trayectoria deseada, utilizando el controlador proporcional y el controlador predictivo.

En el cuadro 4.10 se muestran los valores RMS y los valores pico de las fuerzas requeridas por los propulsores.

CUADRO 4.10: VALORES RMS DE LAS FUERZAS REQUERIDAS Y VALORES PICOS ALCANZADOS POR LOS PROPULSORES (ESCENARIO 3)

Propulsor	RMS utilizando Control Proporcional	RMS utilizando Control Predictivo	Valor Pico utilizando Control Proporcional	Valor Pico utilizando Control Predictivo
T1 y T2	60.7008	36.5376	173.6320	128.3370
T3 y T4	448.6844	244.6033	1131.6	830.4850

Como se observó en las figuras 4.10 y 4.11 y el cuadro 4.10 se llega a una conclusión similar a la obtenidas en los escenarios anteriores.

Ahora se adiciona ruido blanco gaussiano de 0.05 de amplitud en las variables x , y , y $pitch$ para probar el desempeño de ambos controladores. Se obtienen las figuras 4.12, 4.13 y en los cuadros 4.12 y 4.11.

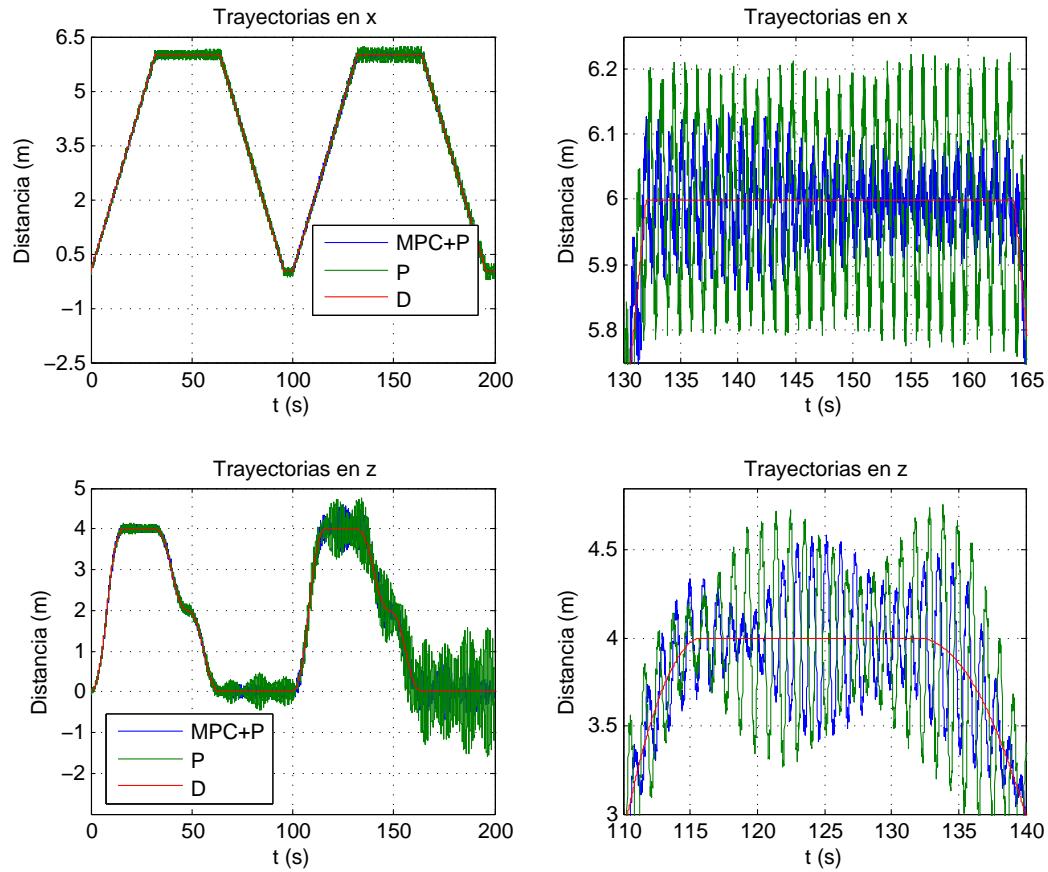


Figura 4.12: Trayectorias en x y z : deseadas y realizadas por el PoseiBoT bajo el efecto de los controladores (Escenario 3 bajo el efecto de ruido blanco)

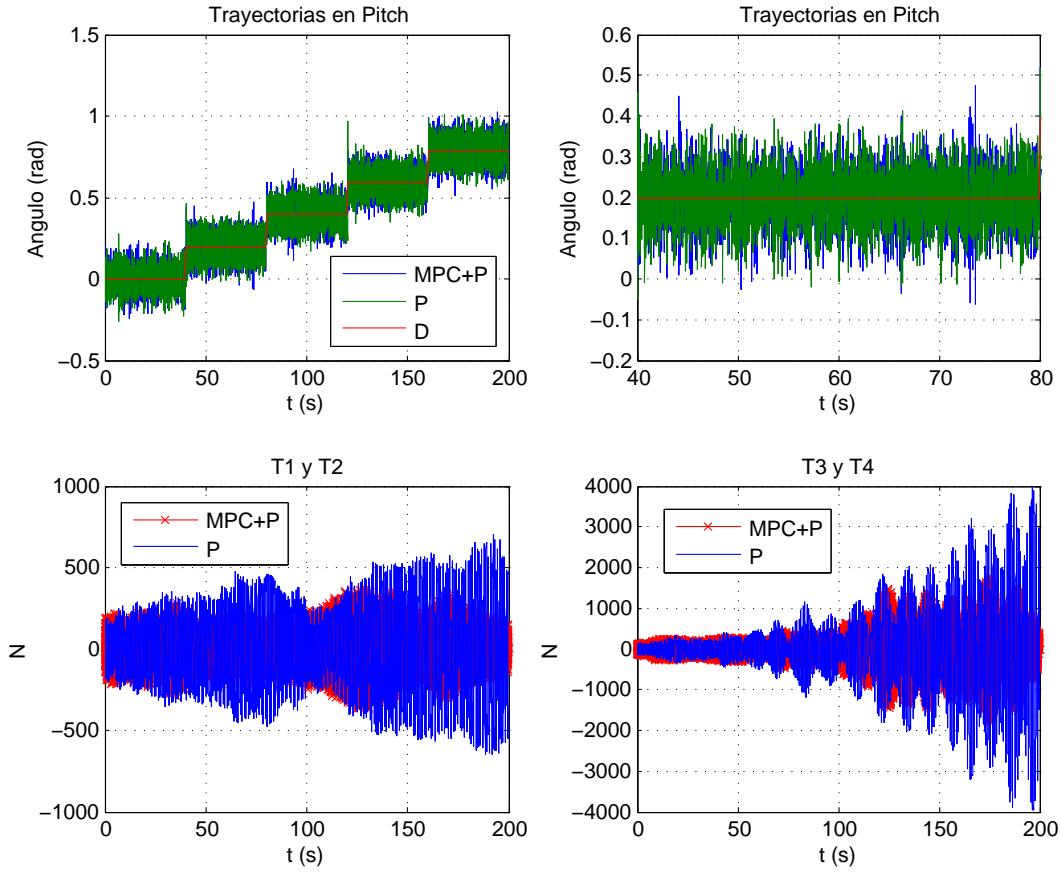


Figura 4.13: Trayectorias en *pitch*: deseadas y realizadas por el PoseiBoT bajo el efecto de los controladores y fuerzas requeridas por los propulsores para realizar la trayectoria deseada en x , z y *pitch*, utilizando el controlador proporcional y predictivo (Escenario 3 bajo la presencia de ruido blanco)

CUADRO 4.11: COMPARACIÓN DEL MSE EN EL DESEMPEÑO DE LOS CONTROLADORES UTILIZADOS EN EL POSEIBOT (ESCENARIO 3 BAJO LA PRESENCIA DE RUIDO BLANCO)

Controlador	Trayectoria	MSE
Proporcional	x	0.1348
MPC	x	0.0655
Proporcional	z	0.5893
MPC	z	0.2656
Proporcional	<i>Pitch</i>	0.0965
MPC	<i>Pitch</i>	0.0965

CUADRO 4.12: VALORES RMS DE LAS FUERZAS REQUERIDAS Y VALORES PICOS ALCANZADOS POR LOS PROPULSORES (ESCENARIO 3 BAJO LA PRESENCIA DE RUIDO BLANCO)

Propulsor	RMS utilizando Control Proporcional	RMS utilizando Control Predictivo	Valor Pico utilizando Control Proporcional	Valor Pico utilizando Control Predictivo
T1 y T2	324.9807	124.1322	702.0420	369.61
T3 y T4	1681.7875	698.7203	3991.4	1782.1

De lo anterior se deduce que el controlador predictivo mejoró las prestaciones de inmunidad al ruido respecto al controlador proporcional.

4.4.4. Escenario 4

En este caso se utiliza como trayectoria deseada en x un trapecio isósceles doble, en z un LSPB doble y en $pitch$ cambios lineales de $\frac{\pi}{16}$ rad, empezando en 0 rad hasta llegar a $\frac{\pi}{4}$ rad en 100 s.

Los otros grados de libertad se ajustan a cero (como trayectorias deseadas). En la figura 4.14 se muestran las trayectorias en x , z y $pitch$ (D), trayectorias en x , z y $pitch$ (MPC+P) y las trayectorias en x , z y $pitch$ (P).

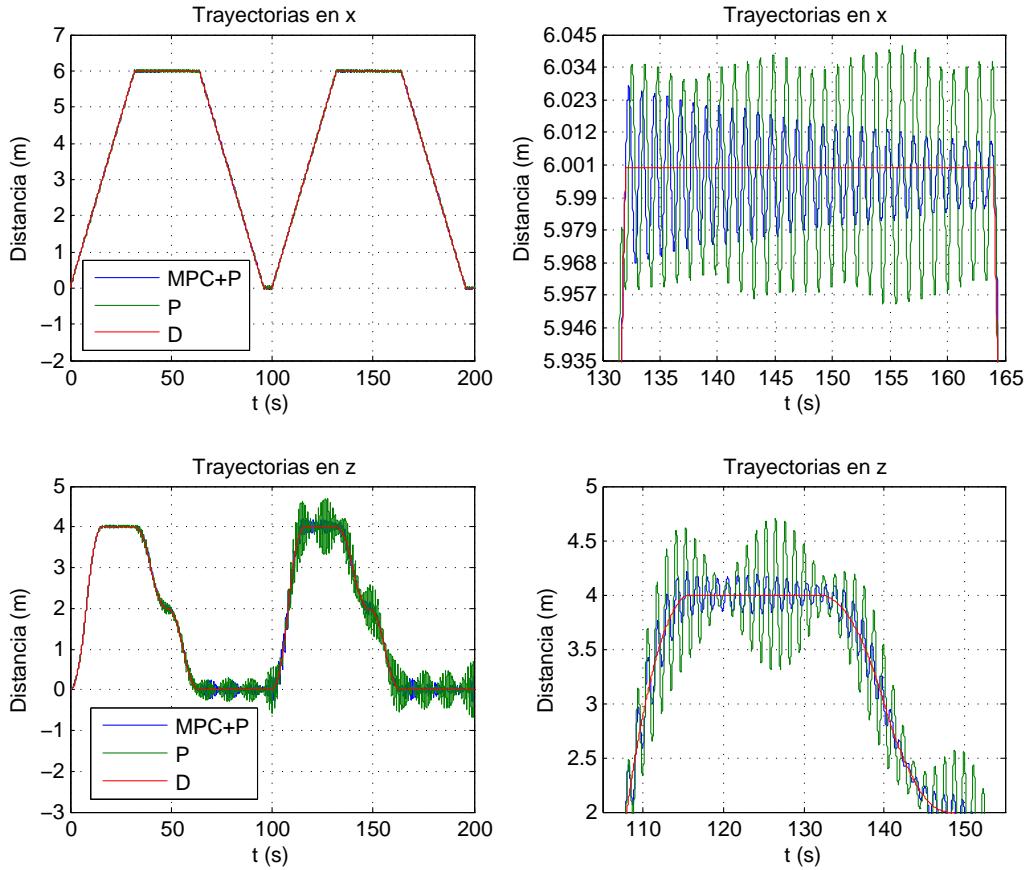


Figura 4.14: Trayectorias en x y z : deseadas y realizadas por el PoseiBoT bajo el efecto de los controladores (Escenario 4)

Haciendo un acercamiento en una zona de interés se tiene la figura 4.14. Dada la figura 4.14 se deduce que el controlador predictivo ofrece mejor desempeño con respecto al proporcional.

El cuadro 4.13 muestra los MSE de las trayectorias realizadas por el PoseiBoT utilizando los controladores vs. trayectoria deseada, comprobándose que el controlador predictivo ofrece mejor desempeño con respecto al proporcional. Es de notar que la variable *pitch* no varió su MSE en cualquiera de los controladores implementados, esto es lógico obtener ya que como se ha dicho anteriormente, dicha variable no está incluida en el modelo y por ende el controlador predictivo no actúa directamente sobre ella.

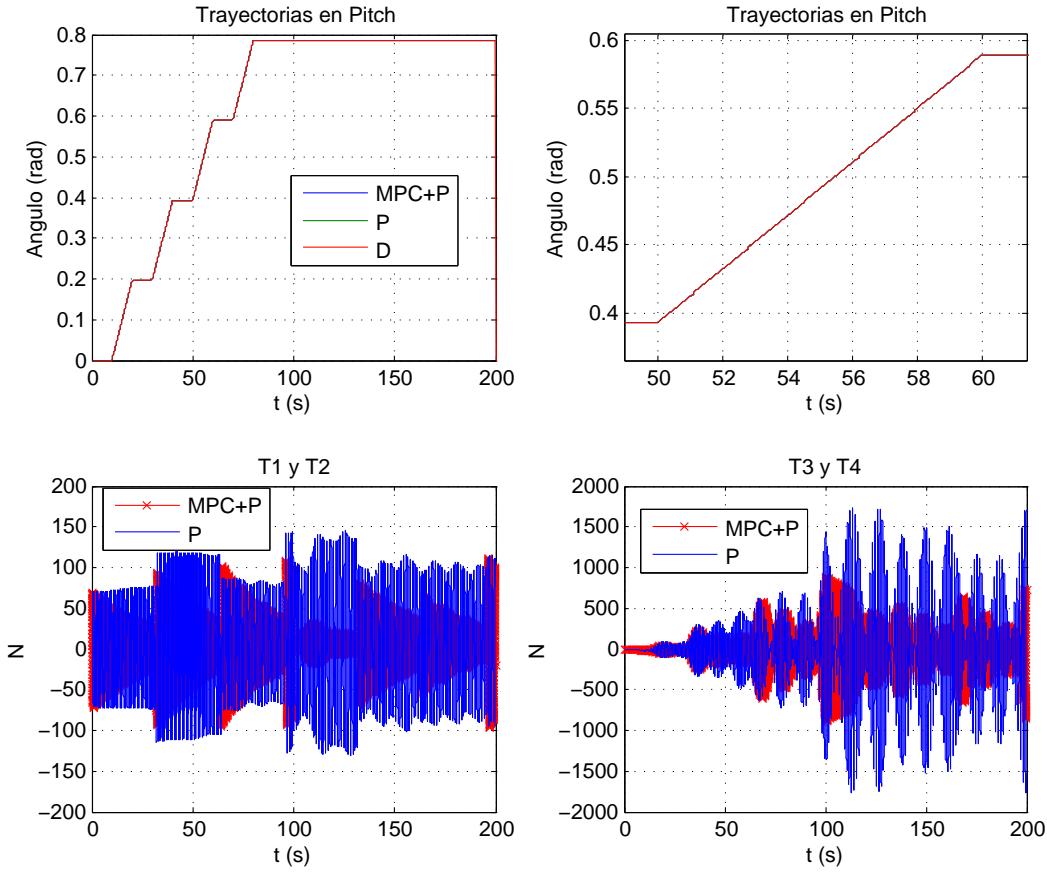


Figura 4.15: Trayectorias en *pitch*: deseadas y realizadas por el PoseiBoT bajo el efecto de los controladores y fuerzas requeridas por los propulsores para realizar la trayectoria deseada en x , z y *pitch*, utilizando el controlador proporcional y predictivo (Escenario 4)

CUADRO 4.13: COMPARACIÓN DEL MSE EN EL DESEMPEÑO DE LOS CONTROLADORES UTILIZADOS EN EL POSEIBOT (ESCENARIO 4)

Controlador	Trayectoria	MSE
Proporcional	x	0.0394
MPC	x	0.0203
Proporcional	z	0.3248
MPC	z	0.1449
Proporcional	<i>Pitch</i>	0.0078
MPC	<i>Pitch</i>	0.0078

En las figura 4.15 se muestran la fuerza requerida por cada uno de los propulsores para realizar la trayectoria deseada, utilizando el controlador proporcional y el controlador predictivo.

En el cuadro 4.14 se muestran los valores RMS y los valores pico de las fuerzas requeridas por los propulsores.

CUADRO 4.14: VALORES RMS DE LAS FUERZAS REQUERIDAS Y VALORES PICOS ALCANZADOS POR LOS PROPULSORES (ESCENARIO 4)

Propulsor	RMS utilizando Control Proporcional	RMS utilizando Control Predictivo	Valor Pico utilizando Control Proporcional	Valor Pico utilizando Control Predictivo
T1 y T2	67.6691	34.4736	144.9980	110.8600
T3 y T4	719.8069	252.6279	1763.8	887.9640

Como se observó en las figuras 4.14 y 4.15 y los cuadros 4.13 y 4.14 se llega a una conclusión similar a la obtenida en los escenarios anteriores.

4.4.5. Escenario 5

Se utiliza como trayectoria deseada en x un trapecio isósceles doble, en z un LSPB doble y en $pitch$ cambios lineales de $\frac{\pi}{16}$ rad, empezando en 0 rad hasta llegar a $\frac{\pi}{4}$ rad en 200 s.

Los otros grados de libertad se ajustan a cero (como trayectorias deseadas). En la figura 4.16 se muestran las trayectorias en x , z y $pitch$ (D), trayectorias en x , z y $pitch$ (MPC+P) y las trayectorias en x , z y $pitch$ (P).

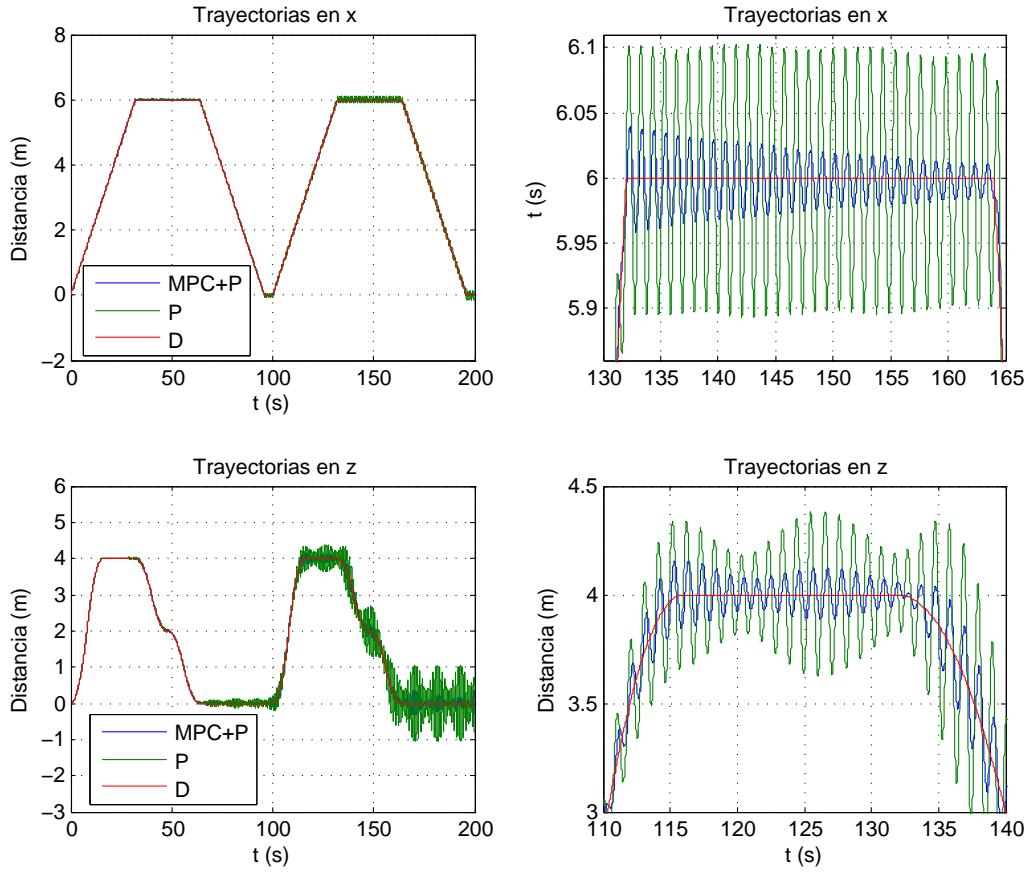


Figura 4.16: Trayectorias en x y z : deseadas y realizadas por el PoseiBoT bajo el efecto de los controladores (Escenario 5)

Haciendo un acercamiento en una zona de interés se tiene la figura 4.16. Dada la figura 4.16 se deduce que el controlador predictivo ofrece mejor desempeño con respecto al proporcional.

El cuadro 4.15 muestra los MSE de las trayectorias realizadas por el PoseiBoT utilizando los controladores vs. trayectoria deseada, comprobándose que el controlador predictivo ofrece mejor desempeño con respecto al proporcional. Es de notar que la variable *pitch* no varió su MSE en cualquiera de los controladores implementados.

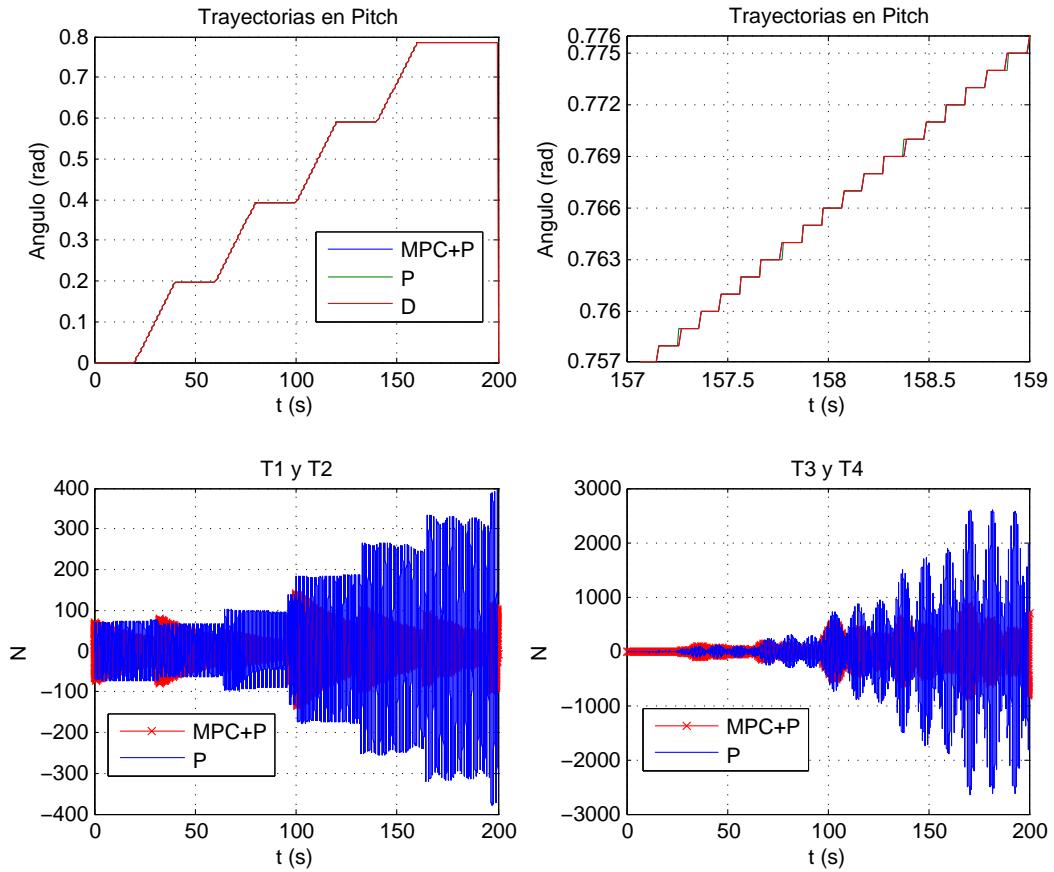


Figura 4.17: Trayectorias en *pitch*: deseadas y realizadas por el PoseiBoT bajo el efecto de los controladores y fuerzas requeridas por los propulsores para realizar la trayectoria deseada en *x*, *z* y *pitch*, utilizando el controlador proporcional y predictivo (Escenario 5)

CUADRO 4.15: COMPARACIÓN DEL MSE EN EL DESEMPEÑO DE LOS CONTROLADORES UTILIZADOS EN EL POSEIBOT (ESCENARIO 5)

Controlador	Trayectoria	MSE
Proporcional	<i>x</i>	0.0773
MPC	<i>x</i>	0.0240
Proporcional	<i>z</i>	0.4048
MPC	<i>z</i>	0.1126
Proporcional	<i>Pitch</i>	0.0078
MPC	<i>Pitch</i>	0.0078

En las figura 4.17 se muestran las fuerzas requeridas por cada uno de los propulsores para realizar la trayectoria deseada, utilizando el controlador proporcional y el controlador predictivo.

En el cuadro 4.16 se muestran los valores RMS y los valores pico de las fuerzas requeridas por los propulsores.

CUADRO 4.16: VALORES RMS DE LAS FUERZAS REQUERIDAS Y VALORES PICOS ALCANZADOS POR LOS PROPULSORES (ESCENARIO 5)

Propulsor	RMS utilizando Control Proporcional	RMS utilizando Control Predictivo	Valor Pico utilizando Control Proporcional	Valor Pico utilizando Control Predictivo
T1 y T2	206.5066	43.5906	393.6390	142.4110
T3 y T4	1184.8058	298.1323	2643.2	853.0760

Como se observó en las figuras 4.16 y 4.17 y los cuadros 4.15 y 4.16 se llega a una conclusión similar a la obtenida en los escenarios anteriores.

4.4.6. Escenario 6

Se utiliza como trayectoria deseada en x un trapecio isósceles doble, en z un LSPB doble y en $pitch$ cambios lineales de $\frac{\pi}{16}$ rad, empezando en 0 rad hasta llegar a $\frac{\pi}{4}$ rad y luego regresar a 0 en 200 s.

Los otros grados de libertad se ajustan a cero (como trayectorias deseadas). En la figura 4.18 se muestran las trayectorias en x , z y $pitch$ (D), trayectorias en x , z y $pitch$ (MPC+P) y las trayectorias en x , z y $pitch$ (P).

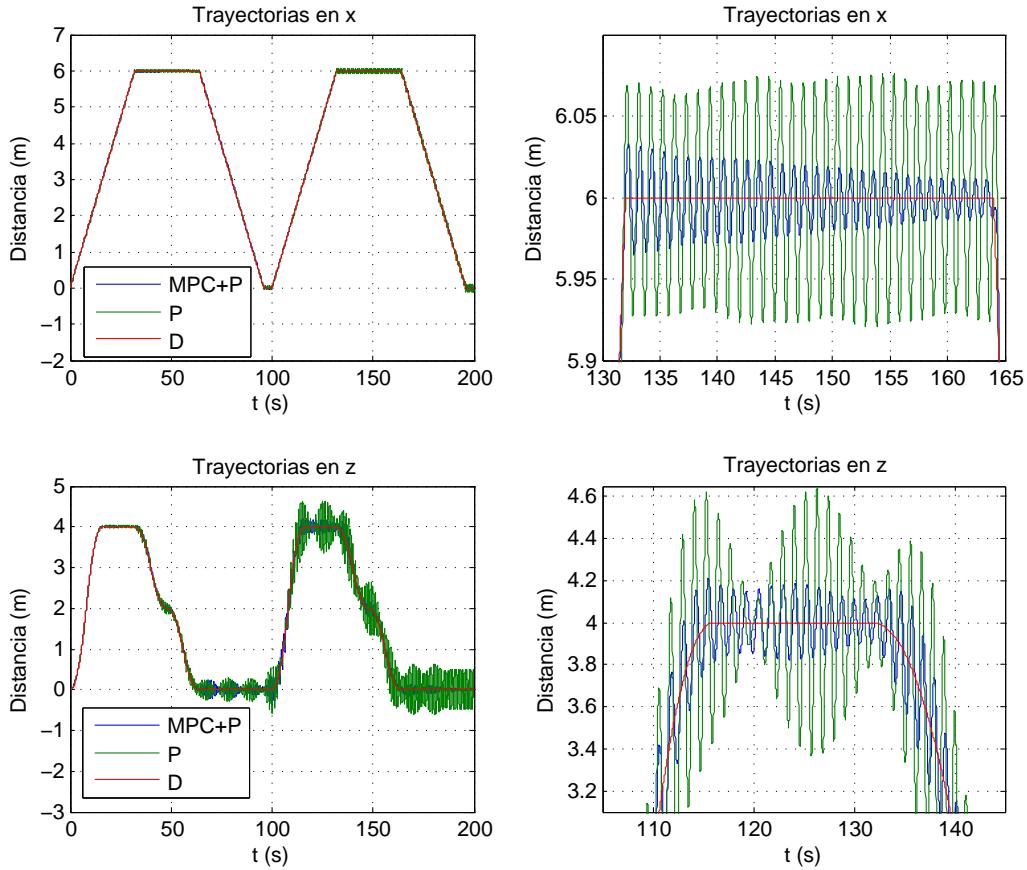


Figura 4.18: Trayectorias en x y z : deseadas y realizadas por el PoseiBoT bajo el efecto de los controladores (Escenario 6)

Haciendo un acercamiento en una zona de interés se tiene la figura 4.18. Dada la figura 4.18 se deduce que el controlador predictivo ofrece mejor desempeño con respecto al proporcional.

El cuadro 4.17 muestra los MSE de las trayectorias realizadas por el PoseiBoT utilizando los controladores vs. trayectoria deseada, comprobándose que el controlador predictivo ofrece mejor desempeño con respecto al proporcional. Es de notar que la variable *pitch* no varió su MSE en cualquiera de los controladores implementados.

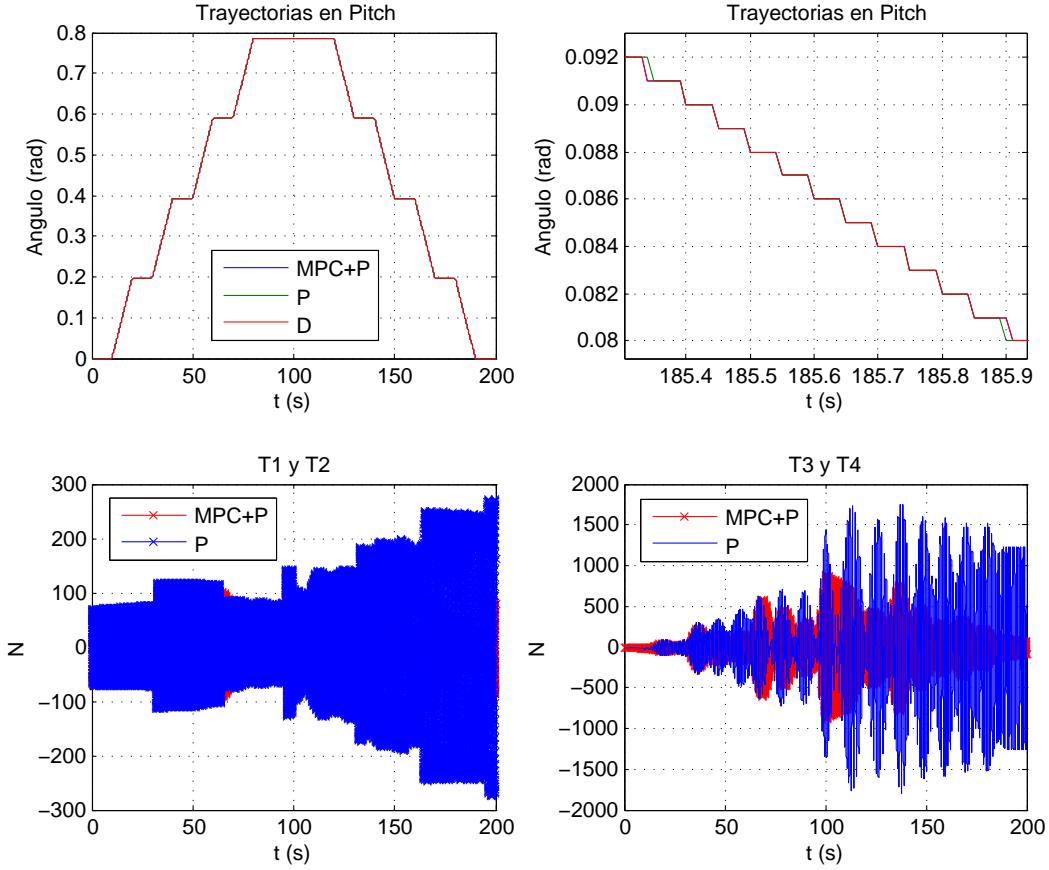


Figura 4.19: Trayectorias en *pitch*: deseadas y realizadas por el PoseiBoT bajo el efecto de los controladores y fuerzas requeridas por los propulsores para realizar la trayectoria deseada en x , z y *pitch*, utilizando el controlador proporcional y predictivo (Escenario 6)

CUADRO 4.17: COMPARACIÓN DEL MSE EN EL DESEMPEÑO DE LOS CONTROLADORES UTILIZADOS EN EL POSEIBOT (ESCENARIO 6)

Controlador	Trayectoria	MSE
Proporcional	x	0.0605
MPC	x	0.0216
Proporcional	z	0.3467
MPC	z	0.1408
Proporcional	<i>Pitch</i>	5.7443×10^{-5}
MPC	<i>Pitch</i>	4.4719×10^{-5}

En la figura 4.19 se muestran las fuerza requeridas por cada uno de los propulsores para realizar la trayectoria deseada, utilizando el controlador proporcional y el controlador predictivo.

En el cuadro 4.18 se muestran los valores RMS y los valores pico de las fuerzas requeridas por los propulsores.

CUADRO 4.18: VALORES RMS DE LAS FUERZAS REQUERIDAS Y VALORES PICOS ALCANZADOS POR LOS PROPULSORES (ESCENARIO 6)

Propulsor	RMS utilizando Control Proporcional	RMS utilizando Control Predictivo	Valor Pico utilizando Control Proporcional	Valor Pico utilizando Control Predictivo
T1 y T2	154.9195	40.9856	273.6560	108.3250
T3 y T4	896.9959	228.1746	1796.3	887.9640

Como se observó en las figuras 4.18 y 4.19 y los cuadros 4.17 y 4.18 se llega a una conclusión similar a la obtenida en los escenarios anteriores.

4.4.7. Escenario 7

En el presente escenario se cambia la trayectoria deseada en x por una LSPB, en z otra LSPB y en $pitch$ se define como

$$pitch = \arctan \left(\frac{\frac{dz}{dt}}{\frac{dx}{dt}} \right) = \arctan \left(\frac{dz}{dx} \right)$$

realizándose todas las trayectorias en 100 s.

Los otros grados de libertad se ajustan a cero (como trayectorias deseadas). En la figura 4.20 se muestran las trayectorias en x , z y $pitch$ (D), trayectorias en x , z y $pitch$ (MPC+P) y las trayectorias en x , z y $pitch$ (P).

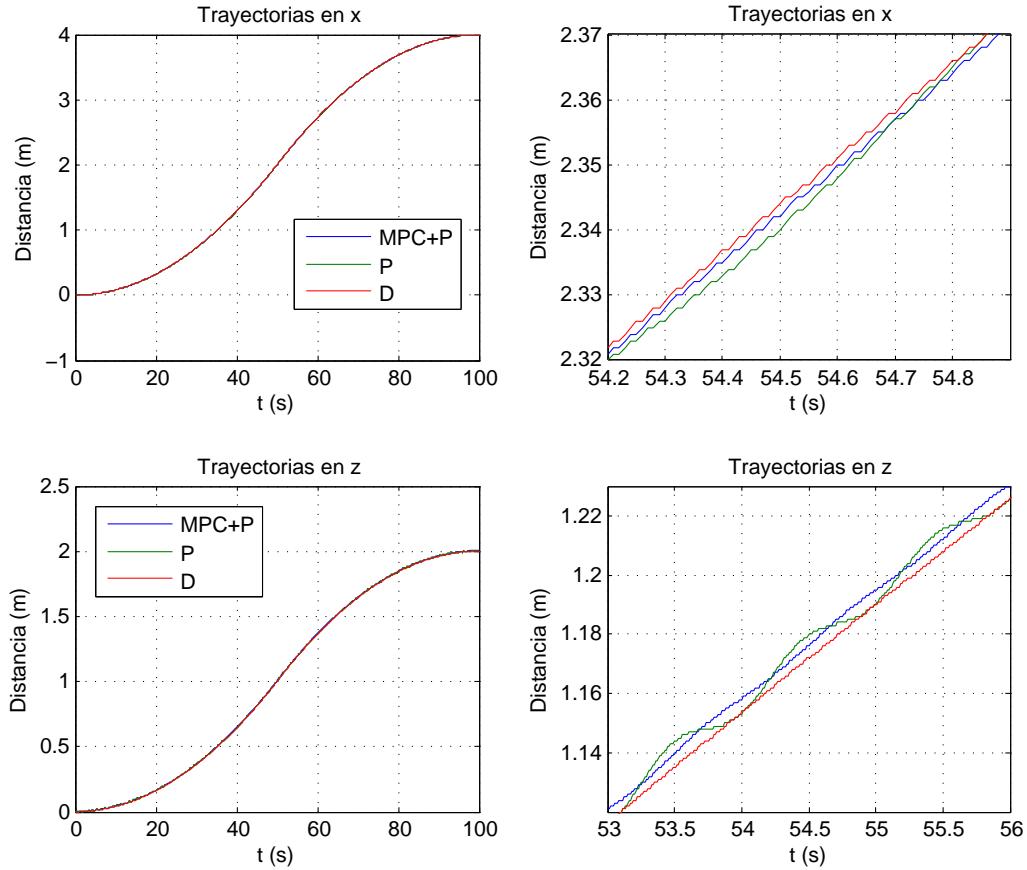


Figura 4.20: Trayectorias en x y z : deseadas y realizadas por el PoseiBoT bajo el efecto de los controladores (Escenario 7)

Haciendo un acercamiento en una zona de interés se tiene la figura 4.20.

El cuadro 4.19 muestra los MSE de las trayectorias realizadas por el PoseiBoT utilizando los controladores vs. trayectoria deseada, comprobándose que el controlador predictivo ofrece mejor desempeño con respecto al proporcional. Es de notar que la variable *pitch* no varió su MSE en cualquiera de los controladores implementados.

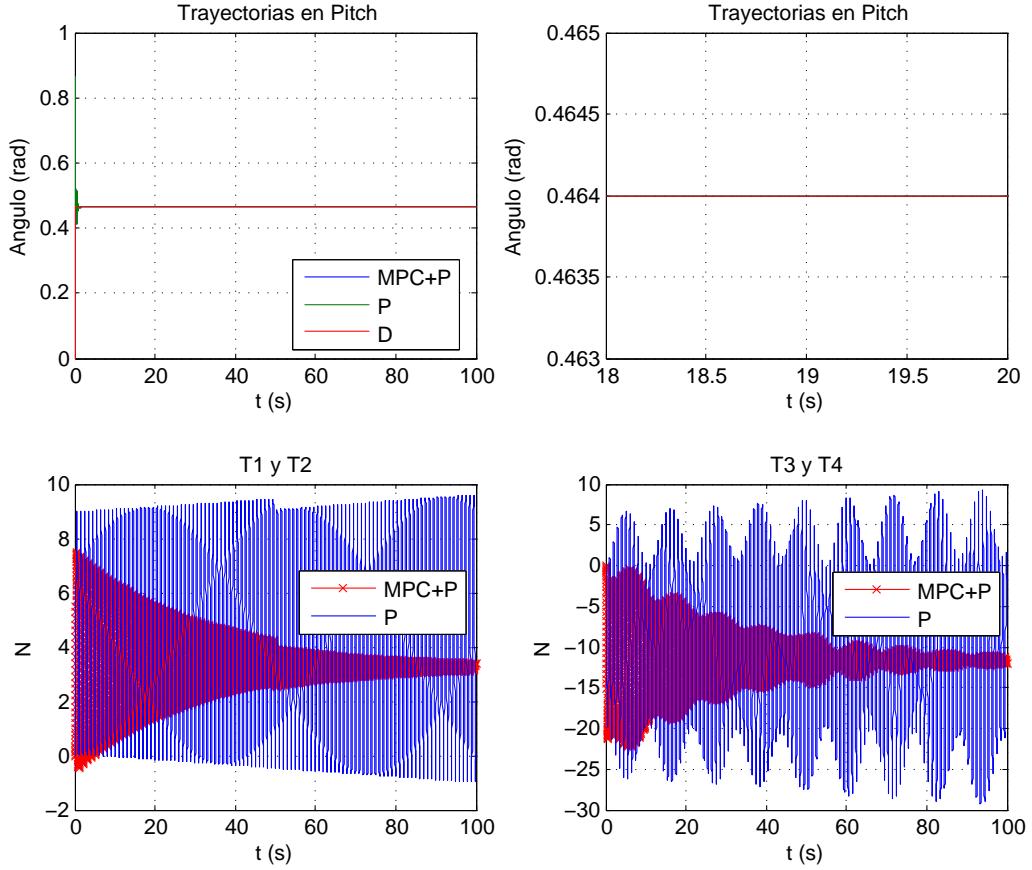


Figura 4.21: Trayectorias en *pitch*: deseadas y realizadas por el PoseiBoT bajo el efecto de los controladores y fuerzas requeridas por los propulsores para realizar la trayectoria deseada en x , z y *pitch*, utilizando el controlador proporcional y predictivo (Escenario 7)

CUADRO 4.19: COMPARACIÓN DEL MSE EN EL DESEMPEÑO DE LOS CONTROLADORES UTILIZADOS EN EL POSEIBOT (ESCENARIO 7)

Controlador	Trayectoria	MSE
Proporcional	x	0.0023
MPC	x	0.0015
Proporcional	z	0.0057
MPC	z	0.0048
Proporcional	<i>Pitch</i>	0.0102
MPC	<i>Pitch</i>	0.0102

En la figura 4.21 se muestran las fuerzas requeridas por cada uno de los propulsores para realizar la trayectoria deseada, utilizando el controlador proporcional y el controlador predictivo.

En el cuadro 4.20 se muestran los valores RMS y los valores pico de las fuerzas requeridas por los propulsores.

CUADRO 4.20: VALORES RMS DE LAS FUERZAS REQUERIDAS Y VALORES PICOS ALCANZADOS POR LOS PROPULSORES (ESCENARIO 7)

Propulsor	RMS utilizando Control Proporcional	RMS utilizando Control Predictivo	Valor Pico utilizando Control Proporcional	Valor Pico utilizando Control Predictivo
T1 y T2	5.6030	3.2658	9.5910	7.5120
T3 y T4	14.6988	11.6538	29.2950	22.2440

Como se observó en las figuras 4.20 y 4.21 y los cuadros 4.19 y 4.20 se llega a una conclusión similar a la obtenida en los escenarios anteriores.

4.4.8. Escenario 8

En el presente escenario se mantiene la trayectoria deseada en x del escenario anterior, en z se cambia por una LSPB doble y en $pitch$ se define como:

$$pitch = \left(\frac{\pi}{6 \arctan 2} \right) \left(\arctan \left(\frac{\frac{dz}{dt}}{\frac{dx}{dt}} \right) \right) = \frac{\pi}{6 \arctan 2} \arctan \left(\frac{dz}{dx} \right)$$

realizándose todas las trayectorias en 100 s.

Los otros grados de libertad se ajustan a cero (como trayectorias deseadas). En la figura 4.22 se muestran las trayectorias en x , z y $pitch$ (D), trayectorias en x , z y $pitch$ (MPC+P) y las trayectorias en x , z y $pitch$ (P).

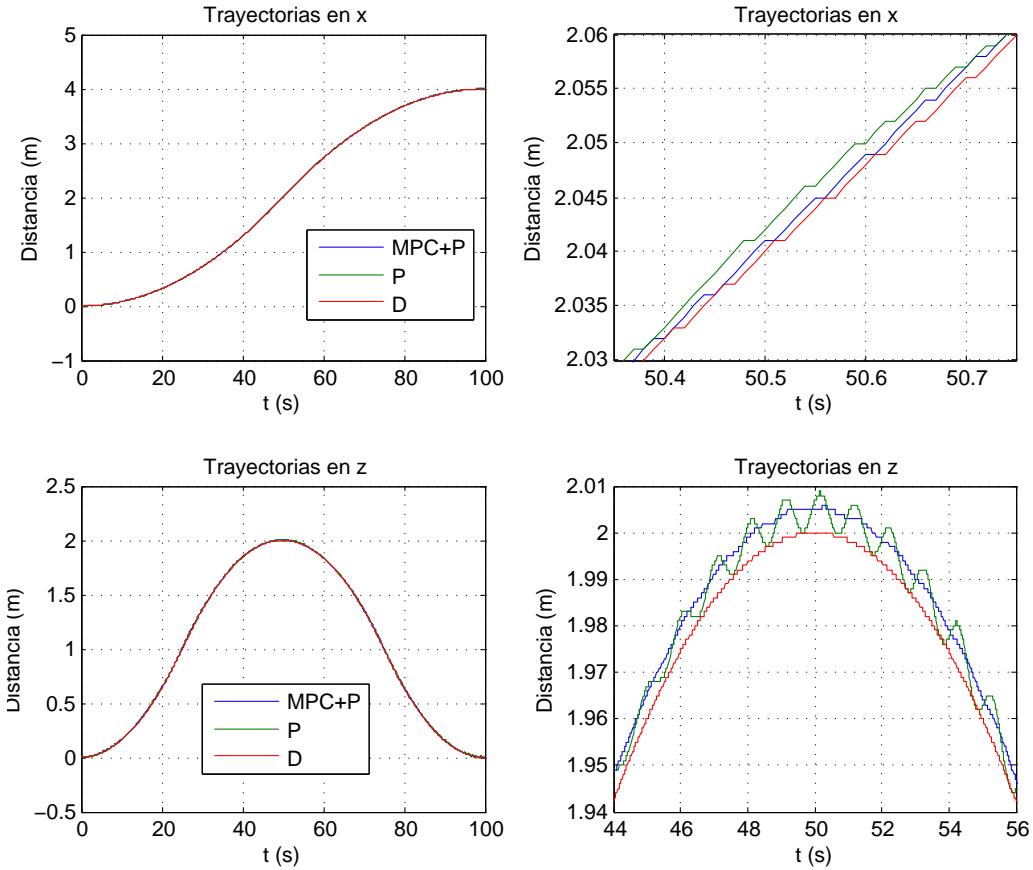


Figura 4.22: Trayectorias en x y z : deseadas y realizadas por el PoseiBoT bajo el efecto de los controladores (Escenario 8)

Haciendo un acercamiento en una zona de interés se tiene la figura 4.22.

El cuadro 4.21 muestra los MSE de las trayectorias realizadas por el PoseiBoT utilizando los controladores vs. trayectoria deseada, comprobándose que el controlador predictivo ofrece mejor desempeño con respecto al proporcional. Es de notar que la variable *pitch* no varió su MSE en cualquiera de los controladores implementados.

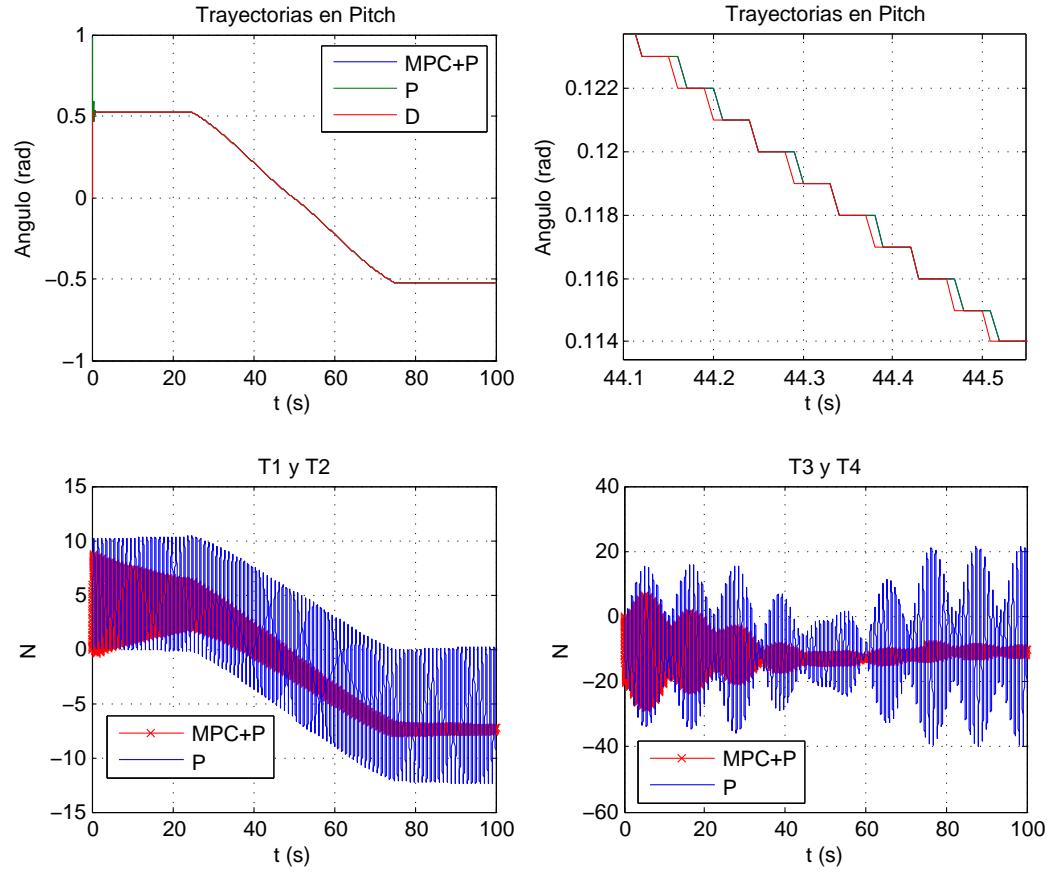


Figura 4.23: Trayectorias en *pitch*: deseadas y realizadas por el PoseiBoT bajo el efecto de los controladores y fuerzas requeridas por los propulsores para realizar la trayectoria deseada en x , z y *pitch*, utilizando el controlador proporcional y predictivo (Escenario 8)

CUADRO 4.21: COMPARACIÓN DEL MSE EN EL DESEMPEÑO DE LOS CONTROLADORES UTILIZADOS EN EL POSEIBOT (ESCENARIO 8)

Controlador	Trayectoria	MSE
Proporcional	x	0.0025
MPC	x	0.0021
Proporcional	z	0.0066
MPC	z	0.0050
Proporcional	<i>Pitch</i>	0.0115
MPC	<i>Pitch</i>	0.0115

En las figura 4.23 se muestran la fuerzas requeridas por cada uno de los propulsores para realizar la trayectoria deseada, utilizando el controlador proporcional y el controlador predictivo.

En el cuadro 4.22 se muestran los valores RMS y los valores pico de las fuerzas requeridas por los propulsores.

CUADRO 4.22: VALORES RMS DE LAS FUERZAS REQUERIDAS Y VALORES PICOS ALCANZADOS POR LOS PROPULSORES (ESCENARIO 8)

Propulsor	RMS utilizando Control Proporcional	RMS utilizando Control Predictivo	Valor Pico utilizando Control Proporcional	Valor Pico utilizando Control Predictivo
T1 y T2	7.3570	7.2320	12.3970	8.6620
T3 y T4	18.3709	11.1643	40.0390	28.1060

Como se observó en las figuras 4.22 y 4.23 y los cuadros 4.21 y 4.22 se llega a una conclusión similar a la obtenida en los escenarios anteriores.

4.4.9. Escenario 9

En el presente escenario se mantiene la trayectoria deseada en x del escenario anterior, $pitch$ se define como una LSPB doble y en z se define como

$$z = \frac{5}{0,92} \int_0^{100} (\tan(pitch(t))) \left(\frac{dx}{dt} \right) dt$$

realizándose todas las trayectorias en 100 s.

Los otros grados de libertad se ajustan a cero (como trayectorias deseadas). En la figura 4.24 se muestran las trayectorias en x , z y $pitch$ (D), trayectorias en x , z y $pitch$ (MPC+P) y las trayectorias en x , z y $pitch$ (P).

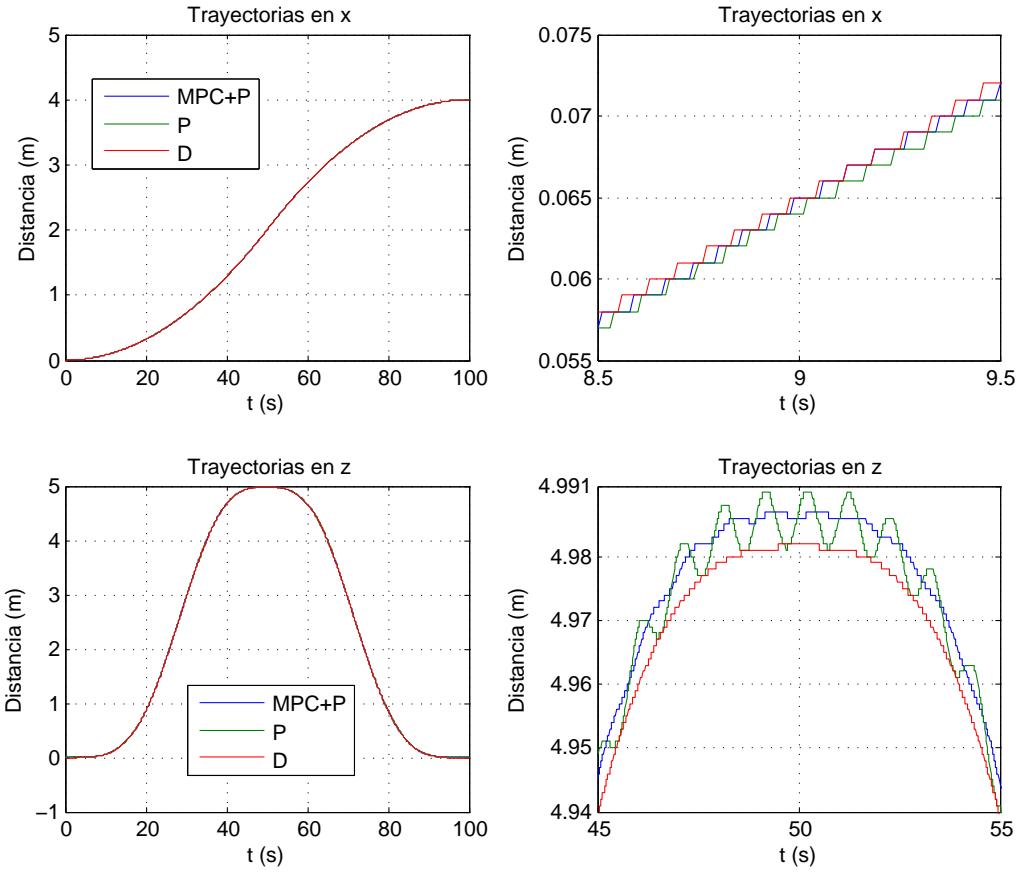


Figura 4.24: Trayectorias en x y z : deseadas y realizadas por el PoseiBoT bajo el efecto de los controladores (Escenario 9)

Haciendo un acercamiento en una zona de interés se tiene la figura 4.24.

El cuadro 4.23 muestra los MSE de las trayectorias realizadas por el PoseiBoT utilizando los controladores vs. trayectoria deseada, donde este caso el controlador predictivo solo ofrece mejor desempeño con respecto al proporcional en la trayectoria z , y en el resto de las trayectorias no (aunque sea por una diferencia muy baja).

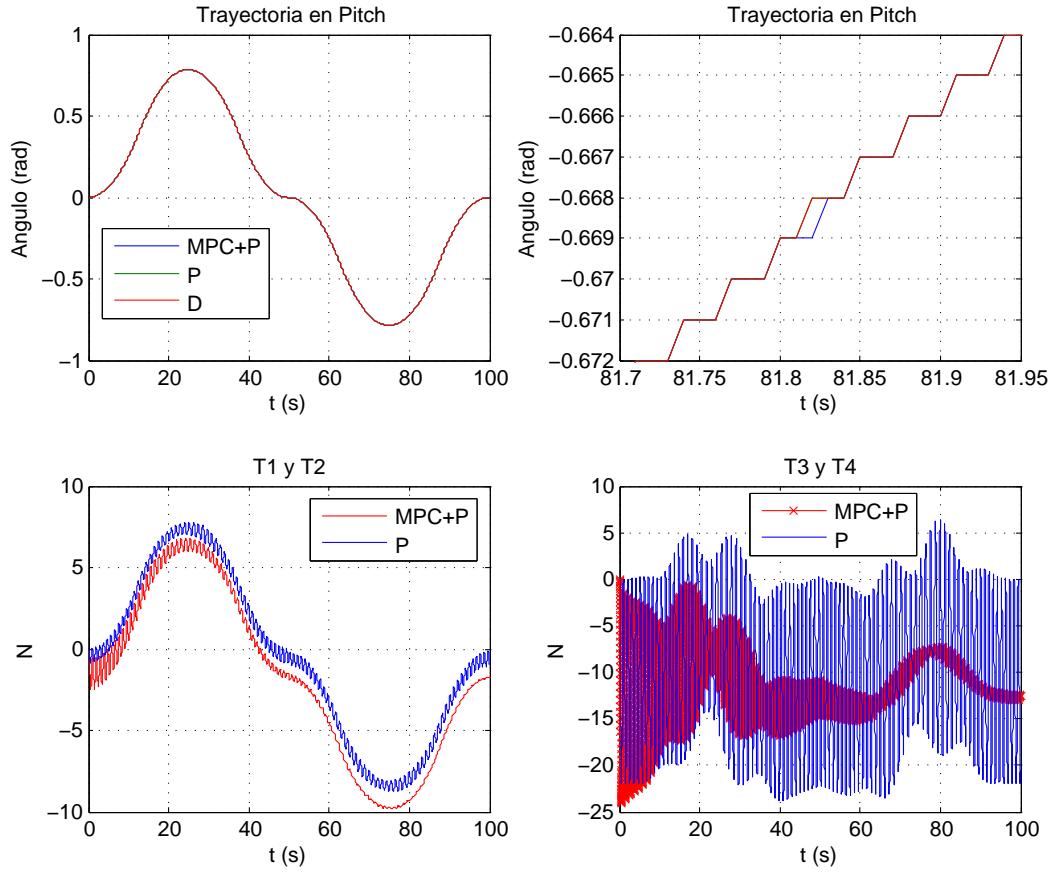


Figura 4.25: Trayectorias en *pitch*: deseadas y realizadas por el PoseiBoT bajo el efecto de los controladores y fuerzas requeridas por los propulsores para realizar la trayectoria deseada en *x*, *z* y *pitch*, utilizando el controlador proporcional y predictivo (Escenario 9)

CUADRO 4.23: COMPARACIÓN DEL MSE EN EL DESEMPEÑO DE LOS CONTROLADORES UTILIZADOS EN EL POSEIBOT (ESCENARIO 9)

Controlador	Trayectoria	MSE
Proporcional	<i>x</i>	0.0021
MPC	<i>x</i>	0.0022
Proporcional	<i>z</i>	0.0051
MPC	<i>z</i>	0.0048
Proporcional	<i>Pitch</i>	$1,4141 \times 10^{-5}$
MPC	<i>Pitch</i>	$1,7320 \times 10^{-5}$

En las figura 4.25 se muestran las fuerzas requeridas por cada uno de los propulsores para realizar la trayectoria deseada, utilizando el controlador proporcional y el controlador predictivo.

En el cuadro 4.24 se muestran los valores RMS y los valores pico de las fuerzas requeridas por los propulsores.

CUADRO 4.24: VALORES RMS DE LAS FUERZAS REQUERIDAS Y VALORES PICOS ALCANZADOS POR LOS PROPULSORES (ESCENARIO 9)

Propulsor	RMS utilizando Control Proporcional	RMS utilizando Control Predictivo	Valor Pico utilizando Control Proporcional	Valor Pico utilizando Control Predictivo
T1 y T2	6.1889	7.3642	8.7750	9.8330
T3 y T4	11.7962	10.5631	23.8160	24.0430

El controlador predictivo solo obtuvo un mejor desempeño para la trayectoria en z (tal como se puede observar en las figura 4.24 y en el cuadro 4.23). En las trayectorias en x y $pitch$ pasa lo contrario, aunque las fuerzas requeridas por los propulsores (calculados por los controladores) sea mas adecuada con respecto al proporcional debido al ruido de integración y a la suavidad de la curva, además que el grado de mejoría fue bastante pequeño.

4.4.10. Escenario 10

En el presente escenario se mantiene la trayectoria deseada en x del escenario anterior, en z es una trayectoria LSPB y $pitch$ se cambia por un trapecio isósceles de amplitud $\frac{\pi}{4}$ rad, partiendo desde 0 rad, realizándose todas las trayectorias en 100 s.

Los otros grados de libertad se ajustan a cero (como trayectorias deseadas). En la figura 4.26 se muestran las trayectorias en x , z y $pitch$ (D), trayectorias en x , z y $pitch$ (MPC+P) y las trayectorias en x , z y $pitch$ (P).

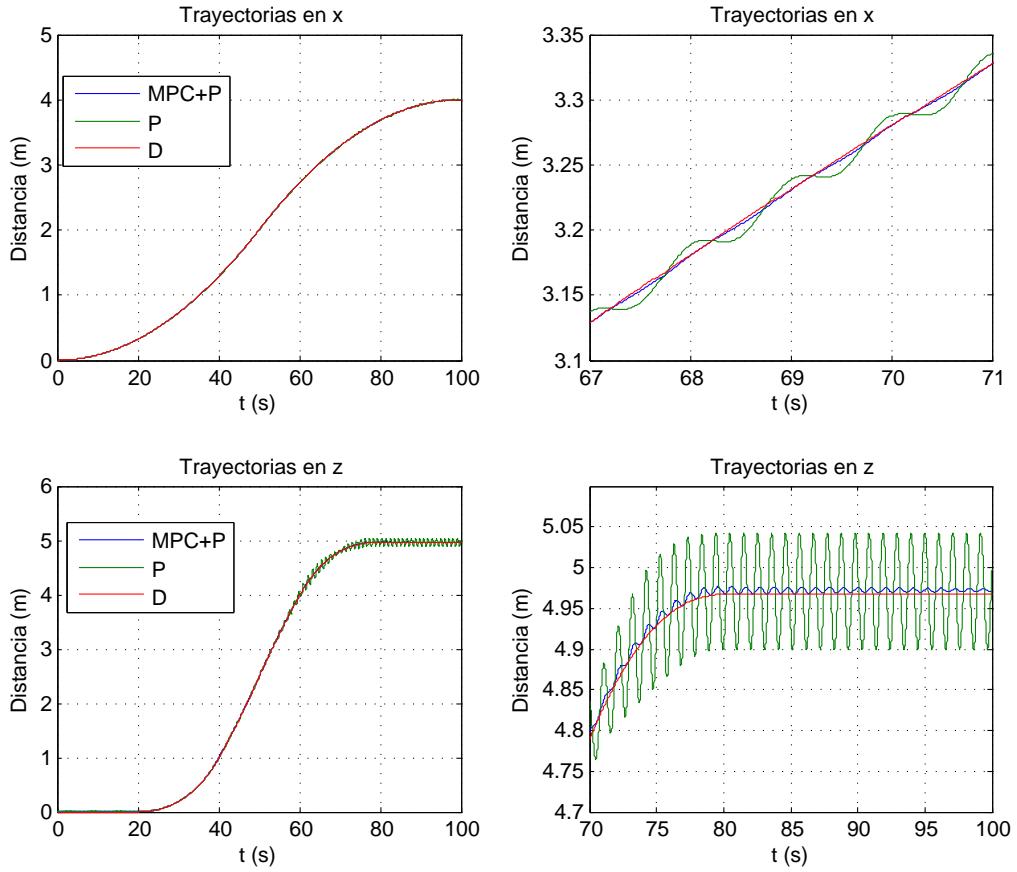


Figura 4.26: Trayectorias en x y z : deseadas y realizadas por el PoseiBoT bajo el efecto de los controladores (Escenario 10)

Haciendo un acercamiento en una zona de interés se tiene la figura 4.26.

El cuadro 4.25 muestra los MSE de las trayectorias realizadas por el PoseiBoT utilizando los controladores vs. trayectoria deseada, donde este caso el controlador predictivo ofrece mejor desempeño con respecto al proporcional en las trayectorias definidas x , z y $pitch$.

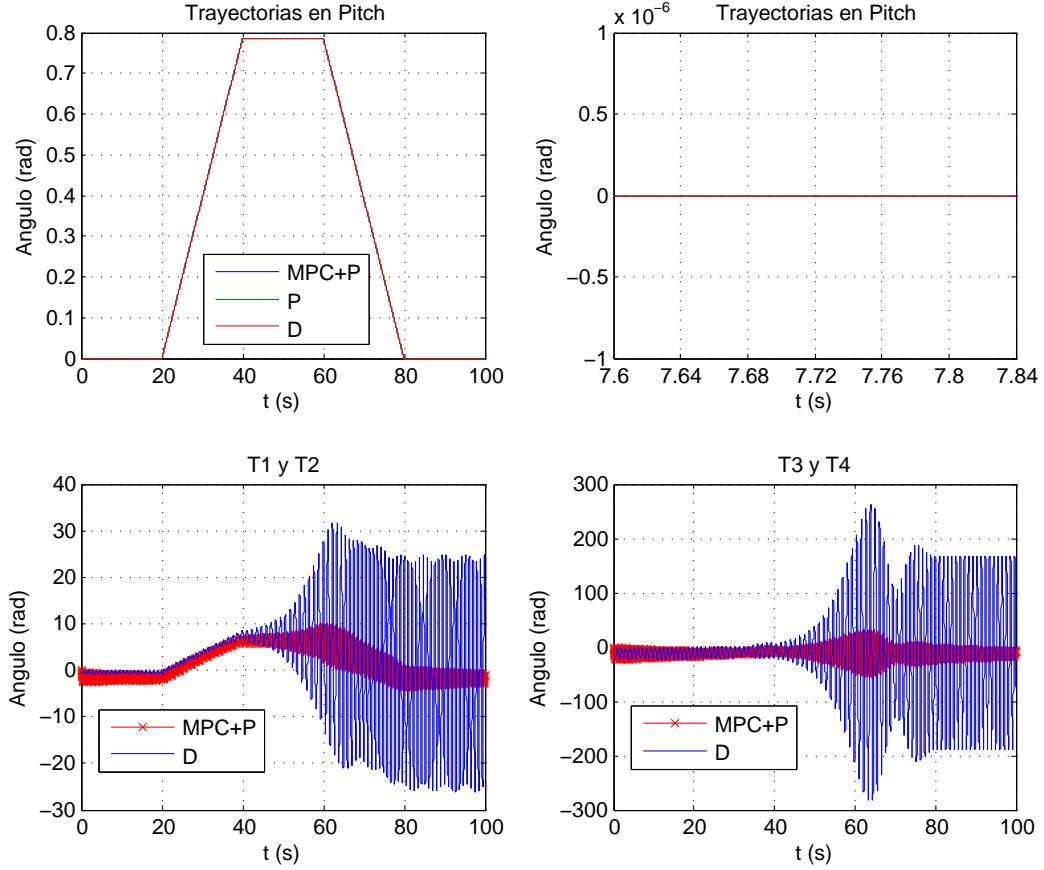


Figura 4.27: Trayectorias en *pitch*: deseadas y realizadas por el PoseiBoT bajo el efecto de los controladores y fuerzas requeridas por los propulsores para realizar la trayectoria deseada en x , z y $pitch$, utilizando el controlador proporcional y predictivo (Escenario 10)

CUADRO 4.25: COMPARACIÓN DEL MSE EN EL DESEMPEÑO DE LOS CONTROLADORES UTILIZADOS EN EL POSEIBOT (ESCENARIO 10)

Controlador	Trayectoria	MSE
Proporcional	x	0.0048
MPC	x	0.0016
Proporcional	z	0.0361
MPC	z	0.0061
Proporcional	<i>Pitch</i>	4.7956×10^{-5}
MPC	<i>Pitch</i>	3.7415×10^{-5}

En las figura 4.27 se muestran las fuerzas requeridas por cada uno de los propulsores para realizar la trayectoria deseada, utilizando el controlador proporcional y el controlador predictivo.

En el cuadro 4.26 se muestran los valores RMS y los valores pico de las fuerzas requeridas por los propulsores.

CUADRO 4.26: VALORES RMS DE LAS FUERZAS REQUERIDAS Y VALORES PICOS ALCANZADOS POR LOS PROPULSORES (ESCENARIO 10)

Propulsor	RMS utilizando Control Proporcional	RMS utilizando Control Predictivo	Valor Pico utilizando Control Proporcional	Valor Pico utilizando Control Predictivo
T1 y T2	12.2789	2.3145	31.6890	9.2850
T3 y T4	124.6485	15.3183	281.7800	48.9570

El controlador predictivo tuvo un mejor desempeño, tal como se puede observar en las figuras 4.26 y 4.27 y en los cuadros 4.25 y 4.26.

4.5. Conclusiones

Para la implementación del control predictivo se vio la necesidad de realizar un proceso de modelado en CAD en Pro Engineer, a fin de determinar el Tensor de Inercia y el CG de los motores. Luego se obtuvo la matriz de mapeo entre las fuerzas y torques (6 DOF) referentes al modelo dinámico y los propulsores reales del robot submarino (4 DOF). Así mismo, se expuso que la aproximación del PoseiBoT a un elipsoide achataido no es tan erróneo, con el propósito de computar los coeficientes de masa añadida. El modelado LIT fue necesario para calcular deltas de fuerzas de control óptimos/predictivos generados por el controlador predictivo, para ser sumados a la fuerza de control real (simulada en nuestro caso) y conseguir una fuerza de control óptima/predictiva que se envía al PoseiBoT. En nuestro caso fue simulado y se obtuvieron excelentes resultados, mostrados a lo largo de los diez escenarios del presente capítulo. También se probó el desempeño del controlador predictivo incorporando la variable *pitch*, donde al no estar considerado en el modelo LIT no sufrió una mejoría notable. No obstante, fue introducida en el modelo dinámico, donde en muchos modelados se considera igual a cero.

El control predictivo ofrece mejores prestaciones en la disminución del error de seguimiento como en el esfuerzo de control respecto al controlador proporcional (a excepción del escenario 9 en la trayectoria *z*). También presenta mejor desempeño en presencia de señales con alto nivel de ruido. De la misma manera, las trayectorias que poseen líneas rectas son mucho más exigentes con respecto a las trayectorias que son curvilíneas.

En el cuadro 4.27 se muestran los porcentajes de reducción de los valores picos y de las señales que van hacia los propulsores por cada escenario.

CUADRO 4.27: INDICADORES DE DESEMPEÑO DE LOS CONTROLADORES EN TODOS LOS ESCENARIOS

Indicador / Escenario	% reducción del valor pico de T1-T2 con MPC+P	% reducción del valor pico de T3-T4 con MPC+P	% reducción de la señal T1-T2 con MPC+P	% reducción de la señal T3-T4 con MPC+P
Escenario 1	33.6354	16.4629	44.67	-10.11
Escenario 2	33.0199	26.5576	44.39	3.1
Escenario 2 con Ruido	1.2102	1.023	68.03	59.27
Escenario 3	26.0868	26.6097	33.59	41.50
Escenario 3 con Ruido	47.3522	55.3515	52.13	53.28
Escenario 4	23.5438	49.6562	53.23	55.32
Escenario 5	63.8219	67.7256	67.53	70.51
Escenario 6	60.4430	50.5671	64.65	63.02
Escenario 7	21.6766	24.0690	25.34	-0.0005183
Escenario 8	30.1283	29.8034	9.10	12.56
Escenario 9	-12.0570	-0.9531	-8.72	-11.53
Escenario 10	70.6996	82.6258	64.09	78.81
Total (promediado)	30.2967	35.7916	43.1692	34.6441

En el caso de que se obtuvo mejor prestación el controlador proporcional (escenario 9 en la trayectoria z) es debido a que las trayectorias de este escenario son totalmente curvilíneas y no demanda mucho esfuerzo del sistema de control, sin embargo, si se ajustan la matrices \mathbb{Q} , \mathbb{R} y \mathbb{N} (aumentando su valor) y/o se aumenta la exigencia en el *set-point* (deltas sean aún más cercanas a 0) se obtiene un mejor desempeño con el control predictivo. Sin embargo, no se documentó debido a que la intención es comparar el desempeño utilizando la misma configuración del controlador proporcional: K_P ($x, y, z, pitch, roll$ y yaw) como del controlador predictivo: $\mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{N}, t_j$ y p_j en todos los escenarios.

Capítulo 5

Validación

Capítulo 6

Conclusiones, Recomendaciones y Trabajo Futuro

6.1. Conclusiones

Se resume los resultados obtenidos a lo largo de la presente disertación. En muchas aplicaciones prácticas el modelado cinemático y dinámico de un robot submarino es obviado debido a su alta complejidad (ardua implementación, no-linealidad, sistema MIMO), trayendo como consecuencia que no se pueda realizar un control efectivo y que el robot sea vulnerable ante la presencia de perturbaciones y/o ruido. Por ende, implementar el modelado cinemático y el modelo dinámico resulta bastante útil para controlar el robot submarino.

Al realizarse el modelado cinemático y dinámico se vio la necesidad de obtener los parámetros relacionados a la inercia, centro de gravedad, centro de flotación, masa añadida y amortiguamiento. El enfoque práctico dictamina que debe realizarse pruebas en estático y en dinámico para obtener los parámetros anteriormente mencionados. Sin embargo, se tendría que efectuar un numero elevado de pruebas y aumentar la incertidumbre de los parámetros estimados, ya que bajo otras condiciones de operación del robot submarino estos puedan variar (ejemplo: la matriz de coriolis y la matriz de amortiguamiento). Al realizarse un modelo riguroso se elimina la cantidad de pruebas a realizarse (se determinó el tensor de inercia y centro de gravedad) y a través de un modelo aproximado se estimó los coeficientes relacionados a la masa añadida. Dadas las condiciones de operación del PoseiBoT (baja velocidad, baja profundidad y poca presencia de ondas de deriva) se considera que el PoseiBoT tiene coeficientes de amortiguamiento muy bajos.

La implementación de una manera estándar de la dinámica contempla la incorporación de un control clásico (PID), pero se sabe que utilizar una estrategia de control avanzado (en este caso predictivo) mejora sustancialmente el desempeño del sistema a controlar -PoseiBoT-, disminuyendo el error de seguimiento de las referencias y el esfuerzo de control de los propulsores (reducción del 30 % del valor pico de los propulsores y reducción del 34 % de la señal de los propulsores). Aunado a esto, el control predictivo implementado en la presente disertación no es el clásico, sino que esta basado en penalidades en la

función de costo, siendo atractivo debido a que los movimientos del robot submarino son rápidos (alrededor de los segundos) y permite implementarlo en sistemas que demanden determinismo (tiempo real). Además, esta es la primera prueba sobre un sistema real no-Lineal de la estrategia de control utilizada en el presente trabajo de grado, donde se obtuvieron excelentes resultados.

6.2. Recomendaciones y Trabajo Futuro

- Determinar rigurosamente los coeficientes de masa añadida, amortiguamiento y el centro de flotación. Se puede emplear métodos de elementos finitos para determinar los coeficientes de amortiguamiento, así como utilizar la teoría de cintas (*Strip Theory*) para el cálculo de los coeficientes de masa añadida. Se puede validar y realizar un ajuste fino de los coeficientes utilizando técnicas de identificación de sistemas.
- Utilizar otras técnicas de modelado cinemático y dinámico, con la finalidad de encontrar el mejor par que reduzca el tiempo de cómputo y mayor facilidad de implementación en un dispositivo de tiempo real.
- Realizar un modelado LIT mas general, contemplando mas DOF que el x y z . Aunque luego se haya incluido el *pitch* no se vio mejorado sensiblemente debido a que no fue incluido en el modelado.
- Probar otras estrategias de control avanzado (robusto, predictivo + robusto y difuso) que pueda compensar las variaciones de los parámetros. También se sugiere probar las estrategias de control que están basadas en la cinemática y dinámica de un robot submarino.
- Incorporar en el función objetivo del control predictivo una penalización de para tiempos bajos de establecimiento.
- Incorporar dentro del modelado no-lineal y el control la dinámica de los actuadores, para obtener así un modelo más completo respecto al desarrollado en el presente trabajo de grado.
- Para futuros trabajos de robots submarinos establecer una estrategia de diseño que contemple la disminución de los efectos hidrodinámicos en el mismo. Se han realizado estudios de incorporar algoritmos en el sistema de control que minimiza tales efectos.
- Migrar el PoseiBoT a un esquema dual (ROV y AUV) para probar: autonomía, esquemas de navegación y estrategias de control, en aras de lograr el mejor desempeño posible.
- Proveer al PoseiBoT de instrumentación según el estado de arte, efectividad en la medida y mínimo costo, midiendo distancia/ángulo, velocidad y aceleración en posición y orientación, con la finalidad de evaluar el desempeño del robot e incorporación de dichas variables al sistema de control (obteniendo un control más ajustado a la

realidad). De la misma forma añadir manipuladores al robot, abriendo un campo de investigación extenso y muy demandado en la actualidad.

Bibliografía

- [1] ANTONELLI G. *Underwater Robots: Motion and Force Control of Vehicle-Manipulator Systems* [en línea]. Springer Tracts in Advanced Robotics ed. 2, [Berlín, Alemania]: 2006.
- [2] INZARTSEV A. *Underwater Vehicles* [en línea]. In-tech ed.1, [Croacia] : 2009.
- [3] BOZZO G.M., MADDALENA D., y TERRIBILE A. *Laboratory and Sea Tests of the Supervisory Controlled Underwater Telemanipulation System* [en línea]. IEEE International Conference on Robotics and Automation [California, Estados Unidos]: 1991.
- [4] CAFFAZ A., CAITI A., CASALINO G. y TURETTA A. *The Hybryd Glider/AUV Folaga*. IEEE Robotics & Automation Magazine: 2010.
- [5] TERRIBILE A., PRENDIN W. y LANZA R. *An innovative Electromechanical Underwater Telemanipulator - Present Status and Future Development*. [en línea]. MTS/IEEE Techno-Ocean '94, : 1994.
- [6] YUH J. *Development in Underwater Robotics*. [en línea]. IEEE International Conference on Robotics and Automation [Nagoya, Japón]: 1995.
- [7] YUH J. *Underwater Robotics*. [en línea]. Proceedings of the 2000 IEEE International Conference on Robotics & Automation [California, Estados Unidos]: 2000.
- [8] CABRERA M.E y RUELLA C. *Diseño y construcción de un sistema de instrumentación y control para la plataforma robótica PoseiBoT*. Tutor: Gerardo Fernández. Universidad Simón Bolívar, Departamento de Electrónica y Circuitos, 2008.
- [9] RUCELLA C., GUZMAN V., FERMIN L. y FERNÁNDEZ-LÓPEZ G. *State of Charge Estimator using Neuro-Fuzzy Logic*. 9th International Conference on Artificial Intelligence and Soft Computing - ICAISC. [Zakopane, Polonia]: 2008.
- [10] ALVES R., RUCELLA C., CABRERA M.E, FERMIN L., CAPPELLETTO J., DIAZ M., GRIECO J.C, FERNANDEZ-LOPEZ G y ARMADA, M. *Communication System for the Underwater Platform PoseiBoT*. 12th International Conference on Climbing and Walking Robots and the support technologies for mobile machines - CLAWAR. [Istambul, Turquía]: 2009.

- [11] BARRIENTOS A. y PEÑIN L. *Fundamentos de Robótica*. Mc-Graw Hill ed. 1, [Madrid, España]: 1996.
- [12] SICILIANO B., SCIAVICCO L., VILLANI L. y ORIOLO G. *Robotics: Modelling, Planning and Control*. [en línea] Springer. Advanced Textbooks in Control and Signal Processing. ed. 1, [Napoles y Roma, Italia]: 2009
- [13] SPONG M., HUTCHINSON S. y VIDYASAGAR M. (2005). *Robot Modeling and Control*. [en línea] John Wiley & Sons. ed. 1, [Illinois, Estados Unidos]: 2006
- [14] CORKE P. *A Robotics Toolbox for MATLAB*. [en línea]. IEEE Robotics & Automation Magazine: 1996
- [15] NUKULWUTHIOPAS W., LAOWATTANA S. y MANEEWARN T. *Dynamic Modeling of a One-wheel Robot by Using Kane's method*. [en línea] IEEE ICIT'02, [Bangkok, Tailandia]: 2002.
- [16] ARDENA M. *Analytical Dynamics*. [en línea] Kluwer Academic / Plenum Publishers, [Nueva York, Estados Unidos]: 2005.
- [17] SHARIFI M., MAHALINGAM S. y DWIVEDI S. *Derivation of Kane's dynamical equations for a three link (3R) manipulator*. [en línea] Proceedings of the Twentieth Southeastern Symposium on System Theory: 1988.
- [18] CAMACHO E. y BORDONS C. *Model Predictive Control*. [en línea]. Springer-Verlag. [Sevilla, España]: 1999.
- [19] DUNIA R. y FERNÁNDEZ G. *MPC with Conditional Penalty Cost*. IECON 2009 “The 35th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society” [Porto, Portugal]: 2009.
- [20] FOSSEN T. *Guidance and Control of Ocean Vehicles*. John Wiley & Sons Ltd. [Noruega]: 1994.
- [21] BILO D. y NACHTIGALL W. *A Simple Method to Determine Drag Coefficients in Aquatic Animals*. Journal of Experimental Biology. [Alemania]: 1980.
- [22] RIDAO P., BATLLE J. y CARRERAS M. *Model Identification of a Low-Speed UUV with on-board sensors*. In IFAC conference CAMS'2001, Control Applications in Marine Systems. [Escocia]: 2001.
- [23] RIDAO P., TIANO A., EL-FAKDI A., CARRERAS M. y ZIRILLI A. *On the identification of non-linear models of unmanned underwater vehicles*. In Control Engineering Practice. [España]: 2004.
- [24] RENTSCHLER M. *Dynamic Simulation Modeling and Control of the Odyssey III Autonomous Underwater Vehicle*. Tutor: Chryssostomos Chryssostomidis. Massachusetts Institute of Technology, 2003.

- [25] NOMOTO M. y HATTORI M. *A Deep ROV "DOLPHIN 3K": Design and Performance Analysis.* IEEE Journal of Oceanic Engineering, Vol. OE-11, No. 3: 1986.
- [26] GONZALEZ L.A. *Design, Modelling and Control of an Autonomous Underwater Vehicle.* Tutor: Thomas Bräunl. University of Western Australia, School of Electrical, Electronic and Computer Engineering, 2004.
- [27] RESNICK R., HALLIDAY D. y KRANE K. *Physics.* John Wiley & Sons Ltd. [Estados Unidos]: 2001.
- [28] CRAIG J. *Introduction to Robotics: Mechanics and Control.* Addison Wesley Longman ed. 2. [Estados Unidos]: 1989.
- [29] YUH J. *Modeling and Control of Underwater Robotic Vehicles.* [en línea]. IEEE Transactions on Systems, Man, And Cybernetics. Vol 20, No.6: 1990.
- [30] SCHJØLBERG I. y FOSSEN T.I. *Modelling and Control of Underwater Vehicle-Manipulator Systems.* [en linea]. “3rd Conference on Marine Craft Manoeuvring and Control” [Southampton, United Kingdom]: 1994.
- [31] INDIVERI G. *Modelling and Identification of Underwater Robotic Systems.* Tutor: Giuseppe Casalino. University of Genova, Department of Communications, Computer and Systems Science, 1998.
- [32] CHEN C. *Linear System Theory and Design.* The Oxford Series in Electrical and Computer Engineering. [Estados Unidos]: 1999.
- [33] ANDERSON J. *Fundamentals of Aerodynamics.* McGraw-Hill Series in Aeronautical and Aerospace Engineering. [Estados Unidos]: 2001.
- [34] MORARI M. y LEE J.H. *Model Predictive Control: Past, Present and Future.* 6th International on Process Systems Engineering. [Noruega]: 1997.
- [35] RICKER N. *Model Predictive Control with State Estimation.* Industrial & Engineering Chemistry Research. Vol. 29, pp 374-382, 1990.
- [36] RICKER N. *Use of Quadratic Programming for Constrained Internal Model Control.* Industrial & Engineering Chemistry Process Design and Development. Vol. 24, pp 925-936, 1985.
- [37] MAYNE D.Q., RAWLINGS J.B., RAO C.V. y SCOKAERT P.O.M. *Constrained model predictive control: Stability and Optimality.* Automatica. Vol. 36, pp 789-814, 2000.
- [38] SHEN W., CHEN X. y CORRIOU J.P. *Application of model predictive control to the BSM1 benchmark of wastewater treatment process.* Computers and Chemical Engineering. Vol. 32, pp 2849-2856, 2008.

- [39] LI S.Y, ZOU T. y YANG, Y. *Finding the fuzzy satisfying solutions to constrained optimal control systems and application to robot path planning.* International Journal of General Systems, Vol. 33:2, pp. 321-337, 2004.
- [40] WANG W., RIVERA D. y KEMPF K. *Model Predictive Control Strategies for Supply Chain Management in Semiconductor Manufacturing.* International Journal of Production Economics. Vol 107: pp. 56-77, 2007.
- [41] MUSKE K. R. y BADGWELL T. A. *Disturbance Modelling for Offset-Free Linear Model Predictive Control.* Journal of Process Control 12: pp. 617-632, 2002.
- [42] QIN S. y BADGWELL T.A. *A Survey of Industrial Model Predictive Control Technology.* Control Engineering Practice 11: pp. 733-764, 2003.
- [43] LING K. y MACIEJOWSKI J.M. *A FPGA Implementation of Model Predictive Control.* American Control Conference, 2006.
- [44] ABU-AYYAD M. y DUBAY R. *Real Time Comparison of a Number of Predictive Controllers.* ISA Transactions 46: pp. 411- 418, 2007.
- [45] PANNOCHIA G., RAWLINGS J. y WRIGHT S. *Fast, Large-Scale Model Predictive Control By Partial Enumeration.* Automatica 43: pp. 852-860, 2007.
- [46] BLERIS L., VOUZIS P. y KOTHARE M. *A Coprocessor FPGA Platform for the Implementation of Real Time Model Predictive Control.* American Control Conference: 2006.
- [47] BLERIS L., VOUZIS P., ARNOLD M. y KOTHARE M. *A Custom Made Algorithmic Specific Processor for Model Predictive Control.* International Symposium of Industrial Electronics, 2006.
- [48] WILLIS A. y HEATH W. *Barrier Function Based Model Predictive Control.* Automatica 40: pp. 1415-1422, 2004.
- [49] BALBIS L., KATEBI R. y DUNIA R. *Graphical Based Predictive Control Design.* Proceedings of the IEEE Conference on Control Applications, 2005.
- [50] WILLIS A. y HEATH W. *Application of Barrier Function Based Model Predictive Control to an Edible Oil Refining Process.* Journal of Process Control 15: pp. 183-200, 2005.
- [51] BEMPORAD A. y DE LA PEÑA D. M. *Multiobjective Model Predictive Control,* Automatica 45: pp. 2823-2830, 2009.
- [52] KERRIGAN E. y MACIEJOWSKI J.M. *Soft Constraints and Exact Penalty Functions in Model Predictive.* Department of Engineering, University Of Cambridge, 2000.
- [53] KOUVARITAKIS B., LI S. y CANNON M. *A line search improvement of efficient MPC.* Automatica 46: pp. 1920-1924, 2010.

- [54] MACIEJOWSKI J.M. *Predictive Control with Constraints*. Prentice Hall. [Estados Unidos]: 2000.
- [55] ISIYEL K. *Autopilot Design and Guidance Control of Ulisar UUV*. Tutor: M. Kemal Leblebicioglu. Middle East Technical University, Electrical and Electronics Engineering Department, 2007.