

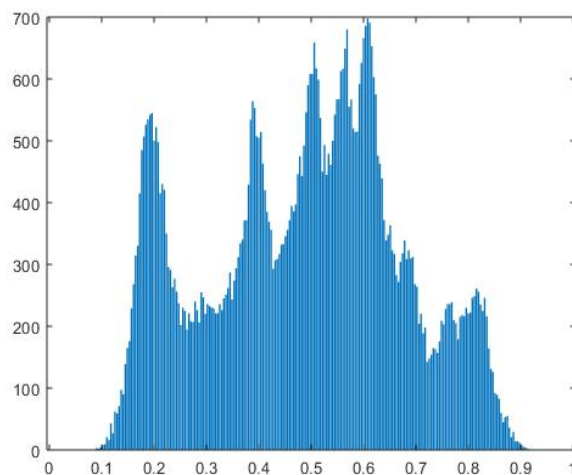
Ψηφιακή Επεξεργασία Εικόνας

Αναφορά Εργασίας 1

Μαστραλέξη Χριστίνα Μαρία (9284)

Εισαγωγή

Σκοπός της παρούσας εργασίας είναι η επεξεργασία εικόνας με στόχο την τροποποίηση του ιστογράμμά της. Η φόρτωση της εικόνας “lena.bmp” έγινε με τις εντολές που δόθηκαν στην εκφώνηση. Η αρχική αυτή εικόνα είναι RGB και αποτελείται από 256x256 pixels (μέγεθος 256x256x3), επομένως χρειάστηκε η μετατροπή της σε grayscale και η κανονικοποίηση της ώστε οι τιμές φωτεινότητας της να βρίσκονται στο διάστημα 0 έως 1. Αυτή η μορφή της εικόνας είναι και η μορφή που θα χρησιμοποιείται σε κάθε επεξεργασία που γίνεται από εδώ και πέρα, εφόσον η επεξεργασία αφορά μονοχρωματική εικόνα. Έπειτα, η δημιουργία του ιστογράμματος της φωτεινότητας έγινε επίσης με τις εντολές που δόθηκαν στην εκφώνηση.



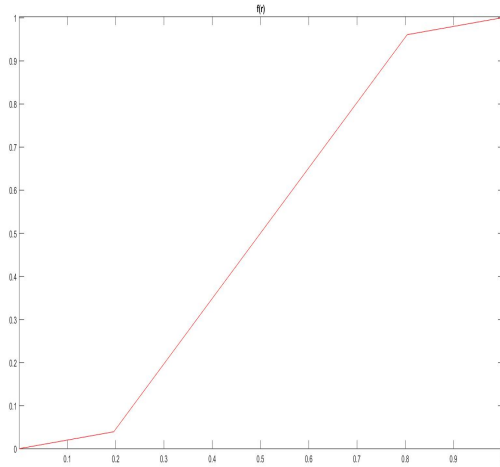
Εικόνα 1: Η grayscale εικόνα και το ιστόγραμμα της

Το πρώτο ζητούμενο είναι ο σημειακός μετασχηματισμός συγκεκριμένης μορφής της εικόνας, ενώ το δεύτερο αφορά τον μετασχηματισμό του ιστογράμματος. Ακολουθούν τα 2 ζητούμενα με τα συμπεράσματά τους αναλυτικότερα.

1. Σημειακός Μετασχηματισμός

Στην πρώτη ενότητα χρειαζόταν να κατασκευαστεί η συνάρτηση $Y = pointtransform(X, x1, y1, x2, y2)$, η οποία θα λαμβάνει ως είσοδο μία μονοχρωματική εικόνα X και θα την μετασχηματίζει σημειακά στην εικόνα Y . Τα $(x1, y1)$ και $(x2, y2)$ είναι δύο σημεία της καμπύλης, με βάση την οποία θα γίνει ο μετασχηματισμός, στα οποία η μορφή της συνάρτησης πολλαπλού τύπου αλλάζει. Συγκεκριμένα, στον αλγόριθμο που κατασκευάστηκε για τη συνάρτηση, έχει δημιουργηθεί ένας πίνακας f , ο οποίος λειτουργεί σαν ένας πίνακας αναζήτησης, που παίρνει τιμές τέτοιες ώστε να προσομοιώνει την έξοδο για κάποια τιμή της εισόδου. Για να πάρω την τελική τιμή, πολλαπλασιάζω την X με 255 ώστε να έχω τιμές στο διάστημα 0-255. Κάνω floor την τιμή αυτή ώστε να καταλήξω σε έναν ακέραιο και προσθέτω την τιμή 1 ώστε να καταλήξω σε τιμές 1-256, εφόσον οι πίνακες του matlab ξεκινούν την αρίθμηση από το 1. Βρίσκω, επομένως, την αντίστοιχη τιμή στον πίνακα f και η τιμή αυτή αποδίδεται στην έξοδο Y . Με τον τρόπο αυτό εμφανίζεται η τελική μορφή της εικόνας.

Σημείωση: Σχετικά με τον αλγόριθμο, η υλοποίηση μπορούσε να γίνει και με ένα διπλό for loop και απλή ανάθεση τιμών στα pixels. Όμως, παρόλο που το αποτέλεσμα θα ήταν ίδιο, ο χρόνος εκτέλεσης θα ήταν πολλαπλάσιος. (α) Στην πρώτη περίπτωση οι τιμές είναι οι εξής $[x1, y1, x2, y2] = [0.1961, 0.0392, 0.8039, 0.9608]$. Το διάγραμμα την συνάρτησης σύμφωνα με την οποία έγινε αυτός ο μετασχηματισμός δίνεται στην Εικόνα 2(α).



(α)

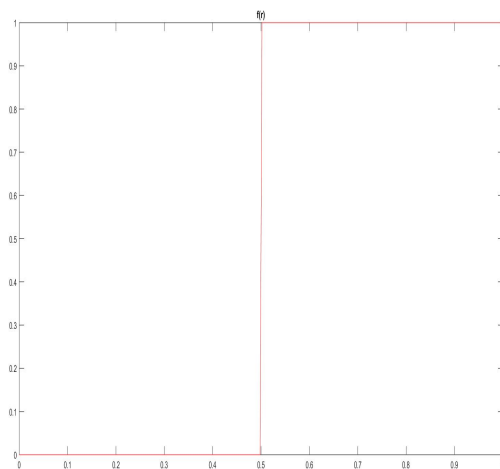


(β)

Εικόνα 2: (α) Η $f(r)$ για τον σημειακό μετασχηματισμό της περίπτωσης 1 (β) Η μετασχηματισμένη εικόνα

Έχοντας πλέον το διάγραμμα της συνάρτησης αλλά και την τελική εικόνα παρατηρούμε contrast stretching. Δηλαδή, ο μετασχηματισμός αυτός ήταν μια προσπάθεια βελτίωσης του contrast της εικόνας "απλώνοντας" τις τιμές φωτεινότητας σε μεγαλύτερο εύρος. Όντως, αυτό επιβεβαιώνεται και οπτικά παρατηρώντας ότι στην εικόνα τα σκούρα σημεία έγιναν πιο σκούρα και τα φωτεινά έγιναν πιο φωτεινά. Αυτό οφείλεται στη μικρή κλίση που έχει η συνάρτηση πριν το x_1 , δηλαδή οι ήδη χαμηλές τιμές φωτεινότητας γίνονται πιο χαμηλές στην έξοδο, και μετά το x_2 , δηλαδή οι υψηλές τιμές φωτεινότητας έγιναν πιο υψηλές στην έξοδο.

(β) Στη δεύτερη περίπτωση πρέπει να επιλεγθούν τιμές παραμέτρων τέτοιες ώστε η εικόνα εξόδου να είναι ασπρόμαυρη και καταφλιωμένη στην τιμή φωτεινότητας 0.5. Αυτό σημαίνει ότι τιμές μικρότερες του 0.5 θα γίνουν 0 στην τελική έξοδο, δηλαδή μαύρο, ενώ τιμές μεγαλύτερες του 0.5 θα γίνουν 1, δηλαδή άσπρο. Επιλέγονται επομένως $x_1=0.5, y_1=0$ και $x_2=0.5, y_2=1$. Το διάγραμμα της συνάρτησης σύμφωνα με την οποία έγινε αυτός ο μετασχηματισμός και η τελική εικόνα προέκυψαν όπως φαίνεται στην Εικόνα 3.



(α)



(β)

Εικόνα 3: (α) Η $f(r)$ για τον σημειακό μετασχηματισμό της περίπτωσης 2 (β) Η μετασχηματισμένη εικόνα

2. Μετασχηματισμοί Ιστογράμματος

2.1 Μετασχηματισμός με βάση το ιστόγραμμα

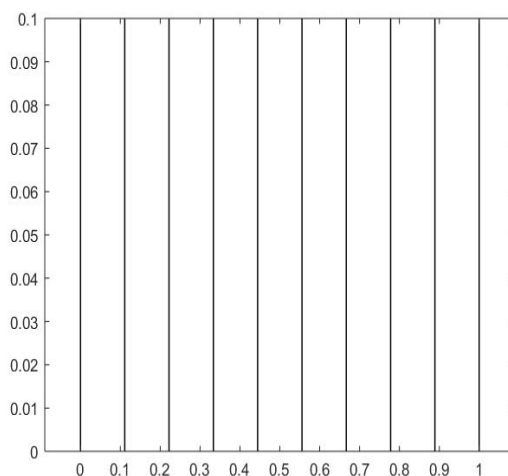
Στην ενότητα αυτή, στόχος είναι η κατασκευή της συνάρτησης $Y = \text{histtransform}(X, h, v)$, η οποία θα μετασχηματίζει την μονοχρωματική εικόνα X στην εικόνα Y , έτσι ώστε το ιστόγραμμα της εικόνας εξόδου Y να προσεγγίζει το ιστόγραμμα που περιγράφεται από τα h και v . Το διάνυσμα v περιέχει σε αύξουσα σειρά τις στάθμες φωτεινότητας που θα εμφανίζονται στη εικόνα Y ενώ το διάνυσμα h περιέχει το ποσοστό με το οποίο θα εμφανίζεται η αντίστοιχη στάθμη στην τελική εικόνα.

Πιο συγκεκριμένα, ο αλγόριθμος που ζητήθηκε ξεκινάει βρίσκοντας τα pixels χαμηλότερης φωτεινότητας (0) και αναθέτει σε αυτά την πρώτη στάθμη φωτεινότητας $v(1)$. Έπειτα γίνεται ο εξής έλεγχος: αν το ποσοστό των pixels αυτών δεν έχει ξεπεράσει το ποσοστό $h(1)$, τότε συνεχίζει αναθέτοντας την τιμή $v(1)$ στα pixels της αμέσως επόμενης φωτεινότητας (1/255) και επαναλαμβάνονται οι έλεγχοι και οι αναθέσεις έως ότου πλέον ξεπεραστεί το ποσοστό. Τότε, συνεχίζουμε με τα pixels της επόμενης φωτεινότητας, πλέον όμως θα αναθέτουμε την τιμή $v(2)$ και κάνουμε τον έλεγχο για το ποσοστό $h(2)$ κοκ.. Η διαδικασία αυτή συνεχίζεται μέχρι να μετασχηματιστούν όλα τα pixels της εικόνας X . Σημειώνεται ότι ο έλεγχος ζητείται από την εκφώνηση να γίνεται αφού μετασχηματισθούν όλα τα pixels μιας συγκεκριμένης φωτεινότητας, δηλαδή όλα τα pixels που στην εικόνα X βρίσκονταν σε ίδια στάθμη φωτεινότητας θα καταλήξουν να έχουν πάλι την ίδια φωτεινότητα μεταξύ τους στην εικόνα Y .

Η προσέγγιση αυτή είναι, σύμφωνα με την εκφώνηση, greedy. Αυτό γίνεται φανερό αν σκεφτούμε ότι ο έλεγχος για την εκπλήρωση του ζητούμενου ποσοστού γίνεται στο τέλος της επανάληψης και επίσης δεν μπορούν τα pixels μιας συγκεκριμένης φωτεινότητας να καταλήξουν σε διαφορετικές στάθμες στην εικόνα Y . Δηλαδή, σε μια περίπτωση που η συνθήκη ελέγχου δεν πληρείται αλλά η στάθμη που ακολουθεί περιλαμβάνει ένα μεγάλο πλήθος pixels, στον επόμενο έλεγχο και πριν την αλλαγή την στάθμης v , το ζητούμενο ποσοστό ενδέχεται να έχει ξεπεραστεί κατά πολύ. Αυτό δικαιολογεί και τα αποτελέσματα στις παρακάτω περιπτώσεις.

Περίπτωση 1: $L = 10$, $v = \text{linspace}(0, 1, L)$, $h = \text{ones}([1, L]) / L$

Σύμφωνα με τις τιμές που δίνονται από την εκφώνηση το διάγραμμα που πρέπει να προσεγγιστεί είναι αυτό που ακολουθεί στην Εικόνα 4.

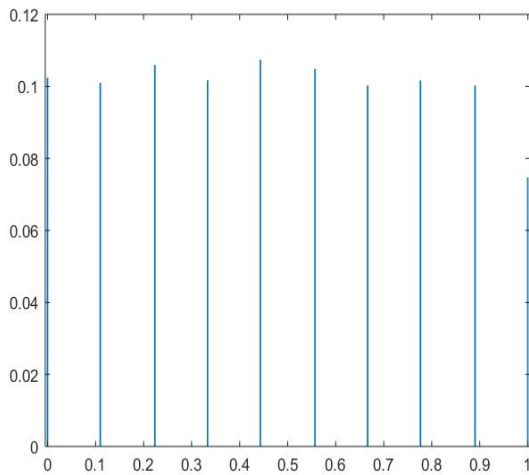


Εικόνα 4: Ιστόγραμμα που αντιστοιχεί στα δεδομένα της Περίπτωσης 1

Παρατηρούμε ότι κάθε μια από τις 10 στάθμες φωτεινότητας $v(i)$ θα πρέπει να βρίσκεται στην τελική εικόνα Y με ποσοστό 0.1 ή 10%.

Τα αποτελέσματα μετά την κλήση της συνάρτησης είναι αυτά που ακολουθούν στην Εικόνα 5.

h	0,10241	0,10095	0,10595	0,10169	0,10733	0,10481	0,10025	0,10162	0,10023	0,07472
v	0	0,11111	0,22222	0,33333	0,44444	0,55555	0,66666	0,77777	0,88888	1



(α)



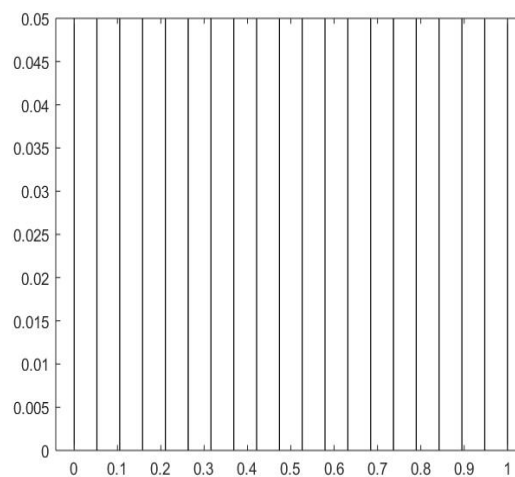
(β)

Εικόνα 5: Περίπτωση 1: (α) Ιστόγραμμα και (β) τελική εικόνα

Ενδεικτικά σε αυτό το παράδειγμα δίνονται με ακρίβεια οι τιμές που είχε το τελικό ιστόγραμμα ώστε να εντοπίσουμε καλύτερα το σφάλμα. Παρατηρούμε ότι όλες οι στάθμες φτάνουν αρκετά κοντά στο 0.1, όμως υπάρχει σφάλμα της τάξης 10^{-3} λόγω του άπληστου αλγορίθμου. Ειδικότερα, η 3η, 5η και 6η παρατηρούμε ότι έχουν το μεγαλύτερο σφάλμα και αποκλίνουν περισσότερο σε σχέση με τις άλλες από την τιμή 0.1. Αυτό είναι αρκετά αναμενόμενο αφού στις πιο κεντρικές τιμές του διαστήματος 0-1 υπάρχει μεγαλύτερο πλήθος pixels με αυτές τις τιμές, σε σχέση με τις ακραίες τιμές 0 και 1. Τέλος, η τελευταία στάθμη παρουσιάζει σημαντικά χαμηλότερο ποσοστό από 0.1, διότι ένας μεγάλος αριθμός pixels διασκορπίστηκε στις υπόλοιπες στάθμες λόγω της διαδικασίας που αναφέρθηκε παραπάνω.

Περίπτωση 2: $L = 20$, $v = \text{linspace}(0, 1, L)$, $h = \text{ones}([1, L]) / L$

Σύμφωνα με τις τιμές που δίνονται από την εκφώνηση το διάγραμμα που πρέπει να προσεγγιστεί είναι το ακόλουθο στην Εικόνα 6. Παρατηρούμε ότι κάθε μια από τις 20 στάθμες φωτεινότητας $v(i)$ θα πρέπει να

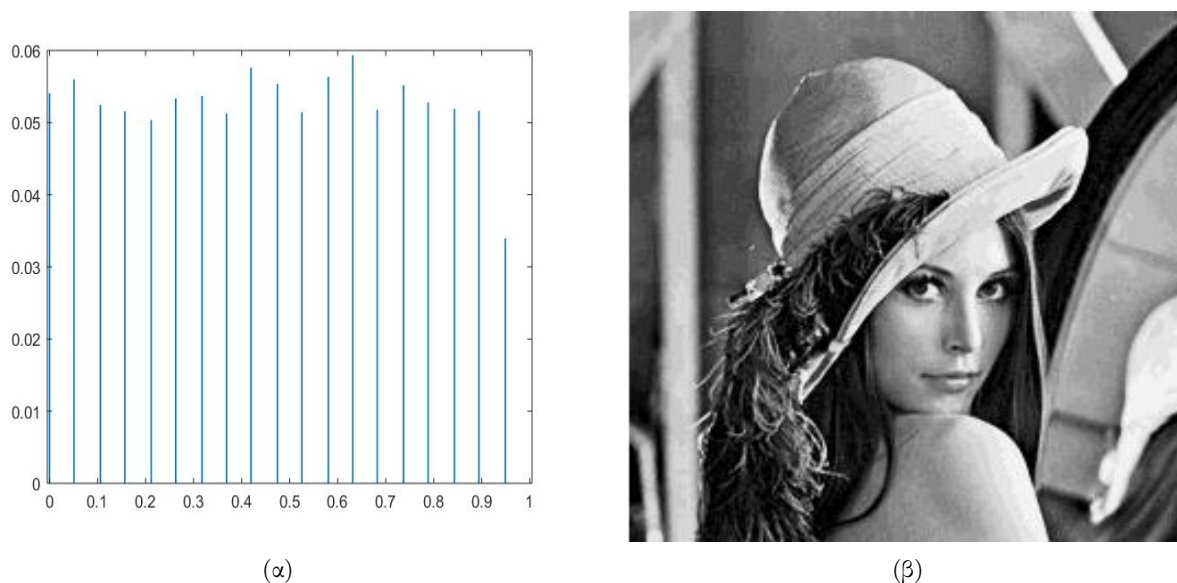


Εικόνα 6: Ιστόγραμμα που αντιστοιχεί στα δεδομένα της Περίπτωσης 2

βρίσκεται στην τελική εικόνα Y με ποσοστό 0.05 ή 5%. Δηλαδή έχουμε περισσότερες στάθμες φωτεινότητας

σε σχέση με πριν και θα πρέπει θεωρητικά να παρατηρήσουμε περισσότερες αποχρώσεις του γκρι στην τελική εικόνα που θα προκύψει.

Τα αποτελέσματα μετά την κλήση της συνάρτησης είναι αυτά στην Εικόνα 7.



Εικόνα 7: Περίπτωση 2:(α) Ιστόγραμμα και (β) τελική εικόνα

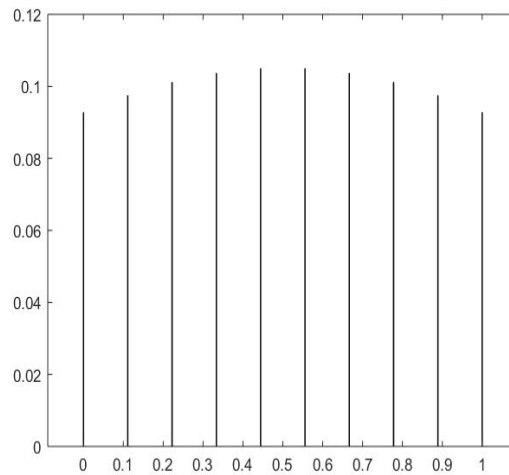
Παρατηρούμε ότι όλες οι στάθμες φτάνουν κοντά στο 0.05, όμως και πάλι υπάρχει σφάλμα. Παρατηρείται και πάλι ότι η απόκλιση από το επιθυμητό αποτέλεσμα είναι μεγαλύτερη σε πιο κεντρικές στάθμες, συγκεκριμένα στην 9η, 10η, 12η και 13η. Τέλος, και πάλι τα pixels γίνονται όλο και λιγότερα στις τελευταίες στάθμες με αποτέλεσμα το φαινόμενο που παρατηρήσαμε και στην προηγούμενη περίπτωση αλλά ακόμα εντονότερα. Δηλαδή, η στάθμη $v(19)$ έχει πολύ μικρότερο ποσοστό από το επιθυμητό, ενώ η στάθμη $v(20)$ δεν έχει αποδοθεί σε κανένα pixel εξαιτίας του πλήθους των εναπομεινάντων pixels που μειώθηκε λόγω της υπέρβασης του ποσοστού σε κάποιες στάθμες. Παρόλα αυτά, στην εικόνα Y , από την οποία προκύπτει το ιστόγραμμα του οποίου τα αποτελέσματα σχολιάζονται, παρατηρούμε όντως ότι υπάρχουν περισσότερες αποχρώσεις του γκρι σε σχέση με πριν, όπως ήταν αναμενόμενο.

Περίπτωση 3: $L3 = 10$ $v = \text{linspace}(0, 1, L)$ $h = \text{normpdf}(v, 0.5) / \text{sum}(\text{normpdf}(v, 0.5))$

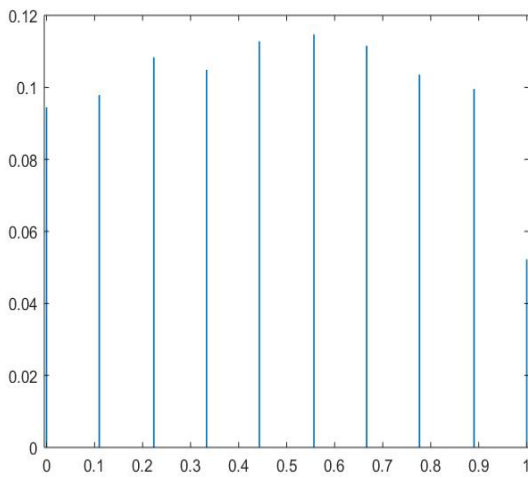
Σύμφωνα με τις τιμές που δίνονται από την εκφώνηση το διάγραμμα που πρέπει να προσεγγιστεί είναι το ακόλουθο στην Εικόνα 8. Παρατηρούμε ότι κάθε μια από τις 10 στάθμες φωτεινότητας $v(i)$ θα πρέπει να βρίσκεται στην τελική εικόνα Y με ποσοστό h . Το ιστόγραμμα που προκύπτει είναι κανονικοποιημένο. Τα αποτελέσματα μετά την κλήση της συνάρτησης είναι αυτά της Εικόνας 9. Παρατηρούμε ότι όλες οι στάθμες προσεγγίζουν το επιθυμητό ποσοστό, όμως και πάλι υπάρχει σφάλμα. Παρατηρείται ότι η απόκλιση στην στάθμη $v(3)$ είναι ελαφρώς μεγαλύτερη και πάλι το πλήθος των pixels στην τελευταία στάθμη είναι αρκετά μικρότερο από το επιθυμητό. Στην τελική εικόνα Y , πρέπει σε σχέση με τα άλλα να παρατηρούμε πιο έντονα, δηλαδή με μεγαλύτερη συχνότητα pixels με γκρι αποχρώσεις, και λιγότερο άσπρο(1) ή μαύρο(0), που όντως ισχύει. Η εικόνα λόγω των σφαλμάτων αλλά και του αριθμού των σταθμών φωτεινότητας μοιάζει αρκετά και με την εικόνα της πρώτης περίπτωσης.

2.2 Εκτίμηση ιστογράμματος από κατανομή

Το ζητούμενο αυτής της ενότητας είναι η δημιουργία της συνάρτησης $h = \text{pdf2hist}(d, f)$, όπου το d είναι ένα διάνυσμα από το οποίο θα εξάγουμε διαδοχικά διαστήματα και το f είναι function handle μιας συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας. Συνεπώς στον αλγόριθμο για κάθε διάστημα που ορίζει το d ολοκληρώνουμε την f με την βοήθεια της συνάρτησης integral του matlab, υπολογίζοντας έτσι την πιθανότητα η φωτεινότητα να έχει τιμή στο συγκεκριμένο διάστημα $[d(i), d(i+1)]$. Με τον τρόπο αυτό μπορούμε να εξάγουμε ένα επιθυμητό ιστόγραμμα. Τέλος, για την παρουσίαση των αποτελεσμάτων χρειάζεται εμείς ανα περίπτωση να επιλέξουμε το



Εικόνα 8: Ιστόγραμμα που αντιστοιχεί στα δεδομένα της Περίπτωσης 3



(α)



(β)

Εικόνα 9: Περίπτωση 3: (α) Ιστόγραμμα και (β) τελική εικόνα

d ώστε η προσέγγιση να είναι καλύτερη και να κανονικοποιήσουμε το τελικό ιστόγραμμα. Η διαδικασία αυτή στην παρούσα φάση έγινε μόνο θεωρητικά, χωρίς να ζητείται κάποια εφαρμογή για συγκεκριμένο d ή f .

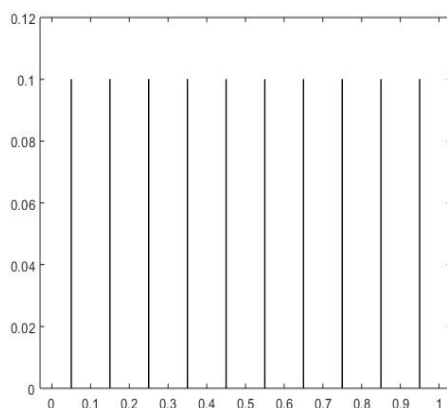
Παρόλα αυτά, γίνεται κατανοητή η χρησιμότητα της συγκεκριμένης συνάρτησης σε επίπεδο επεξεργασίας. Φτάνει να γνωρίζουμε σαν πληροφορία τη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας ώστε να μπορέσουμε να εκτιμήσουμε το ιστόγραμμα που είναι επιθυμητό να έχει η τελική εικόνα Y , σύμφωνα με την δοθείσα κατανομή. Με τον τρόπο αυτό, και έχοντας πλέον σαν εργαλείο τις τιμές του ιστογράμματος, χρησιμοποιώντας την συνάρτηση του ερωτήματος 2.1 μπορούμε από την αρχική εικόνα X να εξάγουμε την τελική μετασχηματισμένη εικόνα Y , γνωρίζοντας το h που είναι ο κατακόρυφος άξονας του ιστογράμματος και θεωρώντας κάθε φορά ως $v(i)$ το μέσον του διαστήματος $[d(i), d(i+1)]$. Την διαδικασία αυτή καλούμαστε να εφαρμόσουμε στο επόμενο ερώτημα.

2.3 Μετασχηματισμός με βάση την πυκνότητα πιθανότητας

Όπως έγινε ήδη κατανοητό, στην παρούσα ενότητα καλούμαστε να χρησιμοποιήσουμε τις συναρτήσεις που υλοποιήθηκαν στις 2 προηγούμενες ενότητες με σκοπό τον μετασχηματισμό μιας αρχικής μονοχρωματικής εικόνας X στην τελική εικόνα Y έτσι ώστε το ιστόγραμμα της τελευταίας να προσεγγίζει ιστόγραμμα που αντιστοιχεί στις παρακάτω κατανομές. Στο σημείο αυτό αξίζει να τονιστεί πως σε αυτές τις περιπτώσεις μια ακόμη παράμετρος που λαμβάνουμε υπόψιν είναι σε ποιο διάστημα έχει τις τιμές φωτεινότητας της η εικόνα. Οι πρωτογενείς εικόνες έχουν,όντως, φωτεινότητα από 0 έως 1, αλλά οι εικόνες οι οποίες γεννιούνται από ένα υπολογιστικό σύστημα δεν έχουν πάντα τιμές σε αυτό το διάστημα. Μπορεί,δηλαδή, να προκύψουν τιμές εκτός του διαστήματος.

- Ομοιόμορφη κατανομή στο $[0,1]$

Αρχικά, επιλέγουμε d που περιέχει όλες τις τιμές από 0 έως 1 με βήμα 0.1, δηλαδή 11 τιμές που χωρίζουν 10 διαδοχικά διαστήματα μήκους 0.1. Εισάγοντας το d και το f ,που εδώ είναι function handle για σππ ομοιόμορφης κατανομής από 0 έως 1, στην pdf2hist παίρνουμε το διάνυσμα h το οποίο αντιστοιχεί στις ιδανικές τιμές που πρέπει να έχει το ιστόγραμμα της τελικής εικόνας Y ώστε να προσεγγίζει ιστόγραμμα από ομοιόμορφη κατανομή με το δεδομένο d που επιλέξαμε(βλ.Εικόνα 10).

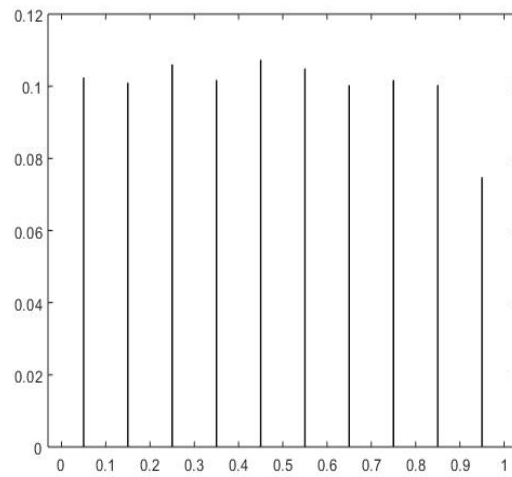


Εικόνα 10: Ιστόγραμμα που αντιστοιχεί σε ομοιόμορφη κατανομή στο $[0,1]$ με $d=0:0.1:1$

Έχοντας το h και,θεωρώντας ως σύμβαση ότι κάθε διάστημα που ορίζει το d αντιστοιχίζεται σε φωτεινότητα ίση με το μέσον του διαστήματος, δημιουργούμε το διάνυσμα v , που περιέχει τις φωτεινότητες δηλαδή τα μέσα των διαστημάτων που αναφέρθηκαν,και καλούμε την histtransform. Το αποτέλεσμα είναι η τελική εικόνα και το ιστόγραμμα της που θα πρέπει να προσεγγίζει την δοθείσα κατανομή, τα οποία φαίνονται στην Εικόνα 11.

Όπως φαίνεται στο ιστόγραμμα της Εικόνας 11(α) όλες οι στάθμες φωτεινότητας βρίσκονται στην τελική εικόνα με ποσοστό περίπου 0.1 ή 10% όπως αναμενόταν. Υπάρχουν φυσικά σφάλματα στις τιμές αυτές και ειδικότερα παρατηρούμε πως στην τελευταία στάθμη τα εναπομείναντα pixels έχουν εξαντληθεί και το ποσοστό είναι σημαντικά μικρότερο. Παρ' όλα αυτά,αποτελεί μια καλή προσέγγιση. Επιλέγοντας d από 0 έως 1 με μικρότερο βήμα, αυτό που συμβαίνει είναι οτι η προσέγγιση γίνεται όλο και λιγότερο ακριβής και τα pixels εξαντλούνται πριν καν φτάσει ο αλγόριθμος στην τελευταία στάθμη, με αποτέλεσμα την συσσώρευση των τιμών στα αριστερά και τις τελευταίες στάθμες φωτεινότητας να μην υπάρχουν καθόλου στην τελική εικόνα. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα το τελικό ιστόγραμμα να μην προσεγγίζει σε καμία περίπτωση το επιθυμητό. Ακολουθούν μερικές ενδεικτικές εφαρμογές του αλγορίθμου για διαφορετικές τιμές του d .

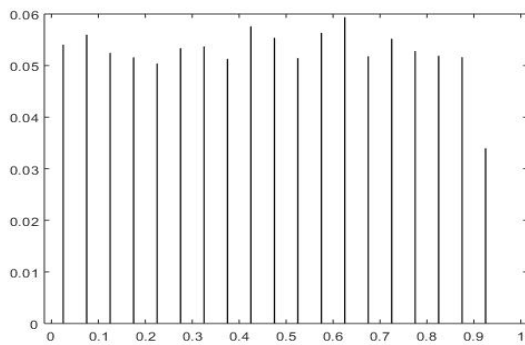
Ας σημειωθεί επίσης ότι αν το βήμα μεγαλώσει πάρα πολύ στη τελική εικόνα θα βρίσκονται πολύ λίγες στάθμες φωτεινότητας και η εικόνα δεν θα είναι πλέον ευδιάκριτη. Συμπεραίνουμε,επομένως, ότι η αρχική επιλογή του d προσέγγιζε καλύτερα το επιθυμητό αποτέλεσμα.



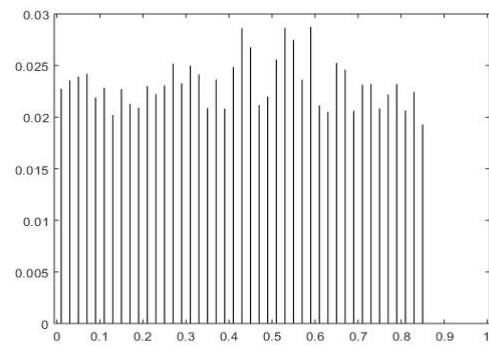
Εικόνα 11(α): Ιστόγραμμα της τελική εικόνας που προσεγγίζει ομοιόμορφη κατανομή



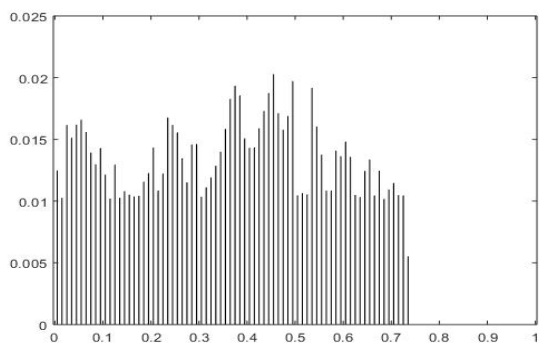
Εικόνα 11(β): Τελική εικόνα



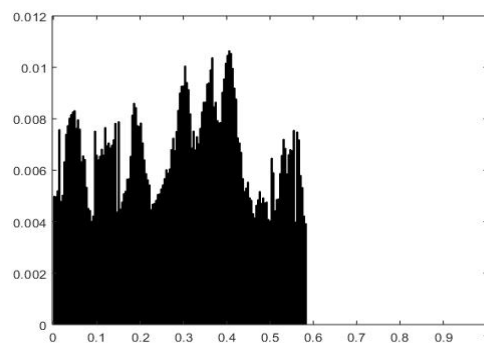
(α) $d=0:1/20:1$



(β) $d=0:1/50:1$



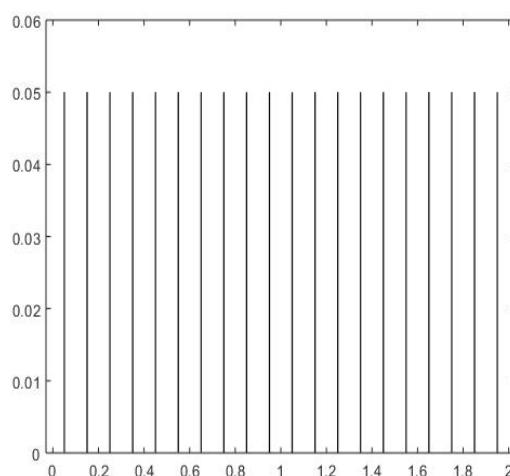
(γ) $d=0:1/100:1$



(δ) $d=0:1/255:1$

- Ομοιόμορφη κατανομή στο $[0,2]$

Επιλέγουμε, αρχικά, d που περιέχει όλες τις τιμές από 0 έως 2 με βήμα 0.1, δηλαδή 21 τιμές που χωρίζουν 20 διαδοχικά διαστήματα μήκους 0.1. Εισάγοντας το d και το f που εδώ είναι function pointer σε σππ ομοιόμορφης κατανομής από 0 έως 2, στην `pdf2hist` παίρνουμε το διάνυσμα h το οποίο αντιστοιχεί στις ιδανικές τιμές που πρέπει να έχει το ιστόγραμμα της τελικής εικόνας Y ώστε να προσεγγίζει ομοιόμορφη κατανομή στο $[0,2]$. Παρατηρώντας το ιστόγραμμα της Εικόνας 12 βλέπουμε ότι οι στάθμες φωτεινότητας

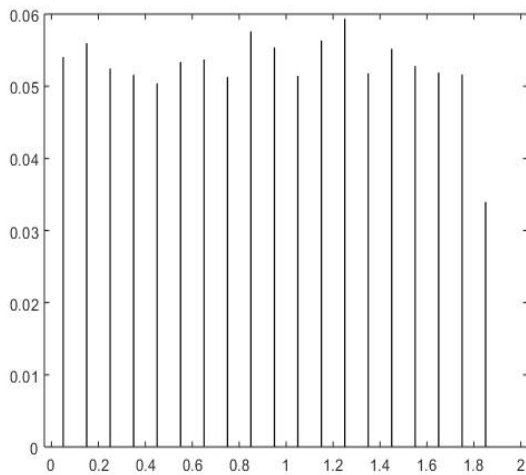


Εικόνα 12: Ιστόγραμμα που αντιστοιχεί σε ομοιόμορφη κατανομή στο $[0,2]$ με $d=0:0.1:2$

ν βρίσκονται εκτός του διαστήματος 0 έως 1. Έχοντας το h και δημιουργώντας και πάλι το διάνυσμα v έτσι όπως αναφέρθηκε στην προηγούμενη περίπτωση καλούμε την `histtransform`.

Το αποτέλεσμα με την κλήση της `imshow(Y)` είναι η τελική εικόνα, στην οποία, όμως, έχουμε φωτεινότητες στο $[0,2]$, με τις φωτεινότητες πάνω από 1 να έχουν κορεστεί στο 1 και το ιστόγραμμα της που προσεγγίζει την δοθείσα κατανομή και παρουσιάζεται κανονικοποιημένο στην Εικόνα 13. Στην αρχή της ενότητας εξηγήθηκε ο λόγος για τον οποίο συμβαίνει αυτό. Η Εικόνα 13(β) παρατηρούμε ότι είναι υπερφωτισμένη όπως είναι αναμενόμενο.

Αν επιλέξουμε $d=0:0.2:2$ και διαιρέσουμε τις φωτεινότητες v με την μέγιστη τιμή, δηλαδή 2, θα έχουμε εύρος τιμών v από 0 έως 1 και 10 στάθμες φωτεινότητας. Το ίδιο θα συνεβαίνει και αν επιλέγαμε $d=0:0.1:1$, λόγω της κανονικοποίησης. Τα αποτελέσματα φαίνονται στην Εικόνα 14.

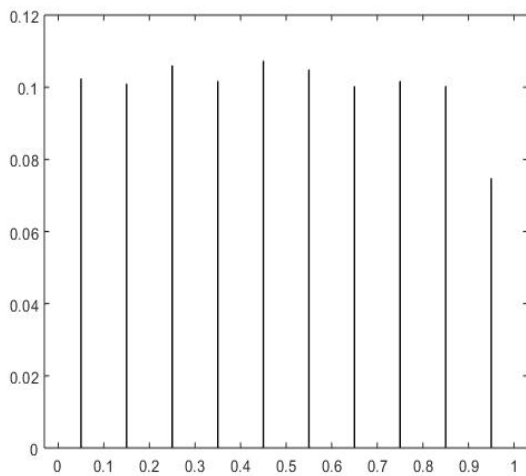


(α)



(β)

Εικόνα 13: (α) Ιστόγραμμα και (β) Τελική εικόνα για $d=0:0.1:2$



(α)



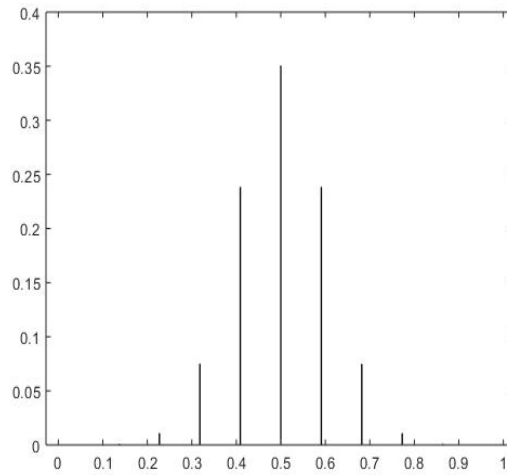
(β)

Εικόνα 14: (α) Ιστόγραμμα και (β) τελική εικόνα για $d=0:0.2:2$ και κανονικοποιημένο ν

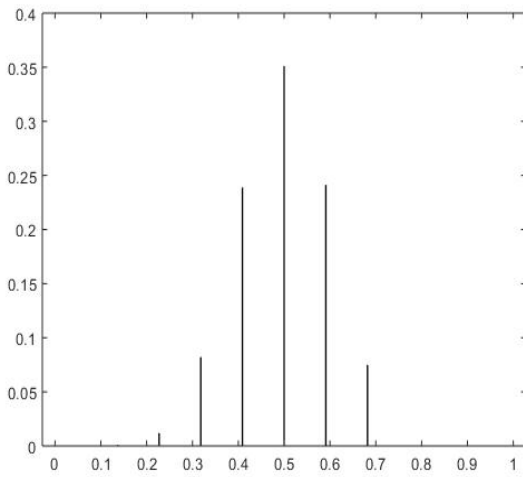
- Κανονική κατανομή με μέση τιμή 0.5 και τυπική απόκλιση 0.1

Επιλέγουμε αρχικά d που περιέχει όλες τις τιμές από 0 έως 1 με βήμα $1/11$, δηλαδή 12 τιμές που χωρίζουν 11 διαδοχικά διαστήματα μήκους $1/11$. Εισάγοντας το d και το f στην `pdf2hist` παίρνουμε το διάνυσμα h , το οποίο αντιστοιχεί στις ιδανικές τιμές που πρέπει να έχει το ιστόγραμμα της τελικής εικόνας Y ώστε να προσεγγίζει ιστόγραμμα από κανονική κατανομή με $\mu=0.5$ και $\sigma=0.1$ (βλ. Εικόνα 15). Έχοντας το h και δημιουργώντας το διάνυσμα ν , που περιέχει τις φωτεινότητες δηλαδή τα μέσα των διαστημάτων που αναφέρθηκαν, καλούμε την `histtransform`. Το αποτέλεσμα είναι η τελική εικόνα και το ιστόγραμμα της που θα πρέπει να προσεγγίζει την δοθείσα κατανομή στην Εικόνα 16.

Η αρχική επιλογή του d σε αυτή τη περίπτωση φαίνεται είναι αρκετά καλή αφού το ιστόγραμμα που προκύπτει προσεγγίζει την κανονική κατανομή που ζητείται με σφάλμα που δεν είναι ιδιαίτερα εμφανές. Συγκεκριμένα, δεν αποδίδονται σε `pixels` τιμές των τελευταίων σταθμών φωτεινότητας, κάτι όμως που



Εικόνα 15: Ιστογράμμα που αντιστοιχεί σε κανονική κατανομή με $\mu=0.5$, $\sigma=0.1$ με $d=0:1/11:1$



(α)



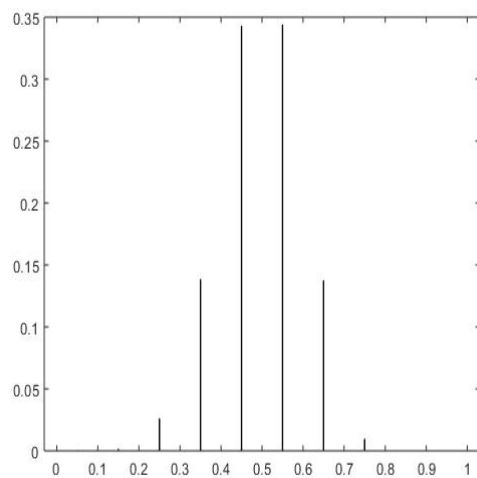
(β)

Εικόνα 16: (α) Ιστογράμμα και (β) τελική εικόνα για $d=0:1/11:1$

δεν επηρεάζει ιδιαίτερα διοτί λόγω της κατανομής το ποσοστό που αποδίδεται στην κάθε στάθμη μικραίνει όσο προχωράμε από την μέση τιμή και προς τα αριστερά ή από την μέση τιμή και προς τα δεξιά. Για άλλες επιλογές του d μπορούμε να δούμε μερικές ενδεικτικές περιπτώσεις.

Παρατηρώντας τις διάφορες περιπτώσεις αυτό που παρατηρούμε είναι αυτό που αναφέρθηκε και νωρίτερα για τα πολύ μικρά ή πολύ μεγάλα βήματα. Στην συγκεκριμένη περίπτωση βήμα $1/10, 1/11$ ή ακόμη και $1/8$ έχουν όλα μια καλή προσέγγιση. Τέλος, να σημειωθεί ότι όλα τα ιστογράμματα παρουσιάζονται μετά από κανονικοποίηση έτσι ώστε:

$$\sum_{i=1}^n h(i) = 1$$

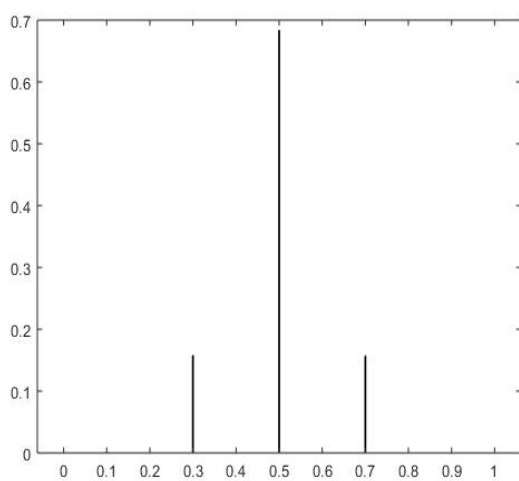


(α)



(β)

Εικόνα 17:(α) Ιστόγραμμα με $d=0:1/10:1$ και (β) τελική εικόνα

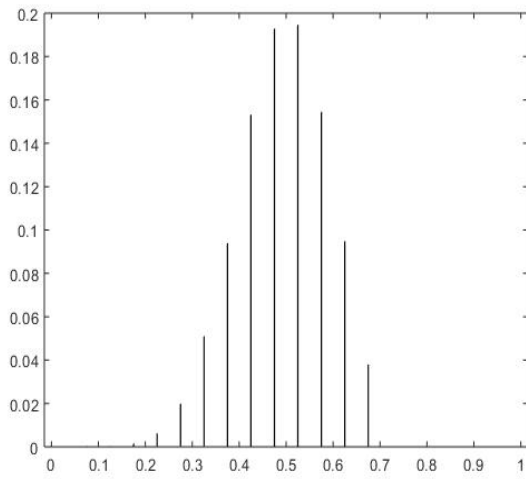


(α)



(β)

Εικόνα 18:(α) Ιστόγραμμα με $d=0:1/5:1$ και (β) τελική εικόνα

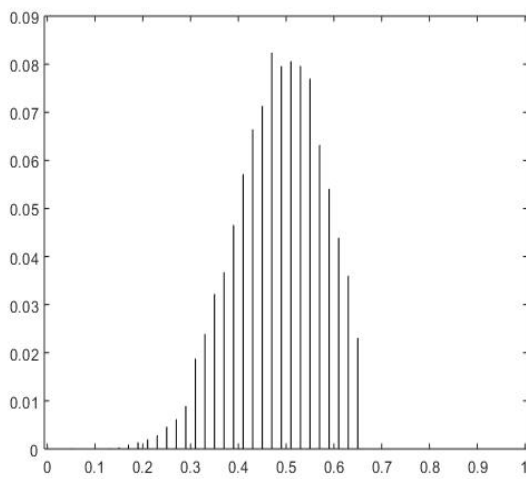


(α)

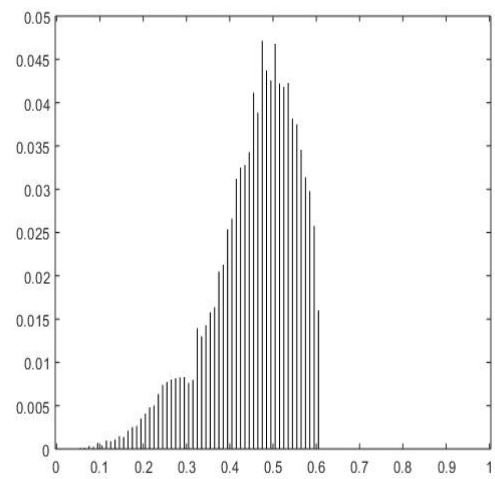


(β)

Εικόνα 19: (α) Ιστογράμμο με $d=0:1/20:1$ και (β) τελική εικόνα



(α)



(β)

Εικόνα 20: (α) $d=0:1/50:1$ και (β) $d=0:1/100:1$