Curso: Introducción a los Métodos Numéricos en Astronomía
Prof.: Cecilia Mateu J.

Fecha límite de entrega: miércoles 6 de febrero 2013

Tarea 5 - Integración de Monte Carlo

La entrega de la tarea debe hacerse por correo electrónico a cecilia.mateu@gmail.com. La tarea debe consistir en un archivo llamado apellido_nombre_tareaN.tar.gz o .zip que contenga:

- Los códigos .py correspondientes a cada problema de la tarea
- Los gráficos (en formato .pdf, .png o .jpg) y/o tablas que se soliciten en la tarea,
- Un archivo de texto (texto simple, .doc o .odt) con las respuestas escritas que se soliciten en la tarea
- Un archivo README (en texto simple preferiblemente) que indique cómo se debe correr cada código desde la línea de comando.

Recuerde que para ser evaluado favorablemente el profesor ***debe*** poder correr los códigos y reproducir los resultados, figuras y/o tablas entregados. No será aceptable entregar o hacer referencia a resultados sin los códigos correspondientes que los generen.

Integración de Monte Carlo

1. Utilizando el método de la transformación, genere un conjunto de N=1000 números aleatorios distribuidos según la densidad de probabilidad[1] $f(y)=(1+x^2)^{-3/2}$, con $y\in[0,10]$. Describa su procedimiento. Grafique la densidad de probabilidad de la realización aleatoria obtenida (histograma de y) y compare con la distribución $f(y)$ analítica.

2. Utilizando el método de la transformación, genere realizaciones aleatorias de N=1000 puntos uniformemente distribuidos en cada uno de los siguientes volúmenes:

   a. Cascarón cilíndrico de radio $R=R_o$
   b. Sección esférica con $r\in[r_o,r_f]$, $\varphi\in[0,45^o]$ y $\theta\in[\theta_o,\theta_f]$
   c. Volumen cónico definido de manera tal que para $R=0$, $z=z_{max}$ y para $R=R_o$, $z=0$.

Describa su procedimiento. Grafique en 3D cada una de las realizaciones fijando valores arbitrarios (no triviales) de los parámetros libres en cada caso ($R_o,r_o,r_f,\theta_o,\theta_f,z_{max}$).

Nota: En coordenadas esféricas siempre denotaremos con φ al ángulo azimutal y θ a la latitud o declinación (con θ entre $-\pi/2$ y $\pi/2$).

---

[1] A un conjunto de números aleatorios distribuidos según una pdf f(y) se le suele llamar realización aleatoria de f(y)

2. El perfil de densidad de estrellas gigantes-M en el Halo de la Vía Láctea tiene la siguiente forma

$$\rho(R, \varphi, z) = \frac{C_H}{R_\odot^n}\left[R^2 + \left(\frac{z}{q}\right)^2\right]^{n/2} \qquad (Ec.\,1)$$

con $R_\odot$=8 kpc,C_H=9 estrellas/kpc^3, n=-3.1 y q=0.7

Este perfil de densidad se puede interpretar como una función de densidad de probabilidad (pdf) ya que indica el número de estrellas por unidad de volumen como función de la posición dada en coordenadas cilíndricas R, φ, z.

a. Utilizando la Técnica de Rechazo de Von Neumann, calcule la integral del perfil de densidad

$$I = \int_0^{2\pi} \int_{-z_o}^{+z_o} \int_{R_o}^{R_f} \rho(R, \varphi, z) R dR dz d\varphi$$

Suponga que R∈[R_o=0.5kpc,R_f=100kpc] y z∈[z_o=-100kpc,z_f=100kpc] y φ∈[0,2π]. ¿Qué significado tiene esta integral?

b. Genere una realización aleatoria de esta distribución, i.e. genere N puntos con R, φ y Z tales que estén distribuidos según la pdf dada por la Ec. 1, utilizando los mismos límites para R, φ y Z. Grafique en en coordenadas cartesianas 3D (usando un número de puntos que permita ver bien el gráfico), discuta el resultado y si se asemeja o no a lo que espera obtener.

FIN