Curso: Introducción a los Métodos Numéricos en Astronomía
Prof.: Cecilia Mateu J.

Fecha límite de entrega: viernes 25 de enero 2013

Tarea 4 - Ecuaciones Diferenciales Ordinarias

La entrega de la tarea debe hacerse por correo electrónico a cecilia.mateu@gmail.com. La tarea debe consistir en un archivo llamado apellido_nombre_tareaN.tar.gz o .zip que contenga:

- Los códigos .py correspondientes a cada problema de la tarea
- Los gráficos (en formato .pdf, .png o .jpg) y/o tablas que se soliciten en la tarea,
- Un archivo de texto (texto simple, .doc o .odt) con las respuestas escritas que se soliciten en la tarea
- Un archivo README (en texto simple preferiblemente) que indique cómo se debe correr cada código desde la línea de comando.

Recuerde que para ser evaluado favorablemente el profesor ***debe*** poder correr los códigos y reproducir los resultados, figuras y/o tablas entregados. No será aceptable entregar o hacer referencia a resultados sin los códigos correspondientes que los generen.

Ecuaciones Diferenciales Ordinarias

1. Vamos a resolver el problema de una partícula en 2-D bajo la acción del potencial de Kepler:

$$\Phi(x, y) = \frac{-1}{(x^2 + y^2)^{1/2}}$$

1.1. Demuestre analíticamente que las ecuaciones de movimiento están dadas por (1 pt)

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{-x}{(x^2 + y^2)^{3/2}}$$
$$\frac{d^2y}{dt^2} = \frac{-y}{(x^2 + y^2)^{3/2}}$$

1.2. Reduzca este sistema a uno de cuatro ecuaciones diferenciales acopladas de primer orden (1 pt)

1.3. Resuelva este último sistema de ecuaciones, utilizando como condiciones iniciales x=3., y=0., v_x=0. y seleccione un valor para v_y en el intervalo [0.2,0.6]. En sus respuestas ***recuerde indicar cuál fue el valor de v_y que eligió***. Utilice un paso temporal de h=0.001, e integre las ecuaciones entre t_o=0 y un valor de t_f que le permita obtener al menos 3 vueltas completas de la órbita[1]. Para resolver el sistema de ecuaciones ***utilice el método Leapfrog***, adaptando apropiadamente la rutina escrita en la clase práctica. (4 pt)

1.4. En dos subplots de la misma ventana:

a. Grafique la órbita (y vs x) resultante[2]. Indique con un '+' en el gráfico la posición del centro de fuerzas (origen del potencial). **Discuta** cómo es la órbita encontrada y si se corresponde o no con lo que Ud. esperaría y por qué. (3 pt)

b. Grafique la energía E del sistema como función del tiempo, sabiendo que está dada por $E= (v_x^2 + v_y^2)/2 + \Phi(x,y)$. **Discuta** el comportamiento de $E(t)$. (3 pt)

c. Guarde ***todos*** los gráficos que genere el programa con savefig()

1.5. **Discuta** a qué fase de la órbita corresponden los picos u oscilaciones que observa en la función $E(t)$. **Calcule** cuánto es $\Delta E(t_{orb})$, el cambio porcentual de la energía después que el sistema ha realizado una órbita completa. Para esto realice el (o los) gráfico(s) o cálculo(s) adicionales que crea necesarios. **Discuta** sus resultados. (4 pt)

1.6. Resuelva nuevamente el sistema de ecuaciones, con las mismas condiciones inciales que eligió en la parte 1.3, pero utilizando el método de ***Runge-Kutta de 4to orden*** (2 pt)

1.7. Haga (y guarde) un nuevo gráfico en el que compare, para los 2 métodos utilizados, el cambio fraccional $\Delta E(t)=(E(t=0)-E(t))/E(t=0)$ de la energía como función del tiempo. **Discuta** el gráfico obtenido y diga cuál de los dos métodos tiene un mejor comportamiento (2 pt)

IMPORTANTE: Todos los gráficos ***deben*** tener las etiquetas correspondientes que indiquen qué se grafica en cada eje y cualquier otra leyenda o anotación necesaria para que el gráfico se entienda. Igualmente, las leyendas, etiquetas de los ejes, numeración de los ejes y demás ***deben ser legibles***, i.e. no deben estar solapados entre sí, ni ser exageradamente pequeños, etc.

---

[1] Pruebe con t_f~50 y modifíquelo hasta obtener el resultado deseado

[2] Grafique x e y en la misma escala para tener una visión adecuada de la forma de la órbita

FIN