

---

# Einsatz von Lernverfahren zur Interpolation von Positionsdaten eines RFID-basierten Navigationssystems

---

Schriftliche Prüfungsarbeit  
für die Bachelor-Prüfung  
des Studiengangs Angewandte Informatik  
an der Ruhr-Universität Bochum

angefertigt  
am  
Institut für Neuroinformatik

vorgelegt von  
Muzalewski, Mathäus

12. August 2011

1. Prüfer:  
Dr. Susanne Winter  
Institut für Neuroinformatik  
Ruhr-Universität Bochum

2. Prüfer:  
Dr. Rolf Würtz  
Institut für Neuroinformatik  
Ruhr-Universität Bochum

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1	RFID . . . . .	1
1.2	Medizinische Navigation . . . . .	4
1.3	Positionsbestimmung mit RFID . . . . .	5
1.4	Maschinelles Lernen . . . . .	7
1.5	Fragestellung dieser Arbeit . . . . .	9
<b>2</b>	<b>Material und Methoden</b>	<b>11</b>
2.1	Versuchsaufbau . . . . .	11
2.2	Daten . . . . .	13
2.2.1	Eigenschaften der Messdaten . . . . .	13
2.2.2	Versuche . . . . .	13
2.2.3	Gitter aus Referenzpunkten . . . . .	16
2.3	Verwendete Lernverfahren . . . . .	16
2.3.1	k-Nearest Neighbor . . . . .	17
2.3.2	Support-Vektor-Maschine . . . . .	19
2.4	Anwendung der Lernverfahren . . . . .	21
2.4.1	k-Nearest Neighbor . . . . .	21
2.4.2	Support-Vektor-Maschine . . . . .	22
2.5	Implementierung . . . . .	23
<b>3</b>	<b>Ergebnisse</b>	<b>25</b>
3.1	Vorverarbeitete Phasenverschiebung . . . . .	25
3.1.1	Geradenabschnitte . . . . .	25
3.1.2	Quader . . . . .	33
3.1.3	Würfel . . . . .	38
3.2	Signalstärke . . . . .	41
3.2.1	Geradenabschnitte . . . . .	41
3.2.2	Quader . . . . .	42
3.2.3	Würfel . . . . .	46
3.3	Unverarbeitete Phasenverschiebung . . . . .	47
3.4	Vergleich . . . . .	50
<b>4</b>	<b>Diskussion</b>	<b>53</b>
<b>5</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>57</b>

## **Inhaltsverzeichnis**

---

<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>59</b>
<b>A Erklärung</b>	<b>61</b>

# Kapitel 1

## Einleitung

RFID-basierte Navigation ist eine neuartige Verwendungsmöglichkeit der zunehmend populären RFID-Technologie [11]. Anstatt wie sonst üblich, werden hierbei nicht nur die gespeicherten Daten eines RFID-Transponders ausgelesen, sondern anhand der physikalischen Eigenschaften des Funksignals auch dessen Position bestimmt, so dass dieser in Echtzeit verfolgt werden kann.

Diese Arbeit wurde innerhalb der Forschungsgruppe für medizinische Bildverarbeitung, am Institut für Neuroinformatik der Ruhr-Universität Bochum erstellt und konzentriert sich auf den Einsatz von RFID zur medizinischen Navigation. Bei medizinischer Navigation wird ein medizinisches Instrument während einer Operation oder Untersuchung virtuell innerhalb vorab aufgenommener Bilddaten navigiert. RFID bietet dabei technologiebedingt Vorteile gegenüber anderen Methoden zur Positionsbestimmung. So ist beispielsweise zum Auslesen des Transponders keine direkte Sichtverbindung nötig, anders als bei optischen Systemen und die Funkverbindung ist, verglichen mit induktionsbasierten Systemen, weitgehend unempfindlich gegenüber elektromagnetischen Störungen [20].

In einer Versuchsreihe wurden Messungen von RFID-bezogenen Daten an bekannten Positionen innerhalb eines Versuchsaufbaus durchgeführt. Diese Messdaten wurden auf ihre Eignung zur Positionsbestimmung untersucht, indem mit den maschinellen Lernverfahren  $k$ -Nearest Neighbor und Support-Vektor-Maschine ein Rückschluss auf die zugrundeliegenden Positionen trainiert wurde. Dazu wurden den Lernverfahren eine gitterartig ausgedünnte Auswahl der Trainingsdaten präsentiert und anschließend die Fähigkeit getestet dazwischenliegende Positionen mittels Interpolation richtig zuzuordnen. Eine solche Interpolation würde zu einer Reduzierung der zur Lokalisierung benötigten Datenmenge und damit zur besseren Handhabbarkeit größerer Positionsareale führen. Die geplante Anwendung stellt wie in der Medizin üblich sehr hohe Anforderungen bezüglich der Genauigkeit, welche es mittels optimierter Verfahren zu erfüllen galt.

### 1.1 RFID

RFID (Radio-Frequency Identification) ist eine Technologie zur automatischen Identifikation von Objekten und Lebewesen, die in immer mehr Bereichen eingesetzt wird [9]. Das jeweilige Ziel wird dabei mit einem sogenannten RFID-Transponder

(Tag) versehen, der funkbasiert von einem Lesegerät ausgelesen werden kann. Bei den auf dem Transponder gespeicherten Daten handelt es sich meistens um eindeutige Seriennummern, die diesem Ziel zugeordnet sind.

Anwendungsfelder von RFID sind derzeit z.B. Tieridentifikationen in Zoos oder in der Landwirtschaft, Kennzeichnungen von Ware, Zugangskontrollen, Zahlungssysteme, Wegfahrsperren, Logistikprozesse oder etwa Personenidentifikation bei Sportveranstaltungen [11, 5].

Neben RFID gibt es noch weitere Verfahren zur Auto-ID (Automatische Identifikation), wie Barcodes, Chipkarten, OCR (Optical Character Recognition) oder Biometrie. Obwohl die Verwendung von Barcodes dabei am weitesten verbreitet ist [9], sind diese für viele Anwendungen nicht mehr ausreichend, da die als Barcode speicherbare Datenmenge zu gering ist und nicht mehr nachträglich verändert werden kann [5]. RFID-basierte Systeme bieten darüber hinaus den Vorteil, dass keine direkte Sichtverbindung oder besondere Orientierung zum Auslesen notwendig ist, was den Bedarf von menschlichem Eingreifen bei der Identifikation noch weiter minimiert [9]. Für einen weiteren Vergleich der einzelnen Auto-ID-Verfahren wird an dieser Stelle auf das entsprechende Kapitel aus dem Buch „RFID Handbuch“ von Klaus Finkenzeller verwiesen [5].

Ein RFID-System besteht aus einem RFID-Lesegerät (Reader) sowie mindestens einem Transponder, die über elektromagnetische Felder, unter Taktvorgabe des Lesegeräts, Daten austauschen können. Dies geschieht mittels Koppelemente, wie Antennen oder Spulen, über die sowohl das Lesegerät als auch der Transponder verfügt. Ein Beispiel für ein RFID-System ist in Abbildung 1.1 skizziert. Die Kommunikation wird vom Lesegerät eingeleitet, indem Kommandos ausgesendet werden, welche alle Transponder in dessen Einflussbereich empfangen. Diese Kommandos können z.B. das Anfordern der gespeicherten Daten sein. Die so adressierten Transponder antworten in diesem Fall, indem Sie die entsprechenden Daten an das Lesegerät zurücksenden [9]. Durch den Einsatz von Vielfachzugriffsverfahren ist es einem Lesegerät möglich eine größere Anzahl von Transpondern gleichzeitig zu erkennen und mit ihnen zu kommunizieren, indem das gemeinsame Medium mittels Zeitmultiplex (TDMA) oder seltener auch Frequenzmultiplex (FDMA) geteilt wird. Man nennt diese technische Umsetzung hierbei auch Antikollisionsverfahren [11].

RFID kann auf unterschiedliche Frequenzen betrieben werden, welche abhängig vom Einsatzgebiet und Region, im Niederfrequenzbereich (100-135 kHz), Hochfrequenzbereich (13,56 MHz) bis zum Ultra-Hochfrequenzbereich (Europa: 865-868 MHz, USA: 902-928 MHz, Japan: 950-965 MHz) und sogar im Mikrowellenbereich (2,45 GHz, 5,8 GHz) sein können [11, 5].

Der Transponder ist der eigentliche Datenträger des Systems und besteht aus einem Mikrochip sowie einem Koppelement, also einer Spule oder Antenne. Je nach Einsatzgebiet und verwendeter Technologie können RFID-Transponder sehr unterschiedliche Bauformen besitzen.

Man unterscheidet bei den RFID-Transpondern zwischen aktiven Transpondern, welche über eine eigene Spannungsquelle in Form einer Batterie oder Solarzelle verfügen und passiven Transpondern, die Ihre komplette Energie aus dem magnetischen

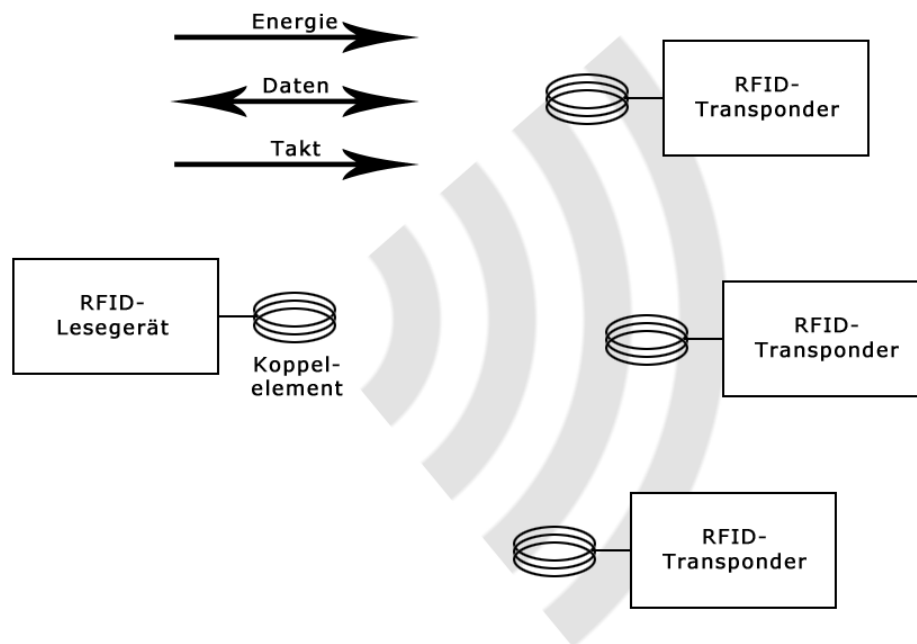


Abbildung 1.1: System aus mehreren RFID-Transpondern und einem Lesegerät. Das Lesegerät versorgt die RFID-Tags über ein elektromagnetisches Feld mit Energie und tauscht mit ihnen Daten aus, wobei das Lesegerät den Takt vorgibt.

oder elektromagnetischen Feld des Lesegeräts beziehen. Erstere haben eine höhere Sendeleistung, da sie dank der eigenen Stromversorgung über mehr Energie verfügen. Passive Transponder sind außerhalb der Reichweite des Lesegeräts komplett abgeschaltet und nicht in der Lage Signale auszusenden [5]. Die maximale Kommunikationsreichweite eines passiven Systems liegt bei maximal 5-7 m [9], während aktive Systeme über eine Distanz von bis zu 15 m und mehr kommunizieren können [5] und weniger anfällig gegenüber Umgebungsrauschen und anderen Störungen sind [20]. Typischerweise liegt die Reichweite von RFID-Systemen jedoch unter den genannten Werten, so dass Systeme mit einer Reichweite von deutlich über 1 m bereits als Long-Range-Systeme bezeichnet werden [5].

Die Bauweise des Lesegeräts wird hauptsächlich durch die Art, Anwendung und der Größe und Form der Kopplungseinheit bestimmt. Diese kann beispielsweise eine externe, meist etwa DIN A3/A4 große Flachantenne oder ein Gate sein, das ein- und ausgehende Transponder registriert. Auch kleinere, ins Gehäuse des Lesegeräts integrierte Antennen zum mobilen Einsatz werden verwendet [11]. Viele Lesegeräte beherrschen, neben dem Auslesen auch das Schreiben von Daten, so dass beim Auslesen eines Transponders auf diesem auch Daten verändert oder hinzugefügt werden können [9]. Oftmals wird ein über eine Schnittstelle mit dem Lesegerät gekoppeltes EDV-System zur weiteren Datenverarbeitung genutzt. Dies kann ein gewöhnlicher PC sein, der beispielsweise über eine serielle Schnittstelle angeschlossen ist oder ein spe-

zielles System, z. B. für den mobilen Einsatz.

Neben dem Einsatz zur Auto-ID ist auch eine Lokalisierung mittels RFID denkbar. Anhand der physikalischen Eigenschaften des Funksignals kann mithilfe mehrerer Lesegeräte die Position eines Transponders bestimmt werden, so dass dieser in Echtzeit verfolgt werden kann. Eine Lokalisierung kann dabei entweder als primäre Anwendung oder als zusätzliche Funktionalität vorhandener RFID-Lösungen dienen [20]. Da RFID-basierte Lokalisierung ein Hauptanliegen dieser Arbeit ist, finden sich weitere Informationen in Abschnitt 1.3 „Positionsbestimmung mit RFID“.

Weitergehende Anwendungen sind außerdem möglich, indem Transponder um integrierte Sensoren erweitert werden. Dies ermöglicht z. B. die kontinuierliche Überwachung von Kühlketten mittels Temperatursensoren oder des Augeninnerdrucks von Patienten, die an grünem Star leiden, durch den Einsatz von Drucksensoren. Näheres dazu sowie zahlreiche weitere Anwendungsbeispiele lassen sich dem bereits erwähnten Buch von Klaus Finkenzeller entnehmen [5].

## 1.2 Medizinische Navigation

Medizinische Navigation wird zur Verfolgung (Tracking) von medizinischen Instrumenten bei Operationen und Untersuchungen verwendet. Dies geschieht typischerweise bildbasiert durch eine Echtzeit-Zuordnung zwischen Bilddaten des Patienten und dem realen Operationsfeld, wobei kontinuierlich eine genaue Lokalisierung des Instruments im Raum erfolgt, was eine virtuelle Darstellung innerhalb der umliegenden anatomischen Strukturen ermöglicht.

Medizinische Navigationssysteme werden zunehmend in Disziplinen wie der Neurochirurgie, HNO-Chirurgie, Orthopädie, Traumatologie oder Kieferchirurgie eingesetzt [12, 6]. Sie sind von höchstem Nutzen an kritischen, schwer zugänglichen und verdeckten Stellen. Sie ermöglichen zudem Eingriffe minimal-invasiv durchzuführen, durch eine genaue präoperative Planung. Dies führt zu weniger Komplikationen während des Eingriffs und reduziert außerdem die Dauer der postoperativen Heilung.

Als bildgebende Verfahren eignen sich zur Navigation primär diejenigen, mit denen Volumen dargestellt wird. Dies können u. a. Ultraschall, Computertomographie (CT) oder Magnetresonanztomographie (MRT) sein [12]. CT-Aufnahmen eignen sich besser zur Darstellung von Knochen, während mit einem MRT besser weiches Gewebe dargestellt werden kann [15]. Durch den Einsatz von Kontrastmittel lassen sich auch Gefäße, Organe und andere anatomische Strukturen sichtbar machen und visuell voneinander trennen. Die Aufnahme der Bilder kann entweder intraoperativ erfolgen oder vor dem Eingriff, wobei ersteres in der Praxis mit zahlreichen Einschränkungen verbunden ist und das Vorhandensein der benötigten Gerätschaften im Operationssaal voraussetzt.

Um eine Navigation, basierend auf präoperativ aufgenommenen Bilddaten zu ermöglichen, müssen zunächst die Aufnahmen mit der Position des Patienten abgeglichen und somit auf ein gemeinsames räumliches Referenzsystem gebracht werden. Dieser Vorgang wird als Registrierung bezeichnet. Die Registrierung kann mittels ver-





Abbildung 1.2: Experimenteller Katheter mit integriertem RFID-Transponder im Durchmesser von 2 mm

schiedener Verfahren umgesetzt werden, die von der Art des geplanten Eingriffs abhängen. So können etwa invasive, CT- oder MRT-taugliche Marker verwendet werden, die bereits vor der Bildaufnahme mit Schrauben an bekannten Registrierungspunkten der Knochenstruktur des Patienten fixiert wurden. Auch das Nutzen von nichtinvasiven Markern zum Aufkleben auf die Haut ist möglich, wobei die erzielbare Genauigkeit allerdings stark durch eine mögliche Verschiebung der Haut eingeschränkt ist [6]. Die Dauer vom Einsetzen der Narkose zum Fertigstellen der Registrierung beträgt bei heutigen Systemen weniger als 5 Minuten [16]. Dies ist wichtig, da die verfügbare Zeit im Operationssaal sehr begrenzt ist.

Ein Hauptproblem bei der medizinischen Navigation stellt das positionsgenaue Tracking des chirurgischen oder diagnostischen Instruments dar. Aktuell wird dies zumeist mit optischen oder elektromagnetischen Markern gelöst, die an dem verwendeten Instrument befestigt sind und mit einem Kamerasystem respektive einem Induktionssystem geortet werden können. Optische Systeme haben dabei den Nachteil, dass eine direkte Sichtverbindung zwischen Marker und Kamera bestehen muss, was den Operateur eventuell in seiner Bewegungsfreiheit behindern kann. Induktionsbasierte Systeme haben diesen Nachteil nicht, liefern allerdings aktuell eine schlechtere Positionsgenauigkeit und sind anfällig gegenüber elektromagnetischen Störungen. Der Einsatz von RFID-basierten Navigationssystemen könnte diese Lücke schließen. Zudem können RFID-Transponder dank ihrer platzsparenden Bauweise selbst an kleinste Instrumente wie Nadeln oder Katheter als Marker angebracht werden, was ein weiteres Argument für den Einsatz von RFID darstellt. Ein solcher experimenteller Katheter ist in Abbildung 1.2 zu sehen.

### 1.3 Positionsbestimmung mit RFID

Generell lassen sich mit der RFID-Technologie folgende Messgrößen bei der Funkübertragung zwischen einem Transponder (Tag) zu einem Lesegerät ermitteln: Das reine

Vorhandensein eines Tags, die gespeicherten Daten des Tags, die minimale Energie, die zum Auslesen des Tags nötig ist, die Signalstärke repräsentiert durch den RSSI (Received Signal Strength Indication) und die Phase des Funksignals. Einige dieser Messgrößen können dazu verwendet werden, um beispielsweise den Abstand von Tag zum Lesegerät zu schätzen. Durch die Verwendung von mehreren Lesegeräten, deren Position bekannt ist, lässt sich so auch auf die Position des Tags schließen. Durch die verschiedenen Störungen, insbesondere Reflektionen, die bei einer Funkübertragung im Indoor-Bereich auftreten, ist jedoch nicht immer eine präzise Messung des Signals möglich [4]. Es sind dennoch zahlreiche Lösungsvorschläge und Versuche in der Literatur zu finden, wie durch technische und algorithmische Mittel eine Positionsbestimmung mit RFID realisiert werden kann.

Hightower et al. haben 2000 einen Artikel zu SpotON veröffentlicht, einem System zur dreidimensionalen Positionsbestimmung von aktiven RFID-Tags [7]. Mithilfe mehrerer Lesegeräte wurde die Signalstärke eines Tags aufgezeichnet und anhand empirischer Daten die dazwischen liegende Distanz bestimmt. Durch den Einsatz von Lateration wurde daraufhin die Position des Tags approximiert. Die Position des Tags konnte hardwarebedingt auf unter 1,5-2,5 m genau im Raum bestimmt werden, wobei zum Zeitpunkt der Veröffentlichung des Artikels bereits Versuchsdaten mit verbesserter Hardware vorlagen, bei denen die Genauigkeit unter 0,5-0,8 m lag.

Mit dem Prototypen LANDMARC [13] wurde 2000 von Ni et al. ein Versuch mit RFID durchgeführt, mit der Zielsetzung innerhalb eines etwa  $4 \times 5$  Meter großen Areals 8 aktive RFID-Tags zweidimensional zu lokalisieren. Es wurden gitterartig 16 Referenz-Tags an bekannten Positionen angebracht und mit einer 3 Bit Genauigkeit die Energie gemessen, die benötigt wird, um die Tags von den vier verwendeten Lesegeräten auszulesen. Die dabei gemessenen Werte wurden mittels  $k$ -Nearest Neighbor Algorithmus benutzt um auf die Position der Ziel-Tags zu schließen. Die im Mittel genaueste Positionsbestimmung von ca. 1 m wurde dabei mit  $k = 4$  (4-Nearest Neighbor) erzielt, wobei auch  $k = 3$  und  $k = 5$  gute, in Einzelfällen bessere, Ergebnisse lieferten. Es wurde außerdem festgestellt, dass sich eine höhere Anzahl von Lesegeräten sowie eine höhere Dichte von Referenz-Tags positiv auf die Genauigkeit auswirken und dass die Positionsbestimmung bei dem Versuch unempfindlich gegenüber alltäglichen Umwelteinflüssen war.

Zhou und Shi haben 2009 eine Studie [20] zur Bewertung verschiedener Verfahren zur zweidimensionalen Positionsbestimmung mit aktivem RFID veröffentlicht. Dabei wurden bis zu 10 RFID-Tags entlang der Seiten eines rechteckigen Versuchsbereichs angebracht, welches eine Größe von etwa  $27 \times 12$  Meter hatte. Es wurde an 50 bekannten, gitterartig angeordneten Positionen mit einem RFID-Lesegerät mehrfach die Signalstärke mittels RSSI zu allen umliegenden Tags gemessen. Diese Daten dienten nachfolgend zur Positionsbestimmung mittels Multilateration,  $k$ -Nearest Neighbor und Support-Vektor-Maschine. Zum Test erfolgte eine Positionsbestimmung an 100 zufällig gewählten Stellen innerhalb des Versuchsbereichs. Von den drei genannten Verfahren hat SVM (Support-Vektor-Maschine) die genaueste Lokalisierung ermöglicht mit einer mittleren Genauigkeit von 0,31 m ( $k$ -NN: 1,39 m, Multi-Lat.: 2,26 m), wobei die Parameter der SVM im Vorfeld mittels Gittersuche ermittelt wurden. Bei

$k$ -Nearest-Neighbor wurde das beste Ergebnis mit  $k = 8$  erzielt. Es wurde methodenübergreifend festgestellt, dass eine höhere Anzahl von RFID-Tags sich positiv auf das Messergebnis auswirkt. Auch wurde festgestellt, dass sich die Genauigkeit beim Test erhöht, wenn statt einer einzelnen RSSI-Messung pro Tag, mehrere Messungen an der gleichen Stelle vorgenommen werden und die Position mit dem Mittelwert bestimmt wird.

Einen geometrischen Ansatz zur Positionsbestimmung mittels RFID haben 2011 Azzouzi et al. präsentiert [2]. Mit drei fest positionierten Antennen-Arrays wurde der Eingangswinkel des Funksignals (Angle of Arrival) zum gesuchten passiven RFID-Transponder ermittelt und so drei Geraden konstruiert, die den Verlauf der Funkverbindung repräsentierten. Da die Messungen verschiedenen Störungen unterlagen, ergab der Schnitt der drei Geraden zumeist drei Schnittpunkte anstatt einen. Die Position des Transponders wurde entweder durch die Mittelung der drei Schnittpunkte bestimmt oder alternativ durch einen der drei Schnittpunkte festgelegt, der abhängig vom Eingangswinkel ausgewählt wurde. Die verwendeten Antennen-Arrays bestanden aus jeweils drei Antennen, die in festen Abständen horizontal nebeneinander angeordnet waren. Die Messung des Eingangswinkels an einem Array erfolgte über die Messung der Phasen des Funksignals an den drei Antennen und eine geometrische Berechnung, basierend auf der Phasendifferenz. Innerhalb des  $3 \times 3$  Meter großen Bereichs wurde eine mittlere Genauigkeit von 0,21 m bei der Positionsbestimmung an 25 Punkten erreicht, wobei einige Messwerte nicht in die Mittelung eingingen, weil die ermittelten Positionen außerhalb des Versuchsbereichs lagen.

## 1.4 Maschinelles Lernen

Um ein Problem maschinell lösen zu können, wird ein Algorithmus benötigt, der eine Eingabe (Input) in die gewünschte Ausgabe (Output) überführen kann. Für viele Probleme ist ein solcher Algorithmus bekannt und kann programmiert werden, allerdings ist dies nicht immer der Fall. Bei manchen Problemen ist zwar das Ziel bekannt, nicht aber der Lösungsweg. Beim maschinellen Lernen geht es darum, einen solchen unbekannten Algorithmus automatisch zu ermitteln, indem gesammelte Daten ausgewertet werden - er wird sozusagen gelernt [1].

Ein Anwendungsfeld für maschinelles Lernen ist z. B. der Bereich Data Mining, bei dem große Datenbestände auf unbekannte Zusammenhänge durchsucht werden, um beispielsweise herauszufinden, unter welchen Umständen Produkte gekauft wurden oder um mögliche Zielgruppen für zukünftige Produkte zu ermitteln. Ein anderes Feld ist künstliche Intelligenz. So könnte z. B. ein Roboter den optimalen Pfad durch unwegsames Gelände suchen, ohne dass dieser dem Konstrukteur bekannt ist und dabei auf variable Umwelteinflüsse reagieren.

Um maschinell lernen zu können, ist eine sinnvolle numerische Repräsentation der Eingabe nötig. Dabei ist es entscheidend relevante Eigenschaften zu wählen, d. h. solche, von denen die Ausgabe abhängt. Um ein Lernverfahren anzuwenden, wird ein Modell verwendet, mit dem die Transformation von Eingabe zu Ausgabe durchgeführt

wird. Ein solches Modell besitzt Parameter und Gewichte, die im Verlauf des Lernens optimiert werden.

Ein Teilbereich des maschinellen Lernens ist das überwachte Lernen. Hierbei wird ein Modell optimiert, indem Trainingsbeispiele in Form von Paaren aus Eingabe und korrekter Ausgabe (Target) verwendet werden. Die Parameter des Modells werden so angepasst, dass der Unterschied zwischen dem tatsächlich erzeugten Output und dem Target minimiert wird. Die Bewertung des Unterschieds geschieht durch eine Fehlerfunktion, die diesen gewichtet.

Ein wichtiger Aspekt des maschinellen Lernens ist die Fähigkeit zur Generalisierung, so dass auch noch nie präsentierte Eingaben korrekt verarbeitet werden können. Die Lösung eines Problems wird nicht reproduziert, sondern anhand von Regeln und Zusammenhängen gelernt. Es ist dabei abzuwägen, wie komplex die Lösung gelernt werden soll, um eine sogenannte Überanpassung (Overfitting) zu vermeiden. Dabei kann es passieren, dass der Fehler auf den gelernten Trainingsdaten besonders niedrig wird, da diese sehr genau gelernt wurden, während der Fehler auf unbekannten Eingaben steigt.

Eine Anwendung von überwachtem Lernen ist die Klassifikation. Dabei wird eine Eingabe einer bestimmten Klasse zugeordnet, wobei die Regeln für diese Zuordnung gelernt werden sollen. Oft ist problembedingt oder durch Rauschen in den Trainingsdaten allerdings keine eindeutige Abgrenzung von Klassen möglich. Unter Rauschen versteht man eine Abhängigkeit von unregelmäßigen Größen, etwa umweltbedingten Störungen, die nicht erfasst werden können. Die optimale Klassifikation bietet einen Kompromiss, indem die Grenzen der Klassen so gelernt werden, dass die Zahl der Fehlklassifikationen möglichst klein ist und gleichzeitig das zugrunde liegende Modell nicht zu komplex wird.

Unter Regression versteht man das Lernen einer numerischen Funktion. Während bei einer Klassifikation nur eine Ja/Nein-Antwort zurückgegeben wird, ist der Rückgabewert bei der Regression ein Zahlenwert, beispielsweise  $y \in \mathbb{R}$ . Das Ziel ist, die unbekannte Funktion aus den Trainingsdaten zu lernen, so dass durch eine Interpolation auch die Verarbeitung von unbekannten Punkten möglich ist. Zusätzlich soll ein mögliches Rauschen dabei beseitigt werden, so dass die gelernte Funktion nur noch von der Eingabe abhängt [1]. Mittels Regression ist es ebenso möglich eine Prognose für den Verlauf einer Funktion zu stellen und damit unbekannte Werte außerhalb des Trainingsbereichs zu schätzen.

Neben überwachtem Lernen, das in dieser Arbeit verwendet wird, gibt es im maschinellen Lernen noch die Bereiche Verstärkungslernen (Reinforcement Learning) und unüberwachtes Lernen. Bei Lernverfahren aus diesen Bereichen stehen zum Optimieren keine Trainingsbeispiele mit direkter Bewertung in Form eines Targets zur Verfügung. Beim Verstärkungslernen wird ein Modell optimiert, indem ein erzeugter Output in Form einer positiven oder negativen Kritik bewertet wird, während beim unüberwachten Lernen eine Bewertung des Outputs fehlt. Für eine Vertiefung in diese Bereiche des maschinellen Lernens empfiehlt sich das Buch „Pattern Recognition and Machine Learning“ von Christopher M. Bishop [3].

## 1.5 Fragestellung dieser Arbeit

Obwohl bereits zahlreiche Forschungsarbeiten im Bereich RFID-Positionsbestimmung zu Verfügung stehen, ergeben sich durch den geplanten Einsatz in der Medizin besondere Voraussetzungen und Einschränkungen, u. a. bezüglich der verwendeten Hardware. Der Ansatz, RFID-Lokalisierung im Millimeterbereich zu nutzen ist dabei neu, so dass die bisher erzielten Ergebnisse nicht direkt übertragbar sind.

In dieser Arbeit wurden mit einem Prototyp des RFID-Trackingsystems PRPS gewonnene Daten verwendet, welcher eigens für die medizinische Anwendung konzipiert wurde. In insgesamt sechs Versuchen wurden verschiedenartige RFID-basierten Messungen in Abständen von 1 mm vorgenommen und zusammen mit der dazu gehörenden Position gespeichert. Diese Messdaten wurden mit unterschiedlichen Varianten der maschinellen Lernverfahren  $k$ -Nearest Neighbor und Support-Vektor-Maschine verarbeitet und mittels Regression auf ihre Eignung zur Positionsbestimmung untersucht. Es standen als Eingabedaten insgesamt drei Arten von Messdaten zur Verfügung - die Signalstärke zu den acht verwendeten Antennen sowie vorverarbeitete und unverarbeitete Phasendifferenzmessungen - von denen es die geeignetste Art zur Positionsbestimmung zu ermitteln galt. Die einzelnen Varianten der Lernverfahren wurden zudem miteinander verglichen und deren Parameter optimiert. Durch eine Interpolation, die von den verwendeten Verfahren geleistet wird, ist es generell möglich einen RFID-Transponder an Punkten zu lokalisieren, für die keine expliziten Messdaten zur Verfügung stehen. Die tatsächliche Qualität der Interpolation galt es zu untersuchen, indem gitterartig Referenzpunkte ausgewählt wurden, deren Messdaten zum Training der Lernverfahren dienten. Dabei wurden die Fragen untersucht, mit welcher Genauigkeit zwischen dem Gitter liegende Positionen lokalisiert werden können und welche Gitterdichte in den Referenzpunkten für eine Anwendung in einem RFID-basierten medizinischen Navigationssystem benötigt wird. Für den Einsatz im Bereich der medizinischen Navigation bedarf es einer mittleren Genauigkeit bei der Positionsbestimmung von unter  $\pm 1$  mm, was im Weiteren als Referenz zur Bewertung der erzielten Ergebnisse diente.



# Kapitel 2

## Material und Methoden

In diesem Kapitel werden die in dieser Arbeit verwendeten Gerätschaften und Daten sowie die angewendeten Methoden vorgestellt. Zunächst wird auf den Versuchsaufbau des PRPS-Trackingsystems eingegangen, mit dem die Messdaten gesammelt wurden. Anschließend werden diese Daten genauer beleuchtet und die vorgenommenen Verarbeitungen beschrieben. Danach werden die Lernverfahren vorgestellt, die für die Positionsbestimmung verwendet wurden und deren problembezogene Anwendung beschrieben. Abschließend wird im Abschnitt Implementierung die konkrete Umsetzung in C++ skizziert.

### 2.1 Versuchsaufbau

Für die Versuche, auf denen diese Arbeit aufbaut, wurde ein Prototyp des RFID-Trackingsystems PRPS der Firma amedo smart tracking solutions GmbH verwendet. Die Versuche wurden innerhalb eines Plexiglasbassins mit den Abmessungen von etwa  $50\text{ cm} \times 90\text{ cm} \times 20\text{ cm}$  durchgeführt, das angelehnt an den menschlichen Körper in seiner Form den Torso und Kopf eines Patienten nachbildet. Entlang der beiden langen Seiten wurden jeweils vier Antennen vom Typ Toaglas PC-29 befestigt. Wie in Abbildung 2.1 skizziert, wurden die Antennen gegenüberliegend, jedoch auf verschiedenen Höhen und teilweise um  $90^\circ$  gedreht angebracht. Das Plexiglasbassin kann bei Bedarf mit Wasser gefüllt werden, um die Ausbreitung von Funkwellen durch den menschlichen Körper zu simulieren. Bei den Versuchen, die in dieser Arbeit verwendet wurden, war das Bassin allerdings nur mit Luft gefüllt [19].

Mithilfe einer CNC-Einheit wurde ein RFID-Tag innerhalb des Bassins entlang vorprogrammierter Pfade mit einer Schrittweite von 1 mm bewegt. Bei dem verwendeten passiven Tag handelte es sich um ein handelsübliches Modell vom Typ Avery AD-222, mit den Abmessungen  $90\text{ mm} \times 10\text{ mm} \times 1\text{ mm}$ . Der Aufbau während der Versuche ist in Abbildung 2.2 dargestellt. An allen angesteuerten Punkten wurden über ein Lesegerät mehrfach Messungen von Phase und Signalstärke an allen acht Antennen durchgeführt. Über eine integrierte Schaltung wurden die Messdaten vorverarbeitet und paarweise die Phasendifferenz zwischen gegenüberliegenden Antennen ermittelt. So wurden neben den empfangenen Signalstärken an den acht Antennen zusätzlich auf effektiv 16 Kanälen die Messungen der Phasendifferenzen auf einem angeschlossenen PC gespeichert. Die CNC-Einheit, die eine Genauigkeit von 0,1 mm hat, diente da-

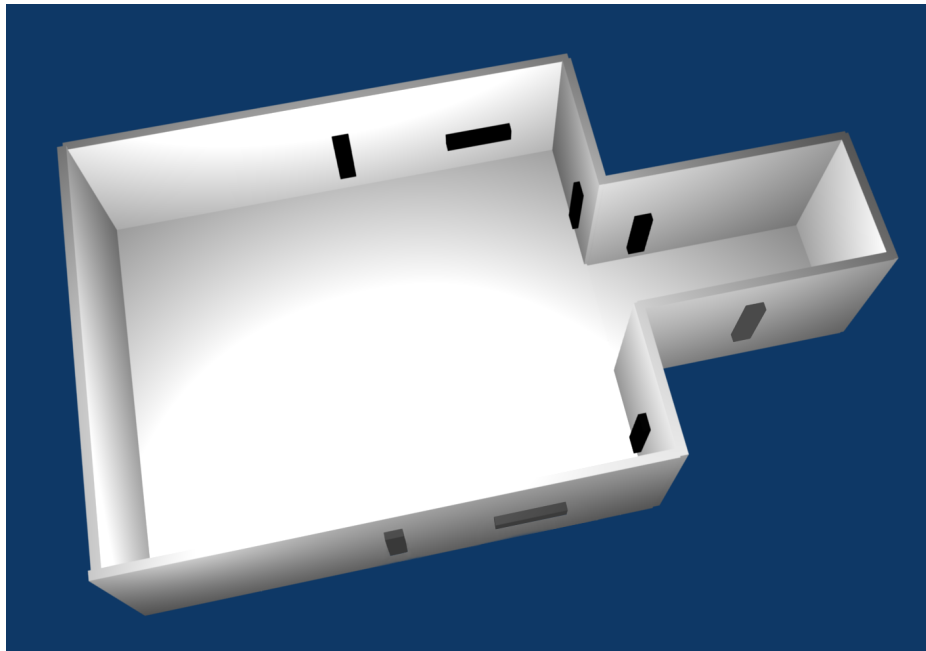


Abbildung 2.1: Anordnung der acht innenliegenden Antennen beim Versuchsaufbau im Plexiglasbassin des PRPS-Trackingsystems als 3D-Modell skizziert



Abbildung 2.2: Versuchsaufbau mit PRPS-Trackingsystem und CNC-Einheit



bei als Referenz für die Position des RFID-Tags, welche ebenfalls zu allen Messungen gespeichert wurde [19].

## 2.2 Daten

### 2.2.1 Eigenschaften der Messdaten

Bei den Messungen an einer bestimmten Position wurde die Signalstärke zu den acht verwendeten Antennen sowie eine vorverarbeitete und eine unverarbeitete Phasendifferenz zwischen den eintreffenden Funksignalen an den Antennen aufgezeichnet. Die Dimension  $N$  der gespeicherten Messdatenvektoren betrug bei der Signalstärke  $N = 8$  und bei den beiden Varianten der Phasenverschiebung  $N = 16$ , wodurch die Dimension des Eingaberaums für die verwendeten Lernverfahren bestimmt wurde. Jede Komponente eines Messdatenvektors steht bei der Signalstärke für eine Antenne und bei der Phasenverschiebung für die Differenz der Phase, die an zwei gegenüberliegenden Antennen gemessen wurde.

Pro Position wurden jeweils ca. 25 Einzelmessungen durchgeführt, wobei ein Messdatenvektor der vorverarbeiteten Phasenverschiebung, vier Messdatenvektoren der Signalstärke und drei Messdatenvektoren der unverarbeiteten Phasenverschiebung aufgezeichnet wurden. Um die drei Arten der Messdaten einheitlich verarbeitbar zu machen, wurde jeweils ein Messdatenvektor zum Training der Lernverfahren verwendet, wobei dieser bei der unverarbeiteten Phasenverschiebung und der Signalstärke durch eine Mittlung der verfügbaren Vektoren erreicht wurde. Durch die Mittlung wurde zusätzlich das Rauschen der Messdaten reduziert, was einen positiven Nebeneffekt bat.

Die einzelnen Zahlenwerte der Daten lagen bei der verarbeiteten Phasenverschiebung im Wertebereich von 0 bis 1024, bei der unverarbeiteten Phasenverschiebung im Bereich von 0 bis 32768 und bei der Signalstärke im Bereich von 0 bis 16384.

### 2.2.2 Versuche

Die Messdaten, die als Grundlage für diese Arbeit dienten, wurden in sechs Versuchen mit jeweils unterschiedlichen Pfaden und geometrischen Anordnungen der Messpunkte gesammelt.

Bei vier dieser Versuche wurden Geradenabschnitte zwischen zwei gegenüberliegende Antennen abgefahren. Die Position der Geradenabschnitte ist in Abbildung 2.3 skizziert. Anhand der internen Bezeichnung der vier angepeilten Antennen A1, A3, B1 und B3 wurden diese Messungen als Geradenabschnitt A1B1, A1B3, A3B1 und A3B3 benannt. Da die einzelnen Punkte entlang einer Gerade verlaufen, wird dadurch eine eindimensionale Positionsbestimmung im Raum simuliert. Wie in Tabelle 2.1 dargestellt, gab es bei diesen vier Versuchen an 198 einzelnen Positionen durchschnittlich ca. 25 Einzelmessungen, so dass dabei eine Gesamtzahl von 4702 bis 5093 Einzelmessungen pro Versuch zustande kommt. Benachbarte Positionen liegen dabei bezüglich

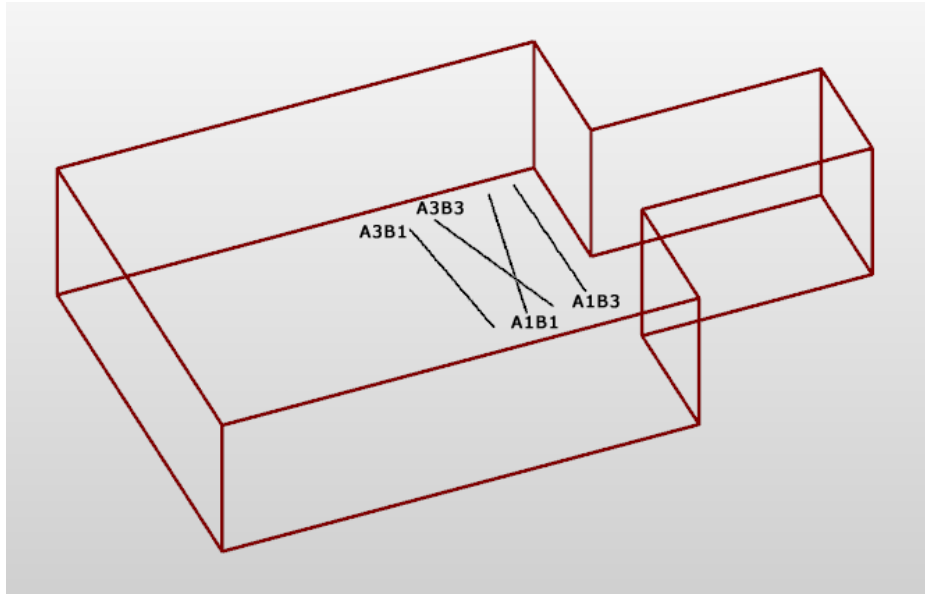


Abbildung 2.3: Position der Messungen innerhalb des Versuchsaufbaus. Dargestellt sind die Geradenabschnitte A1B1, A1B3, A3B1 und A3B3.

Tabelle 2.1: Eigenschaften der Messdaten

Versuch	Anzahl der Positionen	Gesamtzahl der Messdaten
Geradenabschnitt A1B1	198	5093
Geradenabschnitt A1B3	198	4702
Geradenabschnitt A3B1	198	4851
Geradenabschnitt A3B3	198	4743
Quader	19890	514208
Würfel	34700	877393

der  $x$ -Achse, des zugrunde liegenden Koordinatensystems, 1 mm auseinander.

Neben den bereits beschriebenen Versuchen wurden auch zwei Versuche mit räumlich verlaufenden Messpfaden durchgeführt, welche in Abbildung 2.4 dargestellt sind. Links sind die Positionen abgebildet, welche zu dem Versuch gehören, der im weiteren Verlauf dieser Arbeit als Quader bezeichnet wird. Rechts sind dagegen die Positionen des Versuchs zu sehen, welcher als Würfel referenziert wird.

Beim Quader wurde in 1 mm Schritten entlang der  $x$ -Achse eine Ebene mit  $10 \times 10$  Positionen und festem  $x$ -Wert um die Position des Geradenabschnitts A1B1 herum abgefahren. Daraus resultierten 19890 Positionen mit insgesamt 514208 Einzelmessungen mit einem Abstand von 1 mm zwischen den benachbarten Positionen.

Der Würfel besteht aus Positionen, die einen Bereich von ca.  $31 \text{ mm} \times 31 \text{ mm} \times 31 \text{ mm}$  mit einer Dichte von 1 mm ausfüllen. Wie in Tabelle 2.1 dargestellt, besteht er aus insgesamt 34700 Positionen und 877393 Einzelmessungen.

Tabelle 2.2: Eigenschaften der Gitter aus Referenzpunkten zum Training der Lernverfahren

Versuch	Gitterbreite	Anz. Positionen	Gesamtzahl Messd.
Geradenabschnitt A1B1	15 mm	14	393
	10 mm	20	543
	8 mm	25	677
	5 mm	40	1052
	3 mm	66	1704
	2 mm	99	2575
	Original	198	5093
Geradenabschnitt A1B3	15 mm	14	364
	10 mm	20	508
	8 mm	25	619
	5 mm	40	984
	3 mm	66	1590
	2 mm	99	2376
	Original	198	4702
Geradenabschnitt A3B1	15 mm	14	370
	10 mm	20	511
	8 mm	25	643
	5 mm	40	1017
	3 mm	67	1664
	2 mm	100	2415
	Original	198	4851
Geradenabschnitt A3B3	15 mm	14	362
	10 mm	20	491
	8 mm	25	617
	5 mm	40	954
	3 mm	67	1640
	2 mm	99	2397
	Original	198	4743
Quader	15 mm	24	683
	10 mm	69	1903
	8 mm	90	2447
	5 mm	266	7104
	3 mm	975	25592
	Original	19890	514208
Würfel	15 mm	10	276
	10 mm	36	939
	8 mm	92	2356
	5 mm	332	8430
	3 mm	1396	35298
	Original	34700	877393

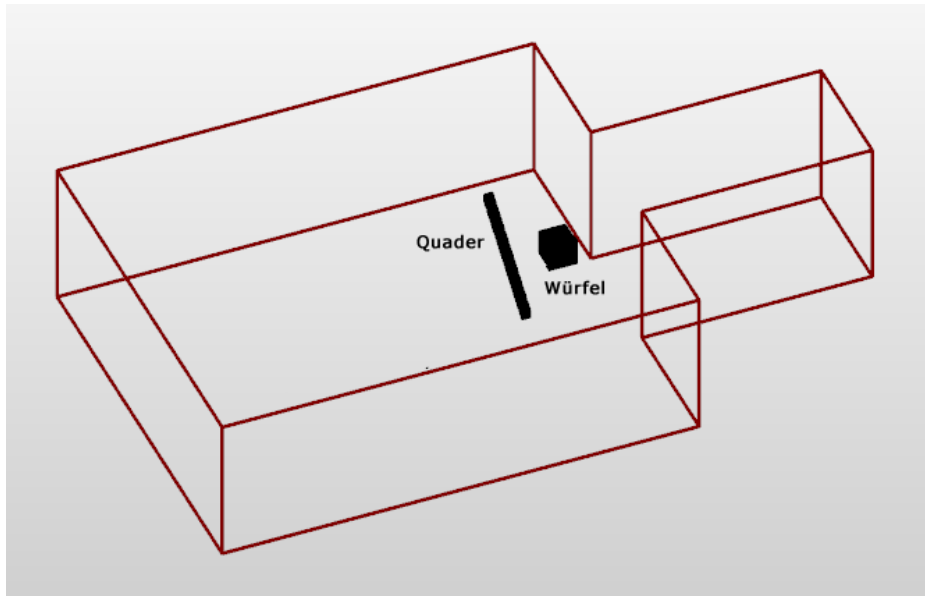


Abbildung 2.4: Position der Messungen innerhalb des Versuchsaufbaus. Dargestellt sind die Volumenmessungen des Würfels und des Quaders entlang des Geradenabschnitts A1B1.

### 2.2.3 Gitter aus Referenzpunkten

Zum Training der verwendeten Lernverfahren wurden Gitter aus Referenzpunkten erstellt, die aus einer Untermenge der vorhandenen Messpunkte bestanden. Ziel dieser Auswahl war der Test einer Interpolation der dazwischenliegenden Positionen mittels Regression. Ein Referenzpunkt besteht dabei aus der Position im zugrunde liegendem Koordinatensystem und der Menge der verfügbaren Messdaten an dieser Position.

Ausgehend von den Messdaten eines Versuchs wurde über die vollständige Liste aller Messpunkte iteriert und ein Punkt dem Gitter hinzugefügt, wenn dieser nicht näher als die vorgegebene Gitterbreite  $g$  an allen bereits hinzugefügten Punkten lag. Die verwendeten Werte für  $g$  waren 15 mm, 10 mm, 8 mm, 5 mm, 3 mm und 2 mm, wobei die Gitterbreiten 3 mm und 2 mm aufgrund der großen Datenmengen nicht zum Training mit Quader und Würfel angewandt wurden. Die Eigenschaften der einzelnen Gitter bezüglich ihrer Datenmenge sind in Tabelle 2.2 dargestellt. Abbildung 2.5 zeigt beispielhaft ein Gitter aus Referenzpunkten des Würfels und des Geradenabschnitts A1B1 mit einer Gitterbreite von 8 mm.

## 2.3 Verwendete Lernverfahren

Mithilfe der überwachten Lernverfahren, die in dieser Arbeit verwendet werden, wird die Transformation einer Eingabe  $I$  in eine Ausgabe  $(x, y, z)$  anhand von Trainingsdaten gelernt. Diese Trainingsdaten bestehen aus  $M$  Beispielen  $S_m$  (Samples) mit  $m = 1, \dots, M$ , wobei jedes Beispiel aus einem geordneten Paar von Eingabe  $I_m$  (Input)

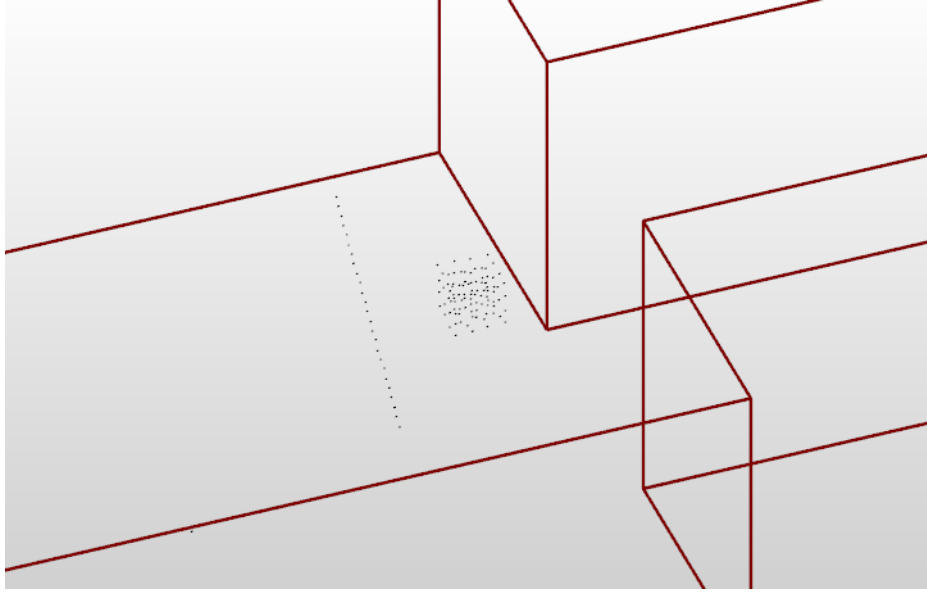


Abbildung 2.5: Gitter aus Referenzpunkten des Würfels und des Geradenabschnitts A1B1 mit einer Gitterbreite von 8 mm

und korrekter Ausgabe  $T_m$  (Target) besteht. Für jedes Beispiel gilt  $S_m = (I_m, T_m)$ . Um eine Positionsbestimmung innerhalb des Versuchsareals möglich zu machen, musste demnach die Abhängigkeit zwischen einer Messung und der Position, an der sie gemacht wurde, modelliert werden. Dazu wurde eine Regression mithilfe der Lernverfahren  $k$ -Nearest Neighbor und Support-Vektor-Maschine durchgeführt, welche nachfolgend vorgestellt werden.

### 2.3.1 k-Nearest Neighbor

#### Nearest Neighbor

Das Lernverfahren Nearest Neighbor basiert auf der einfachen Annahme, dass bei einer zu lernenden Funktion ähnliche Eingaben auch zu ähnlichen Ausgaben führen. Demnach sollten zwei Punkte, die einen kleinen Abstand im Eingaberaum haben, auch bezüglich ihrer Position nahe zusammenliegen. Die einzelnen Beispiele der Trainingsdaten, von denen jeweils die Eingabe und tatsächliche Position im Raum bekannt sind, werden als potentielle Nachbarn des Punktes interpretiert, dessen Position zu ermitteln ist. Es wird der Nachbar  $S_{\min}$  gesucht, der den kleinsten euklidischen Abstand  $\Delta_{\min}$  im Eingaberaum zum gesuchten Punkt  $(x, y, z)$  besitzt. Dabei wird  $\Delta_m$  für alle Beispiele, unter Zuhilfenahme ihrer Eingabevektoren  $I_m$ , wie folgt berechnet:

$$\Delta_m = \|I - I_m\| = \sqrt{\sum_{d=1}^N (I_d - I_{dm})^2}, \quad m = 1, \dots, M \quad (2.1)$$

Hierbei ist  $N$  die Dimension der Eingabevektoren und  $d = 1, \dots, N$  der Index ihrer

$d$ -ten Komponente. Die Ausgabe  $(x, y, z)$  ergibt sich für den Nachbarn  $S_{\min}$  mit dem kleinsten Abstand  $\Delta_{\min}$  wie folgt:

$$(x, y, z) = T_{\min} = (x_{\min}, y_{\min}, z_{\min}) \quad (2.2)$$

### Erweiterung zu $k$ -Nearest Neighbor

Das Verfahren  $k$ -Nearest Neighbor ist eine Erweiterung von Nearest Neighbor, bei der anstatt eines Nachbarn, nun die  $k$  nächsten Nachbarn gesucht werden. Dies sind diejenigen Beispiele, deren Eingabevektoren den kleinsten euklidischen Abstand  $\Delta$  zu der Eingabe des gesuchten Punktes haben, welcher analog zu Gleichung (2.1) berechnet wird. Durch diese zusätzlichen Referenzpunkte nahe des gesuchten Punktes ist eine Interpolation der unbekannten Position möglich, indem die Positionen aller  $k$  Nachbarn gewichtet in die Berechnung von  $(x, y, z)$  eingehen:

$$(x, y, z) = \sum_{i=1}^k w_i (x_i, y_i, z_i) \quad (2.3)$$

Die Gewichte  $w_i$  sind dabei entweder für alle  $k$  Nachbarn gleich, also  $w_i = \frac{1}{k}$ , oder werden abhängig von dem Abstand  $\Delta$  des jeweiligen Nachbarn im Eingaberaum berechnet. Gängige Methoden zur Berechnung von  $w_i$  sind:

$$w_i = \frac{\frac{1}{\Delta_i}}{\sum_{j=1}^k \frac{1}{\Delta_j}} \quad (2.4)$$

$$w_i = \frac{\frac{1}{\Delta_i^2}}{\sum_{j=1}^k \frac{1}{\Delta_j^2}} \quad (2.5)$$

Der Parameter  $k$  bestimmt durch die Anzahl der Nachbarn bei der Regression den Grad der Glättung und damit der Generalisierung. Er muss abhängig von der Anwendung situationsgerecht gewählt werden. Während ein zu kleines  $k$  zu einer stark verrauschten Funktionsapproximation führt, gehen bei einem zu hohen  $k$  Informationen verloren [3].

Nearest Neighbor und  $k$ -Nearest Neighbor sind Lernverfahren, bei denen kein Training im herkömmlichen Sinne notwendig ist, sondern die gesamten Trainingsdaten innerhalb des Modells gespeichert werden. Dies wird als sogenanntes Lazy-Learning bezeichnet. Große Datenmengen an Trainingsbeispielen führen dabei jedoch mitunter zu einer hohen Laufzeit bei der Berechnung der Ausgabe. Dies kann teilweise durch den Einsatz fortgeschrittener Methoden wie Suchbäumen bei der Suche der nächsten Nachbarn reduziert werden [3].

### 2.3.2 Support-Vektor-Maschine

Support-Vektor-Maschine (SVM) ist als überwachtes Lernverfahren zur Klassifikation entwickelt worden, kann aber in abgewandelter Form auch zur Regression verwendet werden. Es bietet den Vorteil von austauschbaren Kernen, was es besonders flexibel hinsichtlich seiner Anwendung mit verschiedensten Eingabedaten macht. Ein Kernel ist eine Funktion, die ein Skalarprodukt zweier Eingabevektoren nach der Transformation in einen sogenannten Merkmalsraum berechnet und damit eine anwendungsbezogene Ähnlichkeit wiedergibt [1]. Dies bietet eine Unabhängigkeit von der Art und Dimension des Eingaberaums, in welchem eine Regression zumeist nicht linear möglich ist. Anders als bei dem zuvor vorgestellten  $k$ -Nearest Neighbor ist die Ausgabe durch das Skalarprodukt zwingend eindimensional, so dass zur Berechnung einer dreidimensionalen Position drei separate SVMs benötigt werden, welche gesondert trainiert werden müssen. Zur Vereinfachung der Darstellung wird das Verfahren nachfolgend stellvertretend für eine Komponente der Positionskoordinaten aus  $\mathbb{R}^3$  beschrieben.

Bei Regression mit SVM wird allgemein eine Funktion wie folgt approximiert:

$$f(I) = \sum_{m=1}^M \alpha_m k(I, I_m) + b = k(w, I) + b \quad (2.6)$$

Dabei sind  $\alpha_m \in \mathbb{R}$  Gewichte, die anhand der Targets  $T_m$  für die Eingaben  $I_m$  aller  $M$  Beispiele gelernt und durch einen Gewichtsvektor  $w$  repräsentiert werden. Dieser enthält implizit die Information einer relevanten Auswahl der Beispiele, welche als Support Vektoren bezeichnet werden. Der Parameter  $b$  wird Offset genannt und beschreibt einen Achsenabschnitt. Die Funktion  $k$  ist der Kernel, welcher das Skalarprodukt der Eingabevektoren  $I$  und  $I_m$  auf  $\mathbb{R}$  abbildet. Die konkrete Wahl von  $k$  ist problembezogen und beschreibt implizit den verwendeten Merkmalsraum. In der einfachsten Variante eines Kernels wird das Skalarprodukt direkt im Eingaberaum berechnet:

$$k_{\text{lin}}(I, I_m) = \langle I, I_m \rangle \quad (2.7)$$

Varianten, die in der Praxis häufig Verwendung finden, sind der polynomielle Kernel und Radial Basis Funktion (RBF) Kernel:

$$k_{\text{poly}}(I, I_m) = (\langle I, I_m \rangle + c)^n \quad (2.8)$$

$$k_{\text{RBF}}(I, I_m) = \exp \left( -\frac{\|I - I_m\|^2}{\sigma^2} \right) \quad (2.9)$$

Hierbei wird der polynomielle Kernel in Gleichung (2.8) durch den Grad  $n \in \mathbb{N}$  und den Parameter  $c \geq 0$  bestimmt. Der RBF Kernel in Gleichung (2.9) wird durch den Parameter  $\sigma$  näher festgelegt, welcher ein Maß für die Skala wiedergibt, in der Änderungen im Eingaberaum auftreten.

Zum Optimieren der SVM wird durch einen Parameter  $\epsilon \in \mathbb{R}$  vorab eine Genauigkeit festgelegt, die erzielt werden soll. Der Parameter  $\epsilon$  beeinflusst die Komplexität der Approximation durch die Anzahl gewählter Support Vektoren und sollte hinsichtlich der Rauschvarianz in den Trainingsdaten gewählt werden [18]. Dabei kann das Problem der Optimierung wie folgt beschrieben werden:

$$\begin{aligned} & \text{Minimiere} \quad \frac{1}{2} \|w\|^2 + C \sum_{m=1}^M (\xi_m^+ + \xi_m^-) \\ & \text{in Abhängigkeit von} \quad \begin{cases} T_m - [(k(w, I_m) + b)] & \leq \epsilon + \xi_m^+ \\ [(k(w, I_m) + b)] - T_m & \leq \epsilon + \xi_m^- \\ \xi_m^+, \xi_m^- & \geq 0 \end{cases}, \quad \forall m = 1, \dots, M \end{aligned} \quad (2.10)$$

Die Konstante  $C > 0$  ist ein Regularisierungsparameter, der einen Kompromiss zwischen einer möglichst einfachen Wahl von  $f$  und einer Toleranz von Abweichungen größer als  $\epsilon$  ermöglicht. Dabei sind  $\xi_m^+$  und  $\xi_m^-$  sogenannte Schlupfvariablen, mit denen eine über  $\epsilon$  hinausgehende positive bzw. negative Abweichung von  $T_m$  ausgedrückt wird.

Um die Optimierung der SVM umsetzen zu können, müssen  $w$  und  $b$  so bestimmt werden, dass die Gleichung (2.10) erfüllt ist. Das dazu verwendete Training wird als Quadratisches Programm bezeichnet und nutzt eine Lagrange-Funktion zur Lösung des Problems:

$$\begin{aligned} L \quad := \quad & \frac{1}{2} \|w\|^2 + C \sum_{m=1}^M (\xi_m^+ + \xi_m^-) - \sum_{m=1}^M (\eta_m^+ \xi_m^+ + \eta_m^- \xi_m^-) \\ & - \sum_{m=1}^M \lambda_m^+ (\epsilon + \xi_m^+ - T_m + [(k(w, I_m) + b)]) \\ & - \sum_{m=1}^M \lambda_m^- (\epsilon + \xi_m^- + T_m - [(k(w, I_m) + b)]) \end{aligned} \quad (2.11)$$

Hierbei sind  $\lambda_m^+, \lambda_m^-, \eta_m^+, \eta_m^- \geq 0$ , mit  $m = 1, \dots, M$ , die Lagrange-Multiplikatoren. Die Lagrange-Funktion hat am Optimum einen Sattelpunkt abhängig von den Variablen  $w, b, \eta_m^+, \eta_m^-$ , weshalb bei einer optimalen Lösung des Problems für die partiellen Ableitungen von  $L$  gilt:



$$\partial_w L = w - \sum_{m=1}^M (\lambda_m^+ - \lambda_m^-) \tilde{I}_m = 0 \quad (2.12)$$

$$\partial_b L = \sum_{m=1}^M (\lambda_m^- - \lambda_m^+) = 0 \quad (2.13)$$

$$\partial_{\xi_m^+} L = C - \lambda_m^+ - \eta_m^+ = 0 \quad (2.14)$$

$$\partial_{\xi_m^-} L = C - \lambda_m^- - \eta_m^- = 0 \quad (2.15)$$

Durch ein Einsetzen der Gleichungen (2.12), (2.13), (2.14) und (2.15) in die Lagrange-Funktion aus Gleichung (2.11) erhält man die duale Form des Problems, welche abgeleitet schließlich zur optimalen Lösung führt. Für eine genaue Umsetzung wird an dieser Stelle das entsprechende Tutorial von Smola und Schölkopf [17] empfohlen.

## 2.4 Anwendung der Lernverfahren

In dieser Arbeit wurden Experimente mit den Lernverfahren  $k$ -Nearest Neighbor und Support-Vektor-Maschine durchgeführt, die Antworten auf die Fragestellung in Abschnitt 1.5 geben sollten. Wie in Abschnitt 2.2.3 beschrieben, wurden zum Training Gitter aus Referenzpunkten der sechs Versuche verwendet, wobei zur Überprüfung der erreichten Genauigkeit der komplette Original-Datensatz des jeweiligen Versuchs diente. Dazu wurde mit den Eingabedaten eine Positionsbestimmung simuliert und die Abweichung zu den tatsächlichen Positionen in Millimetern festgehalten. Die folgenden Abschnitte beschreiben die konkrete Anwendung der beiden Lernverfahren zur Positionsbestimmung, wobei zwischen verschiedenen Varianten unterschieden wird.

### 2.4.1 $k$ -Nearest Neighbor

Das Lernverfahren  $k$ -Nearest Neighbor wählt anhand des Abstands  $\Delta$  in den Eingabedaten  $k$  Nachbarn aus, deren Positionen zur Interpolation der gesuchten Position  $(x, y, z)$  verwendet werden. Die Gewichte  $w_i$  mit  $i = 1, \dots, k$ , welche den Einfluss eines Nachbarn  $S_i$  bei der Interpolation bestimmen, wurden in dieser Arbeit mit der Formel aus Gleichung (2.4) berechnet.

#### Freie Wahl der Nachbarn

Da in den Versuchen, deren Messdaten zum Training verwendet wurden, ca. 25 Einzelmessungen pro Position aufgezeichnet wurden, stehen für eine Wahl der Nachbarn all diese zur Verfügung. Da die Wahl der Nachbarn grundsätzlich nur von dem Abstand im Eingaberaum abhängt, besteht dabei die Möglichkeit, dass mehrere Nachbarn die gleiche Position haben. Diese Variante wird im weiteren Verlauf als „freie Wahl der Nachbarn“ bezeichnet.

### Positionsbezogene Wahl der Nachbarn

Um den zuvor beschriebenen Effekt einer Wahl von Nachbarn mit gleicher Position zu unterdrücken, wurde eine Variante verwendet, bei der zum Training jede Position durch einen einzelnen Eingabevektor beschrieben wird. Diese Variante wird im Weiteren „positionsbezogene Wahl der Nachbarn“ genannt.

Die Trainingsdaten wurden vor der Weitergabe an  $k$ -Nearest Neighbor ausgetauscht. Für jede Position des Trainingssatzes wurde ein Eingabevektor  $I$  konstruiert, bei dem jede Komponente  $I_d$  aus dem Median der  $d$ -ten Komponente aller Einzelmessungen an jener Position bestand. Somit entstand ein Eingabevektor, welcher die Information der Einzelmessungen vereint und sichergestellt, dass die Position nicht mehrfach als Nachbar gewählt werden kann. Zusätzlich wurde dadurch ein eventuelles Rauschen in den Trainingsdaten reduziert.

### 2.4.2 Support-Vektor-Maschine

Es wurden drei Instanzen einer SVM zur Positionsbestimmung verwendet, wie sie in Abschnitt 2.3.2 beschrieben wurde, wobei jeweils der RBF-Kernel aus Gleichung (2.9) zum Einsatz kam. Es blieb jedoch die Frage offen, welche konkreten Werte für die Parameter  $\epsilon$ ,  $C$  der SVM und den Parameter  $\sigma$  verwendet werden sollten. Während für den Parameter  $\epsilon$  der durch Expertenwissen anhand der geplanten Genauigkeit bei der Positionsbestimmung festgelegte Wert  $\epsilon=0,1$  galt, wurden für die Wahl von  $C$  und  $\sigma$  zweierlei Ansätze verfolgt, welche im Folgenden beschrieben werden.

#### Parameterwahl durch manuelle Gittersuche

In einem Vorversuch sollten die Parameter  $C$  und  $\sigma$  mithilfe einer manuellen Gittersuche bestimmt werden. Die dabei getesteten Werte waren  $C \in \{100, 1000, 10000, 100000\}$  und  $\sigma \in \{10, 100, 1000, 10000\}$ . Bei den Geradenabschnitten wurden alle 16 Kombinationen auf dem Geradenabschnitt A1B1 vorab getestet und die dabei zum Training benutzten Gitterbreiten betrugen 10 mm, 5 mm und 3 mm. Die Auswahl von  $C$  und  $\sigma$  erfolgte manuell anhand der Ergebnisse, welche in den Abschnitten 3.1.1 und 3.2.1 zu finden sind. Für die Messdaten des Quaders und des Würfels wurde die optimale Parameterkombination zusätzlich mit jeweils relevanten Teilmengen der Werte für  $C$  und  $\sigma$  und einer Gitterbreite von 10 mm mittels manueller Gittersuche überprüft.

#### Cross Validation

Eine automatisierte Lösung der Parameterwahl von  $C$  und  $\sigma$  wurde durch die Anwendung einer Gittersuche mit Cross Validation (Kreuzvalidierung) angestrebt. Die Durchführung erfolgte bei jedem Training einer SVM, indem alle Kombinationen von  $C \in \{100, 1000, 10000, 100000\}$  und  $\sigma \in \{10, 100, 1000, 10000\}$  automatisiert gelernt und ausgewertet wurden. Die Einzelmessungen des Trainingsdatensatzes wurden dazu zufällig in die drei gleichgroßen Teilmengen  $T_1$ ,  $T_2$  und  $T_3$  zerlegt, wobei die SVM in drei Durchgängen jeweils mit zwei Teilmengen trainiert und mit der dritten Teilmenge

getestet wurde. So diente beispielsweise die Menge  $T_2 \cup T_3$  dem Training und der Test auf Genauigkeit fand anschließend mit der Menge  $T_1$  statt. Die Parameterkombination von  $C$  und  $\sigma$ , die im Mittel den kleinsten Fehler bei den drei Durchgängen erzielte, wurde anschließend für das eigentliche Training mit der Gesamtmenge  $T_1 \cup T_2 \cup T_3$  verwendet. Diese Prozedur erfolgte unabhängig für die SVM aller drei Dimensionen.

## 2.5 Implementierung

Zur Verarbeitung der Messdaten sowie zur Erstellung und Analyse der Ergebnisse wurde das Framework `mipRFIDRegression` mit C++ programmiert, welches entsprechende Tools zur Verfügung stellt. Darunter befindet sich ein Tool zur automatisierten Batch-Messung, dessen grafische Oberfläche in Abbildung 2.6 zu sehen ist. Per XML-Datei konfiguriert, können mehrere Messungen mit unterschiedlichen Messdaten, Lernverfahren und Parametern automatisch hintereinander durchgeführt werden, wobei alle Kombinationen dieser Einstellungen berücksichtigt werden.

Für das Lernverfahren Support-Vektor-Maschine wurde die Programmierbibliothek `Shark` [8] verwendet, die Klassen zur Handhabung und Optimierung eines entsprechenden Modells zur Verfügung stellt, während das Verfahren  $k$ -Nearest Neighbor entsprechend des Abschnitts 2.4.1 eigenständig programmiert wurde. Da die Regression mittels SVM auf eine eindimensionale Ausgabe beschränkt ist, wurde eine Wrapper-Klasse geschrieben, welche intern drei SVMs verwaltet und nach außen eine dreidimensionale Funktionalität simuliert. So war es möglich, beide Lernverfahren einheitlich in das verwendete Framework einzubinden.

Für die grafischen Oberflächen der Werkzeuge wurde die Programmierbibliothek `Qt` [14] verwendet im Zusammenspiel mit der Grafikbibliothek `OpenGL` [10], zur dreidimensionalen Darstellung der Messdaten innerhalb des Versuchsaufbaus und zur qualitativen Bewertung des Fehlers bei der Positionsbestimmung. Abbildung 2.7 zeigt ein Tool mit einer solchen Darstellung am Beispiel einer SVM, welche mittels eines 5 mm Gitters von Signalstärke-Messungen des Würfels trainiert wurde. Durch entsprechende Farbwahl lässt sich dort die räumliche Verteilung des Fehlers abbilden.

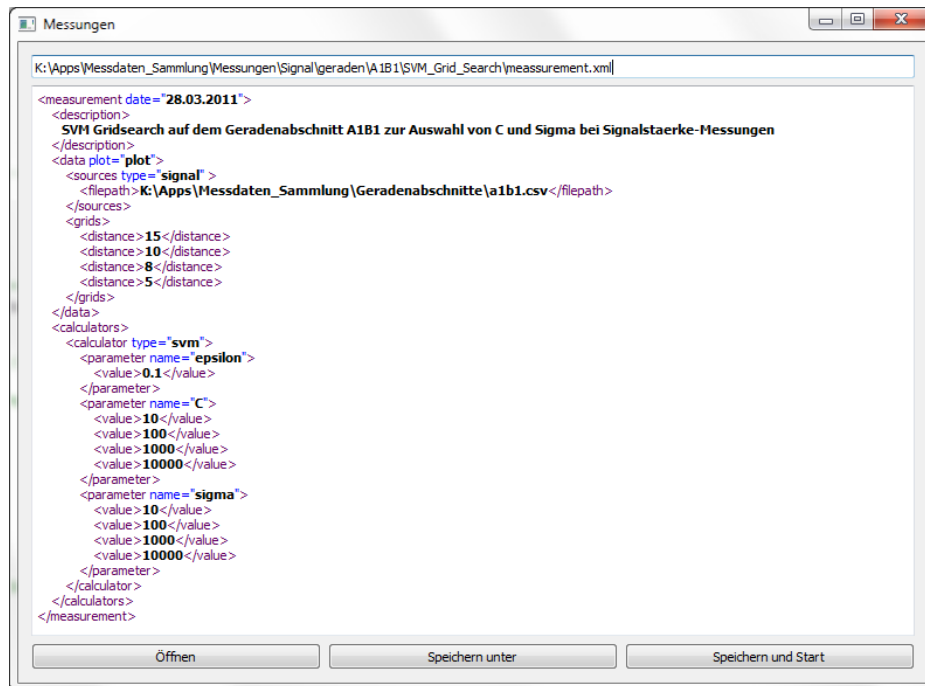


Abbildung 2.6: Grafische Oberfläche des Tools zur automatisierten Batch-Messung. Die Art der Messungen wird durch ein XML-Format beschrieben.

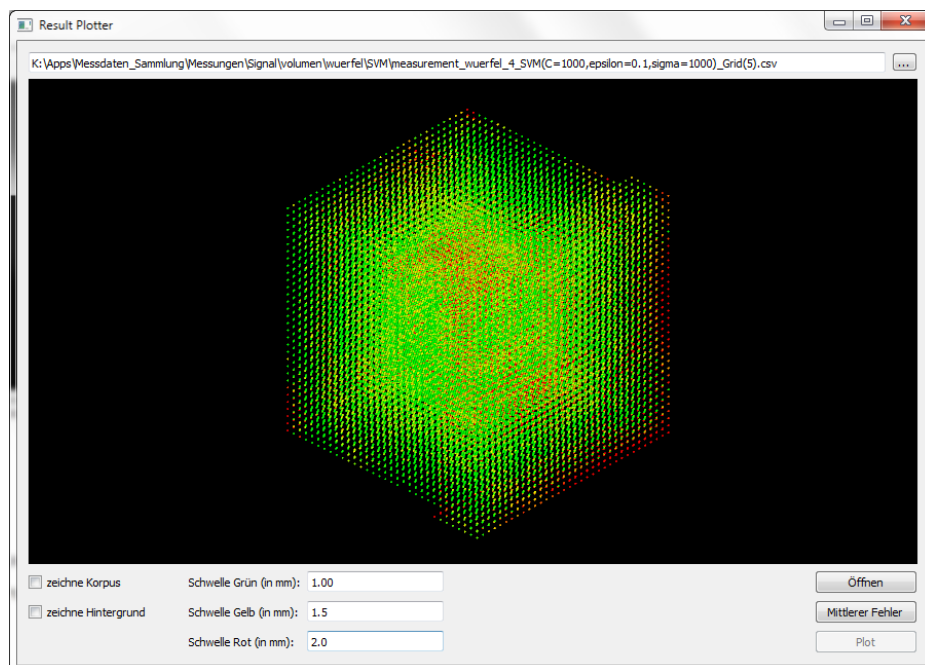


Abbildung 2.7: Tool zur dreidimensionalen Darstellung von Fehlern bei der Positionsbestimmung. Dargestellt ist der mittlere Fehler pro Position beim Test einer SVM, welche mit einem 5 mm Gitter des Würfels trainiert wurde.

# Kapitel 3

## Ergebnisse

Wie in Abschnitt 2.2 beschrieben, wurden drei verschiedene Arten von Messdaten zur Regression verwendet - die von der amedo GmbH vorverarbeitete Phasenverschiebung, die Signalstärke und eine gemittelte unverarbeitete Phasenverschiebung. Die damit erzielten Ergebnisse werden in den nachfolgenden Abschnitten dargestellt, wobei eine weitere Unterteilung in die geometrischen Anordnungen Geradenabschnitt, Würfel und Quader sowie die verwendeten Lernverfahren gemacht wird.

### 3.1 Vorverarbeitete Phasenverschiebung

#### 3.1.1 Geradenabschnitte

##### Parameterwahl bei $k$ -Nearest Neighbor

Das Lernverfahren  $k$ -Nearest Neighbor bietet mit dem Parameter  $k$ , der Anzahl der Nachbarn, eine Variation der anwendungsbezogenen Generalisierung, wie in Abschnitt 2.3.1 beschrieben. Da der optimale Wert für  $k$  zunächst unbekannt war, wurden für  $k$  die Werte  $k \in \{1, 2, 3, 4\}$  eingesetzt und mithilfe verschiedener Gitter des Geradenabschnitts A1B1 getestet, um dessen optimale Wahl zu ermitteln.

Tabelle 3.1 zeigt den Vergleich der mittleren Fehler auf dem Geradenabschnitt A1B1, die bei einer freien Wahl der Nachbarn erzielt wurden, wobei die niedrigsten Werte pro Gitterbreite jeweils hervorgehoben dargestellt sind. Es ist zu sehen, dass sich die Fehlerwerte für die einzelnen Gitterbreiten um höchstens 0,1 mm unterscheiden. So beträgt der höchste mittlere Fehler bei einem 10 mm Gitter 3,8 mm während der niedrigste Fehler bei 3,7 mm liegt. Es fällt auf, dass nach einem Training mit dem unveränderten Testdatensatz der mittlere Fehler unabhängig von  $k$  bei jeweils 0,0 mm liegt.

Wie in Abschnitt 2.4.1 beschrieben, wurde neben einer freien Wahl der Nachbarn auch eine Variante entworfen mit positionsbezogener Wahl der Nachbarn. Tabelle 3.2 zeigt diese Variante auf dem Geradenabschnitt A1B1 beim Test mit den bereits genannten Werten für  $k$ . Es zeigt sich, dass bei einer Gitterbreite von 5 mm bis 15 mm eine Wahl von  $k = 2$  die niedrigsten mittleren Fehler erreichte und dabei jeweils bessere Ergebnisse erzielte, als bei der freien Wahl der Nachbarn in Tabelle 3.1. So liegt beispielsweise der mittlere Fehler bei einer Gitterbreite von 15 mm und  $k = 2$

Tabelle 3.1: Vergleich der mittleren Fehler auf dem Geradenabschnitt A1B1 mit  $k$ -Nearest Neighbor und freier Wahl der Nachbarn, bei unterschiedlicher Wahl von  $k$ .

Gitterbreite	Mittlerer Fehler (in mm)			
	$k = 1$	$k = 2$	$k = 3$	$k = 4$
15 mm	4,9	4,8	4,8	<b>4,8</b>
10 mm	3,7	3,7	3,7	<b>3,7</b>
8 mm	2,4	<b>2,4</b>	<b>2,4</b>	<b>2,4</b>
5 mm	2,2	2,2	2,2	<b>2,2</b>
3 mm	1,2	<b>1,2</b>	<b>1,2</b>	1,2
2 mm	0,7	0,7	<b>0,7</b>	<b>0,7</b>
Original	<b>0,0</b>	<b>0,0</b>	<b>0,0</b>	<b>0,0</b>

Tabelle 3.2: Vergleich der mittleren Fehler auf dem Geradenabschnitt A1B1 mit  $k$ -Nearest Neighbor und positionsbezogener Wahl der Nachbarn, bei unterschiedlicher Wahl von  $k$ .

Gitterbreite	Mittlerer Fehler (in mm)			
	$k = 1$	$k = 2$	$k = 3$	$k = 4$
15 mm	4,98	<b>3,0</b>	4,5	5,5
10 mm	3,67	<b>2,8</b>	3,2	3,8
8 mm	2,47	<b>2,3</b>	2,8	2,9
5 mm	2,36	<b>2,0</b>	2,1	2,2
3 mm	<b>1,3</b>	1,4	1,5	1,7
2 mm	<b>0,7</b>	0,8	0,9	1,0
Original	<b>0,0</b>	0,3	0,3	0,4

bei 3,0 mm, während er bei  $k = 4$  auf 5,5 mm steigt. Bei den Gitterbreiten 3 mm und 2 mm sowie auf den Testdaten war eine Wahl von  $k = 1$  günstiger.

Die Ergebnisse mit  $k$ -Nearest Neighbor auf allen vier Geradenabschnitten wurden im weiteren Verlauf mit den Werten  $k = 1$  und  $k = 2$  ermittelt. Mit  $k = 1$  ist somit auch der Spezialfall des einfachen Nearest Neighbor vertreten, welcher in Abschnitt 2.3.1 beschrieben wurde. Es wurde im weiteren Verlauf der Arbeit die positionsbezogene Wahl der Nachbarn verwendet, da sich bei dieser eine bessere Fähigkeit der Interpolation abzeichnete.

### Ergebnisse mit $k$ -Nearest Neighbor

In Tabelle 3.3 ist der mittlere Fehler und Median mit  $k$ -Nearest Neighbor und  $k = 1$  und  $k = 2$  sowie der verwendeten Gitter der vier Geradenabschnitte A1B1, A1B3, A3B1 und A3B3 abgebildet. Wie in den vorherigen Tabellen, sind auch hier die niedrigsten Fehlerwerte hervorgehoben. Es ist erkennbar, dass die Wahl von  $k = 2$  in den meisten Fällen die niedrigeren Fehlerwerte aufweist. Eine Genauigkeit von unter

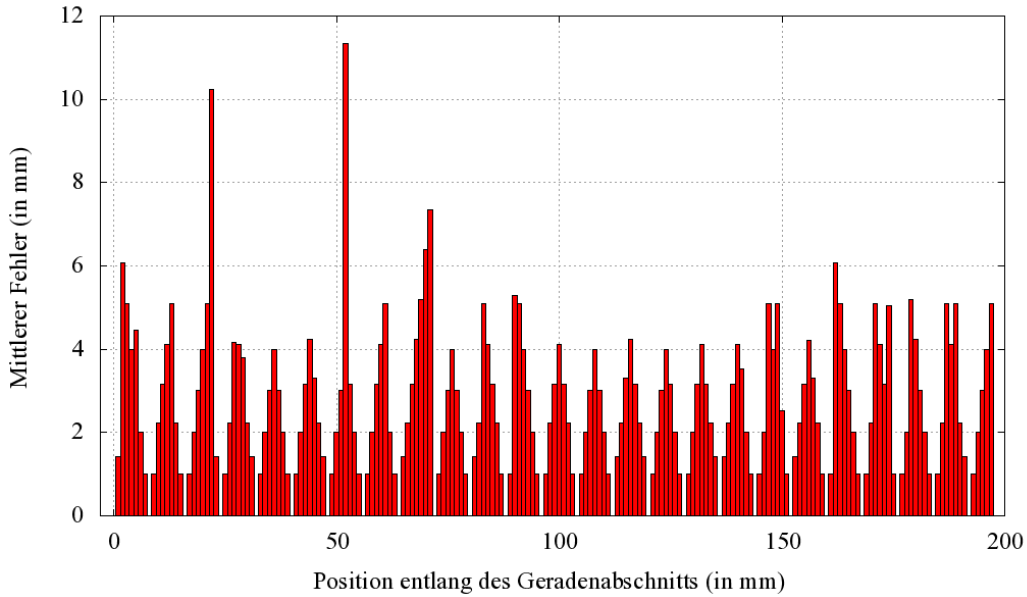


Abbildung 3.1: Mittlerer Fehler in Abhängigkeit von der Position entlang des Geradenabschnitts A1B1, nach dem Training mit 1-Nearest Neighbor mit einem 8 mm Gitter und positionsbezogener Wahl der Nachbarn.

1 mm, wie in Abschnitt 1.5 gefordert, ist bestenfalls auf dem Geradenabschnitt A3B1 mit einer Gitterbreite von 3 mm möglich, bei welcher der mittlere Fehler bei 0,8 mm lag.

Abbildung 3.1 zeigt den Fehlerverlauf entlang des Geradenabschnitts A1B1, welcher mittels 1-Nearest Neighbor mit einem 8 mm Gitter gelernt wurde, im Gegensatz zu Abbildung 3.2, bei welcher das Verfahren 2-Nearest Neighbor unter gleichen Umständen dargestellt ist. Während die  $k$ -Nearest Neighbor Variante mit  $k = 1$  eine periodische Regelmäßigkeit mit der Gitterbreite von 8 mm aufweist, in der der Fehler zwischen 0 mm und ca. 5 mm variiert, ist eine solche Regelmäßigkeit bei  $k = 2$  nicht unmittelbar erkennbar.

#### Parameterwahl mit Support-Vektor-Maschine

Während der Parameter  $\epsilon$  fest auf den Wert  $\epsilon=0,1$  eingestellt wurde, wurden die Parameter  $C$  und  $\sigma$  zunächst per Kreuzvalidierung automatisch ermittelt, wie in Abschnitt 2.4.2 „Cross Validation“ beschrieben. Für  $C$  standen die Werte 100, 1000, 10000 und 100000 zur Auswahl und für  $\sigma$  die Werte 10, 100, 1000 und 10000. Tabelle 3.4 zeigt die ermittelten Werte für  $C$  und  $\sigma$  in den Dimensionen  $x, y$  und  $z$ , für das Training der SVM mit verschiedenen Gittern der vier Geradenabschnitte. Es ist erkennbar, dass sich die Werte für die Parameter teilweise deutlich in den einzelnen Dimensionen unterscheiden. Während für  $C$  alle Werte von 100 bis 100000 in der Tabelle vorkommen, ergaben sich für  $\sigma$  bis auf eine Ausnahme nur die Werte 100 und 1000.

Zusätzlich wurden die Parameter  $C$  und  $\sigma$  mithilfe manueller Gittersuche auf dem

Tabelle 3.3: Mittlerer Fehler und Median (in mm) nach dem Training von  $k$ -Nearest Neighbor mit verschiedenen Gittern der vier Geradenabschnitte. Die Wahl der Nachbarn erfolgte positionsbezogen.

Geradenabschnitt	Gitterbreite	$k = 1$		$k = 2$	
		Mittl. Fehler	Median	Mittl. Fehler	Median
A1B1	15 mm	5,0	4,1	<b>3,0</b>	<b>1,7</b>
	10 mm	3,67	3,0	<b>2,8</b>	<b>1,5</b>
	8 mm	2,5	2,2	<b>2,3</b>	<b>1,3</b>
	5 mm	2,4	1,4	<b>2,0</b>	<b>0,9</b>
	3 mm	<b>1,3</b>	<b>1,0</b>	1,4	0,7
	2 mm	<b>0,7</b>	<b>0,0</b>	0,8	0,4
	Original	<b>0,0</b>	<b>0,0</b>	0,3	0,2
A1B3	15 mm	5,3	4,1	<b>4,0</b>	<b>2,5</b>
	10 mm	4,2	3,0	<b>3,8</b>	<b>2,4</b>
	8 mm	3,9	3,0	<b>3,6</b>	<b>2,0</b>
	5 mm	2,6	2,0	<b>2,5</b>	<b>1,2</b>
	3 mm	<b>1,6</b>	1,0	1,8	<b>0,7</b>
	2 mm	<b>1,3</b>	1,0	1,4	<b>0,4</b>
	Original	<b>0,1</b>	<b>0,0</b>	0,4	0,2
A3B1	15 mm	4,8	4,0	<b>2,6</b>	<b>1,4</b>
	10 mm	2,8	3,0	<b>1,8</b>	<b>1,1</b>
	8 mm	2,4	2,0	<b>1,7</b>	<b>1,0</b>
	5 mm	1,6	1,4	<b>1,2</b>	<b>0,7</b>
	3 mm	1,0	1,0	<b>0,8</b>	<b>0,4</b>
	2 mm	0,7	1,0	<b>0,6</b>	<b>0,3</b>
	Original	<b>0,0</b>	<b>0,0</b>	0,2	0,2
A3B3	15 mm	<b>6,2</b>	4,5	6,7	<b>3,6</b>
	10 mm	<b>3,7</b>	3,2	4,1	<b>1,8</b>
	8 mm	<b>3,3</b>	2,2	3,6	<b>1,4</b>
	5 mm	<b>2,3</b>	1,4	2,3	<b>1,0</b>
	3 mm	1,6	1,0	<b>1,5</b>	<b>0,7</b>
	2 mm	<b>1,0</b>	<b>0,0</b>	1,1	0,5
	Original	<b>0,0</b>	<b>0,0</b>	0,3	0,2



### 3.1 Vorverarbeitete Phasenverschiebung

Tabelle 3.4: Durch Cross-Validation ermittelten Werte für die Parameter  $C$  und  $\sigma$  in den Dimensionen  $x, y$  und  $z$ , für das Training einer SVM mit verschiedenen Gittern der vier Geradenabschnitte.

Geradenabschnitt	Gitterbreite	$C_x$	$C_y$	$C_z$	$\sigma_x$	$\sigma_y$	$\sigma_z$
A1B1	15 mm	100000	1000	1000	1000	1000	1000
	10 mm	10000	10000	100000	100	1000	1000
	8 mm	100000	100000	10000	1000	1000	1000
	5 mm	100000	100000	100000	1000	1000	1000
	3 mm	100000	100000	100000	1000	1000	1000
	2 mm	100000	1000	1000	1000	100	100
	Original	100000	1000	1000	100	100	100
A1B3	15 mm	10000	100000	1000	100	10000	1000
	10 mm	1000	10000	10000	100	1000	1000
	8 mm	100000	10000	10000	1000	1000	1000
	5 mm	10000	10000	10000	100	1000	1000
	3 mm	10000	100000	100000	100	1000	1000
	2 mm	100000	100000	100000	1000	1000	1000
	Original	100000	100	100	1000	100	100
A3B1	15 mm	10000	1000	10000	100	1000	1000
	10 mm	10000	10000	10000	100	1000	1000
	8 mm	10000	10000	100000	100	1000	1000
	5 mm	10000	100000	100000	100	1000	1000
	3 mm	10000	100000	1000	100	1000	100
	2 mm	100000	100	1000	1000	100	100
	Original	1000	100	10000	100	100	100
A3B3	15 mm	100000	100	10000	1000	1000	1000
	10 mm	100000	100	100000	1000	100	1000
	8 mm	100000	10000	100000	1000	1000	1000
	5 mm	100	1000	100000	100	1000	1000
	3 mm	100000	1000	100000	1000	100	1000
	2 mm	100000	100000	10000	1000	1000	1000
	Original	1000	10000	100000	100	100	1000

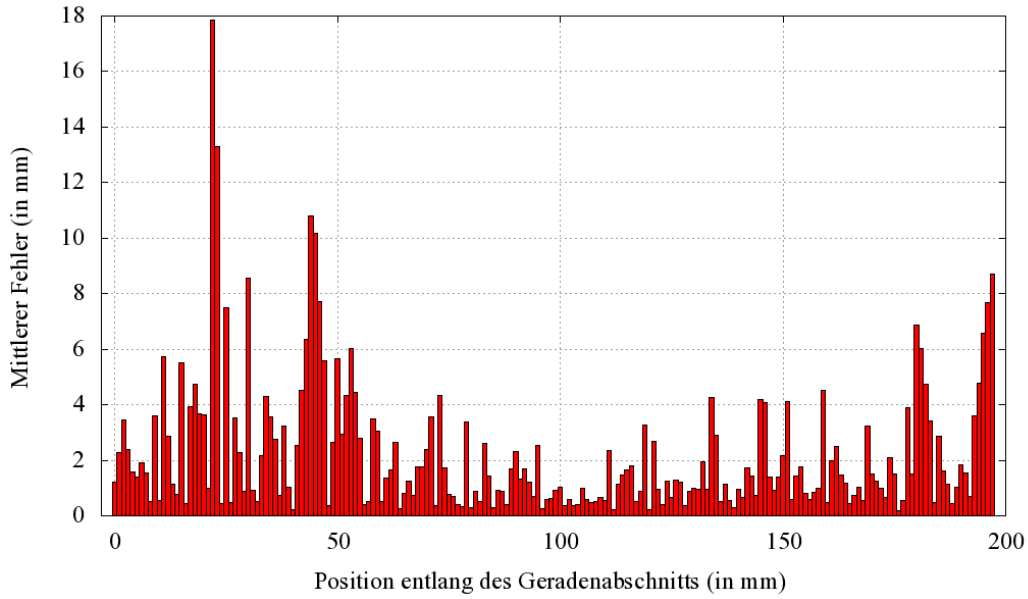


Abbildung 3.2: Mittlerer Fehler in Abhängigkeit von der Position entlang des Geradenabschnitts A1B1, nach dem Training mit 2-Nearest Neighbor mit einem 8 mm Gitter und positionsbezogener Wahl der Nachbarn.

Geradenabschnitt A1B1 ermittelt, wie in Abschnitt 2.4.2 „Parameterwahl durch manuelle Gittersuche“ beschrieben. Auch hier blieb der Parameter  $\epsilon$  fest auf den Wert  $\epsilon=0,1$  eingestellt. Für  $C$  wurden die Werte 100, 1000, 10000 und 100000 eingesetzt und für  $\sigma$  die Werte 10, 100, 1000 und 10000. Die Tabellen 3.5, 3.6 und 3.7 zeigen die dabei gemessenen mittleren Fehler in mm bei der Positionsbestimmung für die Gitterbreiten 10 mm, 5 mm und 3 mm, wobei die jeweils besten Ergebnisse gekennzeichnet sind. Bei einer Gitterbreite von 10 mm und 5 mm führte dabei die Parameterkombination von  $C=100000$  und  $\sigma=1000$  mit 3,1 mm bzw. 2,0 mm zu den niedrigsten mittleren Fehlern. Bei einer Gitterbreite von 3 mm war eine Wahl von  $\sigma=100$  und  $C \in \{1000, 10000, 100000\}$  günstiger und führte jeweils zu einem mittleren Fehler von 1,9 mm. Die Parameterkombination von  $C=100000$  und  $\sigma=1000$  erzielte hierbei einen mittleren Fehler von 2,6 mm und wurde nachfolgend zum Training der Support-Vektor-Maschine bei allen vier Geradenabschnitten verwendet.

Tabelle 3.5: Mittlerer Fehler (in mm) bei der manuellen Gittersuche für die Parameter  $C$  und  $\sigma$  auf dem Geradenabschnitt A1B1 mit Gitterbreite 10 mm

	$C=100$	$C=1000$	$C=10000$	$C=100000$
$\sigma=10$	45,4	45,3	45,3	45,3
$\sigma=100$	5,9	5,8	5,8	5,8
$\sigma=1000$	4,5	3,7	3,5	<b>3,1</b>
$\sigma=10000$	21,3	10,5	8,0	7,1

### 3.1 Vorverarbeitete Phasenverschiebung

Tabelle 3.6: Mittlerer Fehler (in mm) bei der manuellen Gittersuche für die Parameter  $C$  und  $\sigma$  auf dem Geradenabschnitt A1B1 mit Gitterbreite 5 mm

	$C=100$	$C=1000$	$C=10000$	$C=100000$
$\sigma=10$	39,6	39,5	39,6	39,6
$\sigma=100$	2,9	2,7	2,66	2,7
$\sigma=1000$	3,2	2,6	2,2	<b>2,0</b>
$\sigma=10000$	17,5	8,5	6,5	5,9

Tabelle 3.7: Mittlerer Fehler (in mm) bei der manuellen Gittersuche für die Parameter  $C$  und  $\sigma$  auf dem Geradenabschnitt A1B1 mit Gitterbreite 3 mm

	$C=100$	$C=1000$	$C=10000$	$C=100000$
$\sigma=10$	32,8	32,7	32,7	32,7
$\sigma=100$	2,2	<b>1,9</b>	<b>1,9</b>	<b>1,9</b>
$\sigma=1000$	3,0	2,4	2,2	2,2
$\sigma=10000$	15,9	8,1	5,9	5,2

#### Ergebnisse mit Support-Vektor-Maschine

Tabelle 3.8 zeigt die Ergebnisse in Form des mittleren Fehlers und des Medians in Millimetern, die nach dem Training einer SVM mit verschiedenen Gitterauswahlen der vier Geradenabschnitte A1B1, A1B3, A3B1 und A3B3 ermittelt wurden. Die Parameter  $C$  und  $\sigma$  wurden, wie im vorherigen Abschnitt beschrieben, einerseits per Cross-Validation ermittelt und andererseits fest auf die Werte  $C=100000$  und  $\sigma=1000$  eingestellt. Die besten Ergebnisse für die jeweiligen Gitterbreiten sind dabei hervorgehoben dargestellt. In einigen Fällen wurden die Ergebnisse mit Cross Validation verworfen, da die dabei ermittelten Positionen eindeutig außerhalb des Versuchsareals lagen. So wurden beispielsweise bei der Gitterbreite 3 mm und 2 mm des Geradenabschnitts A3B1 mittlere Fehler von 23 m bzw. 234 m gemessen. Die feste Wahl der Parameter  $C$  und  $\sigma$  erzielte zudem, bis auf wenige Ausnahmen, niedrigere Fehlerwerte als die Variante mit Cross-Validation oder lag mit dieser gleichauf. Es ist weiterhin zu sehen, dass der Median der Fehler, bis auf eine Ausnahme beim Training auf den Testdaten des Geradenabschnitts A3B1 mit Cross-Validation, unterhalb des mittleren Fehlers lag.

Abbildung 3.3 zeigt die Positionsabhängigkeit des Fehlers bei der Positionsbestimmung beispielhaft am Geradenabschnitt A1B1 nach dem Training einer SVM mit festen  $C$  und  $\sigma$  und einer Gitterbreite von 8 mm. An den 198 Positionen wurde jeweils der mittlere Fehler der ca. 25 Einzelmessungen berechnet und in einem Balkendiagramm aufgetragen. Während der mittlere Fehler des gesamten Geradenabschnitts bei 2,5 mm liegt, sind an den einzelnen Positionen Fehler von bis zu 14 mm zu sehen. Hohe Fehlerwerte treten besonders an den beiden Rändern des Geradenabschnitts auf, während der mittlere Bereich deutlich niedrigere Fehlerwerte von zumeist ca. 2 mm aufweist. Dennoch ist erkennbar, dass der Verlauf des Fehlers nicht alleine von der

Tabelle 3.8: Mittlerer Fehler und Median (in mm) nach dem Training einer SVM mit verschiedenen Gittern der vier Geradenabschnitte. Die Parameter  $C$  und  $\sigma$  wurden einerseits per Cross-Validation ermittelt und andererseits fest auf die Werte  $C=100000$  und  $\sigma=1000$  eingestellt.

Geradenabschnitt	Gitterbreite	Cross-Validation		$C=100000, \sigma=1000$	
		Mittl. Fehler	Median	Mittl. Fehler	Median
A1B1	15 mm	3,1	2,2	<b>3,0</b>	<b>2,1</b>
	10 mm	22,4	20,7	<b>3,1</b>	<b>2,0</b>
	8 mm	<b>2,5</b>	1,5	<b>2,5</b>	<b>1,5</b>
	5 mm	<b>2,0</b>	<b>1,3</b>	<b>2,0</b>	<b>1,3</b>
	3 mm	<b>2,2</b>	<b>0,9</b>	<b>2,2</b>	<b>0,9</b>
	2 mm	-	-	<b>1,2</b>	<b>0,6</b>
	Original	<b>0,1</b>	<b>0,1</b>	0,6	0,4
A1B3	15 mm	850,6	540,1	<b>3,3</b>	<b>2,2</b>
	10 mm	23,4	22,4	<b>3,6</b>	<b>2,4</b>
	8 mm	<b>3,0</b>	<b>1,8</b>	<b>3,0</b>	<b>1,8</b>
	5 mm	33,3	34,0	<b>2,1</b>	<b>1,1</b>
	3 mm	50,0	52,0	<b>1,5</b>	<b>0,8</b>
	2 mm	<b>0,9</b>	<b>0,4</b>	<b>1,0</b>	<b>0,4</b>
	Original	-	-	<b>0,4</b>	<b>0,2</b>
A3B1	15 mm	31,9	34,9	<b>3,9</b>	<b>1,9</b>
	10 mm	32,0	30,0	<b>2,2</b>	<b>1,6</b>
	8 mm	31,2	27,5	<b>2,1</b>	<b>1,4</b>
	5 mm	26,6	24,1	<b>1,8</b>	<b>1,0</b>
	3 mm	-	-	<b>1,2</b>	<b>0,7</b>
	2 mm	-	-	<b>1,0</b>	<b>0,6</b>
	Original	<b>0,1</b>	<b>0,1</b>	0,5	0,3
A3B3	15 mm	5,3	3,8	<b>5,2</b>	<b>3,7</b>
	10 mm	6,0	4,0	<b>5,8</b>	<b>3,8</b>
	8 mm	<b>4,2</b>	<b>2,7</b>	<b>4,2</b>	<b>2,7</b>
	5 mm	34,8	33,0	<b>4,0</b>	<b>2,5</b>
	3 mm	3,3	2,2	<b>2,8</b>	<b>1,5</b>
	2 mm	1,8	1,1	<b>1,7</b>	<b>1,0</b>
	Original	146,1	160,6	<b>0,9</b>	<b>0,5</b>

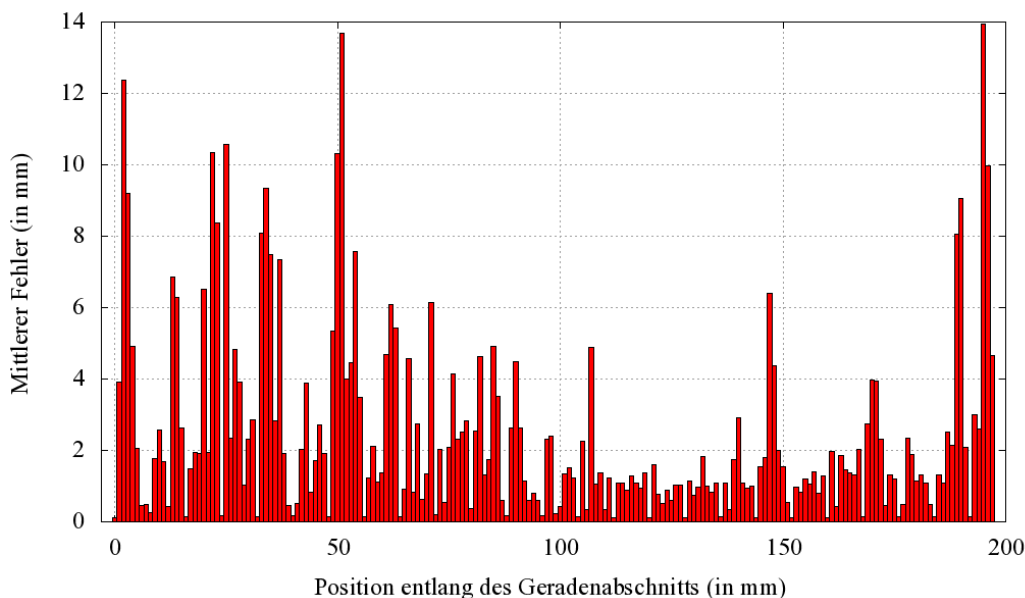


Abbildung 3.3: Mittlerer Fehler in Abhängigkeit von der Position entlang des Geradenabschnitts A1B1. Es wurde eine SVM mit 8 mm Gitter und den Parametern  $C=100000$  und  $\sigma=1000$  trainiert.

Position bestimmt wird. Es ist weiterhin zu sehen, dass der Fehler periodisch, an den Positionen des für das Training verwendeten Gitters, bei unter 0,2 mm liegt.

Zum Vergleich ist in Abbildung 3.4 der mittlere Fehler an den einzelnen Positionen des Geradenabschnitts A3B1 dargestellt, mit sonst gleich gebliebenen Bedingungen. Hier ist noch deutlicher zu sehen, dass der Fehler an den beiden Rändern des Geradenabschnitts zunimmt. Er beträgt dort bis zu 11 mm, während der mittlere Fehler des gesamten Geradenabschnitts bei 2,1 mm lag.

Abschließend ist in Tabelle 3.9 ein Vergleich der Lernverfahren  $k$ -Nearest Neighbor mit  $k = 1$  und  $k = 2$  bei positionsbezogener Wahl der Nachbarn sowie SVM mit  $C=100000$  und  $\sigma=1000$  mit mittlerem Fehler und Median in Millimetern dargestellt. Die niedrigsten Fehlerwerte pro Gitterbreite sind auch hier markiert. Während bei dem Geradenabschnitt A1B3 das Verfahren SVM beinahe durchgehend die besseren Ergebnisse liefert, ist bei den anderen Geradenabschnitten zumeist mit  $k$ -Nearest Neighbor der erzielte Fehler bei der Positionsbestimmung niedriger.

#### 3.1.2 Quader

##### $k$ -Nearest Neighbor

Durch die zusätzliche Dimension bei den Messdaten des Quaders im Vergleich zu den Geradenabschnitten ist die Wahl des optimalen  $k$  nicht direkt übertragbar. Es wurden die Werte  $k \in \{1, 2, 3, 5, 8\}$  getestet und der dabei resultierende mittlere Fehler ist in Tabelle 3.10 zu sehen, wobei die niedrigsten Fehlerwerte hervorgehoben dargestellt

Tabelle 3.9: Mittlerer Fehler und Median (in mm) mit 1-Nearest Neighbor, 2-Nearest Neighbor und SVM mit  $C=100000$  und  $\sigma=1000$  nach dem Training mit verschiedenen Gittern der vier Geradenabschnitte.

Geradenab.	Gitterbr.	1-NN		2-NN		SVM	
		Mittel	Median	Mittel	Median	Mittel	Median
A1B1	15 mm	5,0	4,1	3,0	<b>1,7</b>	<b>3,0</b>	2,1
	10 mm	3,7	3,0	<b>2,8</b>	<b>1,5</b>	3,1	2,0
	8 mm	2,5	2,2	<b>2,3</b>	<b>1,3</b>	2,5	1,5
	5 mm	2,4	1,4	<b>2,0</b>	<b>0,9</b>	<b>2,0</b>	1,3
	3 mm	<b>1,3</b>	1,0	1,4	<b>0,7</b>	2,2	0,9
	2 mm	<b>0,7</b>	<b>0,0</b>	0,8	0,4	1,2	0,6
	Original	<b>0,0</b>	<b>0,0</b>	0,3	0,2	0,6	0,3
A1B3	15 mm	5,3	4,1	4,0	2,5	<b>3,3</b>	<b>2,2</b>
	10 mm	4,2	3,0	3,8	2,4	<b>3,6</b>	<b>2,4</b>
	8 mm	3,9	3,0	3,6	2,0	<b>3,0</b>	<b>1,8</b>
	5 mm	2,6	2,0	2,5	1,2	<b>2,0</b>	<b>1,1</b>
	3 mm	1,6	1,0	1,8	<b>0,7</b>	<b>1,5</b>	0,8
	2 mm	1,3	1,0	1,4	0,4	<b>0,9</b>	<b>0,4</b>
	Original	<b>0,1</b>	<b>0,0</b>	0,4	0,2	0,4	0,2
A3B1	15 mm	4,8	4,0	<b>2,6</b>	<b>1,4</b>	3,9	1,9
	10 mm	2,8	3,0	<b>1,8</b>	<b>1,1</b>	2,2	1,6
	8 mm	2,4	2,0	<b>1,7</b>	<b>1,0</b>	2,1	1,4
	5 mm	1,6	1,4	<b>1,2</b>	<b>0,7</b>	1,8	1,0
	3 mm	1,0	1,0	<b>0,8</b>	<b>0,4</b>	1,2	0,7
	2 mm	0,7	1,0	<b>0,6</b>	<b>0,3</b>	1,0	0,6
	Original	<b>0,0</b>	<b>0,0</b>	0,2	0,2	0,5	0,3
A3B3	15 mm	6,2	4,5	6,7	<b>3,6</b>	<b>5,2</b>	3,7
	10 mm	<b>3,6</b>	3,2	4,1	<b>1,8</b>	5,8	3,8
	8 mm	<b>3,3</b>	2,2	3,6	<b>1,4</b>	4,2	2,7
	5 mm	<b>2,3</b>	1,4	2,3	<b>1,0</b>	4,0	2,6
	3 mm	1,6	1,0	<b>1,5</b>	<b>0,7</b>	2,8	1,5
	2 mm	<b>1,0</b>	<b>0,0</b>	1,1	0,5	1,7	1,0
	Original	<b>0,0</b>	<b>0,0</b>	0,3	0,2	0,9	0,5

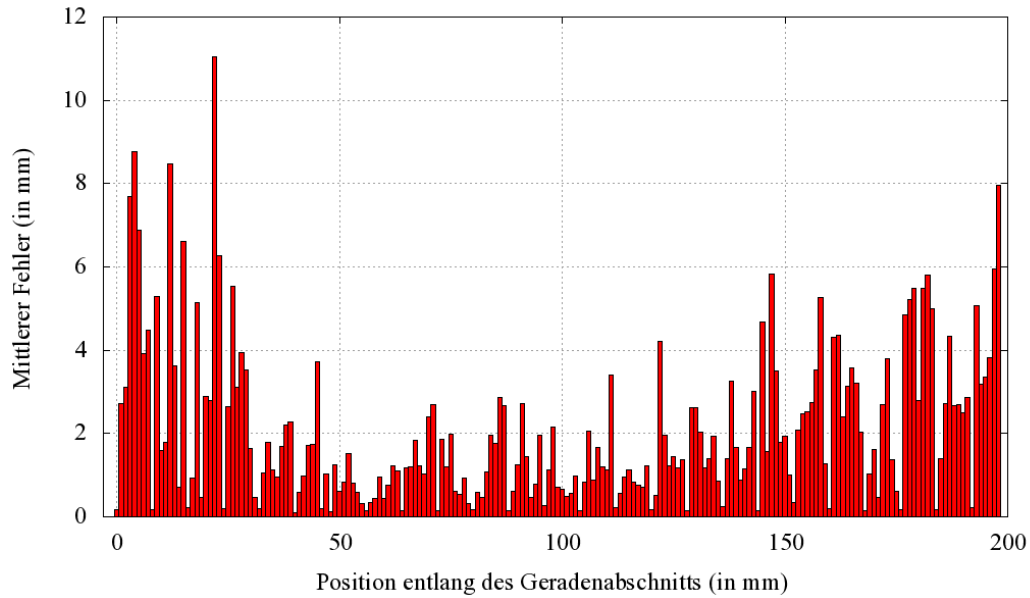


Abbildung 3.4: Mittlerer Fehler in Abhängigkeit von der Position entlang des Geradenabschnitts A3B1. Es wurde eine SVM mit 8 mm Gitter und den Parametern  $C=100000$  und  $\sigma=1000$  trainiert.

Tabelle 3.10: Mittlerer Fehler bei  $k$ -Nearest Neighbor trainiert mit den Messdaten des Quaders mittels positionsbezogener Wahl der Nachbarn, bei unterschiedlicher Wahl von  $k$ .

Gitterbreite	Mittlerer Fehler (in mm)				
	$k = 1$	$k = 2$	$k = 3$	$k = 5$	$k = 8$
15 mm	8,3	5,6	<b>5,4</b>	6,6	10,7
10 mm	6,1	4,2	<b>3,8</b>	<b>3,8</b>	4,3
8 mm	5,0	3,7	<b>3,4</b>	3,5	3,9
5 mm	3,6	2,8	<b>2,6</b>	<b>2,6</b>	2,8

sind. Die Wahl von  $k = 3$  liefert bei allen verwendeten Gitterbreiten den niedrigsten mittleren Fehler. Bei dem 10 mm Gitter erzielt zusätzlich  $k = 5$  den gleichen mittleren Fehler von 3,8 mm.

Abbildung 3.5 zeigt den Verlauf der Fehler bei der Positionsbestimmung mit 3-Nearest Neighbor an den Positionen entlang der  $x$ -Achse bei einem Training mit 8 mm Gitter. Wie in Abschnitt 2.2 beschrieben, besteht der Quader aus 100 Positionen pro  $x$ -Wert, die jeweils durch einen Punkt im Diagramm dargestellt sind. Jeder Punkt symbolisiert den mittleren Fehler in Millimetern an einer Position. Es ist zu sehen, dass an einzelnen  $x$ -Positionen höhere Fehlerwerte von über 10 mm gemessen wurden, während der mittlere Fehler des gesamten Quaders bei 3,4 mm liegt, wie aus Tabelle 3.10 hervorgeht.

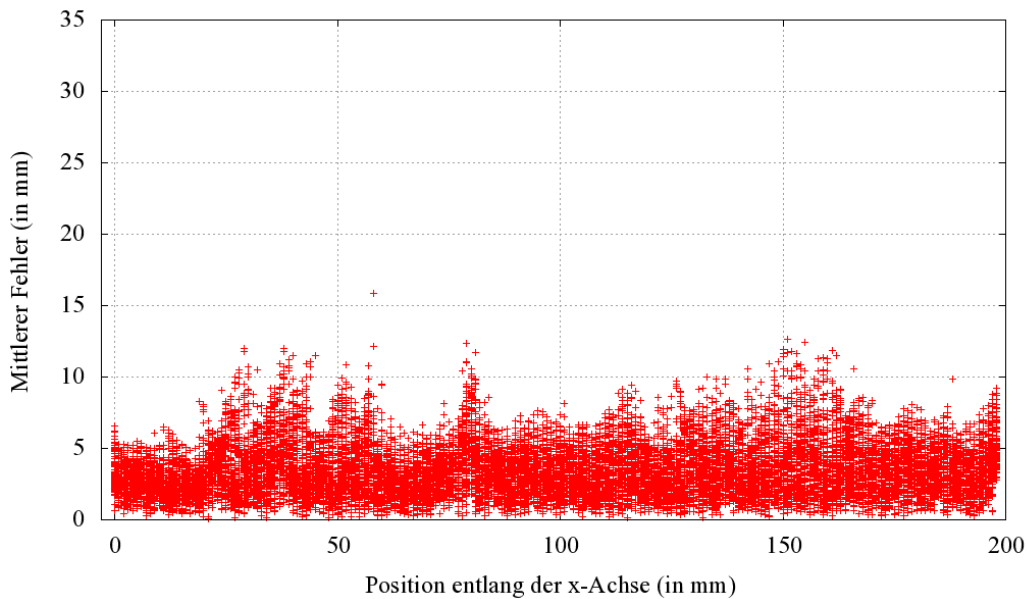


Abbildung 3.5: Mittlerer Fehler beim Quader, pro Position entlang der  $x$ -Achse. Es wurde ein 8 mm Gitter zum Training mit 3-Nearest Neighbor verwendet.

### Support-Vektor-Maschine

Zum Training mit den Messdaten des Quaders mittels Support-Vektor-Maschine wurden die Parameter  $C$  und  $\sigma$  fest eingestellt, wobei die optimale Parameterkombination mit einer manuellen Gittersuche bestätigt wurde. Dazu wurden mit einem 10 mm Gitter die Werte  $C \in \{100000, 10000, 1000\}$  und  $\sigma \in \{1000, 100\}$  getestet. Wie in Tabelle 3.11 zu sehen, ist die Wahl von  $C = 100000$  und  $\sigma = 1000$  auch beim Quader die beste Alternative, da sie mit 2,5 mm den niedrigsten mittleren Fehler aufweist.

Der positionsabhängige Verlauf entlang der  $x$ -Achse des mittleren Fehlers bei der Positionsbestimmung nach dem Training mit SVM ist am Beispiel eines 8 mm Gitters in Abbildung 3.6 als Diagramm dargestellt. Der mittlere Fehler bezüglich des



Tabelle 3.11: Mittlerer Fehler (in mm) bei der manuellen Gittersuche für die SVM-Parameter  $C$  und  $\sigma$  auf den Messwerten des Quaders mit Gitterbreite 10 mm.

	$C=1000$	$C=10000$	$C=100000$
$\sigma=100$	2,8	2,7	2,7
$\sigma=1000$	2,8	2,7	<b>2,5</b>

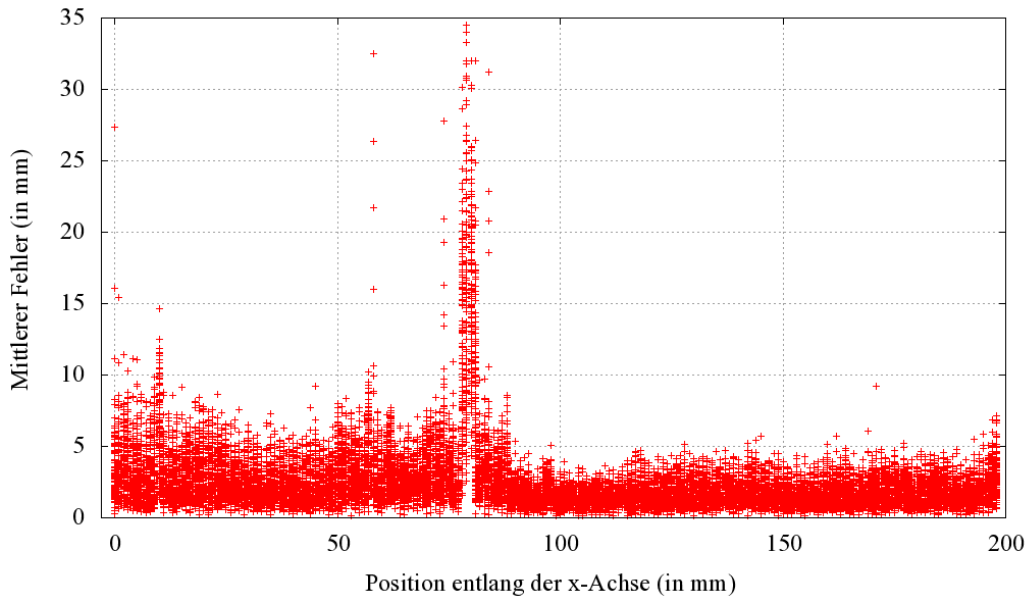


Abbildung 3.6: Mittlerer Fehler beim Quader, pro Position entlang der  $x$ -Achse. Es wurde ein 8mm Gitter zum Training mit Support-Vektor-Maschine verwendet.

gesamten Quaders lag bei 2,4mm, allerdings sind deutlich höhere Fehlerwerte um den  $x$ -Wert von 79 mm zu erkennen. An dieser Stelle wurden an einzelnen Positionen mittlere Fehler von bis zu 43,5 mm gemessen, welche über den maximal darstellbaren Fehlerbereich des Diagramms hinaus gehen.

Im direkten Vergleich mit dem Lernverfahren 3-Nearest Neighbor in Abbildung 3.5 ist erkennbar, dass bei diesem an den Positionen mit  $x = 79$  mm ebenfalls eine Erhöhung des mittleren Fehlers auftritt, allerdings weniger deutlich als mit Support-Vektor-Maschine.

Tabelle 3.12 zeigt den mittleren Fehler und Median (in mm) mit 1-Nearest Neighbor, 3-Nearest Neighbor und SVM mit  $C=100000$  und  $\sigma=1000$  nach dem Training mit verschiedenen Gittern des Quaders. Während bei einer Gitterbreite von 15 mm das Lernverfahren 3-Nearest Neighbor mit 5,4 mm den niedrigsten mittleren Fehler ausweist, erreicht die SVM bei den schmalere Gitterbreiten mit 2,5 mm, 2,4 mm und 1,6 mm die niedrigeren mittleren Fehler. Der Median der Fehler liegt bei allen aufgeführten Verfahren, unabhängig von dem gewählten Gitter, unter dem Mittelwert.

Tabelle 3.12: Mittlerer Fehler und Median (in mm) mit 1-Nearest Neighbor, 3-Nearest Neighbor und SVM mit  $C=100000$  und  $\sigma=1000$  nach dem Training mit verschiedenen Gittern des Quaders.

Gitterbr.	1-NN		3-NN		SVM	
	Mittel	Median	Mittel	Median	Mittel	Median
15 mm	8,3	7,9	<b>5,4</b>	<b>4,8</b>	7,1	5,3
10 mm	6,1	5,4	3,8	3,4	<b>2,5</b>	<b>2,0</b>
8 mm	5,0	4,5	3,4	3,1	<b>2,4</b>	<b>1,8</b>
5 mm	3,6	3,2	2,6	2,3	<b>1,6</b>	<b>1,2</b>

Tabelle 3.13: Mittlerer Fehler bei  $k$ -Nearest Neighbor trainiert mit den Messdaten des Würfels mittels positionsbezogener Wahl der Nachbarn, bei unterschiedlicher Wahl von  $k$ .

Gitterbreite	Mittlerer Fehler (in mm)				
	$k = 1$	$k = 2$	$k = 3$	$k = 5$	$k = 8$
15 mm	8,7	<b>7,8</b>	8,5	10,0	12,1
10 mm	5,6	<b>4,5</b>	4,7	5,4	6,5
8 mm	4,3	3,1	<b>2,9</b>	3,1	3,7
5 mm	3,0	2,2	<b>2,0</b>	2,1	2,2

### 3.1.3 Würfel

#### $k$ -Nearest Neighbor

Wie bei den bisherigen Versuchen wurde auch beim Würfel zunächst das optimale  $k$  bestimmt. Tabelle 3.13 zeigt, dass eine Wahl von  $k = 2$  bei den Gitterbreiten 15 mm und 10 mm zu den niedrigsten mittleren Fehlern bei der Positionsbestimmung geführt hat, während bei den Gitterbreiten 8 mm und 5 mm  $k = 3$  eine bessere Wahl ergab. Mit  $k = 3$  konnte nach dem Training mit 5 mm Gitter ein mittlerer Fehler von 2,0 mm erreicht werden. Der Median der Fehler ist im nachfolgenden Abschnitt, zusammen mit den Ergebnissen mit Support-Vektor-Maschine im direkten Vergleich dargestellt.

Abbildung 3.7 stellt den Verlauf der mittleren Fehler bei der Positionsbestimmung mit 3-Nearest Neighbor an den Positionen entlang der  $x$ -Achse bei einem Training mit 8 mm Gitter des Würfels dar. Jeder Punkt repräsentiert auch hier den mittleren Fehler an einer Position. Obwohl die mittleren Fehler an einigen Positionen über 10 mm liegen, zeigt das Diagramm einen relativ ausgeglichenen Verlauf und eine gleichmäßige Verteilung um den mittleren Fehler 2,9 mm der Gesamtdaten.

#### Support-Vektor-Maschine

Da die Parameterwahl mit Cross Validation sehr lange Laufzeiten hat und durch die bisherigen Ergebnisse keine Verbesserung der Genauigkeit festzustellen war, wurde das Training der SVM mit dem Würfel mit konstanten Parametern  $C$  und  $\sigma$  durchgeführt.

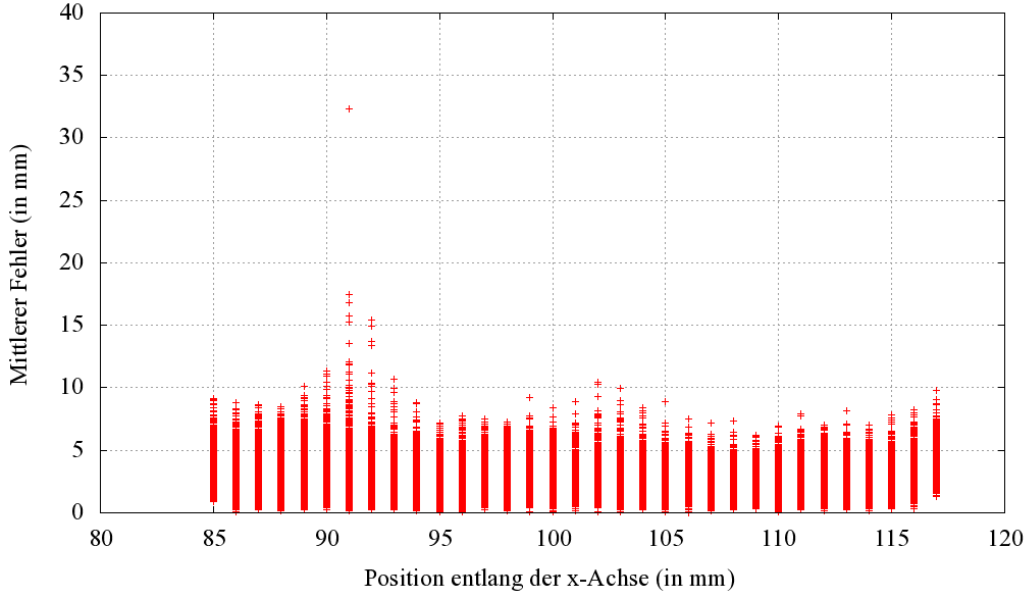


Abbildung 3.7: Mittlerer Fehler an den Positionen entlang der  $x$ -Achse des Würfels nach dem Training mit 3-Nearest Neighbor und einem 8 mm Gitter.

Die optimale Wahl der Parameter anhand der bisherigen Ergebnisse mit dem Quader und des Geradenabschnitts A1B1 suggerierte eine erneute Wahl von  $C = 100000$  und  $\sigma = 1000$ . Diese Werte wurden mittels manueller Gittersuche mit einer Gitterbreite von 10 mm überprüft und anschließend ebenfalls für das Training mit dem Würfel verwendet.

Abbildung 3.8 zeigt den Verlauf der mittleren Fehler pro Position relativ zur  $x$ -Achse, wobei jeder Punkt den mittleren Fehler an einer Position repräsentiert. Zum Training der Support-Vektor-Maschine wurde eine Gitterbreite von 8 mm gewählt. Es ist zu erkennen, dass die mittleren Fehler an den Rändern des betrachteten Bereichs mit bis zu 8 mm höher sind als im mittleren Teil. Zusätzlich sind Auffälligkeiten an den  $x$ -Positionen 91 mm und 92 mm zu erkennen, da dort einzelne Positionen einen mittleren Fehler von bis zu 85 mm aufweisen und nicht mehr im Diagramm dargestellt sind. Der Median der Fehler war diesen Positionen jedoch deutlich niedriger, beispielsweise bei 1,8 mm an der zuvor erwähnten Position.

Ein Einblick ins Innere des Würfels erlaubt die Darstellung der mittleren Fehler pro Position in Abbildung 3.9 als Ebene, welche horizontal aus der Mitte des Würfels auf der Höhe  $z = 200$  mm extrahiert wurde. Es handelt sich um die Ergebnisse mit Gitterbreite 8 mm, die bereits in Abbildung 3.8 dargestellt wurden. Die Helligkeit der einzelnen Felder symbolisiert den mittleren Fehlerwert an der entsprechenden Position. Es ist zu sehen, dass der mittlere Fehler in der Nähe der Kante um  $x = 85$  mm und  $y = 19$  mm besonders hoch zu sein scheint, während er beispielsweise in der Mitte deutlich niedriger ist. Es zeichnen sich Bereiche ab, an denen der mittlere Fehler erkennbare Ähnlichkeiten zu den angrenzenden Positionen aufweist.

Der Vergleich der Lernverfahren  $k$ -Nearest Neighbor mit  $k \in \{1, 2, 3\}$  und der

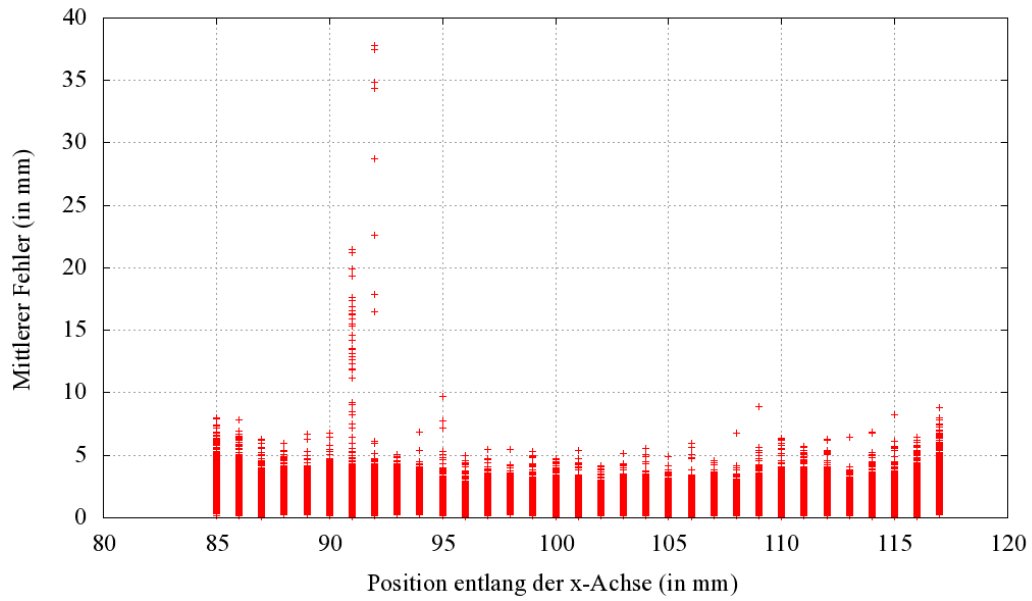


Abbildung 3.8: Mittlerer Fehler an den Positionen entlang der  $x$ -Achse des Würfels nach dem Training einer SVM und einem 8 mm Gitter.

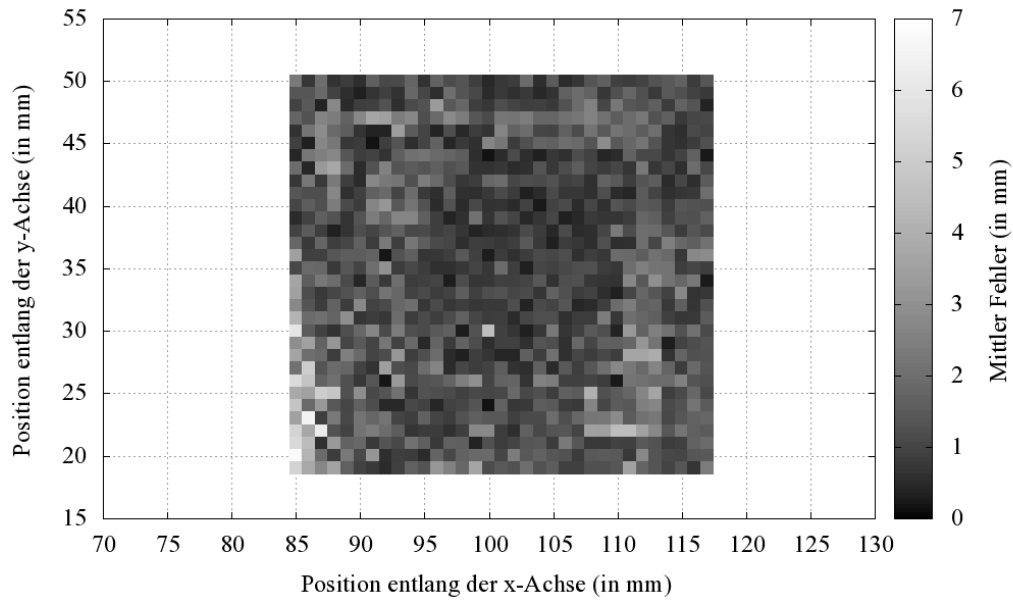


Abbildung 3.9: Ebene innerhalb des Würfels auf der Höhe  $z = 200$  mm nach Training einer SVM mit einem 8 mm Gitter. Die Helligkeitswerte entsprechen dem mittleren Fehler an den dargestellten Positionen.

Tabelle 3.14: Mittlerer Fehler und Median (in mm) bei 1-Nearest Neighbor, 2-Nearest Neighbor, 3-Nearest Neighbor und SVM, jeweils mit den Messdaten des Würfels und verschiedenen Gitterbreiten trainiert.

Gitterbreite	1-NN		2-NN		3-NN		SVM	
	Mittel	Median	Mittel	Median	Mittel	Median	Mittel	Median
15 mm	8,7	8,1	7,8	7,4	8,5	8,2	<b>5,7</b>	<b>4,2</b>
10 mm	5,6	5,2	4,5	4,2	4,7	4,3	<b>2,3</b>	<b>1,9</b>
8 mm	4,3	4,1	3,0	2,8	2,9	2,6	<b>1,5</b>	<b>1,3</b>
5 mm	3,0	2,8	2,2	2,0	2,0	1,8	<b>1,2</b>	<b>1,0</b>

Support-Vektor-Maschine mit den Parametern  $C = 100000$  und  $\sigma = 1000$  ist in der Tabelle 3.14 dargestellt. SVM erzielte bei allen getesteten Gittervarianten den niedrigsten Fehler, im Mittel und als Median. Die beste Genauigkeit mit einer Gitterbreite von 5 mm lag mit einem mittlerem Fehler von 1,2 mm bereits sehr nah an der zu erreichenden Marke von  $\pm 1$  mm.

## 3.2 Signalstärke

### 3.2.1 Geradenabschnitte

#### $k$ -Nearest Neighbor

Wie bei den Messwerten mit vorverarbeiteter Phasenverschiebung, wurde auch bei den Geradenabschnitten mit den Signalstärkemessungen bei  $k$ -Nearest-Neighbor zunächst das optimale  $k$  gesucht. Es wurde die Variante mit Positionsbezogener Wahl der Nachbarn verwendet. In Tabelle 3.15 sind die mittleren Fehler mit  $k \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$  nach dem Training mit dem Geradenabschnitt A1B1 zu sehen, wobei die niedrigsten Fehlerwerte pro Gitterbreite hervorgehoben sind. Es zeigt sich, dass  $k = 2$  die beste Wahl für Gitterbreiten von 8 mm bis 15 mm darstellt, während mit  $k = 1$  bei Gitterbreiten von unter 5 mm die besseren Ergebnisse erzielt wurden.

Anschließend wurde das Verfahren  $k$ -Nearest Neighbor mit  $k \in \{1, 2\}$  für alle vier Geradenabschnitte getestet. In Tabelle 3.16 sind die mittleren Fehler und Mediane der einzelnen Tests aufgeführt. Es zeigt sich, dass eine Wahl von  $k = 2$  allgemein für breitere Gitter geeignet ist, während  $k = 1$  besser zu schmalere Gittern passt. Bei der Geraden A1B1 ist zu sehen, dass 1-Nearest-Neighbor unabhängig von der Gitterbreite bessere Ergebnisse liefert, mit Ausnahme des mittleren Fehlers beim 15 mm Gitter, wo sich beide Werte jedoch nur um 0,1 mm unterscheiden.

#### Support-Vektor-Maschine

Die Parameterwahl für  $C$  und  $\sigma$  erfolgte mittels manueller Gittersuche auf dem Geradenabschnitt A1B1, wobei die Werte  $C \in \{10, 100, 1000, 10000\}$  und  $\sigma \in \{10, 100, 1000, 10000\}$  in allen Kombinationen auf einem 10 mm Gitter des Geradenabschnitts A1B1

Tabelle 3.15: Vergleich der mittleren Fehler auf dem Geradenabschnitt A1B1 mit  $k$ -Nearest Neighbor und positionsbezogener Wahl der Nachbarn, bei unterschiedlicher Wahl von  $k$ .

Gitterbreite	Mittlerer Fehler (in mm)				
	$k = 1$	$k = 2$	$k = 3$	$k = 4$	$k = 5$
15 mm	8,4	<b>7,3</b>	8,2	9,9	11,3
10 mm	6,7	<b>6,3</b>	6,7	7,8	9,0
8 mm	6,3	<b>6,2</b>	7,1	7,5	8,1
5 mm	<b>4,3</b>	4,7	5,0	5,3	5,8
3 mm	<b>3,6</b>	3,8	4,3	4,5	4,8
2 mm	<b>2,1</b>	2,7	3,1	3,4	3,7
Original	<b>0,9</b>	1,6	2,0	2,3	2,6

getestet wurden. Tabelle 3.17 zeigt die dabei gemessenen mittleren Fehler bei der Positionsbestimmung. Die Parameterwerte  $C = 10000$  und  $\sigma = 1000$  ergaben mit 5,0 mm den niedrigsten Fehlerwert und wurden im weiteren Verlauf für das Training des SVM für alle vier Geradenabschnitte verwendet.

Tabelle 3.18 zeigt den Vergleich der gemessenen mittleren Fehler mit SVM und dem Lernverfahren  $k$ -Nearest Neighbor für die vier Geradenabschnitte A1B1, A1B3, A3B3 und A3B3. Es ist deutlich erkennbar, dass das Lernverfahren SVM beinahe durchgehend einen niedrigeren mittleren Fehler erzielt. Lediglich beim Training auf dem gesamten Datensatz des Geradenabschnitts A1B1 und A3B1 erreicht 1-Nearest Neighbor mit 0,9 mm respektive 0,7 mm den niedrigsten Fehlerwert. SVM erreicht zumeist bei weiteren Gittern den niedrigeren Median als die beiden  $k$ -Nearest Neighbor Varianten. Der Median beim Training auf den originalen Datensätzen liegt bei allen vier Geradenabschnitten bei 0,0 mm und wurde jeweils durch das Verfahren 1-Nearest Neighbor erzielt. Auffällig ist, dass das Verfahren 2-Nearest Neighbor in allen dargestellten Fällen schlechtere Ergebnisse liefert als eine der beiden anderen Alternativen.

### 3.2.2 Quader

#### $k$ -Nearest-Neighbor

Wie bei den Versuchen zuvor wurde zunächst das optimale  $k \in \{1, 2, 3, 5, 8\}$  gesucht. Tabelle 3.19 stellt die mittleren Fehler bei der Positionsbestimmung dar, nach einem Training mit  $k$ -Nearest-Neighbor, abhängig von  $k$  und der verwendeten Gitterbreite. Es fällt auf, dass ein Wert von  $k = 3$  bei allen verwendeten Gittern den niedrigsten mittleren Fehler erzielte. Dieser wurde beim 5 mm Gitter mit 2,8 mm zusätzlich auch von  $k = 5$  erreicht. Zum weiteren Vergleich mit den Ergebnissen von SVM wird nachfolgend 1-Nearest Neighbor und 3-Nearest Neighbor verwendet.

Tabelle 3.16: Mittlerer Fehler und Median (in mm) nach dem Training von  $k$ -Nearest Neighbor mit verschiedenen Gittern der vier Geradenabschnitte. Die Wahl der Nachbarn erfolgte positionsbezogen.

Geradenabschnitt	Gitterbreite	$k = 1$		$k = 2$	
		Mittel	Median	Mittel	Median
A1B1	15 mm	8,4	5,1	<b>7,3</b>	<b>4,1</b>
	10 mm,	6,7	<b>4,0</b>	<b>6,3</b>	4,2
	8 mm,	6,3	<b>3,2</b>	<b>6,2</b>	3,8
	5 mm,	<b>4,3</b>	<b>2,0</b>	4,7	2,6
	3 mm,	<b>3,6</b>	<b>1,4</b>	3,8	2,0
	2 mm,	<b>2,1</b>	<b>1,0</b>	2,7	1,3
	Original	<b>0,9</b>	<b>0,0</b>	1,6	0,6
A1B3	15 mm	14,0	<b>8,1</b>	<b>13,9</b>	10,2
	10 mm	<b>11,3</b>	<b>5,0</b>	11,6	8,2
	8 mm	<b>8,7</b>	<b>4,0</b>	9,3	6,5
	5 mm	<b>7,4</b>	<b>2,0</b>	8,1	4,2
	3 mm	<b>5,7</b>	<b>1,0</b>	6,4	2,5
	2 mm	<b>4,5</b>	<b>1,0</b>	5,3	1,9
	Original	<b>2,5</b>	<b>0,0</b>	3,4	0,7
A3B1	15 mm	6,0	4,0	<b>5,6</b>	<b>2,4</b>
	10 mm	5,6	3,0	<b>5,0</b>	<b>2,0</b>
	8 mm	5,7	3,0	<b>4,9</b>	<b>1,9</b>
	5 mm	<b>3,2</b>	2,0	3,3	<b>1,2</b>
	3 mm	<b>2,1</b>	1,0	2,3	<b>0,9</b>
	2 mm	<b>1,9</b>	1,0	2,1	<b>0,7</b>
	Original	<b>0,7</b>	<b>0,0</b>	1,3	0,5
A3B3	15 mm	7,6	5,4	<b>6,6</b>	<b>3,8</b>
	10 mm	5,7	4,1	<b>5,5</b>	<b>3,5</b>
	8 mm	4,9	3,2	<b>4,3</b>	<b>2,7</b>
	5 mm	<b>3,5</b>	2,2	3,6	<b>2,1</b>
	3 mm	<b>3,1</b>	1,4	3,3	<b>1,3</b>
	2 mm	<b>2,2</b>	<b>1,0</b>	2,7	1,1
	Original	<b>1,0</b>	<b>0,0</b>	1,7	0,6

Tabelle 3.17: Mittlerer Fehler (in mm) bei der manuellen Gittersuche für die SVM-Parameter  $C$  und  $\sigma$  mit einem 10 mm Gitter des Geradenabschnitts A1B1 .

	$C=10$	$C=100$	$C=1000$	$C=10000$
$\sigma=10$	51,0	46,1	46,0	46,0
$\sigma=100$	35,8	31,5	29,9	29,6
$\sigma=1000$	6,2	5,4	5,2	<b>5,0</b>
$\sigma=10000$	30,5	17,8	12,8	11,1

Tabelle 3.18: Mittlerer Fehler und Median (in mm) nach dem Training von SVM mit verschiedenen Gittern der vier Geradenabschnitte im Vergleich mit den Ergebnissen von 1-Nearest Neighbor und 2-Nearest Neighbor.

Geradenab,	Gitterbr,	1-NN		2-NN		SVM	
		Mittel	Median	Mittel	Median	Mittel	Median
A1B1	15 mm	8,4	5,1	7,3	4,1	<b>6,0</b>	<b>3,5</b>
	10 mm	6,7	4,0	6,3	4,2	<b>5,0</b>	<b>2,7</b>
	8 mm	6,3	3,2	6,2	3,8	<b>5,2</b>	<b>2,7</b>
	5 mm	4,3	2,0	4,7	2,6	<b>3,5</b>	<b>1,9</b>
	3 mm	3,6	<b>1,4</b>	3,8	2,0	<b>2,8</b>	1,6
	2 mm	2,1	<b>1,0</b>	2,7	1,3	<b>2,0</b>	1,1
	Original	<b>0,9</b>	<b>0,0</b>	1,6	0,6	1,1	0,7
A1B3	15 mm	14,0	8,1	13,9	10,2	<b>12,6</b>	<b>7,2</b>
	10 mm	11,3	<b>5,0</b>	11,6	8,2	<b>10,5</b>	5,5
	8 mm	8,7	<b>4,0</b>	9,3	6,5	<b>7,4</b>	4,1
	5 mm	7,4	<b>2,0</b>	8,1	4,2	<b>5,7</b>	2,5
	3 mm	5,7	<b>1,0</b>	6,4	2,5	<b>4,4</b>	1,4
	2 mm	4,5	1,0	5,3	1,9	<b>3,2</b>	<b>0,9</b>
	Original	2,5	<b>0,0</b>	3,4	0,7	<b>1,0</b>	0,4
A3B1	15 mm	6,0	4,0	5,6	2,4	<b>4,8</b>	<b>2,1</b>
	10 mm	5,6	3,0	5,0	2,0	<b>4,4</b>	<b>1,2</b>
	8 mm	5,7	3,0	4,9	1,9	<b>4,0</b>	<b>1,4</b>
	5 mm	3,2	2,0	3,3	1,2	<b>2,7</b>	<b>0,9</b>
	3 mm	<b>2,1</b>	1,0	2,3	0,9	<b>2,1</b>	<b>0,6</b>
	2 mm	1,9	1,0	2,1	0,7	<b>1,7</b>	<b>0,5</b>
	Original	<b>0,7</b>	<b>0,0</b>	1,3	0,5	0,8	0,4
A3B3	15 mm	7,6	5,4	6,6	3,8	<b>5,2</b>	<b>3,1</b>
	10 mm	5,7	4,1	5,5	3,5	<b>5,0</b>	<b>2,8</b>
	8 mm	4,9	3,2	4,3	2,7	<b>4,2</b>	<b>2,2</b>
	5 mm	3,5	2,2	3,6	2,1	<b>2,9</b>	<b>1,4</b>
	3 mm	3,1	1,4	3,3	1,3	<b>2,3</b>	<b>0,9</b>
	2 mm	2,2	1,0	2,7	1,1	<b>1,7</b>	<b>0,7</b>
	Original	1,0	<b>0,0</b>	1,7	0,6	<b>0,8</b>	0,4



Tabelle 3.19: Mittlerer Fehler bei  $k$ -Nearest Neighbor trainiert mit den Messdaten des Quaders mittels positionsbezogener Wahl der Nachbarn, bei unterschiedlicher Wahl von  $k$ .

Gitterbreite	Mittlerer Fehler (in mm)				
	$k = 1$	$k = 2$	$k = 3$	$k = 5$	$k = 8$
15 mm	8,0	6,1	<b>6,0</b>	6,8	8,8
10 mm	6,3	4,8	<b>4,4</b>	4,6	5,2
8 mm	5,0	3,9	<b>3,8</b>	4,0	4,7
5 mm	3,6	2,9	<b>2,8</b>	<b>2,8</b>	3,1

Tabelle 3.20: Mittlerer Fehler und Median (in mm) mit 1-Nearest Neighbor, 3-Nearest Neighbor und SVM mit  $C=1000$  und  $\sigma=1000$  nach Training mit verschiedenen Gittern des Quaders.

Gitterbreite	1-NN		3-NN		SVM	
	Mittel	Median	Mittel	Median	Mittel	Median
15 mm	8,0	7,8	6,0	5,2	<b>4,1</b>	<b>3,6</b>
10,mm	6,3	5,5	4,4	3,5	<b>2,4</b>	<b>1,7</b>
8 mm	5,0	4,5	3,8	3,2	<b>2,2</b>	<b>1,6</b>
5 mm	3,6	3,2	2,8	2,4	<b>1,7</b>	<b>1,3</b>

## Support-Vektor-Maschine

Mittels manueller Gittersuche wurden die Parameter  $C=1000$  und  $\sigma=1000$  ermittelt, mit der das Lernverfahren SVM beim Quader trainiert wurde. Tabelle 3.20 zeigt die erzeugten Ergebnisse bei der Positionsbestimmung, in Form von mittlerem Fehler und Median. Zum Vergleich sind die Verfahren 1-Nearest Neighbor und 3-Nearest Neighbor ebenfalls aufgeführt. Die besten Ergebnisse werden dabei durchgehend von SVM erreicht, wobei der niedrigste mittlere Fehler bei 1,7 mm lag, bei der Verwendung eines 5 mm Gitters zum Training.

In Abbildung 3.10 ist der Verlauf des mittleren Fehlers an den Positionen entlang der  $x$ -Achse zu sehen, welcher nach dem Training mit 8 mm bei der Positionsbestimmung erzielt wurde. Während der mittlere Fehler des gesamten Quaders bei 2,2 mm lag, liegt dieser an Positionen mit einem  $x$ -Wert von 50 mm bis 100 mm teilweise über 20 mm, im schlechtesten Fall sogar bei über 30 mm. Im übrigen Bereich fällt eine zweigeteilte Verteilung der Fehler auf, bei der eine Reihe von Positionen einen höheren Fehler aufweisen und nicht um den Mitterwert der Fehler mit entsprechendem  $x$ -Wert verteilt sind.

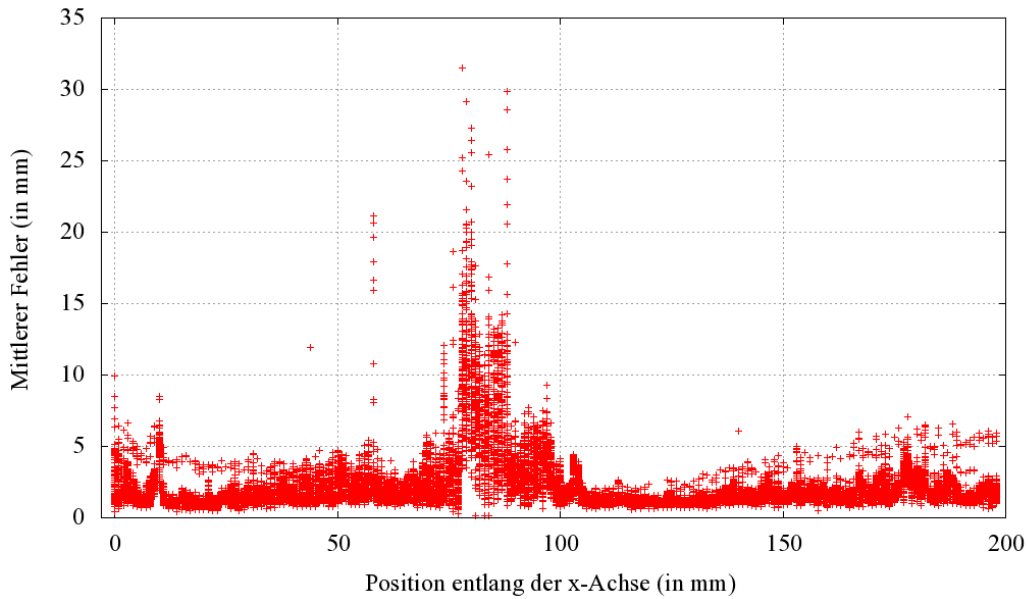


Abbildung 3.10: Mittlerer Fehler beim Quader, pro Position entlang der  $x$ -Achse. Es wurde ein 8 mm Gitter zum Training mit Support-Vektor-Maschine verwendet.

### 3.2.3 Würfel

#### $k$ -Nearest-Neighbor

Wie bereits mit der vorverarbeiteten Phasenverschiebung wurde auch mit der Signalstärke das optimale  $k$  für  $k$ -Nearest Neighbor beim Würfel gesucht. Die Wahl der Nachbarn erfolgte positionsbezogen. Tabelle 3.21 zeigt die erzielten mittleren Fehler bei der Positionsbestimmung mit  $k \in \{1, 2, 3, 5, 8\}$ . Abhängig von der Gitterbreite ist eine unterschiedliche Wahl von  $k$  günstiger. So ist mit einem 8 mm Gitter der mittlere Fehler mit 2,9 mm bei  $k = 3$  am niedrigsten, während er bei einem 5 mm Gitter sowohl bei  $k = 5$  als auch bei  $k = 8$  bestenfalls bei 2,2 mm liegt. Die Varianten 1-Nearest Neighbor, 3-Nearest Neighbor und 5-Nearest Neighbor werden im nächsten Abschnitt mit dem Lernverfahren SVM verglichen.

#### Support-Vektor-Maschine

Die optimalen SVM Parameter  $C$  und  $\sigma$  wurden mithilfe einer manuellen Gittersuche mit 10 mm Gitter des Würfels angenähert und auf die Werte  $C=1000$  und  $\sigma=1000$  eingestellt, um das Verfahren mit den übrigen Gitterbreiten zu testen. In Tabelle 3.24 sind die dabei erzielten Ergebnisse im Vergleich zu den Verfahren 1-Nearest Neighbor und 3-Nearest Neighbor dargestellt. Dabei erzielte das Lernverfahren bei allen verwendeten Gitterbreiten die besten Ergebnisse. Mit einem 5 mm Gitter wurde hierbei der bisher niedrigste mittlere Fehler von 1,1 mm bei der Positionsbestimmung erreicht.

Abbildung 3.11 zeigt den Verlauf der mittleren Fehler pro Position relativ zur  $x$ -

### 3.3 Unverarbeitete Phasenverschiebung

Tabelle 3.21: Mittlerer Fehler bei  $k$ -Nearest Neighbor trainiert mit den Messdaten des Würfels mittels positionsbezogener Wahl der Nachbarn, bei unterschiedlicher Wahl von  $k$ .

Gitterbreite	Mittlerer Fehler (in mm)				
	$k = 1$	$k = 2$	$k = 3$	$k = 5$	$k = 8$
15 mm	8,3	<b>7,3</b>	8,0	9,7	12,1
10 mm	6,0	<b>4,9</b>	<b>4,9</b>	5,2	6,0
8 mm	4,4	3,2	<b>2,9</b>	3,0	3,4
5 mm	3,3	2,5	2,3	<b>2,2</b>	<b>2,2</b>

Tabelle 3.22: Mittlerer Fehler und Median (in mm) bei 1-Nearest Neighbor, 3-Nearest Neighbor, 5-Nearest Neighbor und SVM, jeweils mit den Signalstärkedaten des Würfels und verschiedenen Gitterbreiten trainiert.

Gitterbreite	1-NN		3-NN		5-NN		SVM	
	Mittel	Median	Mittel	Median	Mittel	Median	Mittel	Median
15 mm	8,3	8,2	8,0	7,8	9,7	9,5	<b>4,3</b>	<b>3,8</b>
10 mm	6,0	5,7	4,9	4,8	5,2	5,0	<b>2,7</b>	<b>2,3</b>
8 mm	4,4	4,2	2,9	2,7	3,0	2,8	<b>1,5</b>	<b>1,3</b>
5 mm	3,3	3,2	2,3	2,1	2,2	2,0	<b>1,1</b>	<b>1,0</b>

Achse, wobei jeder Punkt den mittleren Fehler an einer Position repräsentiert. Zum Training der Support-Vektor-Maschine wurde eine Gitterbreite von 8 mm gewählt, diesmal mit Signalstärkedaten. Es fällt auf, dass an einigen Positionen mit  $x = 91$  mm und  $x = 92$  mm mittlere Fehler von bis zu etwa 35 mm vorkommen. Im direkten Vergleich zu Abbildung 3.8, in welcher die gleiche Messung mit vorverarbeiteter Phasenverschiebung untersucht wurde, wirkt der Verlauf deutlich ausgeglichener. Eine Besonderheit an den Rändern des Bereichs ist nicht zu erkennen.

In Abbildung 3.12 ist eine horizontal auf der Höhe  $z = 200$  mm extrahierte Ebene zu sehen, die den mittleren Fehler als Grauwert darstellt. Der maximale mittlere Fehler pro Position betrug bei dieser Auswahl 5,5 mm. Der Verlauf des mittleren Fehlers vom Mittelpunkt nach außen zeigt mehrere Ringe, bei denen sich hohe und niedrige Fehlerwerte abwechseln. Dies fällt besonders im Vergleich zu der zu Abbildung 3.9 auf, in welcher die gleiche Auswahl bei einem Training mit vorverarbeiteter Phasenverschiebung dargestellt ist, bei sonst gleichen Bedingungen.

### 3.3 Unverarbeitete Phasenverschiebung

#### $k$ -Nearest Neighbor

Tabelle 3.23 zeigt die mittleren Fehler nach dem Training mit  $k$ -Nearest Neighbor und  $k \in \{1, 2, 3, 5, 8\}$  sowie verschiedenen Gitterauswahlen des Würfels, wobei diesmal Eingabevektoren mit unverarbeiteter Phasenverschiebung verwendet wurden. Es ist

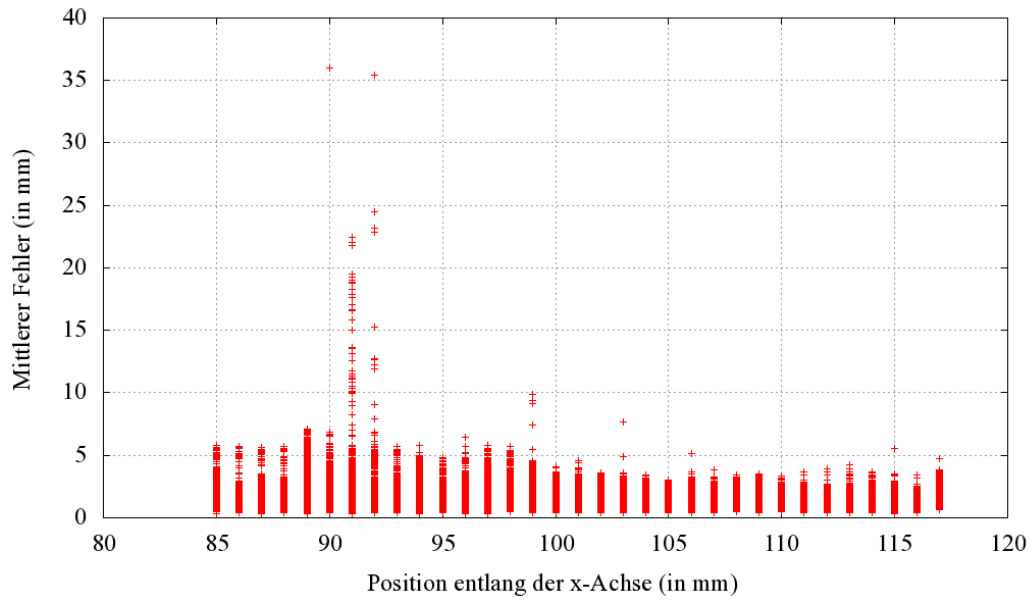


Abbildung 3.11: Mittlerer Fehler an den Positionen entlang der  $x$ -Achse des Würfels nach dem Training einer SVM mit einem 8 mm Gitter.

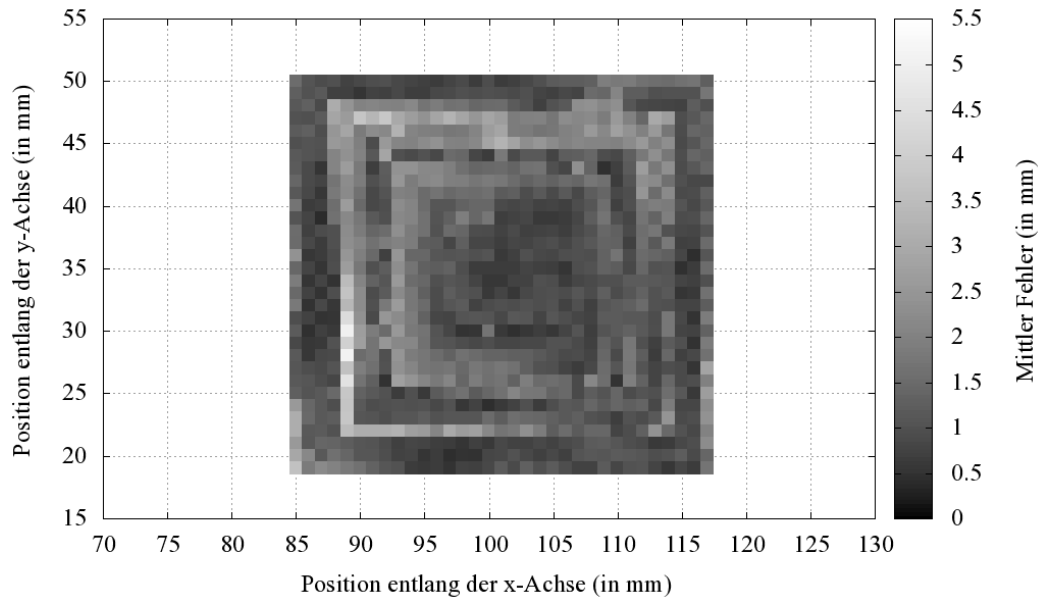


Abbildung 3.12: Ebene innerhalb des Würfels auf der Höhe  $z = 200$  mm nach dem Training einer SVM mit einem 8 mm Gitter. Die Helligkeitswerte entsprechen dem mittleren Fehler an den dargestellten Positionen.

Tabelle 3.23: Mittlerer Fehler bei  $k$ -Nearest Neighbor trainiert mit den Messdaten des Würfels mittels positionsbezogener Wahl der Nachbarn, bei unterschiedlicher Wahl von  $k$ .

Gitterbreite	Mittlerer Fehler (in mm)				
	$k = 1$	$k = 2$	$k = 3$	$k = 5$	$k = 8$
15 mm	9,3	<b>8,9</b>	9,8	11,0	12,5
10 mm	7,0	<b>5,9</b>	6,0	6,5	7,6
8 mm	5,6	4,4	<b>4,2</b>	4,4	4,9
5 mm	4,2	3,4	<b>3,1</b>	<b>3,1</b>	3,2

Tabelle 3.24: Mittlerer Fehler und Median (in mm) bei 1-Nearest Neighbor, 3-Nearest Neighbor und SVM, jeweils mit unverarbeiteter Phasenverschiebung des Würfels und verschiedenen Gitterbreiten trainiert.

Gitterbreite	1-NN		3-NN		SVM	
	Mittel	Median	Mittel	Median	Mittel	Median
15 mm	9,3	8,6	9,8	9,8	<b>8,9</b>	<b>6,8</b>
10 mm	7,0	6,2	6,0	5,7	<b>4,5</b>	<b>3,7</b>
8 mm	5,6	4,2	4,2	<b>1,9</b>	<b>3,8</b>	2,3
5 mm	4,2	3,5	3,1	2,7	<b>2,4</b>	<b>1,9</b>

erkennbar, dass die optimale Wahl von  $k$  von der verwendeten Gitterbreite abhängt. Während bei einem 15 mm Gitter und 10 mm Gitter  $k = 2$  die besten Ergebnisse erzielt, ist es bei 8 mm und 5 mm günstiger  $k = 3$  zu wählen. Bei einer Gitterbreite von 5 mm erreicht  $k = 5$  zusammen mit  $k = 3$  den niedrigsten mittleren Fehler von 3,1 mm. Die Ergebnisse mit  $k = 1$  und  $k = 3$  werden nachfolgend mit den Resultaten verglichen, die mittels SVM erzeugt wurden.

#### Support-Vektor-Maschine

Mithilfe einer manuellen Gittersuche auf einem 10 mm Gitter des Würfels wurden die Werte  $C=10000$  und  $\sigma=10000$  für die beiden Parameter der Support-Vektor-Maschine zur Verwendung mit unverarbeiteter Phasenverschiebung ermittelt.

Nach einem Training wurde mit der SVM im besten Fall ein mittlerer Fehler von 2,4 mm erzielt, unter der Verwendung eines 5 mm Gitters. Wie in Tabelle 3.24 dargestellt, war dabei der Median mit 1,9 mm niedriger.

Der Verlauf des mittleren Fehlers an den Positionen entlang der  $x$ -Achse ist beispielhaft, nach dem Training mit 8 mm Gitter, in Abbildung 3.13 dargestellt, wobei jeder Punkt den mittleren Fehler an einer Position repräsentiert. An den Randpositionen des dargestellten  $x$ -Bereichs ist ein niedriger Fehlerwert zu erkennen als in dessen Zentrum. Besonders hohe Fehlerwerte sind an den Stellen mit  $x = 91$  mm und  $x = 92$  mm zu erkennen. Der Fehlerwert lag dort bei maximal bei 150,6 mm und damit außerhalb des dargestellten Bereichs.

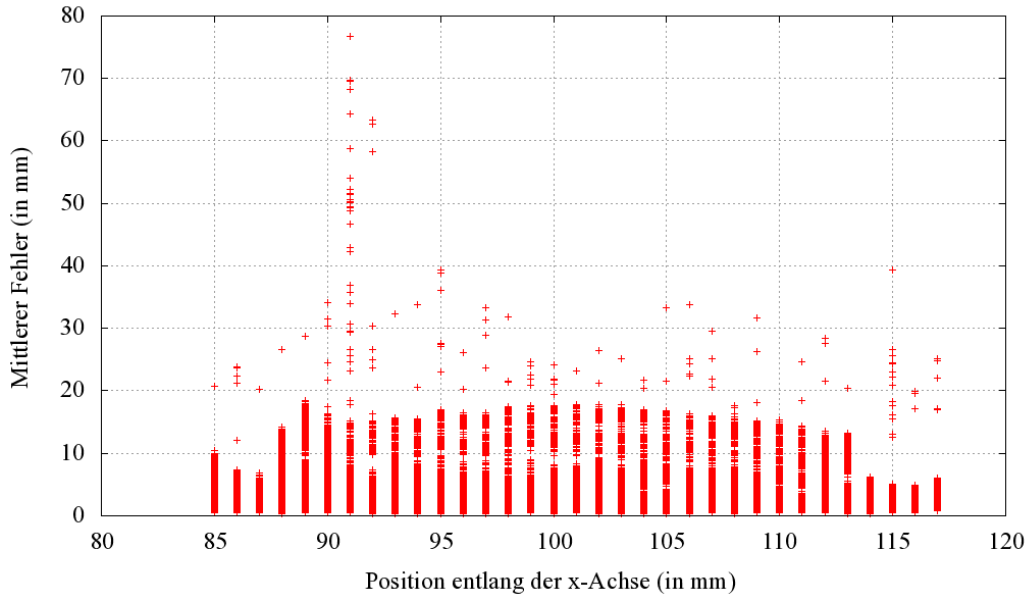


Abbildung 3.13: Mittlerer Fehler an den Positionen entlang der  $x$ -Achse des Würfels nach Training einer SVM mit einem 8 mm Gitter.

Ein Einblick ins Innere des Würfels erlaubt auch hier die Darstellung der mittleren Fehler pro Position als Ebene, welche in Abbildung 3.14 dargestellt ist. Diese wurde horizontal aus der Mitte des Würfels auf der Höhe  $z = 200$  mm extrahiert. Bei dem hier gewählten Beispiel handelt es sich um die Ergebnisse nach dem Training einer SVM mit einer Gitterbreite von 8 mm handelt. Die Helligkeit der einzelnen Felder symbolisiert den mittleren Fehlerwert an der entsprechenden Position. Mit einem Bereich von 0 bis 35 mm liegen die mittleren Fehler an den unterschiedlichen Positionen weiter auseinander als bei den Vergleichsmessungen mit verarbeiteter Phasenverschiebung und Signalstärke.

Es ist erkennbar, dass das Lernverfahren Support-Vektor-Maschine, im Vergleich zu  $k$ -Nearest Neighbor, bei allen Gitterbreiten die niedrigeren mittleren Fehler aufweist. Die entsprechenden Werte sind in Tabelle 3.24 hervorgehoben dargestellt. Der Median war mit SVM ebenfalls niedriger, bis auf eine Ausnahme mit 8 mm Gitter, bei dem der Median mit  $k$ -Nearest Neighbor bei 1,9 mm lag, im Vergleich zu einem Median von 2,3 mm mit SVM.

### 3.4 Vergleich

Zum Vergleich der drei unterschiedlichen Arten von Messdaten - vorverarbeitete Phasenverschiebung, Signalstärke und unverarbeitete Phasenverschiebung - bei der Positionsbestimmung werden nachfolgend die jeweiligen Ergebnisse am Beispiel des Würfels einander gegenübergestellt. Dazu wurden jeweils die erzielten Ergebnisse der Lernverfahren Support-Vektor-Maschine und  $k$ -Nearest Neighbor zusammengetragen, wo-

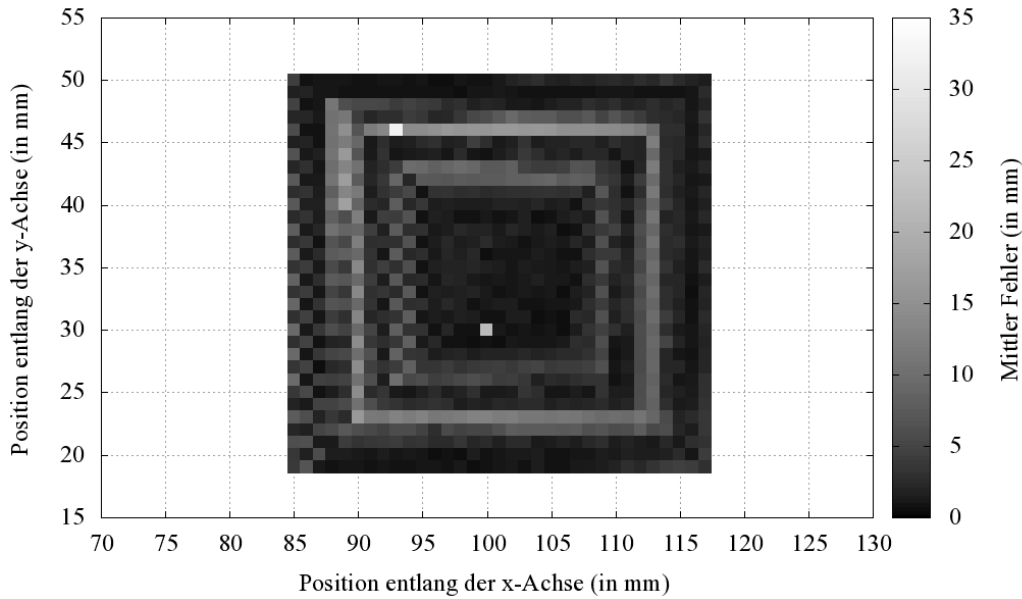


Abbildung 3.14: Ebene innerhalb des Würfels auf der Höhe  $z = 200$  mm nach dem Training einer SVM mit einem 8 mm Gitter. Die Helligkeitswerte entsprechen dem mittleren Fehler an den dargestellten Positionen.

bei für  $k$  die Werte  $k = 1$  und  $k = 3$  und für die SVM-Parameter  $C$  und  $\sigma$  die jeweils manuell ermittelten Werte verwendet wurden.

### $k$ -Nearest Neighbor

Der Vergleich der mittleren Fehler der einzelnen Varianten der Messdaten mit  $k$ -Nearest Neighbor zeigt, dass die niedrigsten Fehlerwerte mit den Daten der vorverarbeiteten Phasenverschiebung und Signalstärke erzielt wurden. Dies ist in Tabelle 3.25 dargestellt, wobei die jeweils besten Ergebnisse pro Gitterbreite hervorgehoben wurden. Es ist zu erkennen, dass dabei die mittleren Fehler mit unverarbeiteter Phasenverschiebung jeweils schlechtere Ergebnisse erzielten als die beiden übrigen Varianten. Der niedrigste mittlere Fehler mit einem 5 mm Gitter war mit 3-Nearest Neighbor unter der Verwendung von vorverarbeiteter Phasenverschiebung möglich. Der Fehler betrug dort im Mittel 2,0 mm.

### Support-Vektor-Maschine

Tabelle 3.26 fasst die Ergebnisse zusammen, die nach dem Training mit SVM unter Verwendung der unterschiedlichen Eingabedaten erzielt wurden. Sowohl die Messdaten aus verarbeiteter Phasenverschiebung als auch aus Signalstärke weisen dabei Bestwerte beim mittleren Fehler sowie beim Median auf, während mit unverarbeiteter Phasenverschiebung in allen Fällen schlechtere Ergebnisse erzielt wurden. Die genaueste Positionsbestimmung war mit einem 5 mm Gitter und Signalstärke möglich, wobei

Tabelle 3.25: Mittlerer Fehler (in mm) bei 1-Nearest Neighbor und 3-Nearest Neighbor mit verschiedenen Messdaten des Würfels im Vergleich.

Gitterbreite	Vorv. Phasenv		Signalstärke		Unv. Phasenv	
	1-NN	3-NN	1-NN	3-NN	1-NN	3-NN
15 mm	8,7	8,5	8,3	<b>8,0</b>	9,3	9,8
10 mm	5,6	<b>4,7</b>	6,0	4,9	7,0	6,0
8 mm	4,3	<b>2,9</b>	4,4	<b>2,9</b>	5,6	4,2
5 mm	3,0	<b>2,0</b>	3,3	2,3	4,2	3,1

Tabelle 3.26: Mittlerer Fehler und Median (in mm) nach dem Training mit Support-Vektor-Maschine mit verschiedenen Messdaten des Würfels, jeweils mit den ermittelten Werten für  $C$  und  $\sigma$ .

Gitterbreite	Vorv. Phasenv.		Signalstärke		Unv. Phasenv.	
	Mittel	Median	Mittel	Median	Mittel	Median
15 mm	5,7	4,2	<b>4,3</b>	<b>3,8</b>	8,9	6,8
10 mm	<b>2,3</b>	<b>1,9</b>	2,7	2,3	4,5	3,7
8 mm	<b>1,5</b>	<b>1,3</b>	<b>1,5</b>	<b>1,3</b>	3,8	2,3
5 mm	1,2	<b>1,0</b>	<b>1,1</b>	<b>1,0</b>	2,4	1,9

der mittlere Fehler bei 1,1 mm lag. Der niedrigste Median mit einer Gitterbreite von 5 mm lag bei 1,0 mm und wurde sowohl mit Signalstärke als auch mit vorverarbeiteter Phasenverschiebung erreicht.



# Kapitel 4

## Diskussion

Im nachfolgenden Kapitel wird der Einfluss verschiedener Faktoren bei der Genauigkeit der Positionsbestimmung anhand der im Rahmen dieser Arbeit erzielten Ergebnisse diskutiert. Ausgehend von der Strukturierung des vorherigen Kapitels wird die Diskussion dabei in einzelne Abschnitte unterteilt, in welchen der Frage bezüglich der Bedeutung bestimmter Einflussfaktoren und deren Optimierung nachgegangen wird.

### Art der Messdaten

Wie in den Vergleichstabellen 3.25 und 3.26 dargestellt sind ähnliche Ergebnisse mithilfe verarbeiteter Phasenverschiebung und Signalstärke erzielbar, während unverarbeitete Phasenverschiebung nicht zur Positionsbestimmung im geplanten Genauigkeitsbereich von  $\pm 1$  mm geeignet ist. Dies macht deutlich, dass die erfolgte Vorverarbeitung durch die amedo GmbH einen großen Anteil zu der Nutzbarkeit von Messungen der Phasenverschiebung beiträgt.

Es sind bei allen drei Messdatenarten gemeinsame Auffälligkeiten an bestimmten Positionen erkennbar, wie etwa an den Abbildungen 3.9, 3.12 und 3.14 zu sehen ist, in denen jeweils die gleiche Ebene des Würfels dargestellt ist, bei Verwendung verschiedenartiger Messdaten zum Training. An der Position  $x = 100$  mm,  $y = 30$  mm,  $z = 200$  mm ist beispielsweise in allen drei Fällen ein besonders hoher Fehlerwert zu erkennen. Die Varianten mit Signalstärke und unverarbeiteter Phasenverschiebung weisen dazu eine Gemeinsamkeit bezüglich des konzentrischen Musters im Verlauf des mittleren Fehlers auf. Auch in den Verläufen des mittleren Fehlers an Positionen entlang der  $x$ -Achse sind artenübergreifend auffällige Stellen erkennbar, etwa bei  $x = 91$  mm und  $x = 92$  mm beim Würfel trainiert mit SVM in den Abbildungen 3.8, 3.11 und 3.13, wo die Fehlerwerte besonders hoch sind.

Die Signalstärke als Art der Messdaten bietet durch die Dimension  $N = 8$  der Messdatenvektoren gegenüber  $N = 16$  bei beiden Varianten der Phasenverschiebung subjektiv deutliche niedrigere Laufzeiten, unabhängig von dem verwendeten Lernverfahren. Dies suggeriert, dass diese Art der Messdaten geeigneter zur Verwendung mit größeren Positionsarealen sein könnte, da in jedem Fall ein Kompromiss zwischen Genauigkeit und Laufzeit durch die Wahl der zum Training verwendeten Gitterbreite getroffen werden muss.

### Geometrische Anordnung der Referenzpunkte

Die Genauigkeit bei der Positionsbestimmung hängt stark mit der geometrischen Dimension der zum Training verwendeten Messpunkte zusammen. Während ein Vergleich zwischen den vier Geradenabschnitten untereinander und zwischen dem Quader und dem Würfel gleichartige Ergebnisse hervor brachte, sind bei den Ergebnissen zwischen den Geradenabschnitten und den beiden dreidimensional angeordneten Messpfaden deutliche Unterschiede festzustellen.

Mit einer dreidimensionalen Anordnung der Referenzpunkte war beispielsweise eine Genauigkeit von 1,5 mm bereits mit einem 8 mm Gitter erzielbar, wogegen diese Genauigkeit beim Training mit den vier Geradenabschnitten in einem Fall mit 5 mm Gitter möglich war und in der Regel erst mit einer Gitterbreite von 3 mm gelang.

Dabei führe eine vermeintliche Vereinfachung des Problems der Positionsbestimmung durch Reduktion der geometrischen Dimension zu einer Verschlechterung der erzielten Genauigkeit. Dieser Effekt ist dadurch erklärbar, dass bei dreidimensionaler Gitteranordnung die zwischenliegenden Positionen von mehr Referenzpunkten umgeben sind als bei den vier Geradenabschnitten, wo sich höchstens zwei Referenzpunkte in der unmittelbaren Nachbarschaft befinden. Einen Beleg für diese Erklärung liefert die unterschiedliche optimale Wahl von  $k$  bei der Verwendung des Lernverfahrens  $k$ -Nearest Neighbor. Dieser Effekt relativiert sich jedoch bei Verwendung größerer Gitterbreiten, wie beispielsweise in Tabelle 3.21 erkennbar.

Der Vergleich zwischen den Versuchen mit den Geradenabschnitten und denen mit Würfel und Quader wird zusätzlich zugunsten der Ergebnisse bei den Geradenabschnitten verfälscht, da bei den zwei volumenförmig angeordneten Versuchen im Verhältnis wesentlich mehr unbekannte Punkte interpoliert werden mussten.

Es ist hervorzuheben, dass für einen Einsatz zur medizinischen Navigation ohnehin eine dreidimensionale Positionsbestimmung benötigt wird und die Versuche mit den Geradenabschnitten lediglich der theoretischen Untersuchung dienten.

### Lernverfahren

Das Lernverfahren Support-Vektor-Maschine hat bei der Positionsbestimmung mit dem Training mit Würfel und Quader im Mittel bis auf eine Ausnahme durchgehend niedrigere Fehler erzielt als das Verfahren  $k$ -Nearest Neighbor. Dabei lieferten SVM und  $k$ -Nearest Neighbor mit geeignetem  $k > 1$  in allen Fällen niedrigere Fehlerwerte als die einfache Variante 1-Nearest Neighbor, welche zum Vergleich hinzugezogen wurde. Ein solcher Vergleich ist beispielsweise in den Tabellen 3.20 und 3.24 zu sehen.

Bei der Wahl der optimalen Zahl der Nachbarn  $k$  beim Lernverfahren  $k$ -Nearest Neighbor ist ein Unterschied bezüglich der geometrischen Dimension des Trainingsatzes erkennbar. Während bei den vier Geradenabschnitten ein Wert von  $k = 2$  die niedrigsten Fehlerwerte erzeugte, war mit Würfel und Quader eine Wahl von  $k = 3$  günstiger und hing dabei nicht von der Art der Messdaten ab. Bei der Wahl der Nachbarn war die positionsbezogene Variante günstiger als eine freie Wahl.

Zur Wahl der Parameter  $C$  und  $\sigma$  der Support-Vektor-Maschine hat sich

---

eine manuelle Gittersuche bewährt, welche jedoch auf die zum Training verwendete Gitterbreite abgestimmt ist. So ist in Tabelle 3.7 zu sehen, dass bei einem 3 mm Gitter ein Wert von  $\sigma = 100$  die besten Ergebnisse erzielt, während bei einer Gitterbreite von 5 mm und höher ein Wert von  $\sigma = 1000$  ermittelt wurde, wie in den Tabellen 3.5 und 3.6 dargestellt. Diese Form der Parameterwahl hat gute Resultate ermöglicht, so dass im Vergleich zu den vorangegangenen Versuchen von Wille et al. [19] eine Verbesserung der Fehlerwerte bei gleicher Gitterbreite erkennbar ist.

Die Parameterwahl mittels automatischer Gittersuche durch Cross Validation für die Parameter  $C$  und  $\sigma$  der SVM lieferte zwar teilweise ebenfalls gute Ergebnisse, war aber nicht zuverlässig, da sie teilweise zu mittleren Fehlern führte, die auf eine Positionsbestimmung deutlich außerhalb des Versuchsareals schließen ließen. Die Ergebnisse mit Cross Validation sind in Tabelle 3.8 dargestellt, während die dabei ermittelten Parameter in Tabelle 3.4 zu sehen sind.

### Verwendete Gitterbreite

Es hat sich gezeigt, dass ein Training mit Gittern aus Referenzpunkten, insbesondere bei räumlicher Anordnung, eine erfolgreiche Interpolation unbekannter Positionen ermöglicht. Bereits durch eine Gitterauswahl mit einer Breite von 3 mm wird die Datenmenge zum Training dabei um den Faktor 20 bis 25 und bei einer Gitterbreite von 5 mm sogar um den Faktor 70 bis 100 reduziert, wie in Tabelle 2.2 dargestellt.

Gitterbreiten von über 8 mm sind mit dem verwendeten Versuchsaufbau derzeit für die Verwendung im Bereich medizinischer Navigation ungeeignet. Tabelle 3.26 zeigt allerdings, dass mit einem 5 mm Gitter bereits eine mittlere Genauigkeit von 1,1 mm erzielt werden konnte, die sehr nahe an die benötigte Genauigkeit von  $\pm 1$  mm heran kommt. Mit einem 3 mm Gitter des Würfels wurde diese Maßgabe bereits erfüllt, wobei die entsprechenden Ergebnisse mangels Vollständigkeit noch nicht in dieser Arbeit aufgeführt wurden.



# Kapitel 5

## Zusammenfassung und Ausblick

In der vorliegenden Arbeit wurden unterschiedliche RFID-basierte Messdaten auf ihre Eignung zur Positionsbestimmung untersucht, um diese zur medizinischen Navigation zu verwenden. Die Messdaten wurden in sechs Versuchen mit einem Prototyp PRPS der Firma amedo GmbH ermittelt und teilten sich in drei Arten (vorverarbeitete Phasenverschiebung, Signalstärke an den acht verwendeten Antennen sowie unverarbeitete Phasenverschiebung) auf. Von den sechs Versuchen verliefen vier entlang verschiedener Geradenabschnitte, an denen in Abständen von 1 mm Messungen durchgeführt wurden. Die beiden anderen Versuche wurden innerhalb dreidimensional angeordneter Positionsbereiche durchgeführt, welche die Form eines Quaders sowie eines Würfels aufwiesen. Um eine Positionsbestimmung zu erreichen, wurden die beiden überwachten Lernverfahren  $k$ -Nearest Neighbor und Support-Vektor-Maschine (SVM) eingesetzt, welche mit gitterartig ausgewählten Referenzpunkten der einzelnen Versuche trainiert wurden. Bei dieser Auswahl wurde die Gitterbreite variiert, um die Auswirkung auf die Genauigkeit abzuschätzen.

Die erzielten Ergebnisse zeigen, dass ein mittlerer Fehler von 1,1 mm bei der Positionsbestimmung mithilfe einer Gitterbreite von 5 mm durch Interpolation erreicht werden kann. Dies war mithilfe des Lernverfahrens SVM möglich, wobei durch die gitterartige Auswahl die zum Training verwendete Datenmenge im Vergleich zu den Originaldaten um einen Faktor von bis zu 100 reduziert werden konnte.

Dabei wurden sowohl mit vorverarbeiteter Phasenverschiebung als auch mit Signalstärke zufriedenstellende Ergebnisse erzielt, während mit unverarbeiteter Phasenverschiebung bei den Versuchen in dieser Arbeit keine mittlere Genauigkeit von unter  $\pm 2$  mm bei der Positionsbestimmung möglich war. Eine Verwendung der Signalstärke bot einen Vorteil bezüglich der Laufzeit beider Lernverfahren, da bei dieser Art der Messdaten die Dimension der Eingabevektoren kleiner war.

Von den zwei verwendeten Lernverfahren erzielte SVM zumeist die besseren Ergebnisse, wobei es bei dreidimensionaler Positionsanordnung dem Verfahren  $k$ -Nearest Neighbor durchgehend überlegen war. Die optimale Wahl der SVM-Parameter  $C$  und  $\sigma$  hing von der zum Training verwendeten Art der Messdaten sowie der Gitterbreite ab und wurde mittels manueller Gittersuche ermittelt. Die optimale Anzahl der Nachbarn  $k$  bei  $k$ -Nearest Neighbor wurde dagegen weitestgehend durch die geometrische Dimension der Messpunkte bestimmt.

Die angestrebte mittlere Genauigkeit von  $\pm 1$  mm konnte in weiterführenden Tests

mit Signalstärkemessungen und einer verwendeten Gitterbreite von 3 mm bereits erreicht werden, wobei das Lernverfahrens SVM mit den zuvor verwendeten Parametern zum Einsatz kam. Da die optimale Wahl der Parameter von der verwendeten Gitterbreite abhängt, ließe sich der Fehler bei der Positionsbestimmung durch eine spezielle Anpassung von  $C$  und  $\sigma$  auf die Gitterbreiten 3 mm und 5 mm noch weiter senken.

Da der Median der Fehler bei der Positionsbestimmung bei allen Versuchen dieser Arbeit unter dem mittleren Fehler lag, könnte eine Mittlung mehrerer hintereinander gemessener Eingabevektoren vor der Berechnung der Position die erzielte Genauigkeit verbessern. Zusätzlich könnten weitere Lernverfahren auf ihre Eignung untersucht werden, wie beispielsweise das Verfahren künstliche neuronale Netze, mit welchem bereits erste Versuche zur RFID-basierten Positionsbestimmung durchgeführt wurden.

# Literaturverzeichnis

- [1] E. Alpaydin. *Introduction to Machine Learning*, MIT Press, 2. Aufl., 2010.
- [2] S. Azzouzi, M. Cremer, U. Dettmar et al.. New Measurement Results for the Localization of UHF RFID Transponders Using an Angle of Arrival (AoA) Approach. In: *Proceedings of the 2011 IEEE International Conference on RFID*, IEEE, S. 155 – 161, 2011.
- [3] C. M. Bishop. *Pattern Recognition and Machine Learning*, Springer, 6. Aufl., 2007.
- [4] M. Bouet und A. L. dos Santos. RFID Tags: Positioning Principles and Localization Techniques. In: *Proceedings of the IFIP Wireless Days Conference*, IEEE, S. 1 – 5, 2008.
- [5] K. Finkenzeller. *RFID Handbuch*, Hanser, 5. Aufl., 2008.
- [6] A. R. Gunkel, W. F. Thumfart und W. Freysinger. Computerunterstützte 3D-Navigationssysteme - Überblick und Standortbestimmung. In: *HNO*, Springer, Bd. 48, S. 75 – 90, 2001.
- [7] J. Hightower, G. Borriello und R. Want. SpotON: An Indoor 3D Location Sensing Technology Based on RF Signal Strength. Forschungsbericht, University of Washington, Seattle, 2000.
- [8] C. Igel, T. Glasmachers und V. Heidrich-Meisner. Shark. *Journal of Machine Learning Research* 9, S. 993–996, 2008.
- [9] C. Kern. *Anwendung von RFID-Systemen*, Springer, 2. Aufl., 2007.
- [10] Khronos Group. OpenGL - The Industry's Foundation for High Performance Graphics. <http://www.opengl.org>, 2011. Abgerufen am 22. Mai 2011.
- [11] M. Lampe, C. Flörkemeier und S. Haller. Einführung in die RFID-Technologie. E. Fleisch und F. Mattern. (Hrsg.), In: *Das Internet der Dinge*, Springer, S. 69 – 86, 2005.
- [12] P. Messmer, B. Baumann, N. Suhm et al.. Navigationsverfahren für die bildgesteuerte Therapie - ein Überblick. *Fortschr Röntgenstr* 173(9), S. 777–784, 2001.

- [13] L. M. Ni, Y. Liu, Y. C. Lau et al. . LANDMARC: Indoor Location Sensing Using Active RFID. *Wireless Networks* 10(6), S. 701 – 710, 2003.
- [14] Nokia. Qt - Cross-platform application and UI framework. <http://qt.nokia.com>, 2011. Abgerufen am 22. Mai 2011.
- [15] T. M. Peters. Image-guided surgery: From X-rays to Virtual Reality. *Computer Methods in Biomechanics and Biomedical Engineering* 4(1), S. 27–57, 2000.
- [16] B. Sadoughi. Image-Guided Surgery. <http://emedicine.medscape.com/article/875524>, 2010. Abgerufen am 28. April 2011.
- [17] A. J. Smola und B. Schölkopf. A Tutorial On Support Vector Regression. *Statistics and Computing* 14, S. 199 – 222, 2003.
- [18] J. A. K. Suykens, G. Horvath und S. Basu. *Advances in Learning Theory - Methods, Models and Applications*, IOS Press, 2003.
- [19] A. Wille, M. Broll und S. Winter. Phase Difference Based RFID Navigation for Medical Applications. In: *Proceedings of the 2011 IEEE International Conference on RFID*, IEEE, S. 162 – 169, 2011.
- [20] J. Zhou und J. Shi. Performance Evaluation of Object Localization Based on Active Radio Frequency Identification Technology. *Computers in Industry* 60(9), S. 669 – 676, 2009.



# Anhang A

## Erklärung

Ich erkläre, dass das Thema dieser Arbeit nicht identisch ist mit dem Thema einer von mir bereits für ein anderes Examen eingereichten Arbeit. Ich erkläre weiterhin, dass ich die Arbeit nicht bereits an einer anderen Hochschule zur Erlangung eines akademischen Grades eingereicht habe.

Ich versichere, dass ich die Arbeit selbständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Quellen benutzt habe. Die Stellen der Arbeit, die anderen Werken dem Wortlaut oder dem Sinn nach entnommen sind, habe ich unter Angabe der Quellen der Entlehnung kenntlich gemacht. Dies gilt sinngemäß auch für gelieferte Zeichnungen, Skizzen und bildliche Darstellungen und dergleichen.

Bochum, den 12. August 2011

---

(Mathäus Muzalewski)