

# Wochenbericht KW 23

3.6. - 9.6.2013

Projektwoche: 7

Erstellt durch  
**Christoph Gnip**

**Extern**

Fachbereich Elektrotechnik und angewandte Naturwissenschaften  
Westfälische Hochschule

Juni 2013

# 1 Allgemeines

## 2 Projektfortschritt

Das neue FPGA-Board wurde in dieser Woche zusammen mit S. Gnip und M. Hütter in Betrieb genommen. Dabei gab es Probleme mit der Ansteuerung der neuen AD-Wandler (Details siehe 3). Es wurde mit der Implementation eines Algorithmus begonnen, der die Antennenpermutationen anhand der bekannten Koordinaten der einzelnen Antennen berechnet. Dieser Algorithmus konnte in dieser Woche nicht fertiggestellt werden.

### 2.1 Matrix Konditionierung

Um die Beurteilung der Konditionszahl der Matrizen effizient durchführen zu können, wurde in dieser Woche ein Tool geschrieben. Es erstellt automatisch, auf Basis der durch die Kalibrierung bestimmten Koordinaten, alle möglichen Permutationen von Antennen. Die sich ergebenden Matrizen sind immer auf eine Referenzantenne bezogen. Es ergeben sich für eine Referenzantenne folgende Anzahl an Matrizen:

$$\frac{7!}{3!(7-3)!} = 35 \quad (1)$$

Insgesamt ergeben sich so  $8 \times 35 = 280$  mögliche Anordnungen. Das erstellte Tool soll in ein entsprechendes C++-Programm portiert werden. Diese Berechnungen werden im späteren System auf jeden Fall anfallen.

Um die Konditionszahl zu bestimmen sind aufwändige Berechnungen<sup>1</sup> der Eigenwerte der Matrix notwendig. Es wurde nach eine Möglichkeit gesucht diese effizient abzuschätzen oder zu berechnen. Vor Allem soll es auch möglich sein mit dem Verfahren eine nicht symmetrische, nicht quadratische.

Eine Methode die diese Anforderungen erfüllt, ist die sog. Singulärwertzerlegung (im Folgenden SVD := engl. Singular Value Decomposition). Die SVD basiert auf folgender Theorie der linearen Algebra: Jede  $M \times N$  Matrix  $\mathbf{A}$  kann als Produkt einer  $M \times N$  Spalten-orthogonalen Matrix  $\mathbf{U}$ , einer  $N \times N$  Diagonalmatrix  $\mathbf{\Sigma}$  mit Werten  $\geq 0$  und einer dritten adjungierten  $N \times N$ -Matrix  $\mathbf{V}^*$ , so ergibt sich:

$$\mathbf{A} = \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^* = \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^T \quad (2)$$

Da  $\mathbf{A}$  eine reelwertige Matrix ist gilt:  $\mathbf{V}^* = \mathbf{V}^T$ . Die Matrix  $\mathbf{\Sigma}$  ist von besonderem Interesse, denn sie enthält die Singulärwerte  $\sigma_r$  und hat folgende Gestalt.

$$\mathbf{\Sigma} = \left( \begin{array}{ccc|ccc} \sigma_1 & & & & \vdots & \\ & \ddots & & \dots & 0 & \dots \\ & & \sigma_r & & \vdots & \\ \hline & \vdots & & & \vdots & \\ \dots & 0 & \dots & \dots & 0 & \dots \\ & \vdots & & & \vdots & \end{array} \right) \quad (3)$$

$$\sigma_1 \geq \dots \geq \sigma_r > 0 \quad (4)$$

<sup>1</sup>siehe Wochenbericht KW 22

Da die  $\sigma_r$  der Matrix mit den Eigenwerten in Verbindung stehen, kann aus dieser Matrix die Konditionszahl bestimmt werden. Sie ist durch folgendes Verhältnis gegeben:  $\max(\sigma_r)/\min(\sigma_r)$ . Die spätere Implementation des SVD-Algorithmus wird aus [1] entnommen. Weiter Informationen zum Verfahren sind in [2, Kaptiel 4.6.3] zu finden.

## 2.2 Besprechung am Mittwoch

Am Mittwoch fand die Besprechung mit Fr. Susanne Winter statt. Ihr wurde das Projekt in groben Zügen vorgestellt. Sie wird im Rahmen des Projektes für Detailfragen zur Implementierung und Eignung der Modelle für eine Evolutionäre Optimierung zur Verfügung stehen. Dadurch ist zu erwarten, dass die Implementationszeit verkürzt werden kann.

## 2.3 Umstellung des Modells

Ein neuer Ansatz für das Modell ist in dieser Woche entwickelt worden. Es wurde der in der Art umgestellt, dass nun alle Variablen in dem Variablenvektor  $\mathbf{x}$  enthalten sind. Im Anhang A ist dieses Modell skizziert. Eine weitere Untersuchung des Ansatzes erfolgt in der nächsten Woche.

## 3 Probleme

Auf dem neuem FPGA-Board wird es voraussichtlich nicht möglich sein, vier AD-Wandler zu betreiben. Der Grund dafür ist, dass nicht so viele LVDS-Leitungen wie vom Hersteller beworben verwendet werden dürfen. Die Spannungsversorgung war nicht ausreichend dimensioniert. Dieses Problem wurde von S. Gnip durch eine Anpassung der verbauten IC's behoben. Diese aufgetretenen Probleme gefährden dieses Projekt nicht.

# Anhänge

## A Modellumstellung

Folgende Nomenklatur und Symbole gelten für diesen Abschnitt:

- $N_0$  :=Anzahl der verfügbaren Antennen  $N = \{1, \dots, 8\}$
- $N$  :=Anzahl der Antennen die für die Optimierung verwendet werden können ( $N \subseteq N_0$ )
- $N'$  :=Anzahl der Antennen die für die Optimierung verwendet werden ( $N' \subseteq N$ ); Dabei ist  $|N'| \geq 3$
- Es gilt  $|N'| \geq |N| \geq |N_0|$
- $k$  ist der Index der Antennen einer Messung, es gilt  $k = 1, 2, \dots, |N'| - 1$
- fette Großbuchstaben stehen für Matrizen (bspw. **A**)
- fette Kleinbuchstaben stehen für Vektoren (bspw. **x**)

Das bisher verwendete Modell stellen wir um und erhalten:

$$\mathbf{0} = \mathbf{Ax} - \mathbf{b} \quad (5)$$

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} x_k - x_0 & y_k - y_0 & z_k - z_0 & \sum_{i=1, j=k}^k (-a_1 \delta_{ij}) & -a_2 \Theta_0 & \sum_{i=1, j=k}^k (a_2 \Theta_k \delta_{ij}) \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} x - x_0 \\ y - y_0 \\ z - z_0 \\ n_0^2 - n_k^2 \\ n_0 \\ n_k \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{b} = a_{0k} - a_{3k0} = c'_{k0}$$

Dabei steht  $\delta_{ij}$  für den bekannten Kronecker-Operator und bedeutet:

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{für } i = j \\ 0 & \text{für } i \neq j \end{cases}$$

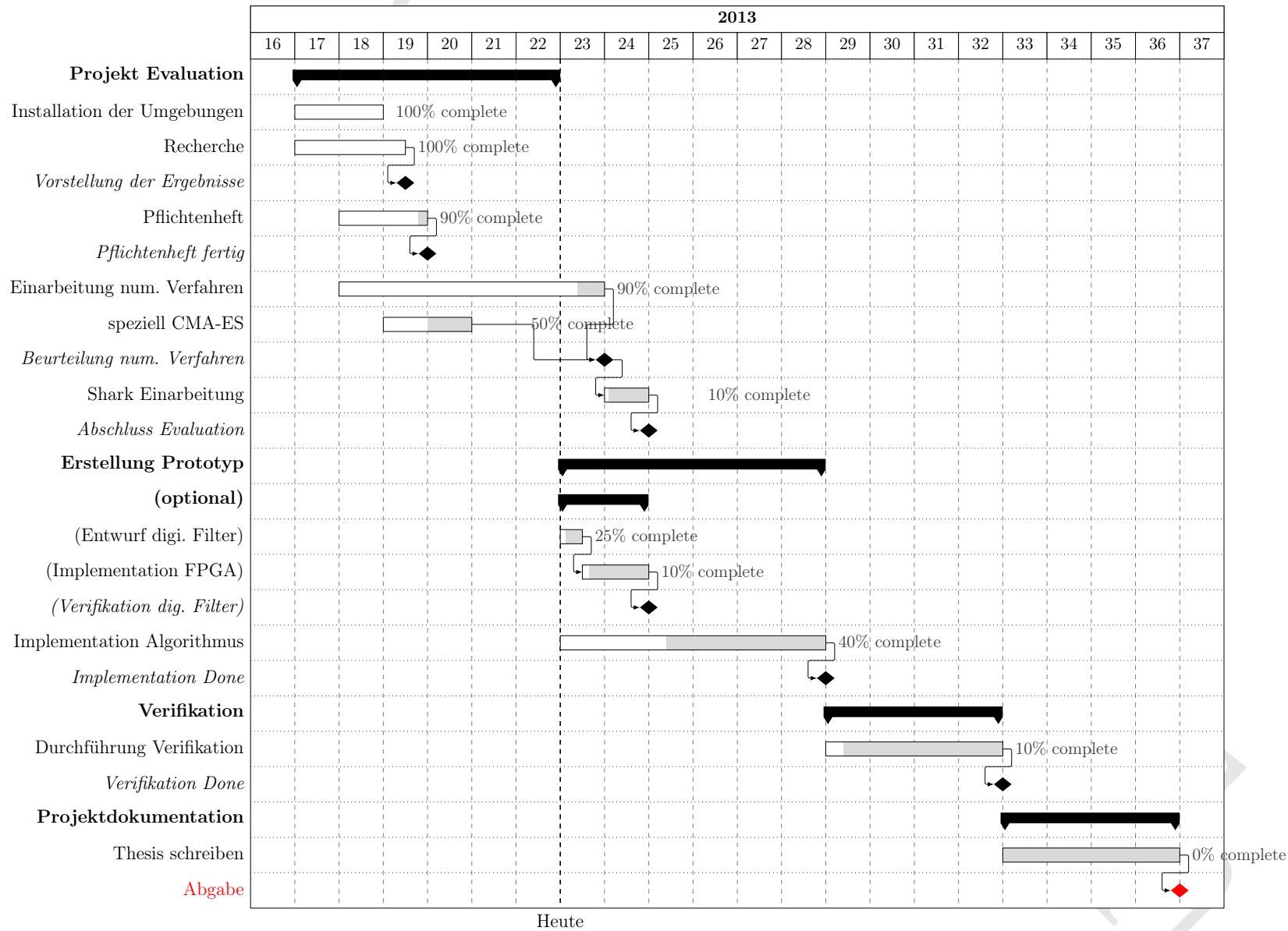
Im expliziten sehen die Matrix **A** und der Vektor **b**, für denn Fall  $N' = 3$  und  $k = \{1, 2, 3\}$ , wie folgt aus:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} x_1 - x_0 & y_1 - y_0 & z_1 - z_0 & -a_1 & 0 & 0 & -a_2 \Theta_0 & a_2 \Theta_3 & 0 & 0 \\ x_2 - x_0 & y_2 - y_0 & z_2 - z_0 & 0 & -a_1 & 0 & -a_2 \Theta_0 & 0 & a_2 \Theta_3 & 0 \\ x_3 - x_0 & y_3 - y_0 & z_3 - z_0 & 0 & 0 & -a_1 & -a_2 \Theta_0 & 0 & 0 & a_2 \Theta_3 \end{pmatrix} \quad (6)$$

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} x - x_0 \\ y - y_0 \\ z - z_0 \\ n_0^2 - n_1^2 \\ (\dots) \\ n_0^2 - n_k^2 \\ n_0 \\ n_1 \\ (\dots) \\ n_k \end{pmatrix} \quad (7)$$

Das Ergebnis ist eine  $3 \times 10$  und eine  $1 \times 10$  Matrix. Es ist möglich diesem Modell eine beliebige Anzahl an Antennen hinzuzufügen. Fügt man eine Antenne zur Berechnung hinzufügen würde sich die Matrix **A** um zwei Spalten und eine Zeile erweitern, der Vektor **x** analog um 2 Zeilen.

## B Projektlaufplan KW 23



## Literatur

- [1] W. Press, *Numerical Recipes 3rd Edition: The Art of Scientific Computing*. Cambridge University Press, 2007.
- [2] I. Bronštejn, K. Semendjajew, G. Musiol, and H. Mühlig, *Taschenbuch der Mathematik. Mit CD-ROM*. Deutsch Harri GmbH, 2012.

Vertraulich