

# Wochenbericht KW 22

27.5. - 2.6.2013

Projektwoche: 6

Erstellt durch  
**Christoph Gnip**

**Extern**

Fachbereich Elektrotechnik und angewandte Naturwissenschaften  
Westfälische Hochschule

Mai 2013

# 1 Allgemeines

Der Projektplan wurde angepasst um dem aktuellen Projektverlauf besser zu entsprechen. Einige Arbeiten wurden vorgezogen und ein paar neue Pakete kommen hinzu. Der Plan ist im Anhang C zu finden.

## 2 Projektfortschritt

Auf Basis des in der letzten Woche entwickelten Modells konnte bereits unter Verwendung des Excel Solver eine Bestimmung der Wellenzahl durchgeführt werden. Das Ergebnis des Excel Solvers ist eine Entfernung, basierend auf den von dem PRPS-System gemessenen Phasenwerten als Eingangsparametern. Die ersten Versuche sind bereits vielversprechend und es konnte eine Abweichung vom wahren Wert von  $\sim 5\%$  erreicht werden. Der wahre Wert ist dabei selbst noch mit erheblichen Unsicherheiten behaftet. Er wurde mithilfe eines handelsüblichen, für den Hausgebrauch tauglichen, Abstandsmesssystems ermittelt. Die Genauigkeit der Messungen kann nicht vollständig angegeben werden, sie ist für den Stand der Entwicklung auf jeden Fall ausreichend.

### 2.1 Matrix Konditionierung

Im Laufe der ersten Experimente mit dem Solver und dem Modell der letzten Woche lieferten manche Konfigurationen von Antennen wesentlich bessere Ergebnisse als andere. So war z.B. die Konfiguration aus den Antennen  $\{0, 2, 3, 4\}$  die mit dem geringsten Fehler ( $\sim 5\%$ ). Andere Konfigurationen lieferten ein schlechteres Ergebnis mit einem Fehler von  $\sim 20 - 30\%$ .

Es gilt nun herauszufinden, woher die Unterschiede stammen. Nach den Arbeiten dieser Woche, kann bereits eine mögliche Herkunft angegeben werden. Da die Konfiguration der Antennen in der Koeffizientenmatrix **A** des Modells eingeht, scheint es sinnvoll eine Betrachtung des Fehlerfortpflanzung zu erstellen. Das lineare Gleichungssystem ermöglicht dies relativ einfach durch die Bestimmung der Konditionszahl des Matrix (Details siehe Anhang A).

Wie in Anhang A beschrieben ist die Berechnung nicht trivial und die Implementation wird in der nächsten Woche durchgeführt.

### 2.2 Besprechung am Mittwoch

Nächste Woche Mittwoch wird ein Treffen mit Fr. Susanne Winter stattfinden. Im Rahmen dieses Gespräches können Fragen bezüglich Evolutionärer Verfahren und der Library Shark erörtert werden. Zur Zeit kann man davon ausgehen, dass der Projektfortschritt dadurch beschleunigt werden kann. Für dieses Treffen wurden Fragen erarbeitet.

Es wurde die Einarbeitung in die evolutionären Verfahren vertieft, um in dem Gespräch gut auf die Thematik vorbereitet zu sein. Die Erkenntnisse aus den konsultierten Quellen sind im Anhang B festgehalten.

## 3 Probleme

Auch in dieser Woche war es nicht möglich kontinuierliche Messdaten aus dem neuem System zu gewinnen. Die Phasenwerte, die für die Berechnung verwendet wurden, stammen aus einer einzigen Messreihe. Dabei stand der Tag auf einem Punkt im Raum. Aufgrund von Messrauschen (die Ursache dafür ist bereits behoben) mussten sehr viele Messdaten zu einem Mittelwert

zusammengefasst werden. An dem vermessenen Punkt konnten 6 aus 8 Antennen den Tag lesen und eine Phasenlage berechnen. Das ermöglicht im Weiteren die Entfernungsberechnung über alle vorhandenen Antennen und ggf. eine Verfeinerung des verwendeten Modells.

Vertraulich

# Anhänge

## A Konditionszahl eine Matrix

Folgende Nomenklatur und Symbole gelten für diesen Abschnitt:

- fette Großbuchstaben stehen für Matrizen (bspw.  $\mathbf{A}$ )
- fette Kleinbuchstaben stehen für Vektoren (bspw.  $\mathbf{x}$ )
- $\mathbf{0} :=$  Nullvektor
- $\mu :=$  Eigenwert; Es wird von dem gebräuchlicheren Symbol  $\lambda$  abgewichen, um Mehrdeutigkeiten im Rahmen der Arbeit zu vermeiden.

Gegeben ist ein lineares Gleichungssystem der Form:

$$\mathbf{Ax} - \mathbf{b} = \mathbf{0}$$

Eine numerische Lösung für in der Regel zu einer von  $\mathbf{0}$  verschiedenen Lösung so das wir:

$$\mathbf{A}\tilde{\mathbf{x}} - \mathbf{b} = \mathbf{r}$$

schreiben. Man nennt  $\mathbf{r}$  den Residuumvektor. Es ist offensichtlich, dass ein kleines Residuum nicht hinreichend ist um von einem kleinen relativen Fehler auszugehen.

Aus  $\mathbf{Ax} - \mathbf{b} = \mathbf{0}$  und  $\mathbf{A}\tilde{\mathbf{x}} - \mathbf{b} = \mathbf{r}$  folgt

$$\mathbf{A}\Delta\mathbf{x} = \mathbf{r}$$

und damit:  $\|\mathbf{b}\| = \|\mathbf{Ax}\| \leq \|\mathbf{A}\|\|\mathbf{x}\|$ ,  $\|\Delta\mathbf{x}\| = \|\mathbf{A}^{-1}\mathbf{r}\| \leq \|\mathbf{A}^{-1}\|\|\mathbf{r}\|$  Wir können nun für den relativen Fehler schreiben:

$$\frac{\|\Delta\mathbf{x}\|}{\|\mathbf{x}\|} \leq \frac{\|\mathbf{A}^{-1}\|\|\mathbf{r}\|}{\|\mathbf{b}\|/\|\mathbf{A}\|} = \|\mathbf{A}\|\|\mathbf{A}^{-1}\| \frac{\|\mathbf{r}\|}{\|\mathbf{b}\|}$$

Der Term  $\|\mathbf{A}\|\|\mathbf{A}^{-1}\| := \text{cond}(\mathbf{A})$  heißt Konditionszahl. Auch der Begriff Konditionsmaß ist gebräuchlich und bezieht sich auf die gewählte Matrixnorm. Es kann gezeigt werden, dass  $\text{cond}(\mathbf{A}) \gg 1$  für eine schlechte Konditionierung der Matrix steht. Wird im Folgenden von einer speziellen Matrixnorm gesprochen schreiben wir  $\text{cond}(\mathbf{A})$  zu

$$\text{cond}_k(\mathbf{A}) = \|\mathbf{A}\|_k \|\mathbf{A}^{-1}\|_k$$

Der Index  $k$  wird entsprechend für die verwendete Norm ersetzt. Beispielsweise ergibt sich für die Konditionszahl der Spektralnorm<sup>1</sup>:

$$\text{cond}_2(\mathbf{A}) = \|\mathbf{A}\|_2 \|\mathbf{A}^{-1}\|_2 = \sqrt{\frac{\mu_{\max}}{\mu_{\min}}}$$

Die Symbole  $\mu_{\max}$  und  $\mu_{\min}$  stehen für die Eigenwerte des Systems.

Nach [1] kann man folgende Aussage über die Konditionszahl treffen:

"Wird ein lineares Gleichungssystem  $Ax = b$  mit  $t$ -stelliger dezimaler Gleitpunktarithmetik gelöst und beträgt die Konditionszahl  $\text{cond}(A) \approx 10^\alpha$ , so sind auf Grund der im allgemeinen unvermeidbaren Fehler in den Eingabedaten  $A$  und  $b$  nur  $t - \alpha - 1$  Dezimalstellen der berechneten Lösung  $\tilde{x}$  (bezogen auf die betragsgrößte Komponente) sicher." Zur Zeit kann man davon ausgehen, dass diese 'Faustregel' im Laufe des Projekts noch zur Anwendung kommt.

<sup>1</sup><http://de.wikipedia.org/w/index.php?title=Spektralnorm&oldid=118988565>

## B Evolutionsstrategien

Folgende Information entstammen im Wesentlichen aus [2],[3]&[4] und sind auf den folgenden Seiten lediglich zusammengefasst und neu arrangiert um eine Einarbeitung in die Thematik zu ermöglichen.

### B.1 Allgemeines

Nach dem Vorbild natürlicher Evolution entworfene stochastische Optimierungsverfahren werden Evolutionsstrategie bezeichnet. Sie verwenden die Prinzipien der Mutation, Rekombination und Selektion analog zu der nat. Evolution.

Wie in der Natur auch werden Nachkommen aus der Menge der verfügbaren Eltern gebildet. Dabei bezeichnet im Folgenden:

- $\mu$  die Anzahl der Eltern ( $\Rightarrow$  Größe der Population)
- $\lambda$  die Anzahl der Eltern die bei Rekombination neue Kinder erzeugt; Die Anzahl der erzeugten Nachkommen einer neuen Generation
- $\mathbf{x}_p$  Elternpunkt (Parent)
- $\mathbf{x}_c$  Nachkomme einer Generation (Child)
- $X_p^1$  Die Menge aller Eltern der ersten Generation  $X_p = \{\mathbf{x}_{p_1}^1, \dots, \mathbf{x}_{p_\mu}^1\}$
- $X_p^k$  Die Menge aller Eltern der k-ten Generation  $X_p = \{\mathbf{x}_{p_1}^k, \dots, \mathbf{x}_{p_\mu}^k\}$

*Anmerkung: Die Verwendung des Symbols  $\lambda$  ist in diesem Kontext nicht eindeutig und wird im Späteren durch ein geeigneteres Symbol im Rahmen dieser Arbeit ersetzt werden.*

### B.2 Mutation

Ein Nachkomme  $\mathbf{x}_C$  wird aus seinem Elternteil  $\mathbf{x}_P$  und einer zufälligen Variation  $\mathbf{d}$  gebildet.

$$\mathbf{x}_c = \mathbf{x}_P + \mathbf{d} \quad (1)$$

Dabei ist  $\mathbf{d}$  ein bei jeder Mutation neu zu bestimmender  $(0, \sigma^2)$  – normalverteilte Zufallszahl  $Z(0, \sigma^2)$ :

$$\mathbf{d} = \begin{pmatrix} d_1 \\ \vdots \\ d_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z(0, \sigma_1^2) \\ \vdots \\ Z(0, \sigma_n^2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z(0, 1)\sigma_1 \\ \vdots \\ Z(0, 1)\sigma_n \end{pmatrix} \quad (2)$$

Die Normalverteilung der Variation ist nützlich, da kleine Änderungen wahrscheinlicher sind als große. Die maximale Größe der Variation wird durch die Standardabweichung  $\sigma_i$  bestimmt.

### B.3 Rekombination

Durch Rekombination zweier oder mehr Eltern aus der Menge aller  $\mu$ -Eltern  $X_\varrho \subset X_E$ . Die Wahl der Eltern sollte zufällig erfolgen um Inzuchtprobleme zu verhindern.

Zwei Arten der Rekombination sind denkbar:

Die *intermediär Rekombination* erstellt einen Nachkommen durch das gewichtete Mittel von  $\varrho$  Eltern.

$$\mathbf{x}_c = \sum_{i=1}^{\varrho} \alpha_i \mathbf{x}_{p_i}, \quad \sum_{i=1}^{\varrho} \alpha_i = 1, \quad 2 \leq \varrho \leq \mu \quad (3)$$

Bei der *diskreten Rekombination* vom  $\varrho$ -Eltern wird die  $i$ -te Komponente  $x_{ic}$  eines Nachkommen  $\mathbf{x}_c$  mit der  $i$ -te Komponente eines zufällig gewählten Elternpunktes gleichgesetzt.

$$x_{ic} = x_{ip_j}, \quad j \in \{1, \dots, \varrho\}, \quad i = 1, \dots, n \quad (4)$$

### B.4 Selektion

Die durch Rekombination und/oder Mutation erzeugten Nachkommen werden in dem Schritt Ausgewählt um einen Evolutionsfortschritt zu erreichen. Dies erfolgt anhand des Vergleichs mit dem Zielfunktionswert  $f(\mathbf{x})$ . Das beste Individuum oder die besten werden für die nachfolgende Generation ausgewählt. Dabei gibt es Strategien bei denen nur die Nachkommen an der Auswahl beteiligt sind und welche bei denen Eltern und Kinder teilnehmen.

### B.5 Evolutionsalgorithmus

Der eigentliche Evolutionsalgorithmus ist in Abbildung 1 dargestellt. Er enthält im wesentlichen die in den vorherigen Abschnitten beschriebenen Schritte. Der prinzipielle Ablauf ist für alle Evolutionsalgorithmen gleich. Eine Unterscheidung der Verfahren kann durch verschiedene Parameter beschrieben werden. Wesentlich dabei sind die Populationsgröße  $\mu$ , die Anzahl an der Rekombination beteiligten Eltern  $\varrho$ , die gewählte Selektionsstrategie sowie die Anzahl der Nachkommen  $\lambda$ . Im Folgenden sind zuerst einige Beispiele für die Nomenklatur der Selektionsstrategie aufgeführt, die im Anschluss genauer beschrieben werden.

Für Strategien die nur auf Mutation für die Erzeugung von Nachkommen setzten sind folgende Nomenklaturen gebräuchlich:

- $(\mu + \lambda)$  Elternelemente werden in der Selektion berücksichtigt
- $(\mu, \lambda)$  Ausschließlich Nachkommen nehmen an der Selektion teil

Wird die Rekombination eingesetzt kann auch die Anzahl der beteiligten Elternelemente angegeben werden:

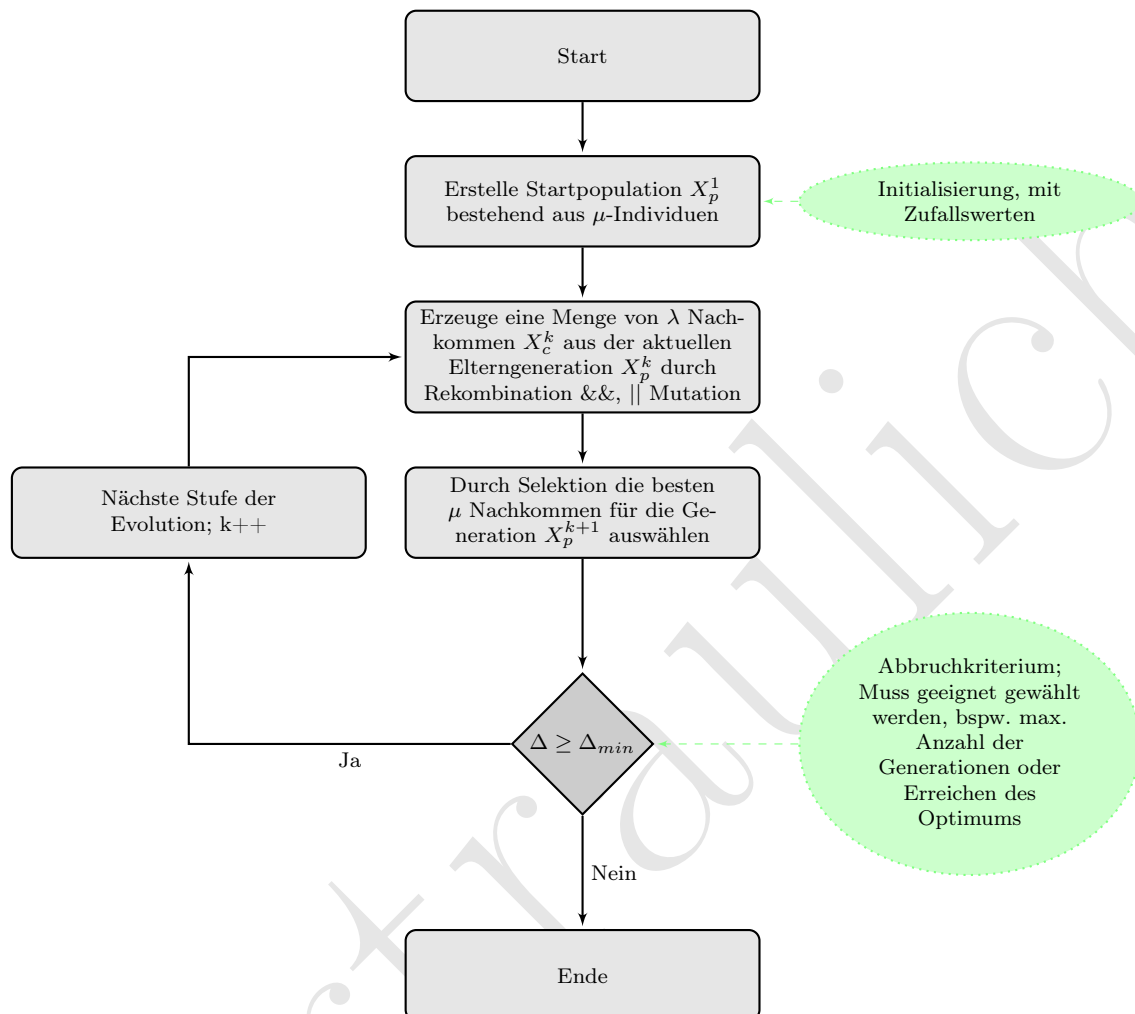
- $(\mu/\varrho + \lambda)$  &  $(\mu/\varrho, \lambda)$  Angabe der Anzahl beteiligter Eltern bei der Rekombination.

Mithilfe dieser Klassifikation werden die Algorithmen im Folgenden stets angegeben.

### B.6 Strategien mit mehreren Populationen

Es ist möglich die Strategien auf die Ebene von Populationen zu erweitern. Das bedeutet, man lässt ganze Populationen miteinander in Wettstreit treten und nur diejenige überleben, die die

Abbildung 1: Der Prinzipielle Ablauf des Evolutionsalgorithmus ist hier dargestellt.

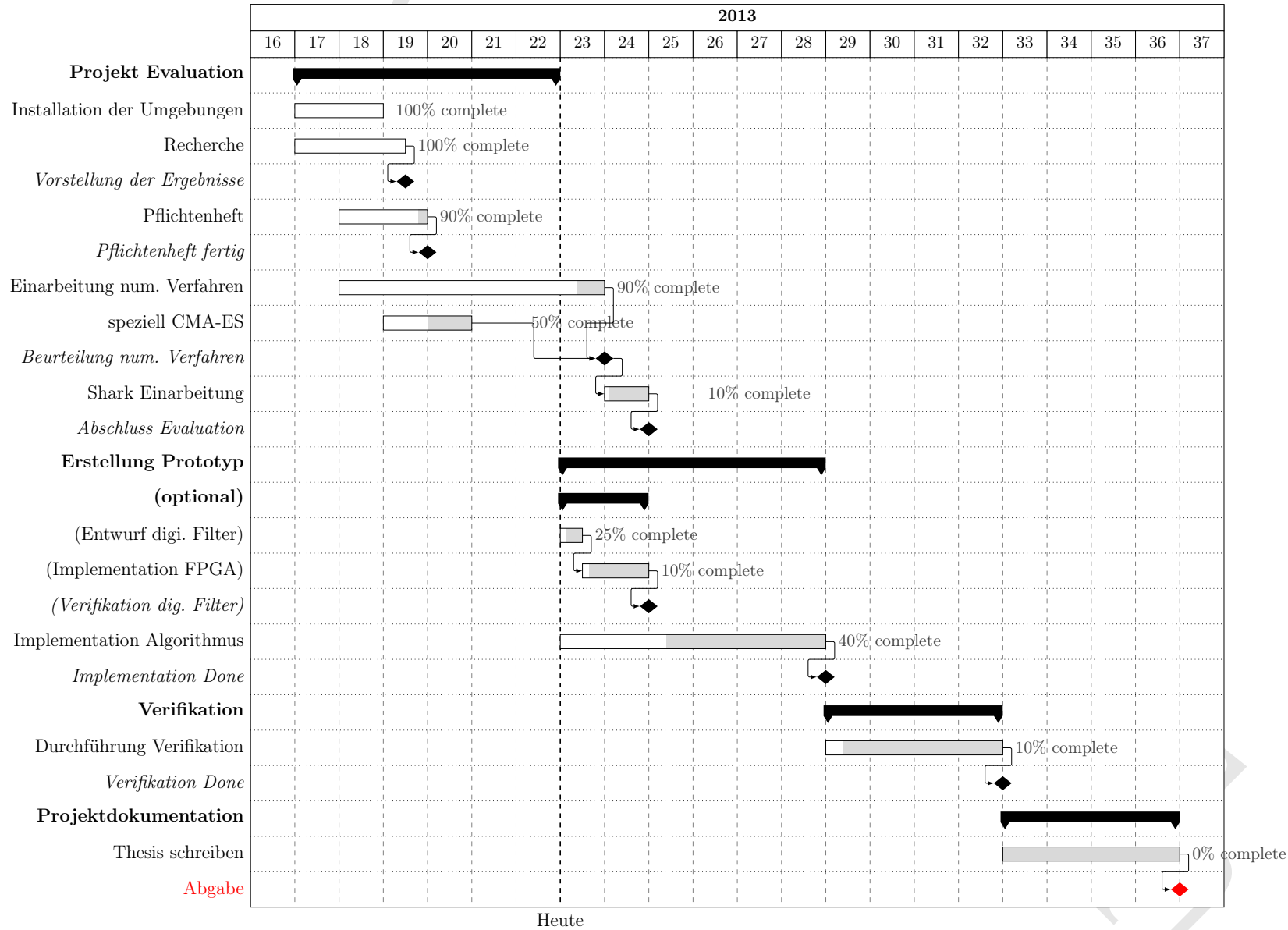


besten Ergebnisse liefern. Das mündet in einem zweistufigen Evolutionsprozess. Man kann die Notation um diesen Umstand erweitern und erhält so:

$$[\mu_2/\varrho_2, + \lambda_2(\mu_1/\varrho_1, + \lambda_1)]$$

Sprich aus  $\mu_2$ -Elternpopulationen werden durch Rekombination mit jeweils  $\varrho_2$  Populationen,  $\lambda_2$  Nachkommenpopulationen generiert. Innerhalb der Populationen erfolgt die Optimierung anhand einer  $(\mu_1/\varrho_1 + \lambda_1)$  oder  $(\mu_1/\varrho_1, \lambda_1)$ -Strategie. Nun kann nach einer bestimmten Zahl von Generationen die besten Populationen für die nächste Generation ausgewählt werden. Auch hier stehen verschiedene Auswahlkriterien zur Verfügung. Man kann z.B. die Population anhand des Zielfunktionswert des besten Individuums wählen oder den Mittelwert über alle Individuen wählen.

# C Projektlaufplan KW 22





## Literatur

- [1] M. Hermann, *Numerische Mathematik*. Oldenbourg Wissensch.Vlg, 2001.
- [2] B. Kost, *Optimierung mit Evolutionsstrategien*. Deutsch Harri GmbH, 2003.
- [3] I. Bronštejn, K. Semendjajew, G. Musiol, and H. Mühlig, *Taschenbuch der Mathematik. Mit CD-ROM*. Deutsch Harri GmbH, 2012.
- [4] N. Hansen, *The CMA Evolution Strategy*. Juni 2011.

Vertraulich