Wochenbericht KW 20

13.5. - 19.5.2013

Projektwoche: 4

Erstellt durch
Christoph Gnip

Fachbereich Elektrotechnik und angewandte Naturwissenschaften
Westfälische Hochschule

Mai 2013

1 Allgemeines

Eine aktualisierte Version des Projektplans befindet sich in Anhang C.

2 Projektfortschritt

In dieser Woche wurden die Arbeiten an der Modellbildung für die num. Verfahren begonnen. Die Überlegungen sind im Anhang A und im Anhang B zu finden. Am Ende der Woche ist es gelungen, Messdaten von allen Antennen zu erhalten. Dadurch ist sichergestellt, dass auf Daten zurück gegriffen werden kann, wenn die Modellbildung weit genug fortgeschritten ist.

2.1 Modellbildung

Die Tauglichkeit des in Anhang A Modells ist aus jetziger Sicht in Frage zu stellen. Es kann voraussichtlich nicht mit der aktuellen Anordnung des Messaufbaus verwendet werden.
Daher wurde im Anschluss ein allgemeineres Modell erarbeitet, dass auf den Grundlagen der bereits in Verwendung befindlichen Trilateration basiert und um eine Linearisierung erweitert wurde um es effizienter optimieren zu können.
Die betriebenen Überlegungen für das Modell führten zu Vereinfachungen an dem Kalibrieraufbau. Das Kalibrierstück, das für die freie Antennenpositionierung verwendet wird, wurde nach den Überlegungen die zu (16) führten (Linearisierung), mit einem zusätzlichen Referenzpunkt (Landmarke) in dem Kalibrieraufbau angebracht. Eine erneute Einmessung wird in der kommenden Woche erfolgen.
Im nächsten Schritt wird das Modell um die physikalischen Grundlagen (Wellenzahl und Phase) erweitert. Ausgehend von Gleichung (15) werden die bekannten Zusammenhänge für r_0 und r_k. Diese Anstrengungen sollten, nach dem aktuellen Kenntnisstand, zu einen für die Minimierung geeigneten Modell führen. Wie viele Parameter für die Optimierung übrig bleiben wird sich in der nächsten Wochen zeigen.

2.2 Kalibierung

Mit V. Trösken wurden die Modelle besprochen. Die Erkenntnisse aus dem Modell fließen in einer Erweiterung für das in der letzten Woche angefertigten Kalibrierstücks ein. Der neue Aufbau wird einen vierten Messpunkt mit bekannter Geometrie erhalten, der die Verwendung des im Anhang B vorgestellten Modells erlaubt.
Die in dieser Woche durchgeführte Vermessung wird in der nächsten Woche mit dem neuen Aufbau wiederholt und im Anschluss wird die Anordnung berechnet.
Der neue Aufbau steht Anfang der nächsten Woche zur Verfügung.

3 Probleme

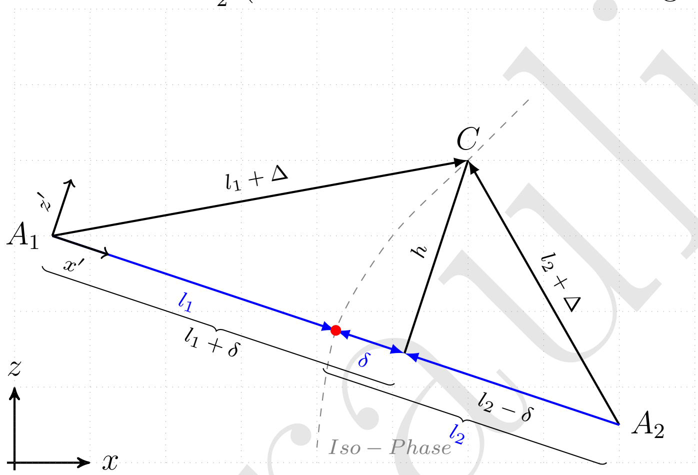
Durch die Feiertage läuft die Entwicklung zur Zeit langsamer als ursprünglich geplant. Es wird voraussichtlich einer Anpassung des Projektplans notwendig sein um diesem Umstand gerecht zu werden.

Anhänge

A Iso-Phasen-Modell

Auf den folgenden Seiten befindet sich eine Modellierung des physikalischen Zusammenhangs. Ziel ist die Entwicklung eines Modells, dass sich für die Verwendung in einer Minimierungsstrategie eignet.

Abbildung 1: Skizze des Modells für die Berechnung. Gezeigt ist, ein Tag und zwei Antennen. Die graue, gestrichelte Linie stellt eine Iso-Fläche der Phase dar. Von diesen Flächen befinden sich N viele mit einem Abstand von $\frac{\lambda}{2}$ (der Übersicht halber nicht eingezeichnet).



Aus einfachen Überlegungen ergibt sich:

$$(l_1 + \Delta)^2 = (l_1 + \delta)^2 + h^2 \tag{1}$$
$$(l_2 + \Delta)^2 = (l_2 - \delta)^2 + h^2 \tag{2}$$

aus (1):

$$\begin{aligned} h^2 &= (l_1 + \Delta)^2 - (l_1 + \delta)^2 \qquad (3)\\ &= l_1^2 + 2l_1\Delta + \Delta^2 - [l_1^2 + 2l_1\delta + \delta^2] \\ &= l_1^2 + 2l_1\Delta + \Delta^2 - l_1^2 - 2l_1\delta - \delta^2 \\ &= 2l_1\Delta + \Delta^2 - 2l_1\delta - \delta^2 \qquad (4) \end{aligned}$$

analog dazu lässt sich aus (2) ableiten:

$$h^2 = 2l_2\Delta + \Delta^2 + 2l_2\delta - \delta^2 \tag{5}$$

Wir suchen einen Ausdruck um Δ zu eliminieren, (4)=(5):

$$\begin{aligned} 2l_1\Delta + \Delta^2 - 2l_1\delta - \delta^2 &= 2l_2\Delta + \Delta^2 + 2l_2\delta - \delta^2 \\ 2l_1\Delta + \Delta^2 - 2l_2\Delta - \Delta^2 &= 2l_2\delta - \delta^2 + 2l_1\delta + \delta^2 \\ \Delta(l_1 - l_2) &= \delta(l_1 + l_2) \\ \Delta &= \delta\frac{(l_1 + l_2)}{(l_1 - l_2)} \qquad (6) \end{aligned}$$

(6) in (4) einsetzen:

$$\begin{aligned} h^2 &= 2l_1\delta\left(\frac{(l_1+l_2)}{(l_1-l_2)}\right) + \delta^2\left(\frac{(l_1+l_2)}{(l_1-l_2)}\right)^2 - 2l_1\delta - \delta^2 \\ &= \underbrace{\left(\frac{(l_1+l_2)}{(l_1-l_2)} - 1\right)^2}_{a_0}\delta^2 + \underbrace{\left(\frac{(l_1+l_2)}{(l_1-l_2)} - 1\right)}_{a_1} 2l_1\delta \end{aligned} \tag{7}$$

Nun können wir für δ den Ausdruck x' einführen. und erhalten:

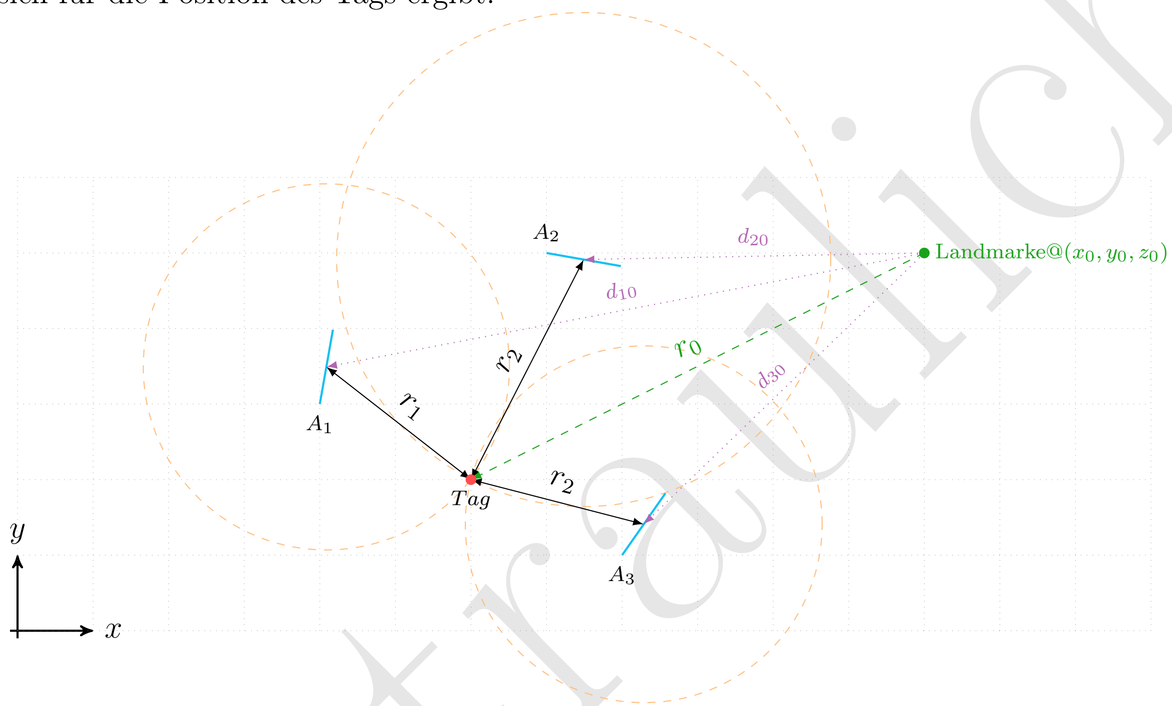
$$h^2 = a_0 x'^2 + a_1 x' \tag{8}$$

Gleichung (8) drückt aus, dass sich die Berechnung noch in dem Koordinatensystem der beiden gewählten Antennen liegt. Es ist noch eine geeignete Koordinatensystem-Transformation zu wählen um auf ein vernünftiges Referenz-Koordinatensystem zu kommen. Weiterhin gelten die Überlegungen nur für diesen Zweidimensionalen Fall. Eine Anwendung auf die dritte Dimension sollte über die Erweiterung von $h^2 = y^2 + z^2$ möglich sein.

Das hier gefundene Modell ist dem in [1] vorgestellten ähnlich. Es beruht auf analogen Überlegungen.

B Trilaterationsmodell

Abbildung 2: 2D-Übersicht auf die Szene mit drei Antennen, einem Tag und einer Landmarke. Die Position von $\{A_1, A_3, A_3\}$, sowie der Landmarke, zum Koordinatenursprung sind bekannt. Die Vektoren r_1, r_2, r_3 sind die gemessene Entfernung zu einer Antenne. Die Landmarke wird im späteren Verlauf eine Antenne sein, die ihrerseits ein gemessene Entfernung r_0 produziert. Der Schnittpunkt aller Kreise ist die Lösung der gemessenen Entfernung und der geom. Anordnung, die sich für die Position des Tags ergibt.



Folgende Nomenklatur und Symbole gelten für diesen Abschnitt:

- k ist der Index der Antennen, es gilt $k = \{1, 2, .., 8\}$
- $r_k :=$ Abstand vom Tag zur Antenne
- $d_{k0} :=$ Abstand zur Landmarke
- fette Großbuchstaben stehen für Matrizen
- fette Kleinbuchstaben stehen für Vektoren

Wir starten mit der Überlegung über den geometrischen Zusammenhang zwischen der Antennenposition von Antenne k zu der Position des Tags r_k:

$$r_k^2 = (x - x_k)^2 + (y - y_k)^2 + (z - z_k)^2 \tag{9}$$

Es ergibt sich für den Fall, dass drei Atennen den Tag lesen:

- 3 Gleichungen
- 3 Unbekannte

- quadr. Gleichungssystem

  Das Gleichungssystem sieht wie folgt aus:

$$
\begin{aligned}
r_1^2 &= (x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2 \\
r_2^2 &= (x - x_2)^2 + (y - y_2)^2 + (z - z_2)^2 \\
r_3^2 &= (x - x_3)^2 + (y - y_3)^2 + (z - z_3)^2
\end{aligned}
$$

Wie in verschiedenen Beispielen gezeigt[1], kann man die Koordinaten unmittelbar berechnen. Im Weiteren wird versucht, zusätzliche Informationen für eine Linearisierung zu verwenden. Von der Landmarke sind die $(x, y, z)-Koordinaten$ bekannt. Und wurden (z.B. durch Kalibrierung) in einem vorherigen Schritt bestimmt. Wir können notieren:

$$d_{k0}^2 = (x_k - x_0)^2 + (y_k - y_0)^2 + (z_k - z_0)^2 \tag{10}$$

$$
\begin{aligned}
r_k^2 &= (x - x_k)^2 + (y - y_k)^2 + (z - z_k)^2 \\
&= (x - x_k + x_0 - x_0)^2 + (y - y_k + y_0 - y_0)^2 + (z - z_k + z_0 - z_0)^2 \\
&= ((x - x_0) - (x_k - x_0))^2 + ((y - y_0) - (y_k - y_0))^2 + ((z - z_0) - (z_k - z_0))^2 \\
&= (x - x_0)^2 - 2(x - x_0)(x_k - x_0) + (x_k - x_0)^2 \quad \underbrace{+ \ldots + \ldots}_{\text{y \& z Terme analog}}
\end{aligned} \tag{11}
$$

Durch Umstellen von (11) erhalten wir:

$$
\begin{aligned}
(x - x_0)(x_k - x_0) + \ldots + \ldots &= -\frac{1}{2}[r_k^2 - (x_k - x_0)^2 - (x - x_0)^2 + \ldots + \ldots] \\
(x - x_0)(x_k - x_0) + \ldots + \ldots &= \frac{1}{2}[(x_k - x_0)^2 + (x - x_0)^2 + \ldots + \ldots - r_k^2]
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&(x - x_0)(x_k - x_0) + (y - y_0)(y_k - y_0) + (z - z_0)(z_k - z_0) = \\
&\quad \frac{1}{2}[(x_k - x_0)^2 + (x - x_0)^2 - (y_k - y_0)^2 + (y - y_0)^2 - (z_k - z_0)^2 + (z - z_0)^2 - r_k^2]
\end{aligned} \tag{12}
$$

Vergleich von (12) mit (10) bringt:

$$
\begin{aligned}
&(x - x_0)(x_k - x_0) + (y - y_0)(y_k - y_0) + (z - z_0)(z_k - z_0) = \\
&\quad \frac{1}{2}[\underbrace{(x_k - x_0)^2 + (z_k - z_0)^2 + (y_k - y_0)^2}_{\mathbf{d_{k0}^2}} + \underbrace{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2}_{\mathbf{r_0^2}} - r_k^2]
\end{aligned} \tag{13}
$$

$$(x - x_0)(x_k - x_0) + (y - y_0)(y_k - y_0) + (z - z_0)(z_k - z_0) = \frac{1}{2}[d_{k0}^2 + r_0^2 - r_k^2] \tag{14}$$

mit

$$c_{k0} = \frac{1}{2}[d_{k0}^2 + r_0^2 - r_k^2] \tag{15}$$

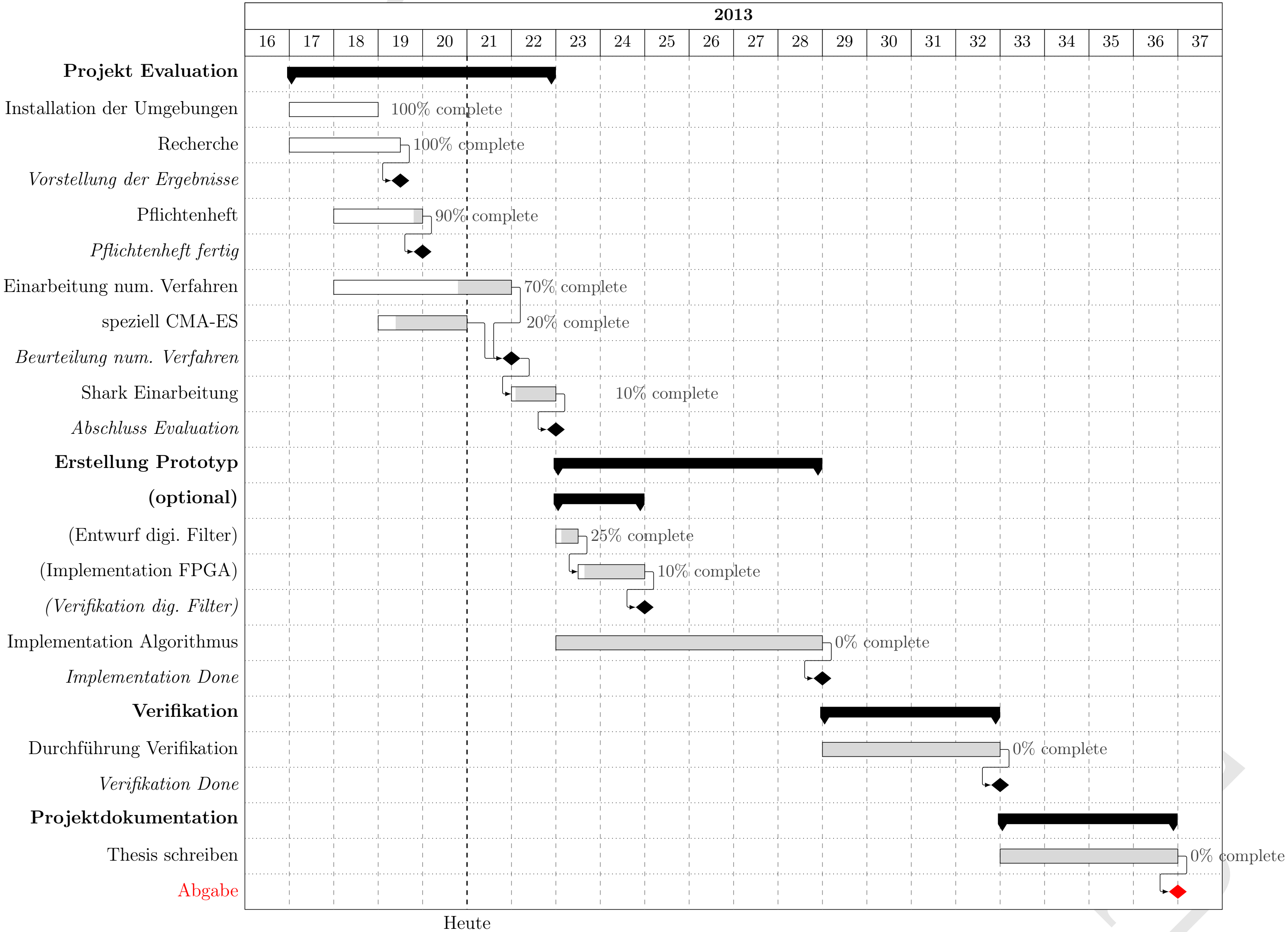
können wir das lineare Gleichungssystem abschließend schreiben:

$$
0 = \begin{pmatrix} x_1 - x_0 & y_1 - y_0 & z_1 - z_0 \\ x_2 - x_0 & y_2 - y_0 & z_2 - z_0 \\ x_3 - x_0 & y_3 - y_0 & z_3 - z_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x - x_0 \\ y - y_0 \\ z - z_0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} c_{10} \\ c_{20} \\ c_{30} \end{pmatrix} \tag{16}
$$

Das Gleichungssystem entspricht ist linear und hat die allg. Form: $0 = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}$ es lässt sich mit bekannten Methoden lösen.

[1] z.B. `http://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Trilateration&oldid=553215995`

C Projektlaufplan KW 20



Literatur

[1] W. S. Wille, Andreas, "Medical navigation based on rfid tag signals: Model and simulation," vol. 55, 2010.