Zadanie pisemne 2 do oddania
z Analizy Matematycznej II dla Informatyków
piątek, 26 IV — wtorek, 7 V 2024

Niech $D := [a_1; b_1] \times \ldots \times [a_d; b_d] \subset \mathbb{R}^d$, gdzie $a_j < b_j$ dla $j = 1, \ldots, d$. Wykaż, że jeżeli funkcja $f : D \longrightarrow \mathbb{R}$ posiada w każdym punkcie $x \in D$ pochodne cząstkowe $\partial_j f(x)$ dla wszystkich $j = 1, \ldots, d$ oraz funkcja $\partial_j f$ jest ograniczona dla każdego $j = 1, \ldots, d$, to f jest Lipshitzowska, tzn.

$$\exists c \in \mathbb{R}\ \forall x, y \in D \quad |f(x) - f(y)| \leq c\|x - y\|.$$

Uwaga: *Jeżeli nie umiesz tego zrobić dla każdego $d \in \mathbb{N}$, możesz za 60% punktów zrobić to tylko dla $d = 2$.*

Prace muszą być ***czytelne oraz w 100% samodzielne.***

Można zdobyć max. 5 pkt = max. 2,5 pkt za meritum + max. 100% meritum za redakcję; możliwy też "bonus" za prace w PDF z LaTeX-a (szczegóły na "stronie" Moodla z informacjami o zadaniach do oddania).

Przty ocenie "za meritum" zasadnicza jest poprawność matematyczna — w tym: kompletność argumentacji, wierność zasadom logiki oraz powoływanie się na właściwe twierdzenia z ***wcześniejszych*** *wykładów lub ćwiczeń (oczywiste/elementarne kroki można ew. pomijać, ale ... — patrz niżej.).*

Przy ocenie za redakcję istotna jest dbałość o to, by praca była możliwie łatwo zrozumiała i przyjemna w czytaniu (więc poprawność nie tylko logiczna, ale też językowa — zdania w języku polskim, a nie wyłącznie "znaczkowo–matematycznym"). Z drugiej strony, mile widziana jest też rozsądna zwięzłość.

M. M.