

Grafica pe calculator

Lucian GHIRVU

[ghirvu@info.uaic..ro](mailto:ghirvu@info.uaic.ro)

www.infoiasi.ro/~ghirvu/gpc

Plan

- Echipa pedagogica
- Tematica cursului
- Evaluare
- Desfasurare laborator
- Desfasurare test scris
- Studenti din ani anterioiri
- Bibliografie

Echipa pedagogica

- EP = {
 Lucian GHIRVU,
 Eugen Nicolae CROITORU
}

Echipa pedagogica

- Pentru probleme legate de evaluarea de la laborator, in timpul semestrului, studentii se vor adresa cadrului didactic care tine orele de la grupa respectiva
- Evaluarea de la laborator a studentilor restantieri (indiferent de grupa) va fi efectuata de catre L.Ghirvu.

Tematica cursului

1. Introducere in grafica pe calculator.
2. Desenarea primitivelor grafice 2D pe ecrane rastru.
 - Desenarea segmentelor de dreapta, a cercurilor, a elipselor.
 - Desenarea suprafețelor dreptunghiulare, poligonale, eliptice (circulare).
 - Decuparea primitivelor pe ecrane rastru.
 - Antialiasing.

Tematica cursului

3. Transformari geometrice.

- Transformari geometrice 2D, 3D.
- Reprezentarea matricială a transformărilor geometrice.
- Coordonate omogene.
- Compunerea transformarilor geometrice.

Tematica cursului

4. Vizualizare 3D.

- Proiectii geometrice planare.
 - Descriere matematica.
 - Implementare.

5. Reprezentarea curbelor si suprafetelor.

- Retele de petice poligonale planare.
- Curbe parametrice cubice.
- Suprafețe parametrice bicubice.

6. Utilizarea culorii in grafica pe calculator.

- Lumina acromatica.
- Lumina cromatica.

Tematica cursului

7. Modelarea solidelor
8. Determinarea suprafetelor vizibile.
9. Modele de reflexie si iluminare.
- 10.Tehnici avansate de modelare:
fractali, animatie.
- 11.Biblioteca OpenGL.

Evaluare

- Pentru a fi declarat admis(a) la disciplina Grafica pe calculator un(o) student(a) trebuie sa realizeze un punctaj de cel putin **30%** din punctajul maxim disponibil (fara bonusuri de prezenta!), **atât la curs cat și la laborator**.
- Pentru detalii **cititi obligatoriu continuarea !**

Evaluare

- Sunt evaluate:
 - temele de laborator: **doar** in timpul semestrului, **nu** in saptamanile de evaluare
 - cunostintele de la curs: test scris in a doua saptamana de evaluare
 - (optional, fara preaviz) subiectele GPC de la examenul de licenta
 - punctaje
 - un punctaj **PL** in urma evaluarii activitatii de laborator
 - un punctaj **PC** in urma evaluarii testului scris

Evaluare

- Calcul **PL**
 - 7 teme de laborator **obligatorii**
 - fiecare tema este alcătuită din cel puțin o problemă
 - fiecare problema este notată cu un **punctaj intre 0 și 4** (+ bonusuri pentru rezolvări originale)
 - punctajul unei teme este media aritmetică a punctajelor problemelor din cadrul temei respective
 - PL este media aritmetică a punctajelor temelor

Evaluare

- Exemplu (ipotetic!)
 - sa pp. ca sunt 3 teme de laborator obligatorii T_1 , T_2 , T_3 si una optionala T_4 fiecare avand problemele Pr_{11} , Pr_{12} , Pr_{13} , Pr_{21} , Pr_{22} , Pr_{31} , Pr_{41} .
 - fiecare problema este notata cu un punctaj: P_{11} , P_{12} , P_{13} , P_{21} , P_{22} , P_{31} , P_{41}

$$- PL = \frac{\frac{P_{11}+P_{12}+P_{13}}{3} + \frac{P_{21}+P_{22}}{2} + \frac{P_{31}}{1} + \frac{P_{41}}{1}}{3}$$

Evaluare

- **Calcul PC**

- In principiu, in mod similar ca PL: PC este media aritmetica a punctajelor subiectelor date la testul scris, fiecare subiect fiind notat intre 0 si 4.
- Daca vor exista modificari ale formulei, ele vor fi mentionate explicit pe foaia de examen.

Evaluare

- Admis/Respins
 - Studentul(a) este declarat **admis(a)** la disciplina Grafica pe calculator daca
PL >= 1.2 si PC >= 1.2
 - Altfel, este declarat **respins(a)** la disciplina Grafica pe calculator

Evaluare

- Bonusuri prezenta
 - Bonus prezenta laborator **BL**
 - Prezenta la laborator conduce la acordarea eventuala de bonusuri (in total, **cel mult 0.25 puncte** si doar daca studentul(a) este admis(a) la laborator)
 - Bonus prezenta curs **BC**
 - In cazul in care prezenta la unele cursuri este f. mica se vor acorda, eventual, bonusuri acelor studenti prezenti (in total, **cel mult 0.25 puncte** si doar daca studentul(a) este admis(a) la testul scris)

Evaluare

- Punctaj total **PT**

$$\mathbf{PT = PC + PL + BC + BL}$$

Evaluare

- Note

- studentul(a) declarat **respins(a)** are nota **4**
- studentul(a) declarat **admis(a)** va avea una din notele **5,6,7,8,9,10**

Evaluare

- Notele 5,6,7,8,9,10
 - daca numarul studentilor admisi este > 50 atunci notarea se va realiza cf. [ECTS](#) (Consiliul FII din 19/01/2009) si PT
 - nota 10 : primii 5%
 - nota 9 : urmatorii 10%
 - nota 8 : urmatorii 20%
 - nota 7 : urmatorii 30%
 - nota 6 : urmatorii 25%
 - nota 5 : urmatorii 10%
 - daca numarul studentilor admisi este ≤ 50
 - nota =
if ($PT \geq 7.9$) then 10
else if ($[2.1 + PT + 0.5] \geq 5$) then $[2.1 + PT + 0.5]$
else 5

Evaluare

- Notele 5,6,7,8,9,10
 - **Important:**
 - Daca studentii din sesiunea de examene au fost notati utilizandu-se distributia Gauss atunci studentii din sesiunea de restante vor fi notati folosindu-se ca repere notele din sesiunea de examene
 - Altfel, notarea studentilor din sesiunea de restante se va face in functie de numarul studentilor admisi in aceasta sesiune

Desfasurare laborator

- Lucrul in echipe
 - Nu este obligatoriu
 - O echipa are 2 membri, stabiliți definitiv la prima rezolvare și prezentare împreună a unei probleme
 - În caz de separare a unei echipe, cei 2 membri nu mai pot face parte din alte echipe sau să constituie din nou o echipă
 - Separarea unei echipe are loc în momentul cand cel putin un membru al echipei decide acest lucru și il comunica EP
 - Prin apartenența la o echipă, cei 2 membri **consimt sa rezolve și sa prezinte împreună problemele de la laborator**
 - Nu este obligatoriu ca studentii dintr-o echipă să fie notati identic !

Desfasurare laborator

- Lucrul in echipe
 - Eventualele “litigii” aparute in urma separarii unei echipe se vor rezolva cu implicarea **minima** a EP
 - Daca o problema a fost rezolvata impreuna dar, din diverse motive, echipa nu se poate intunici pentru prezentarea unei probleme atunci studentul(a) care doreste prezentarea problemei va trimite un e-mail de notificare echipei si EP. In acest caz, EP va decide data la care se va prezenta problema. De asemenei, in acest caz, EP poate dispune si separarea echipei respective.
 - Participarea simultana in cel putin 2 echipe = frauda

Desfasurare laborator

- Pentru a fi notata, orice rezolvare a unei probleme trebuie, in mod obligatoriu, verificata de catre EP. O problema rezolvata dar neverificata valoreaza 0 (zero) puncte.

Desfasurare laborator

- Verificarea problemelor
 - (Obligatoriu) Prezentare in fata EP la laborator
 - (Optional, Preaviz) Lucrare de control la laborator referitoare la una sau mai multe probleme de la una sau mai multe teme de laborator
 - Fara documentatie si fara utilizarea calculatorului
 - Lucrarea de control va fi anuntata **in prealabil**; in acest caz prezenta la acele ore este obligatorie (exceptand scutirile pe caz de boala, caz in care lucrarea de control va fi sustinuta ulterior).
 - Modul in care rezultatul la lucrarea de control influenteaza PL va fi precizat la data lucrarii de control

Desfasurare laborator

- Verificarea problemelor
 - (Optional, Preaviz) Pe parcursul semestrului (la orele de laborator sau la cele de curs) sau la testul scris se **pot** da spre rezolvare **tuturor** studentilor probleme noi, similare cu cele de la unele teme.
 - Rezultatele vor influenta nota finala (practic, vor diminua, eventual, PL) dar **nu influenteaza situatia admis/respins**
 - Aceste evaluari vor fi anuntate in prealabil; daca fac parte din testul scris, subiectele respective vor fi mentionate in mod explicit
 - Modul in care rezultatele influenteaza nota finala va fi precizat la momentul respectiv

Desfasurare laborator

- Temele de laborator vor avea termene de rezolvare (cu penalizari sau neacceptare in caz de depasire a termenului). Penalizarea va fi proportionala cu numarul de saptamani scurse de la termenul indicat si nu influenteaza PL in calculul admis/respins ci doar in calculul notei finale
- Pentru anumite probleme, specificate de profesor si mentionate pe pagina cursului, studentii vor trimite rezolvarile acestora, conform unui anumit format, precizat ulterior, la adresele de e-mail indicate la laborator de catre EP

Desfasurare laborator

- Evitarea aglomeratiei la prezentari
 - Au prioritate studentii care au trimis sau au dorit sa-si prezinte temele in termen si a caror prezentare a fost reprogramata din lipsa de timp in laboratoare anterioare
 - Au prioritate studentii care au trimis sau prezinta temele in termen si care fac parte din grupa specificata la orar si nu se incadreaza in situatia anterioara
 - Au prioritate ceilalti studenti (**in limita timpului disponibil !**)

Desfasurare laborator

- Daca aveti o problema a carei rezolvare ati trimis-o in termen sau pe care doriti sa o prezentati in termen si observati ca nu mai este timp, nu plecati de la laborator inainte de a fi luati in evidenta de catre EP ! Riscati penalizari sau imposibilitatea prezentarii.

Desfasurare laborator

- Problemele se rezolva in C/C++ in Microsoft Visual Studio (>= 2010) sau Bloodshed Dev-C++ (deoarece la temele trimise prin e-mail verificarea are loc in contul EP, chiar daca rezolvati problemele folosind un alt compilator, va trebui sa verificati daca programele dv. se pot compila/executa in unul din cele 2 medii de mai sus !)
- Fiecarei probleme ii corespunde un singur fisier sursa (.cpp, .c) si un singur fisier executabil
- Intr-un fisier sursa, la inceput, vor aparea structurile de date (struct, class, etc.) folosite, apoi functiile, variabilele globale, functiile GLUT si la sfarsit main.

Desfasurare laborator

- Rezolvari trimise prin e-mail
 - In acest caz un e-mail va avea atasat un fisier (arhiva ZIP) sau fisierele CPP ale problemelor rezolvate (a se vedea mai jos)
 - Conformati-vă indicatiilor de la tema respectiva de pe pagina cursului
 - Caz ipotecic
 - Sa pp. ca echipa alcatuită din Vasile IONESCU și George VASILESCU a rezolvat problemele 1 și 3 din tema 5
 - Vor denumi fisierele astfel (și cu spațiile mentionate !):
 - “t05p01 ionescuvasile vasilescugeorge.cpp”
 - “t05p03 ionescuvasile vasilescugeorge.cpp”

Desfasurare laborator

- Rezolvari trimise prin e-mail
 - Caz ipotetic
 - Utilizand Total Commander se creeaza folderul “t05p03 ionescuvasile vasilescugeorge”
 - Se copie fisierele “t05p01 ionescuvasile vasilescugeorge.cpp” si “t05p03 ionescuvasile vasilescugeorge.cpp” in acest folder
 - Se arhiveaza (ALT+F5) acest folder si se creeaza arhiva “t05p03 ionescuvasile vasilescugeorge.zip”
 - Arhiva se expediaza atasata unui mesaj cu subiectul “[gpc] t05p01,03 ionescuvasile vasilescugeorge”

Desfasurare laborator

- Rezolvari trimise prin e-mail
 - Temele se trimit doar acelui cadru didactic care evalueaza temele de la laborator (si nu intregii EP!)
 - Adresele de e-mail ale EP vor fi comunicate la laborator sau vor fi trimise prin e-mail pe lista studentilor din anul al 3-lea.

Desfasurare test scris

- In principiu, se va da cu documentatia pe masa (doar pe suport hartie, intr-un singur volum legat - fara foi volante)
 - Documentatia este personala si poate contine: tot ceea ce s-a prezentat la curs, problemele de la laborator si rezolvările personale ale acestora, 1-2 carti de grafica pe calculator
- Fara laptop-uri, telefoane mobile sau alte dispozitive electronice
- sapt. 15/16 sau 16/16
- 2 serii (cca 2 ore fiecare)
- Toti studentii unui semian trebuie sa fie prezenti la ora indicata pentru semianul respectiv (in cazul in care doresc sa sustina in saptamana de evaluare testul scris)

Subiectele de la licenta

- Sesiunea vara 2012, iarna 2013
 - Lumina cromatica - modelele de culori RGB, HSV
 - Algoritmul incremental de trasare a segmentelor de dreapta pe ecrane rastru ("Incremental Scan Converting Line Algorithm").
 - Algoritmul punctului de mijloc de trasare a segmentelor de dreapta pe ecrane rastru ("Midpoint Scan Converting Line Algorithm").
 - Transformari geometrice 2D/3D (translatie, scalare) - definitie, exprimare matriciala.

Subiectele de la licenta

- Sesiunea vara 2012, iarna 2013
 - Transformari geometrice 2D/3D (rotatie) - definitie, exprimare matriciala.
 - Proiectii geometrice planare (definitie, criteriu de clasificare).
 - Curbe parametrice cubice. Definitie.
Exemple: curbe Hermite, Bezier.
 - Modelarea solidelor prin partitionare spatiala: arbori quadtrees / octrees (arbori de codificare a ocuparii spatiale ACOS4 / ACOS8).

Subiectele de la licenta

- Sesiunea vara 2012, iarna 2013
 - Evaluarea in cadrul GPC a subiectelor de la licenta
 - Cand ?
 - La testul scris (**fara documentatie !**). Modul in care aceste raspunsuri influenteaza PC va fi comunicat la momentul testului scris.
 - La evaluarea acelor teme de laborator care au legatura cu aceste subiecte.
 - In ambele cazuri, studentii **se pot** astepta sa li se solicite, in scris sau oral, un raspuns de cateva minute (ca la un examen de licenta) in legatura cu unul din subiectele de licenta.

Frauda

- **Frauda**

- copiere rezolvari ale unor probleme la laborator sau la testul scris (depistarea acestor situatii poate avea loc si ulterior momentului in care s-au produs),
- participare la mai mult de 2 echipe la laborator,
- documentatia la testul scris contine rezolvari de probleme date la teste scrise anterioare (chiar daca aceste probleme nu se regasesc in testul curent !),
- folosirea unor dispozitive electronice la testul scris sau la orice lucrarare de control,
- schimb de informatii (nu conteaza continutul !) la testul scris,
- fisierul trimis spre evaluare la laborator contine linii de cod care rezolva si probleme date in ani anteriori dar eliminate din programa curenta a laboratorului,
- etc.

Frauda

- Masuri
 - Pierderea **tuturor** bonusurilor
 - Penalizari PL / PC
 - Inclusiv punctaj 0
 - Eliminare din examen
 - Raport catre dl. Decan in vederea exmatricularii

Studenti din ani anterioi cu situatia nepromovata

- Trebuie, in mod obligatoriu, sa ma contacteze (e-mail, etc.) pana in prima saptamana de evaluare pentru a recupera, daca doresc, rezultatele obtinute anterior
- In principiu, situatia de admis(a) la curs sau la laborator se mentine dar pentru notare se va considera ca acesti studenti fac parte din seria curenta

Bibliografie

1. F. Ionescu,
Grafica in realitatea virtuala,
Ed.Tehnica 2000.
2. M. Vlada, I. Nistor, A. Posea, C.
Constantinescu,
**Grafica pe calculator in limbajele
Pascal si C,**
Ed. Tehnica 1991.

Bibliografie

3. J.D. Foley, A.v. Dam, S. Feiner, J. Hughes,
Computer Graphics: Principles & Practice in C (2nd edition),
Addison-Wesley 1995.
4. D. Hearn, M.P. Baker,
Computer Graphics, C Version (2nd Edition),
Prentice Hall 1996 ([biblioteca](#)).

Bibliografie

5. C.-D. Neagu, S. Bumbaru,
Sisteme multimedia - Grafica pe calculator,
Ed. Matrix Rom, 2001.
6. L. Raicu,
Grafic si vizual intre clasic si modern,
Ed. Paideia, 2000.

Bibliografie

7. F. Moldoveanu,
Grafica pe calculator,
Ed. Teora, 1996.
8. Carti OpenGL
 - OpenGL Super Bible
 - OpenGL Programming for Windows
(tutoriale)

Grafica pe calculator

Lucian GHIRVU

ghirvu@infoiasi.ro

www.infoiasi.ro/~ghirvu/gpc

Introducere in grafica pe calculator

- **Obiectul acestei discipline**
 - crearea, memorarea si manipularea modelelor si imaginilor obiectelor

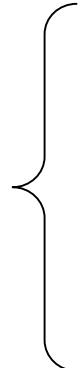
Modelele provin din ...

- fizica
- matematica
- stiinte ingineresti
- arhitectura
- fenomene naturale
- ...

Introducere in grafica pe calculator

- Grafica pe calculator este **interactiva**

Utilizatorul controleaza ...

- continutul
 - structura
 - modul de aparitie
 - utilizand
 - obiectelor
 - imaginilor afisate
- 
- tastatura
 - mouse
 - ecrane sensibile
(touch-sensitive)

Introducere in grafica pe calculator

- Evolutia graficii pe calculator

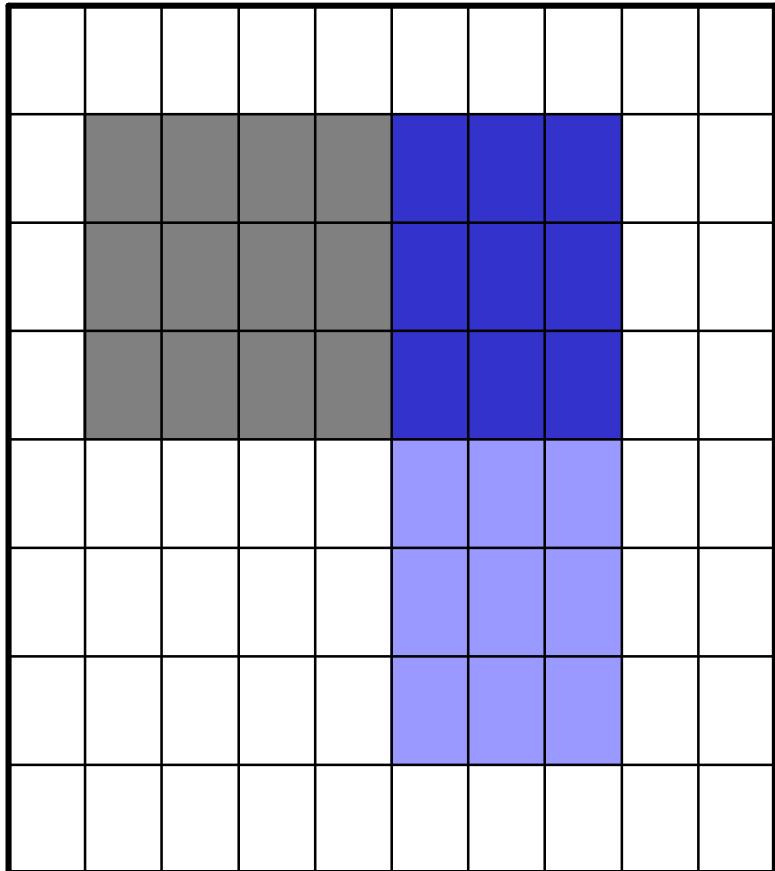
Evolutia graficii pe calculator

- Anii '80
 - Hardware costisitor
 - Software dificil de utilizat si/sau costisitor
- PCs
 - ecrane cu grafica rastru incorporata
 - Xerox Star
 - Apple Macintosh
 - IBM PC

Evolutia graficii pe calculator

- PCs
 - ecrane cu grafica rastru incorporata
 - grafica bazata pe harti de biti (**bitmap**)
- Desktop (suprafata de lucru)
 - interfete grafice pentru sisteme de operare
 - window manager, windows, ...

Bitmap



- Divizare imagine grafica
- Tablou bidimensional de puncte (**pixeli / pels**)
- Pixeli
 - Memorati independent
 - Culoare proprie
 - Intensitate proprie

Plan

- Procesarea imaginii
- Avantajele graficii pe calculator interactive
- Utilizari reprezentative ale graficii pe calculator
- Clasificarea aplicatiilor de grafica pe calculator
- Evolutia tehnologiilor hardware si software pentru grafica pe calculator
- Concepte ale graficii interactive

Procesarea imaginii

- Grafica ...
 - Sinteza
 - obiecte reale sau imaginare
 - din modele computationale
- Procesarea ...
 - Analiza scenelor
 - Reconstructia unor obiecte 2D/3D din imagini
- Utilizari
 - Recunoastere aeriana
 - Explorare sp.cosmic
 - Robotica
 - Tomografie
- Exemplu
 - fotografie - rec.ob.3D



Procesarea imaginii

- Subdomenii
 - **image enhancement**
 - imbunatatirea cal.imag. prin
 - eliminarea zgomotului
 - imbunatatirea contrastului
 - **pattern detection/recognition**
 - detectarea si clasificarea unor sabloane standard precum si gasirea unor abateri de la aceste sabloane
 - Exemplu : tehnologia **Optical Character Recognition**

Zgomot

- Pixeli care lipsesc sau nu au legatura cu imaginea respectiva

Procesarea imaginii

- Subdomenii
 - image enhancement
 - pattern detection/recognition
 - scene analysis, computer vision
 - recunoasterea si reconstituirea modelului 3D al unei scene pe baza m.multor imagini 2D
 - exemplu : robot industrial

Procesarea imaginii

- Domenii de suprapunere cu GpC
 - procesarea interactiva a imaginii
 - modificarea unor fotografii scanate si combinarea acestora cu altele (eventual imagini sintetice) inainte de publicare
 - sinteza imaginii unui model
 - operatii simple de procesare a imaginii sunt utilizate pentru ...

Plan

- Procesarea imaginii
- Avantajele graficii pe calculator interactive
- Utilizari reprezentative ale graficii pe calculator
- Clasificarea aplicatiilor de grafica pe calculator
- Evolutia tehnologiilor hardware si software pentru grafica pe calculator
- Concepte ale graficii interactive

Avantajele GpC interactive

- mijloc natural de comunicare om-masina
- vizualizare stiintifica
- c.m.important mijloc de producere a imaginilor
 - ale unor obiecte concrete dar si abstracte
 - date fara proprietati geometrice (sondaje)
 - imagini
 - statice
 - dinamice : obiecte/fenomene care variaza in timp (modelarea transformarilor unei fete umane)

Avantajele GpC interactive

- utilizarea imaginilor dinamice este eficientă
 - utilizatorul controlează
 - viteza animației
 - portiunea din scenă vizualizată
 - numărul de detalii afisate, ...
 - dezv.de hardware și software care permit utilizatorului să controleze :
 - dinamica miscării **motion dynamics**
 - dinamica actualizării imaginii **update dynamics**

Avantajele GpC interactive

- dinamica miscarii
 - obiectele pot fi mutate sau rasturnate in raport cu un observator stationar
 - obiectele sunt stationare si observatorul mobil (simulatoare de zbor)
- dinamica actualizarii imaginii
 - schimbarea vizibila a formei, culorii sau altor proprietati ale ob. vizualizate
 - exemplu : deformarea structurii unui avion in zbor

Avantajele GpC interactive

- GpC interactiva si dinamica ofera numeroase posibilitati de codificare si comunicare a informatiei
 - forma 2D/3D a obiectelor dintr-o imagine
 - scala de gri/culoare
 - variatia in timp a acestor proprietati

Plan

- Procesarea imaginii
- Avantajele graficii pe calculator interactive
- Utilizari reprezentative ale graficii pe calculator
- Clasificarea aplicatiilor de grafica pe calculator
- Evolutia tehnologiilor hardware si software pentru grafica pe calculator
- Concepte ale graficii interactive

Utilizari reprezentative ale graficii pe calculator

- interfete utilizator
- scheme grafice **charts** in economie, stiinta, tehnologie
 - histograme
 - harti grafice in format bar/pie
 - ordonantare a activitatilor
- publicatii electronice, birotica

Utilizari reprezentative ale graficii pe calculator

- Computer Aided Design
 - industria de automobile, avionica, procesoare, telefonie
- simulari si animatii pentru
 - vizualizare stiintifica
 - divertisment
 - exemplu : desene animate
 - cadrele de referinta - desenator
 - cadrele de tranzitie - calculator

Utilizari reprezentative ale graficii pe calculator

- arta si comert
 - reclame
 - ghiduri computerizate in muzee
- controloare de proces
 - controlul proceselor industriale din rafinarii, centrale electrice
 - afisarea datelor preluate de la senzorii componentelor critice
 - ex. controlul traficului aerian

Utilizari reprezentative ale graficii pe calculator

- cartografie
 - harti geografice, de relief, oceanografice, meteorologice

Plan

- Procesarea imaginii
- Avantajele graficii pe calculator interactive
- Utilizari reprezentative ale graficii pe calculator
- Clasificarea aplicatiilor de grafica pe calculator
- Evolutia tehnologiilor hardware si software pentru grafica pe calculator
- Concepte ale graficii interactive

Clasificarea aplicatiilor de grafica pe calculator

- criterii de clasificare
 - tipul (**dimensionalitatea**) obiectului ce trebuie reprezentat si tipul de imagine produsa

Dimensionalitate

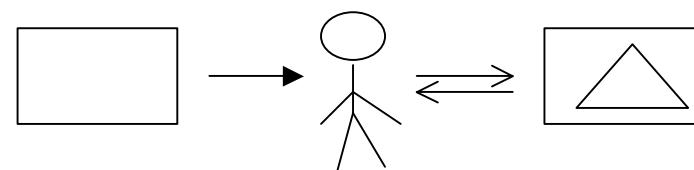
tip obiect	tip imagine
2D	desenari de linii
	imagini in nuante de gri
	imagini colorate
3D	desenare de linii (wireframe)
	desenare de linii cu diverse efecte
	imagini colorate cu diverse efecte

Clasificarea aplicatiilor de grafica pe calculator

- criterii de clasificare
 - tipul de interacțiune ce determină gradul de control al utilizatorului asupra obiectului și imaginii sale

Gradul de control al utilizatorului

- offline plotting
 - afisarea imaginii pe baza unei b.d. predefinite
- interactive plotting
 - utilizatorul furnizeaza parametri
 - proces iterativ
- afisarea imaginii in timp real
 - ex. : simulatoarele de zbor
- design interactiv



Clasificarea aplicatiilor de grafica pe calculator

- criterii de clasificare
 - rolul imaginii

Rolul imaginii

- imaginea
 - este scop in sine
 - ex. : cartografie, animatie - produs final
 - serveste unui scop
 - ex. : CAD - obiect construit sau analizat

Clasificarea aplicatiilor de grafica pe calculator

- criterii de clasificare
 - relatiile temporale si logice intre obiecte si imaginile lor

Relatiile temporale si logice

- utilizatorul lucreaza cu
 - 1 imagine la un moment dat (plottere)
 - 1 secventa variind in timp de imagini inrudite
 - 1 colectie structurala de obiecte (aplicatii CAD)

Plan

- Procesarea imaginii
- Avantajele graficii pe calculator interactive
- Utilizari reprezentative ale graficii pe calculator
- Clasificarea aplicatiilor de grafica pe calculator
- Evolutia tehnologiilor hardware si software pentru grafica pe calculator
- Concepte ale graficii interactive

Evolutia tehnologiilor hardware si software pentru grafica pe calculator

- evolutia tehnologiilor hardware
 - tehnologii de iesire
 - tehnologii de intrare
- evolutia tehnologiilor software

Evolutia tehnologiilor hardware

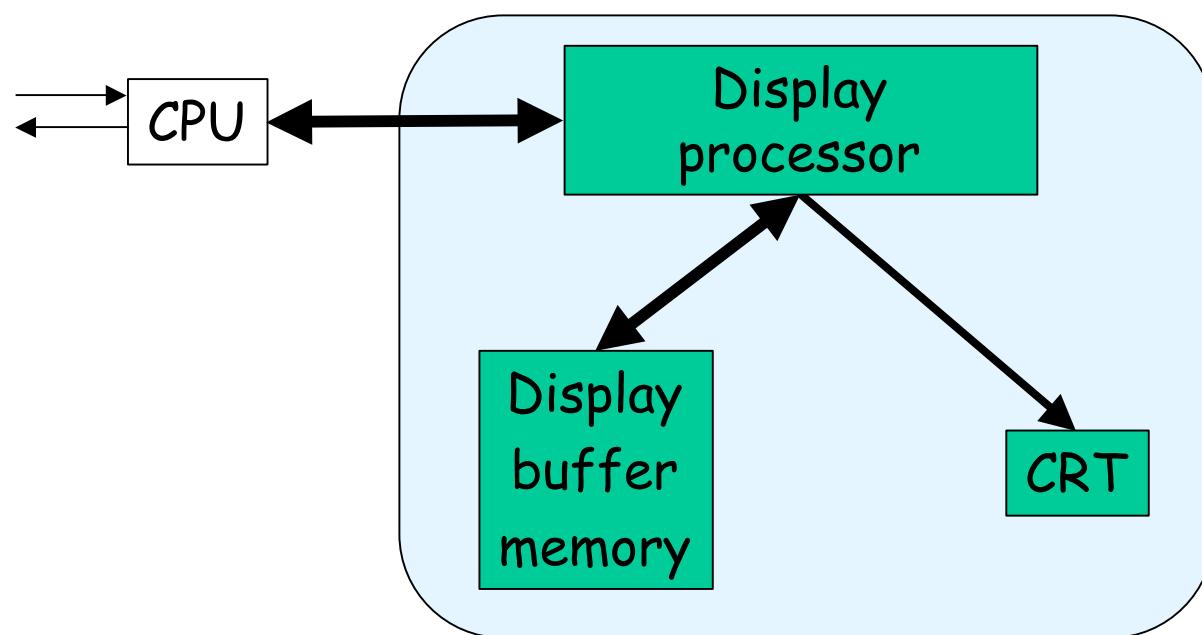
- dispozitive periferice de E similar masinilor de scris (1950) - telex
- cathode ray tube (1955)
- tastatura, creioane optice
 - Ivan Sutherland - Sketchpad Drawing System (1963)
- CAD, Computer Aided Manufacturing (1964,1981)
- PCs cu interfete grafice (Apple Macintosh, IBM PC) - reducerea dramatica a costurilor h/s

Evolutia tehnologiilor de E

- display vectorial

Display vectorial

arhitectura unui sistem cu d.v.

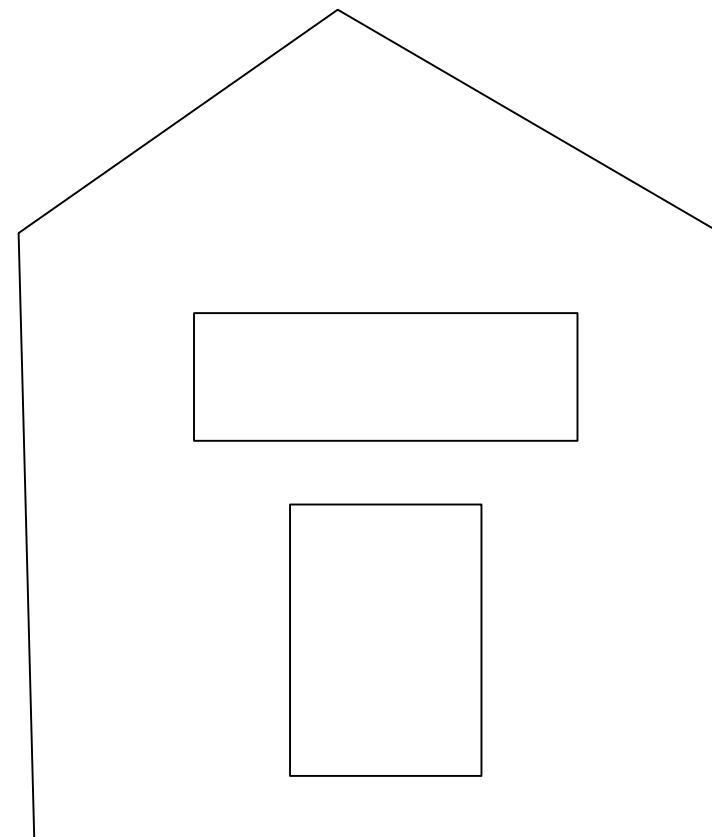


Display vectorial

- arhitectura unui sistem cu d.v.
 - procesorul de ecran \equiv D.P. I/E
 - bufferul de ecran contine liste de comenzi :
 - move x0, y0
 - line x1, y1
 - char abc
 - imaginea pe CRT se obtine prin executarea de catre procesorul de ecran a comenziilor din bufferul de ecran \equiv **random scan**
 - limite
 - capacitatea de mem. a bufferului
 - viteza procesorului de ecran
 - fiecare comanda din buffer trebuie executata de cel putin 30 ori pe secunda

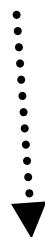
Display vectorial

- imaginea urmatoare se obtine pe un display vectorial astfel :



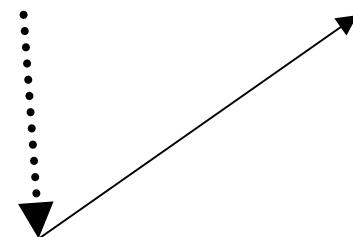
Display vectorial

- imaginea urmatoare se obtine pe un display vectorial astfel :



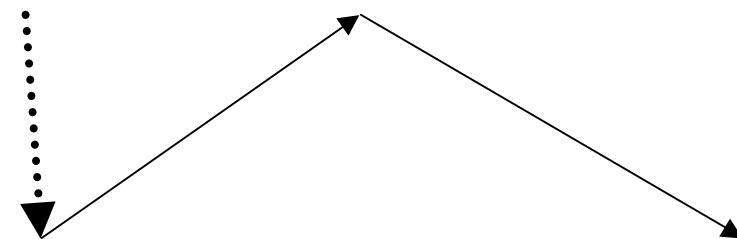
Display vectorial

- imaginea urmatoare se obtine pe un display vectorial astfel :



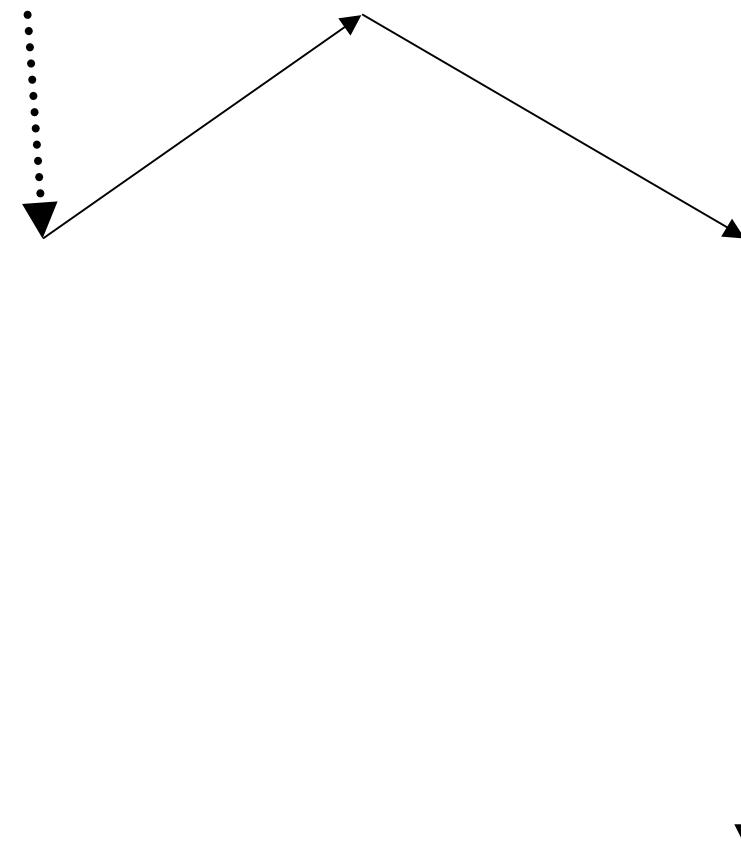
Display vectorial

- imaginea urmatoare se obtine pe un display vectorial astfel :



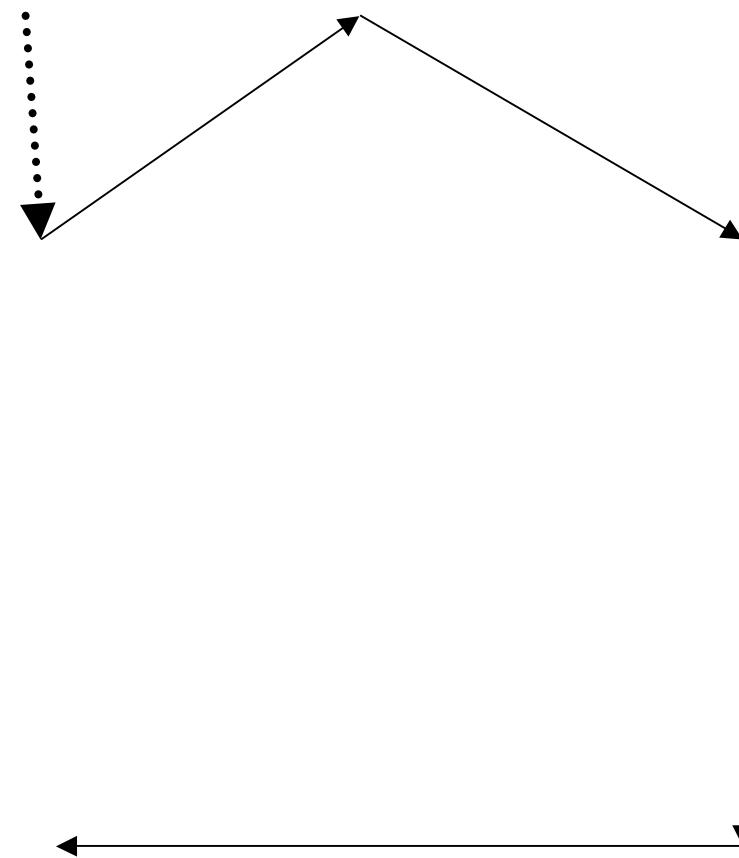
Display vectorial

- imaginea urmatoare se obtine pe un display vectorial astfel :



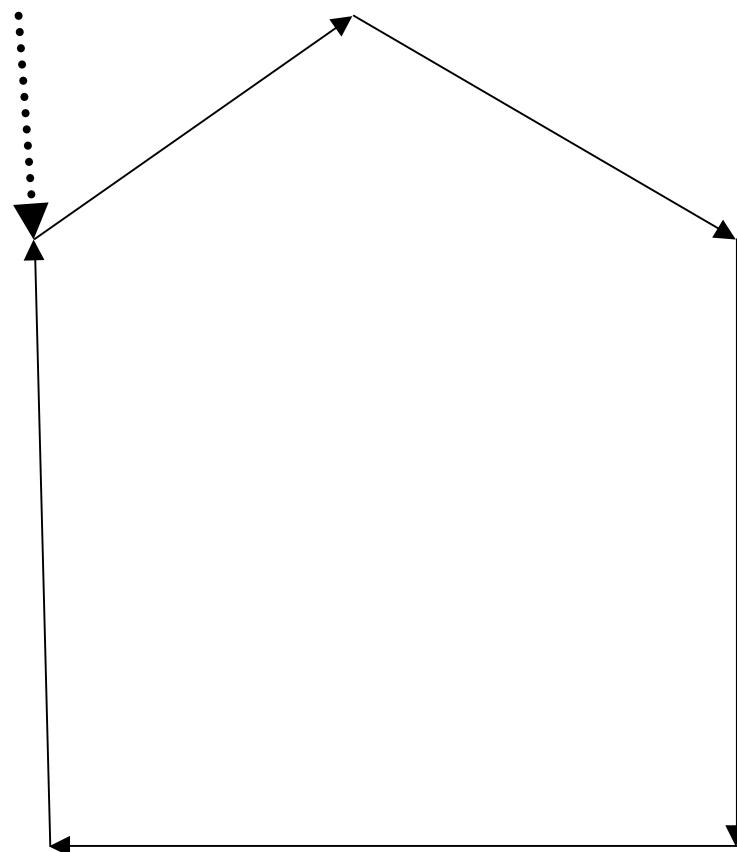
Display vectorial

- imaginea urmatoare se obtine pe un display vectorial astfel :



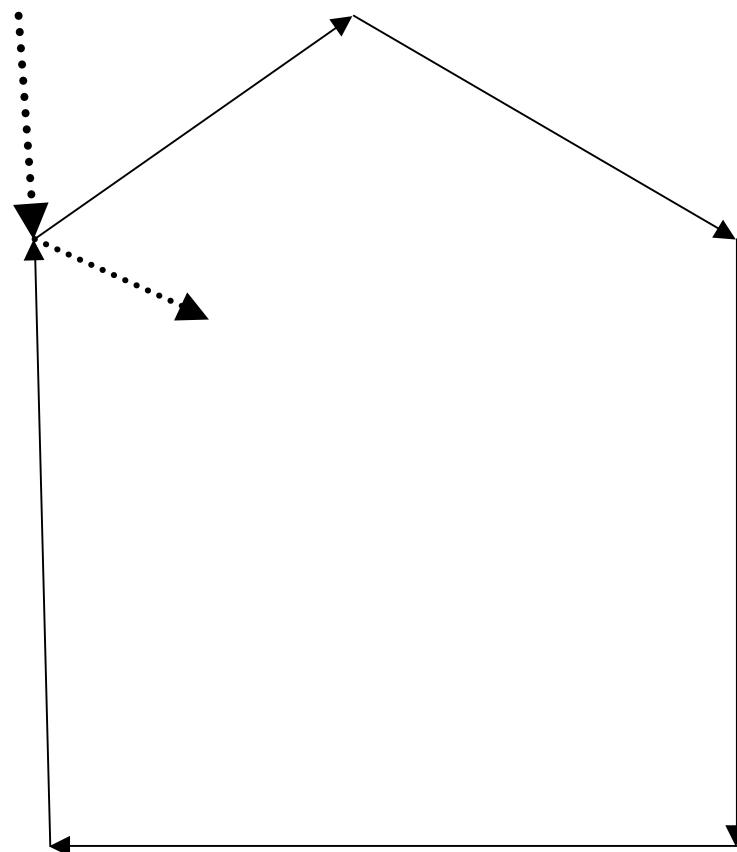
Display vectorial

- imaginea urmatoare se obtine pe un display vectorial astfel :



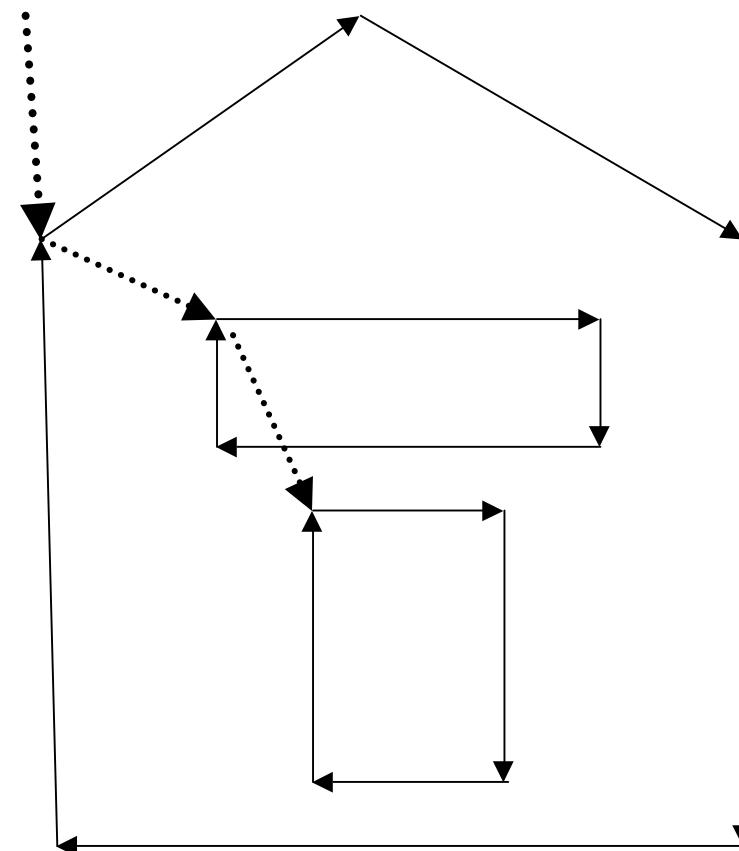
Display vectorial

- imaginea urmatoare se obtine pe un display vectorial astfel :



Display vectorial

- imaginea urmatoare se obtine pe un display vectorial astfel :



Evolutia tehnologiilor de E

- Direct View Storage Tube
 - inutilitate buffer & refreshment
- configuratia display + minicalculator
- refresh display hardware (1968)

Refresh display hardware

- ecrane cu reimprospatarea imaginii
- procesoare pentru diverse transformari geometrice :
 - scalare
 - rotatie
 - translare in timp real
 - decupari 2D/3D
 - proiectii paralele si in perspectiva

Evolutia tehnologiilor de E

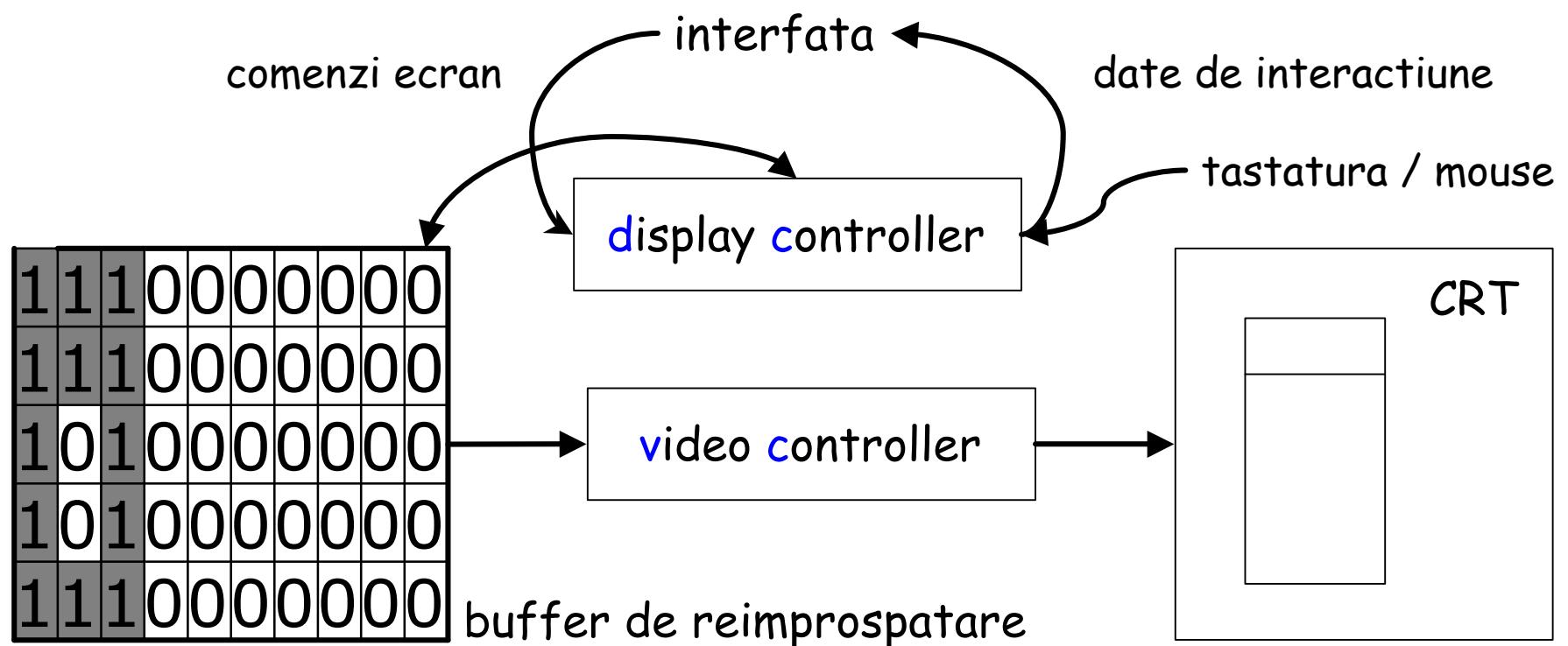
- grafica bazata pe raster si pe tehnologia TV ('70)

Ecrane rastru

- contributia majora la dezv. GpC
- ecranele rastru
 - memoreaza primitivele de ecran (segm. de dr., caractere, supraf.color.unif. sau cu modele) intr-un buffer de reimprospatare sub forma pixelilor componenti

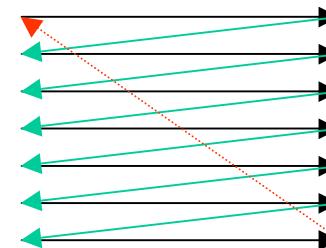
Ecrane rastru

ecranele rastru - arhitectura



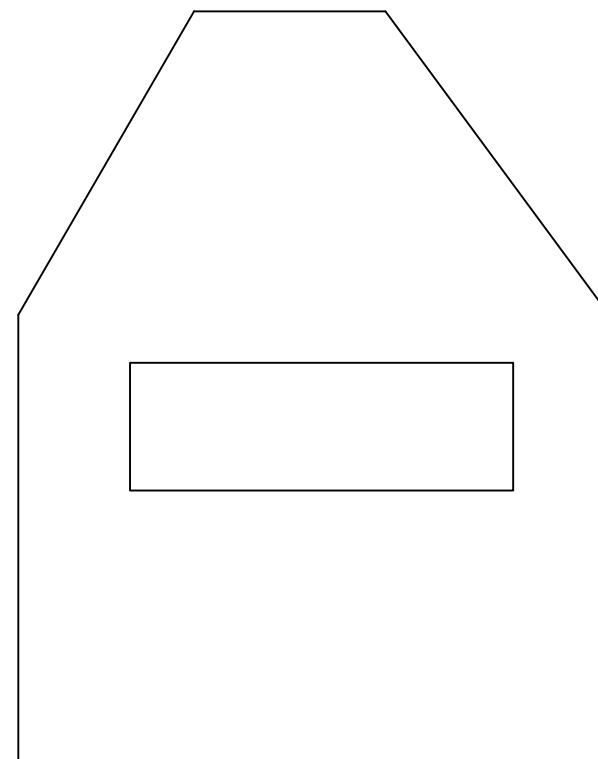
Ecrane rastru

- rastru
 - linii de rastru : siruri de pixeli
 - este memorat intr-o matrice de pixeli
 - raster scan (VC)
 - secvential
 - intensitate pixel



Ecrane rastru

exemplu



Ecrane rastru

- deosebirea dintre e.vect. si e.rastru
 - intreaga imagine (ex. 1024x1024 pixeli) trebuie sa fie memorata in bufferul de reimprospatare
- bitmap ≡
 - matricea valorilor pixelilor
 - continutul bufferului de reimprospatare

Evolutia tehnologiilor de E

- memoria RAM

Memoria RAM

- impunerea decisiva a e.rastru
- ecrane
 - monocrom (bilevel) : A/N, N/V, P/V
 - bitmap : 1 bit/pixel ($1024 \times 1024 = 2^{20} b$)
 - 256 culori simultane
 - bitmap : 8 biti/pixel
 - 16 mil. culori simultane
 - bitmap : 24 biti/pixel

Memoria RAM

- **bitmap** - ecrane 1 bit/pixel
- **pixmap** - ecrane n biti/pixel

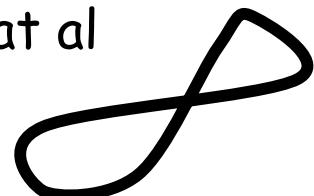
Comparatie g.rastru/vect.

- **Avantaje**

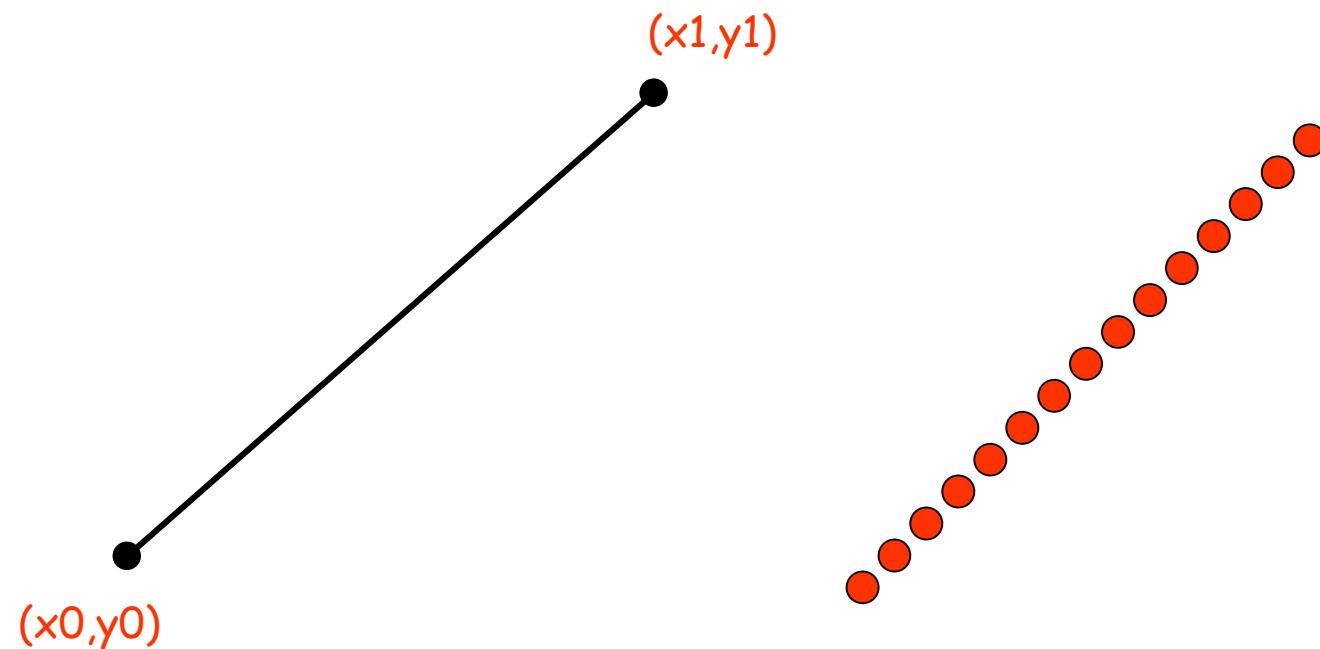
- cost scazut
- afisare zone compacte
 - culori / modele
- reimprospatarea este indep. de complexitatea imaginii
 - fiecare pixel poate fi citit intr-un ciclu de reimprospatare

- **Dezavantaje**

- software specializat
 - reprez. dreptelor
 - reprez. poligoanelor
 - hardware dedicat
 - Raster Image Processor
- convertirea fiecarii primitive
 - reprez. unor fenomene dinamice in timp real - f.costisitoare
- aspectul zimtat al c.cont.



Software specializat



Evolutia tehnologiilor de I

- creioane optice pentru ecrane vectoriale
- mouse (Doug Engelbart 1968)
- tablete grafice (tablet data)
- ecrane sensibile la atingere

Evolutia software-ului pentru GpC

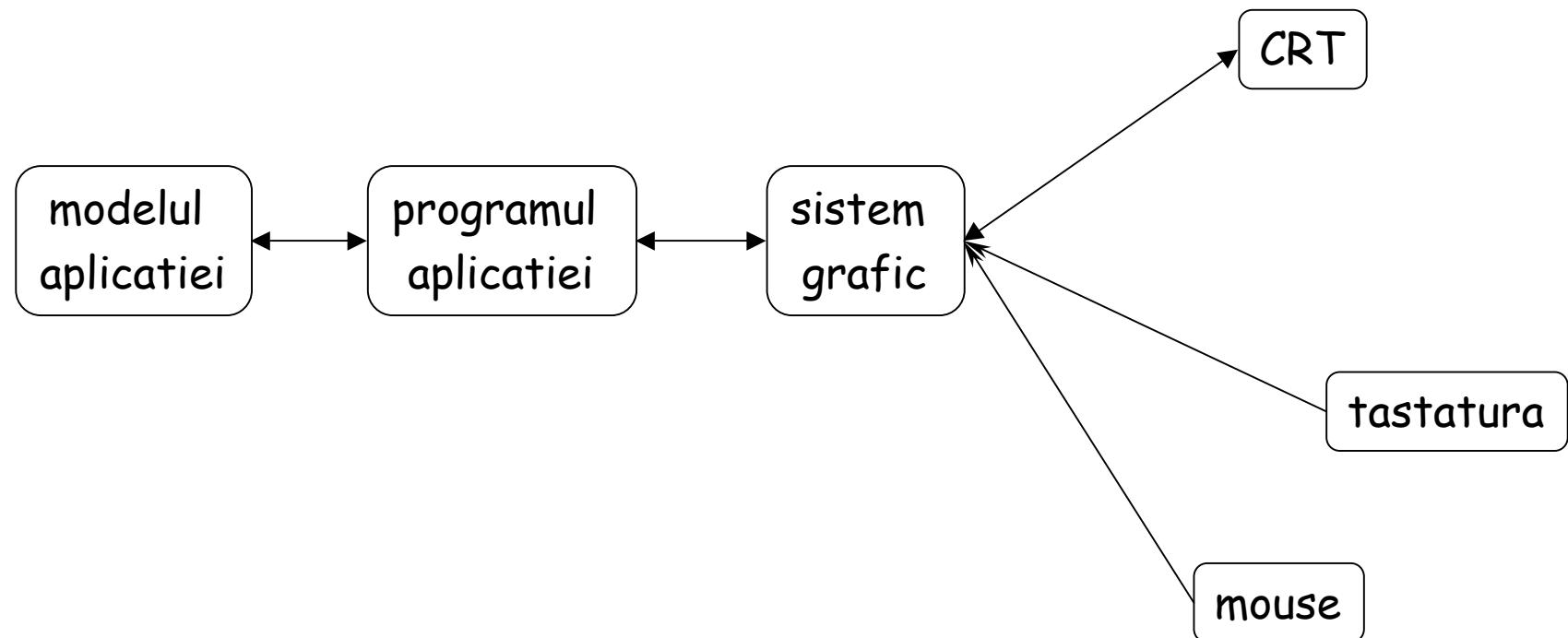
- dezvoltare software
 - principiu : evolutia de la software (1 tip de ecran + lb.progr.de nivel scazut) la software (indep. de disp.grafic de E + lb.progr.nivel inalt)
 - biblioteca OpenGL
- dezvoltare standarde grafice
 - 3D Core Graphics System (1977,79)
 - Graphical Kernel System (ANSI 1985)
 - GKS 3D (1988)
 - Programmer's Hierarchical Interactive Graphic System (1988)

Plan

- Procesarea imaginii
- Avantajele graficii pe calculator interactive
- Utilizari reprezentative ale graficii pe calculator
- Clasificarea aplicatiilor de grafica pe calculator
- Evolutia tehnologiilor hardware si software pentru grafica pe calculator
- **Concepte ale graficii interactive**

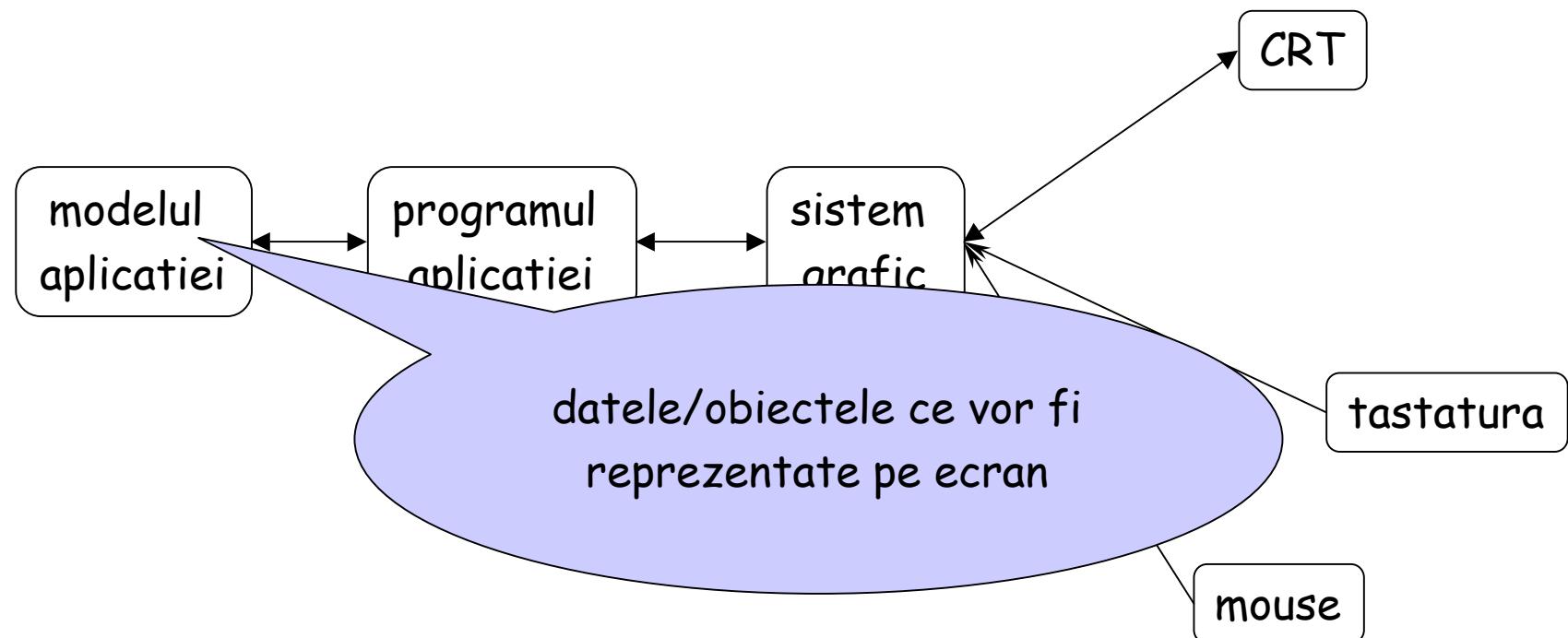
Concepțele grafice interactive

structura sist.grafice interactive



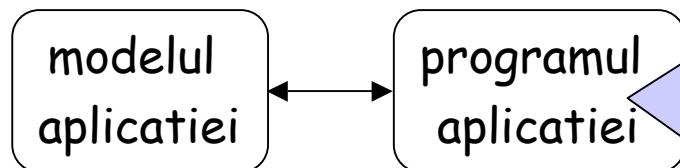
Concepțele grafice interactive

structura sist.grafice interactive



Concepțele grafice interactive

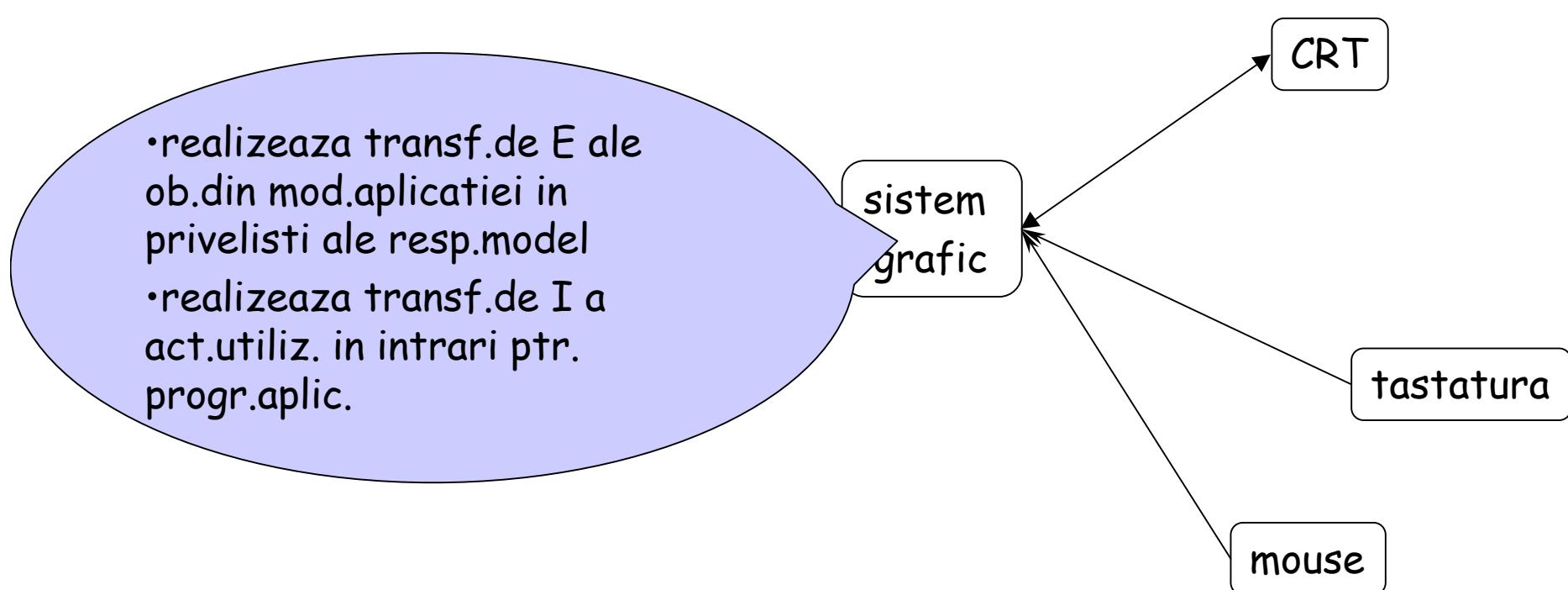
structura sist.grafice interactive



- creeaza modelul
- memoreaza in model
- regaseste din model
- gestioneaza intrarile de la utilizator
- produce privelisti (views) ale modelului
 - trimit s.g. comenzi grafice de iesire
 - descr. geom. detaliata a imaginii + atribute

Concepțele grafice interactive

structura sist.grafice interactive



Conceptele graficii interactive

- Designer-ul unui s.g.interactiv tb.sa **specifice**
 - clasele de obiecte
 - generate
 - reprezentate grafic
 - interacțiunea dintre utilizatori si progr.apl.
 - pentru crearea modelului
 - pentru modificarea
 - modelului
 - reprez. vizuale

Modelul aplicatiei

- modelul aplicatiei **cuprinde**
 - date, obiecte
 - relatiile dintre ele relevante pentru
 - partile programului
 - de afisare / interacțiune
 - orice modul de post-procesare negrafiс
 - ex. un modul de simulare a unui model populational

Modelul aplicatiei

- tipuri de model
 - inexistent (ex. Paint / Windows)
 - alcatuit din combinatii de descrieri de date si proceduri
 - ex. tablou, LI, b.d.relationala

Modelul aplicatiei

- in model se **memoreaza**
 - primitive care definesc forma componentelor obiectului
 - puncte, drepte, poligoane, poliedre, supraf.3D
 - atribute ale obiectului
 - culoare/stil dreapta, textura suprafetei
 - relatii de conexiune si date de pozitionare - descriu modul de ajustare al obiectelor

Modelul aplicatiei

- **clasificare** in functie de gradul de modelare geometrica
 - obiectele sunt descrise in intregime in termeni geometrici (ex. poliedre componente)
 - descrierea geometrica a ob.nu este necesara (ex. foi de calcul)
 - descrierea geometrica se obtine **on-the-fly** (ex. graf.orient. sunt mem. prin liste de adiac. si doar cand este necesar sunt desenate)

Programul aplicatiei

- creare views pentru s.grafic (**cum ?**)
- crearea modelului aplicatiei
 - aprioric, de catre progr. aplicatiei
 - interactiv, de catre progr. aplic., ghidat de catre utilizator, pe baza de views ale modelului partial

Programul aplicatiei

- conversii
 - ce
 - portiuni din model ce trebuie vizualizate
 - din
 - reprezentarea interna geometrica
 - explicit memorata in model
 - derivata on-the-fly
 - in
 - apeleuri de proceduri, comenzi
 - utilizeaza s.g. pt. a crea o imagine

Programul aplicatiei

- etape ale conversiei
 - extragerea portiunilor din model
 - criterii de interogare sau selectie ptr. b.d. care memoreaza mod.aplic.
 - tb. sa obtinem
 - date intr-un format geometric inteles de s.g.
 - daca este necesar - conversii in primitive geometrice suportate de s.g.
 - convertirea portiunilor extrase in formatul de intrare al s.g.

Sistemul grafic

- set de proceduri corespunzand
 - primitive geometrice
 - atribute
- și colectate în biblioteci grafice

Sistemul grafic

- logical display device (dispozitiv logic de ecran)
 - abstractizarea diverselor detalii de implementare :
 - ce parte din generarea de imagini este realizata hardware si ce parte software
 - mouse, tabela de date, ecran sensitiv, joystick = dispozitive de intrare logice de localizare

Dispozitive de intrare logice de localizare

- returneaza o adresa (x,y) de pe ecran
- obtinerea valorilor de intrare de catre programul aplicatiei
 - prin testare **sampling** de catre s.g.
 - prin asteptarea unui eveniment generat in mom.activarii de catre utilizatorul unui dispozitiv de intrare
- pe baza valorilor de intrare
 - programul aplicatiei modifica modelul/ecranul
 - schimbarea modului de operare (ex.modificari in interfata)

Sistemul grafic

- nu raspunde de construirea sau modificarea modelului (initial sau pe parcurs)
- responsabilitati
 - crearea imaginilor din descrieri geometrice
 - transmiterea datelor de intrare de la utilizator

Tratarea interacțiunilor

- în programul aplicației
- bucla **event-driven loop** de tratare a evenimentelor
 - FSM
 - 1 stare (de așteptare)
 - tranzitii generate de evenimentele cauzate de intrările utilizator
 - model secvențial
 - acțiunile utilizatorului și reacțiile calculatorului alternează

Tratarea interacțiunilor

- bucla de tratare a evenimentelor : generarea ecranului initial (derivata din modelul aplicatiei)

```
while (!quit) {    • selectarea comenzilor este permisa    • asteptarea unei selectii utilizator    • switch (selectie) {        - selectarea unui proces pentru completarea/finalizarea comenzi sau procesarea comenzi        - actualizare model/ecran            » coerenta model-ecran: nu pot exista modificari pe ecran fara a exista in prealabil in modelul aplicatiei    }}
```

Importanta GpC

- interfetele grafice - **standard** în interacțiunea utilizator-calculator
- **exprimarea grafică** a ideilor, datelor în cele m.diverse domenii
- **PCs**
 - grafica rastru - bitmap
 - acceleratoare 3D

Grafica pe calculator

Lucian GHIRVU

ghirvu@infoiasi.ro

www.infoiasi.ro/~ghirvu/gpc

Desenarea primitivelor grafice 2D pe ecrane rastru

- Decuparea primitivelor geometrice

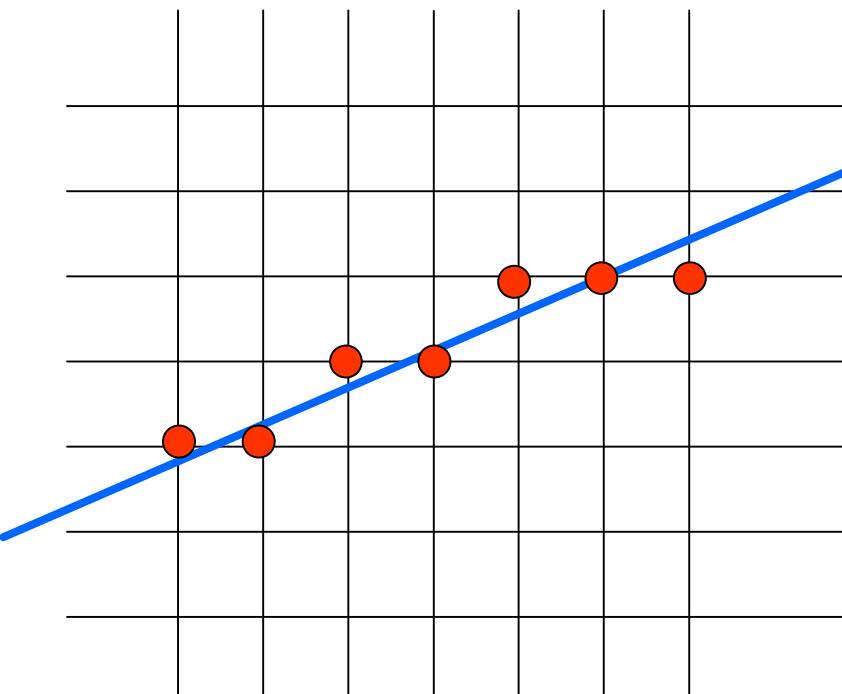
Decuparea primitivelor geometrice

The screenshot shows a Microsoft PowerPoint slide titled "Desenarea primitive grafice 2D pe ecrane". The slide contains a single bullet point: "• Decuparea primitivelor geometrice". The word "primitivelor" is underlined with a red dotted line, indicating it is misspelled. The slide is part of a presentation titled "Tim", with slide number 4. The Microsoft Office ribbon is visible at the top, showing tabs like File, Edit, View, Insert, Format, Tools, Slide Show, Window, and Help. The toolbar below the ribbon includes icons for file operations, text, and graphics.

Desenarea primitivelor grafice 2D pe ecrane rastru

- Trasarea unei drepte prin vârfurile unei grile

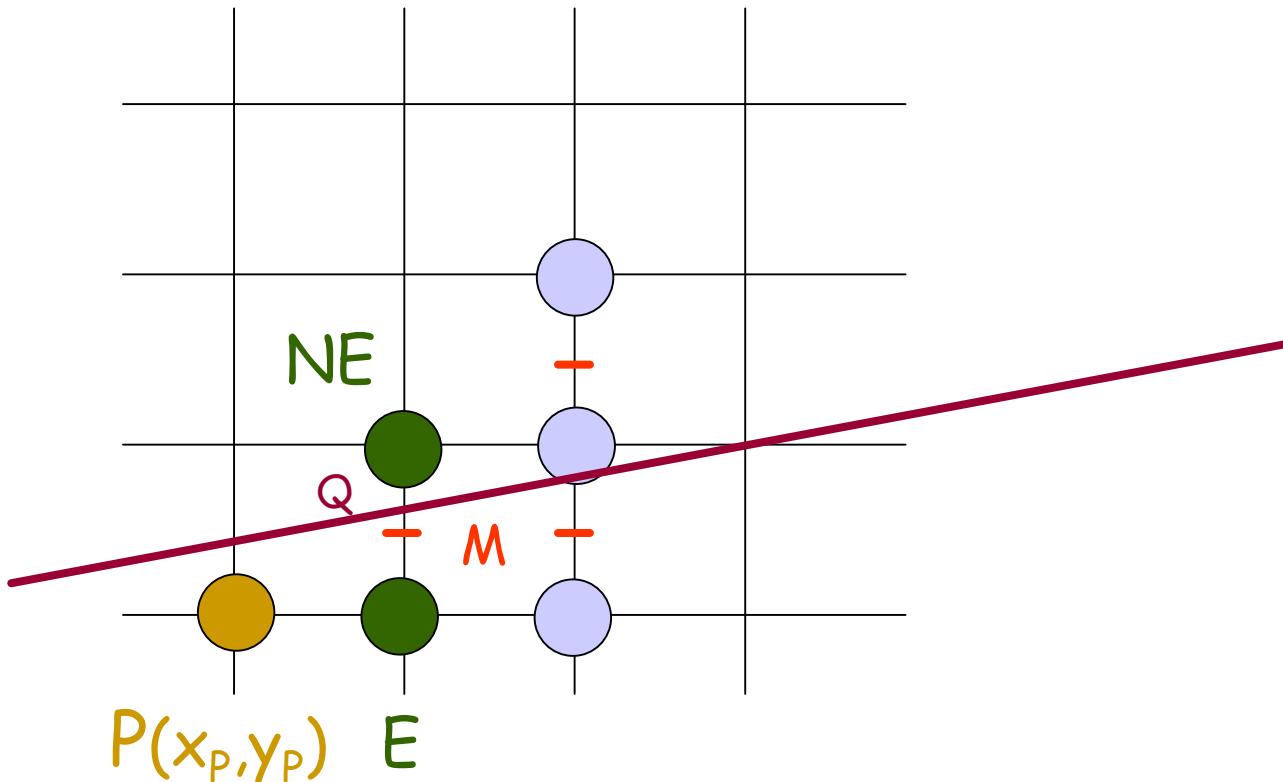
Trasarea unei drepte prin vârfurile unei grile



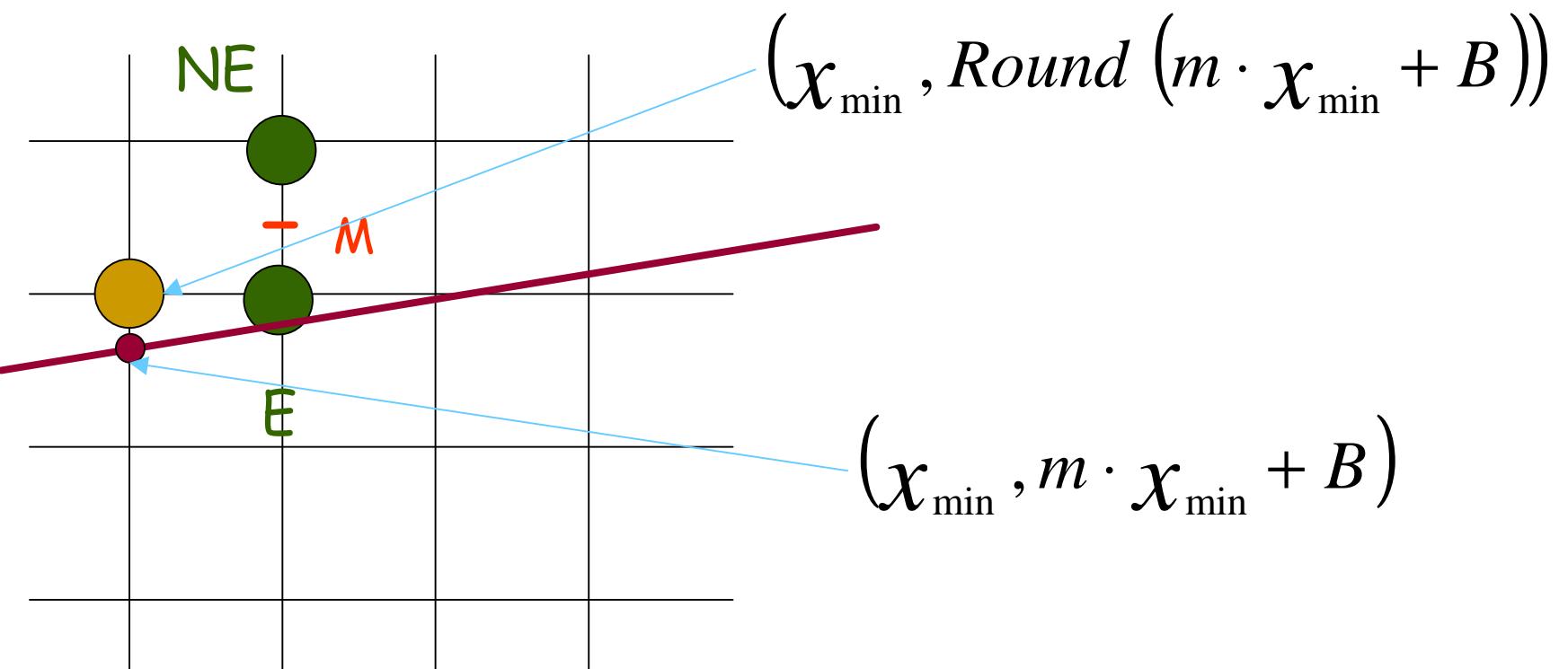
Desenarea primitivelor grafice 2D pe ecrane rastru

- Trasarea unei drepte folosind puncte de mijloc
 - dreapta decupata la stânga
 - dreapta decupata în jos

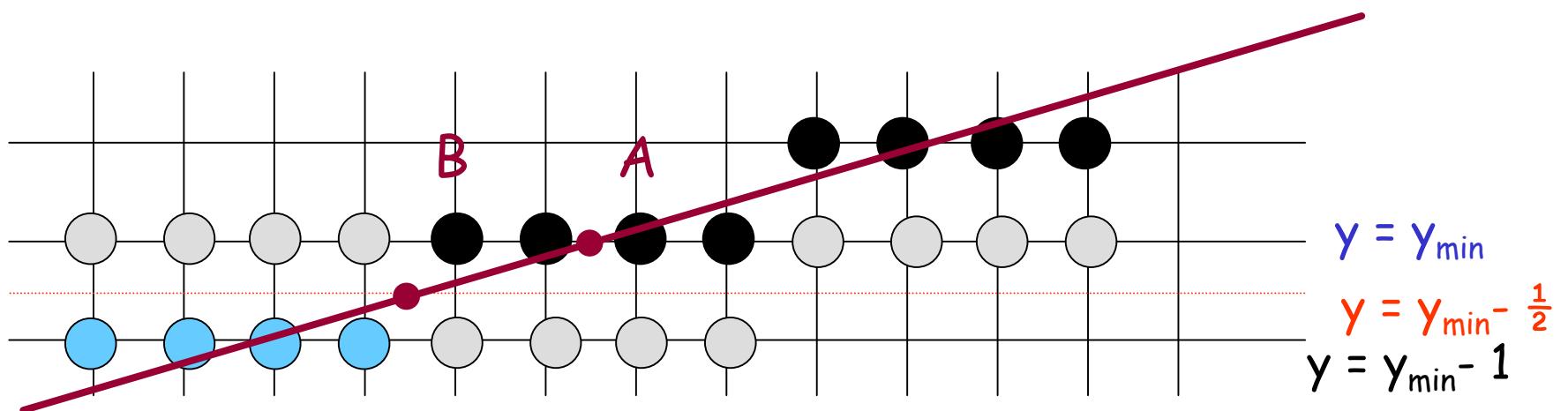
Trasarea unei drepte folosind puncte de mijloc



Dreapta decupata la stânga



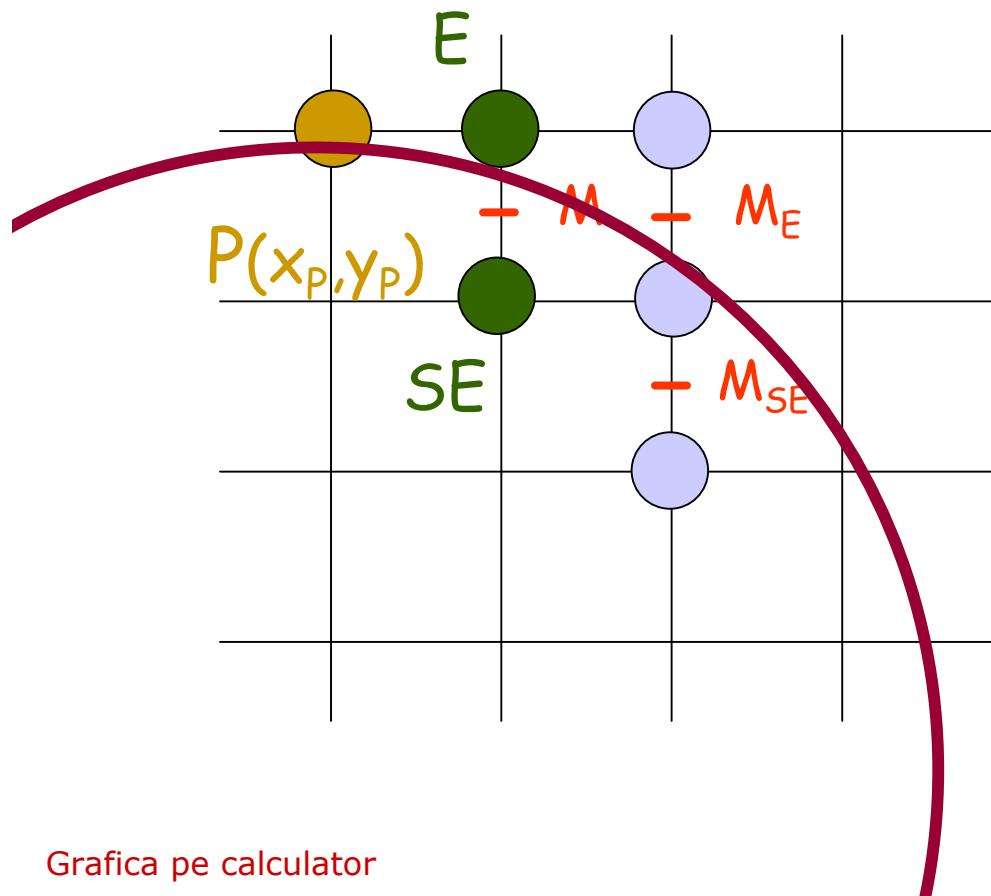
Dreapta decupata îñ jos



Desenarea primitivelor grafice 2D pe ecrane rastru

- Trasarea unui cerc folosind puncte de mijloc

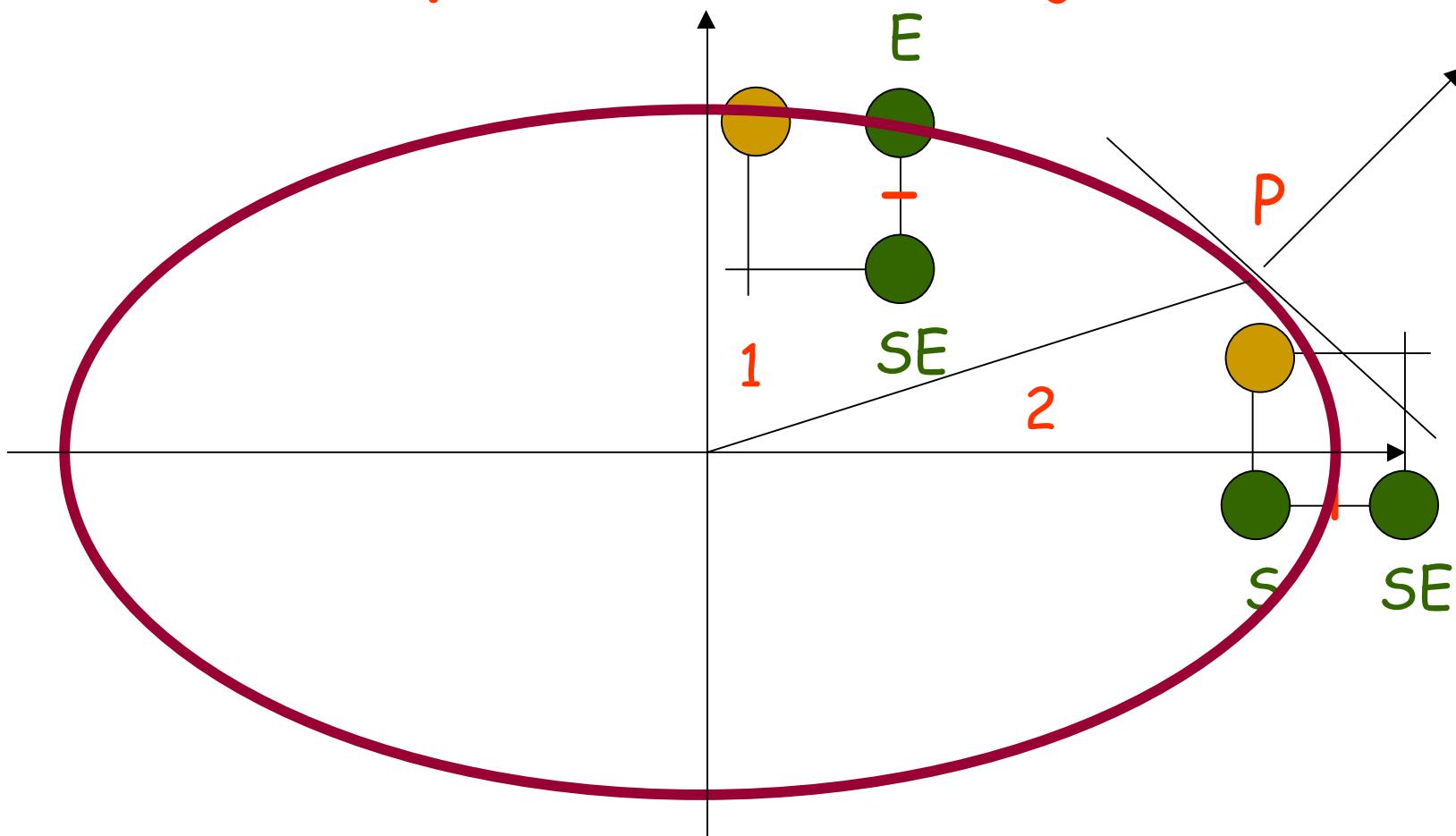
Trasarea unui cerc folosind punkte de mijloc



Desenarea primitivelor grafice 2D pe ecrane rastru

- Trasarea unei elipse folosind puncte de mijloc

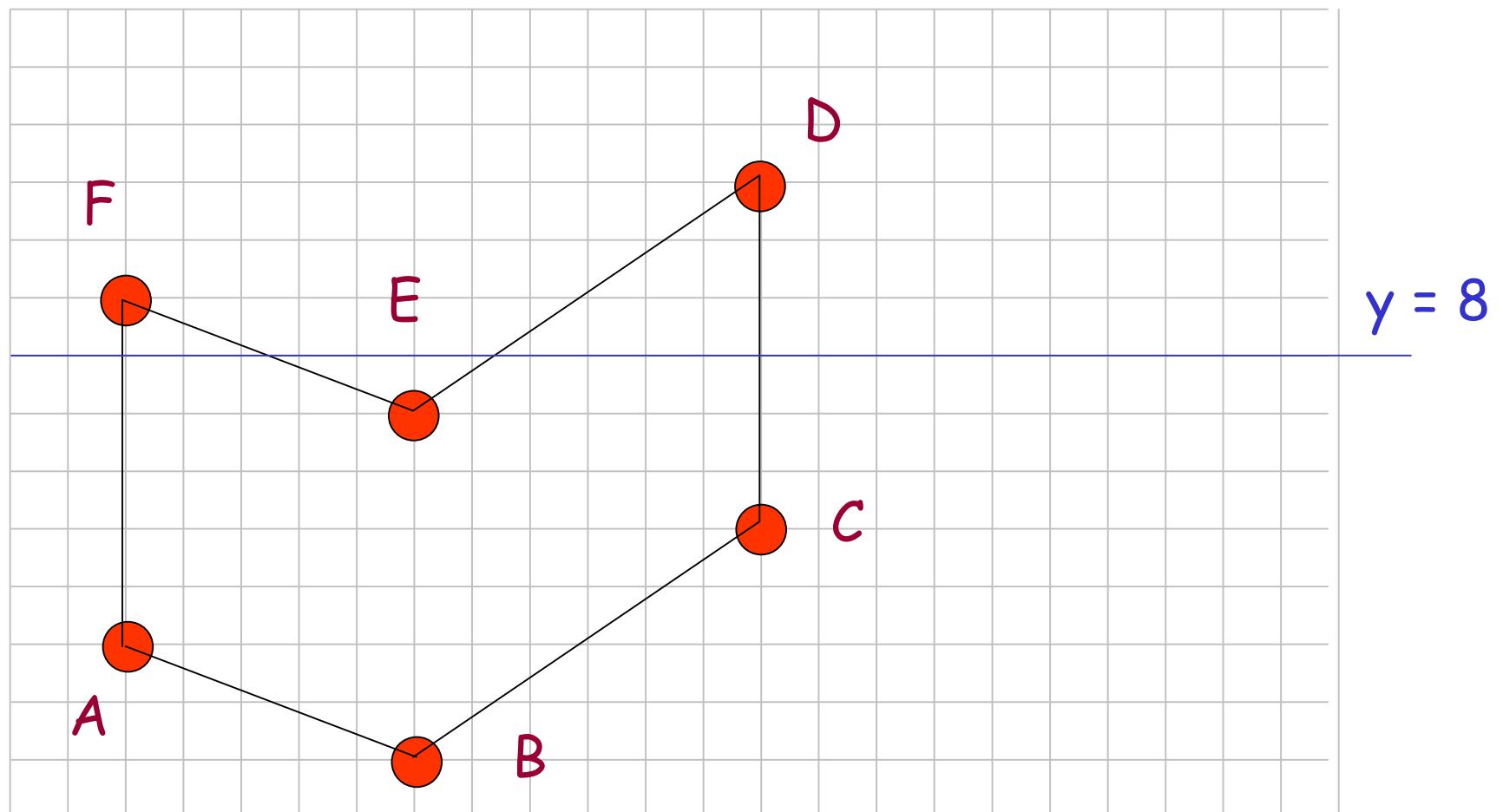
Trasarea unei elipse folosind punkte de mijloc



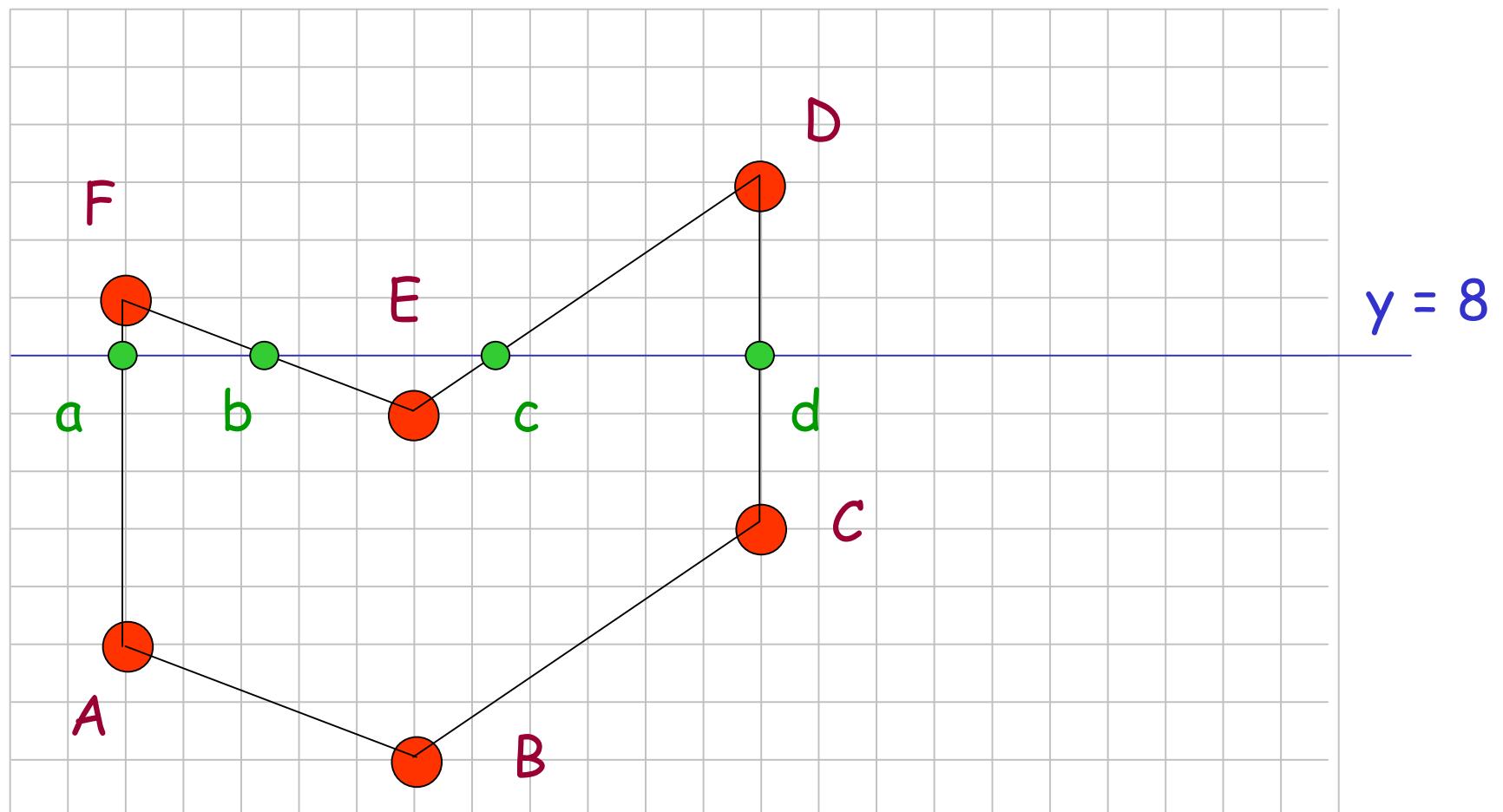
Desenarea primitivelor grafice 2D pe ecrane rastru

- Umplerea poligoanelor
 - exemplu

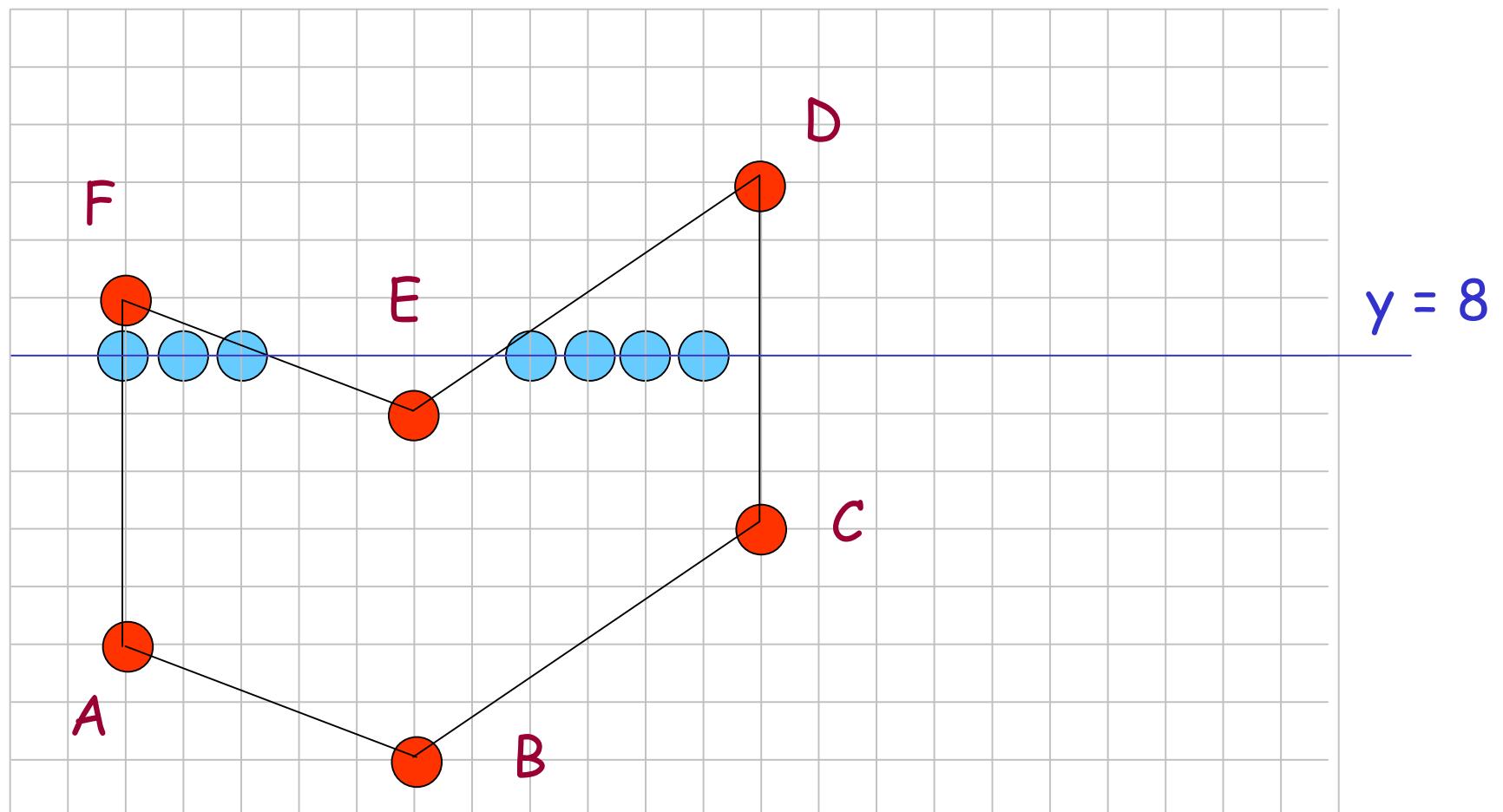
Umplerea poligoanelor exemplu



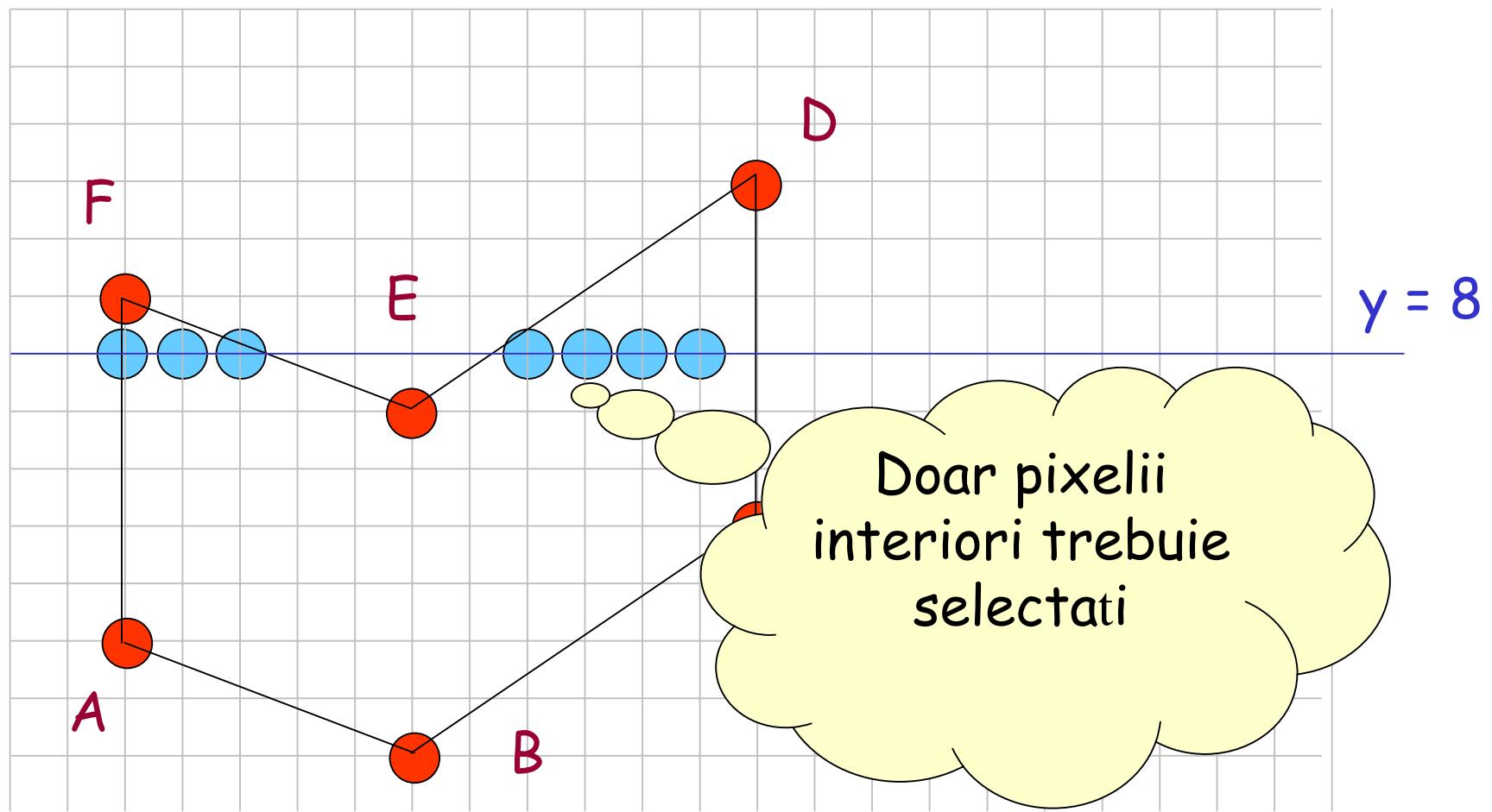
Umplerea poligoanelor exemplu



Umplerea poligoanelor exemplu



Umplerea poligoanelor exemplu



Desenarea primitivelor grafice 2D pe ecrane rastru

- Umplerea poligoanelor
 - calculul extremitatilor s.s.m.
 - algoritmi
 - A1

Calculul extremitatilor segmentelor de scanare maxime

- Algoritmul A1
 - apeleaza ConvScanPMDreapta pentru fiecare muchie a poligonului
 - reactualizarea unei tabele de extremitati
- Poate genera pixeli **exteriori** poligonului

Desenarea primitivelor grafice 2D pe ecrane rastru

- Umplerea poligoanelor
 - calculul extremitatilor s.s.m.
 - algoritmi
 - A2

Calculul extremitatilor segmentelor de scanare maxime

- Algoritmul A2
 - incremental
 - se aplica poligoanelor pentru care numarul muchiilor intersectate de orice dreapta de scanare este cel mult **2**

Desenarea primitivelor grafice 2D pe ecrane rastru

- Umplerea poligoanelor
 - calculul extremitatilor s.s.m.
 - algoritmi
 - A3

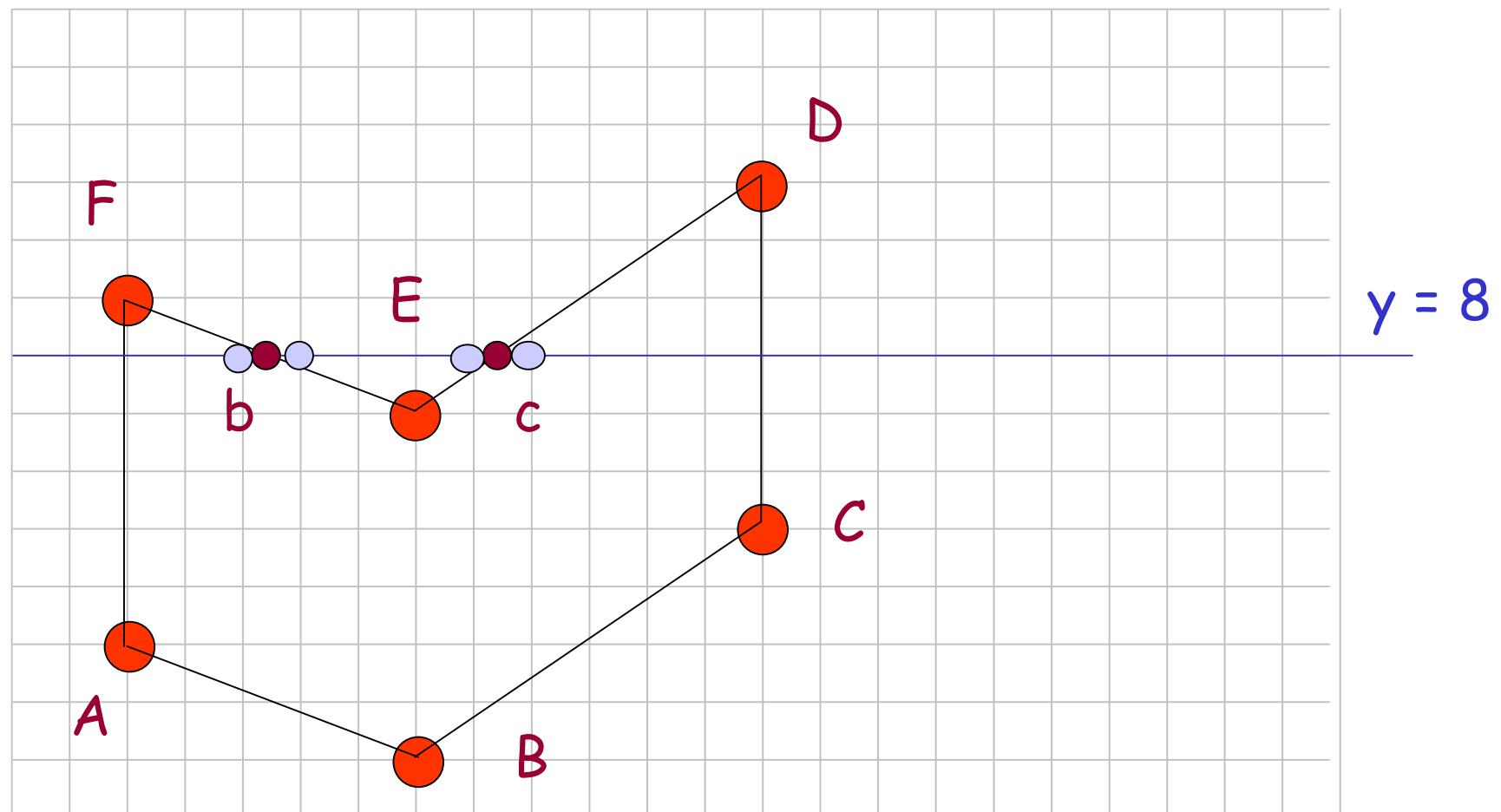
Calculul extremitatilor segmentelor de scanare maxime

- Algoritmul A3
 - se aplica tuturor tipurilor de poligoane (convexe, concave)
 - 3 etape:
 - calculul intersectiei unei drepte de scanare cu toate muchiile poligonului
 - sortarea punctelor de intersectie crescator dupa coordonata x
 - colorarea pixelilor (interiori poligonului) dintre 2 intersectii successive
 - regula de **paritate**
 - » initial este 0
 - » se inverseaza la fiecare intersectie cu o muchie a poligonului ($0 \leftrightarrow 1$)
 - » deseneaza pixel cand paritatea == 1

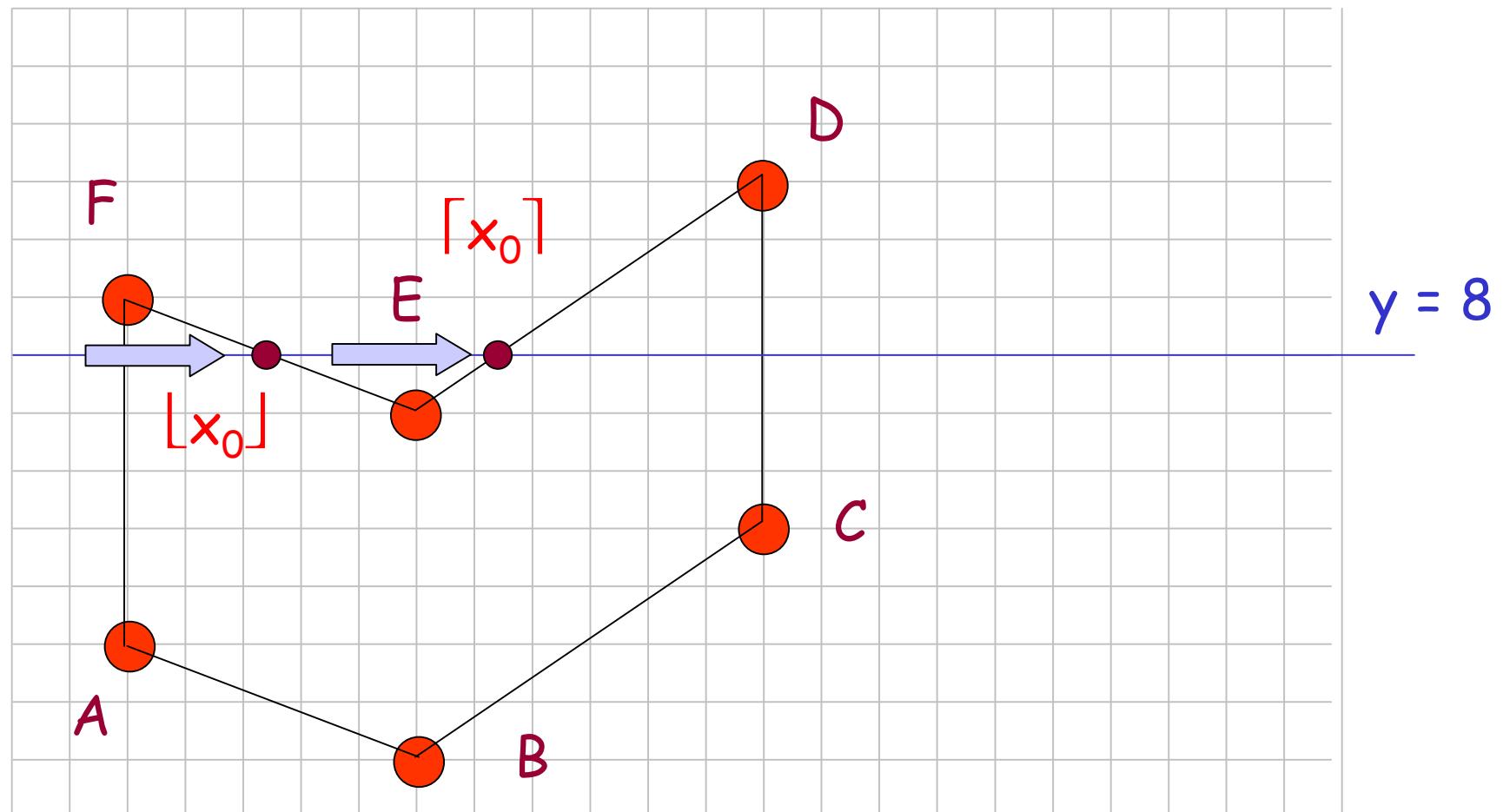
Calculul extremitatilor segmentelor de scanare maxime

- Algoritmul A3
 - colorarea pixelilor (interiori poligonului) dintre 2 intersectii successive
 - puncte de intersectie $\in (Q \setminus Z) \times Z$
 - care din cei 2 pixeli vecini este interior poligonului
 - puncte de intersectie $\in Z \times Z$
 - vârfuri partajate (de 2 muchii)
 - » doar y_{min} intervin în schimbarea paritatii
 - vârfurile unei muchii orizontale
 - » nu intervin în schimbarea paritatii
 - exemplu
 - exemplu pentru muchii orizontale

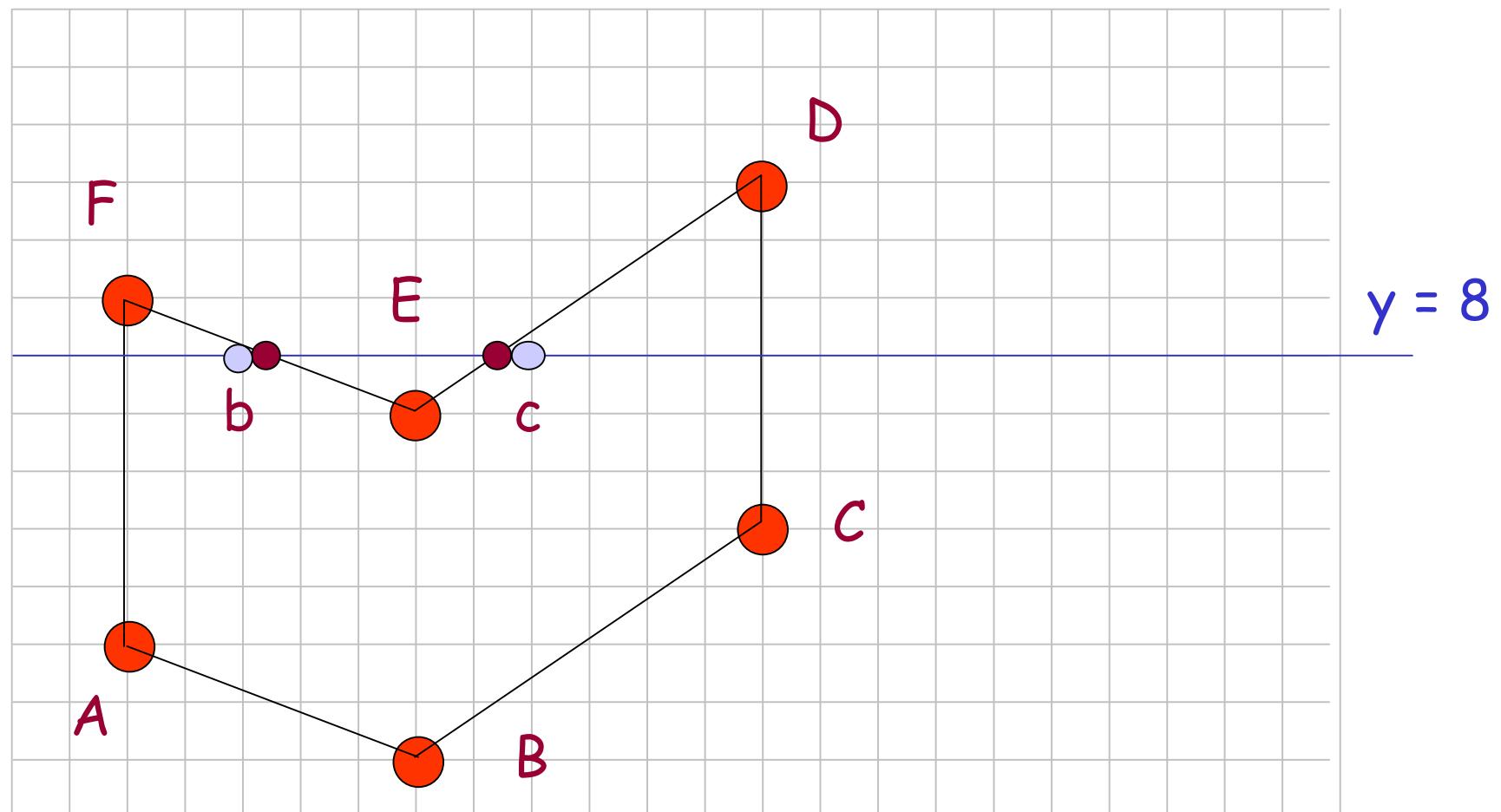
Care din cei 2 pixeli vecini este interior poligonului ?



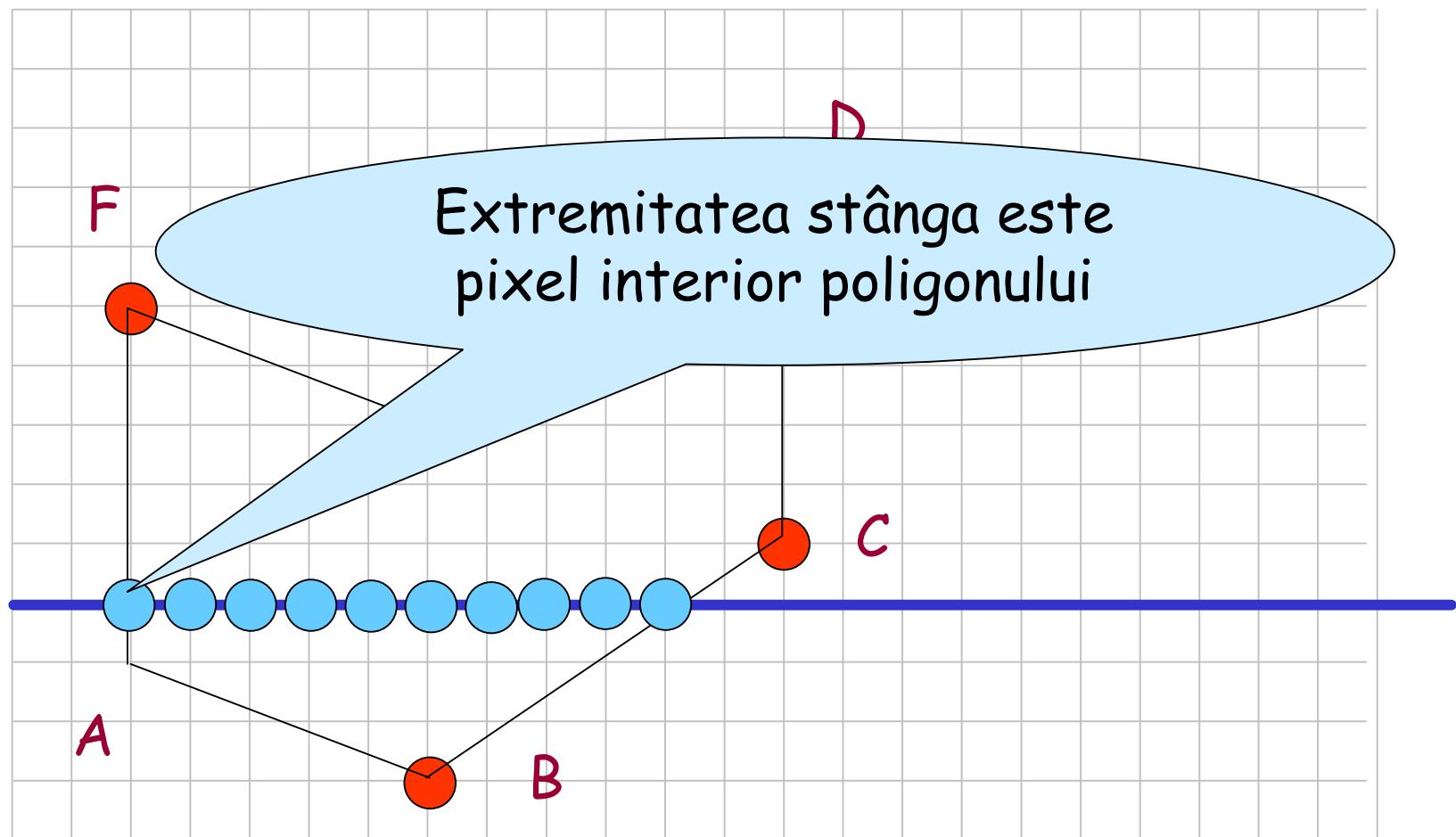
Care din cei 2 pixeli vecini este interior poligonului ?



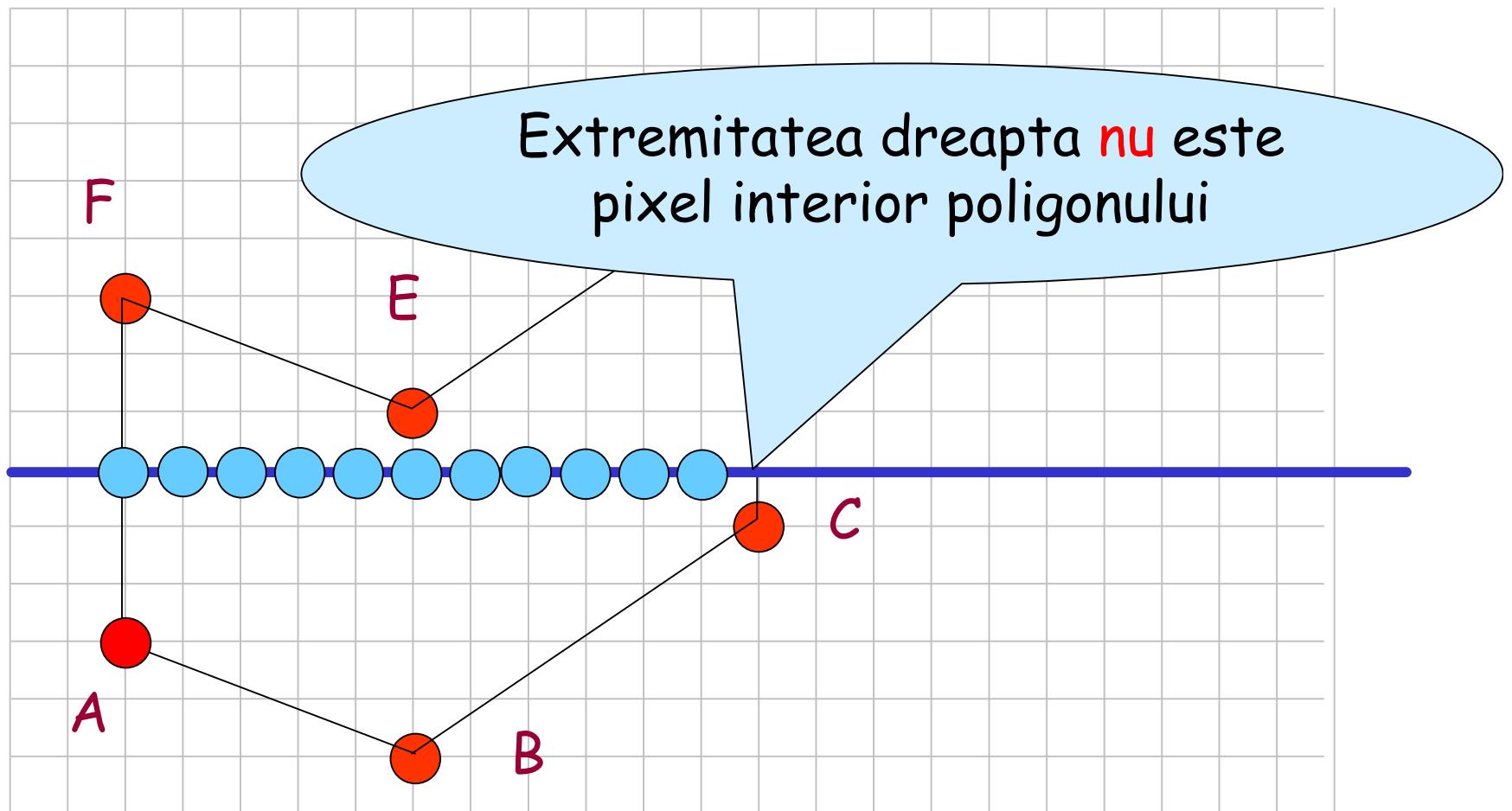
Care din cei 2 pixeli vecini este interior poligonului ?



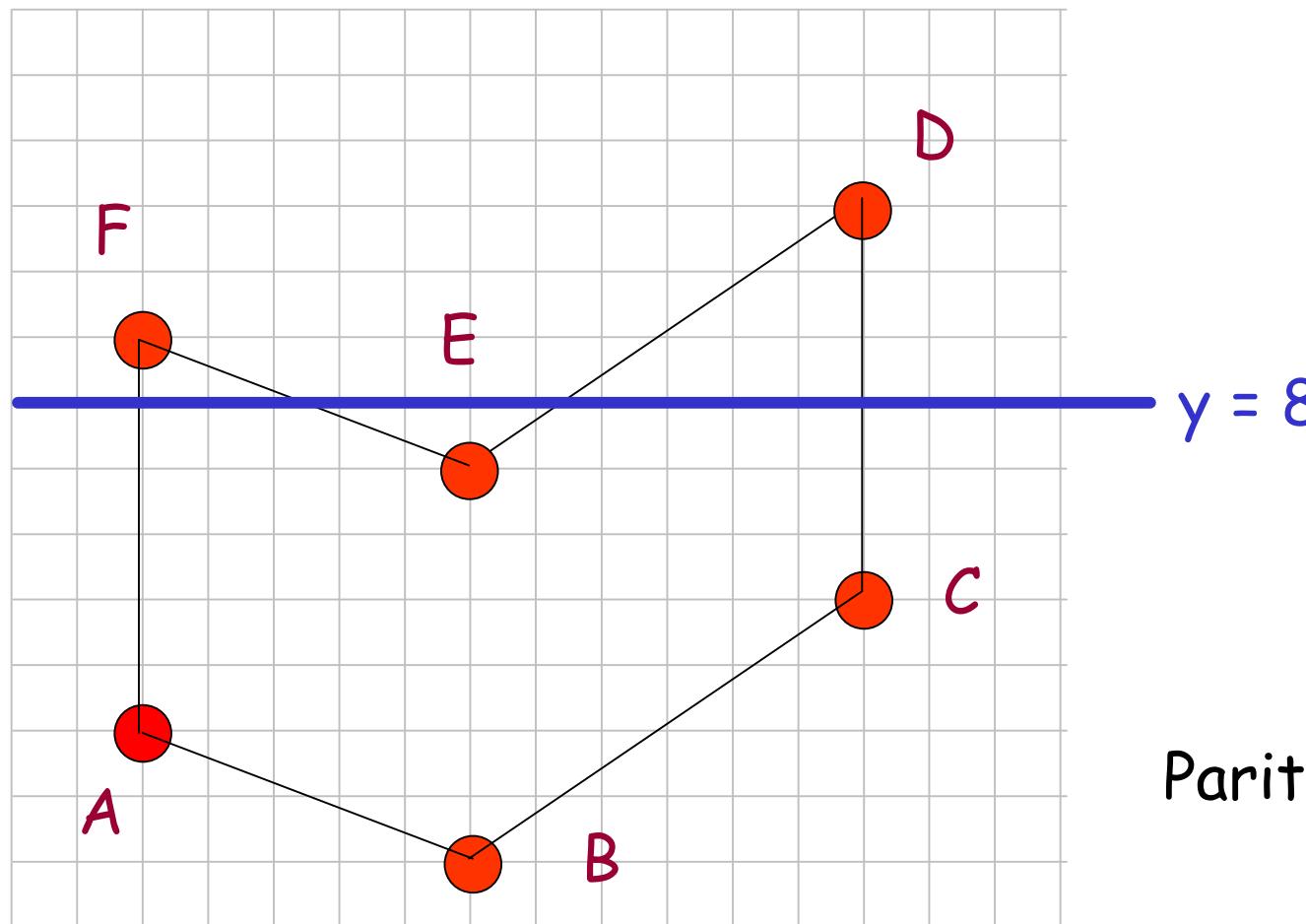
Puncte de intersectie

$$\in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$$


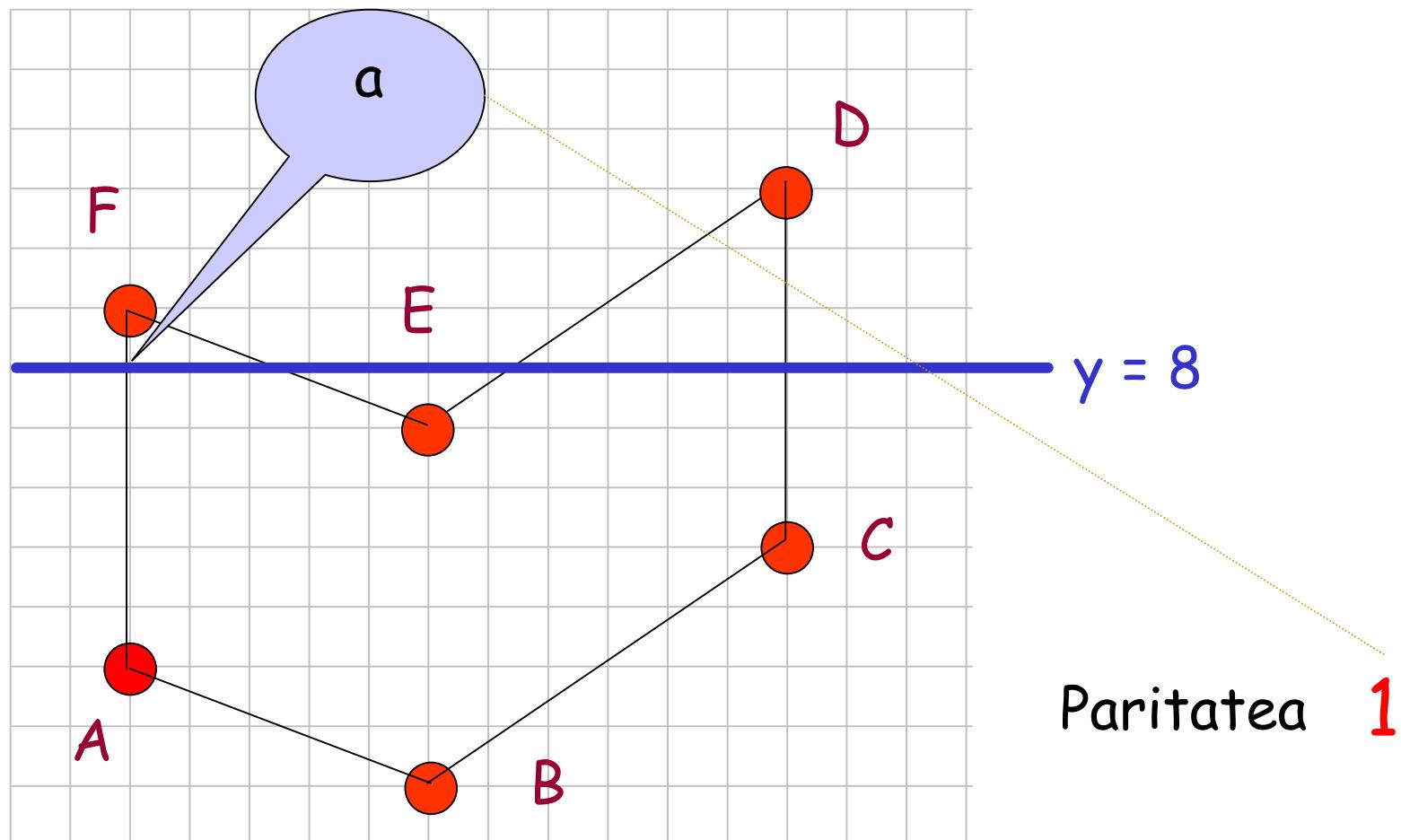
Puncte de intersectie

$$\in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$$


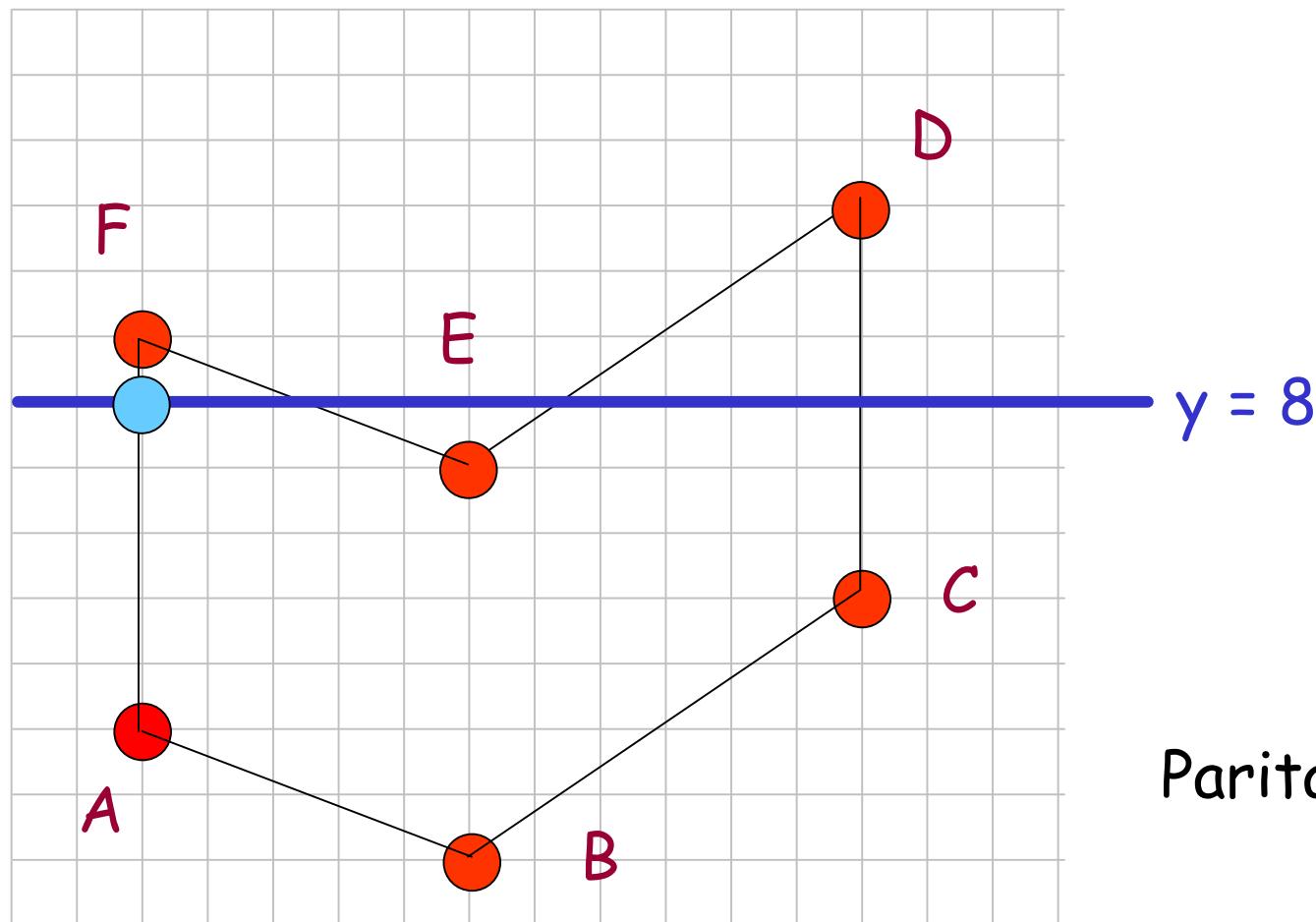
Algoritmul A3 - exemplu



Algoritmul A3 - exemplu

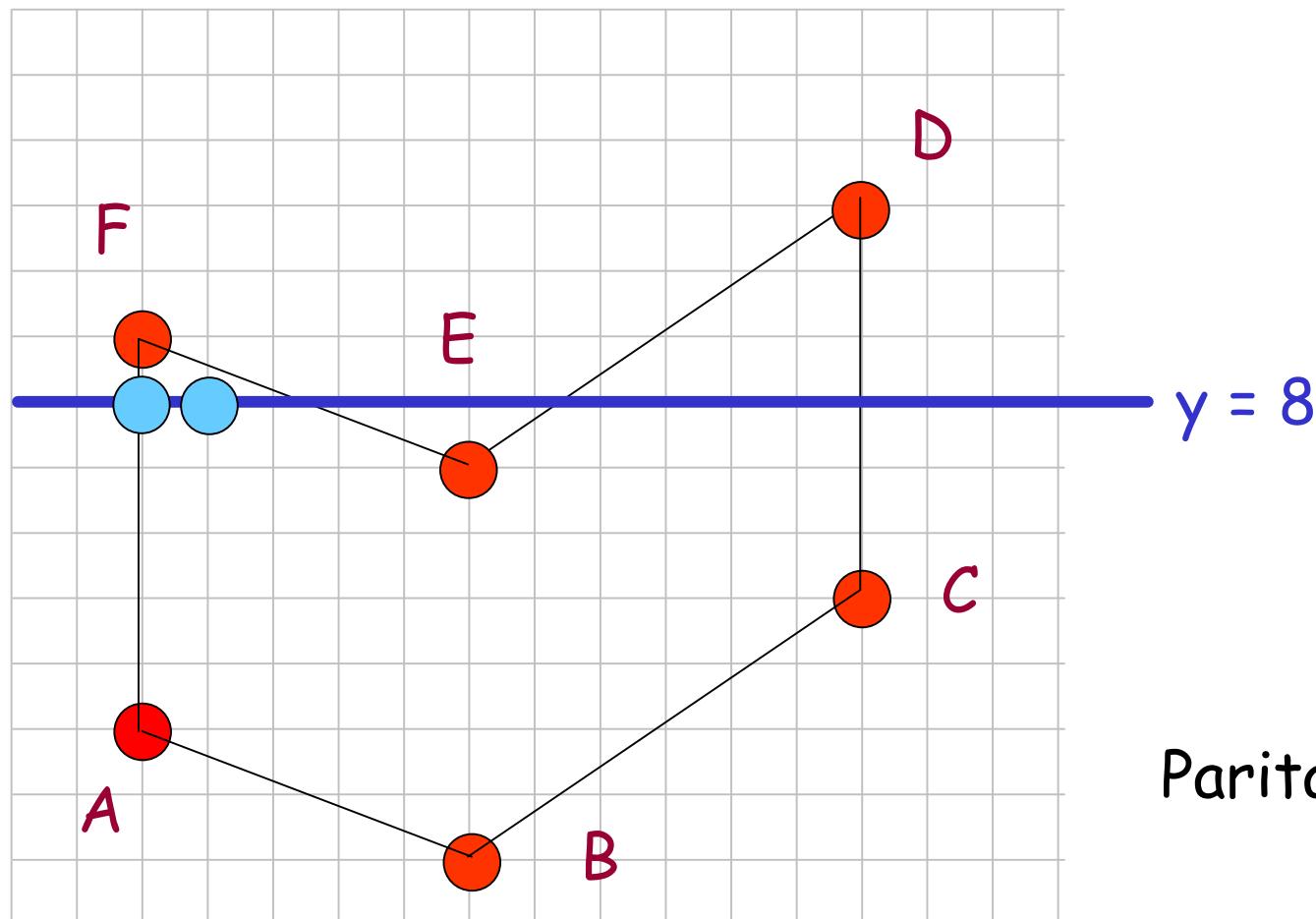


Algoritmul A3 - exemplu



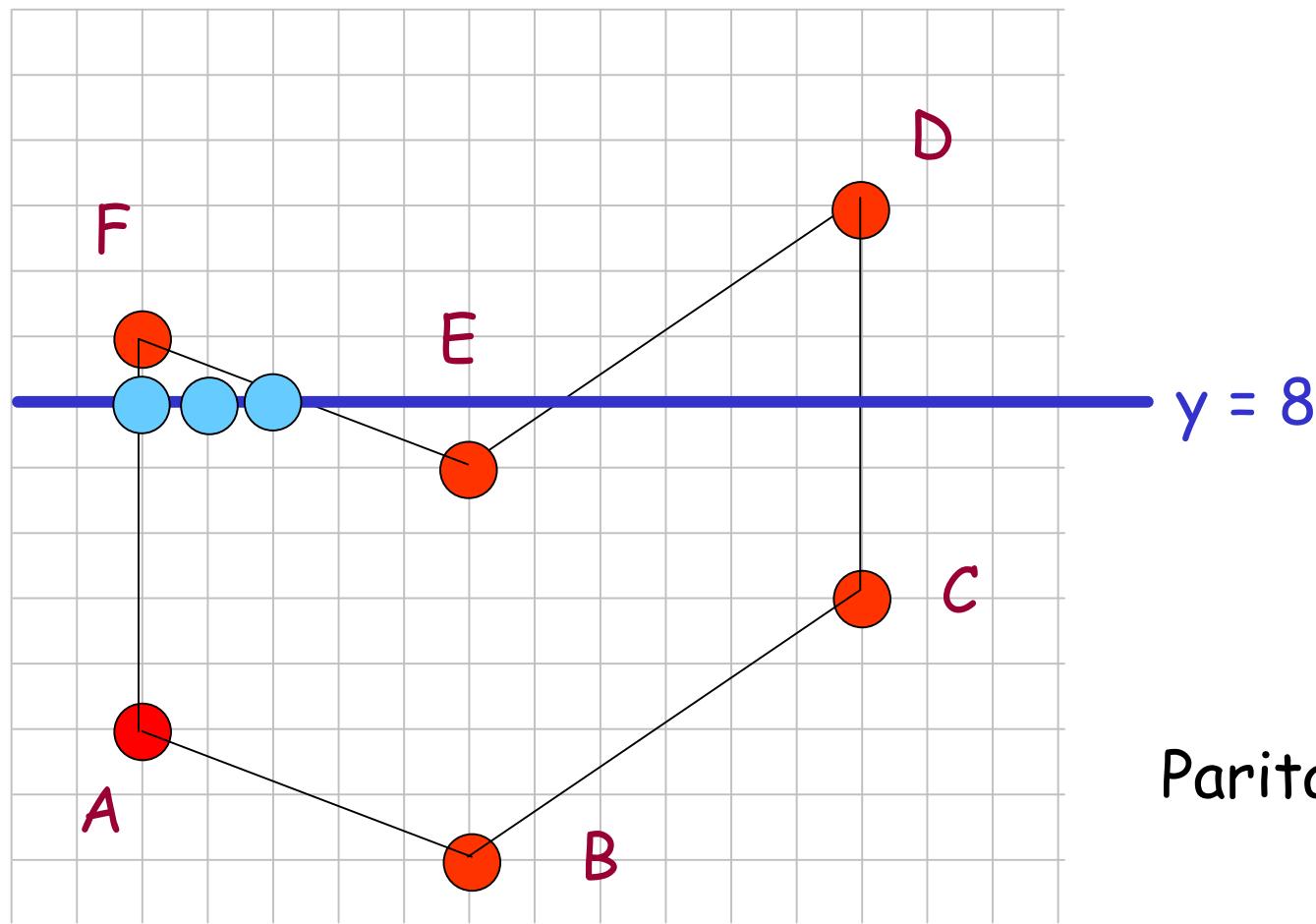
Paritatea 1

Algoritmul A3 - exemplu



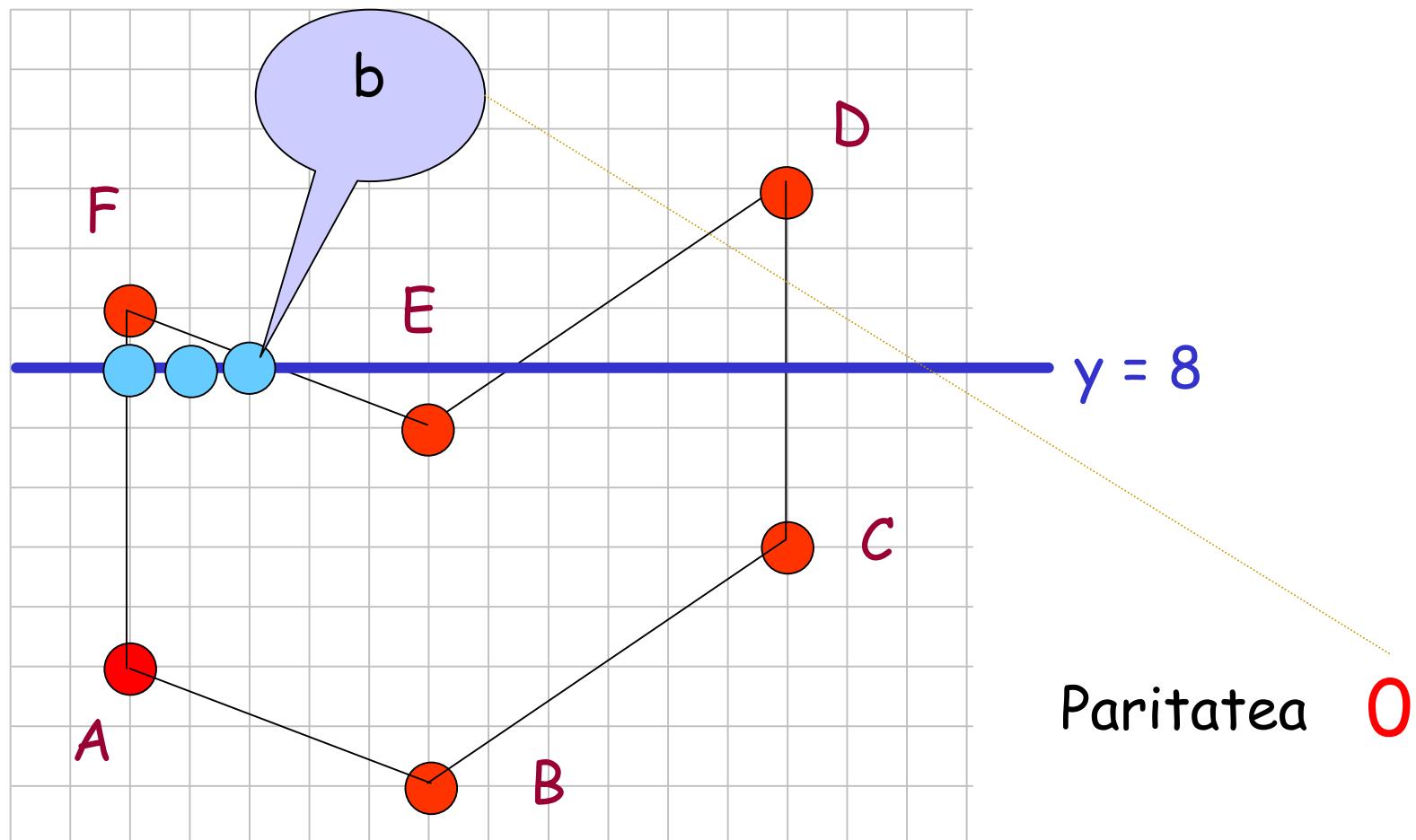
Paritatea 1

Algoritmul A3 - exemplu



Paritatea 1

Algoritmul A3 - exemplu

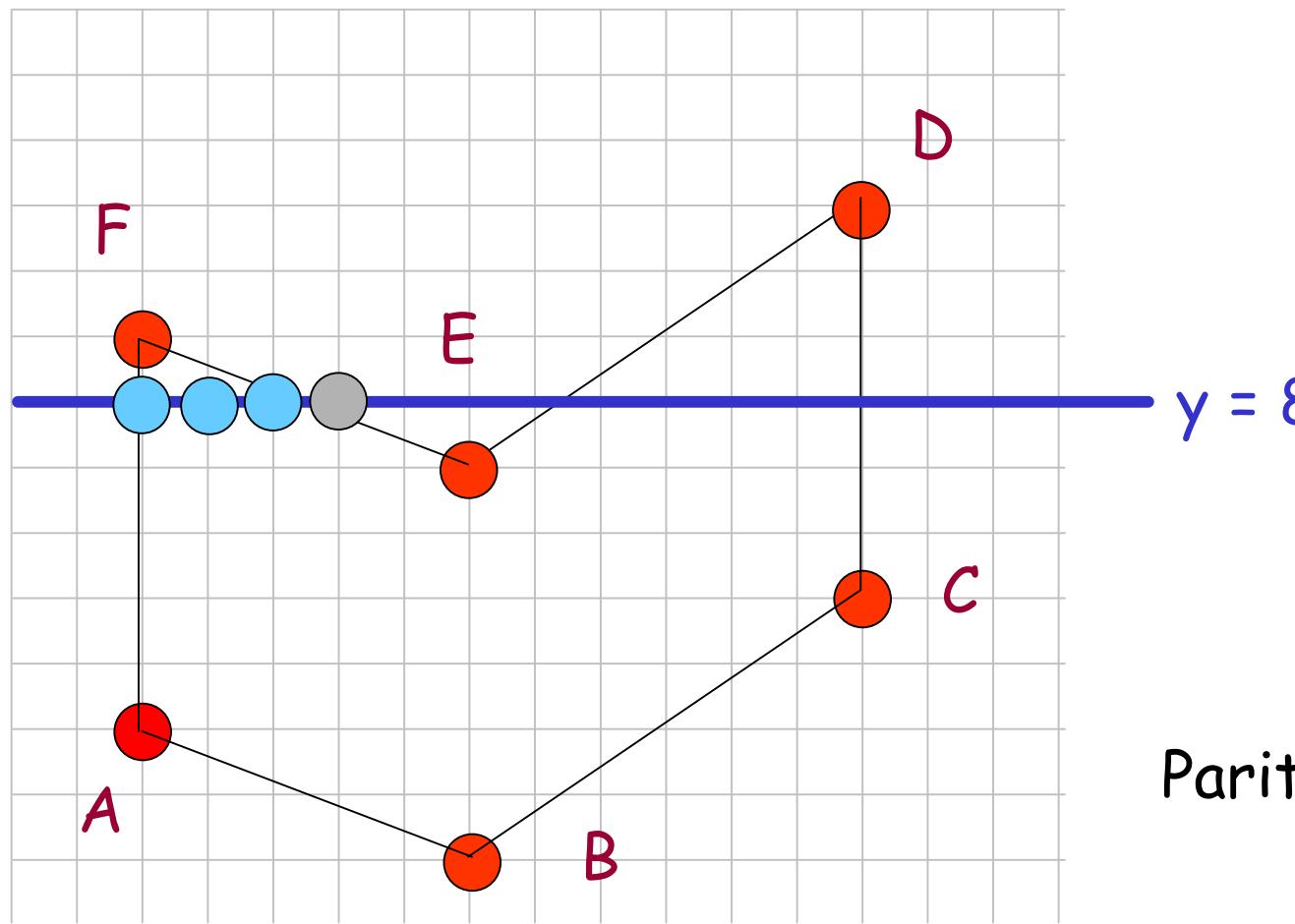


Grafica pe calculator

Paritatea 0

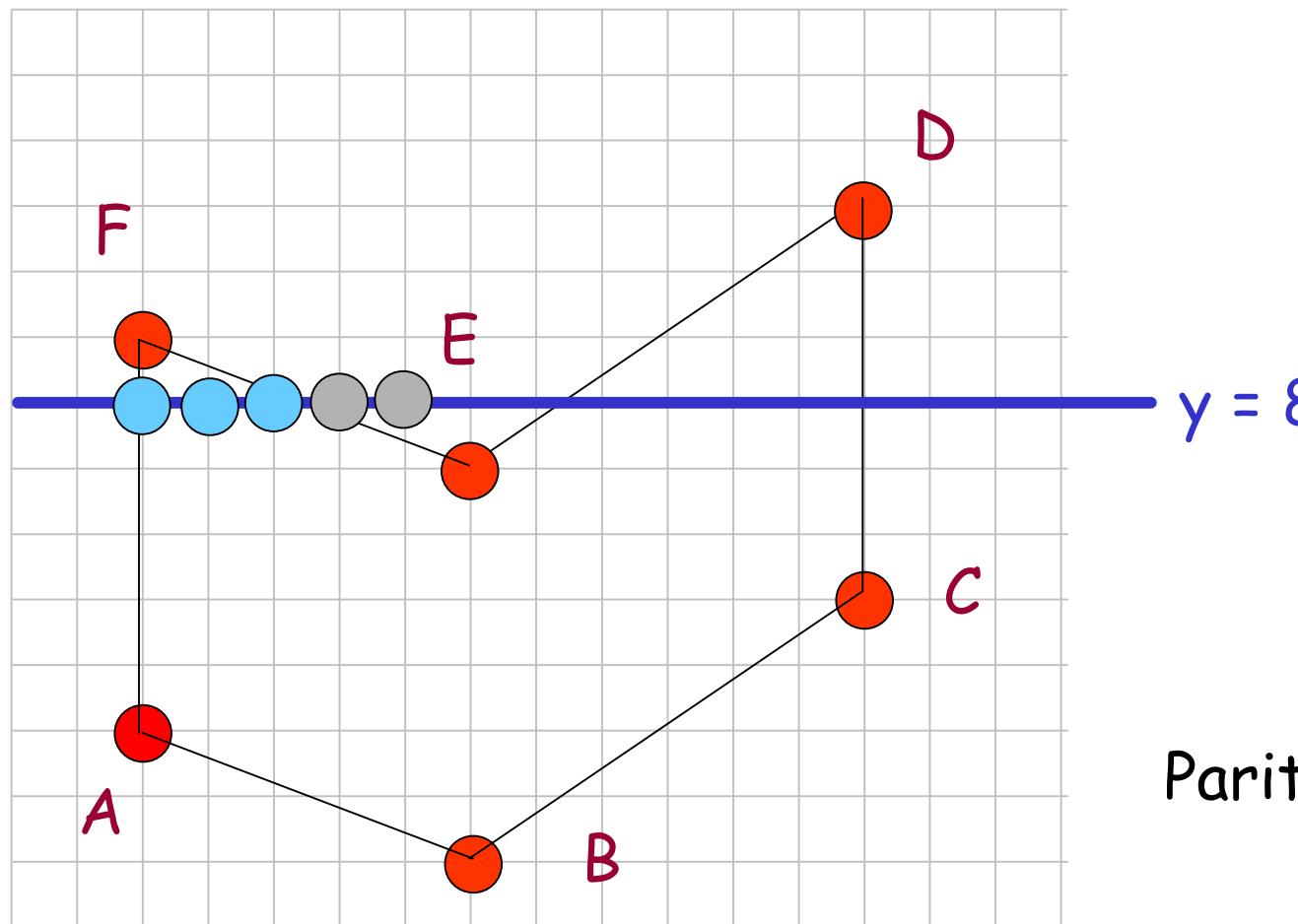
36

Algoritmul A3 - exemplu



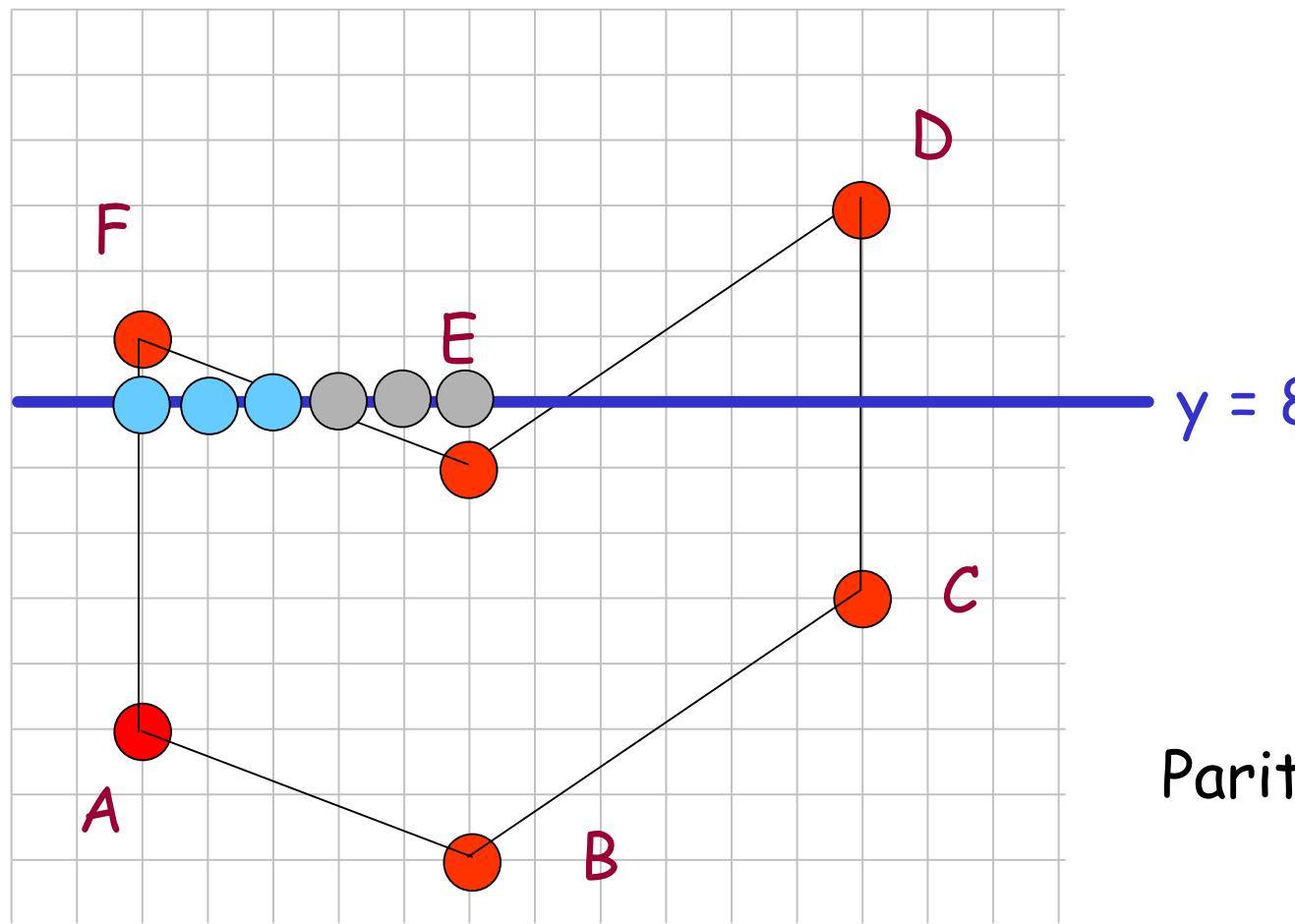
Grafica pe calculator

Algoritmul A3 - exemplu



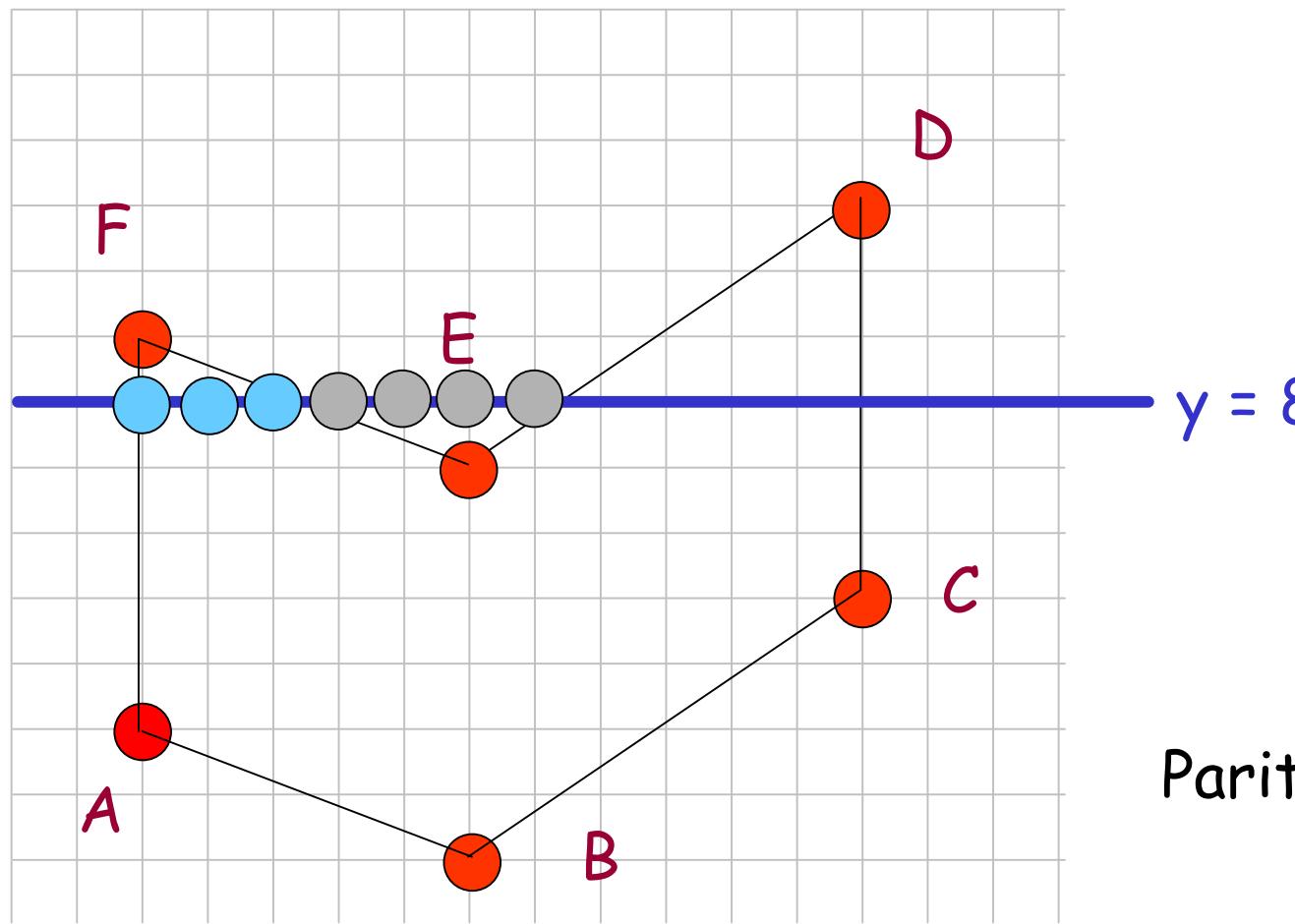
Paritatea 0

Algoritmul A3 - exemplu



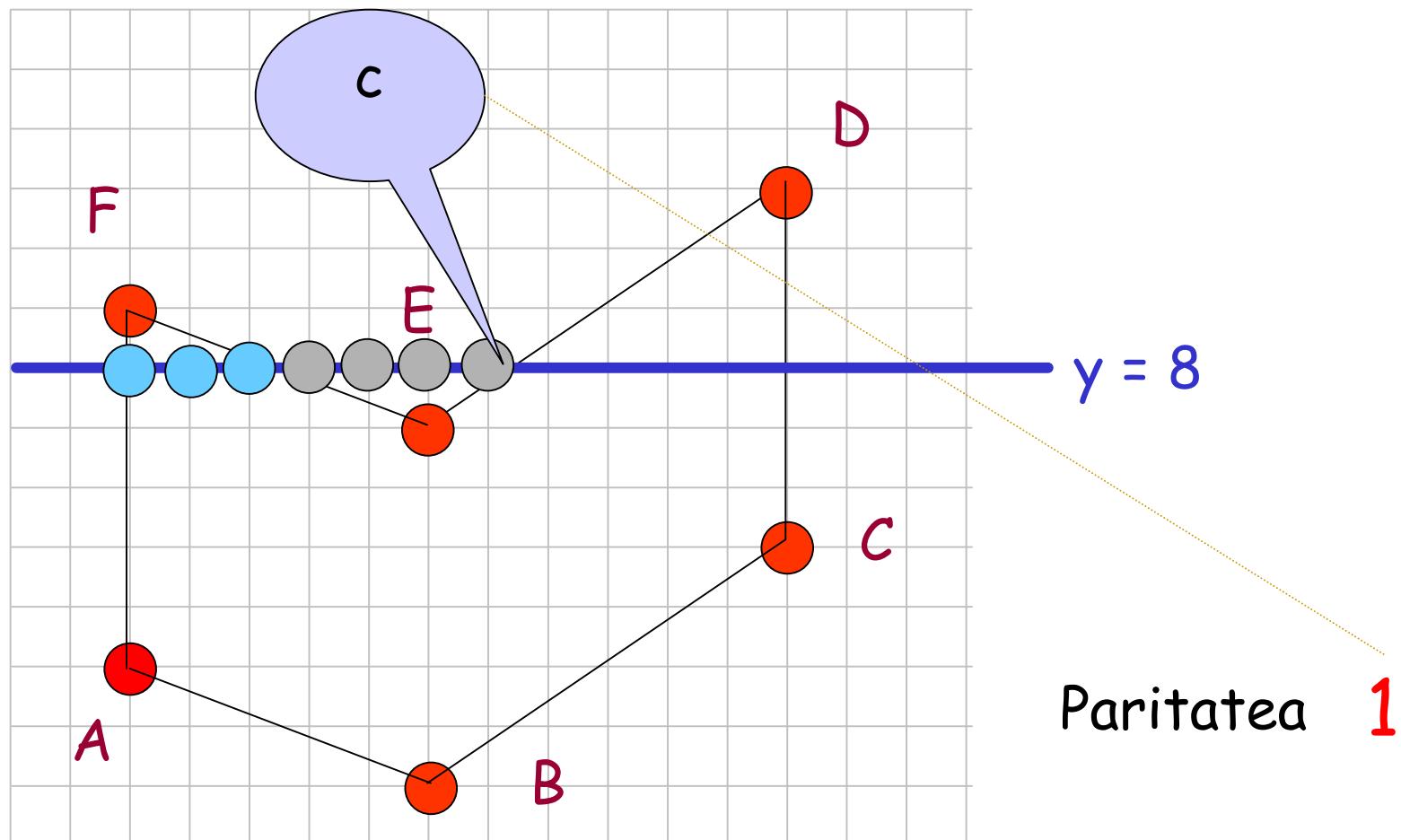
Paritatea 0

Algoritmul A3 - exemplu



Grafica pe calculator

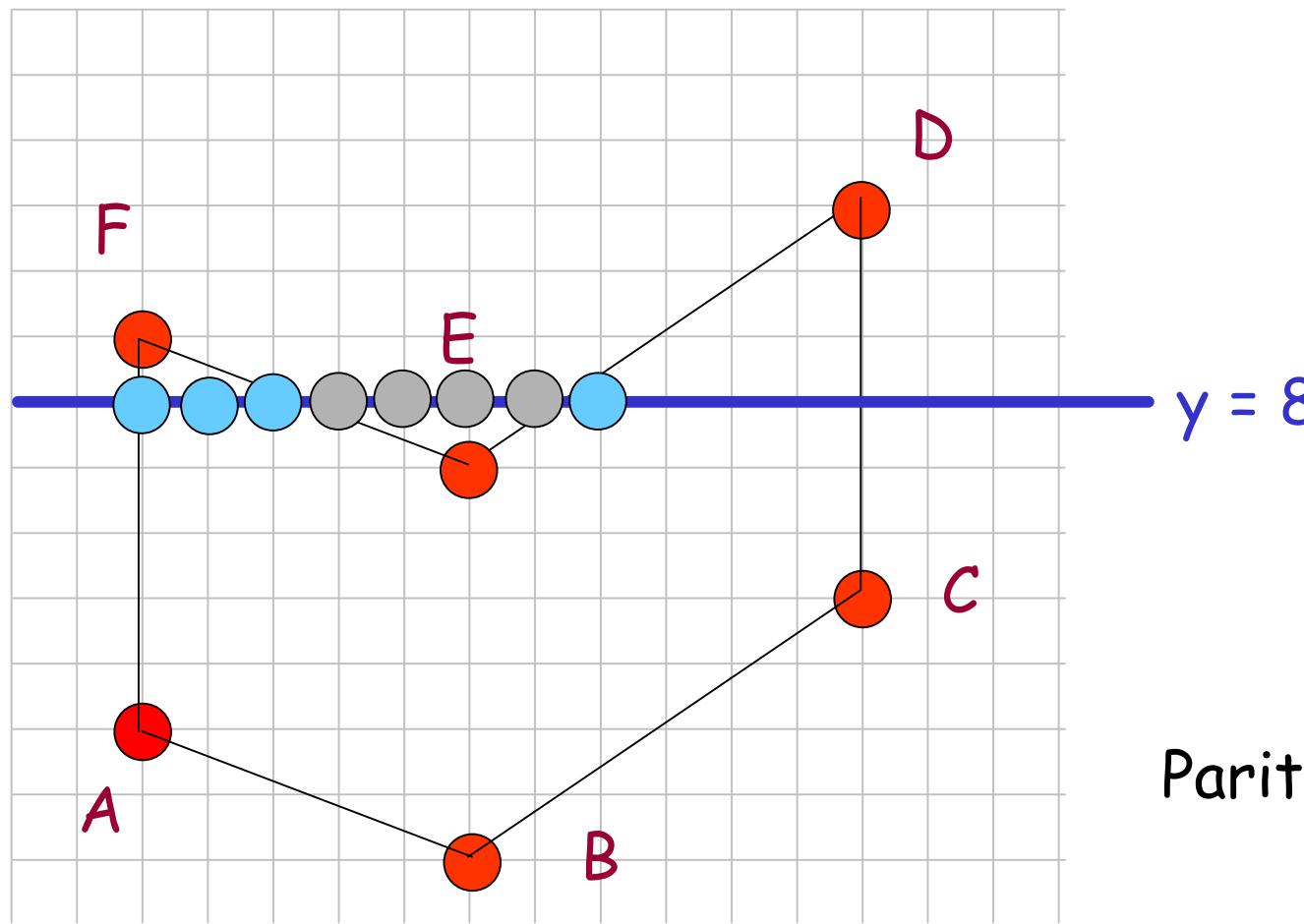
Algoritmul A3 - exemplu



Grafica pe calculator

41

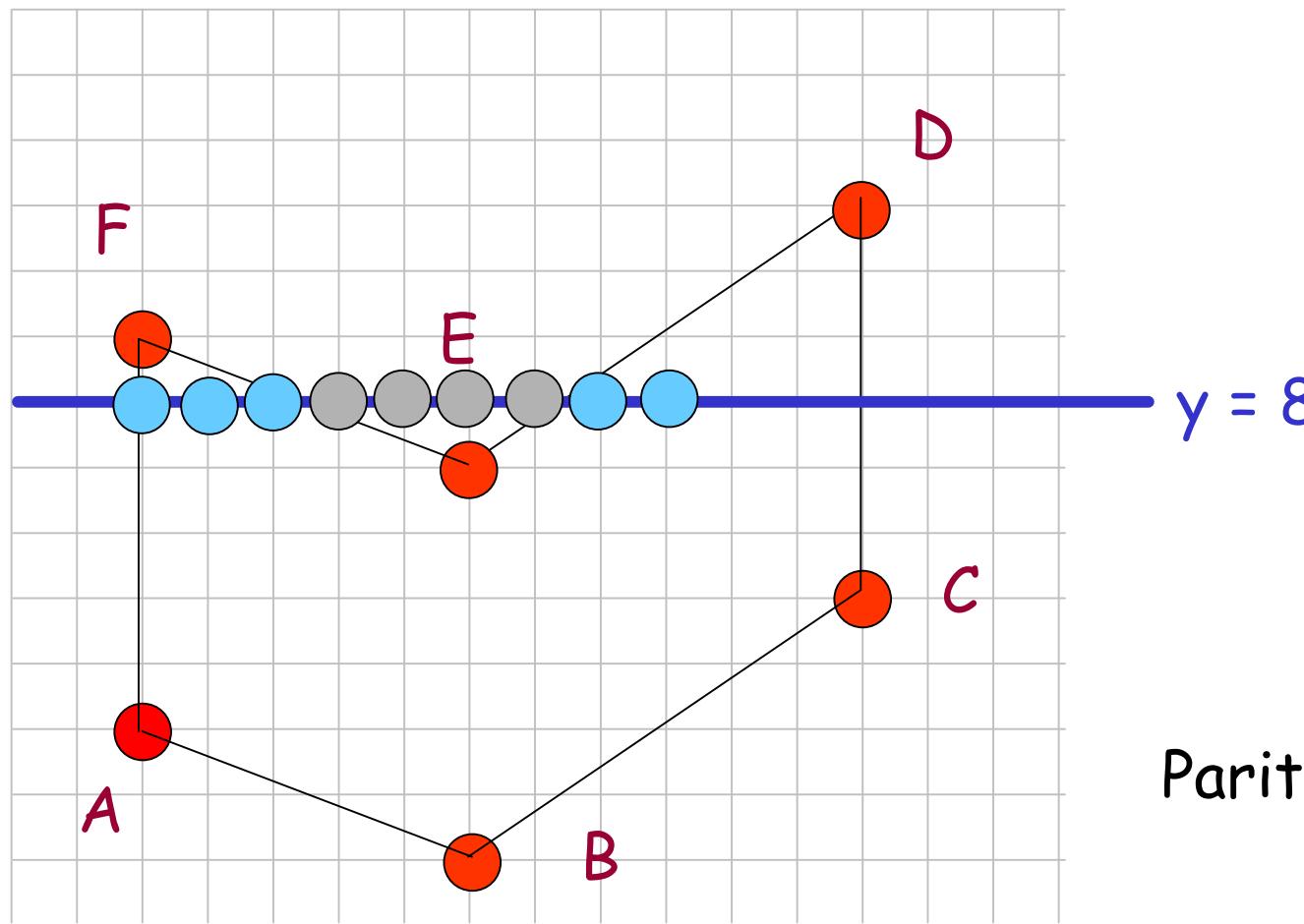
Algoritmul A3 - exemplu



Grafica pe calculator

Paritatea 1

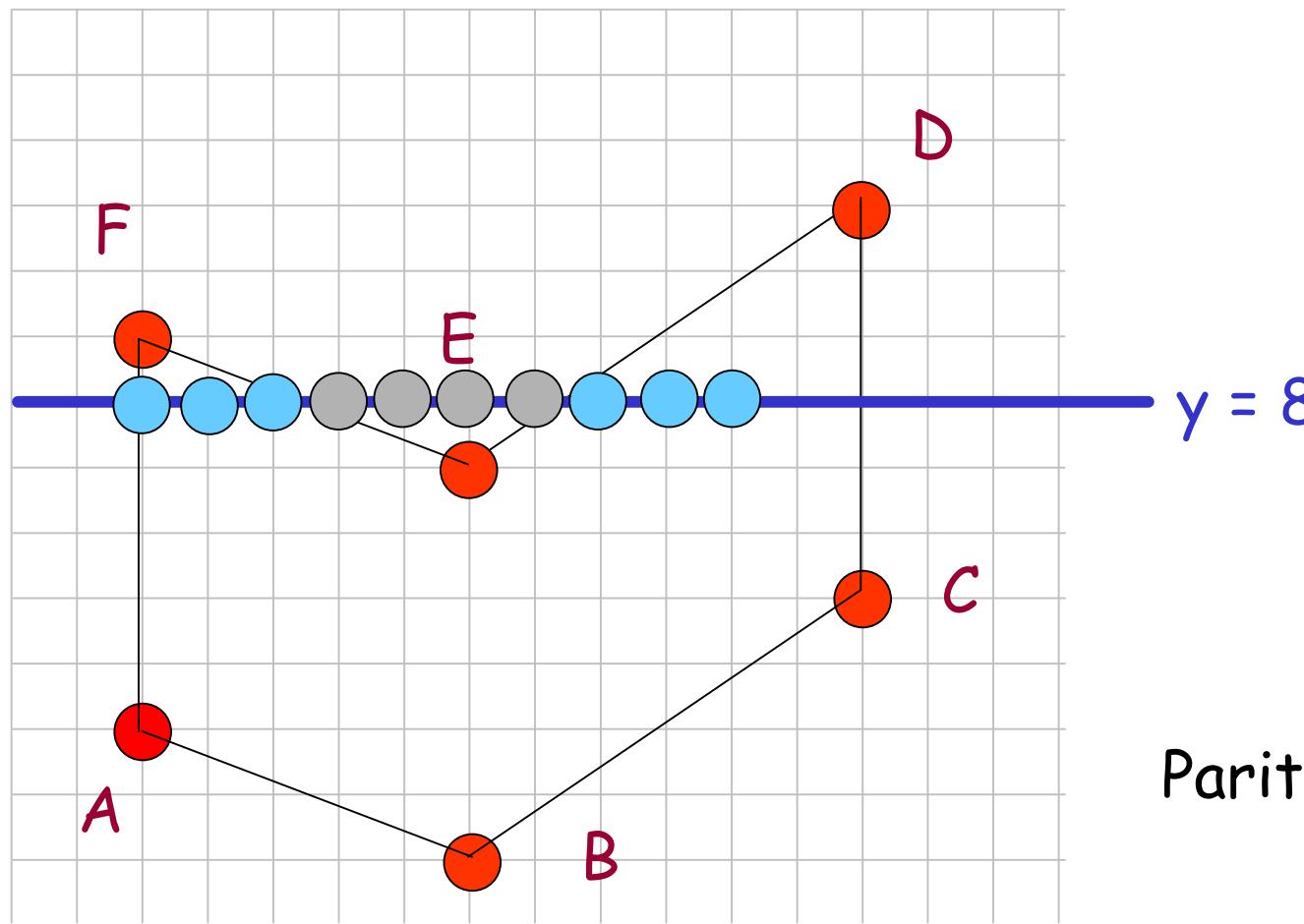
Algoritmul A3 - exemplu



Grafica pe calculator

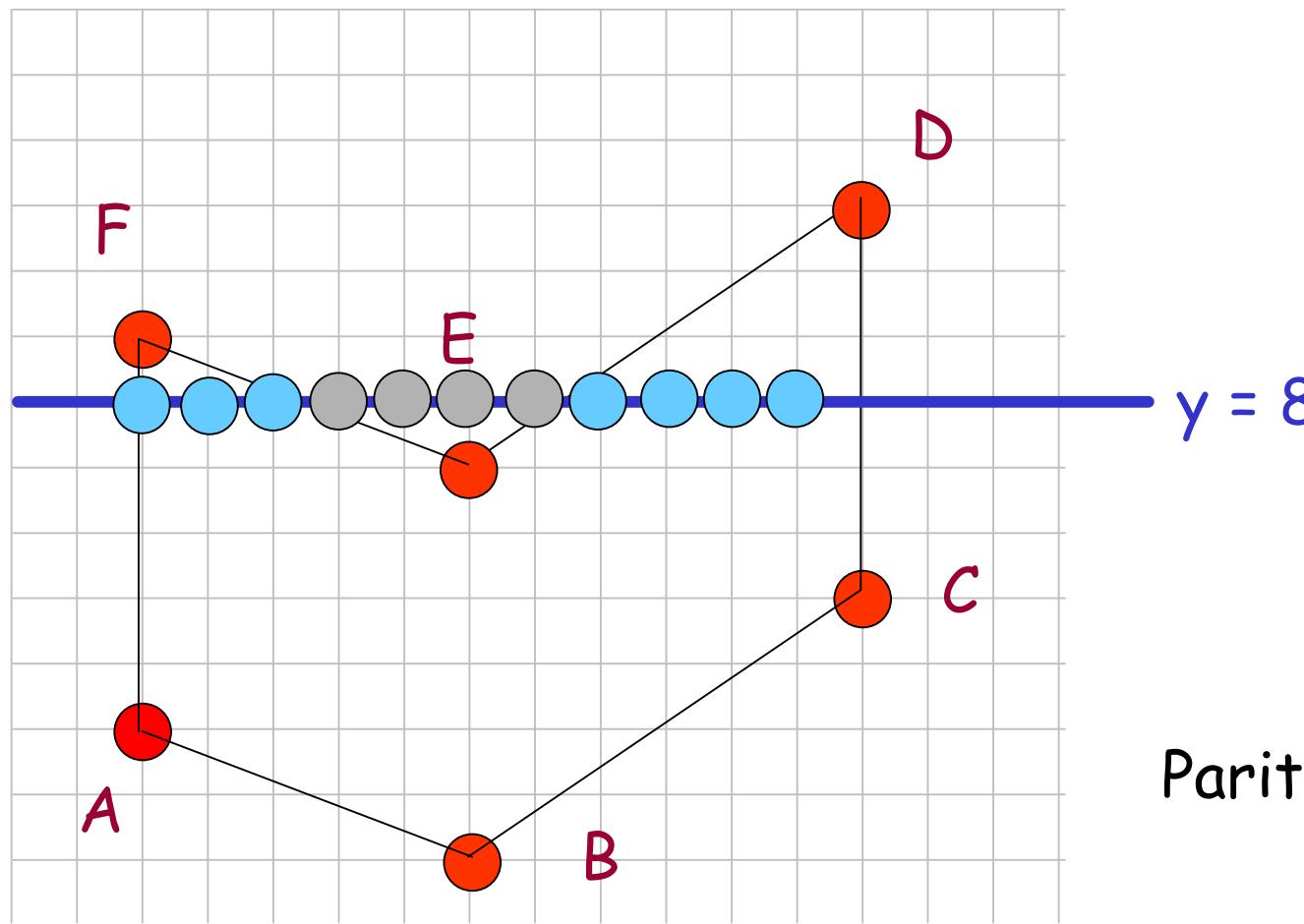
Paritatea 1

Algoritmul A3 - exemplu



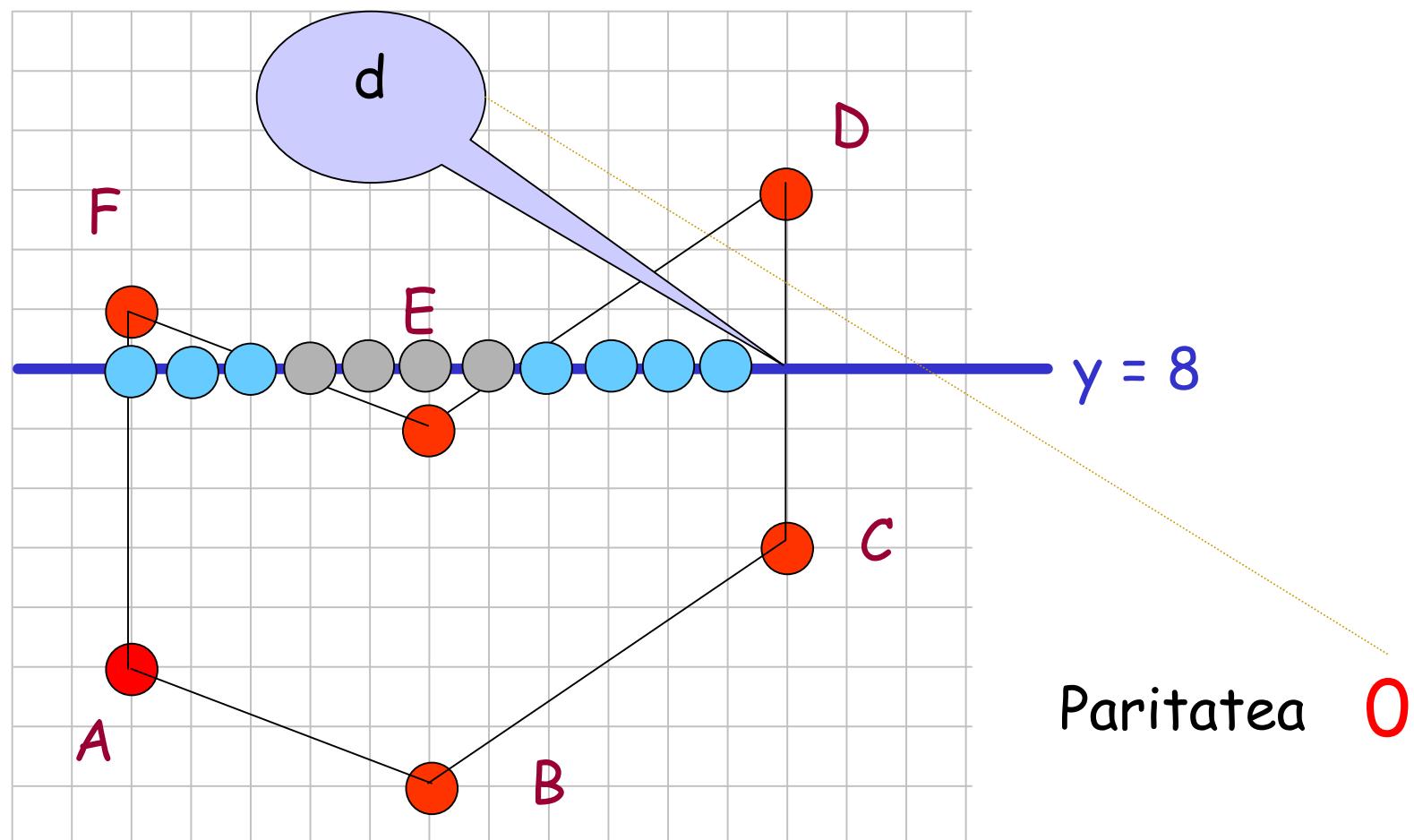
Paritatea 1

Algoritmul A3 - exemplu

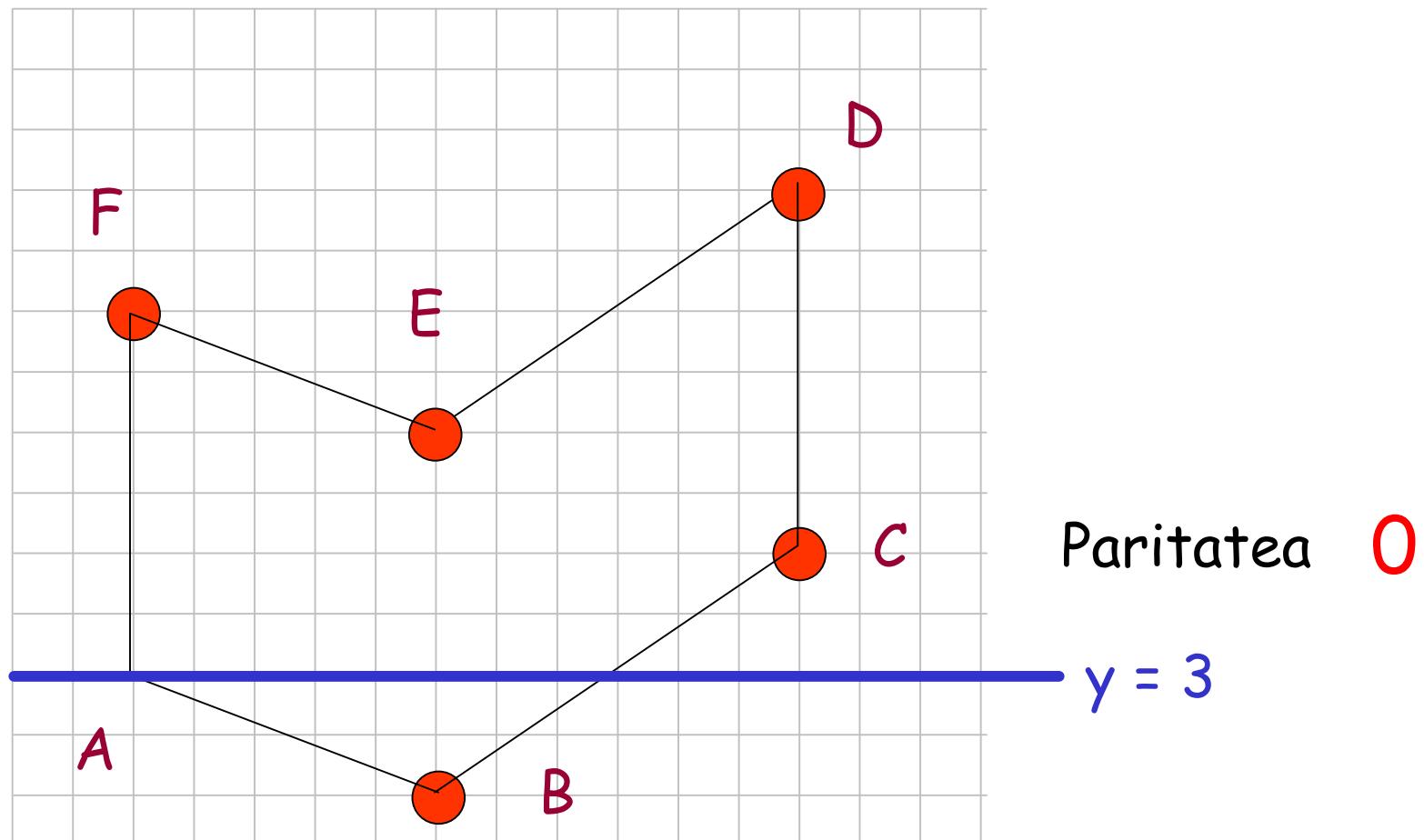


Paritatea 1

Algoritmul A3 - exemplu

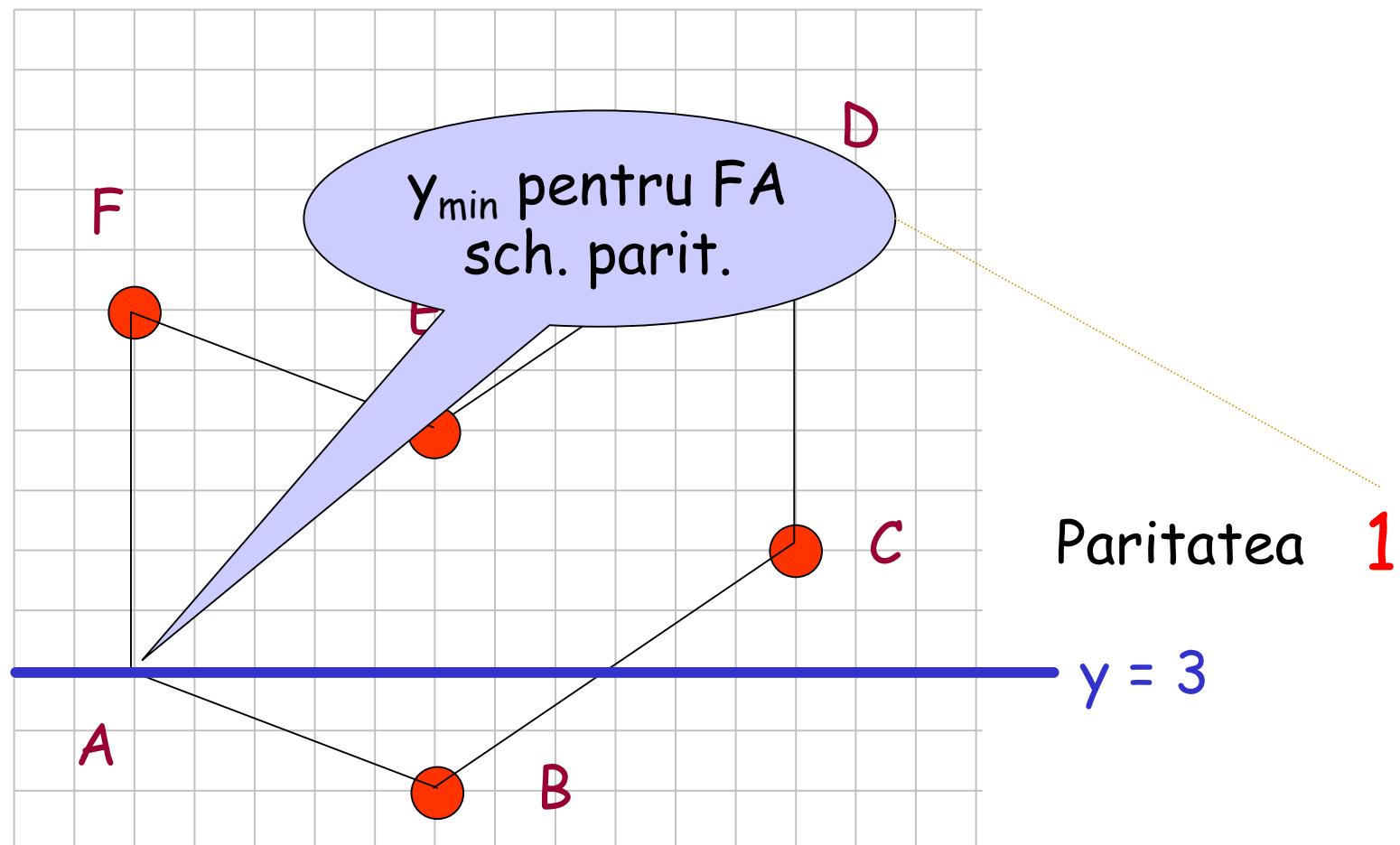


Algoritmul A3 - exemplu

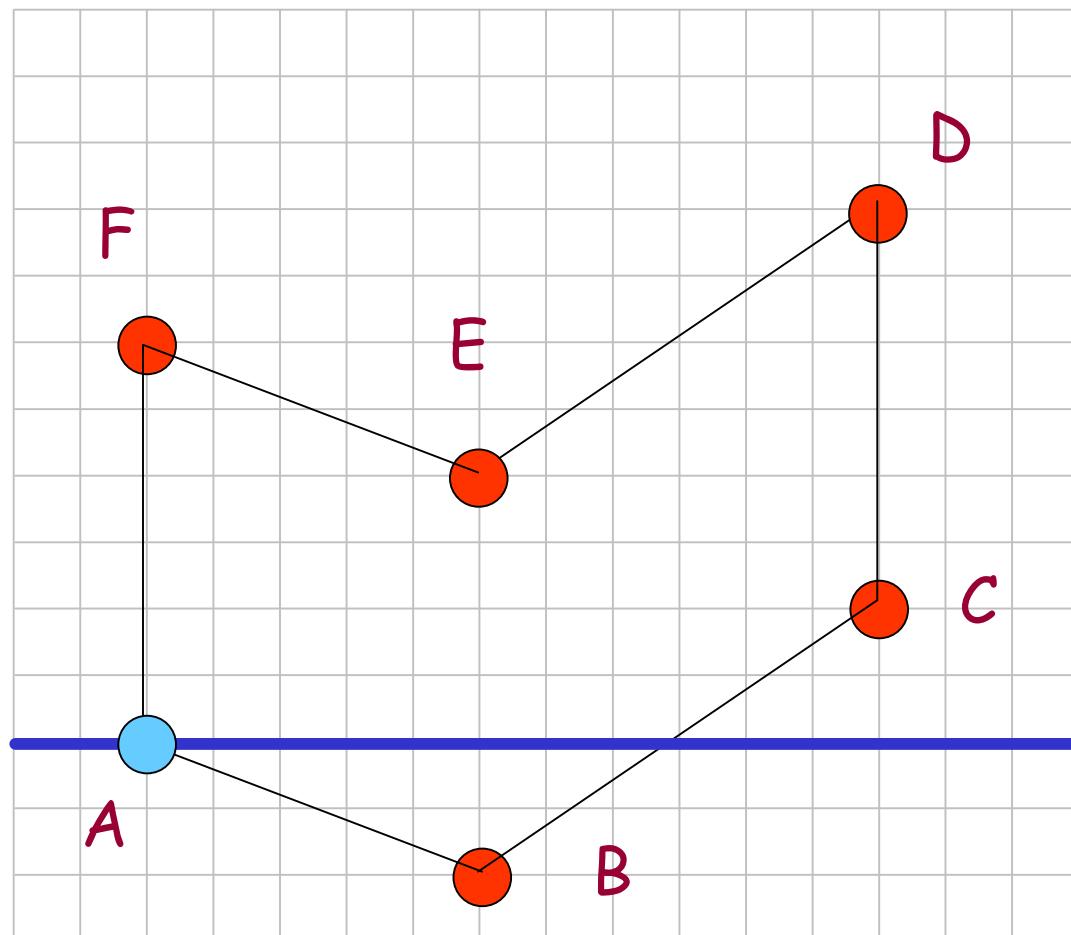


Grafica pe calculator

Algoritmul A3 - exemplu



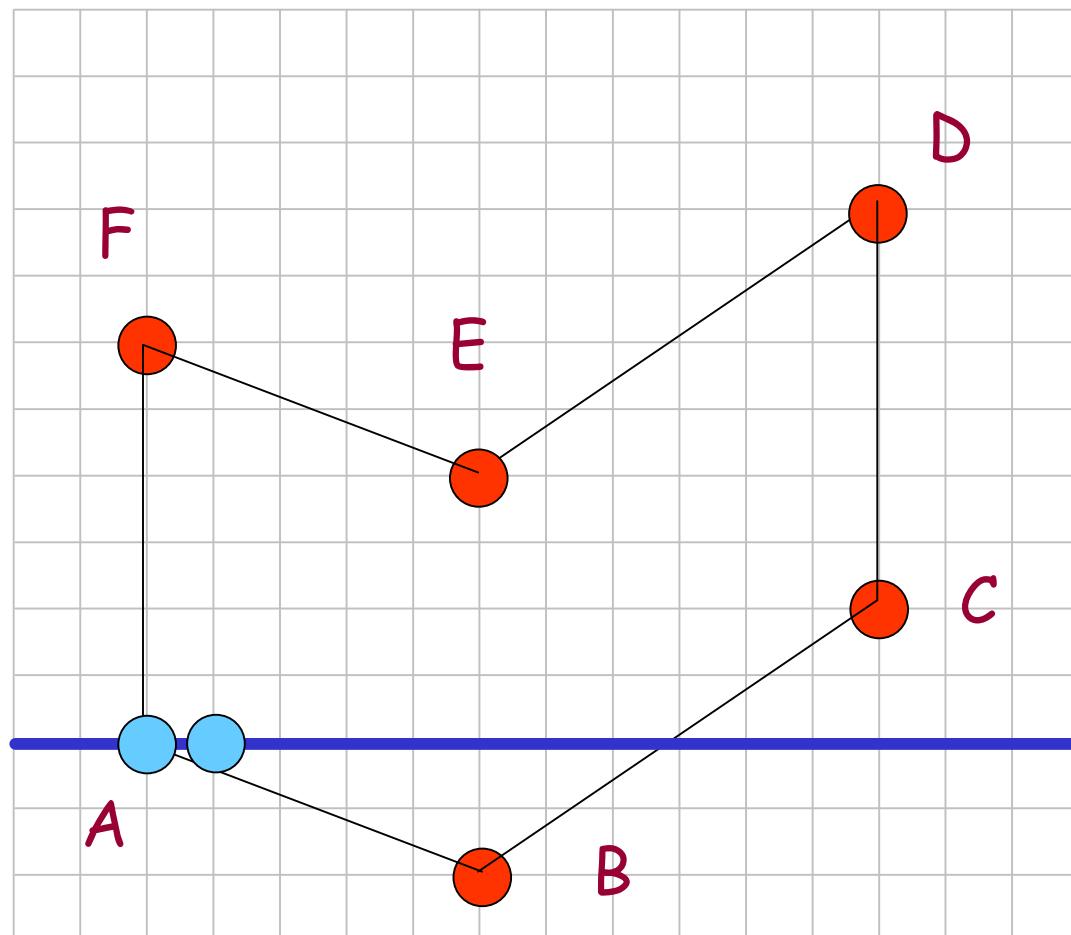
Algoritmul A3 - exemplu



Paritatea 1

$$y = 3$$

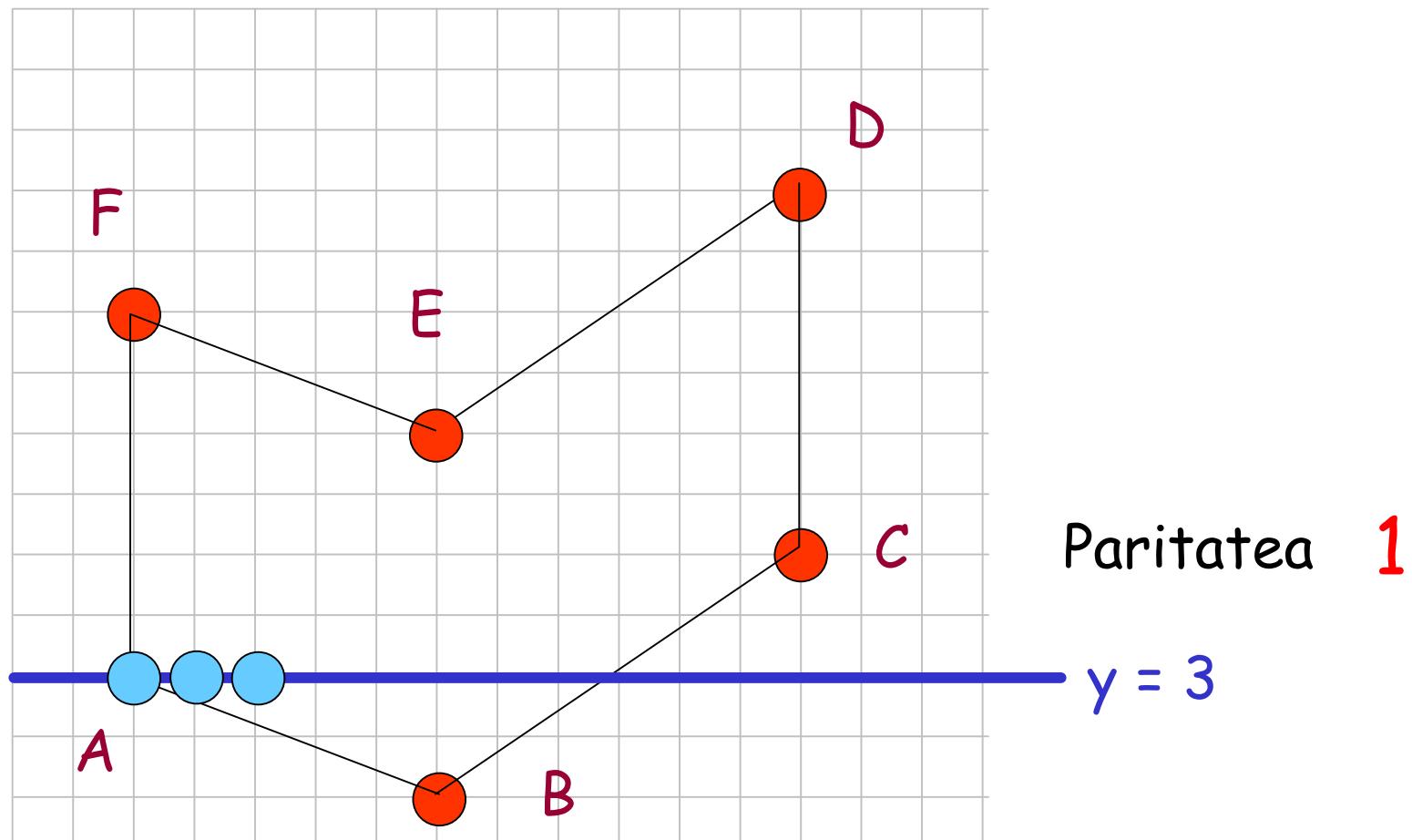
Algoritmul A3 - exemplu



Paritatea 1

$y = 3$

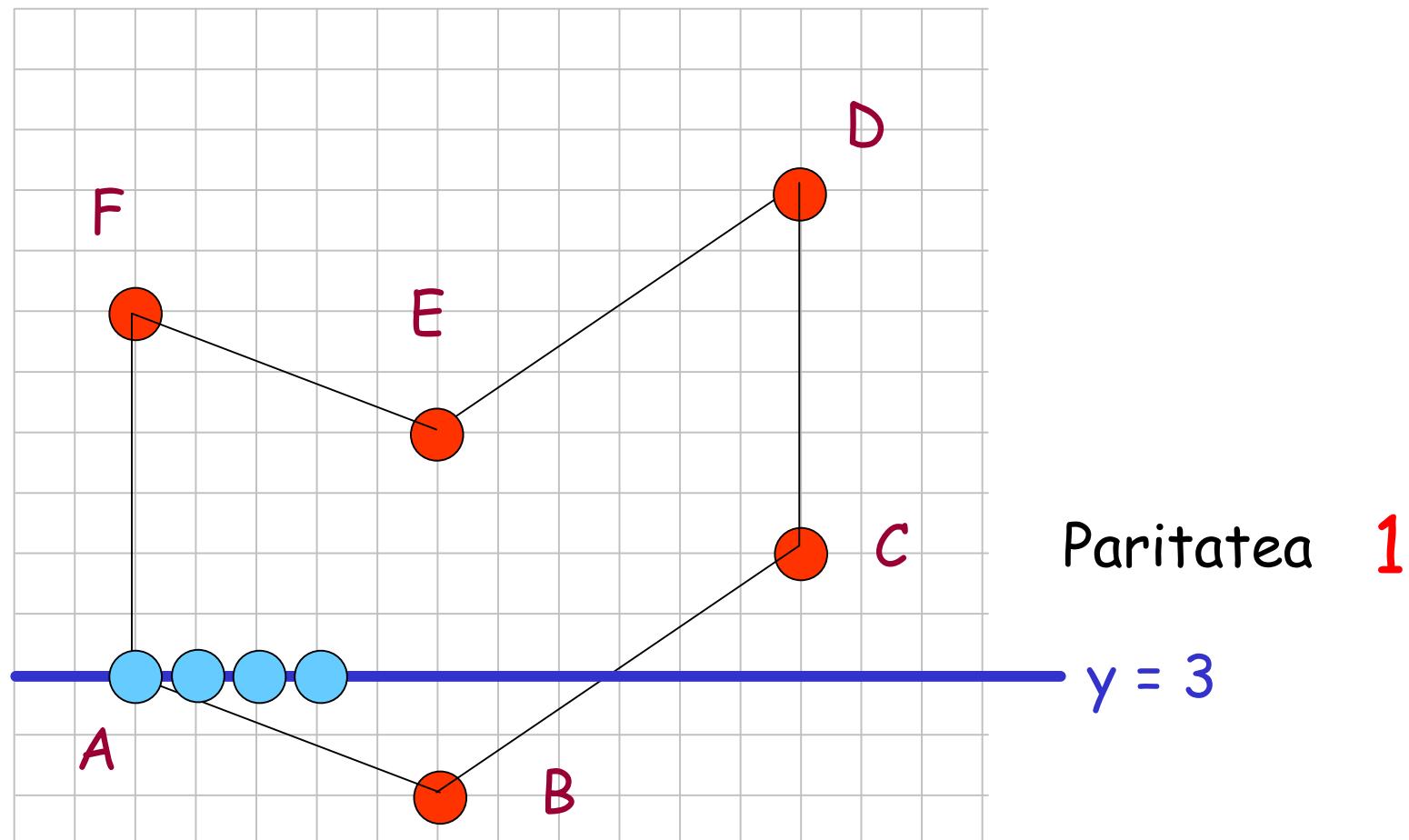
Algoritmul A3 - exemplu



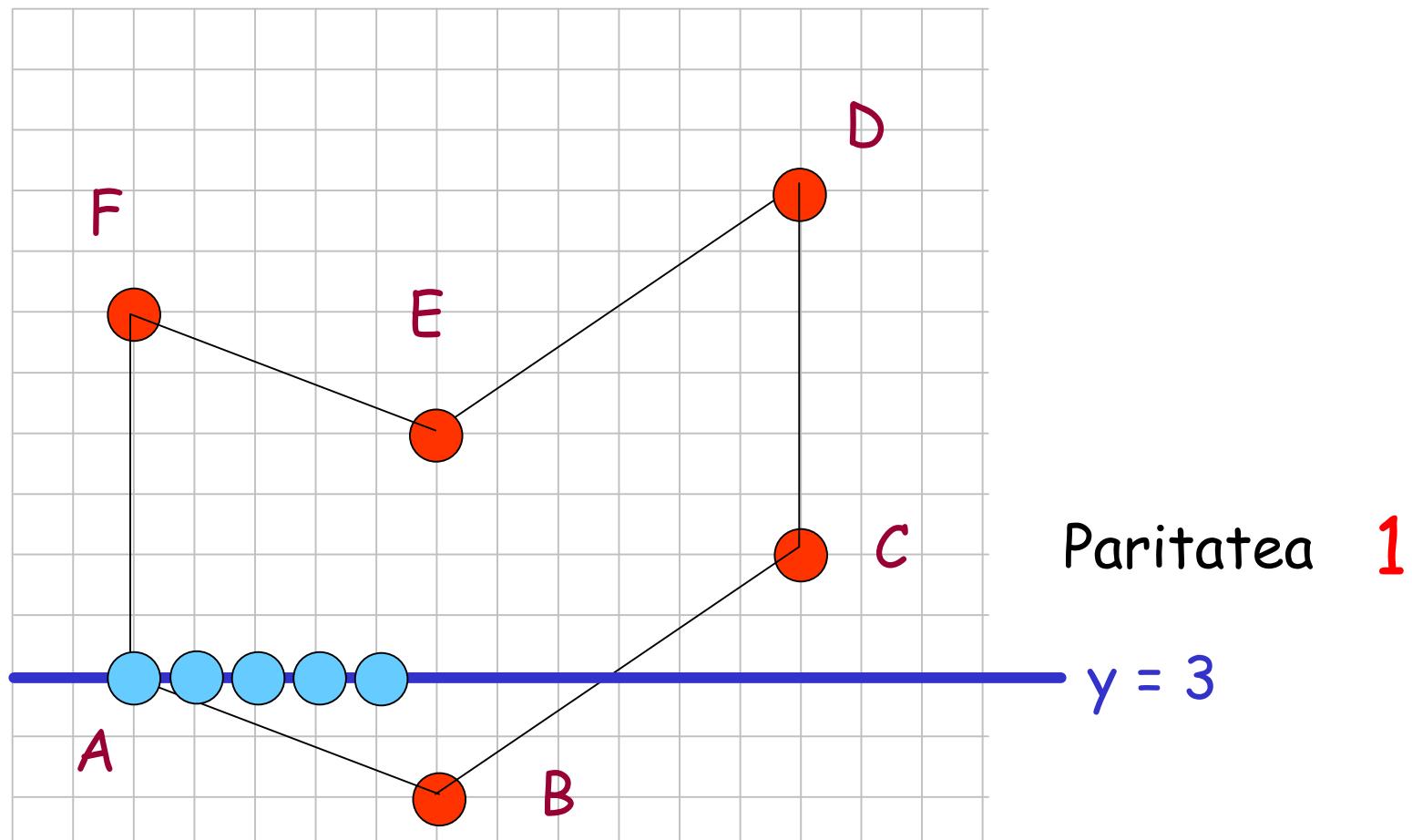
Grafica pe calculator

51

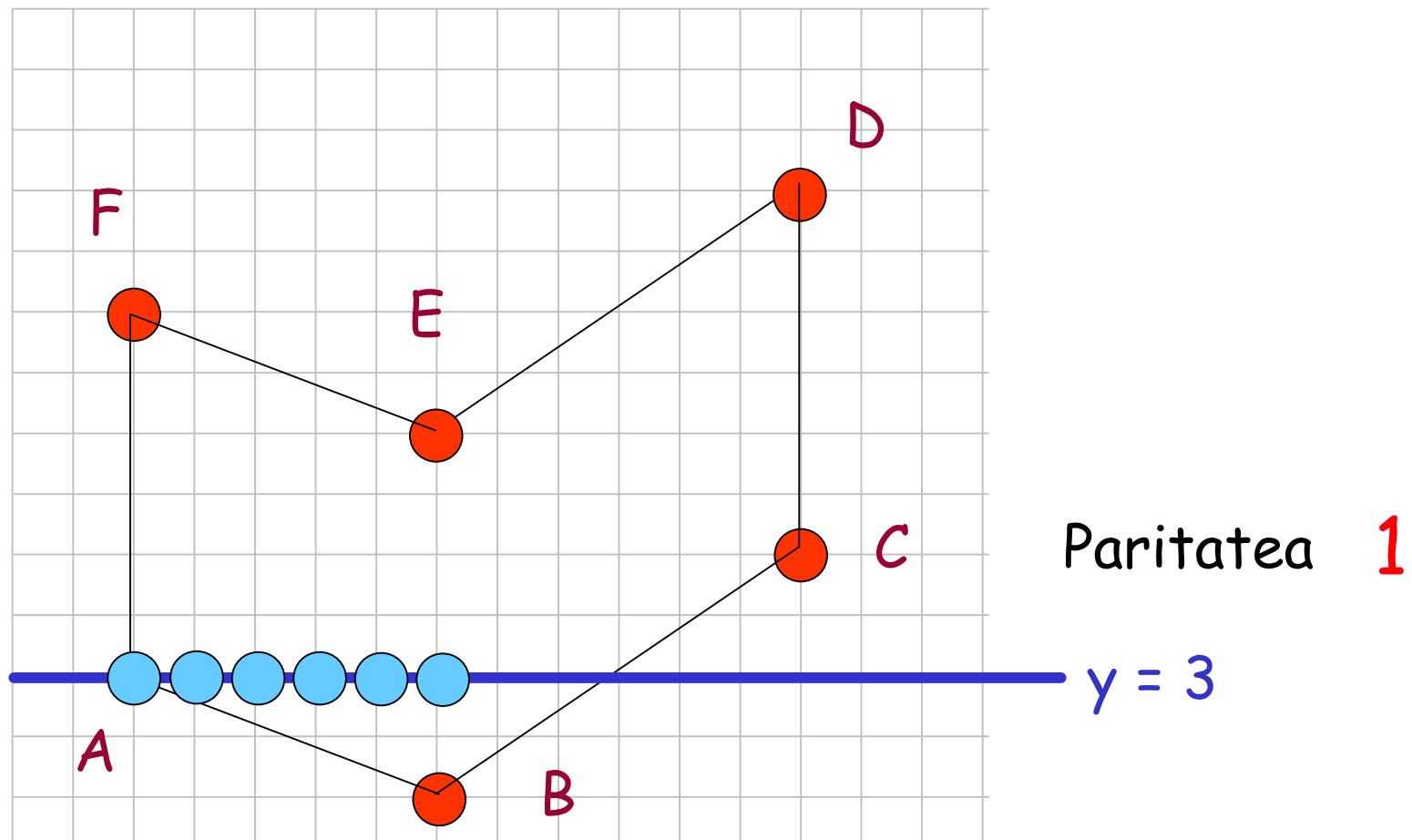
Algoritmul A3 - exemplu



Algoritmul A3 - exemplu



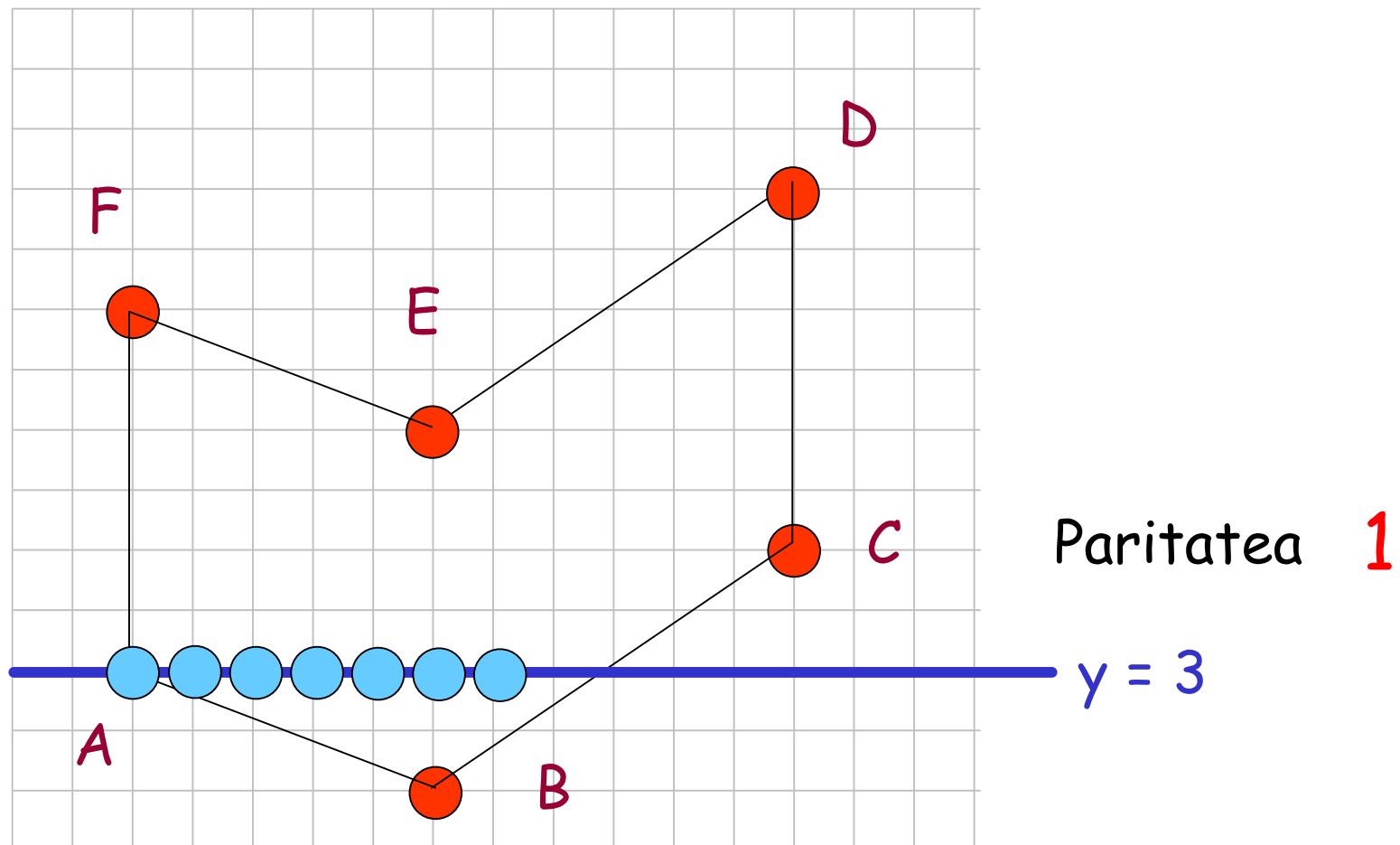
Algoritmul A3 - exemplu



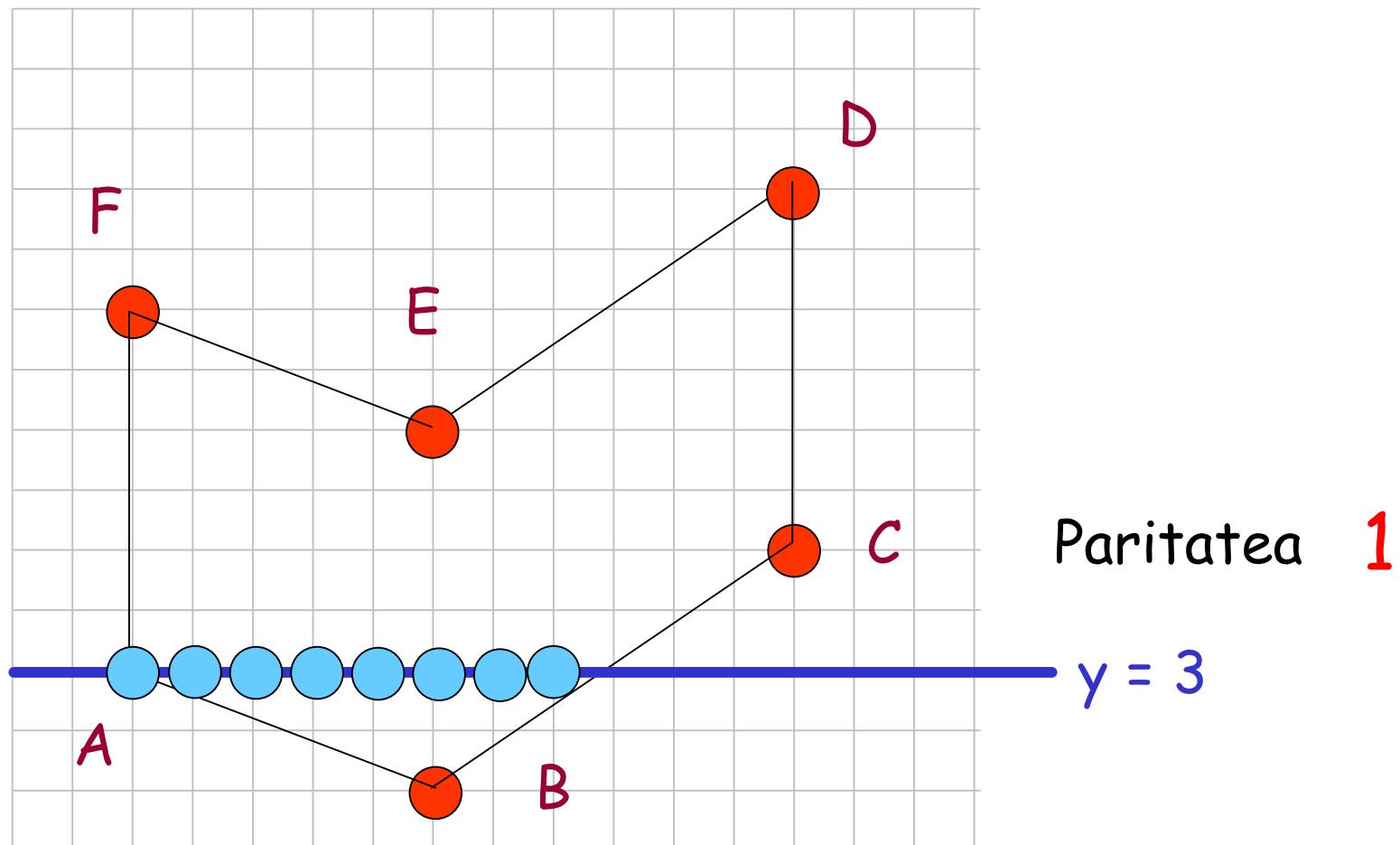
Grafica pe calculator

54

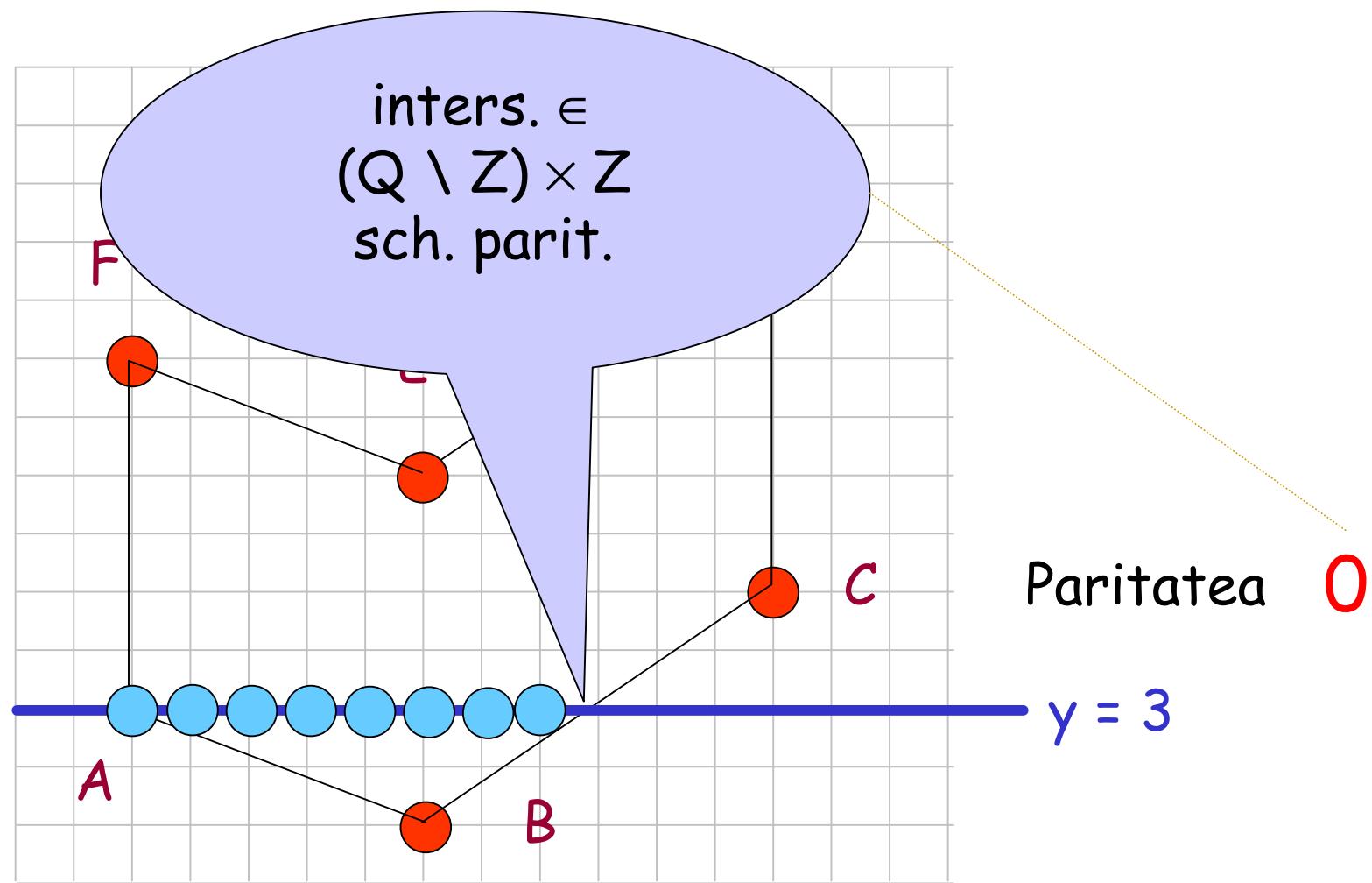
Algoritmul A3 - exemplu



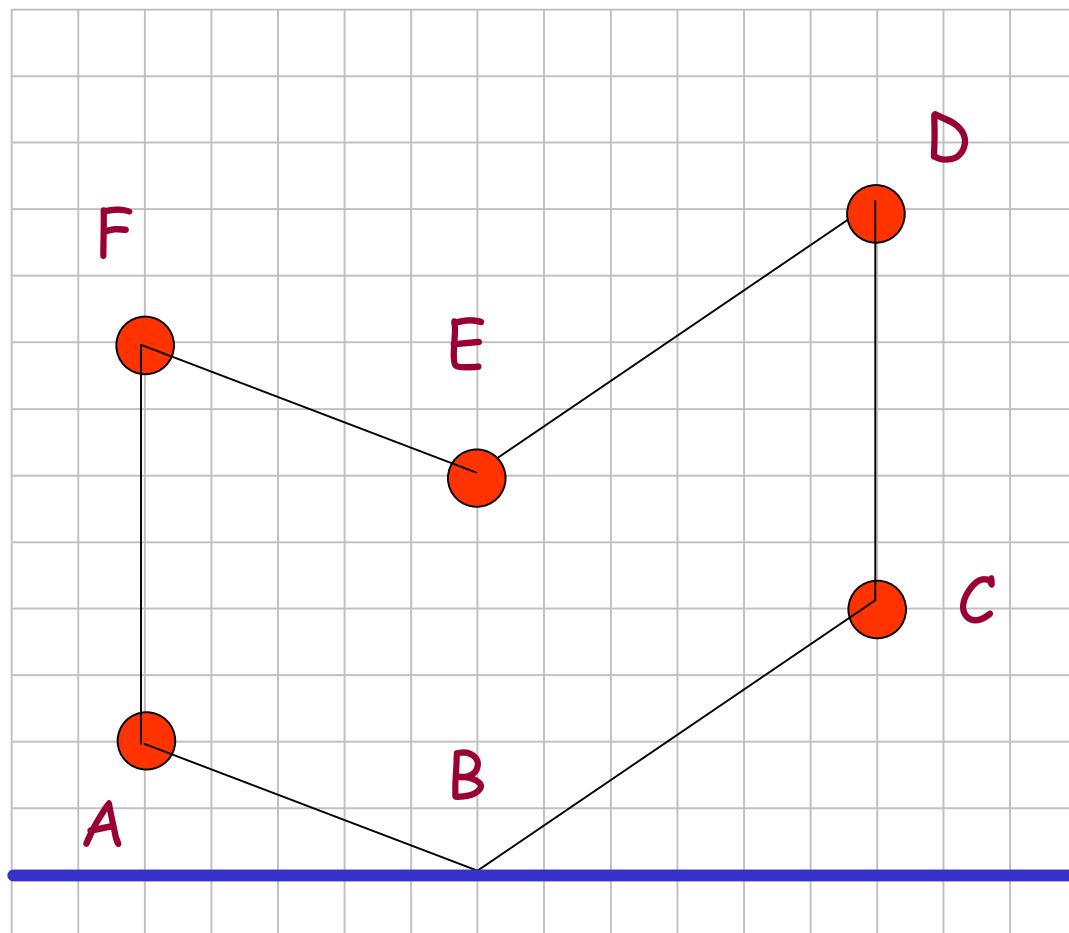
Algoritmul A3 - exemplu



Algoritmul A3 - exemplu



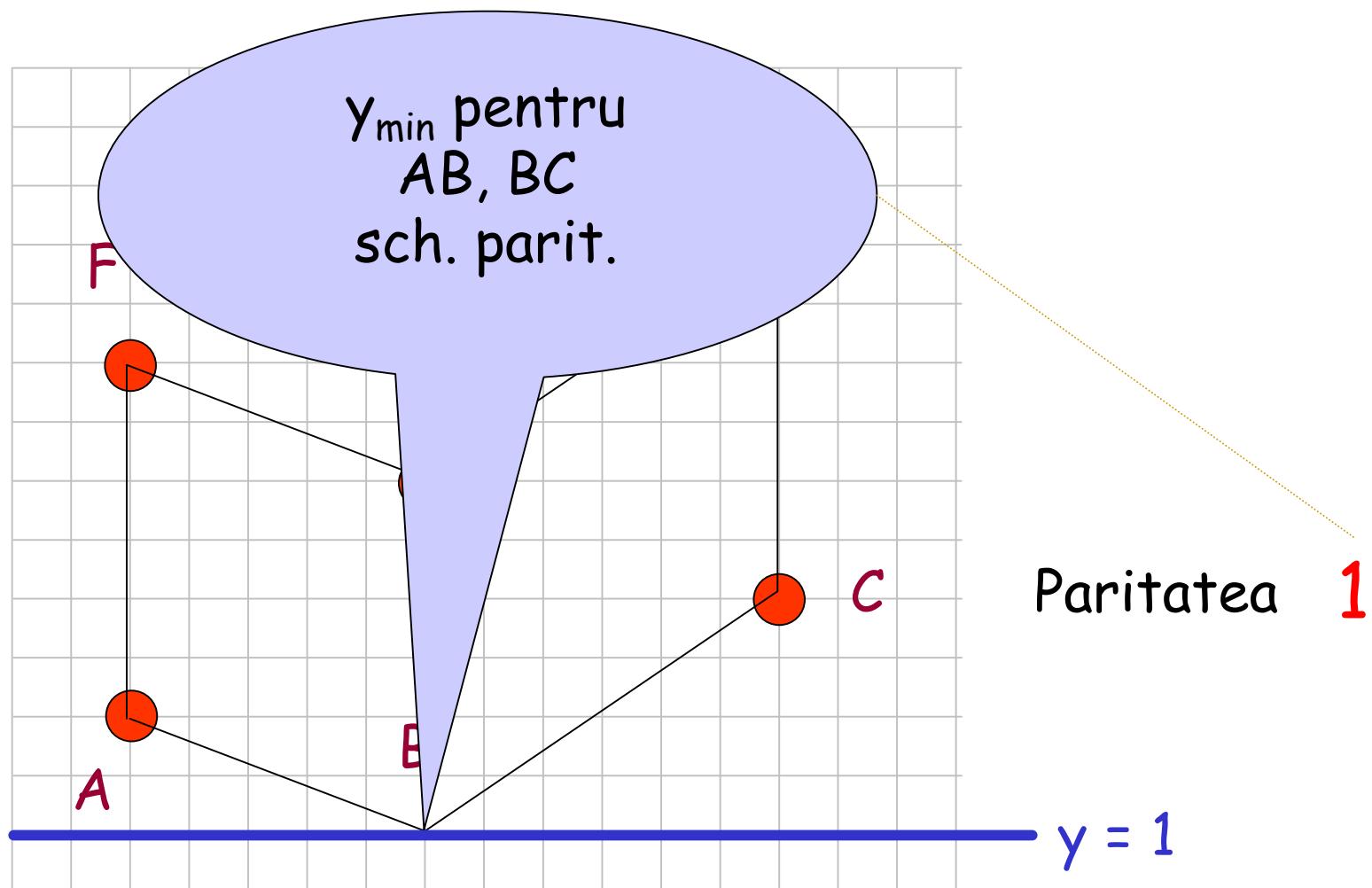
Algoritmul A3 - exemplu



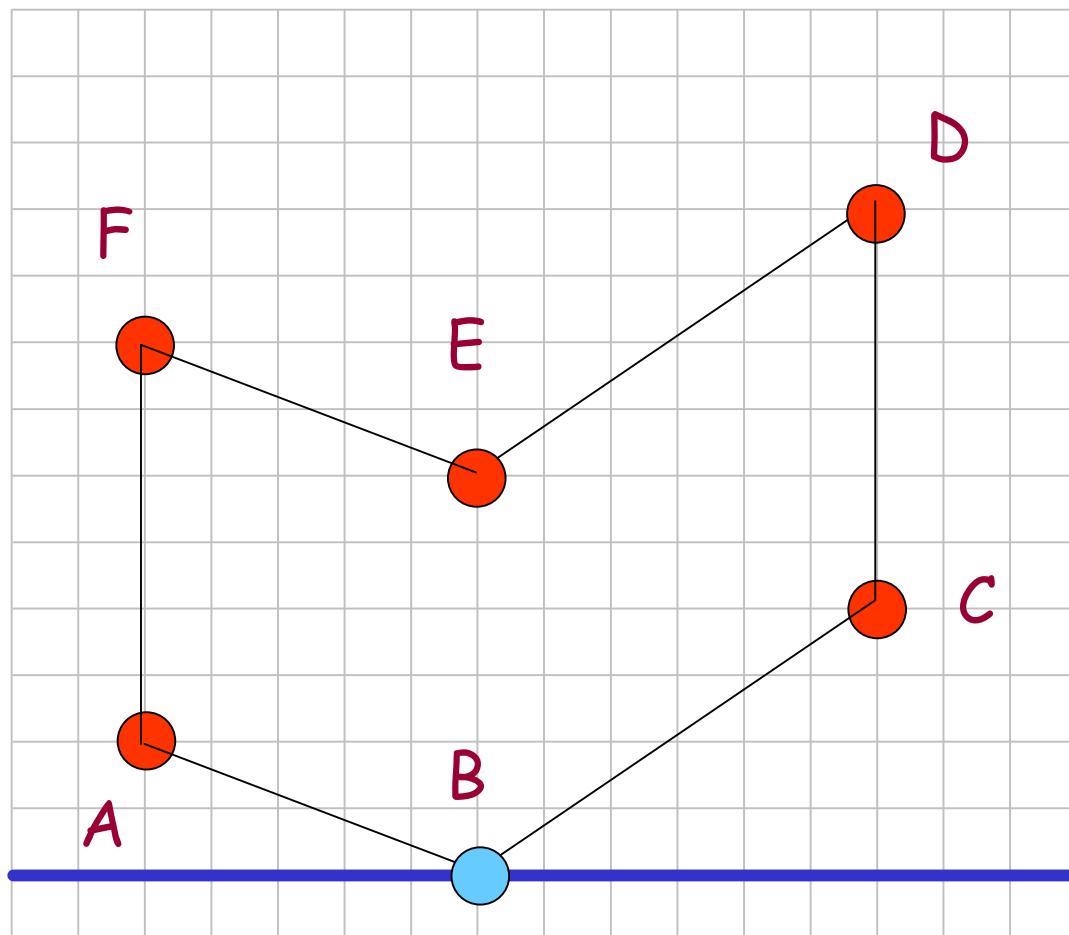
Paritatea 0

$y = 1$

Algoritmul A3 - exemplu



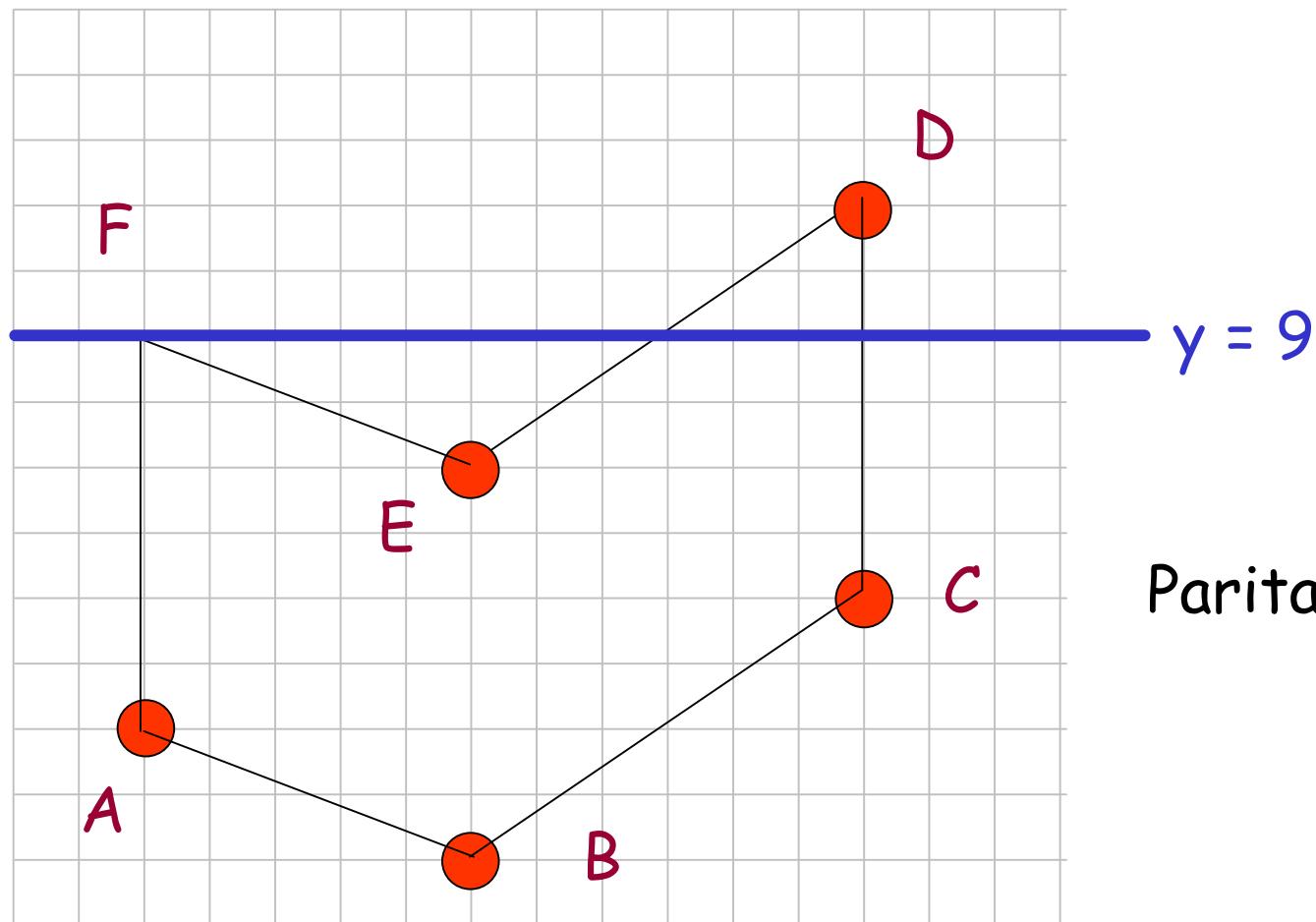
Algoritmul A3 - exemplu



Paritatea 1

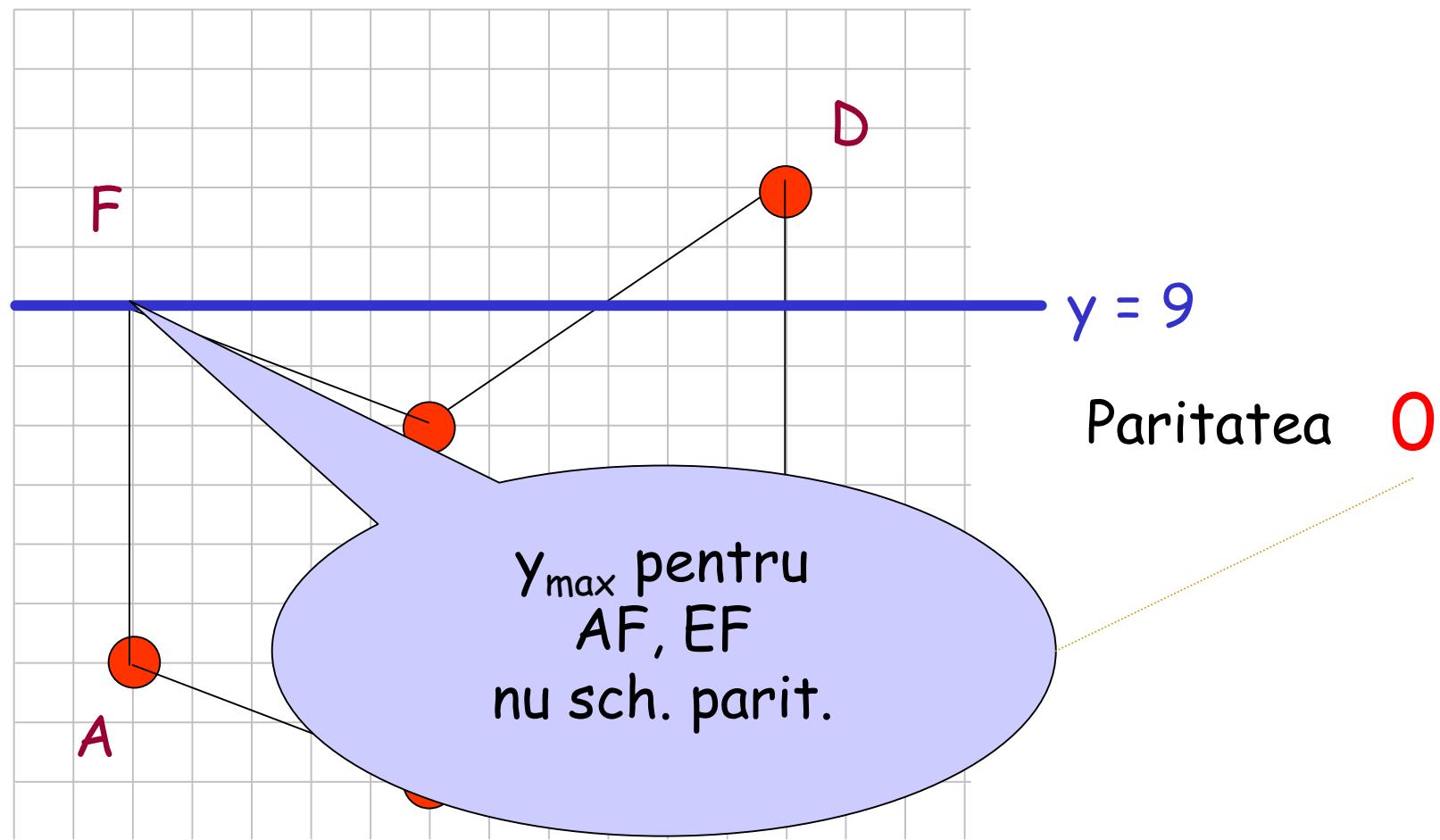
$$y = 1$$

Algoritmul A3 - exemplu

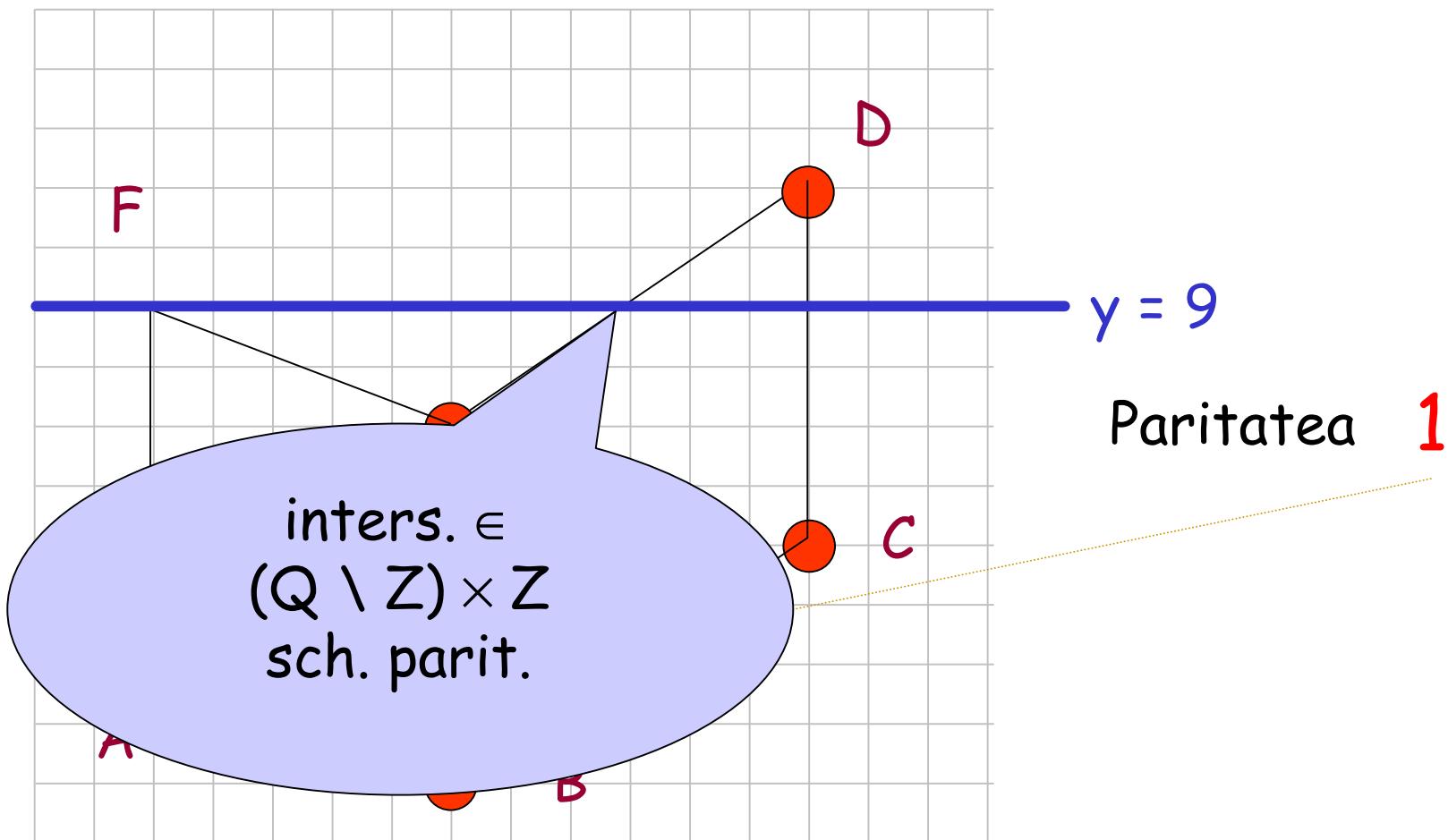


Grafica pe calculator

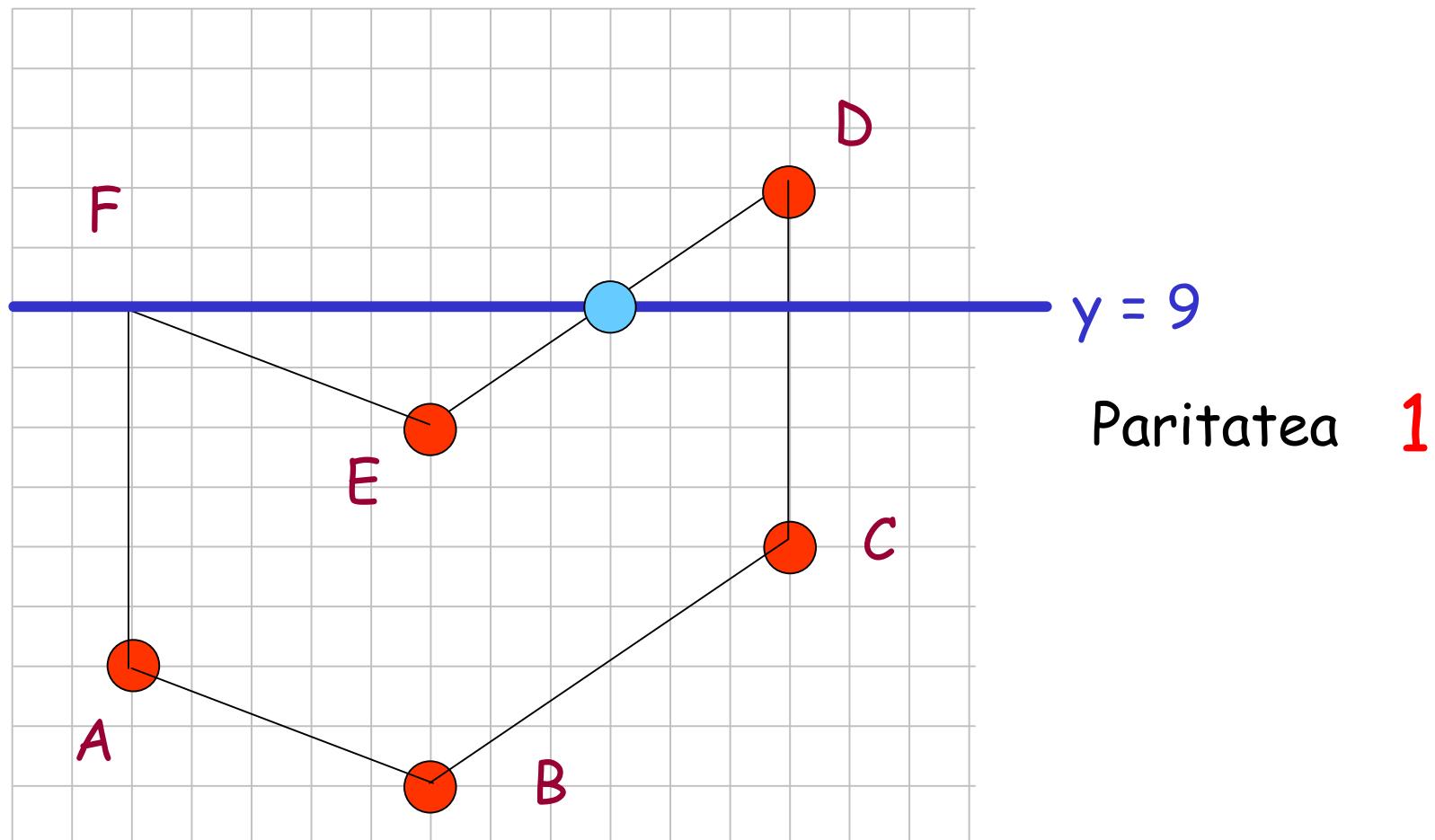
Algoritm A3 - exemplu



Algoritmul A3 - exemplu

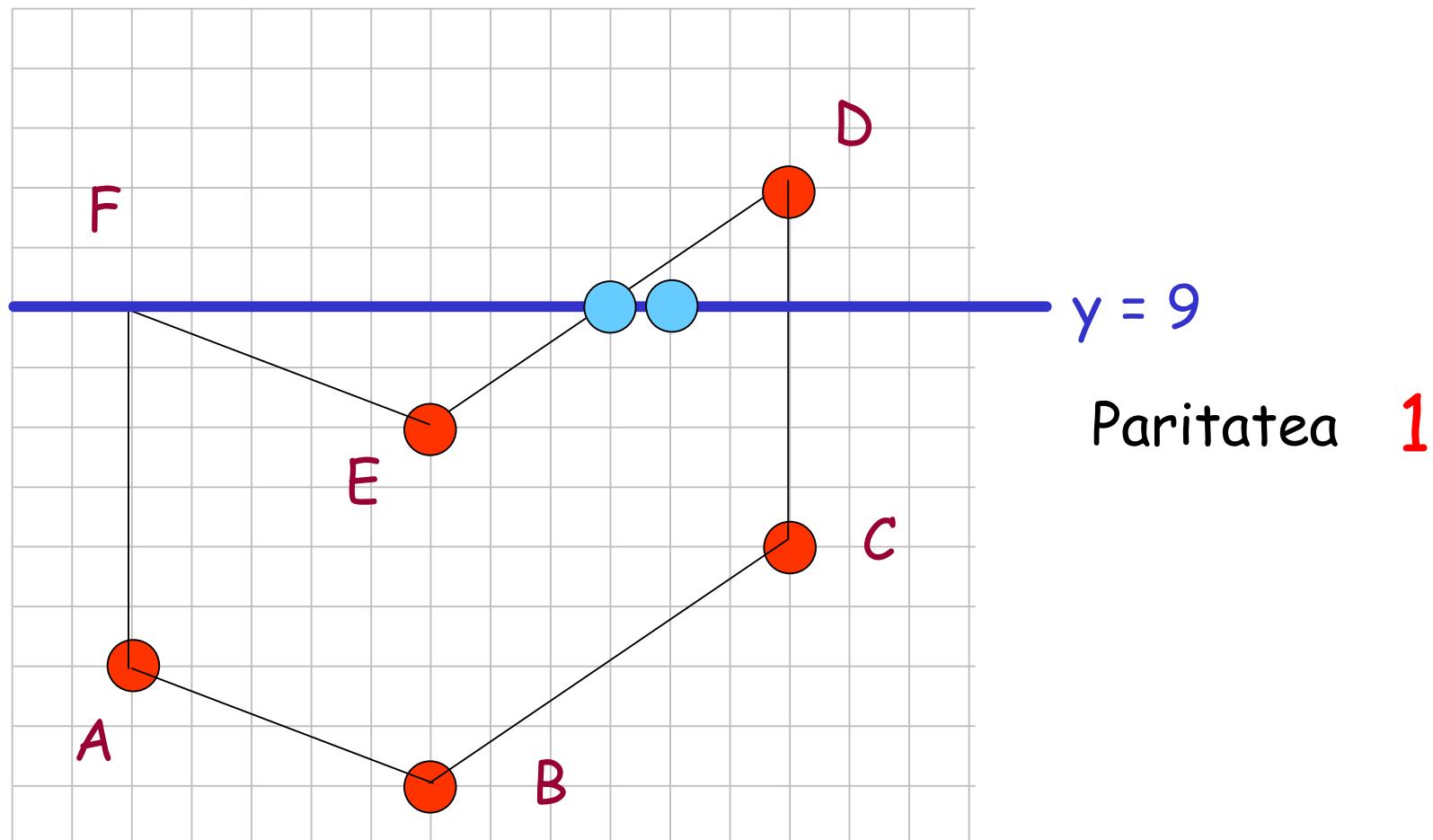


Algoritmul A3 - exemplu

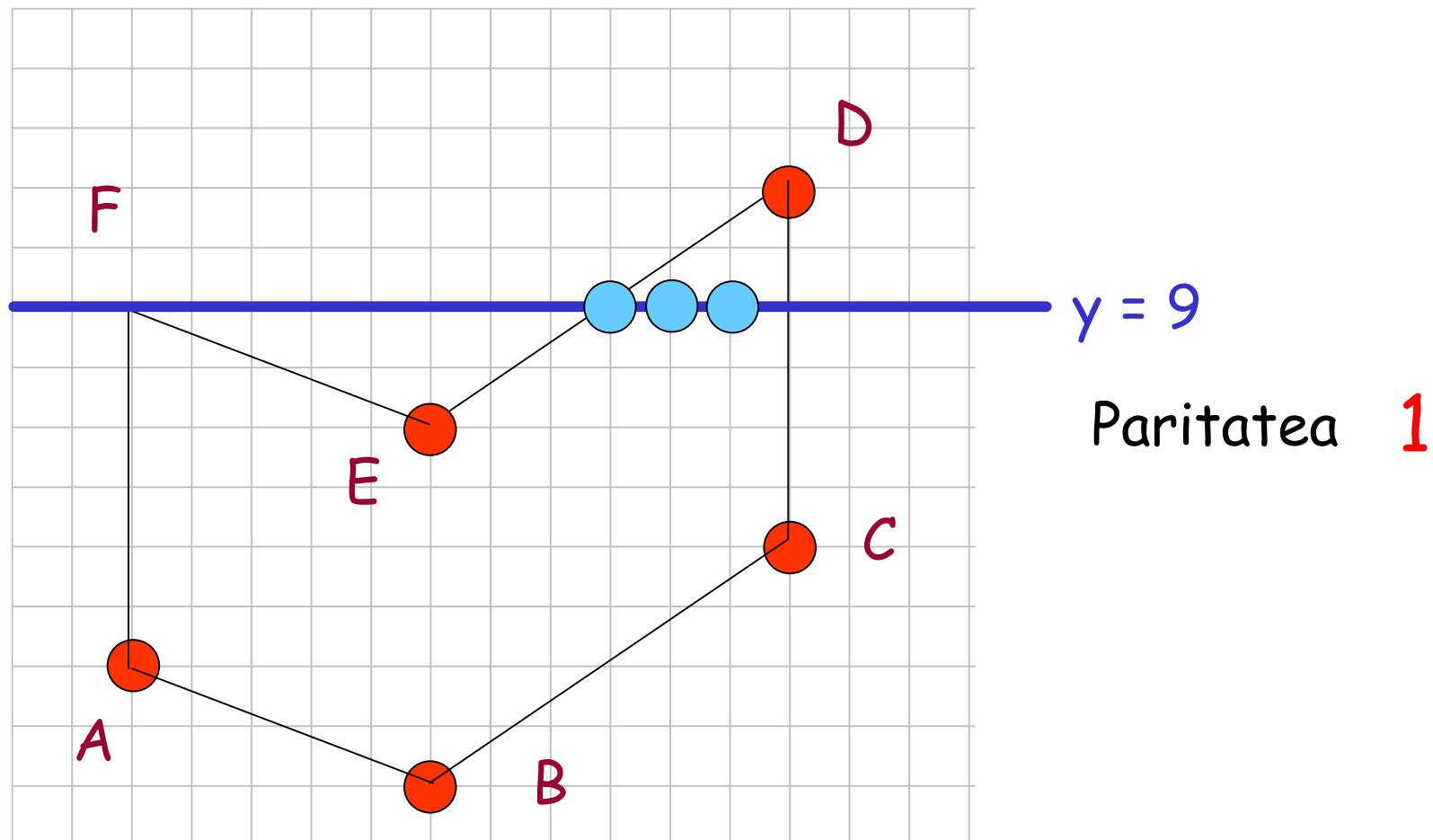


Grafica pe calculator

Algoritmul A3 - exemplu

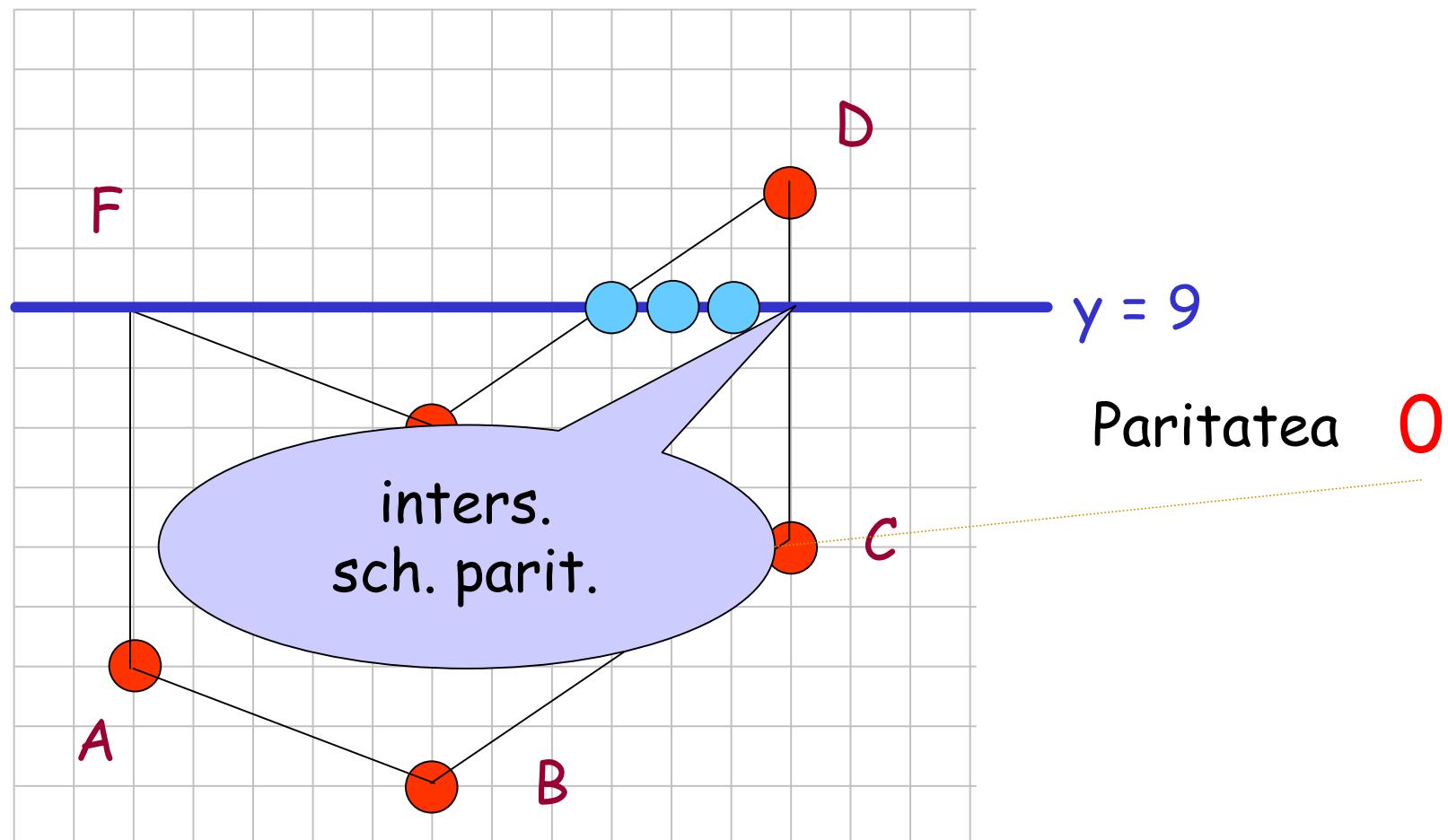


Algoritmul A3 - exemplu

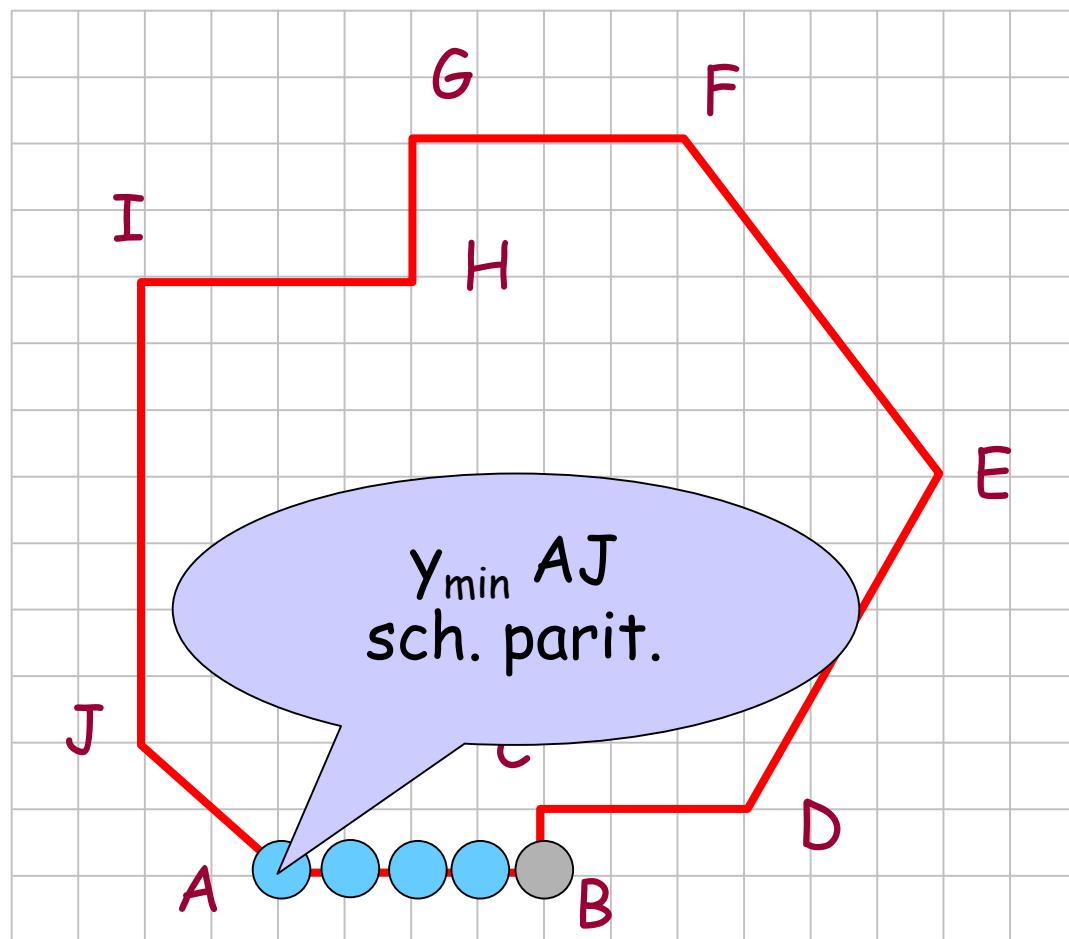


Grafica pe calculator

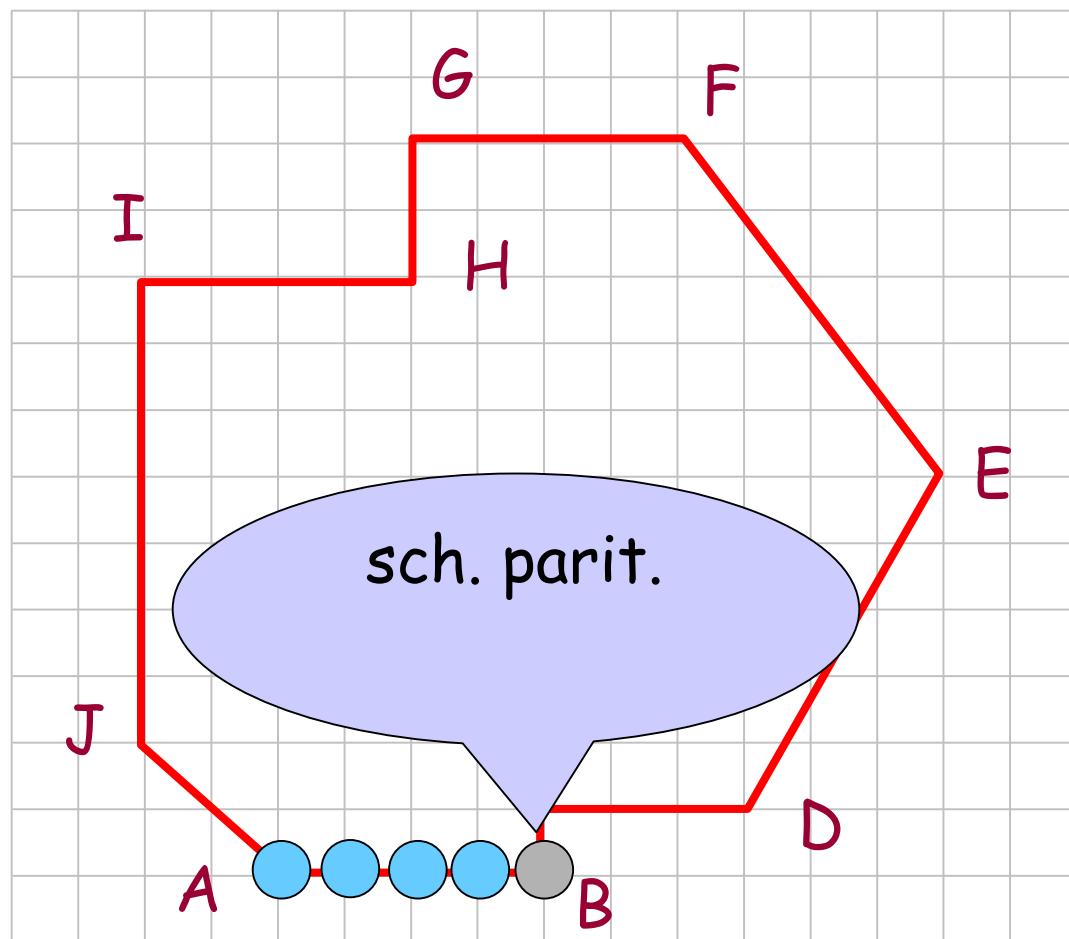
Algoritm A3 - exemplu



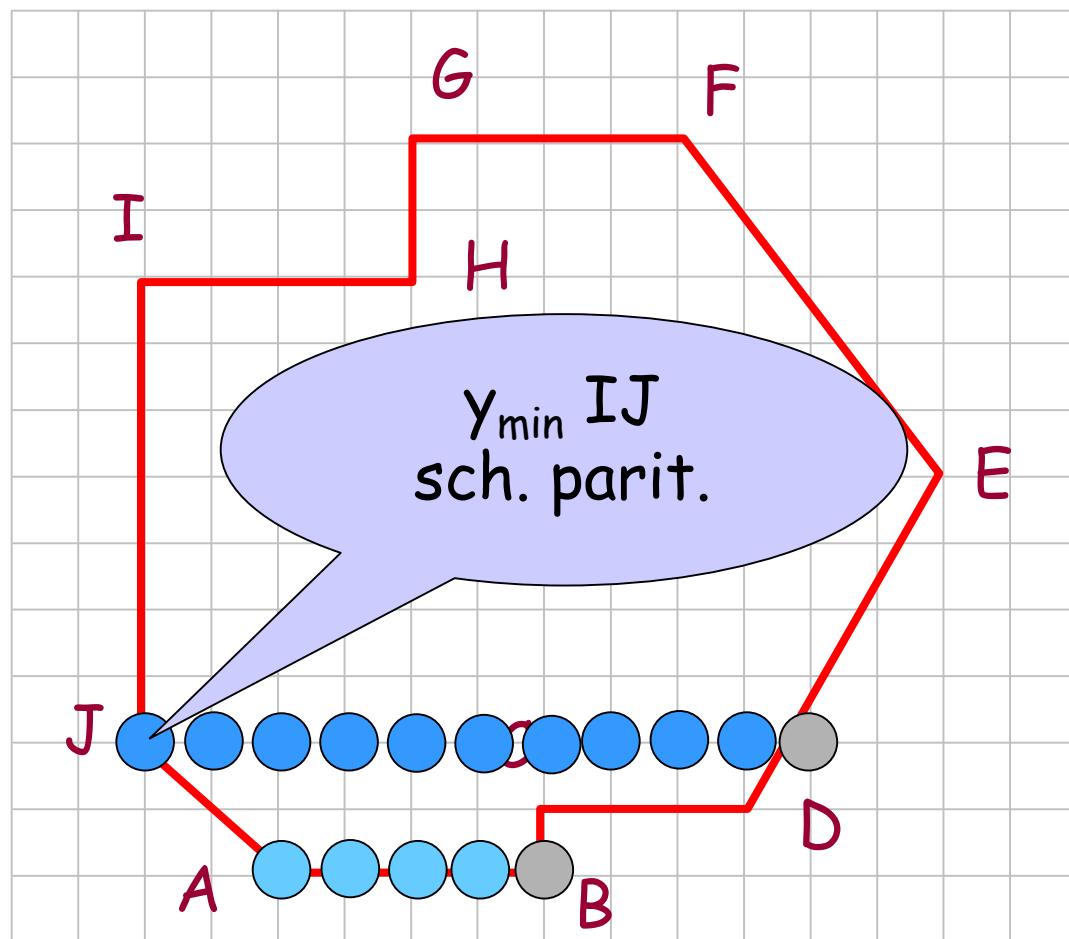
Algoritm A3 - muchii orizontale



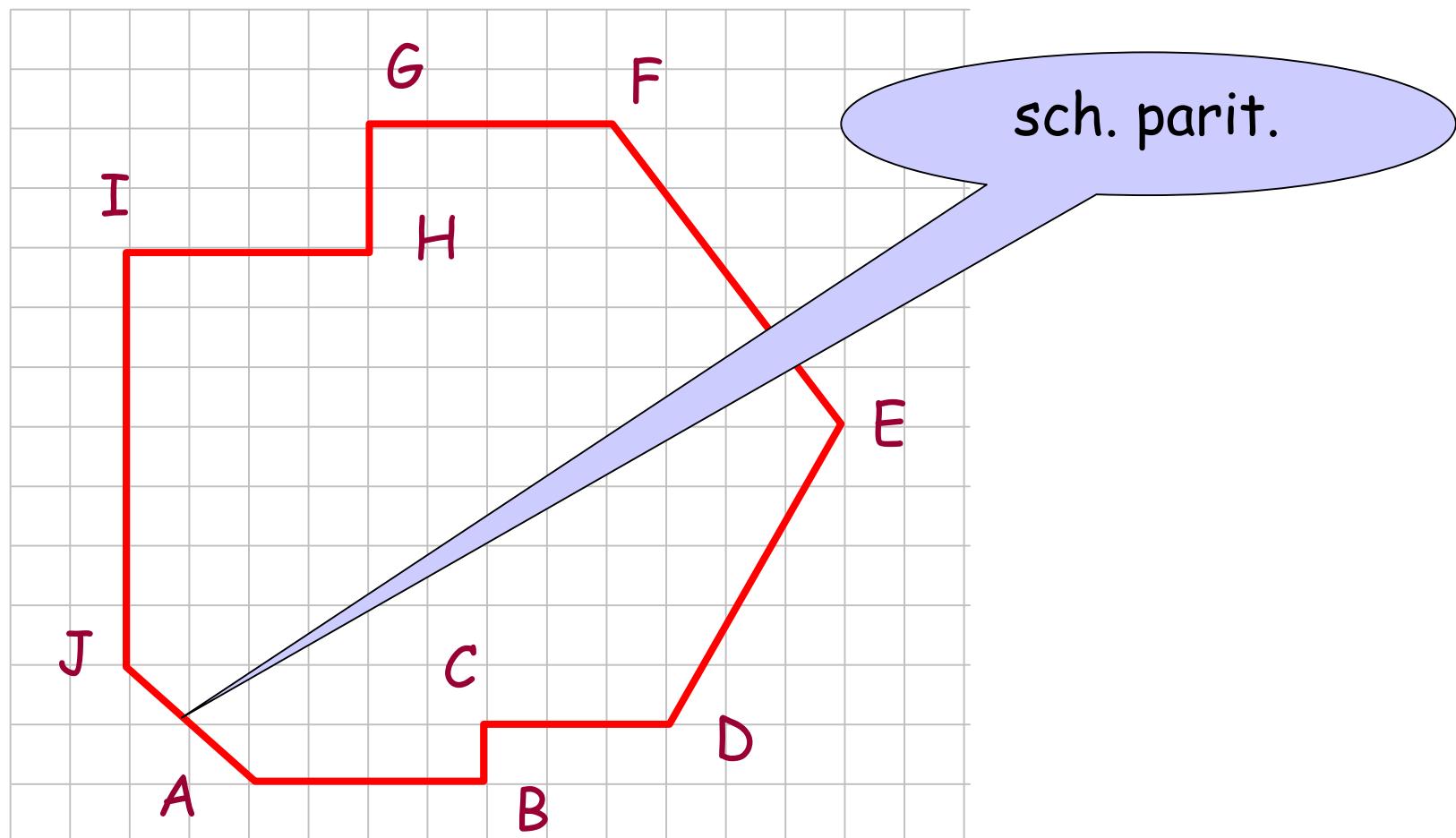
Algoritm A3 - muchii orizontale



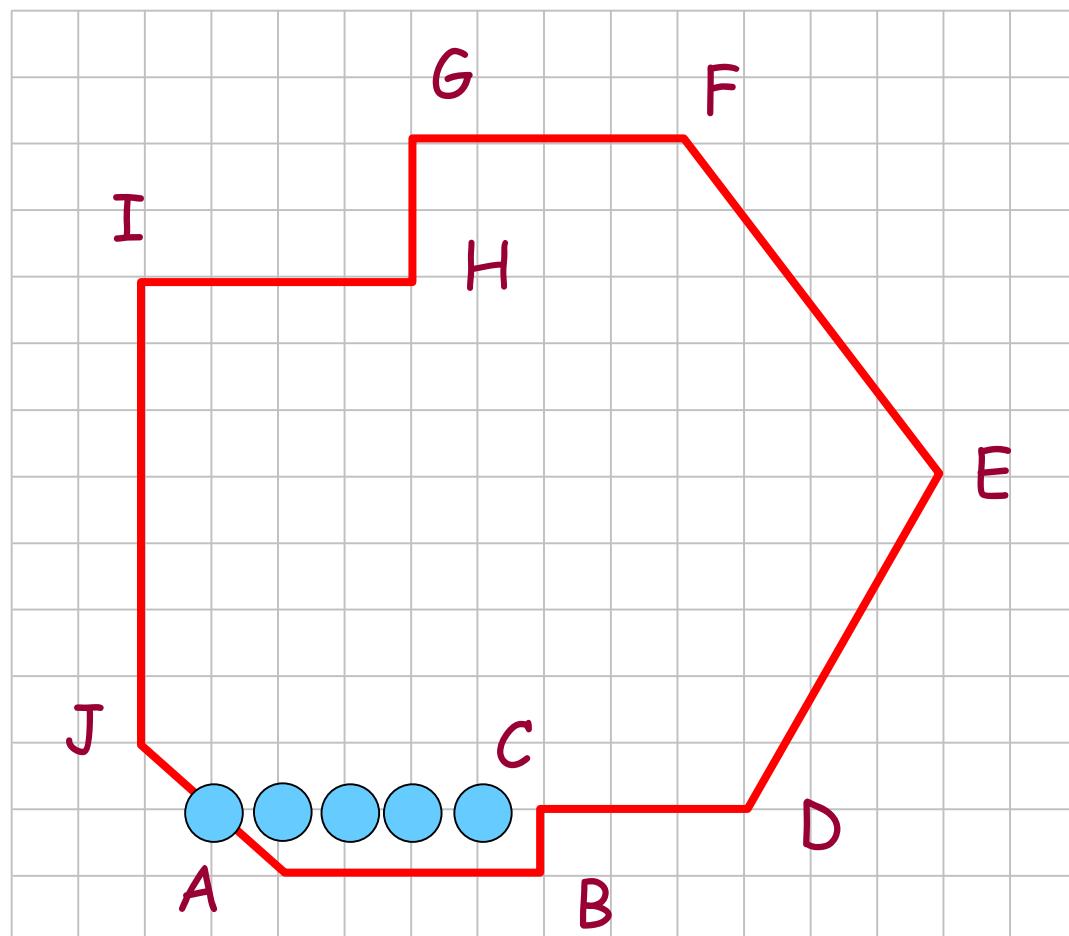
Algoritm A3 - muchii orizontale



Algoritm A3 - muchii orizontale



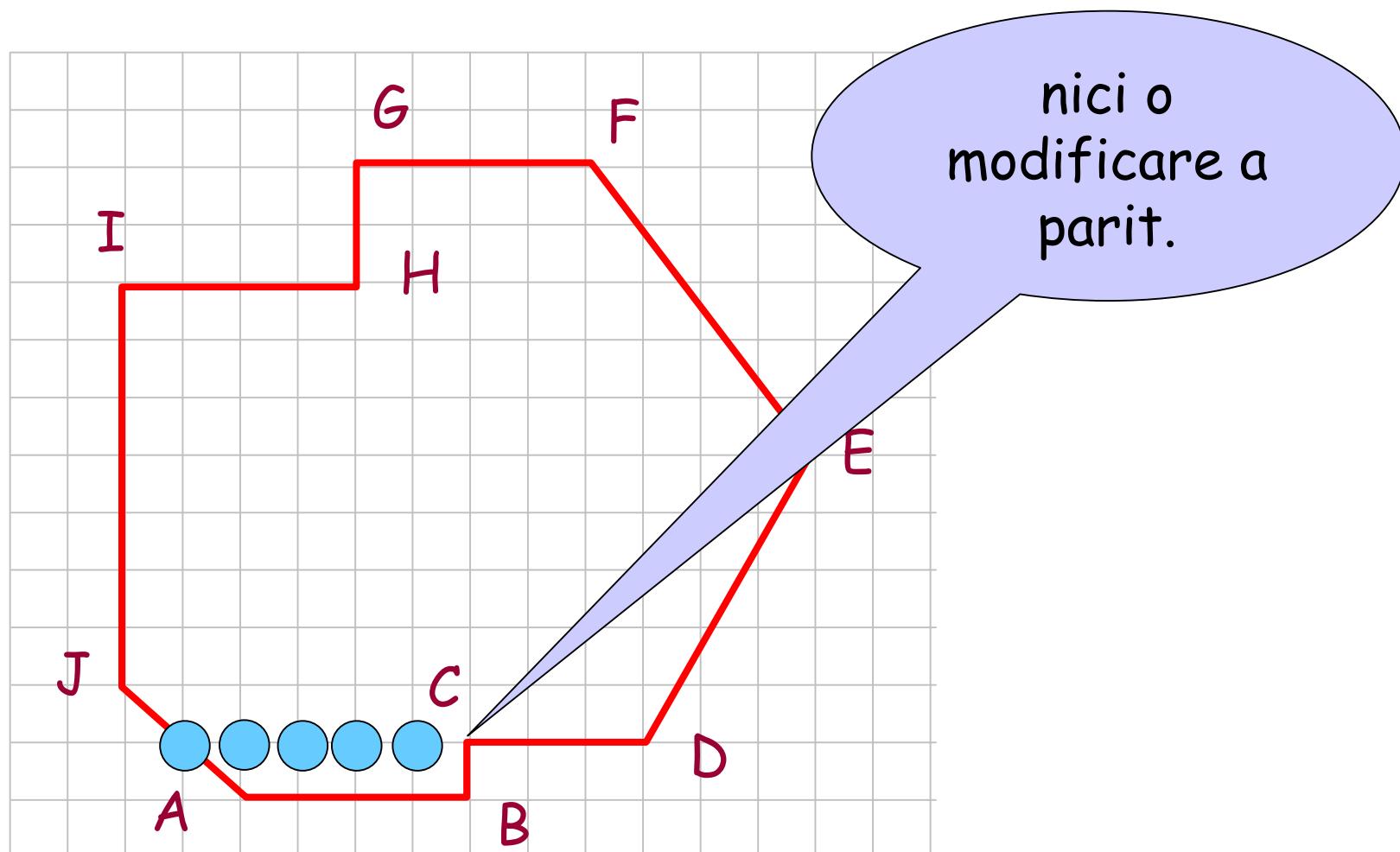
Algoritm A3 - muchii orizontale



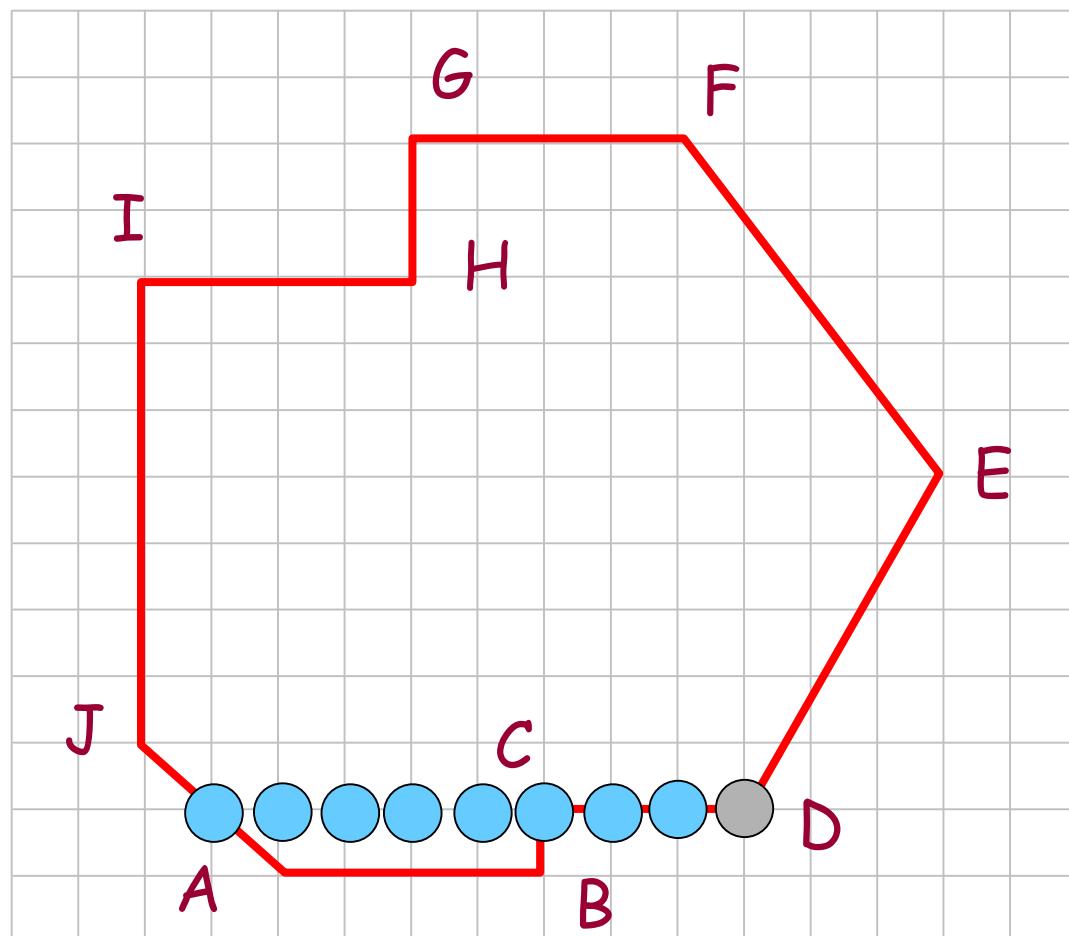
Grafica pe calculator

72

Algoritm A3 - muchii orizontale

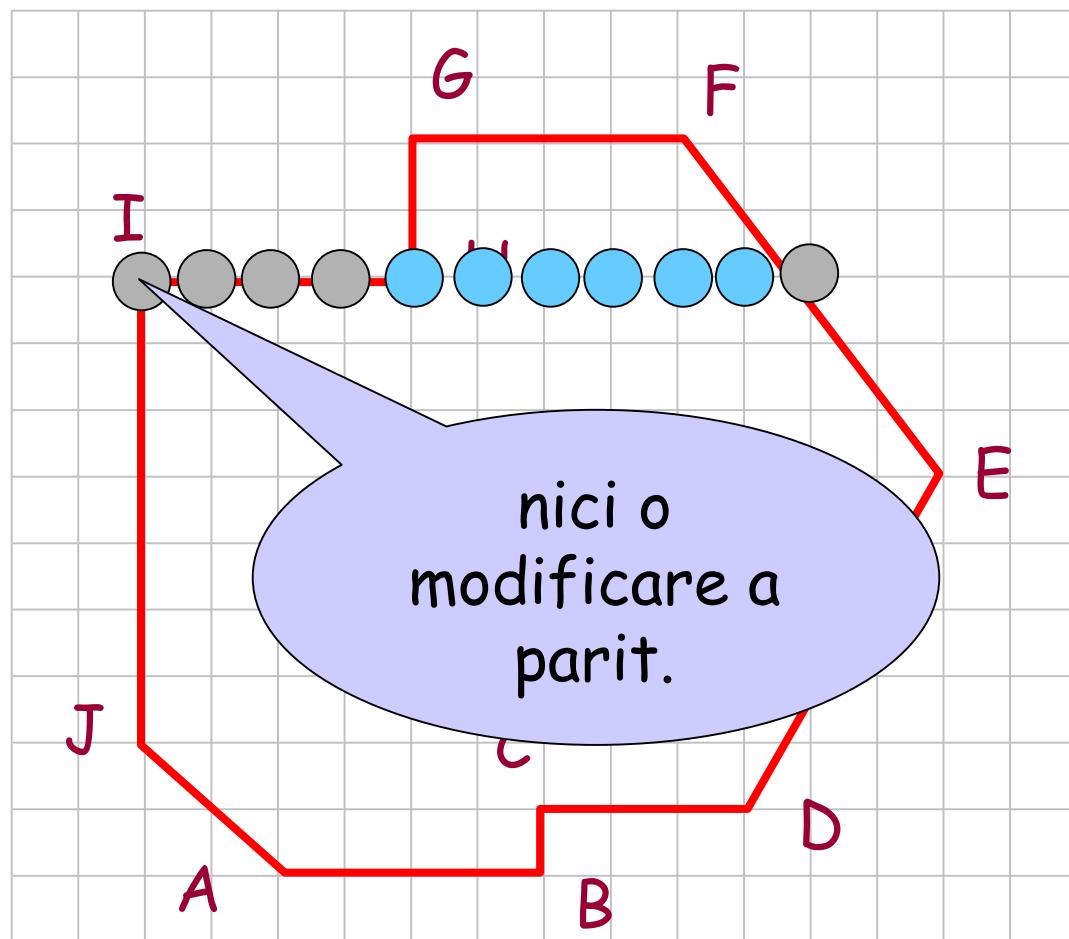


Algoritm A3 - muchii orizontale

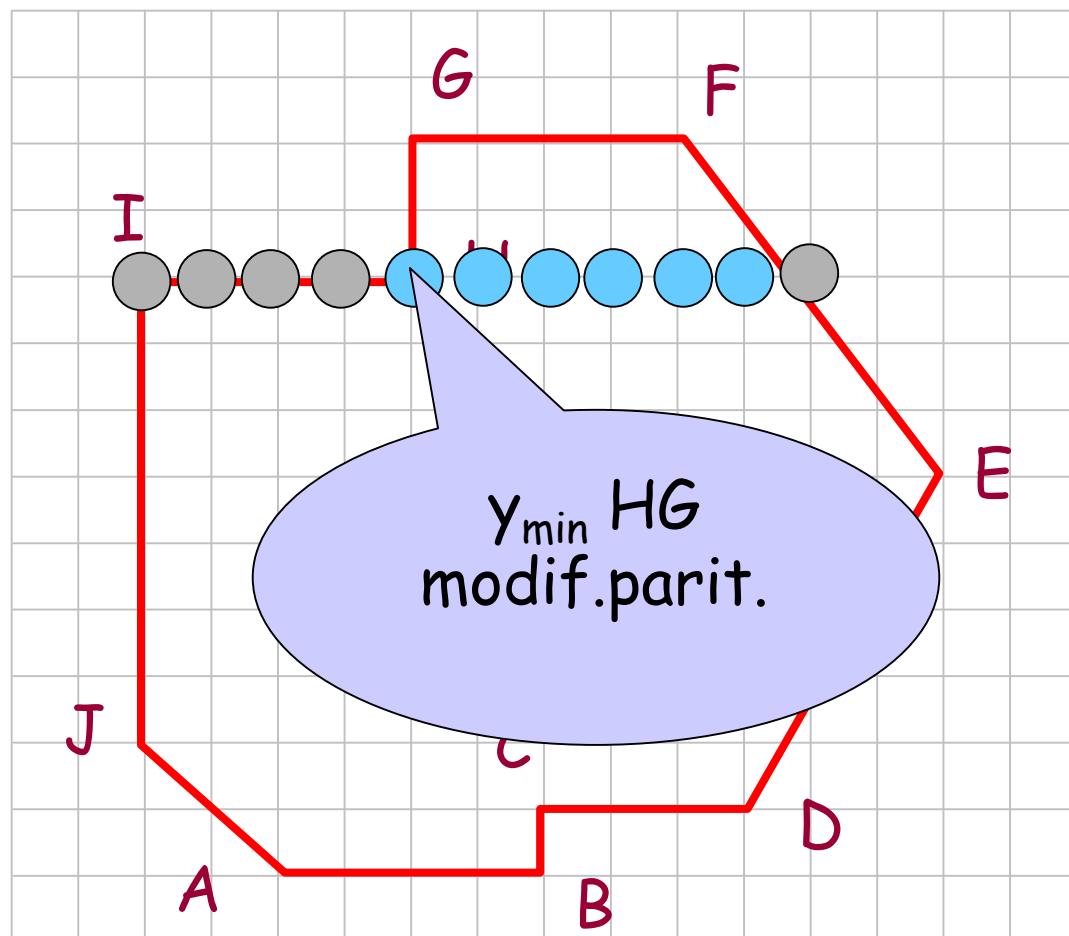


Grafica pe calculator

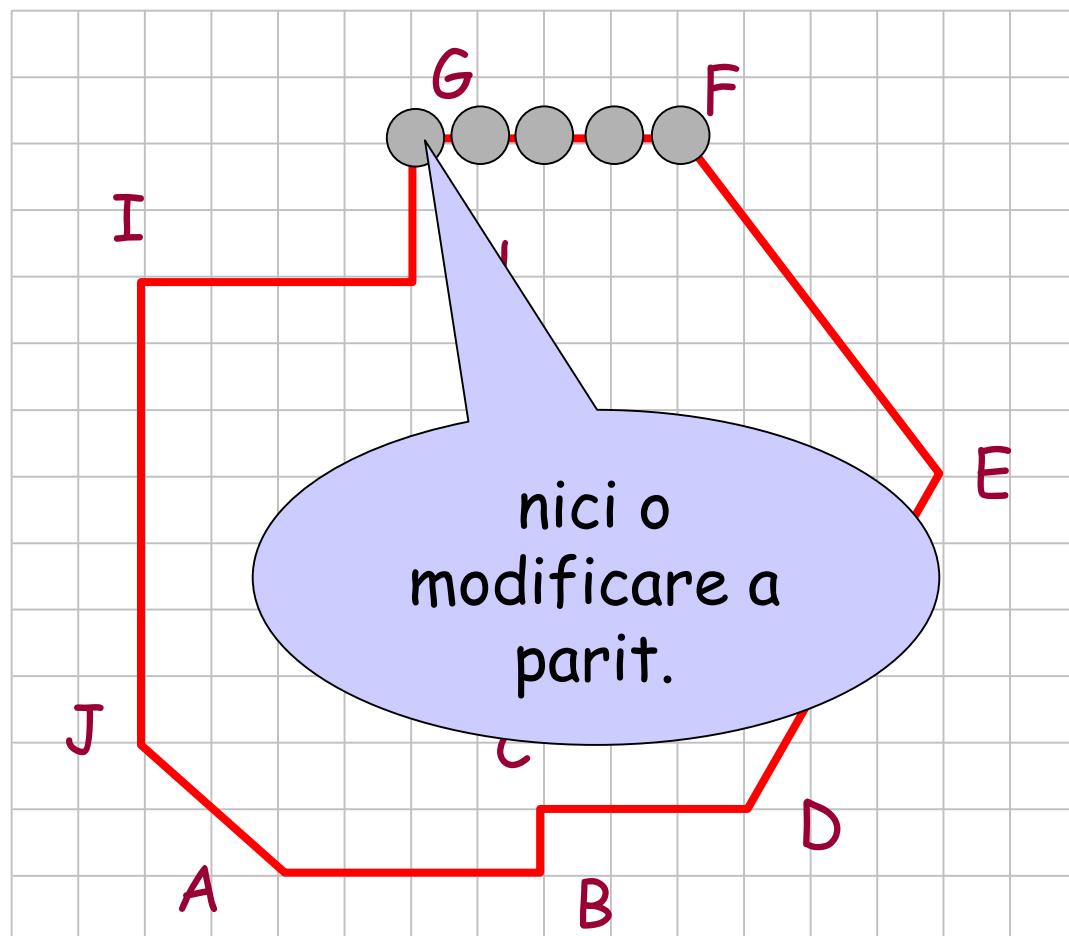
Algoritm A3 - muchii orizontale



Algoritm A3 - muchii orizontale



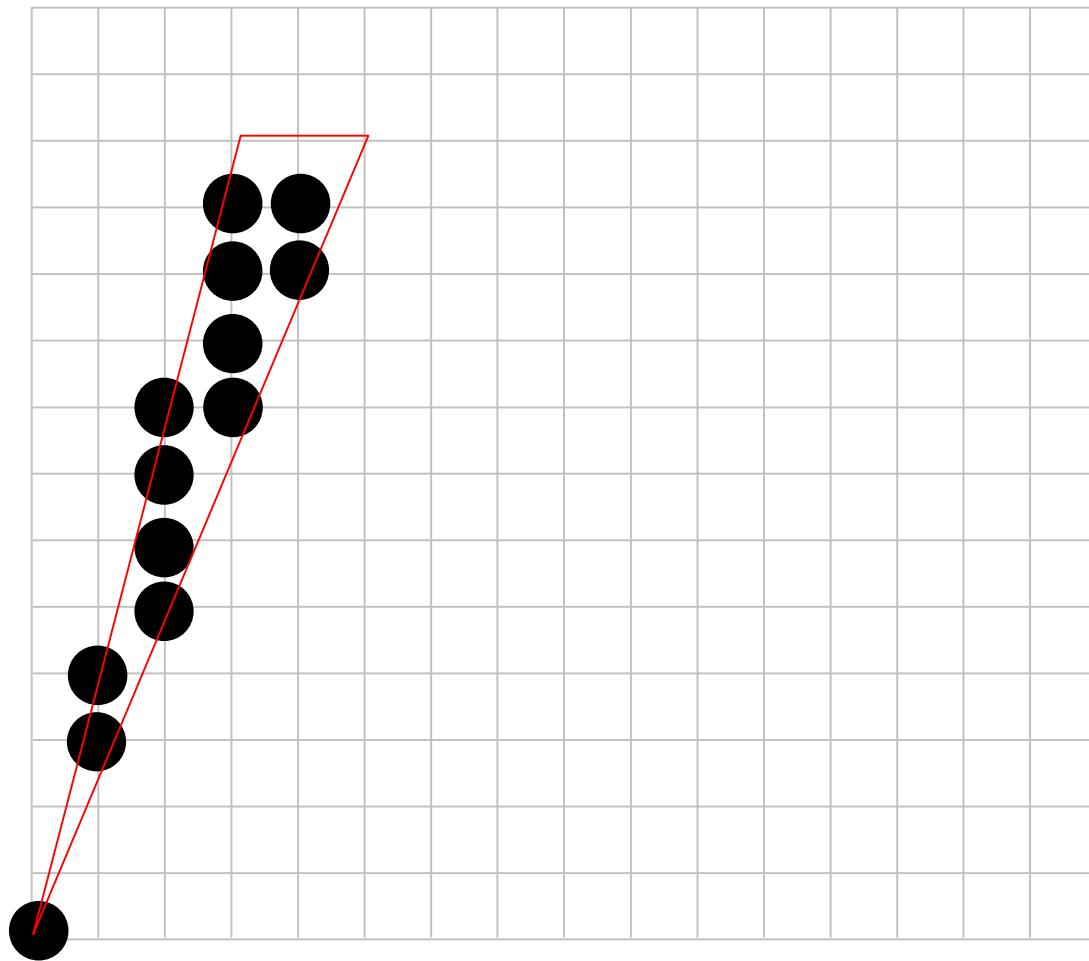
Algoritmul A3 - muchii orizontale



Desenarea primitivelor grafice 2D pe ecrane rastru

- Aschii

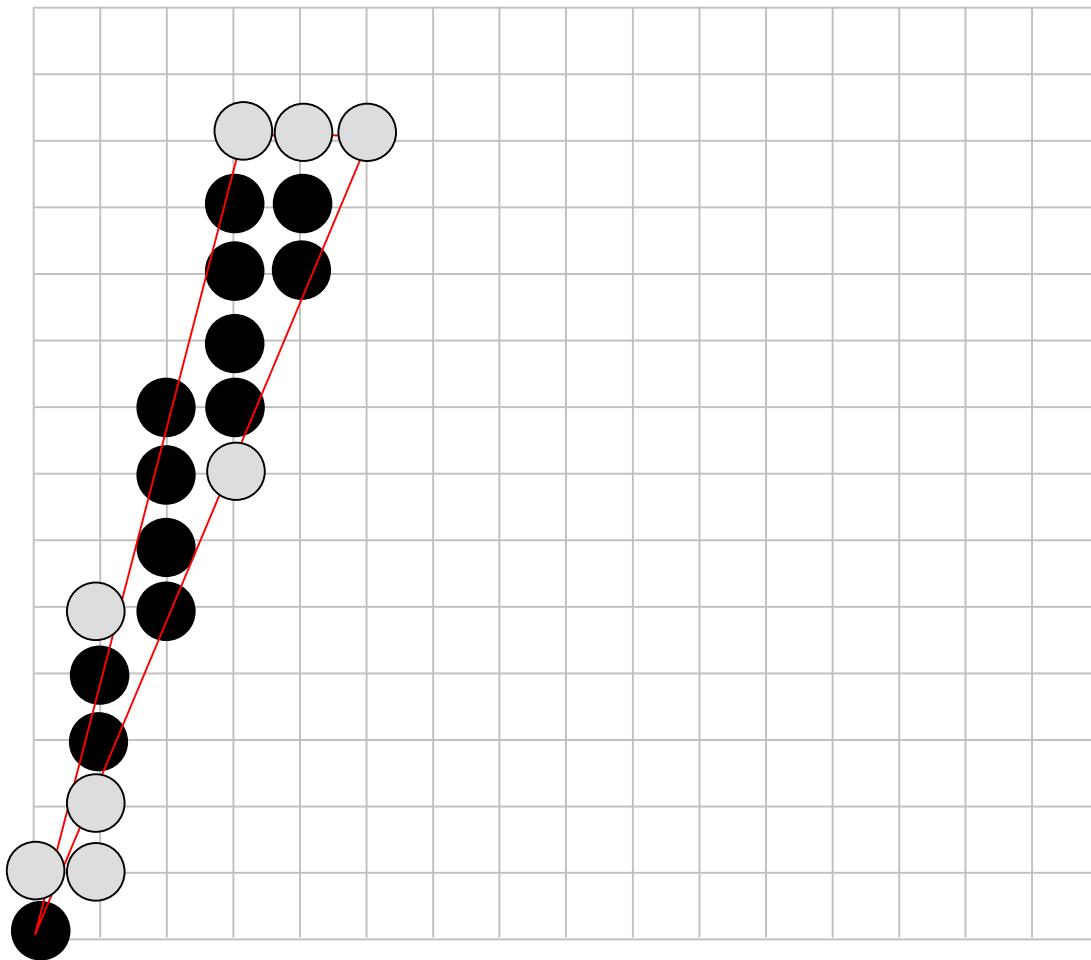
Aschii



Grafica pe calculator

79

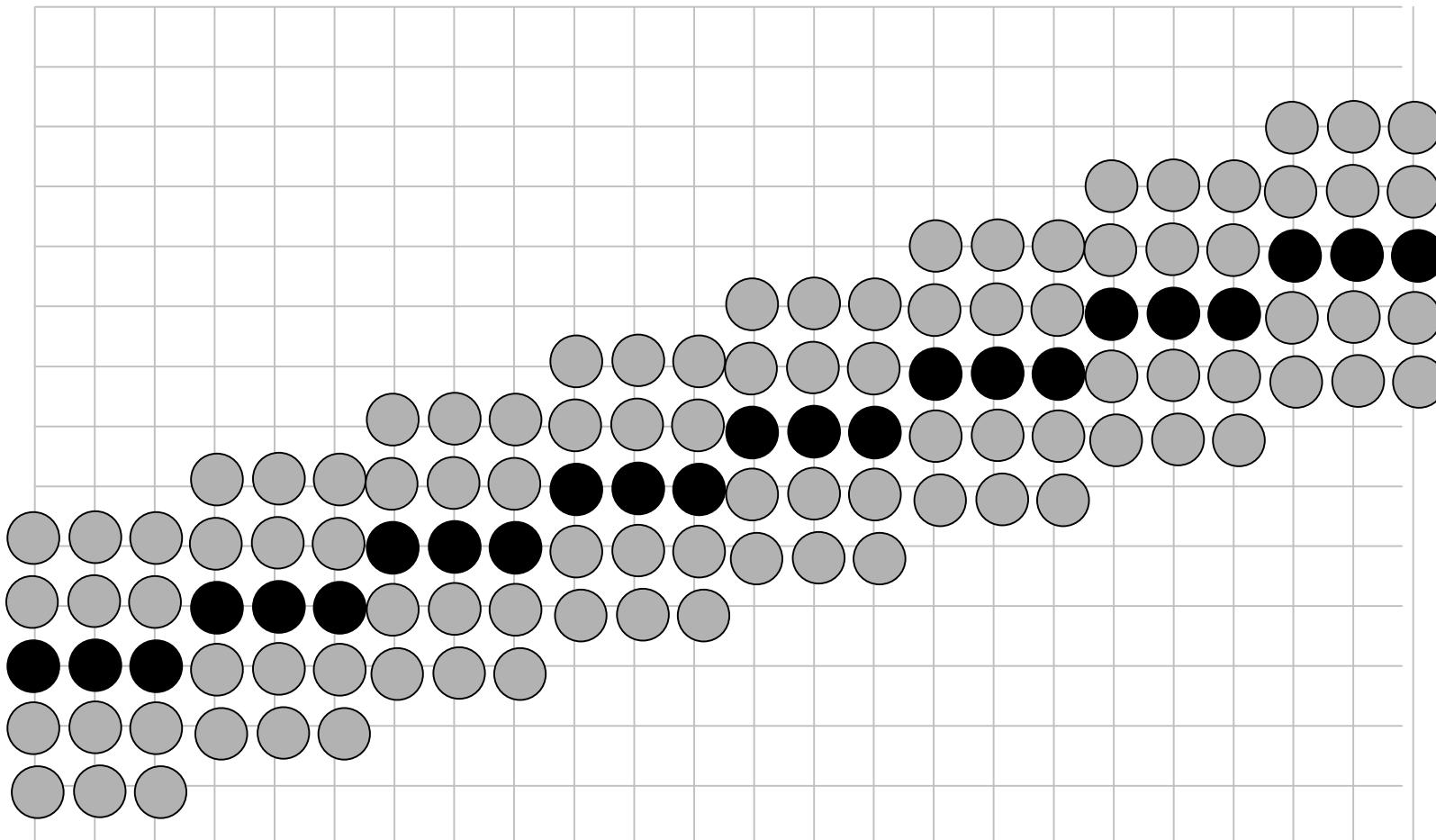
Aschii



Desenarea primitivelor grafice 2D pe ecrane rastru

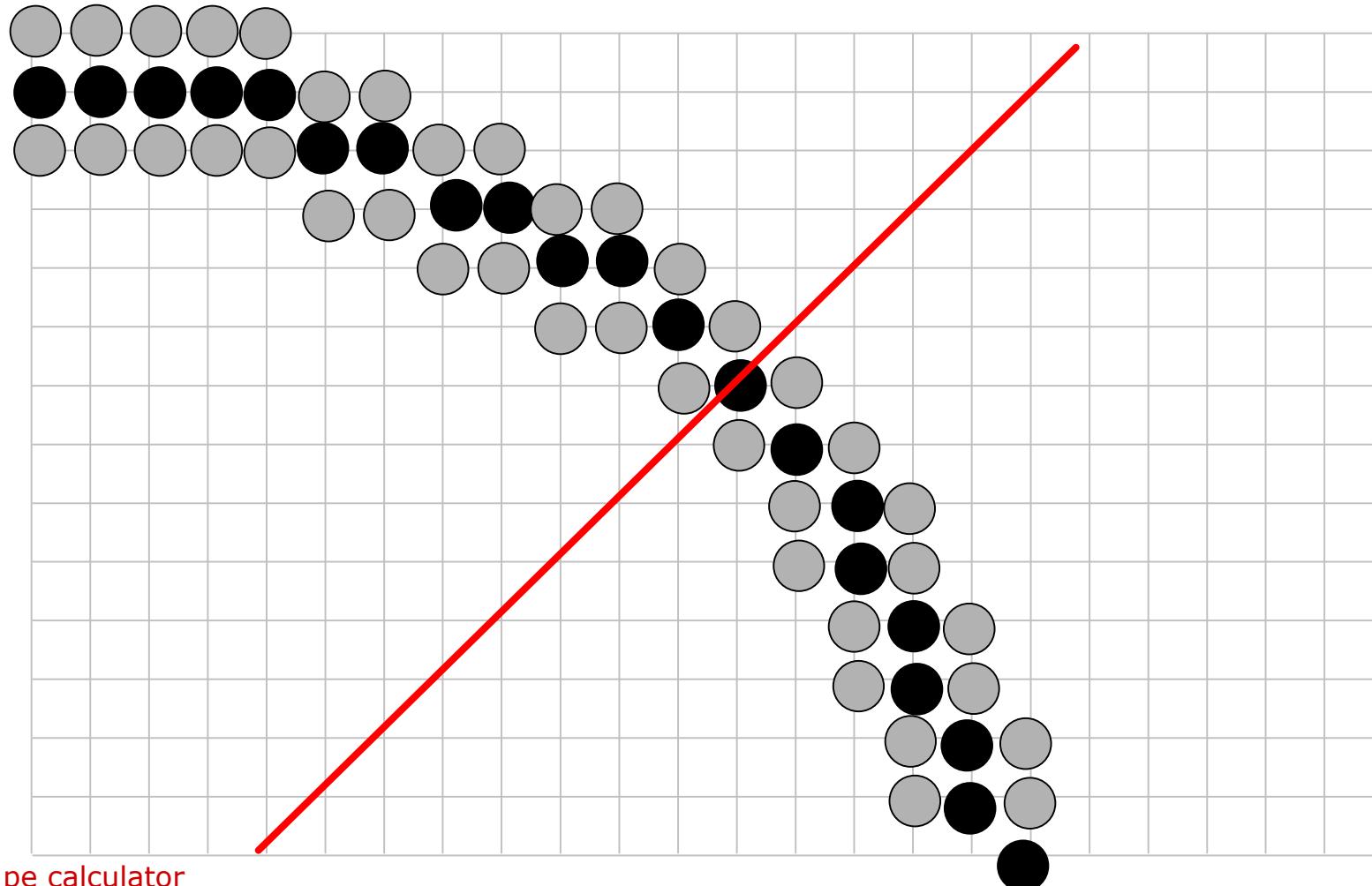
- Desenarea îngrosată a primitivelor

Desenarea îngrosată a primitivelor duplicarea pe linii/coloane



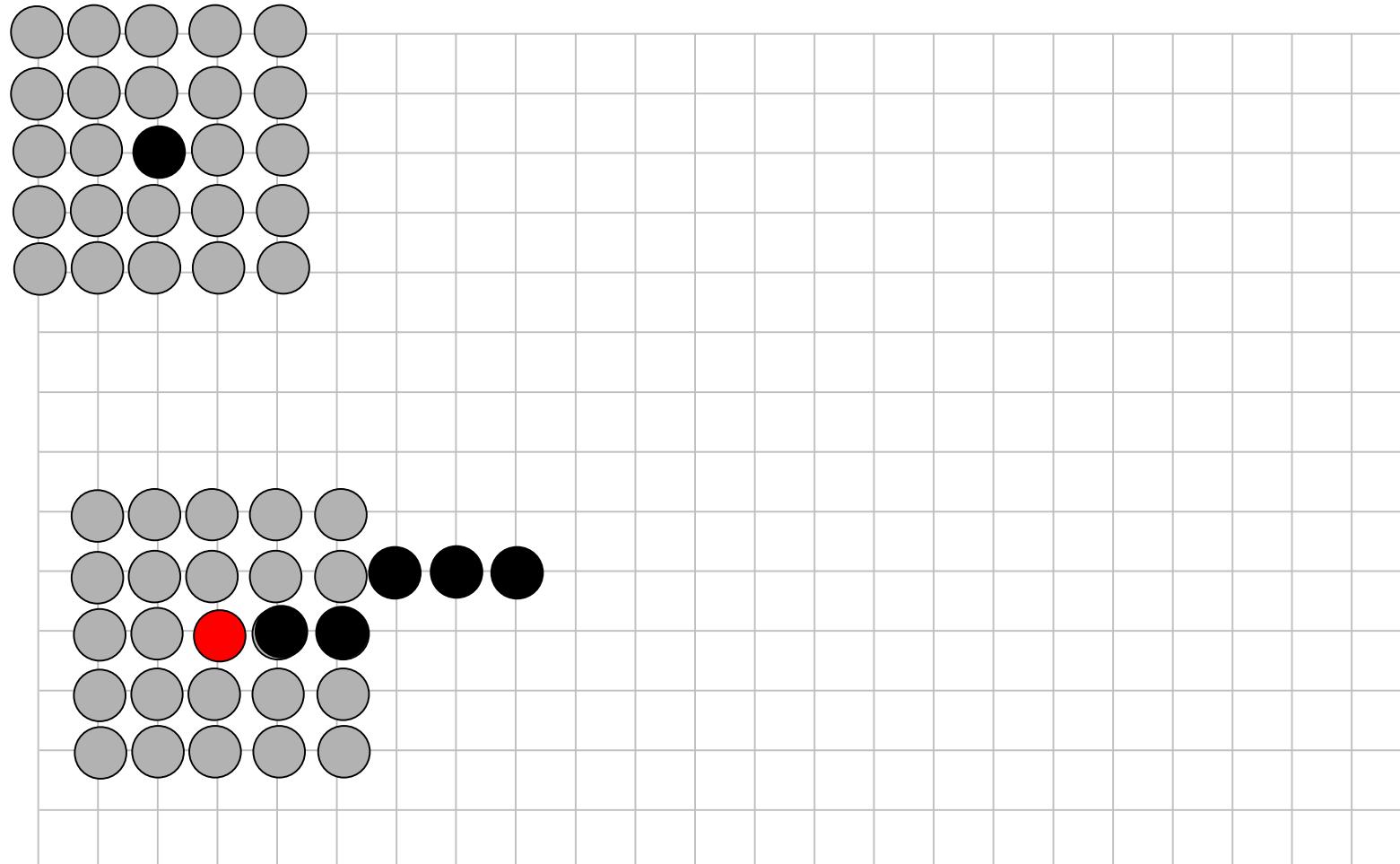
Grafica pe calculator

Desenarea îngrosată a primitivelor duplicarea pe linii/coloane



Grafica pe calculator

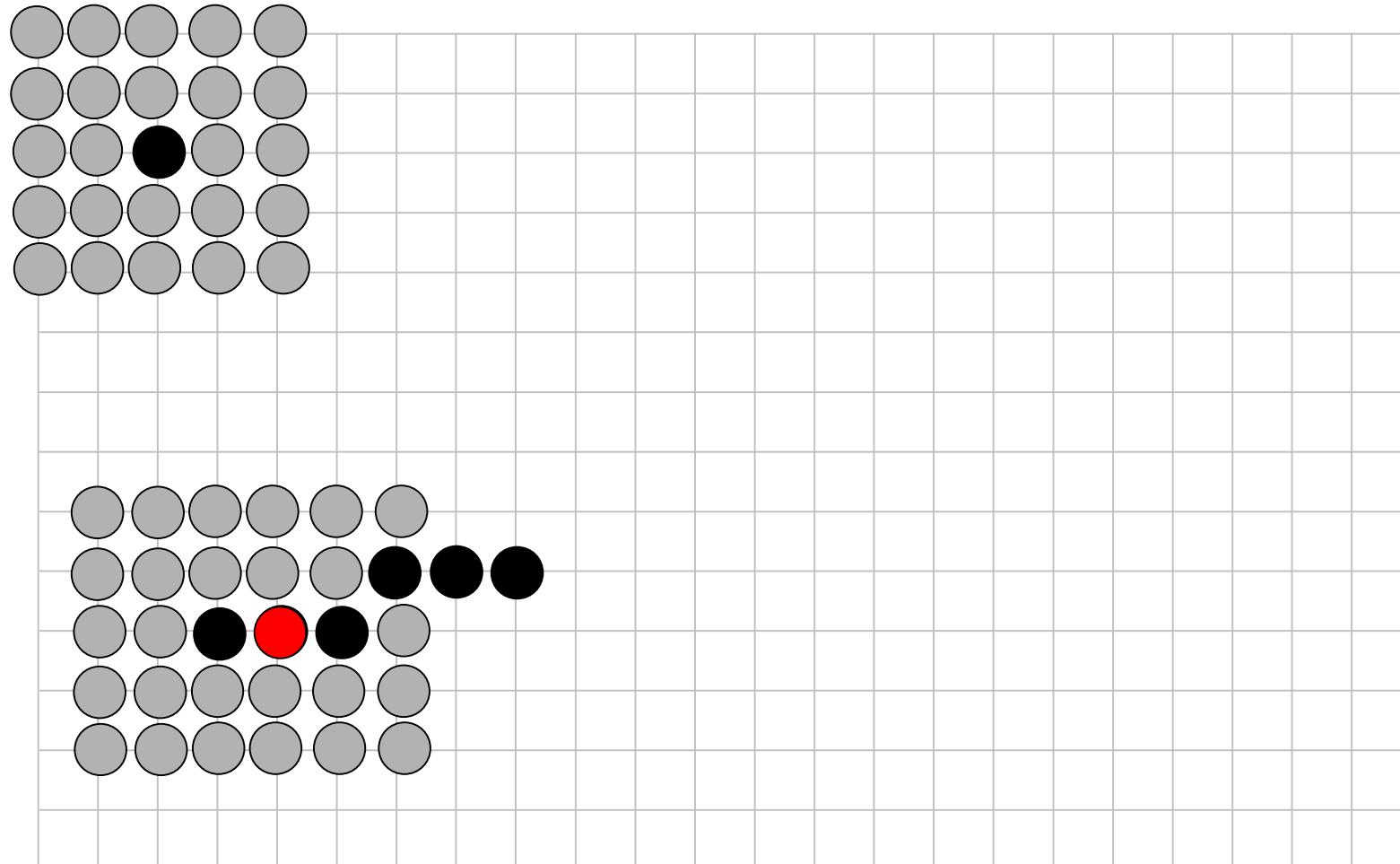
Desenarea îngrosată a primitivelor deplasare “creion”



Grafica pe calculator

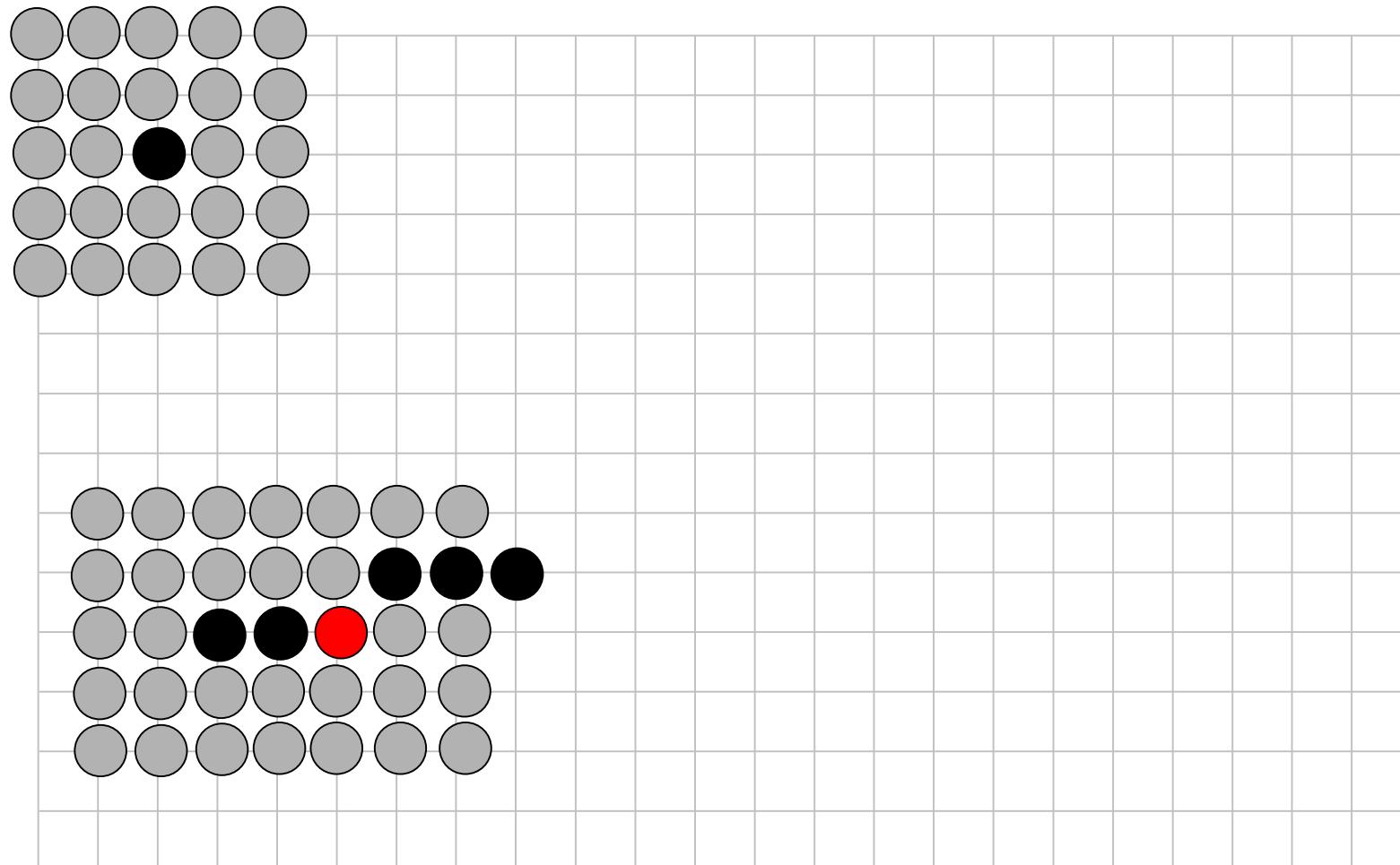
84

Desenarea îngrosată a primitivelor deplasare “creion”



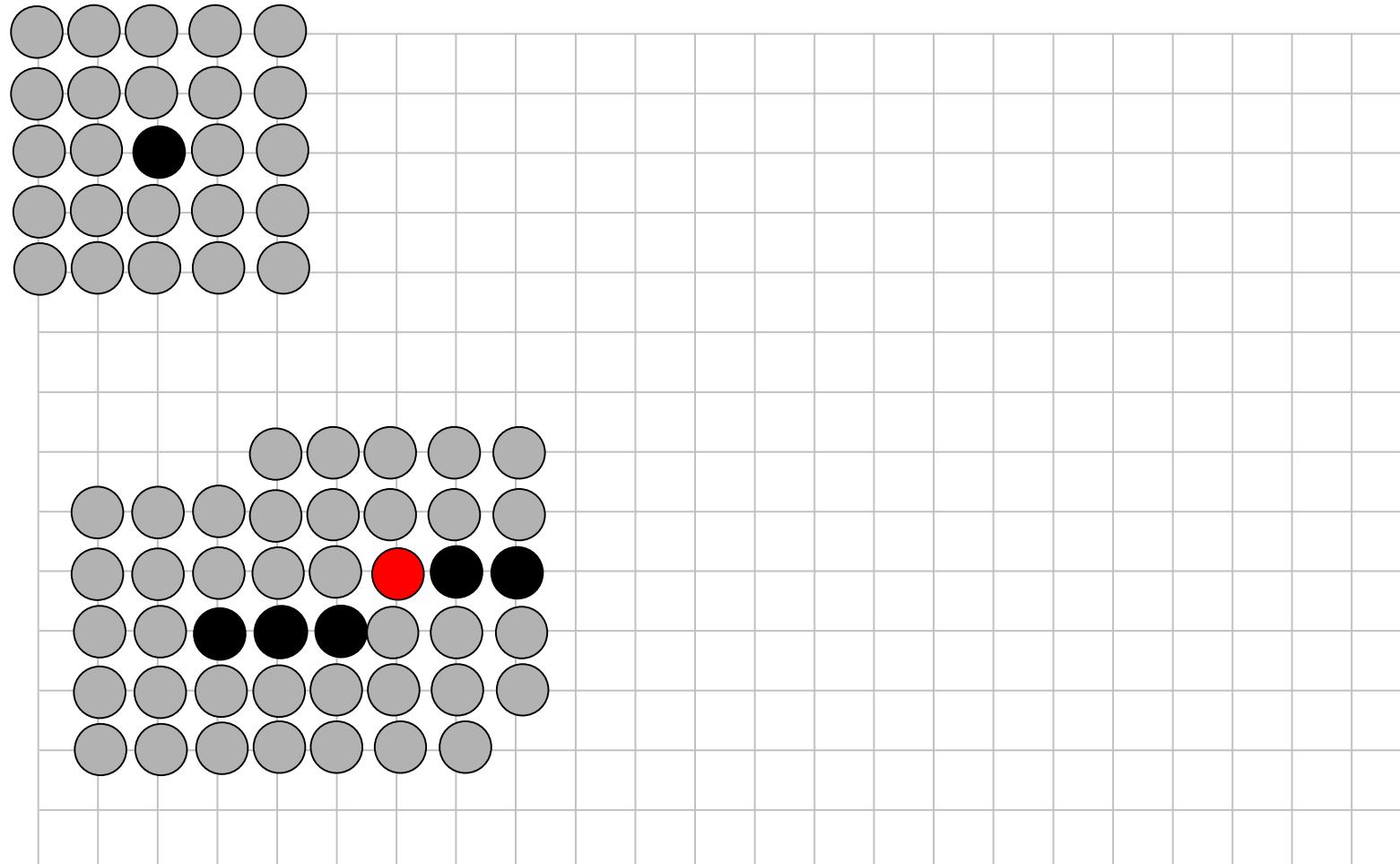
Grafica pe calculator

Desenarea îngrosată a primitivelor deplasare “creion”



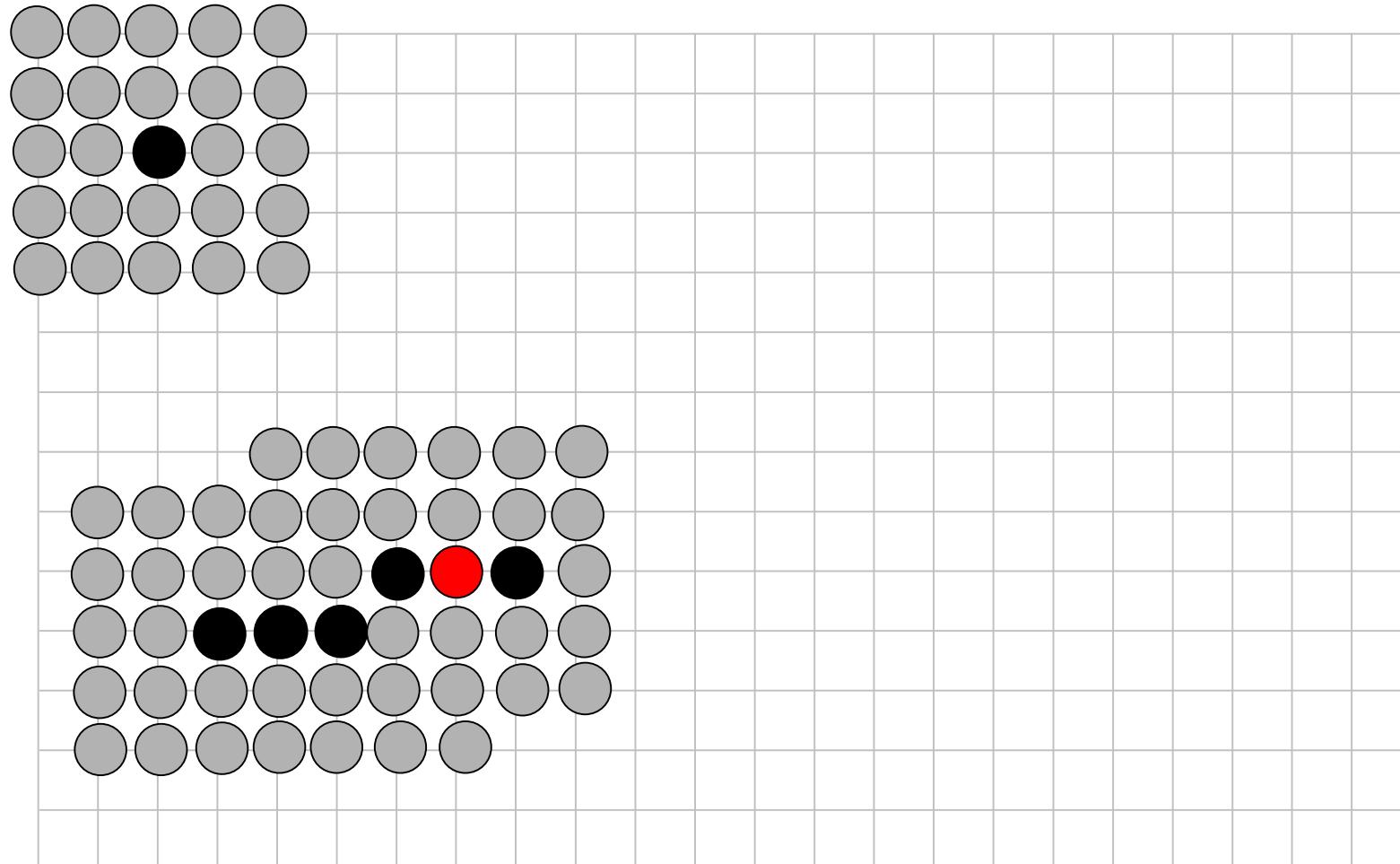
Grafica pe calculator

Desenarea îngrosată a primitivelor deplasare “creion”



Grafica pe calculator

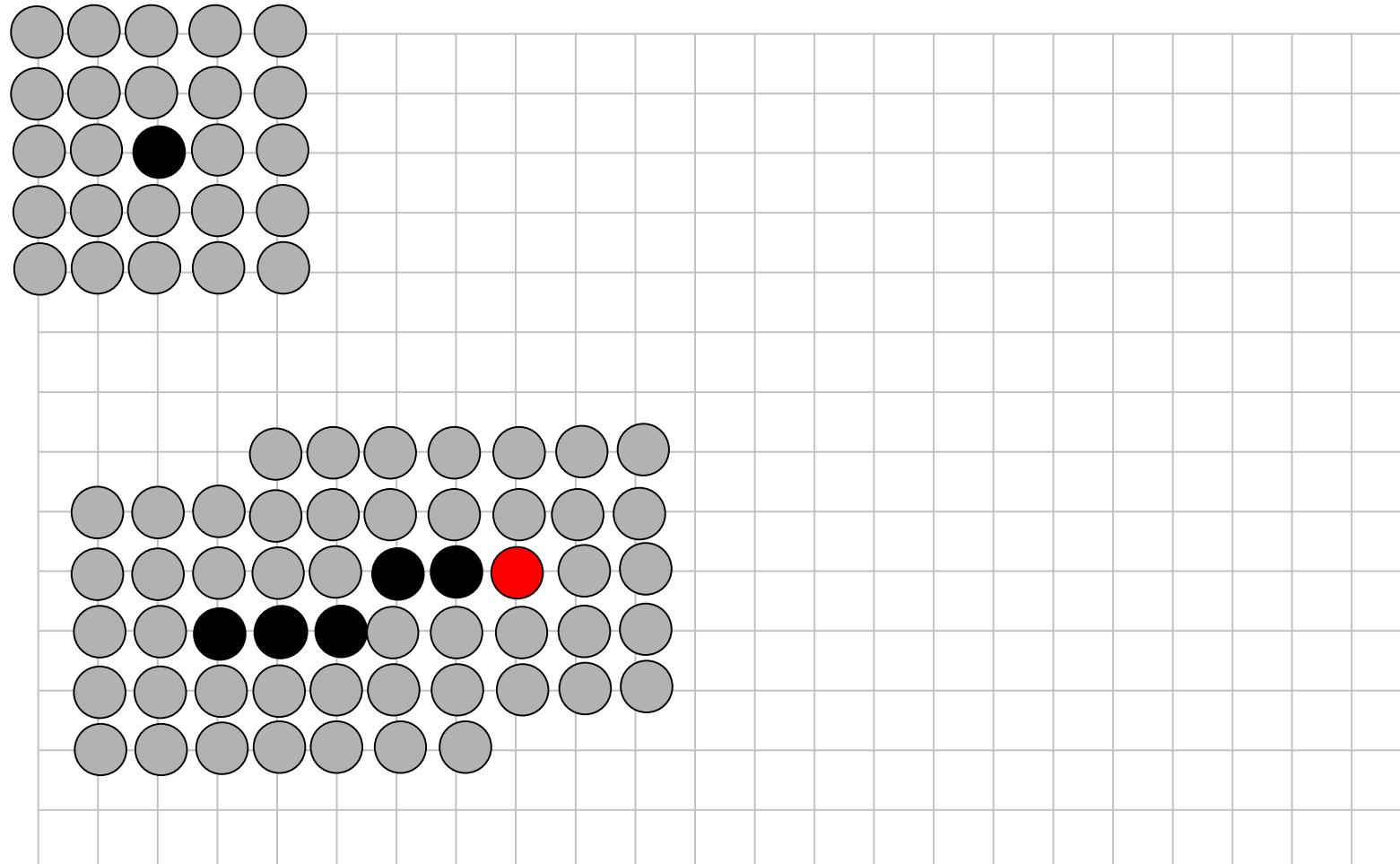
Desenarea îngrosată a primitivelor deplasare “creion”



Grafica pe calculator

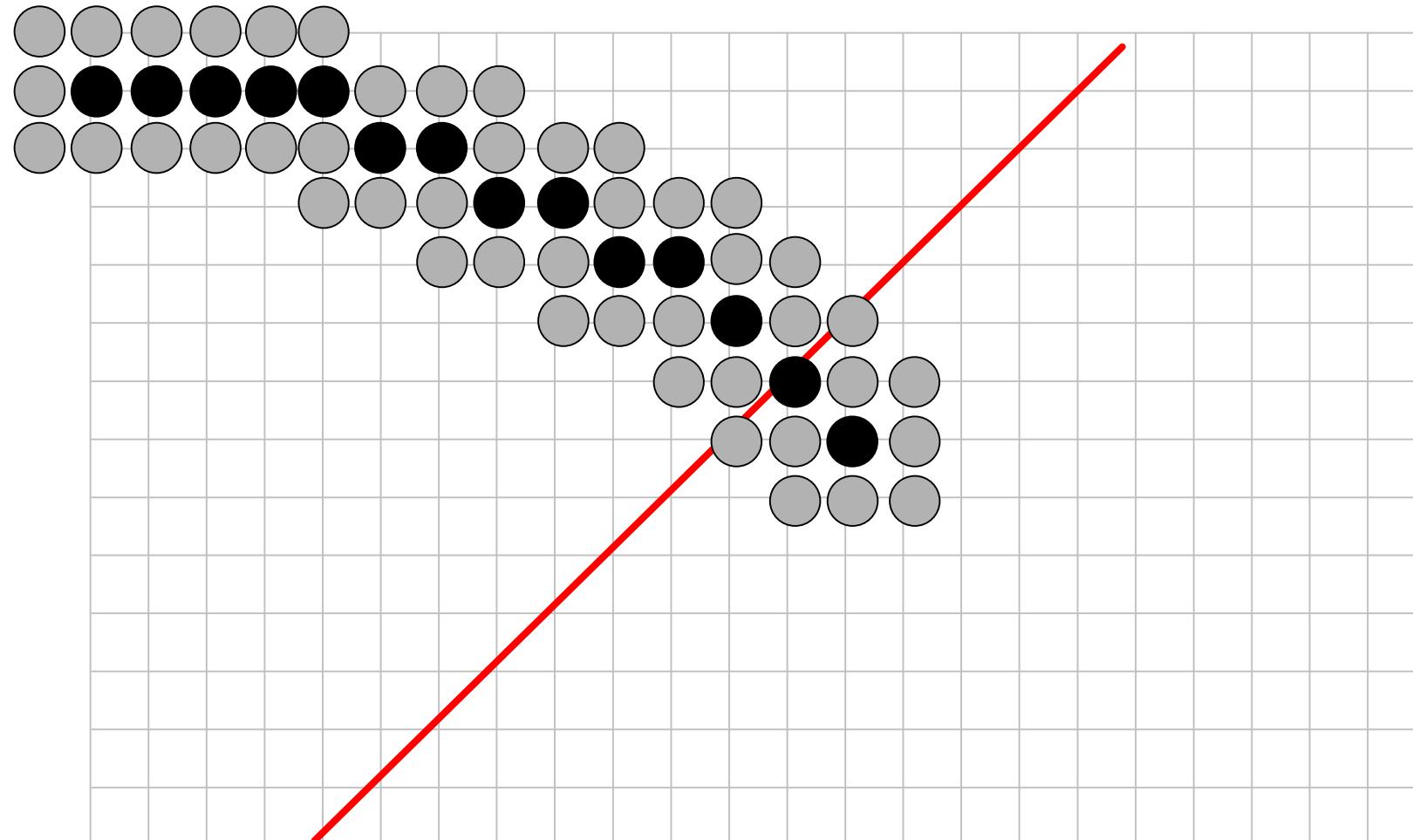
88

Desenarea îngrosată a primitivelor deplasare “creion”



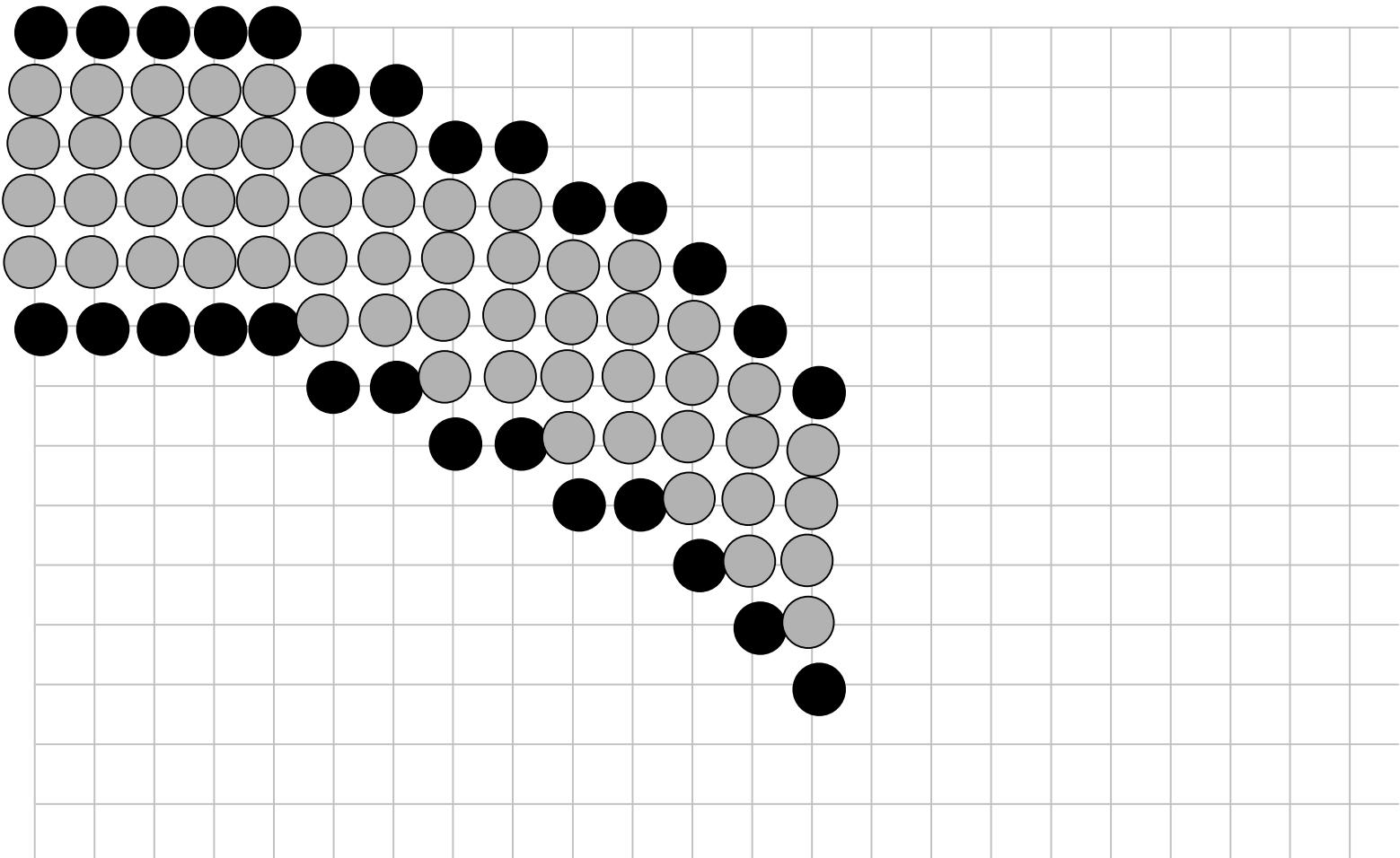
Grafica pe calculator

Desenarea îngrosată a primitivelor deplasare “creion”



Grafica pe calculator

Desenarea îngrosată a primitivelor duplicare contur & umplere

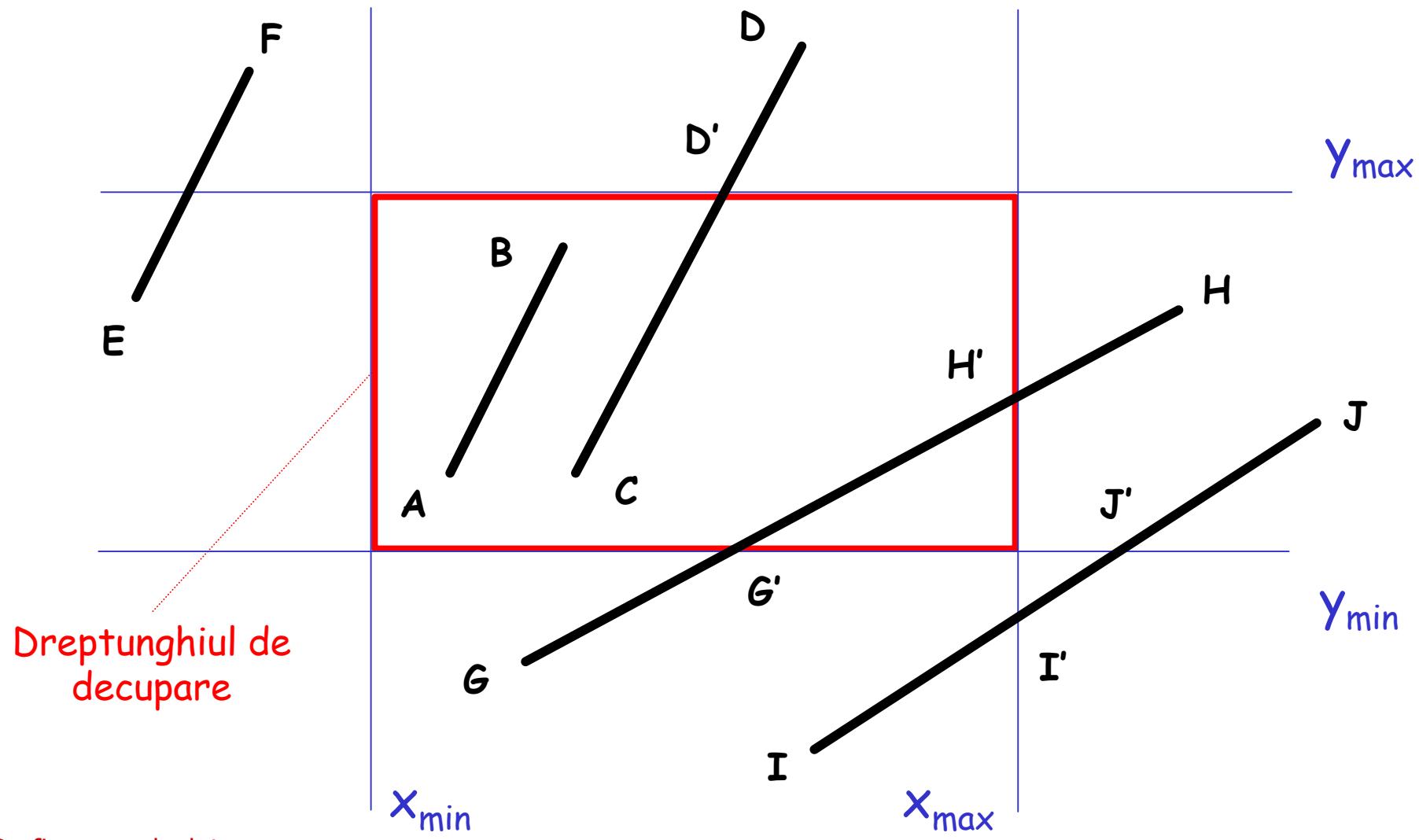


Grafica pe calculator

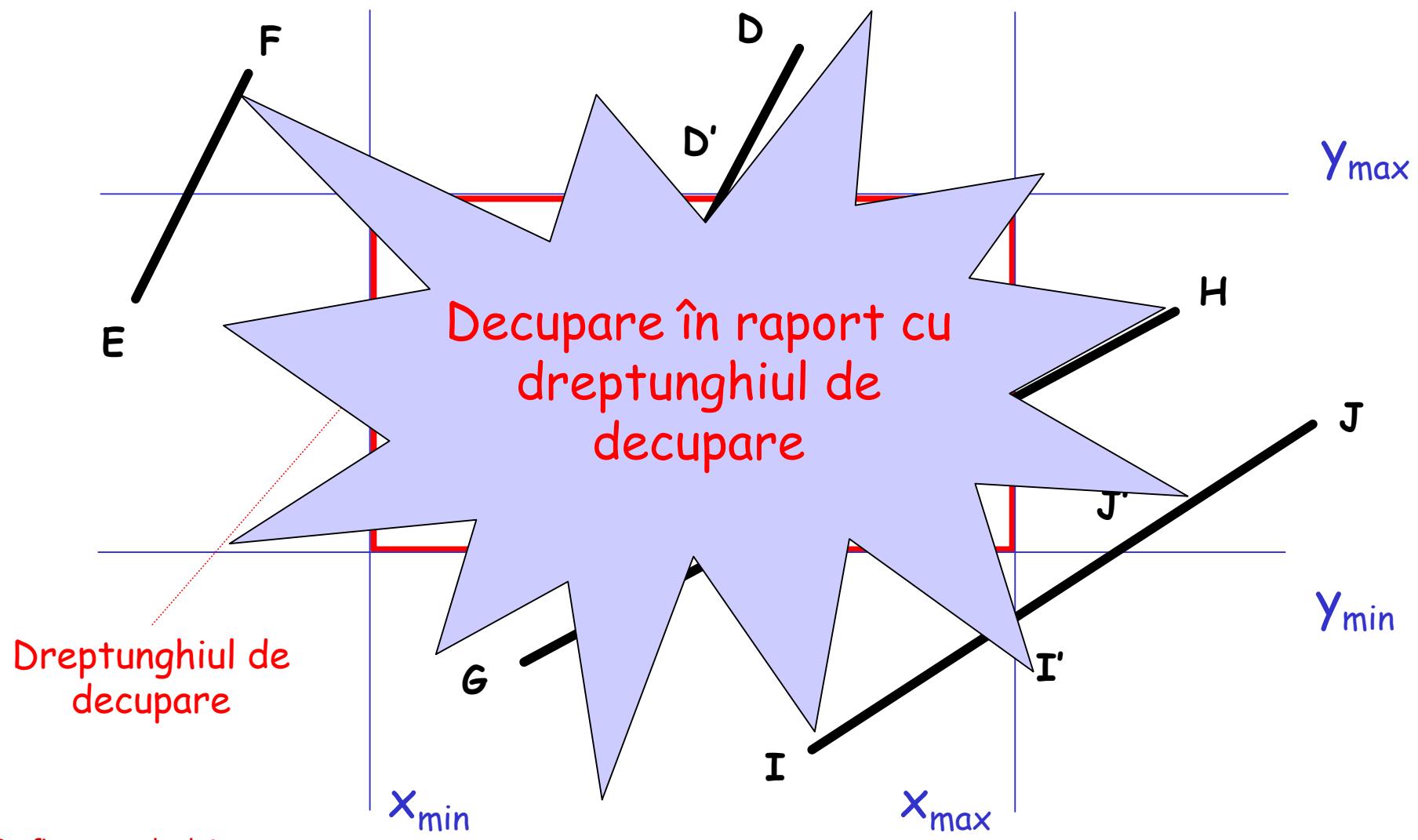
Desenarea primitivelor grafice 2D pe ecrane rastru

- Decuparea dreptelor
 - exemplu

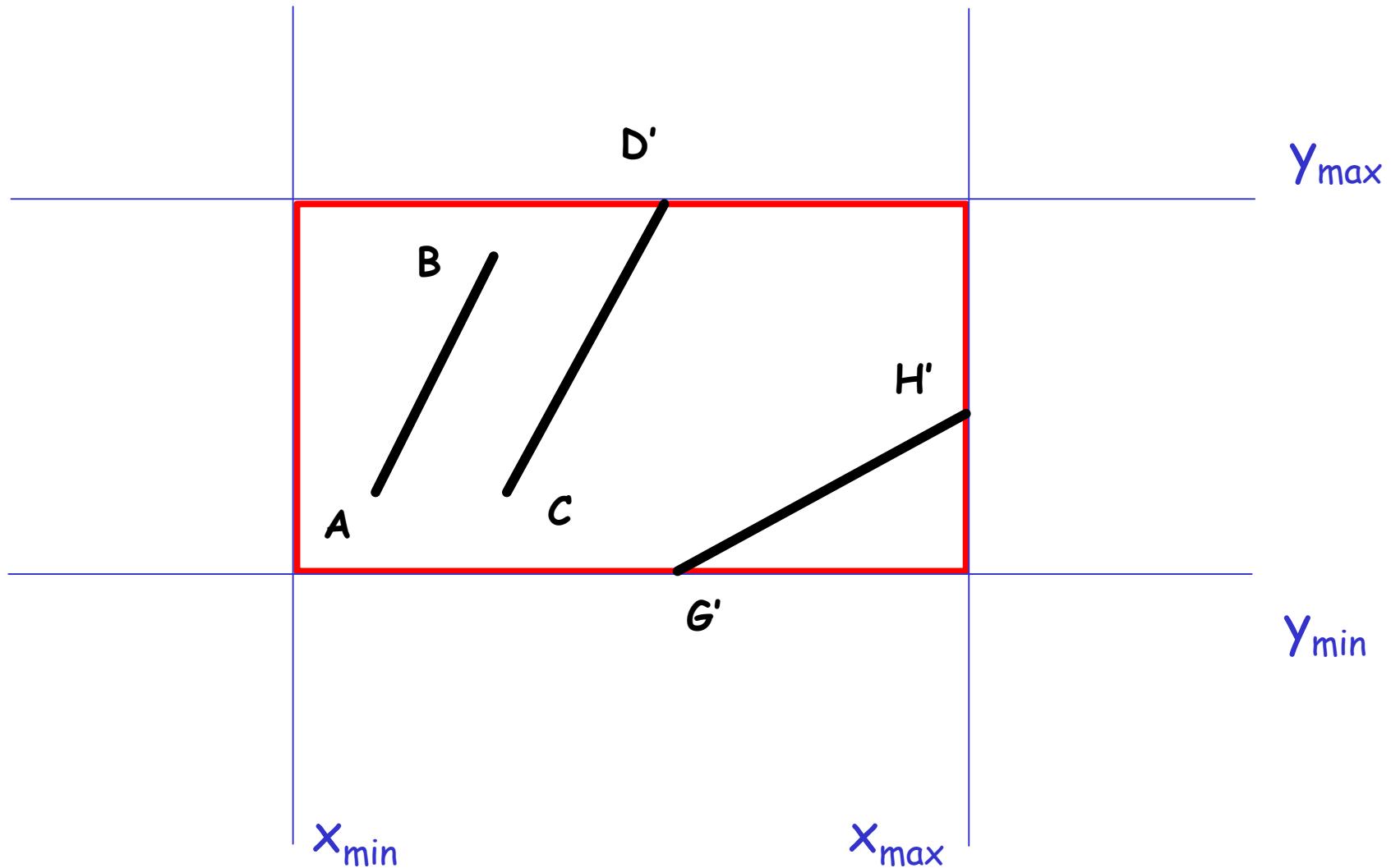
Decuparea dreptelor



Decuparea dreptelor



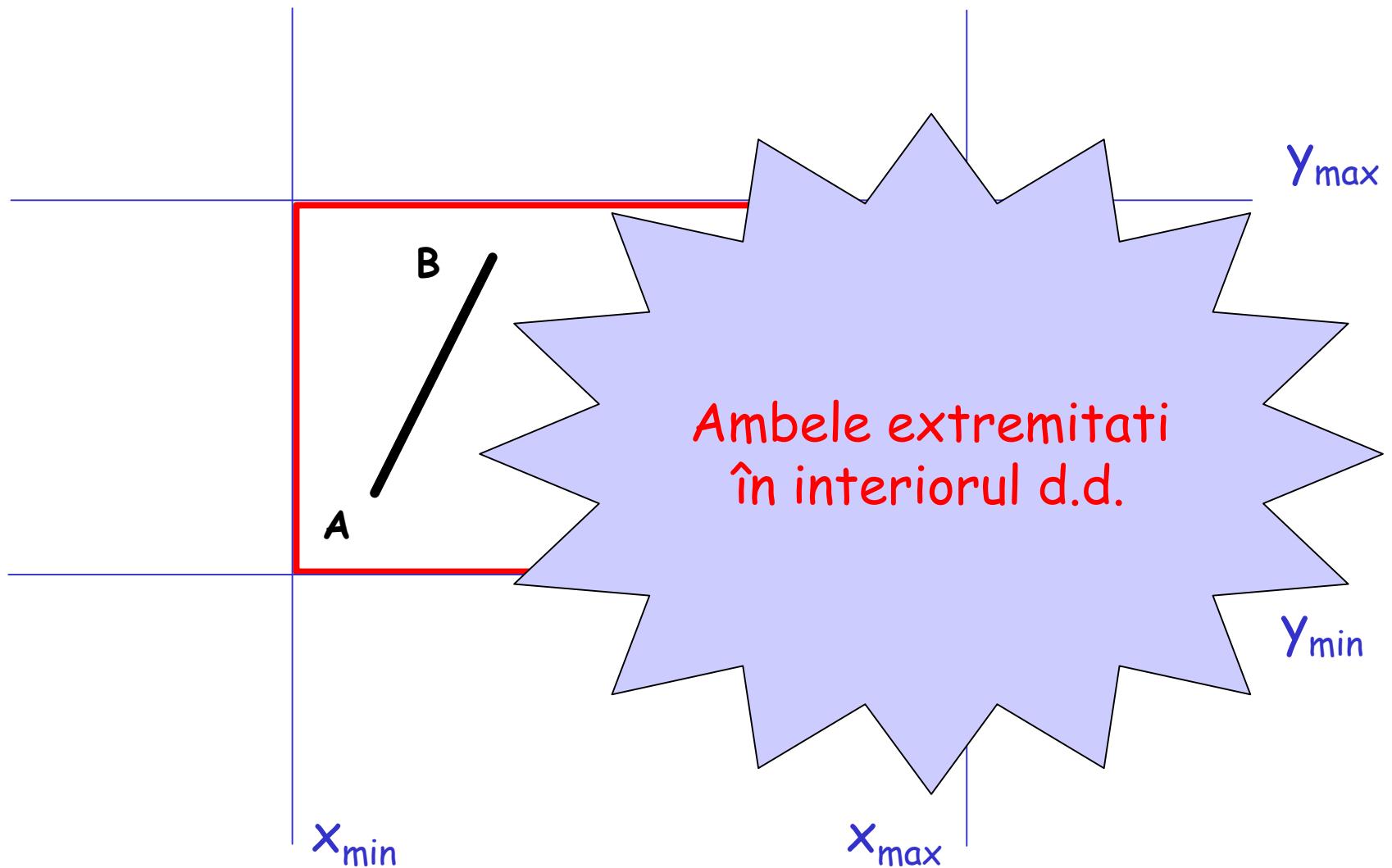
Decuparea dreptelor



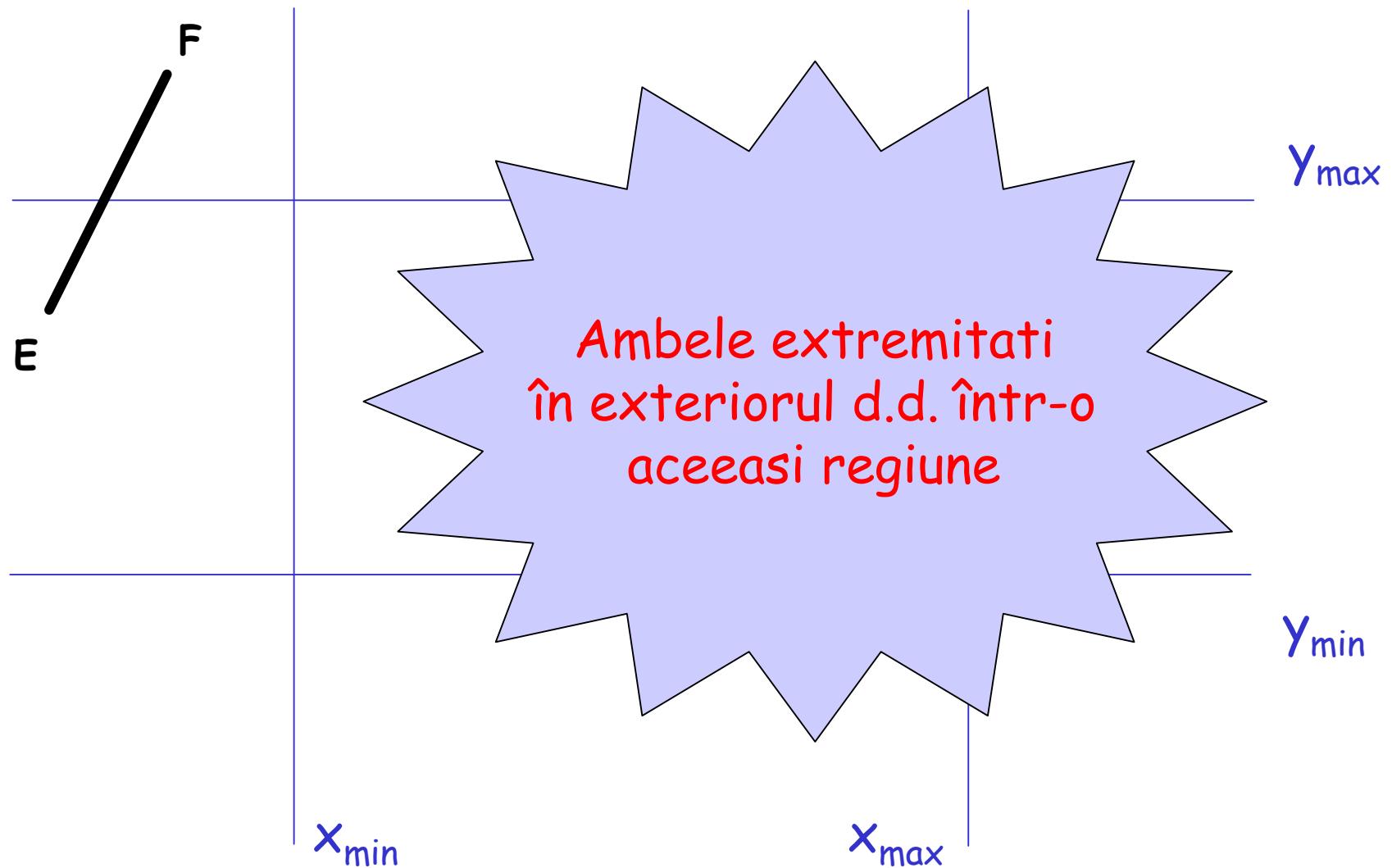
Desenarea primitivelor grafice 2D pe ecrane rastru

- Decuparea dreptelor
 - prin rezolvare de ecuatii
 - acceptare sigura AB
 - respingere sigura EF
 - alte cazuri : CD, GH, IJ
 - calcul \cap segment cu fiecare muchie a d.d.

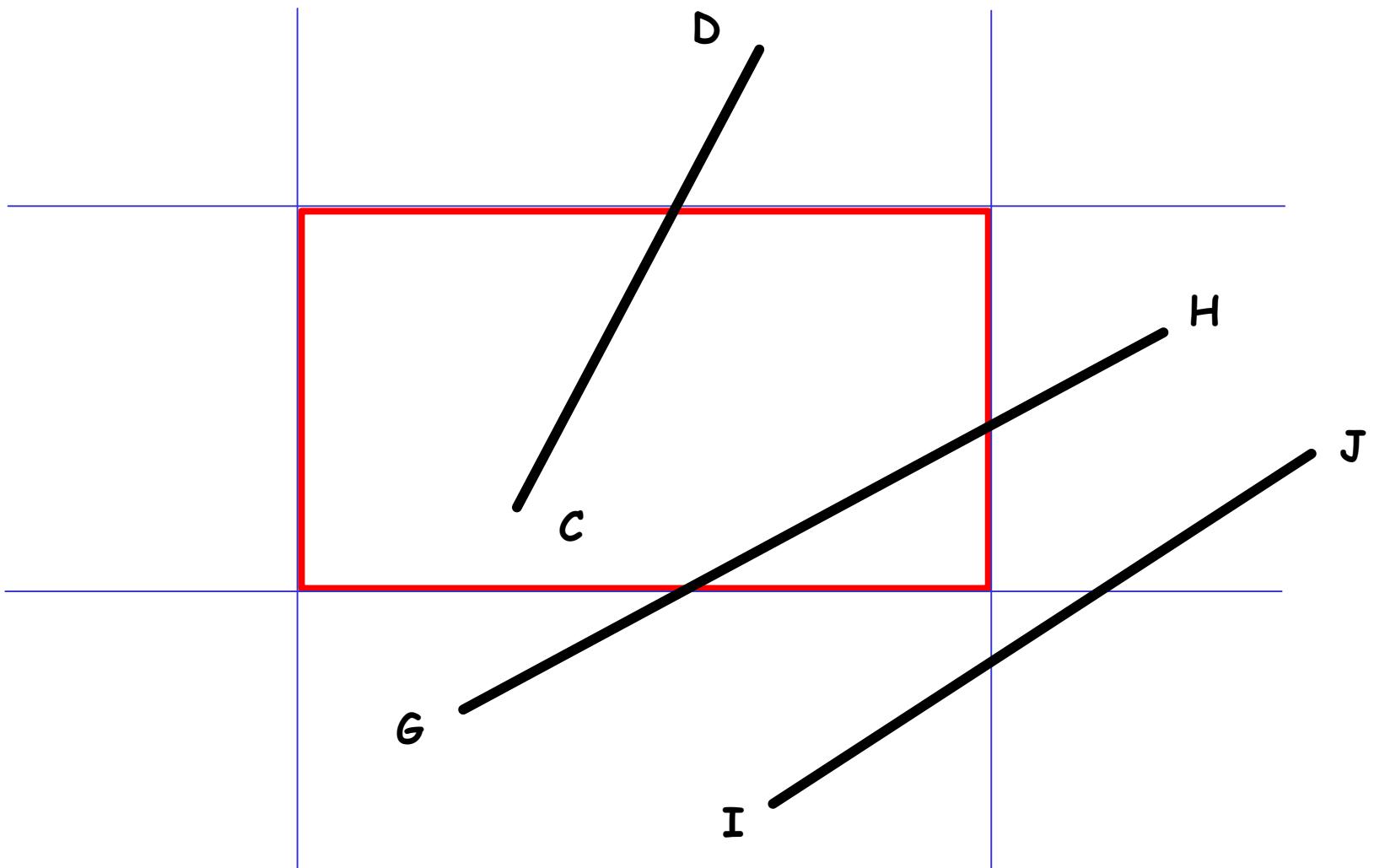
Acceptare sigura



Respingere sigura



Alte cazuri

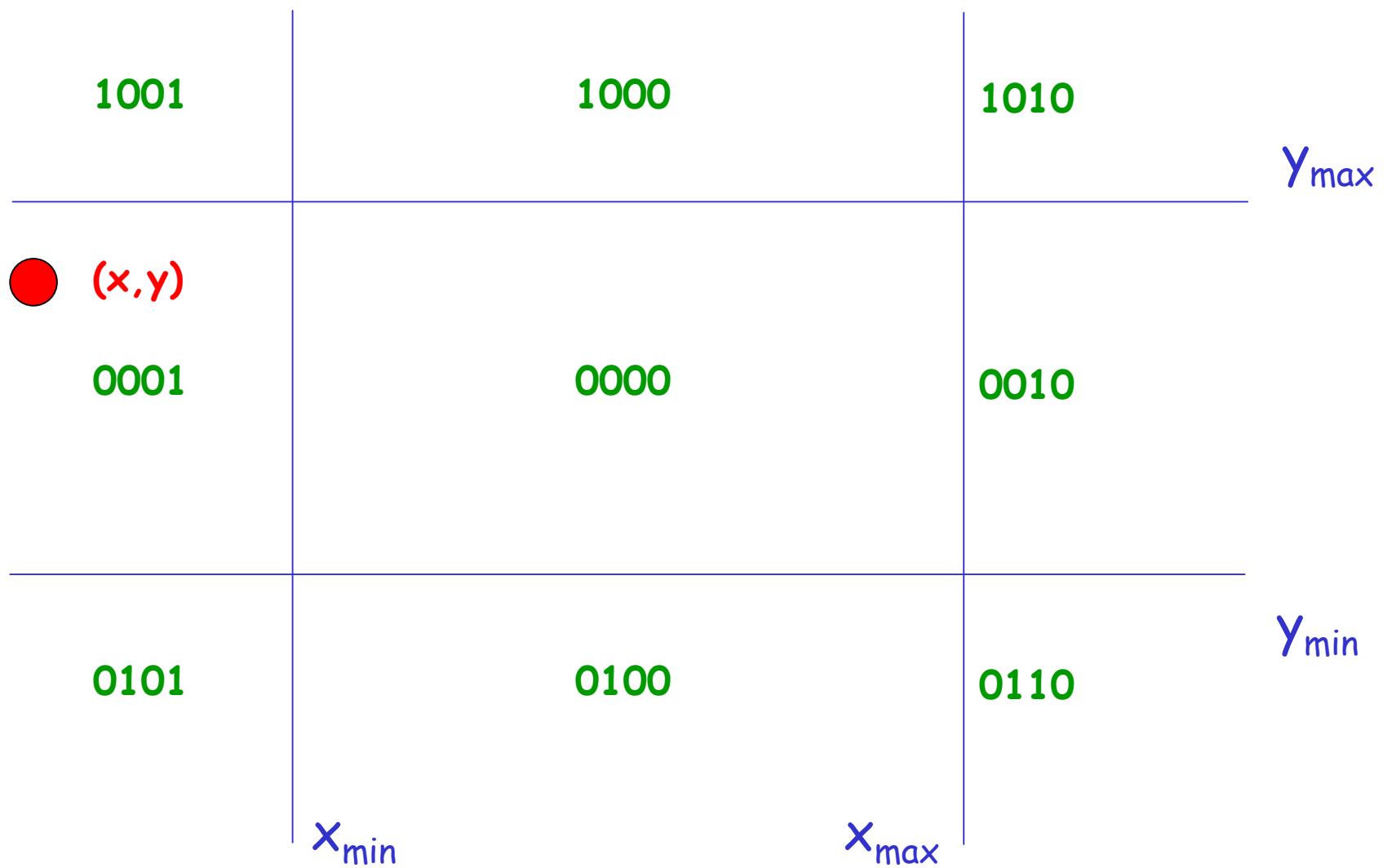


Desenarea primitivelor grafice 2D pe ecrane rastru

- Decuparea dreptelor
 - algoritmul Cohen-Sutherland
 - împartire plan în regiuni - coduri
 - decupare iterativa

decupCS.htm

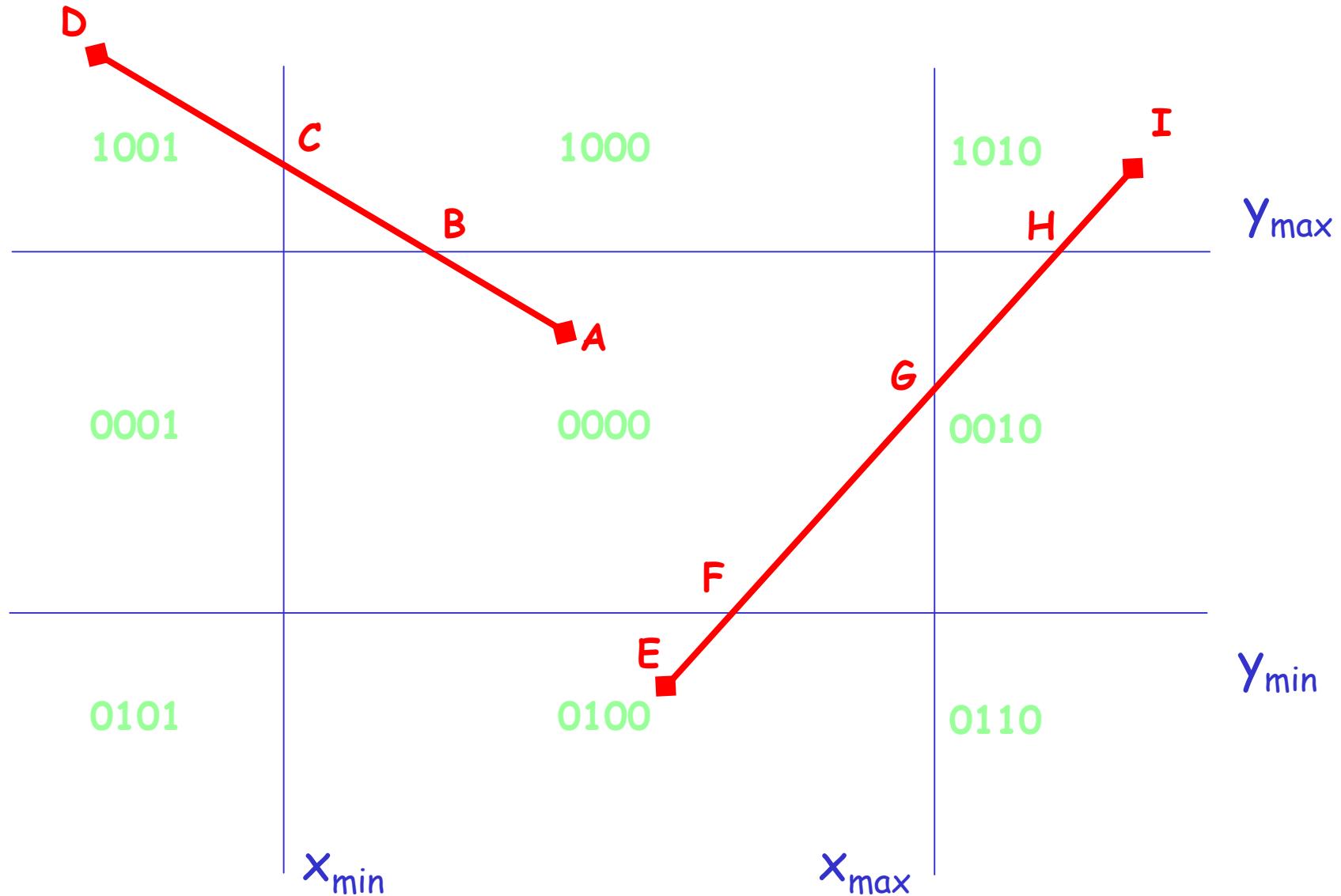
Împartire plan în regiuni



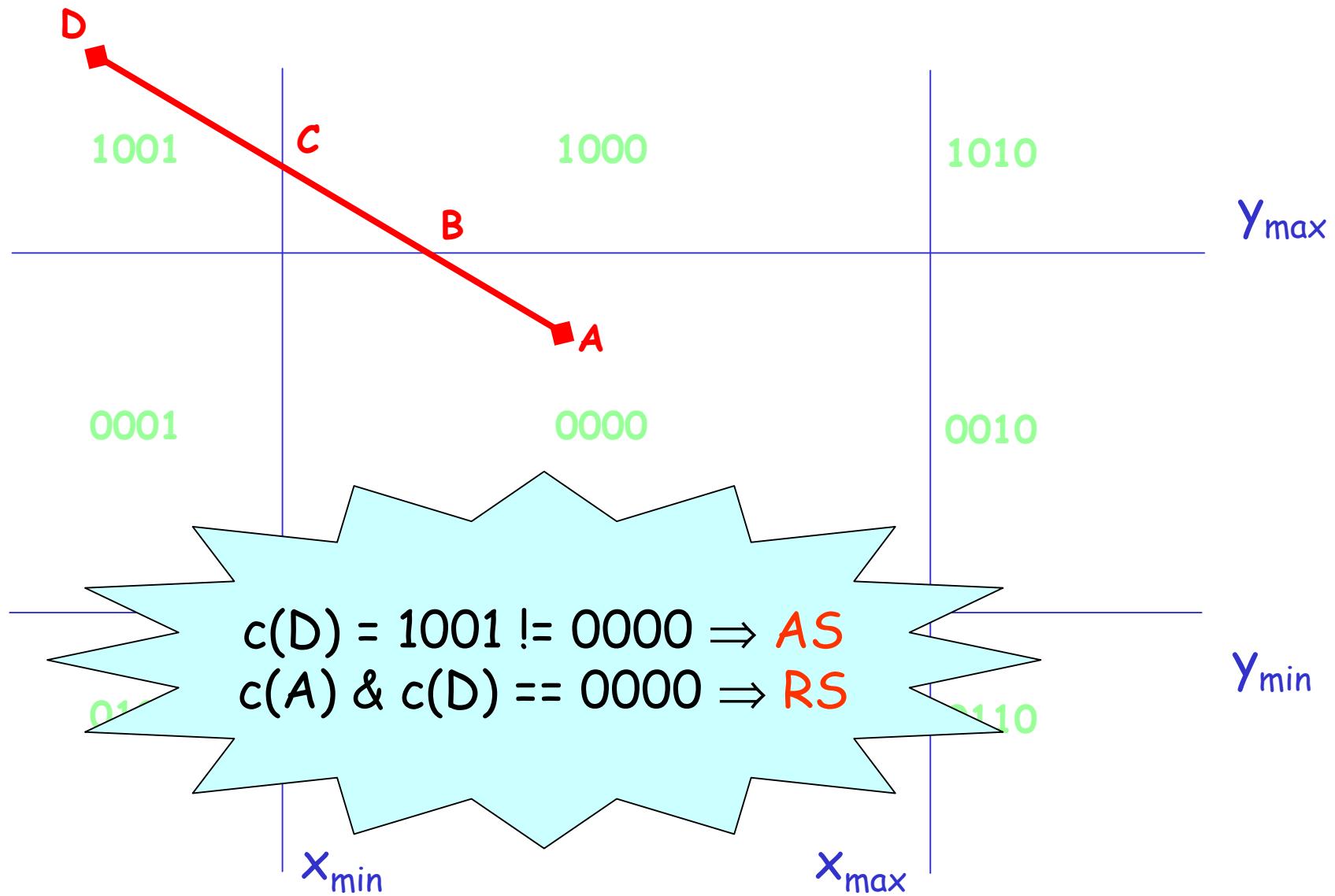
Grafica pe calculator

101

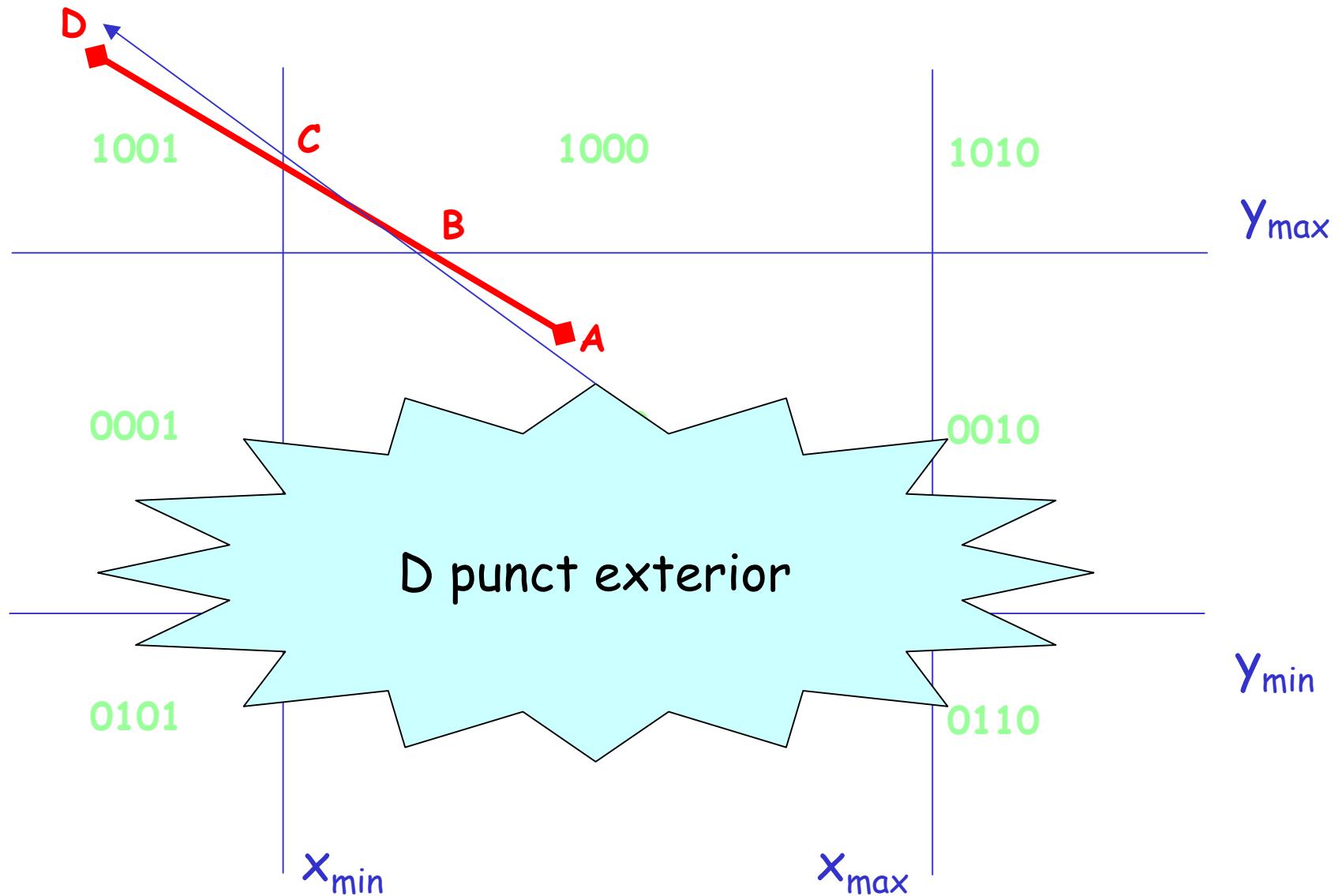
Decupare iterativa



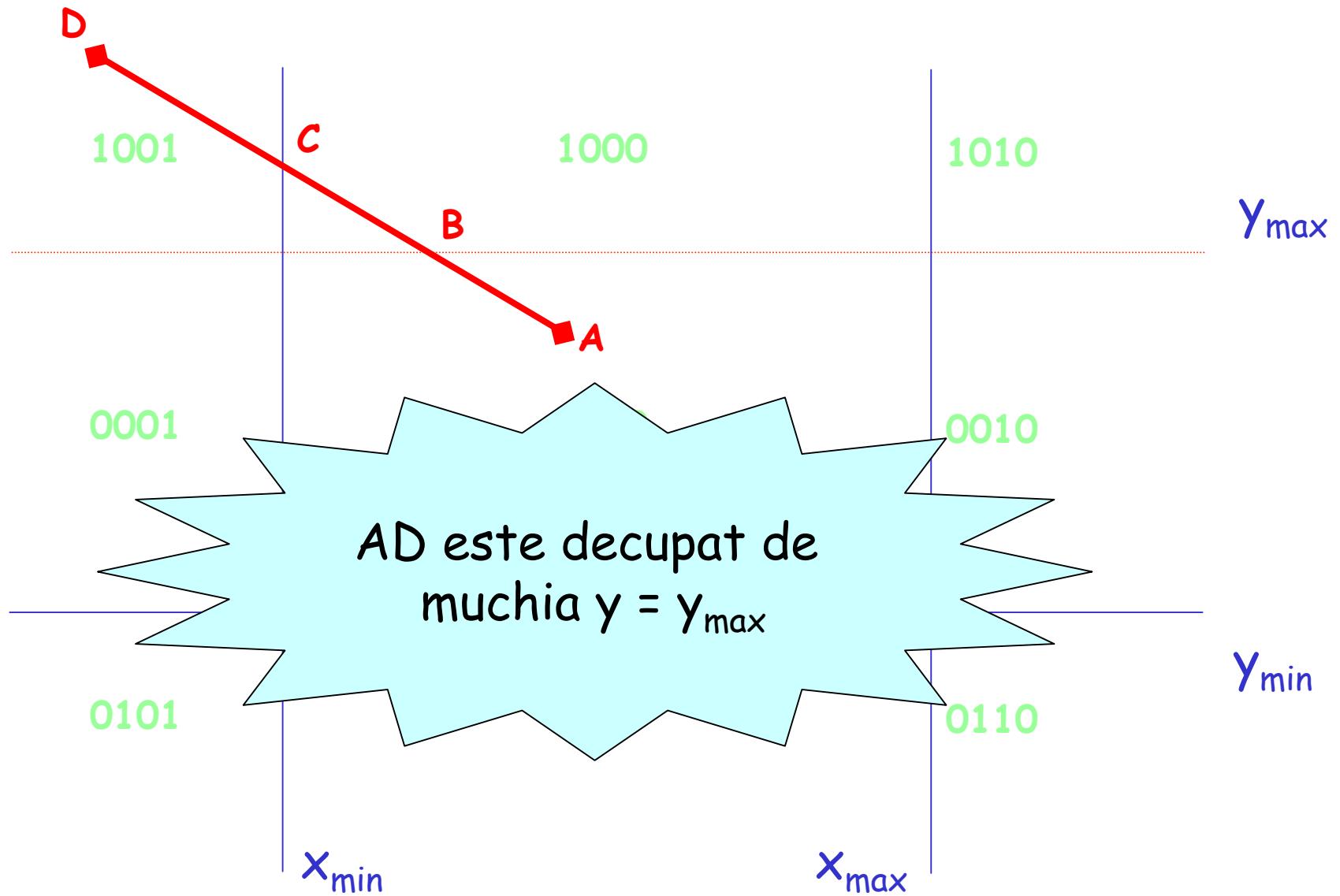
Decupare iterativa



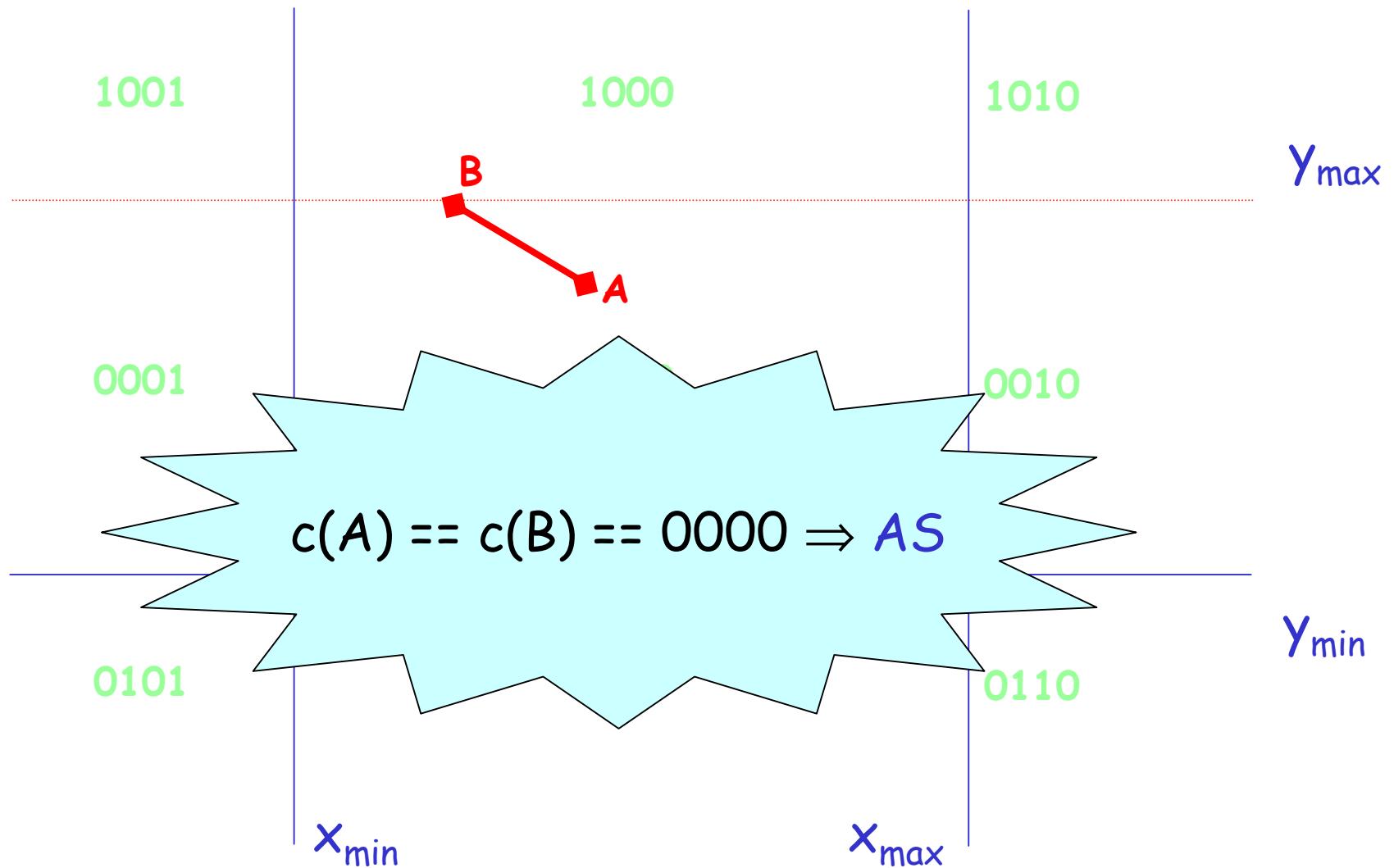
Decupare iterativa



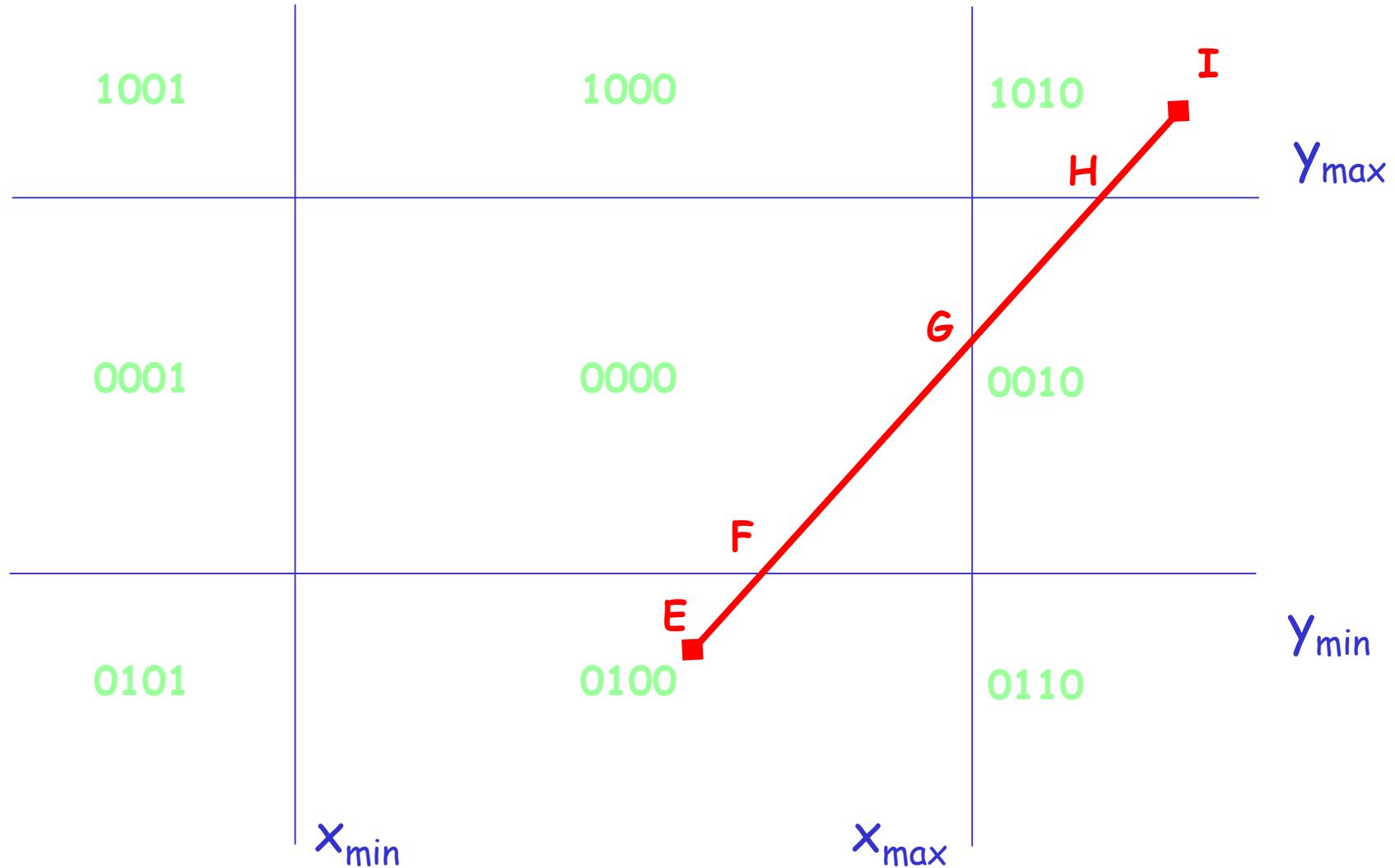
Decupare iterativa



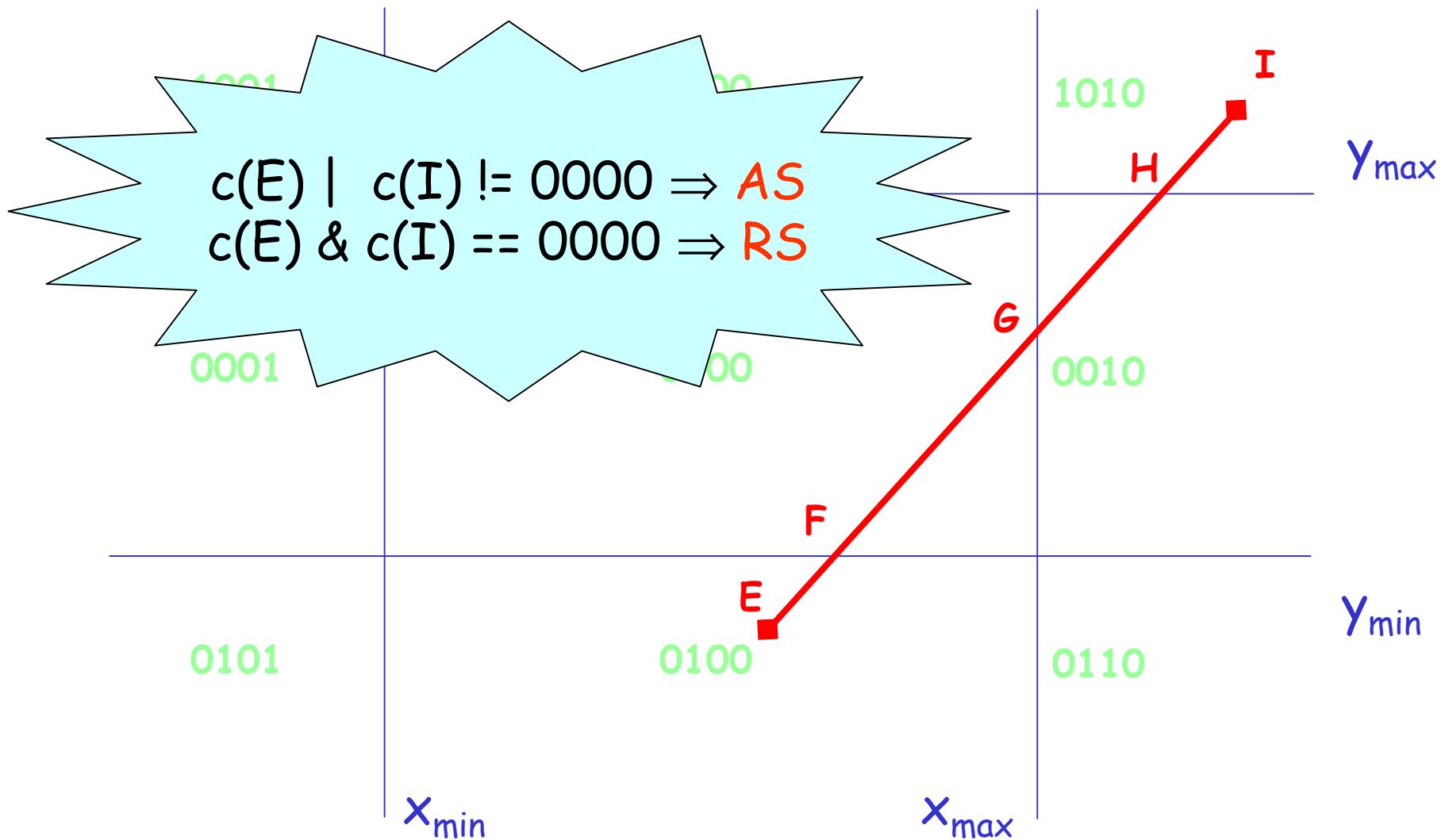
Decupare iterativa



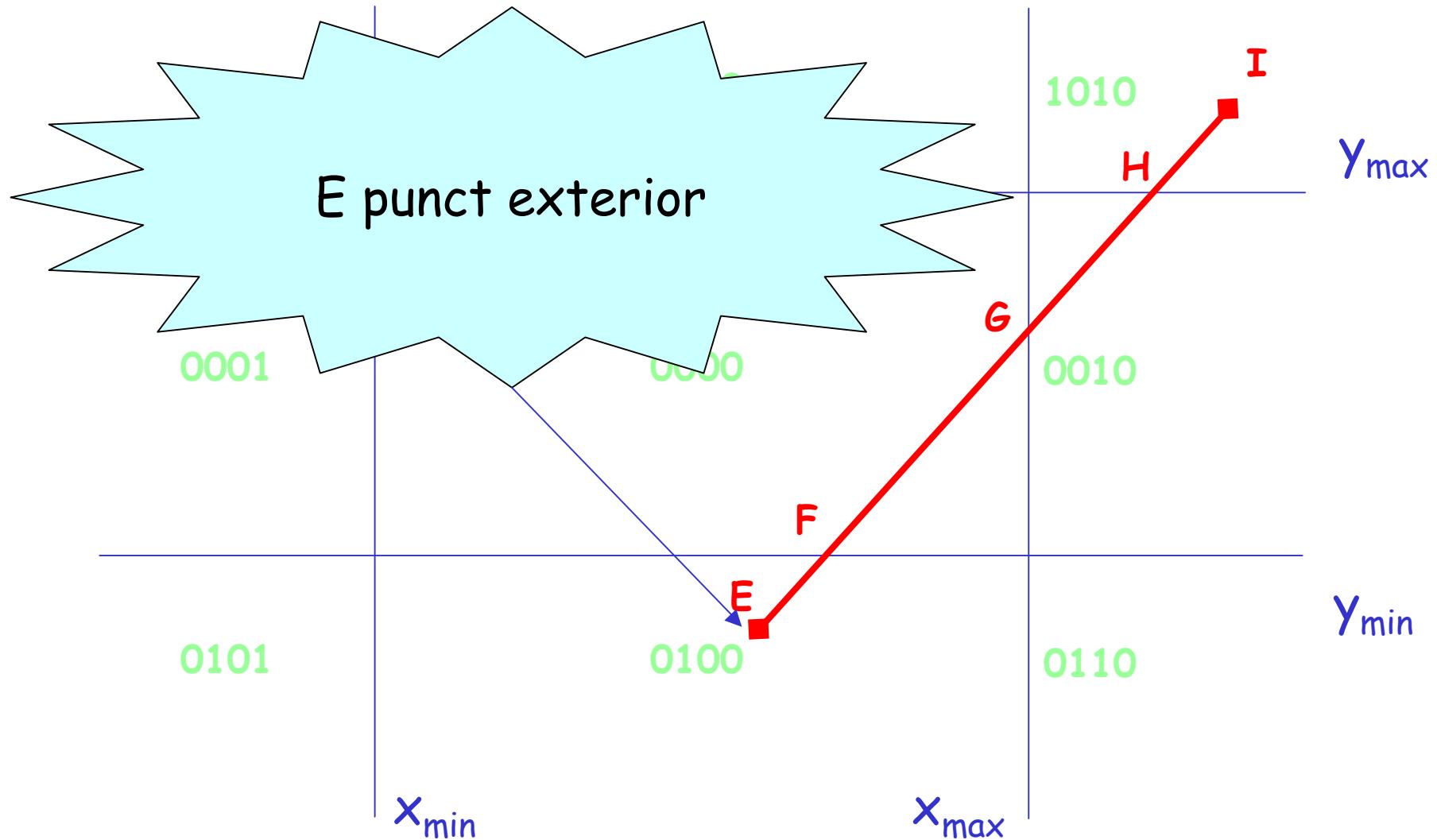
Decupare iterativa



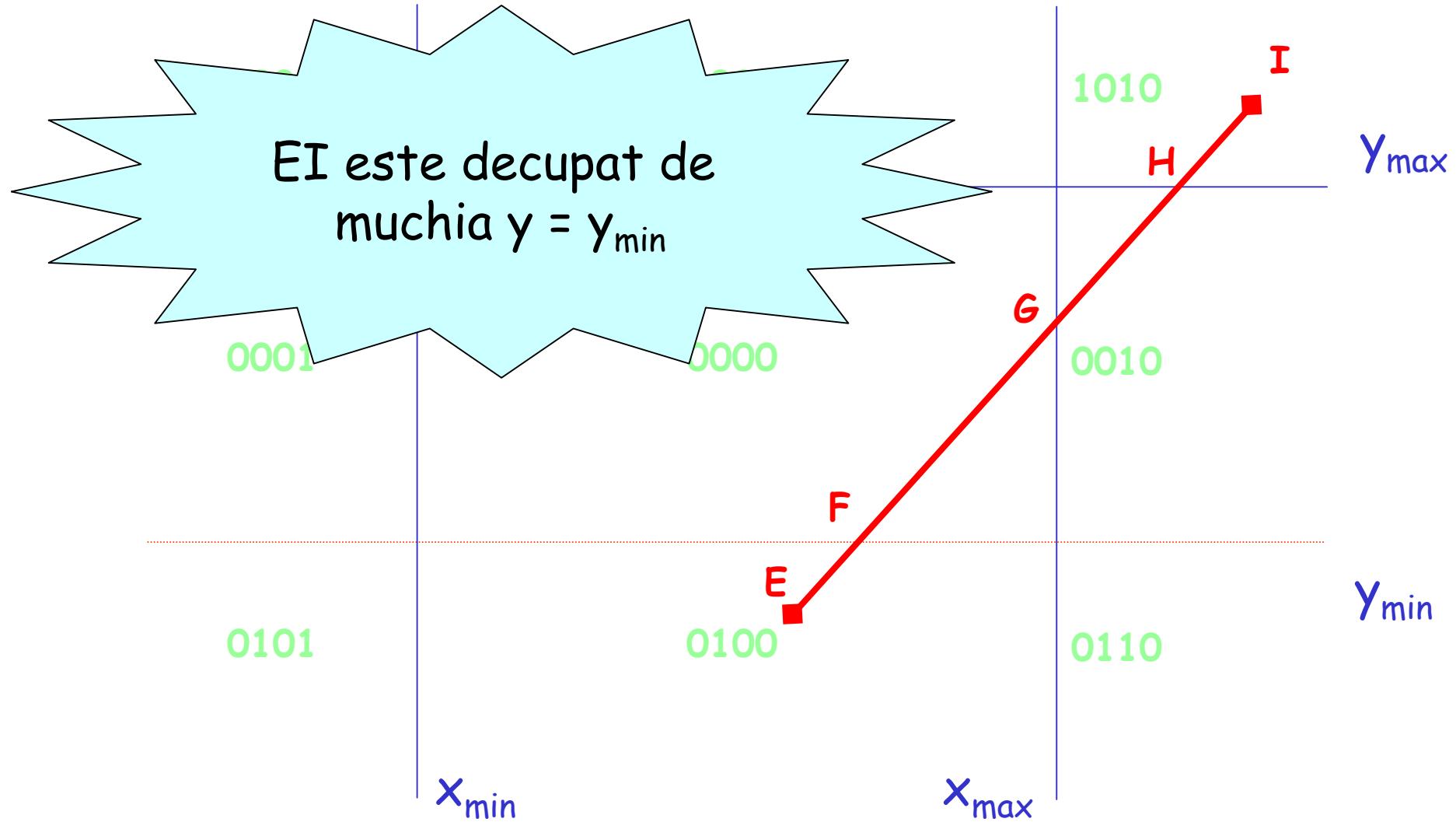
Decupare iterativa



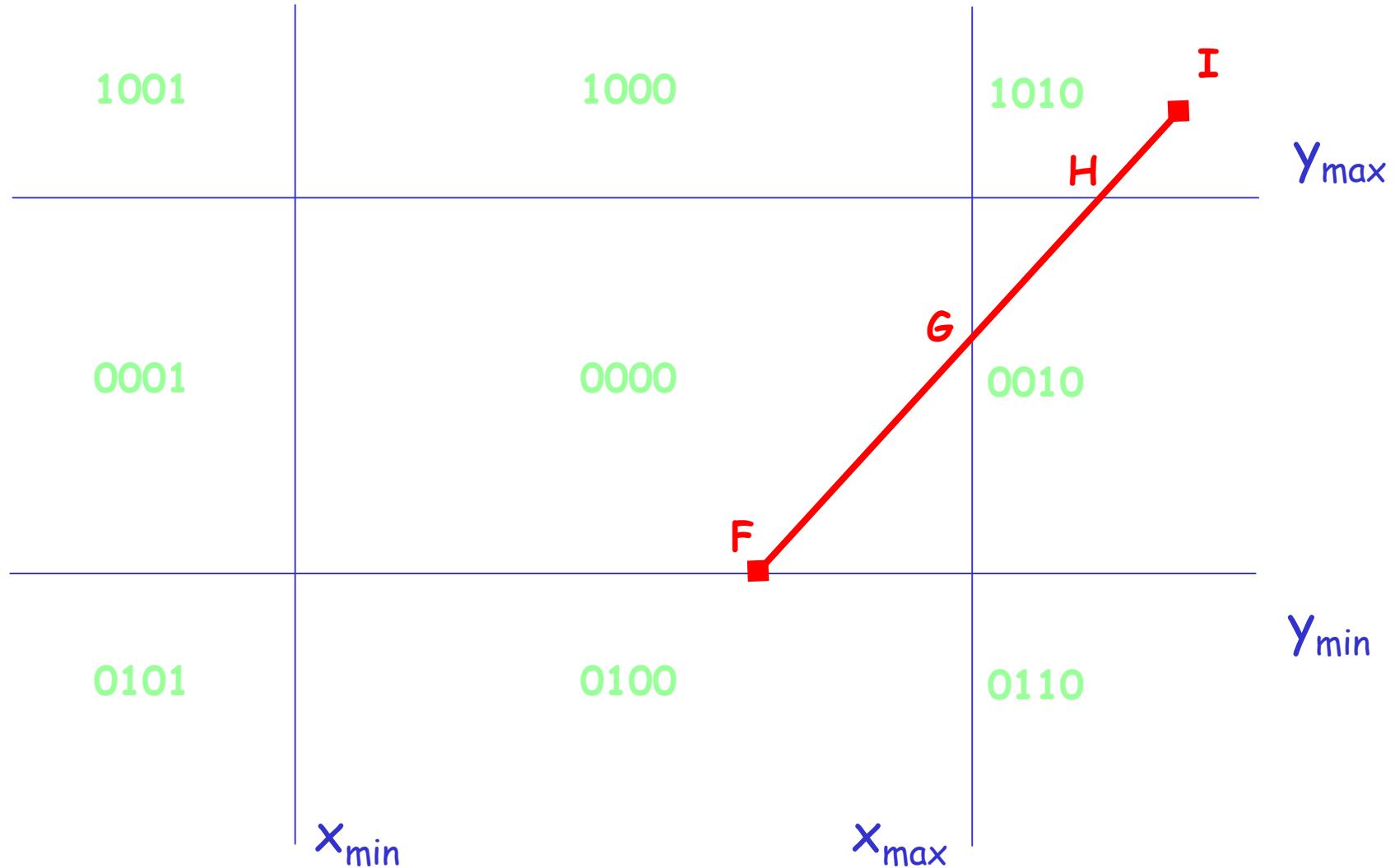
Decupare iterativa



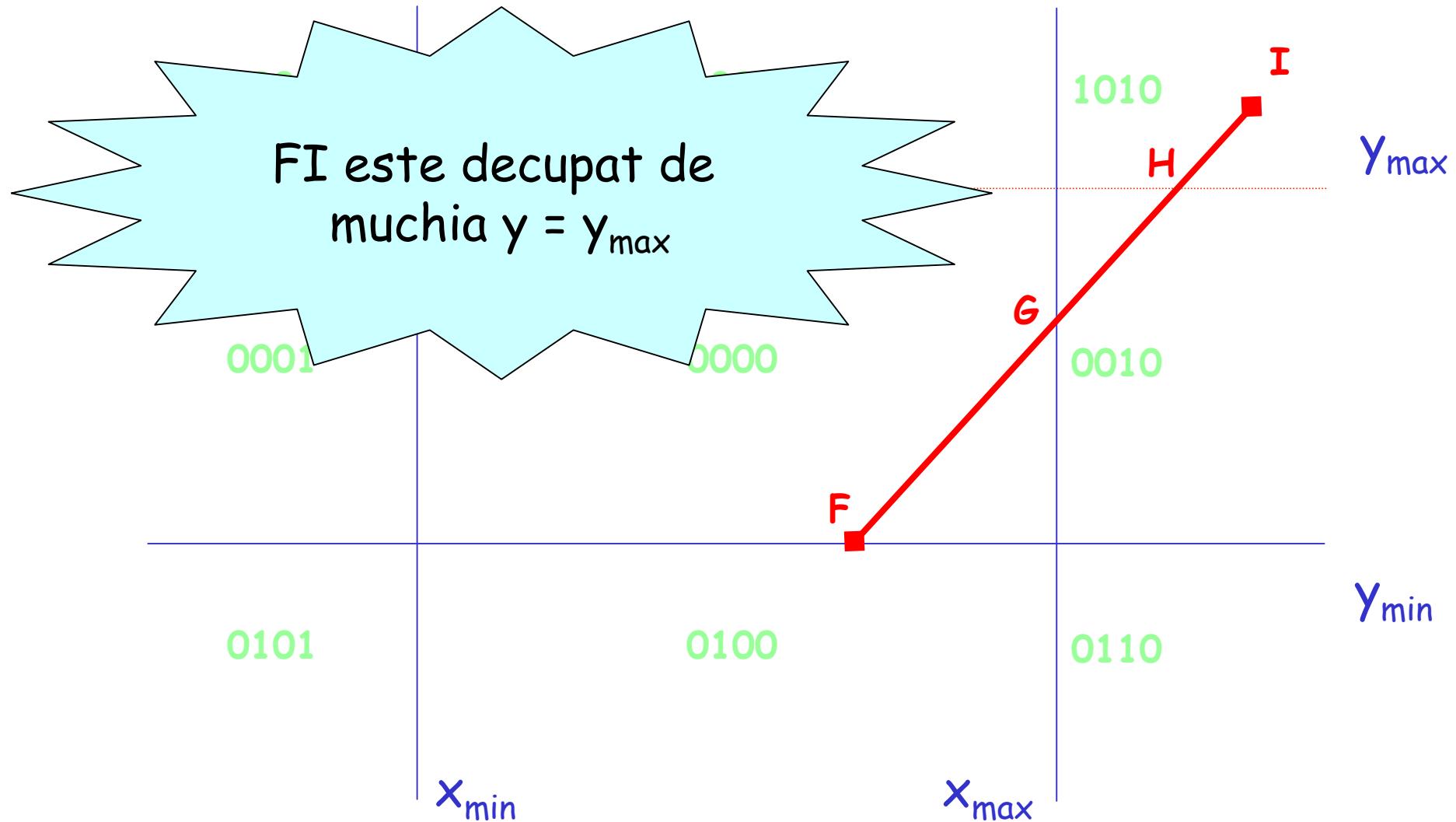
Decupare iterativa



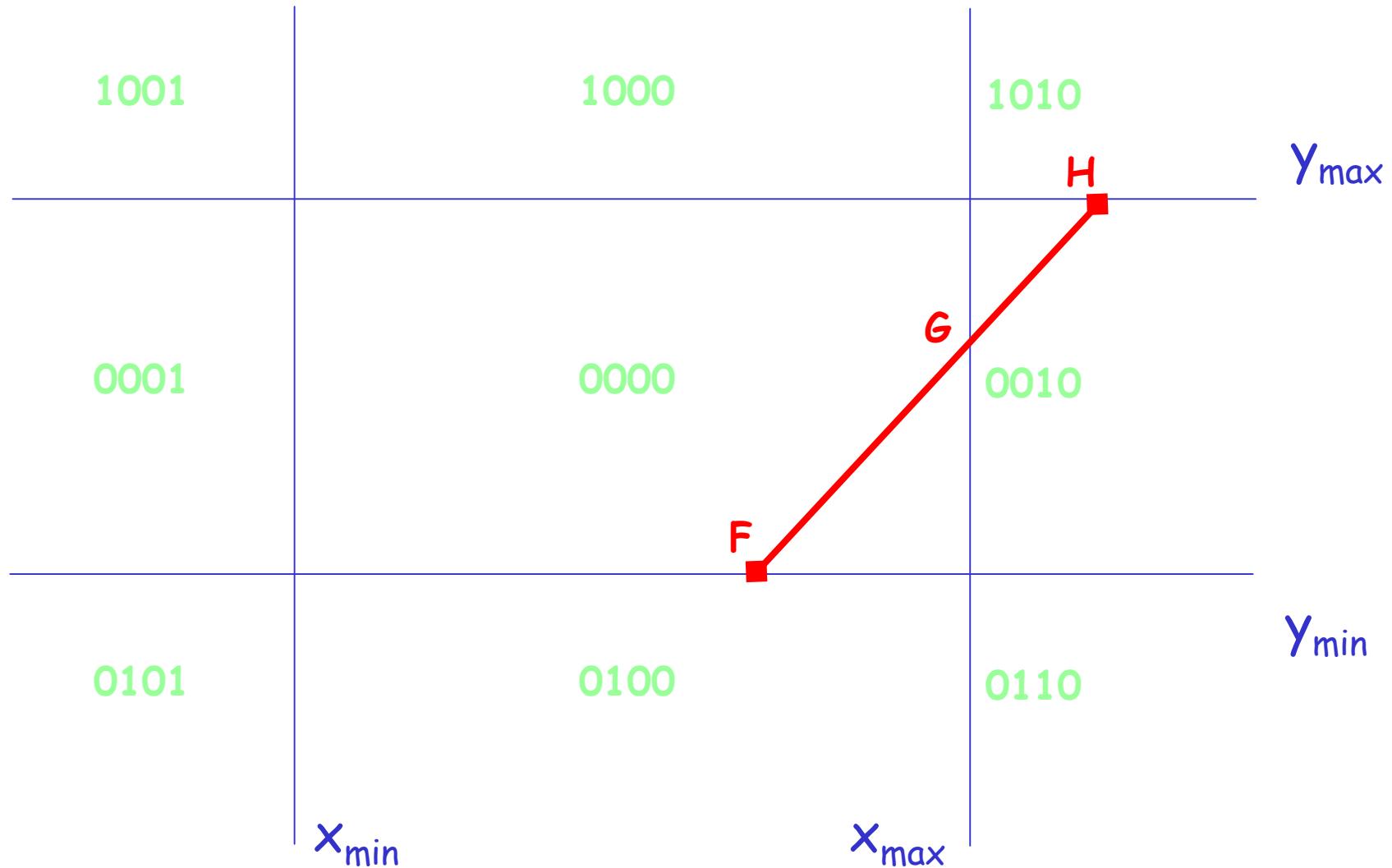
Decupare iterativa



Decupare iterativa



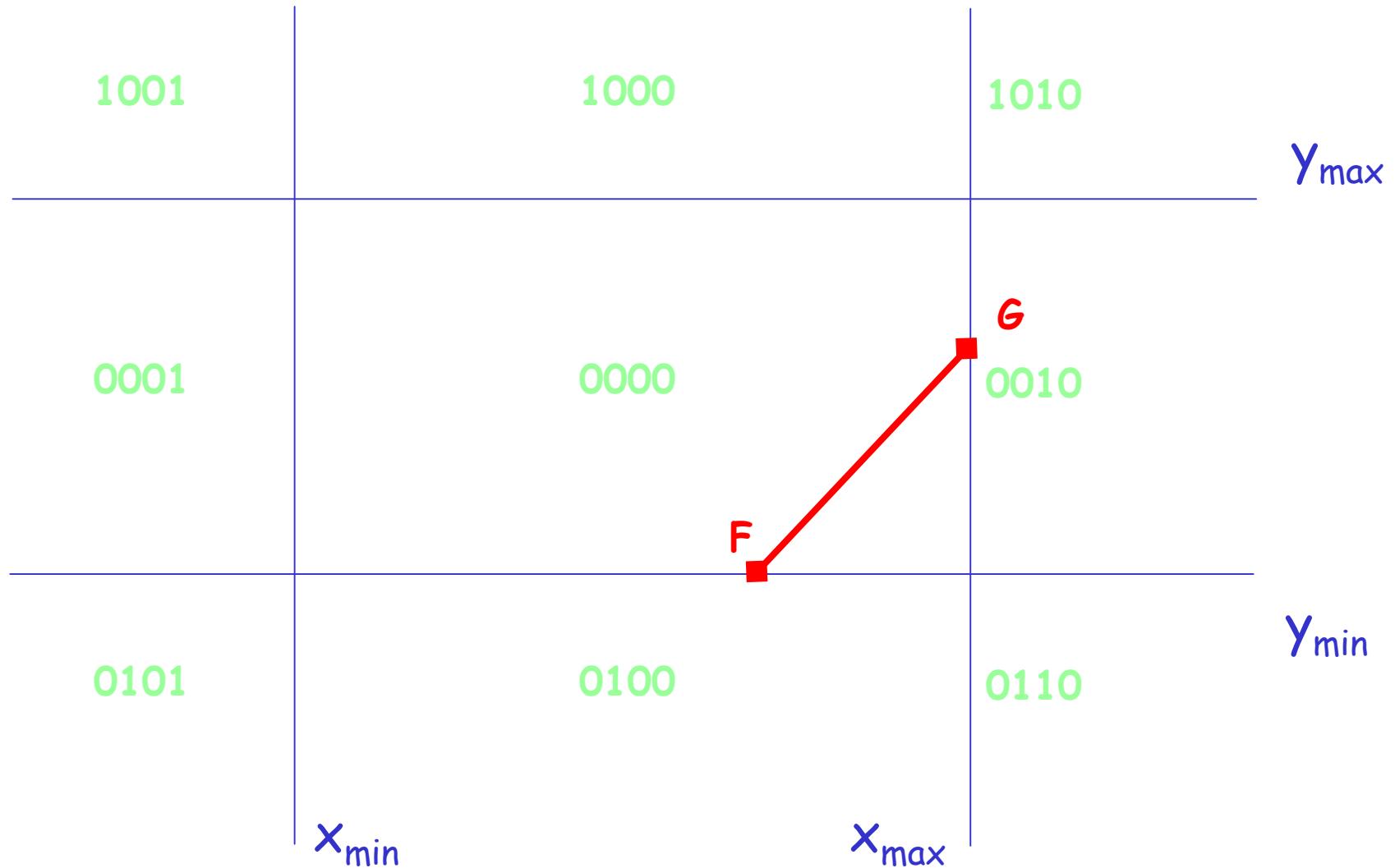
Decupare iterativa



Decupare iterativa



Decupare iterativa

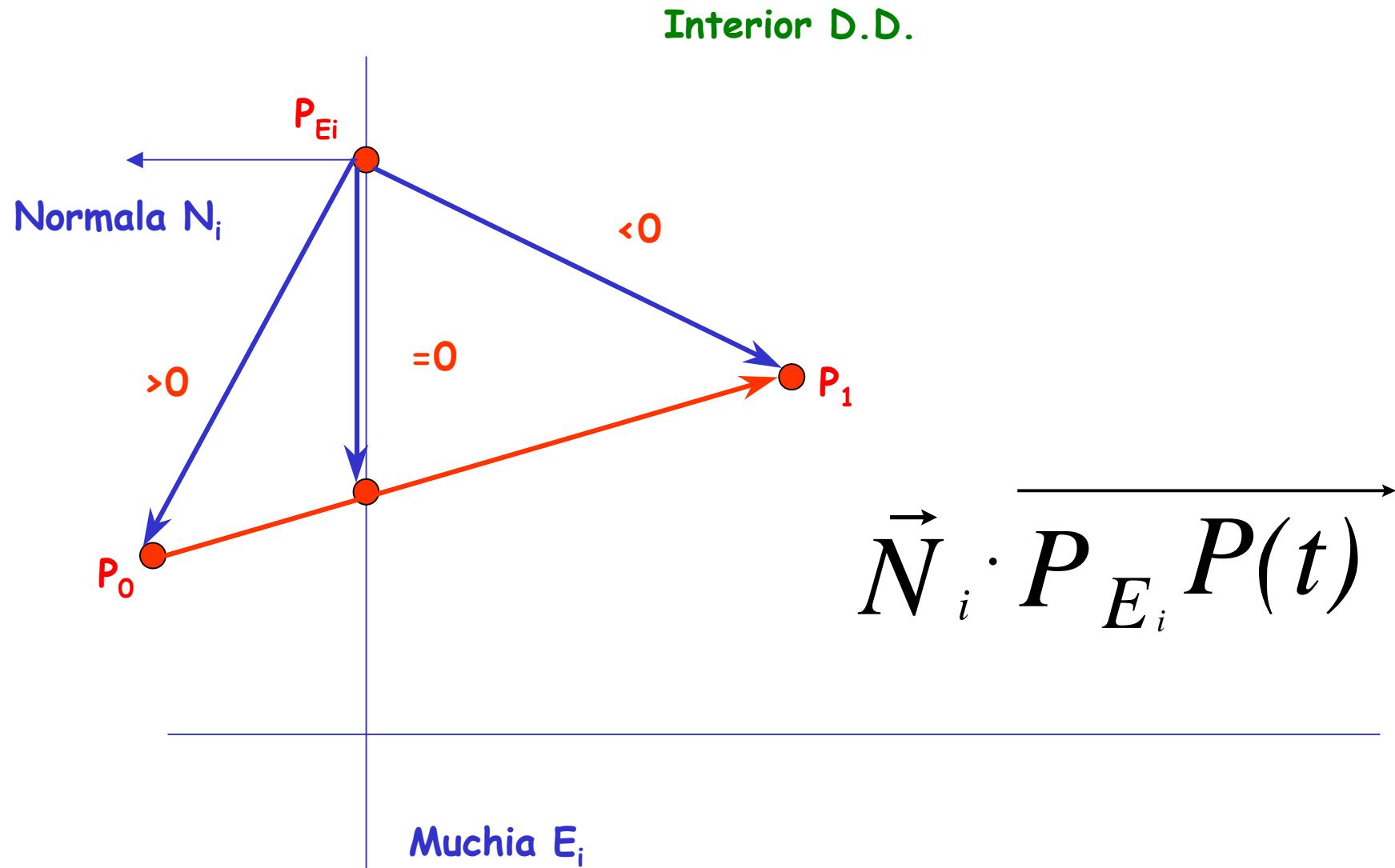


Desenarea primitivelor grafice 2D pe ecrane rastru

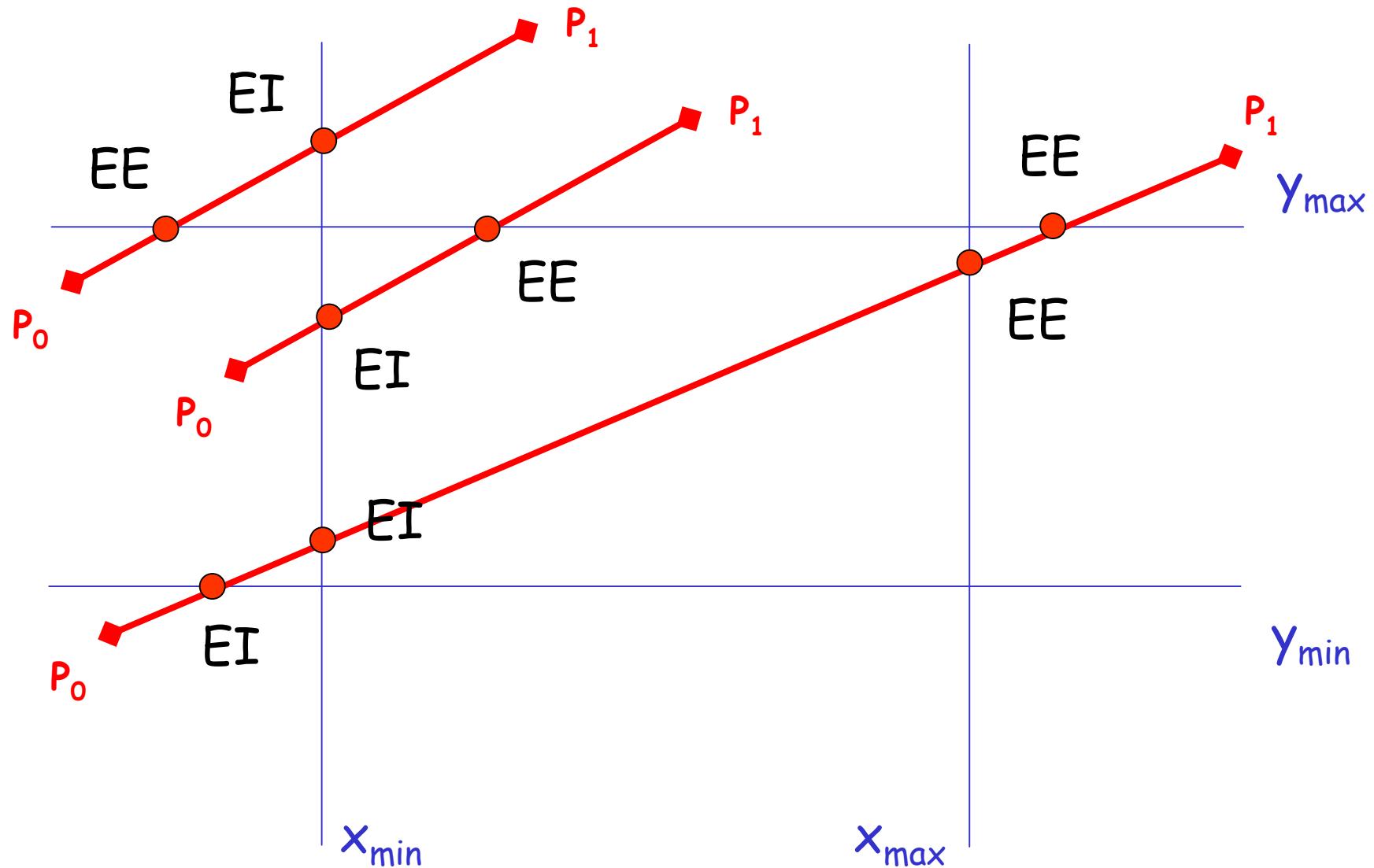
- Decuparea dreptelor
 - algoritmul parametric Cyrus-Beck
 - intersectia dreapta - muchie dreptunghi

decupCB.htm

Intersectia dreapta - muchie dreptunghi



Intersectia dreapta - muchie dreptunghi



Desenarea primitivelor grafice 2D pe ecrane rastru

- Decuparea dreptelor
 - algoritmul parametric Liang-Barski

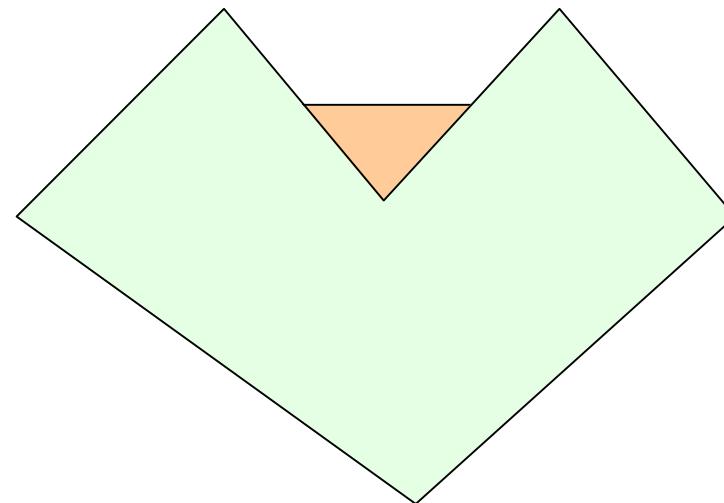
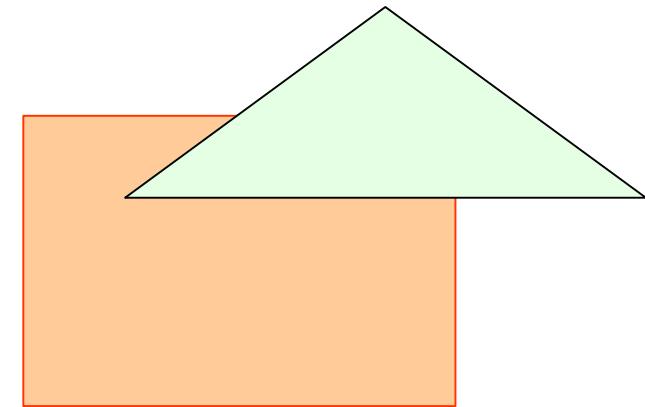
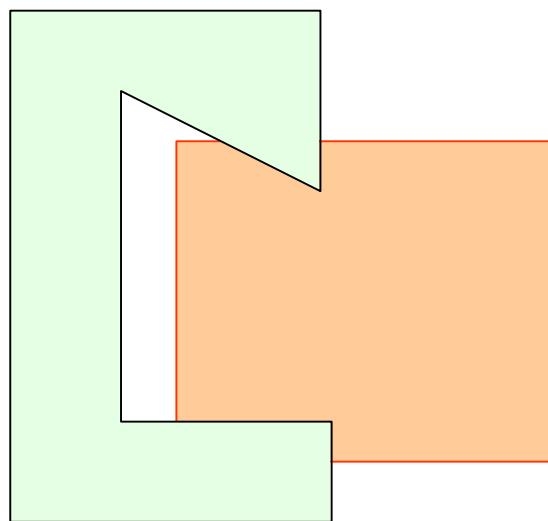
decupLB.htm

Desenarea primitivelor grafice 2D pe ecrane rastru

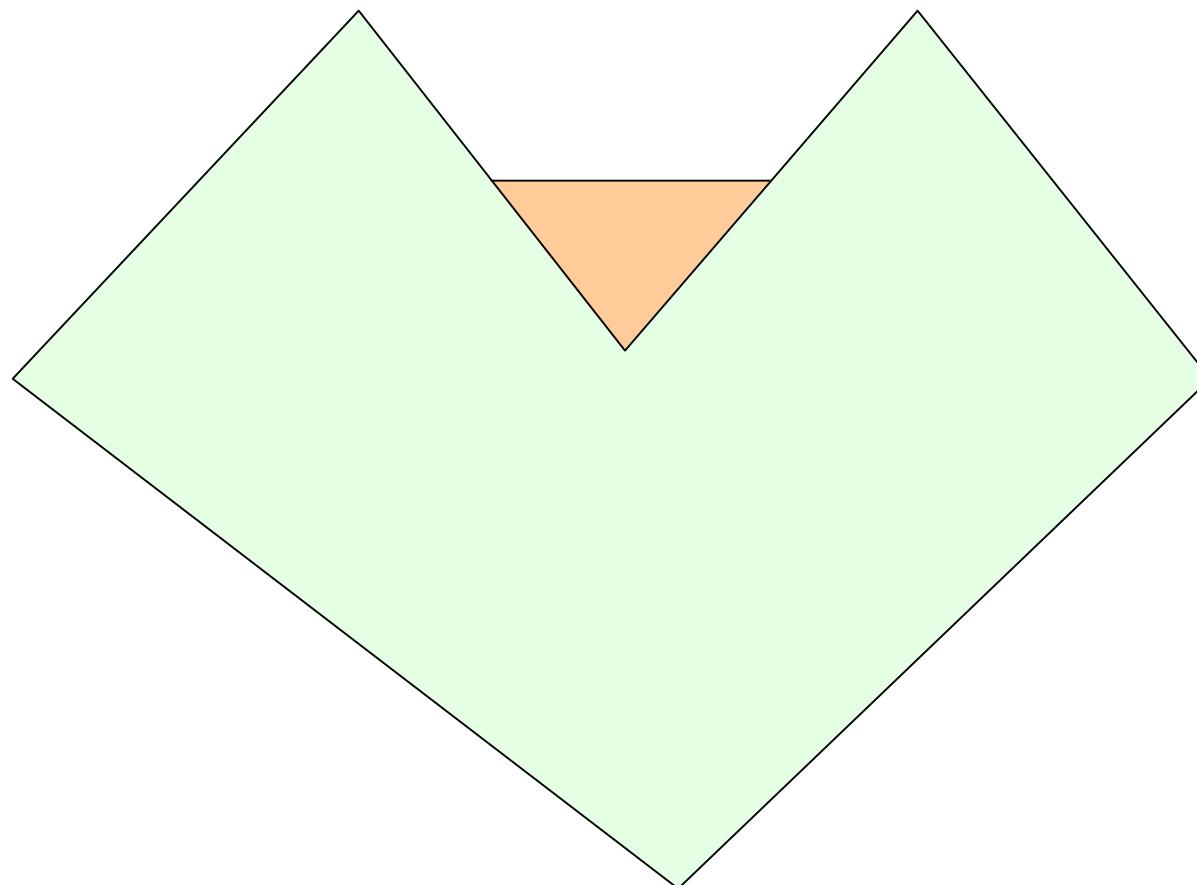
- Decuparea poligoanelor
 - algoritmul Sutherland-Hodgman
 - exemple
 - decuparea muchie cu muchie

decupSH.htm

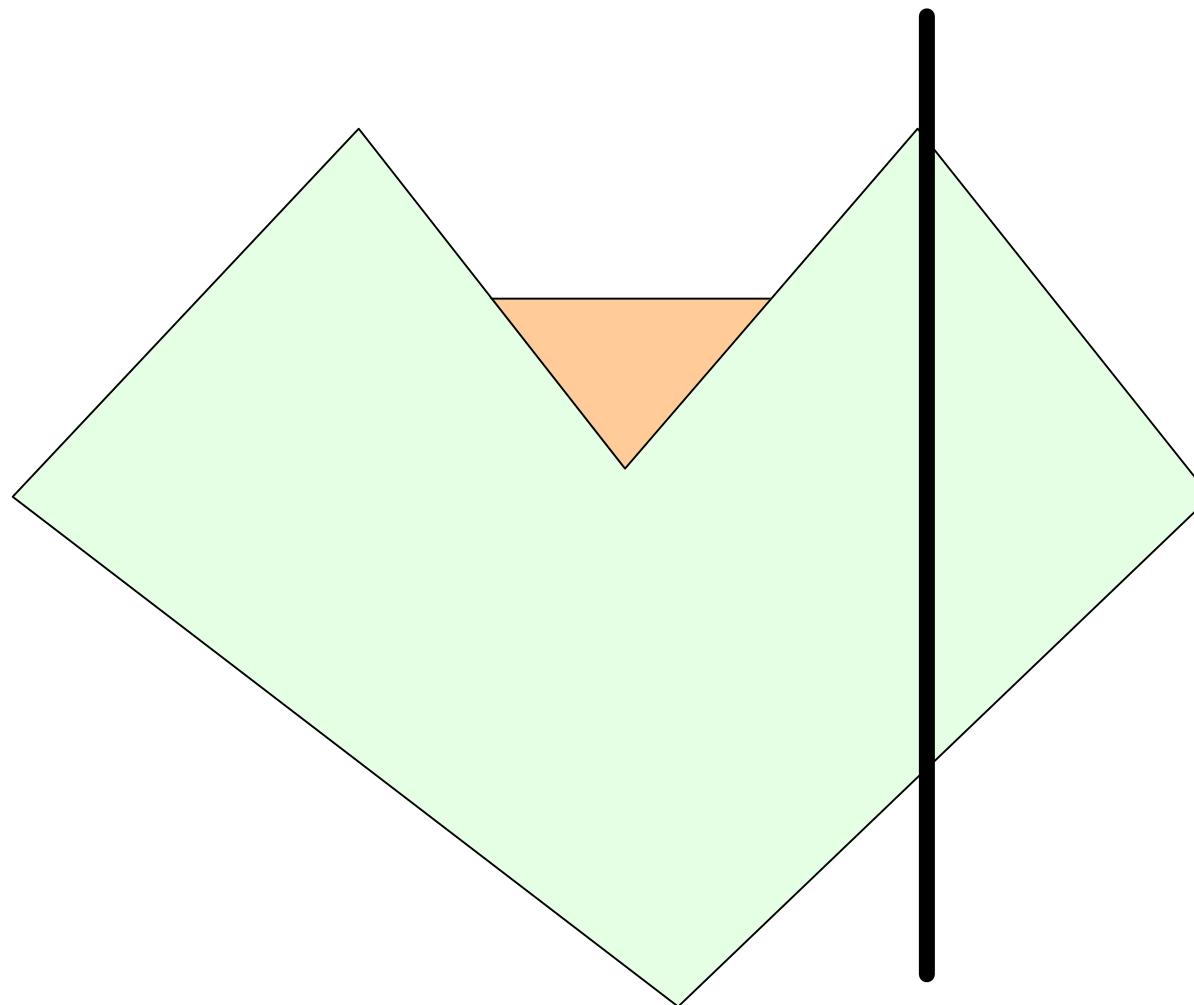
Decuparea poligoanelor



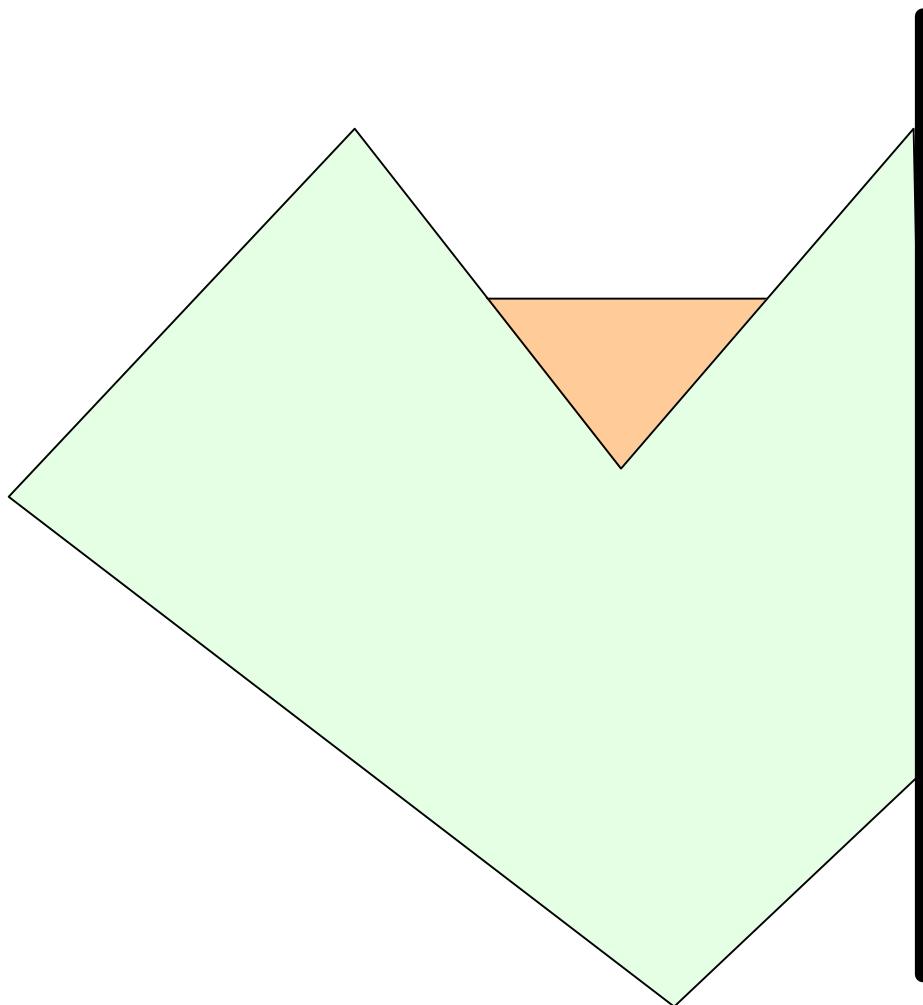
Decuparea poligoanelor



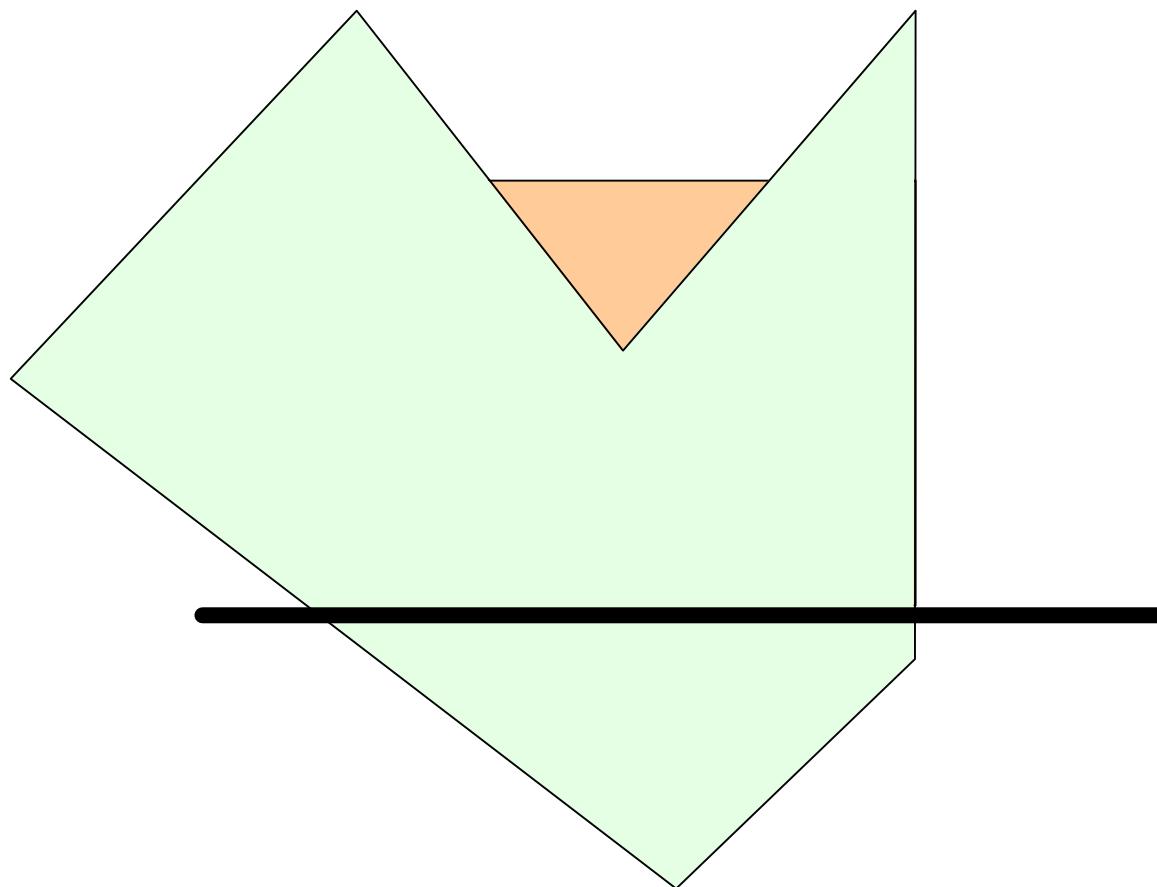
Decuparea poligoanelor



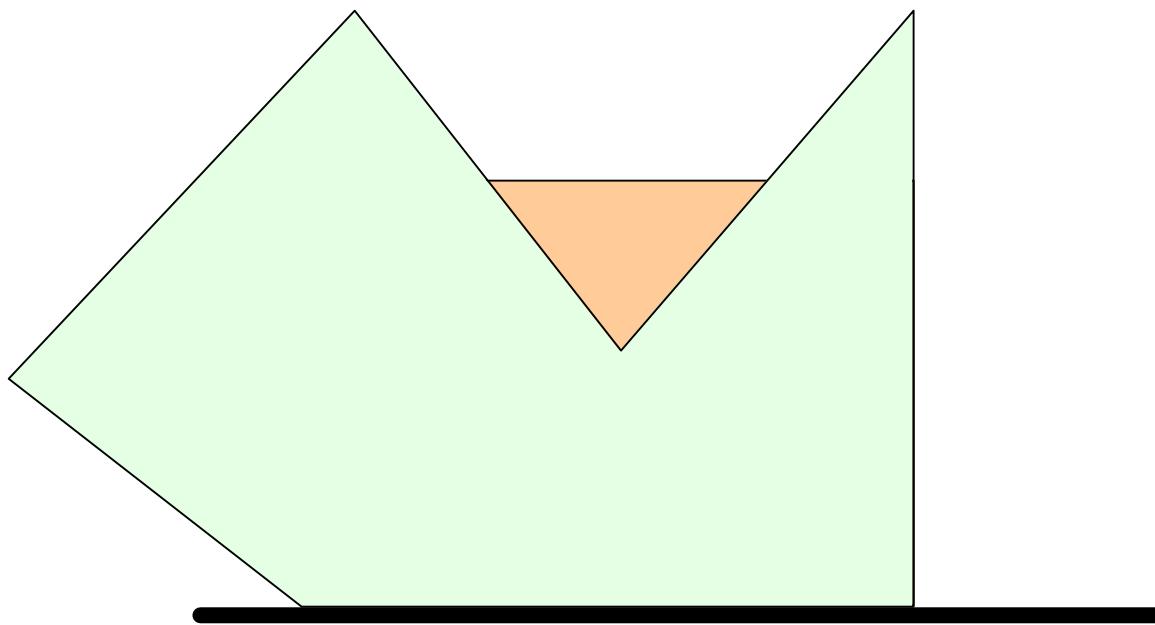
Decuparea poligoanelor



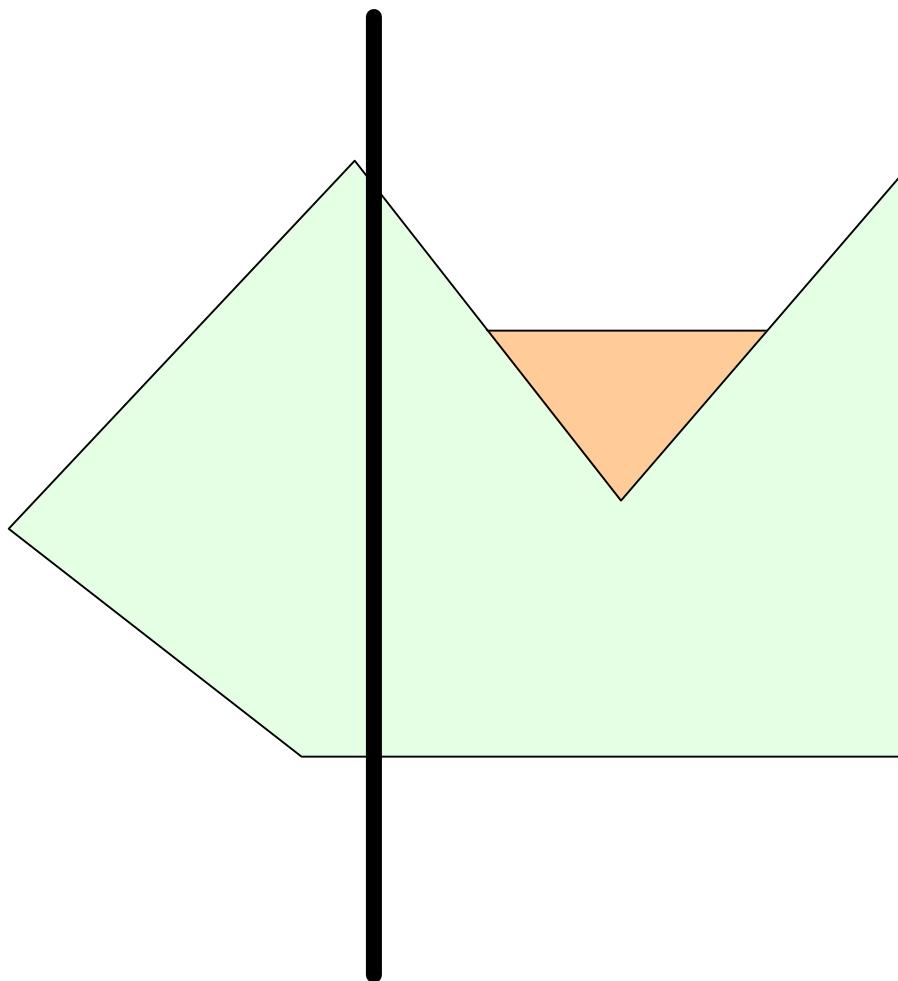
Decuparea poligoanelor



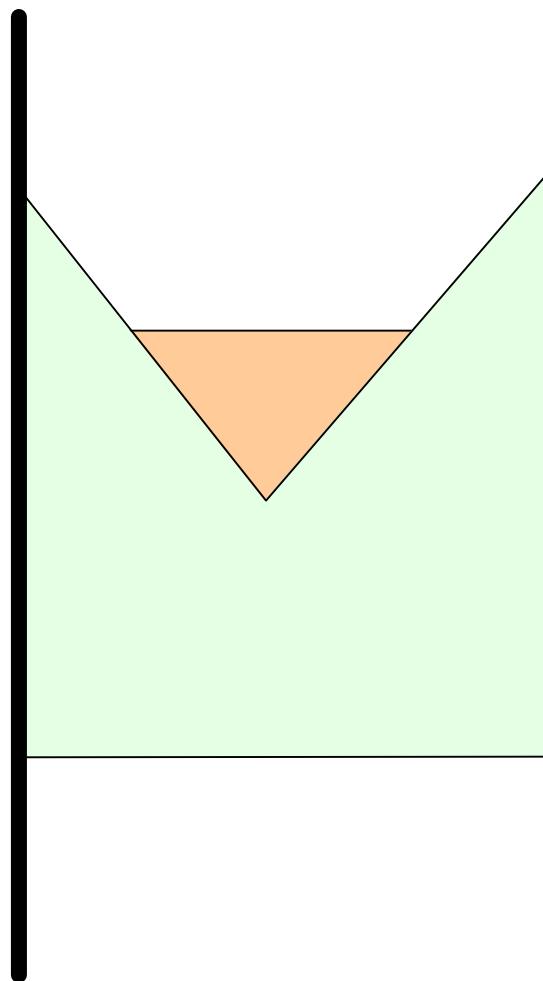
Decuparea poligoanelor



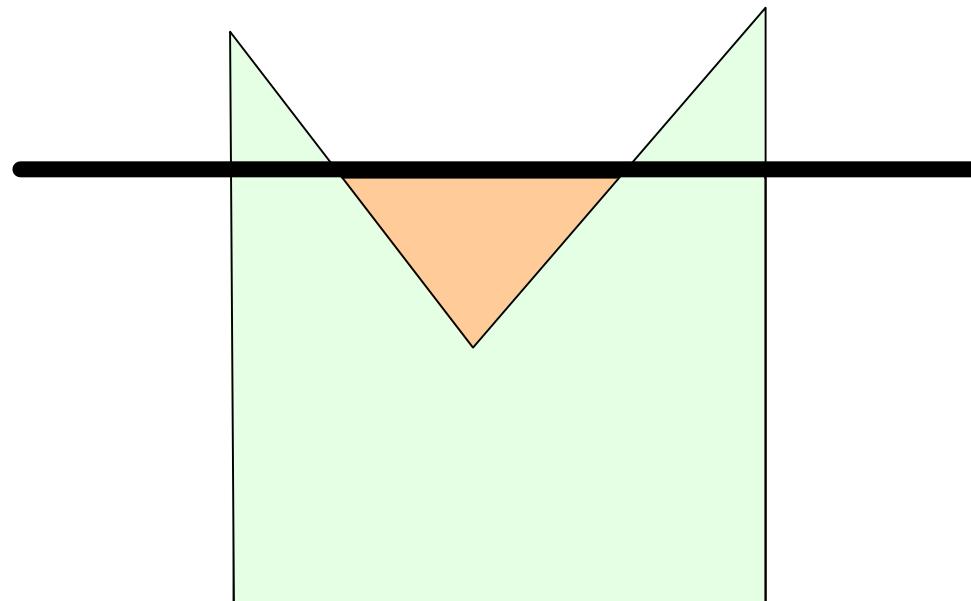
Decuparea poligoanelor



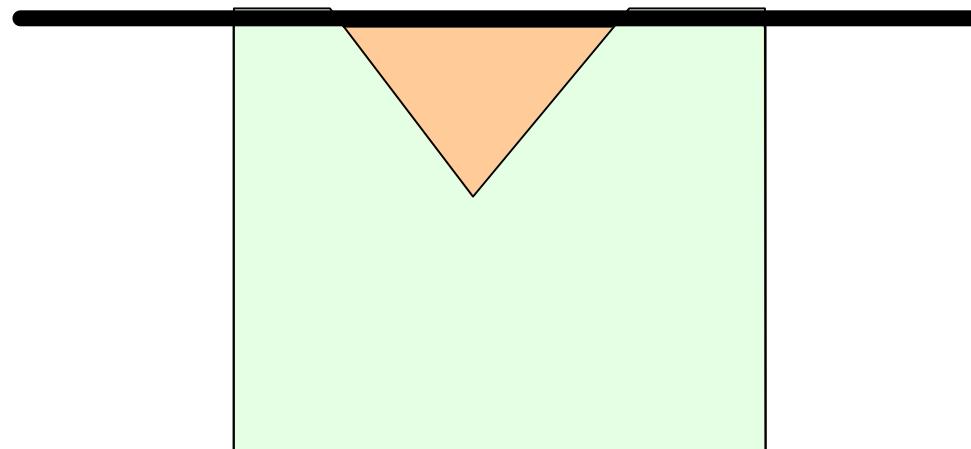
Decuparea poligoanelor



Decuparea poligoanelor



Decuparea poligoanelor

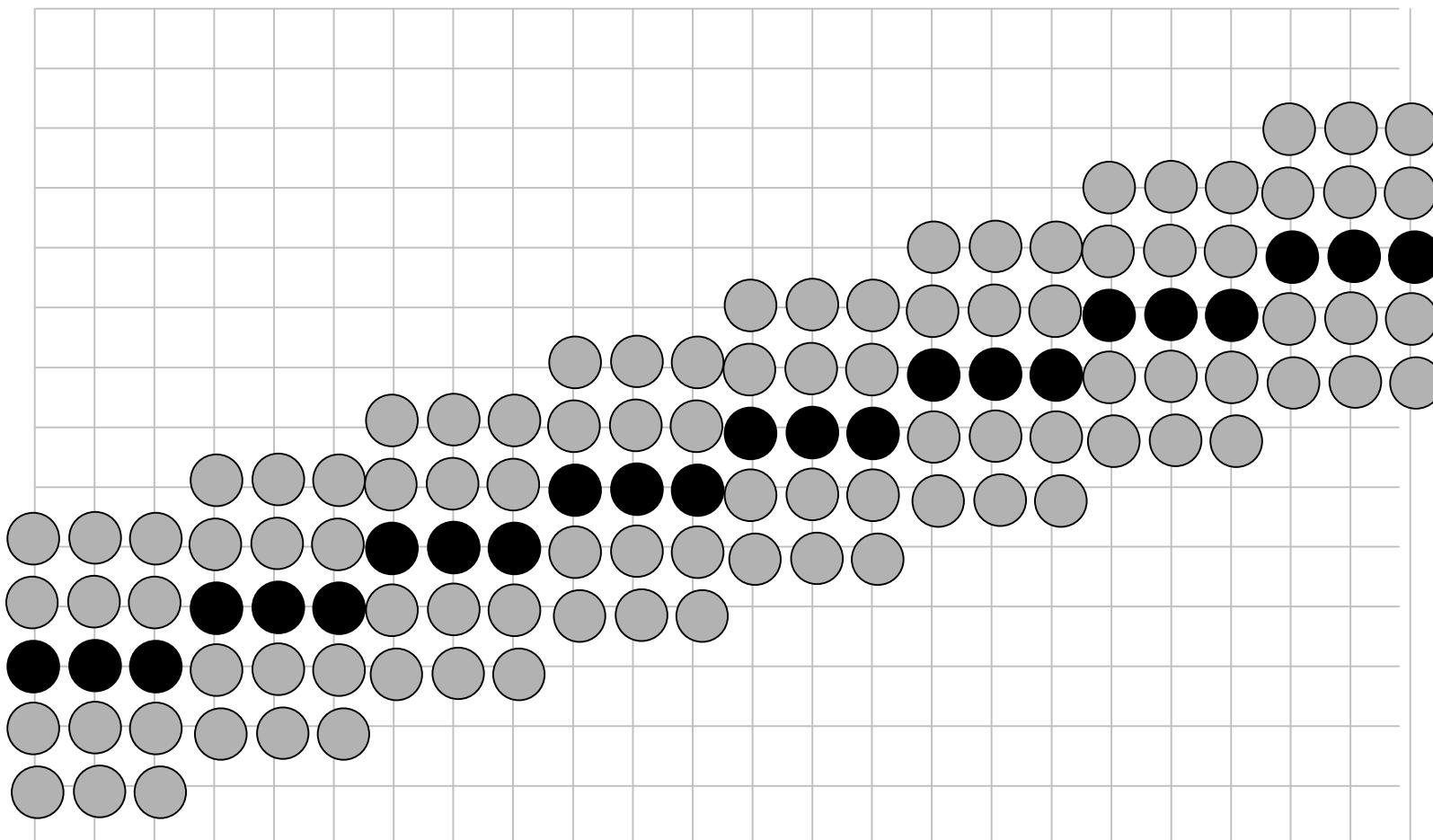


Desenarea primitivelor grafice 2D pe ecrane rastru

- Antialiasing
 - exemple
 - algoritmul Gupta-Sproull

GuptaSproull.htm

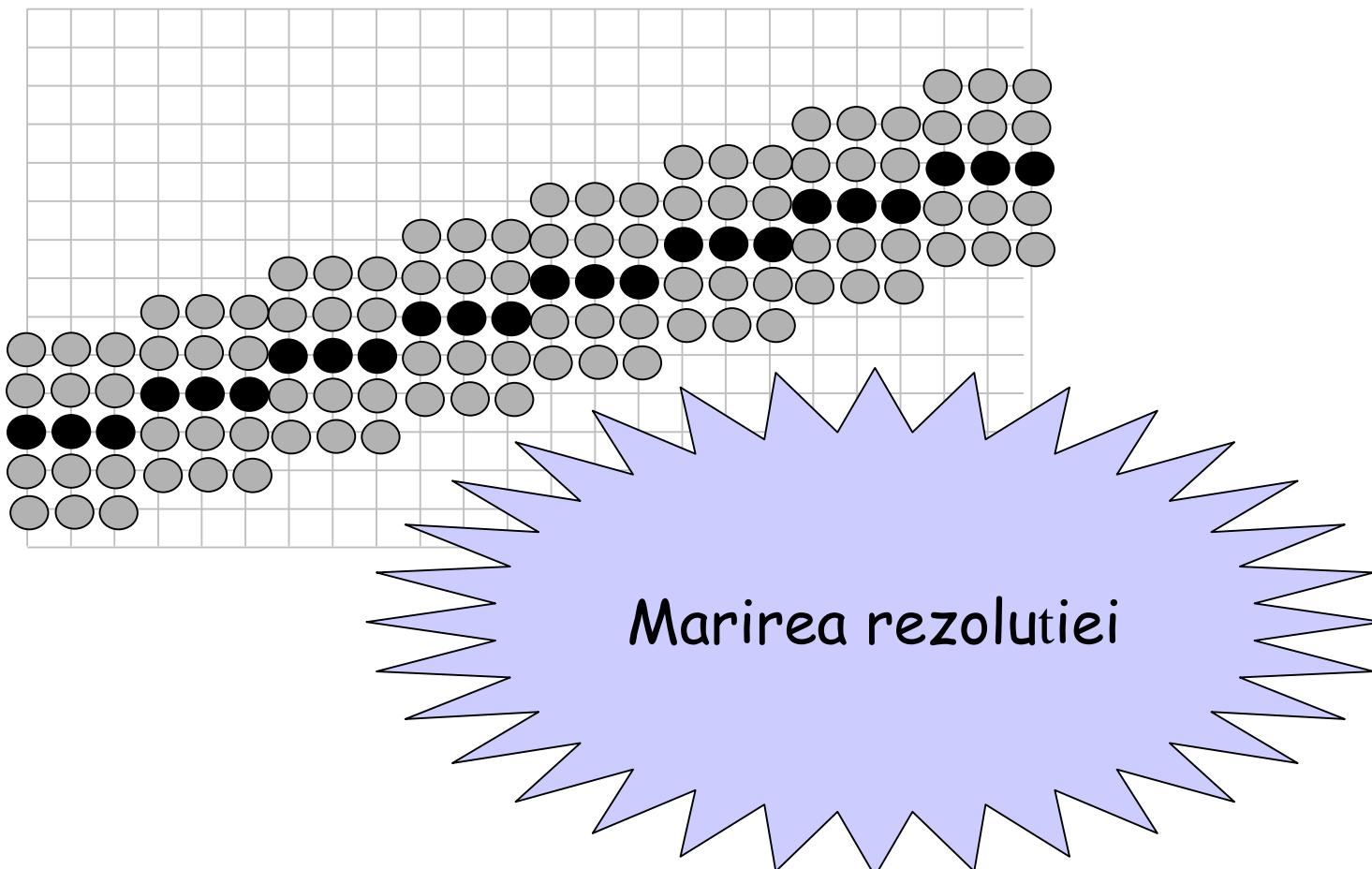
Antialiasing



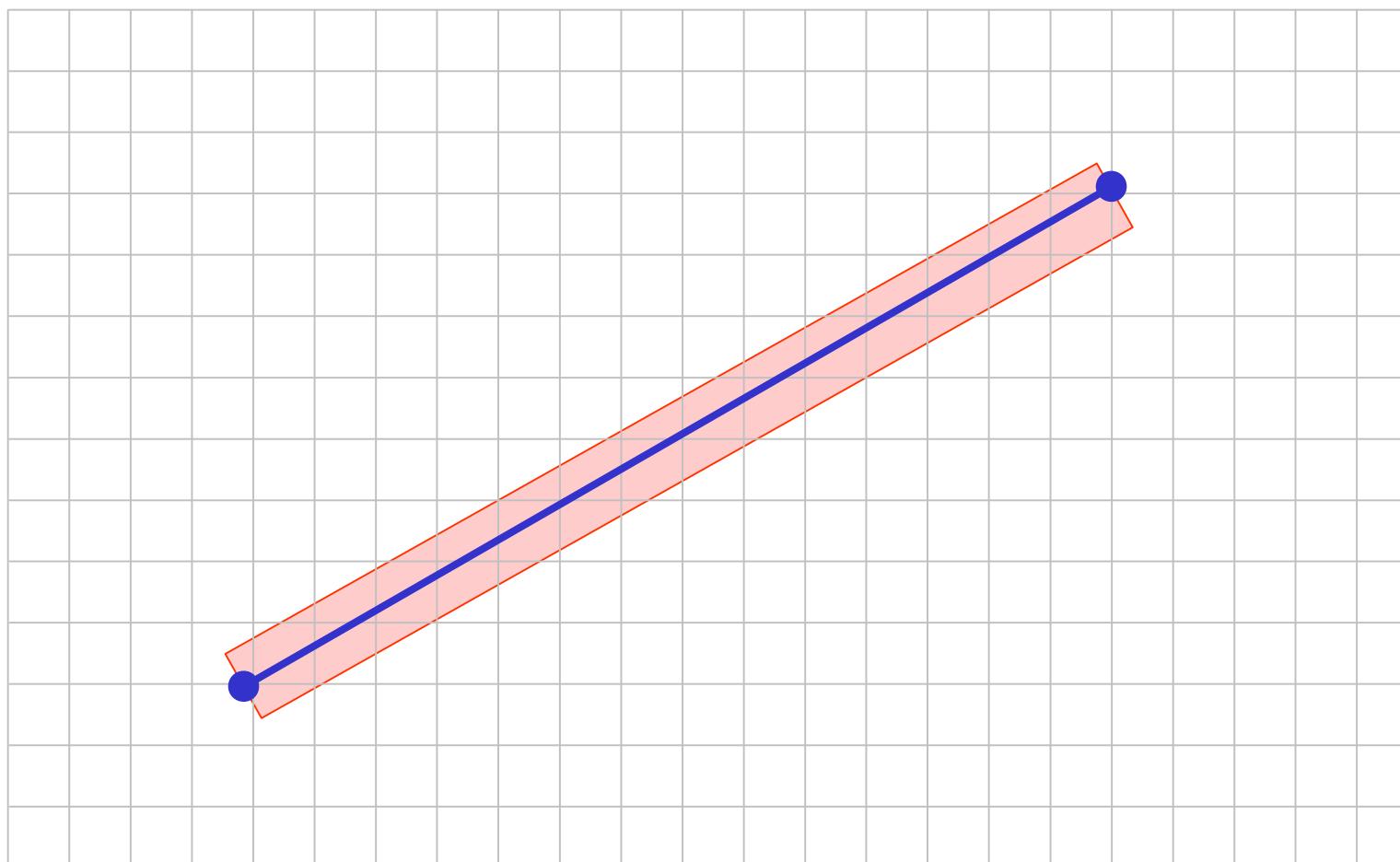
Grafica pe calculator

132

Antialiasing



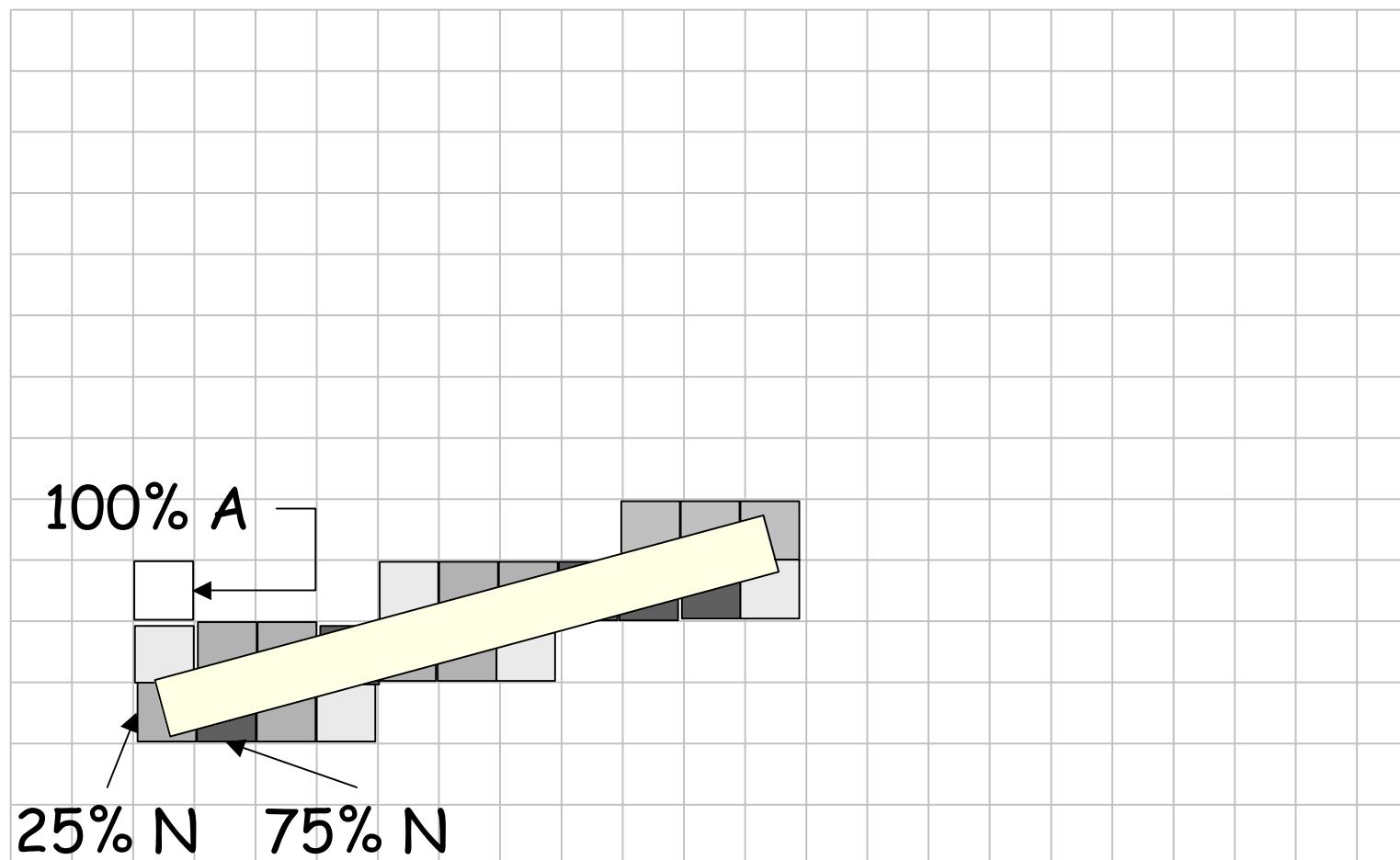
Antialiasing



Grafica pe calculator

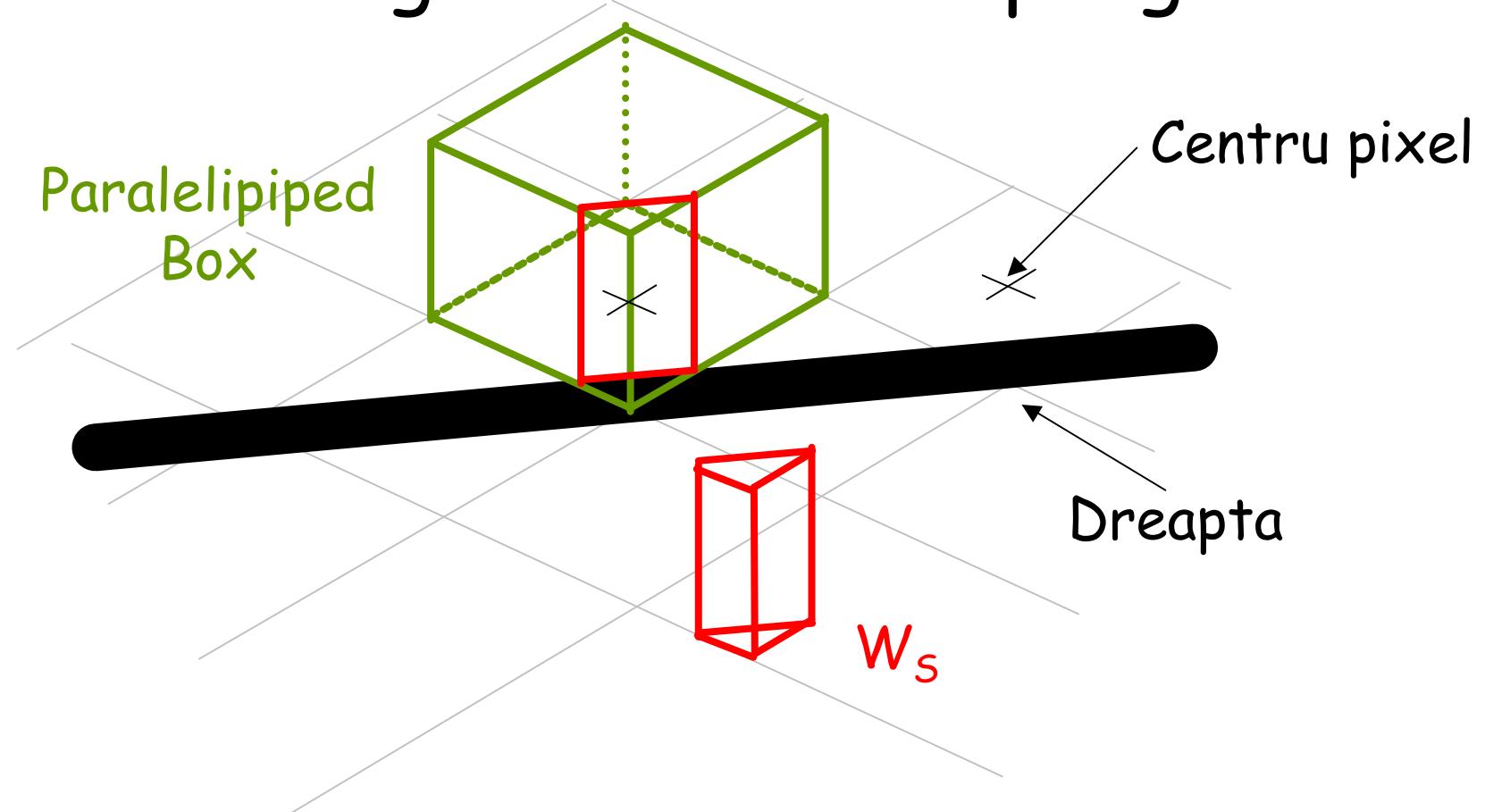
134

Antialiasing

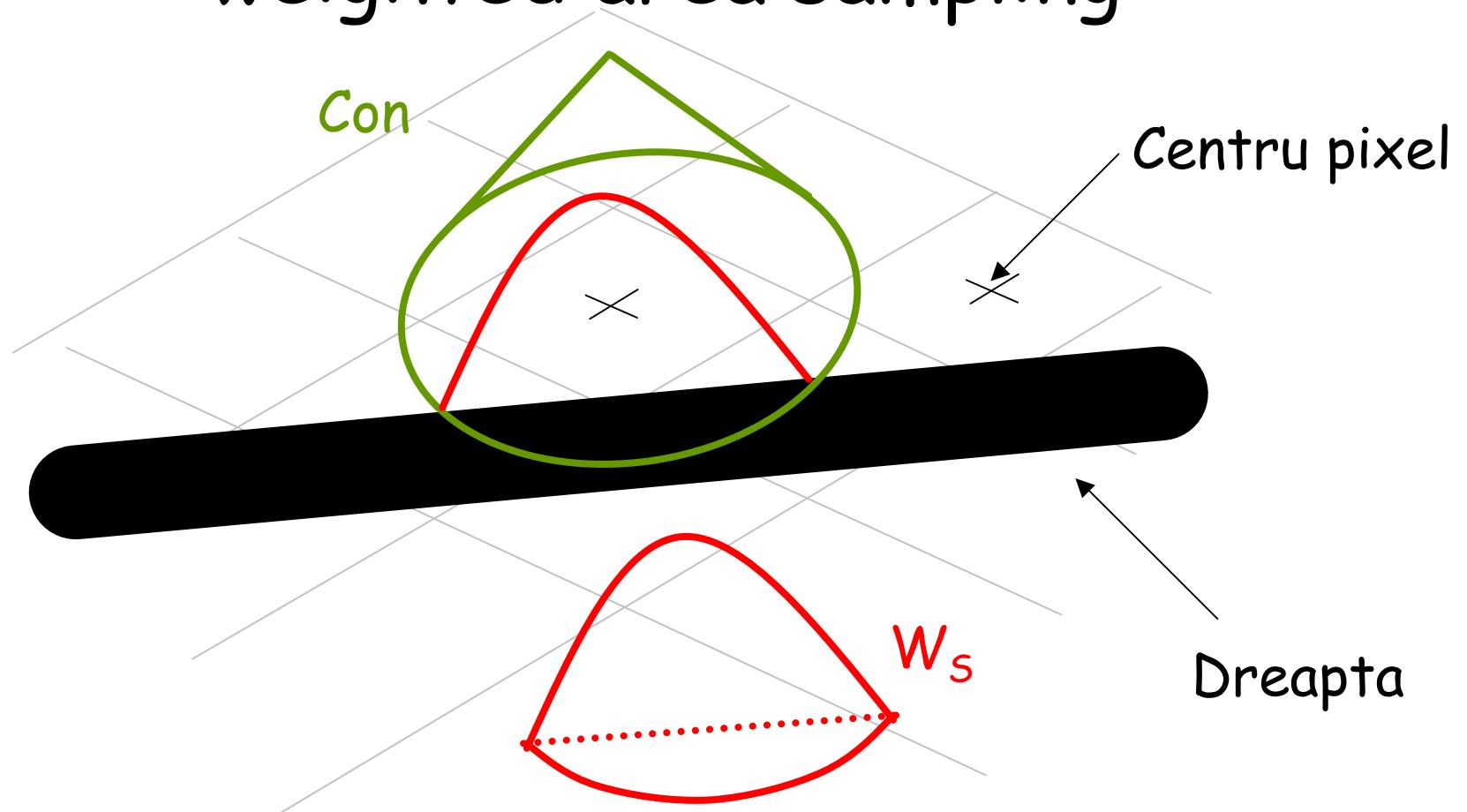


Grafica pe calculator

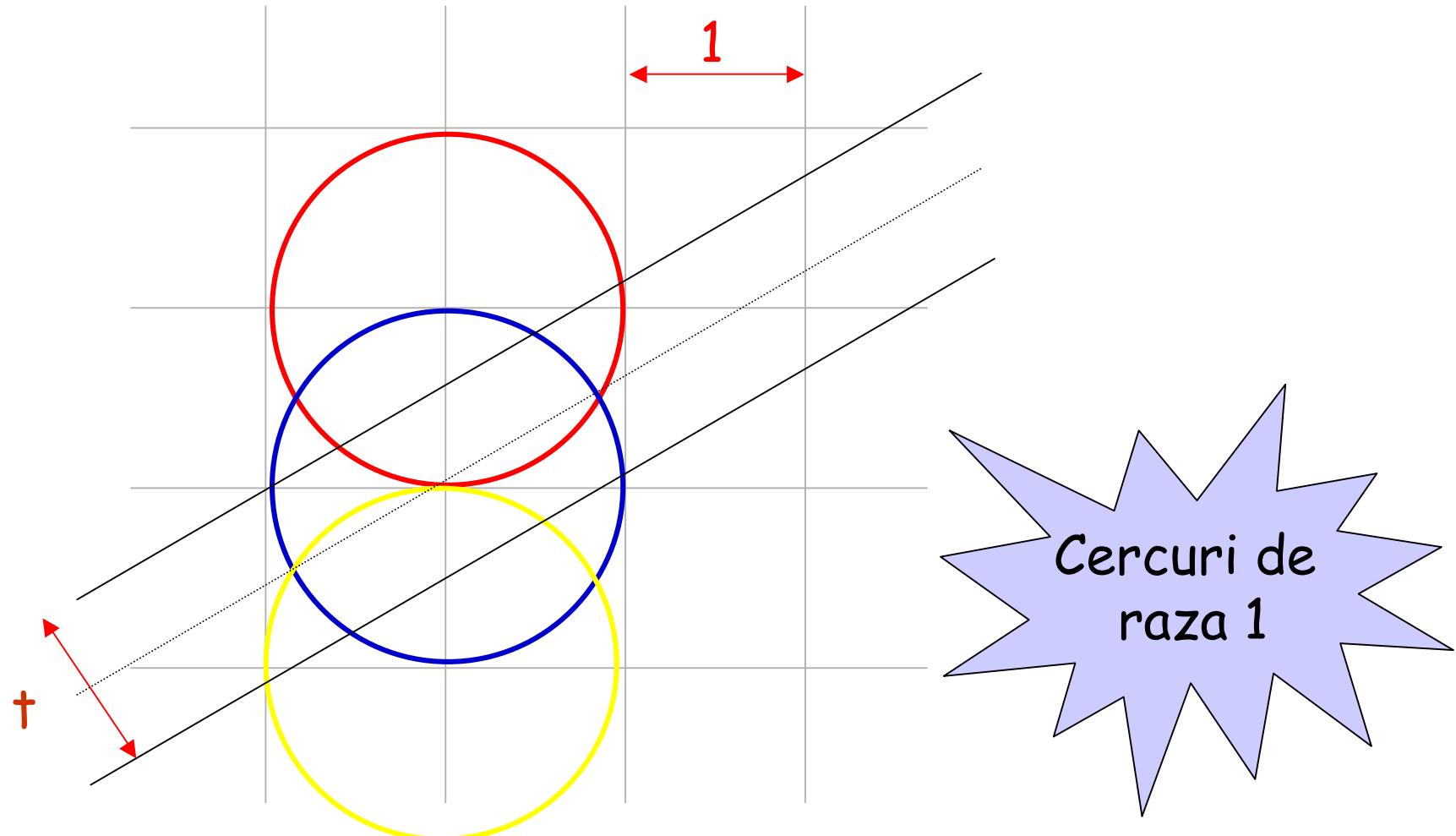
Antialiasing unweighted area sampling



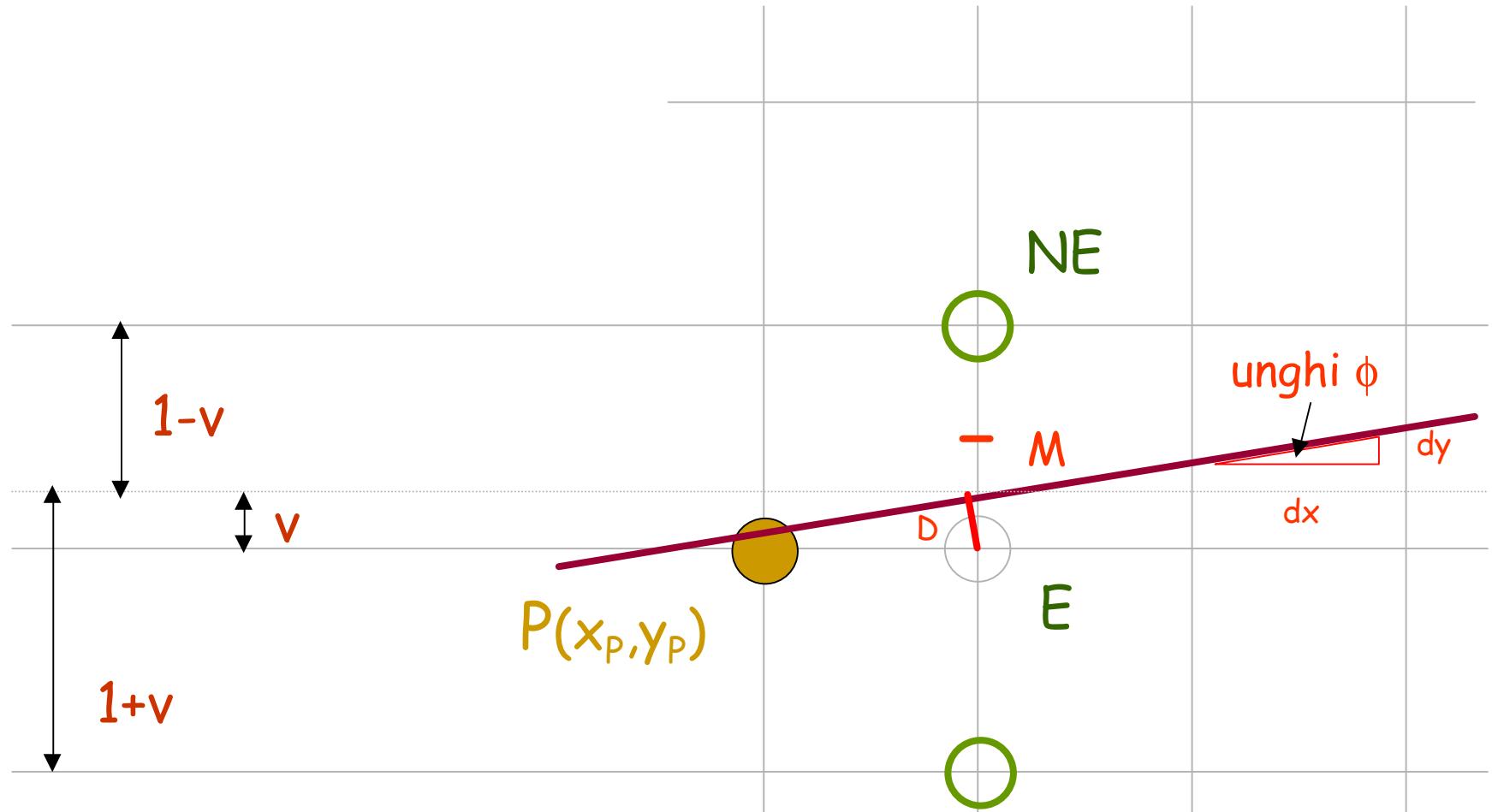
Antialiasing weighted area sampling



Algoritmul Gupta-Sproull



Algoritmul Gupta-Sproull



Grafica pe calculator

Lucian GHIRVU

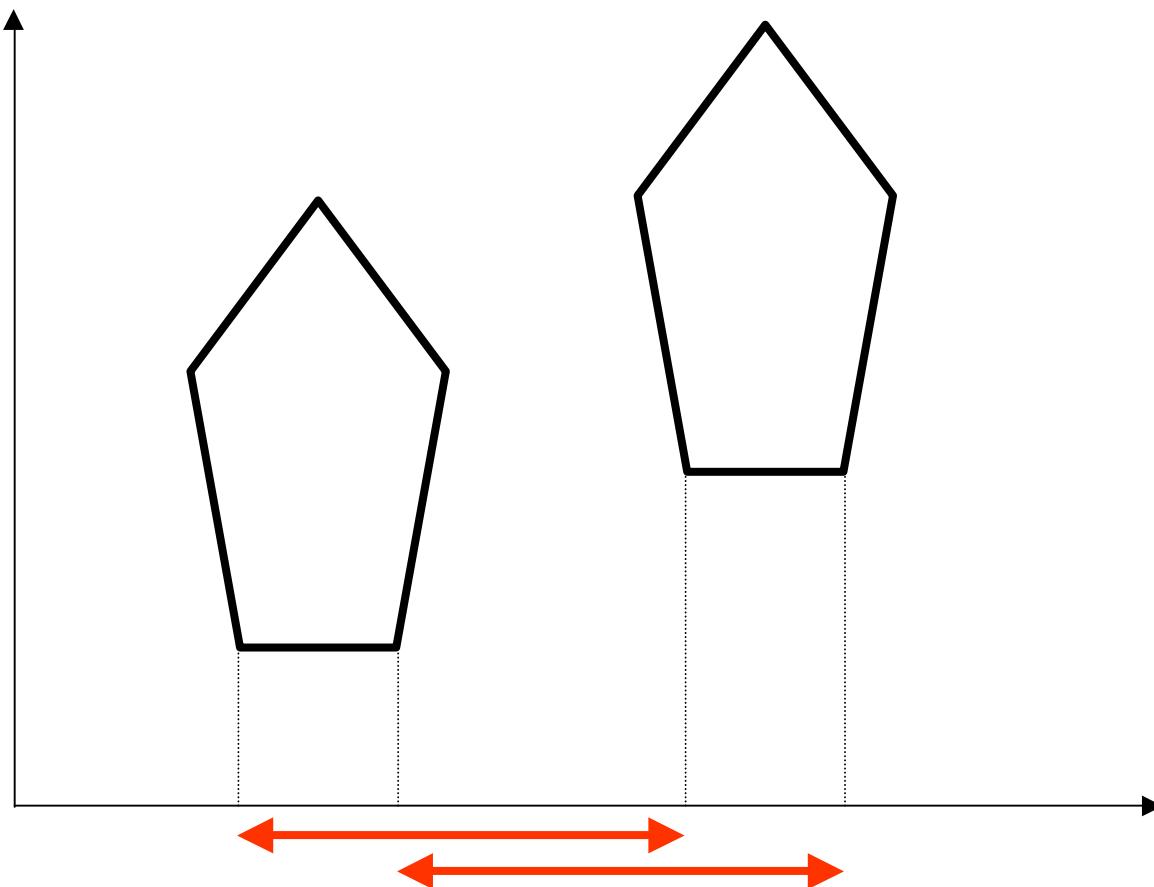
ghirvu@infoiasi.ro

www.infoiasi.ro/~ghirvu/gpc

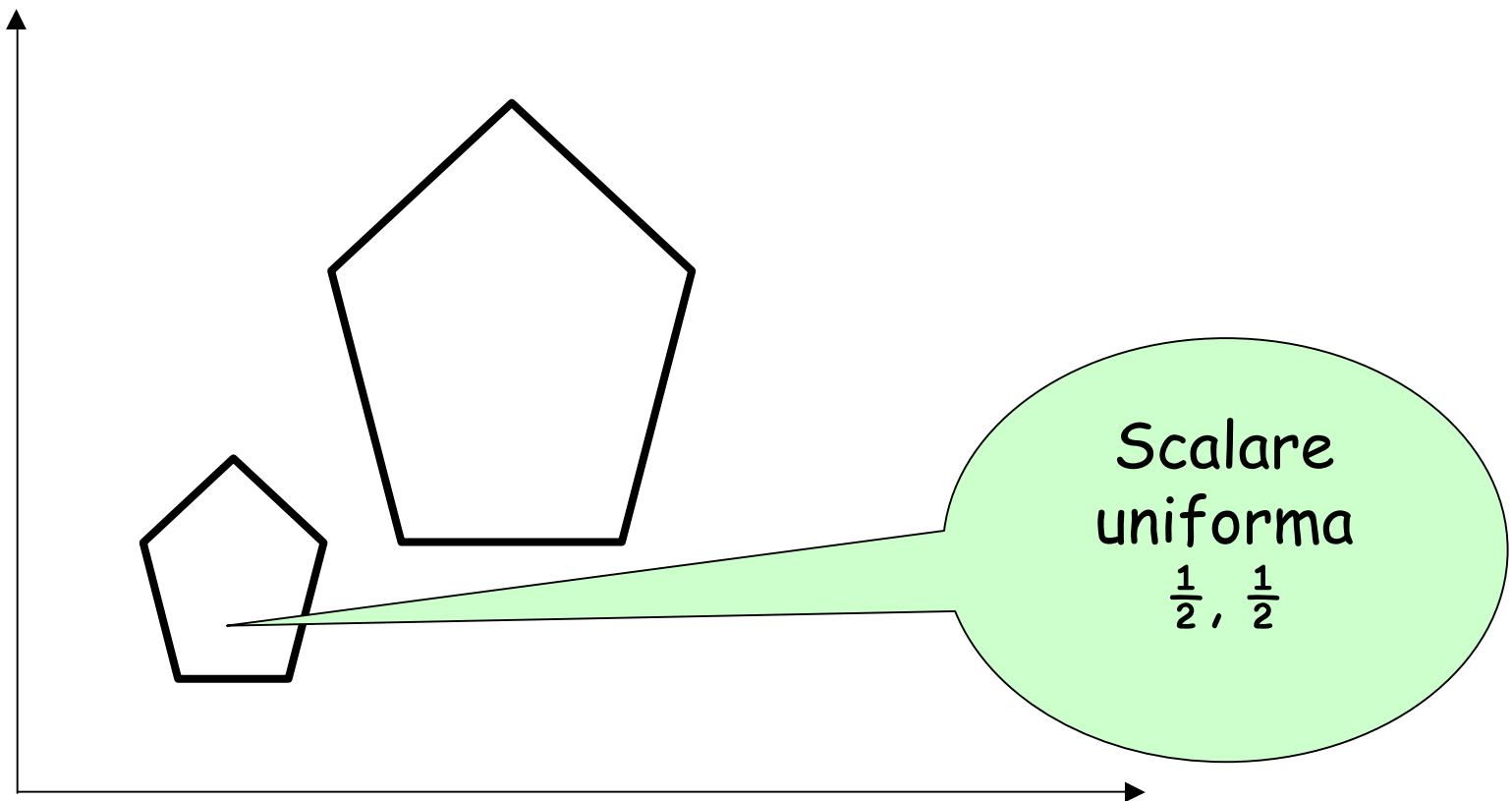
Transformari geometrice

- Translatie
- Scalare
- Rotatie
- Transformarea window-viewport
- Transformari ale sistemelor de coordonate

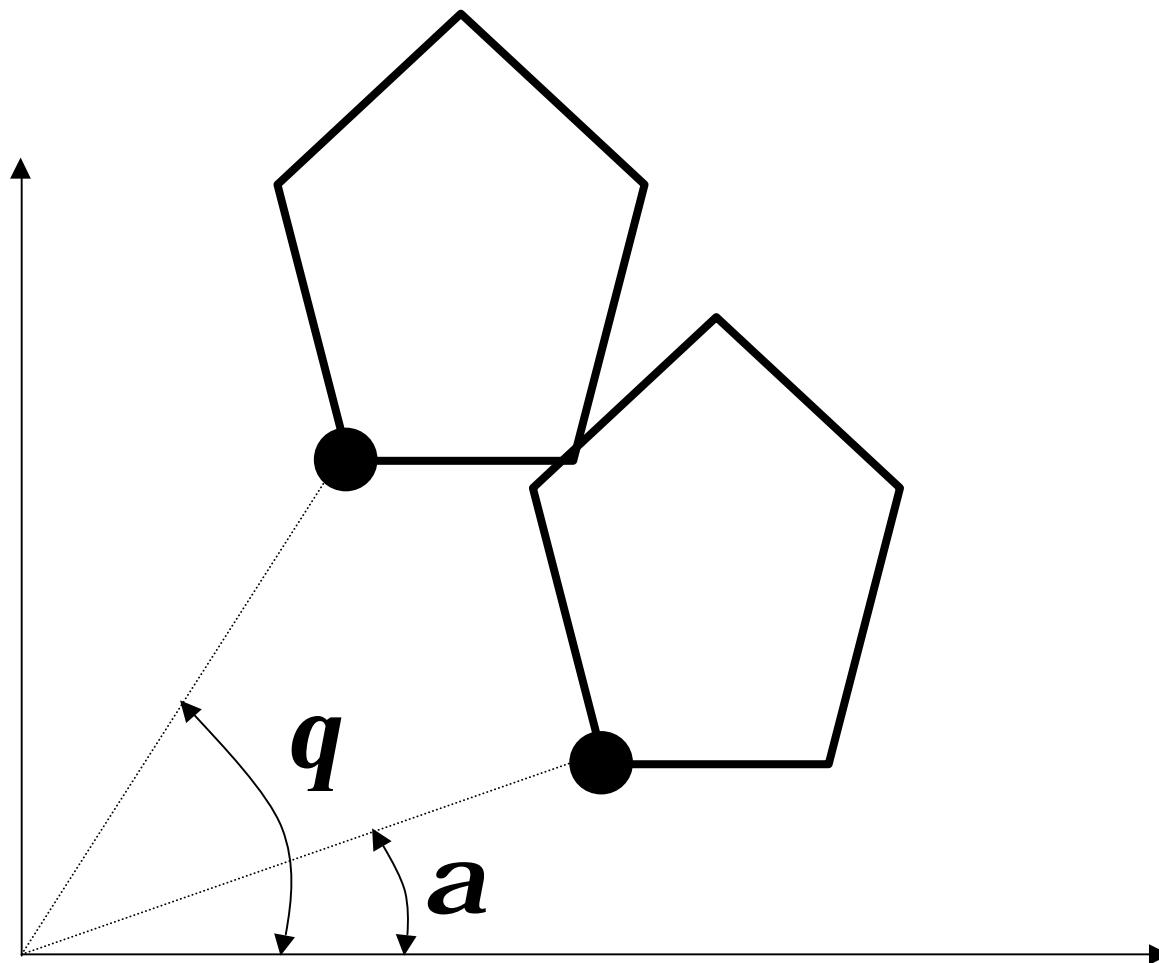
Translatie



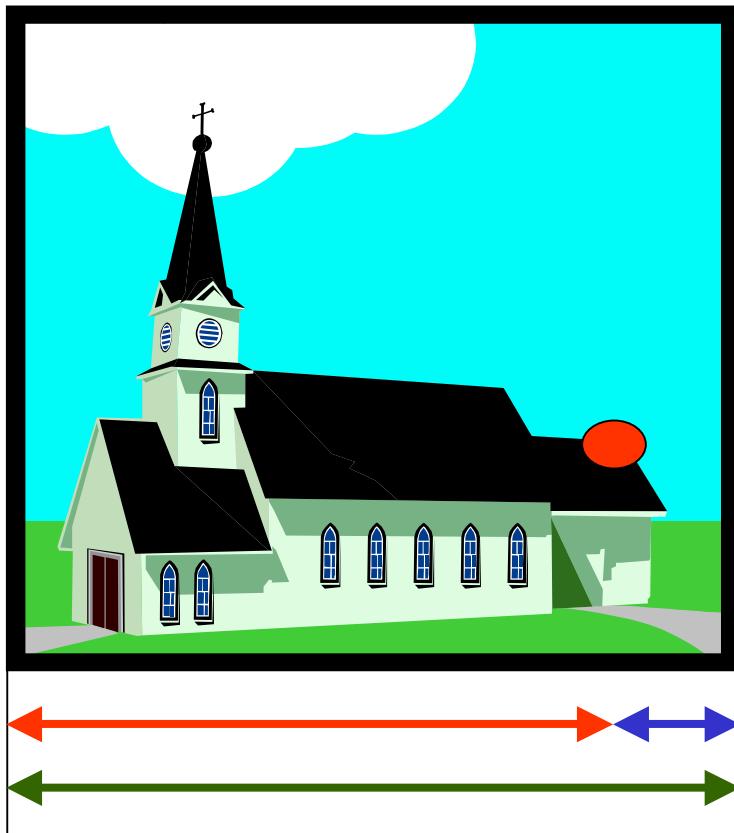
Scalare



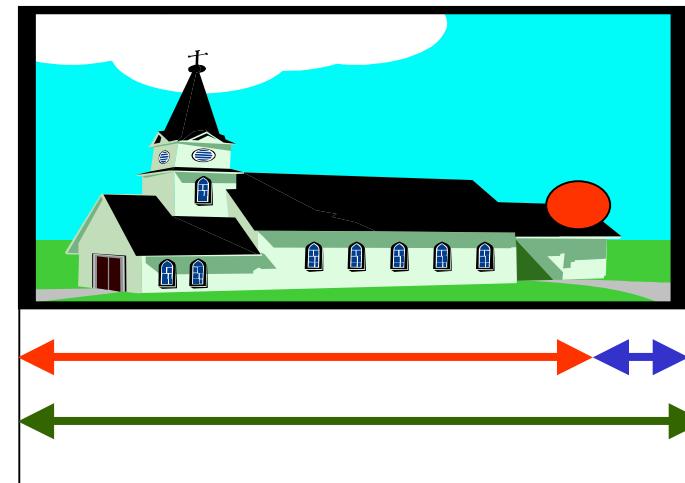
Rotatie



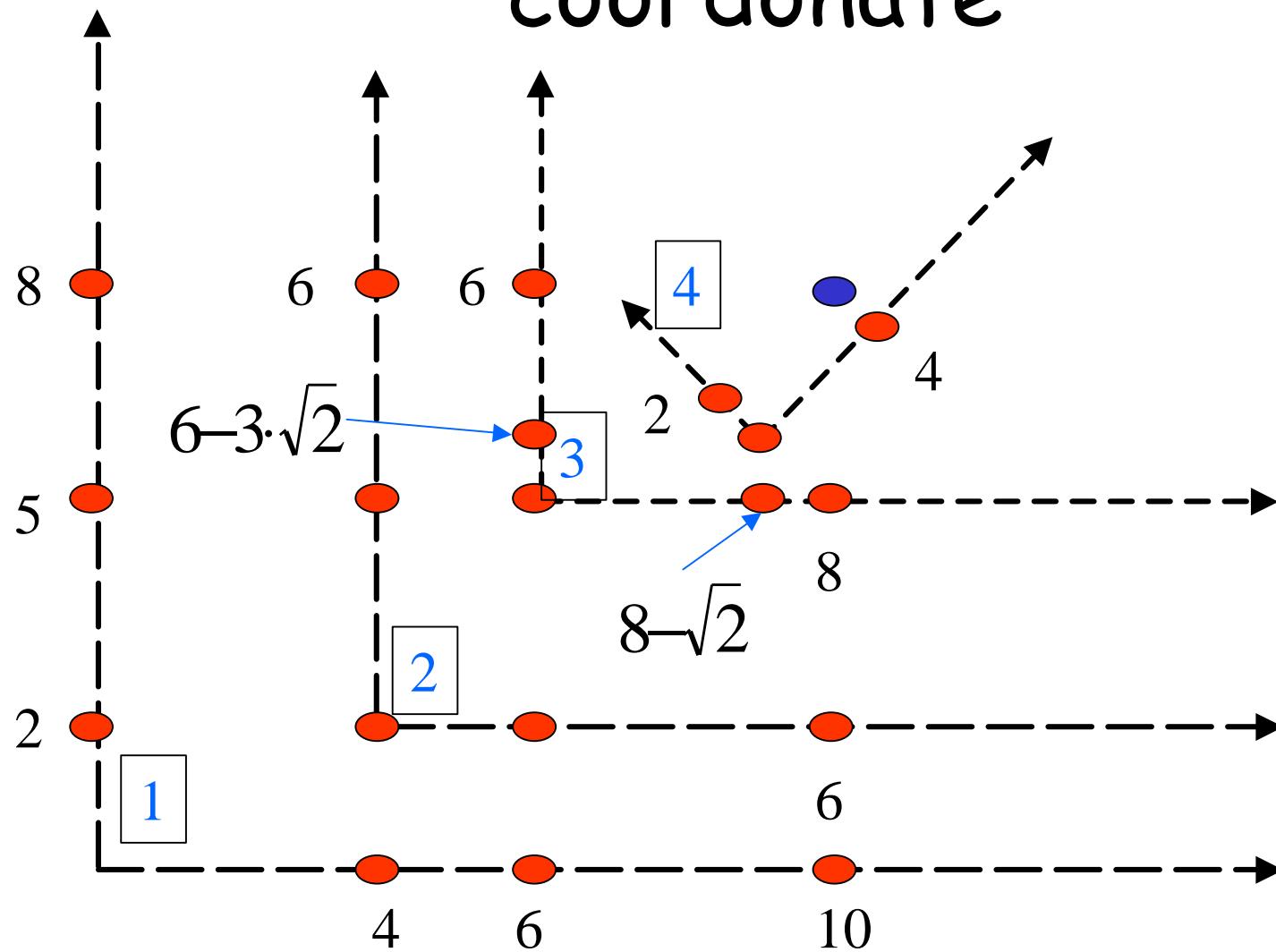
Transformarea window-viewport



Pastrarea
proportiilor

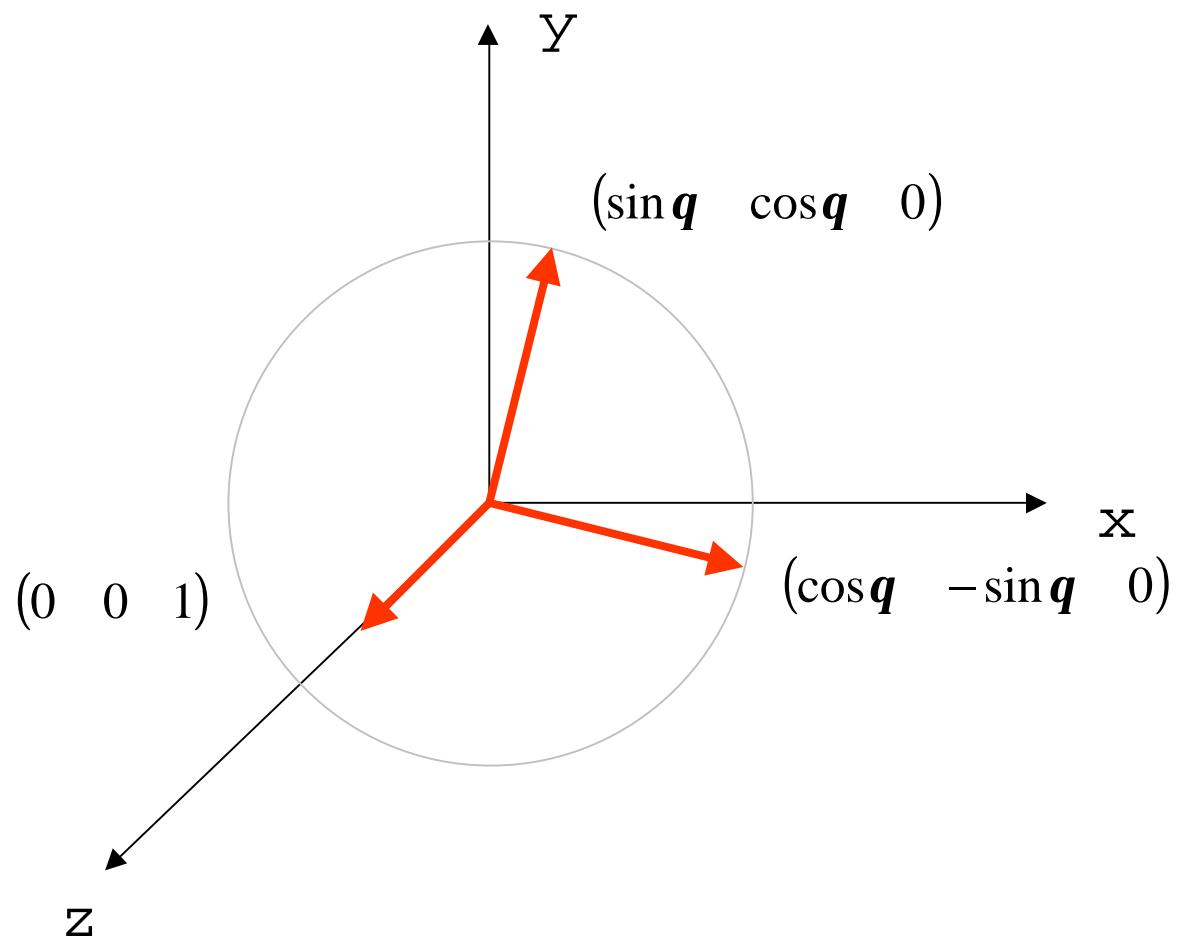


Transformari ale sistemelor de coordonate



$R_z(\theta)$ ortogonala proprie

$$\begin{pmatrix} \cos q & -\sin q & 0 & 0 \\ \sin q & \cos q & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

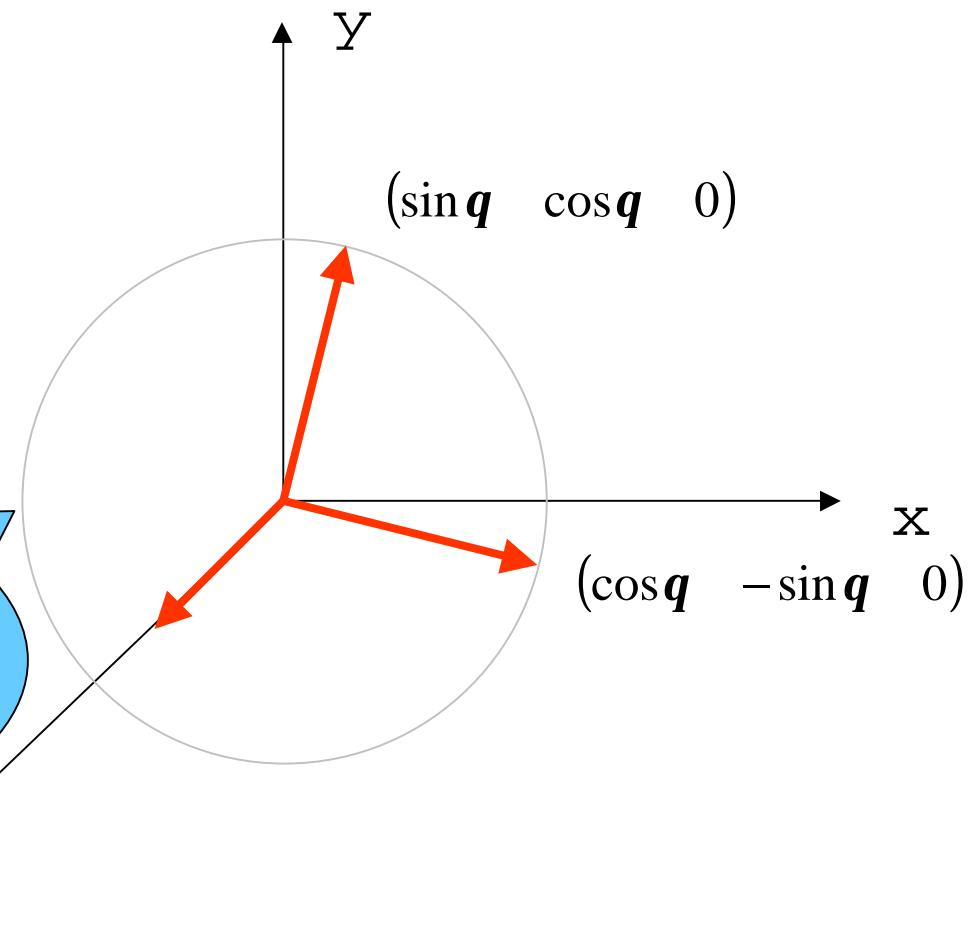


$R_z(\theta)$ ortogonala proprietate

$$\begin{pmatrix} \cos q & -\sin q & 0 & 0 \\ \sin q & \cos q & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

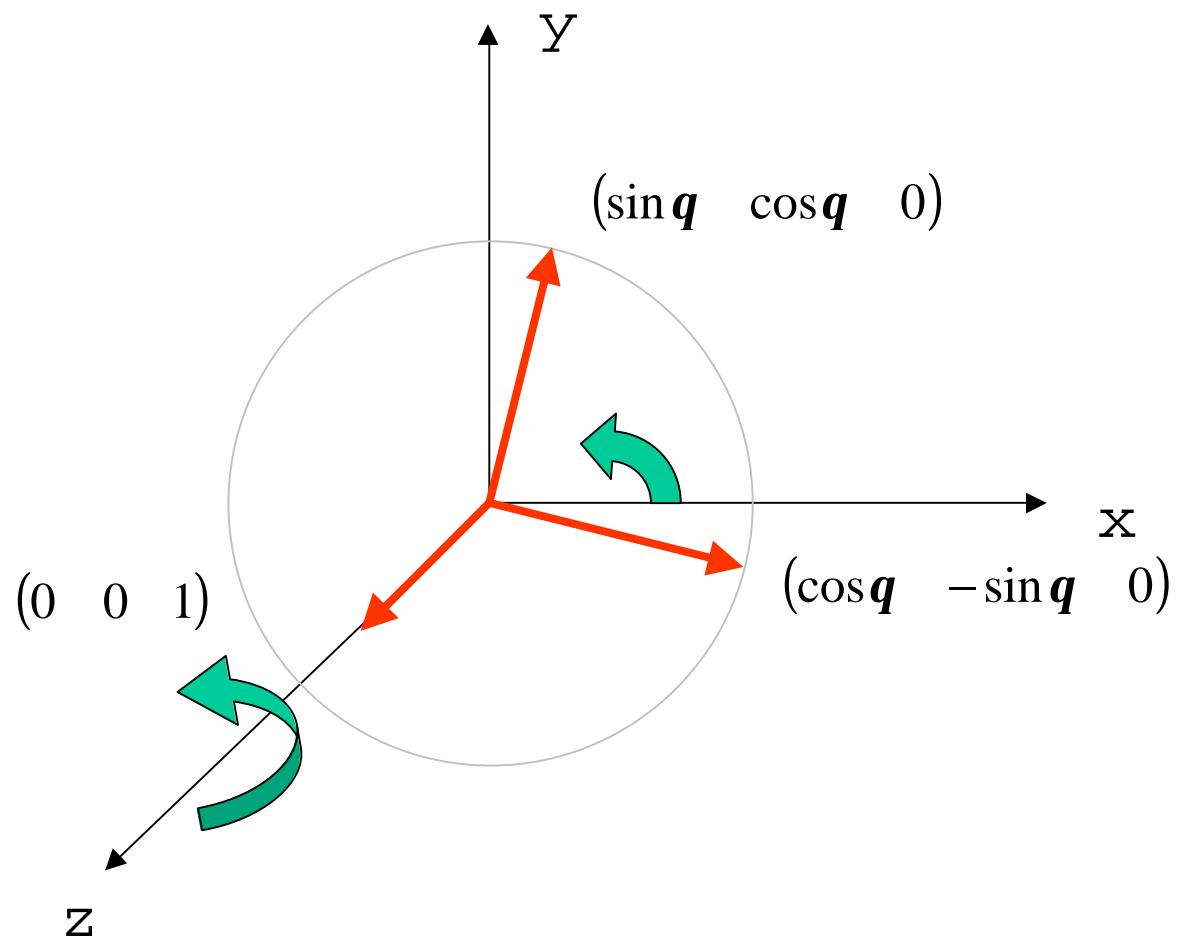
Cercul unitate din
planul Oxy centrat
in origine

z



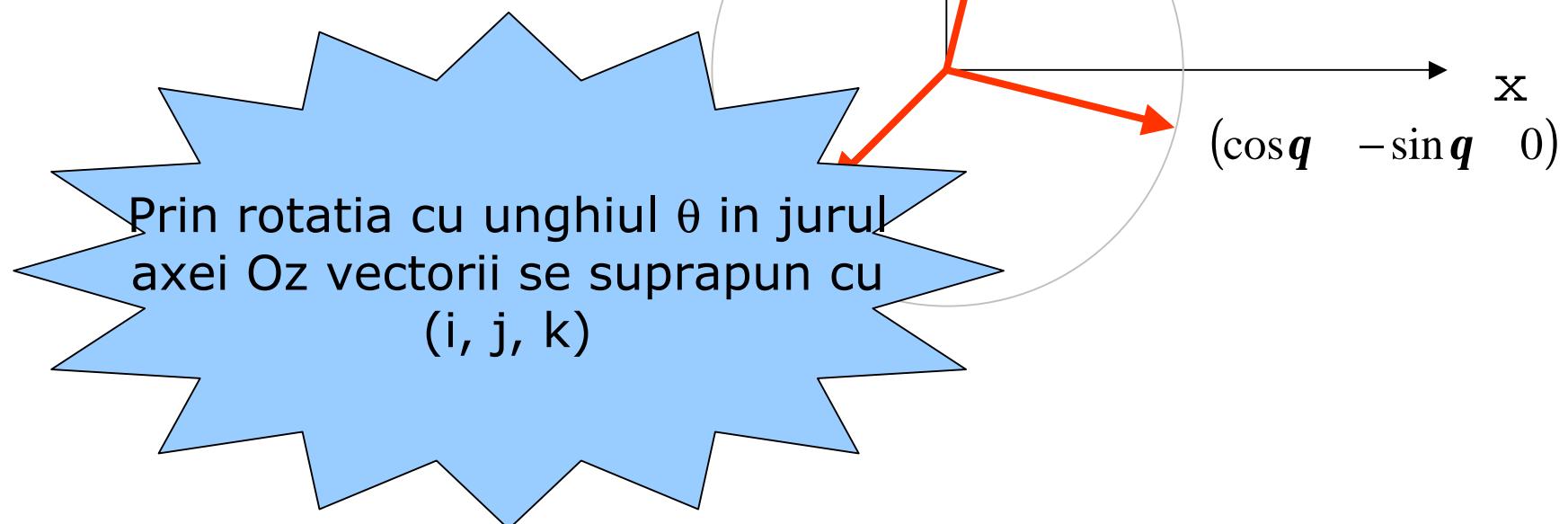
$R_z(\theta)$ ortogonala proprie

$$\begin{pmatrix} \cos q & -\sin q & 0 & 0 \\ \sin q & \cos q & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$



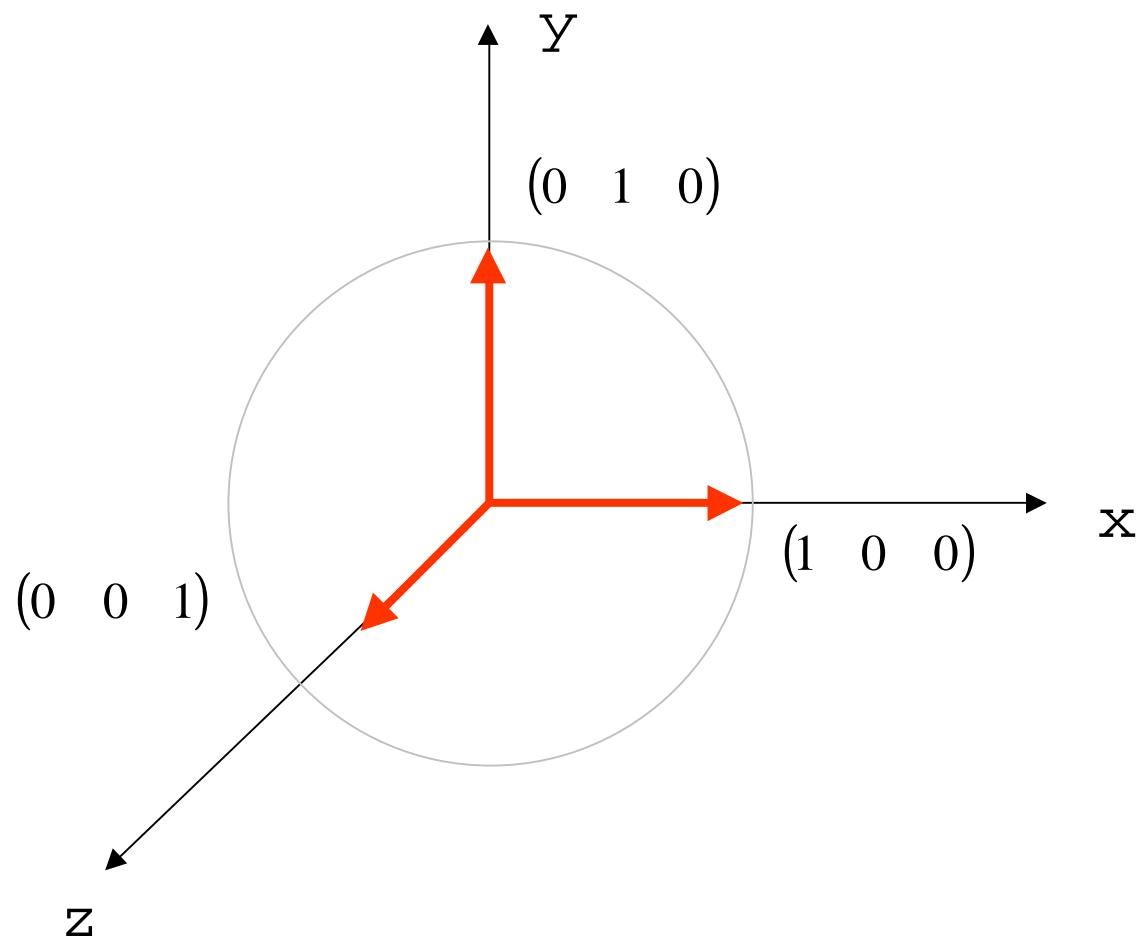
$R_z(\theta)$ ortogonala proprietate

$$\begin{pmatrix} \cos q & -\sin q & 0 & 0 \\ \sin q & \cos q & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$



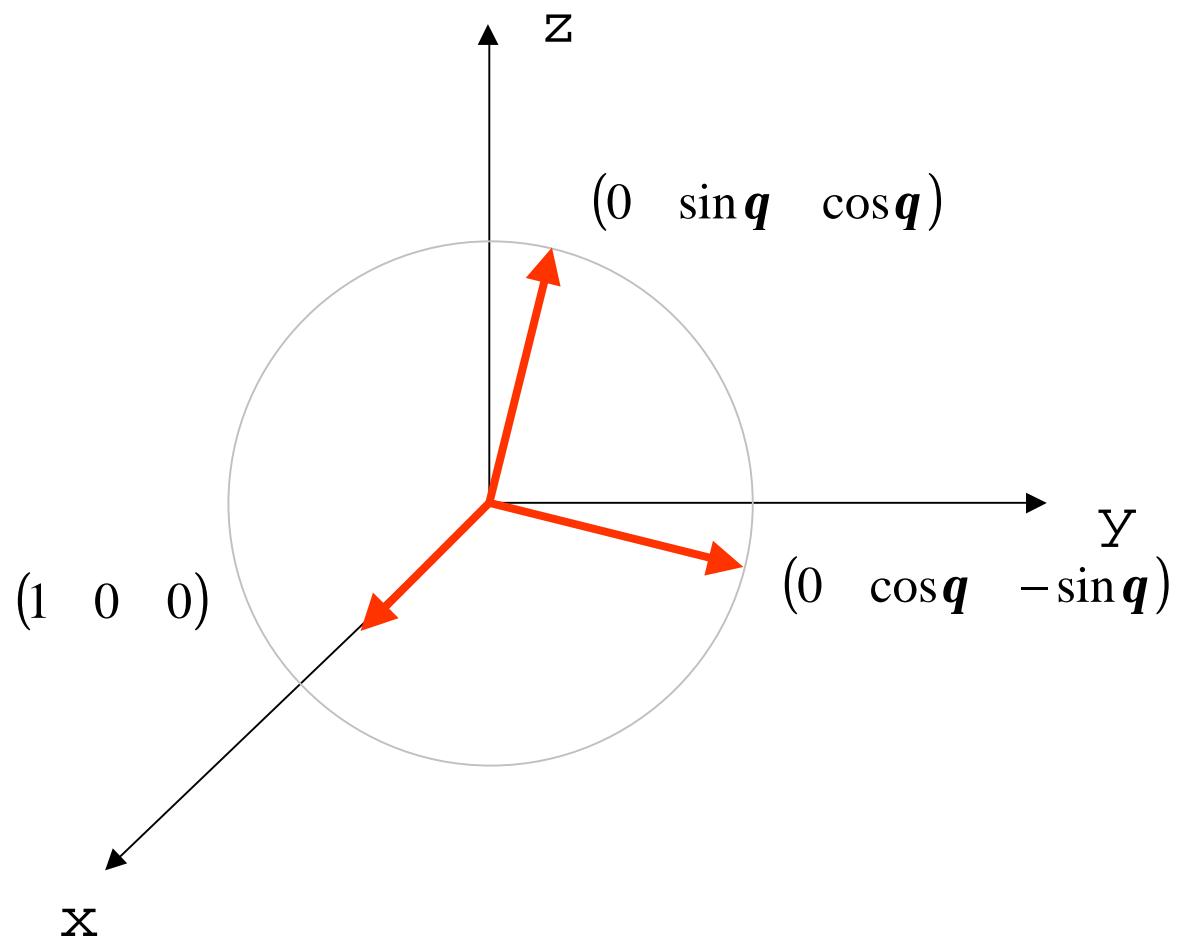
$R_z(\theta)$ ortogonala proprie

$$\begin{pmatrix} \cos q & -\sin q & 0 & 0 \\ \sin q & \cos q & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$



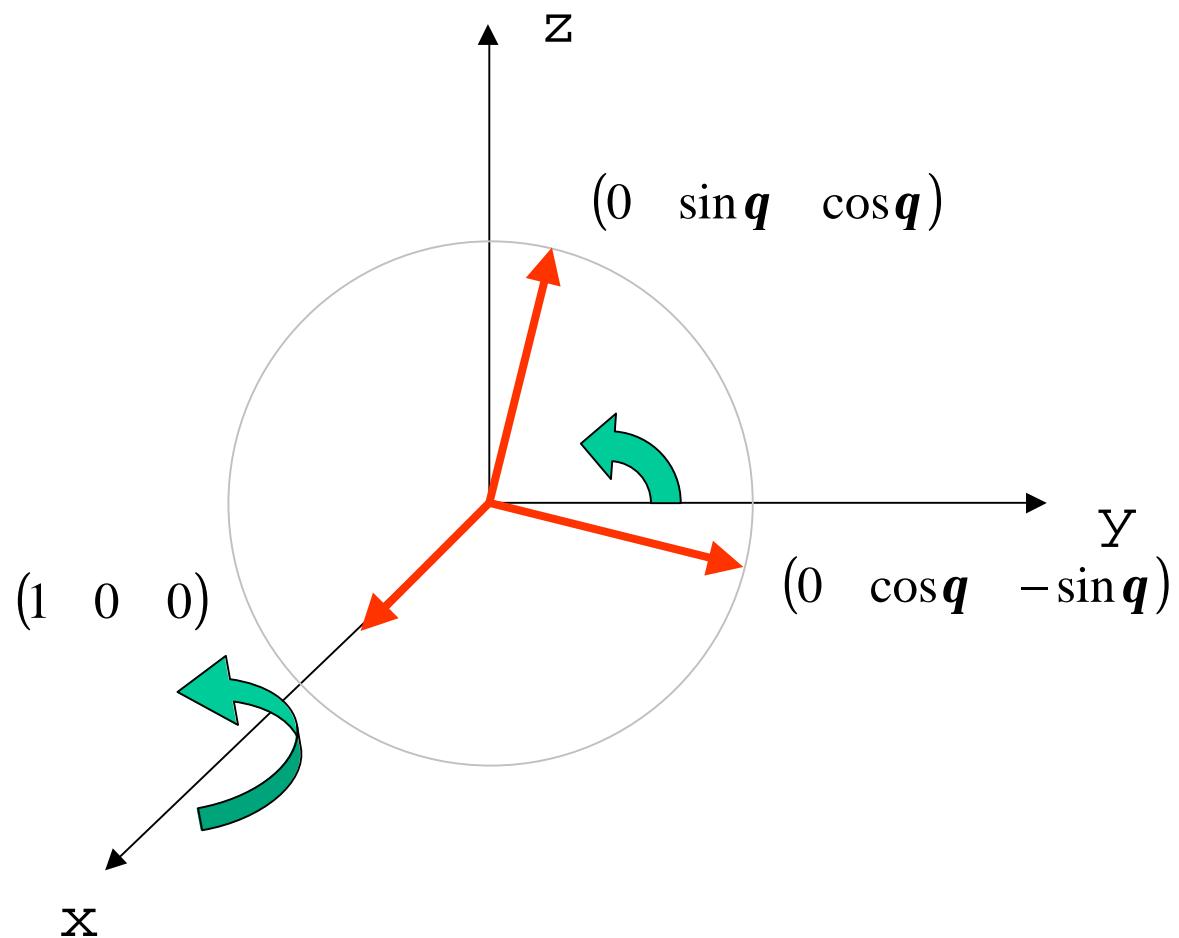
$R_x(\theta)$ ortogonala proprie

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos q & -\sin q & 0 \\ 0 & \sin q & \cos q & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$



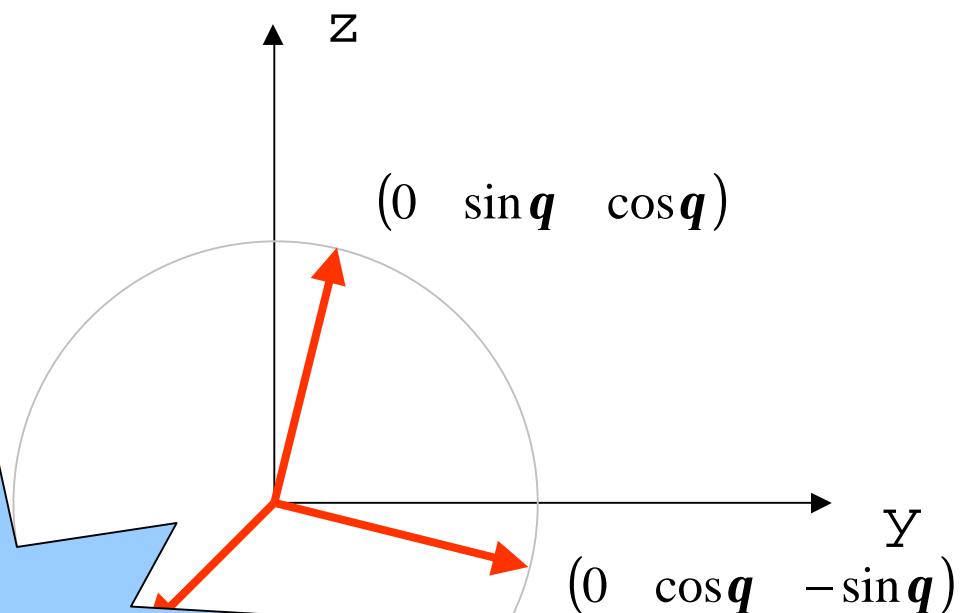
$R_x(\theta)$ ortogonala proprie

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos q & -\sin q & 0 \\ 0 & \sin q & \cos q & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$



$R_x(\theta)$ ortogonala proprietate

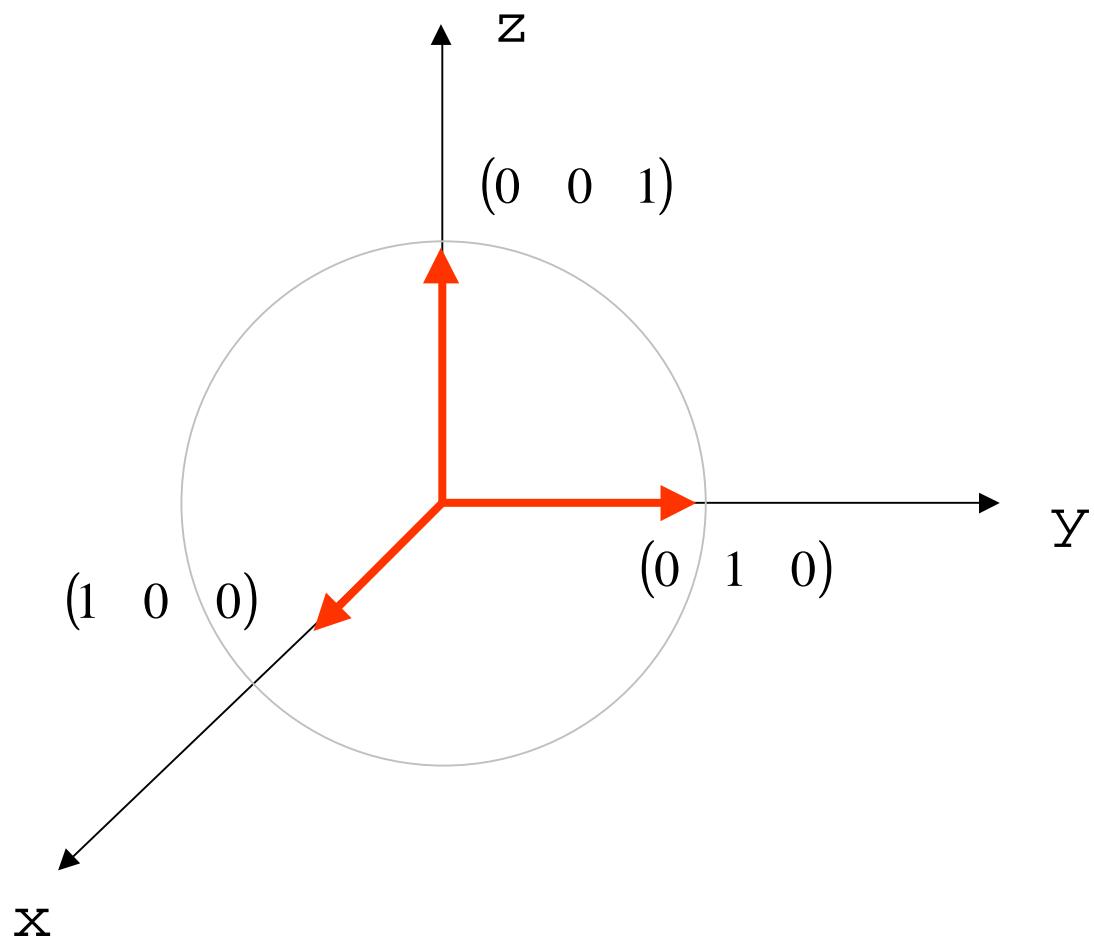
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos q & -\sin q & 0 \\ 0 & \sin q & \cos q & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$



Prin rotatia cu unghiul θ in jurul
axei Ox vectorii se suprapun cu
(i, j, k)

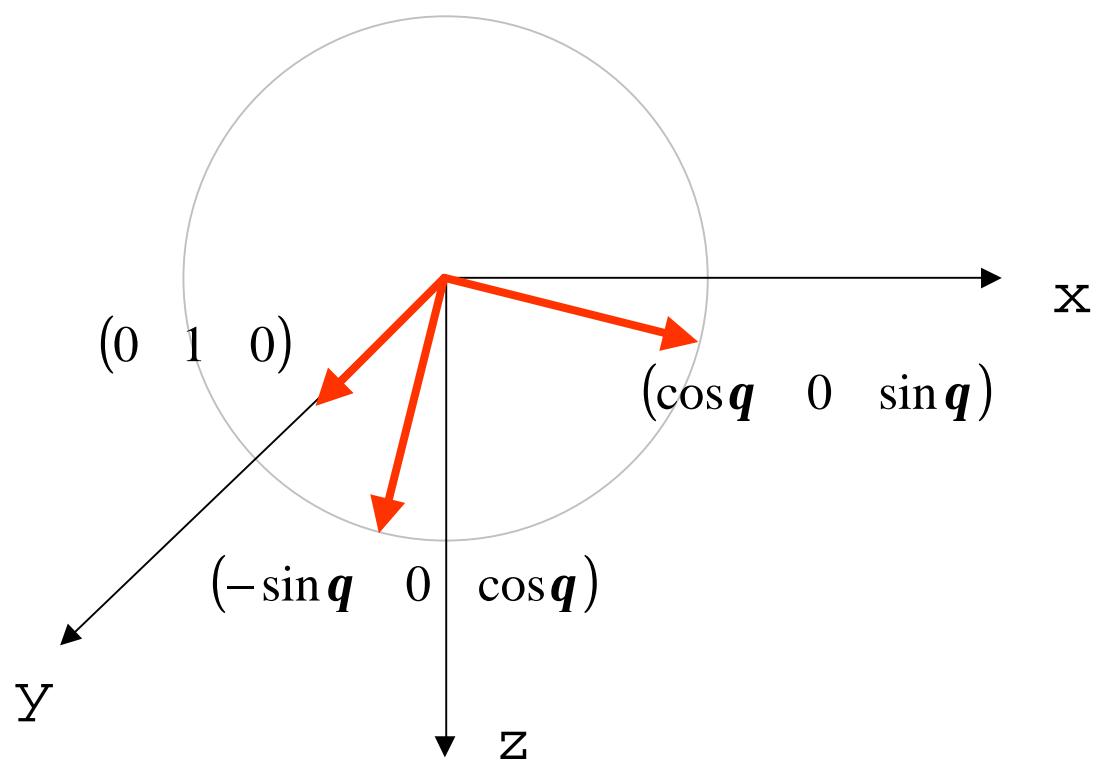
$R_x(\theta)$ ortogonala proprie

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos q & -\sin q & 0 \\ 0 & \sin q & \cos q & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$



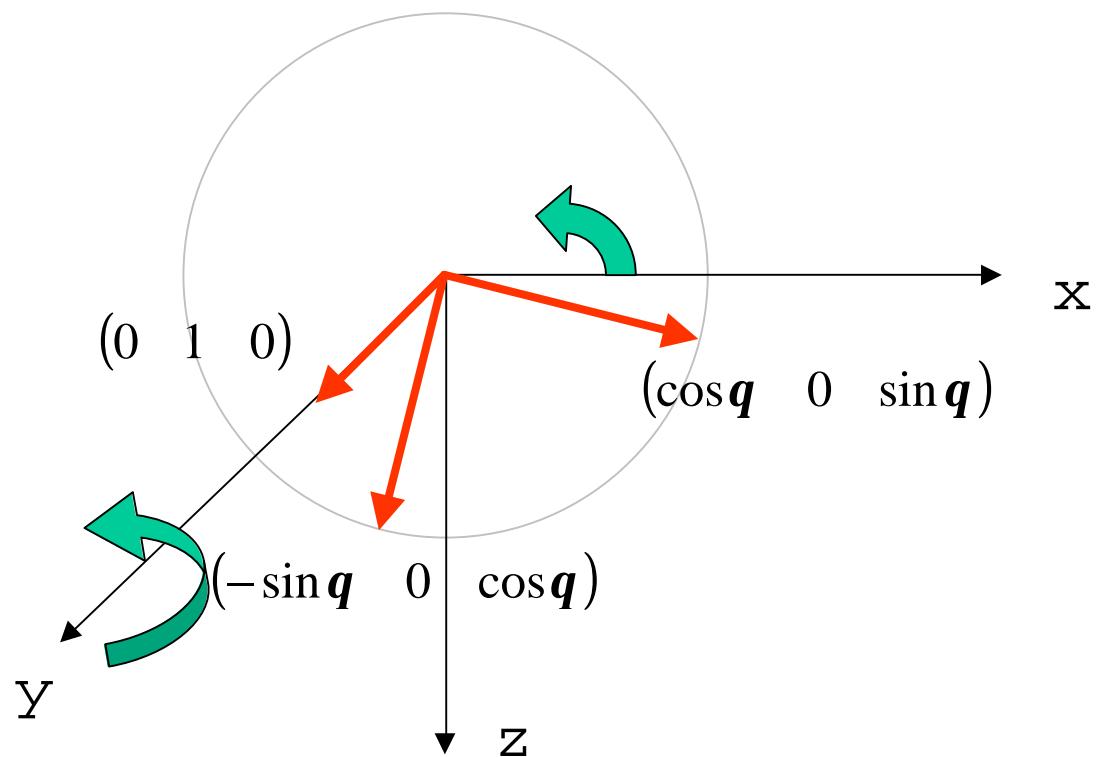
$R_y(\theta)$ ortogonala proprie

$$\begin{pmatrix} \cos q & 0 & \sin q & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin q & 0 & \cos q & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$



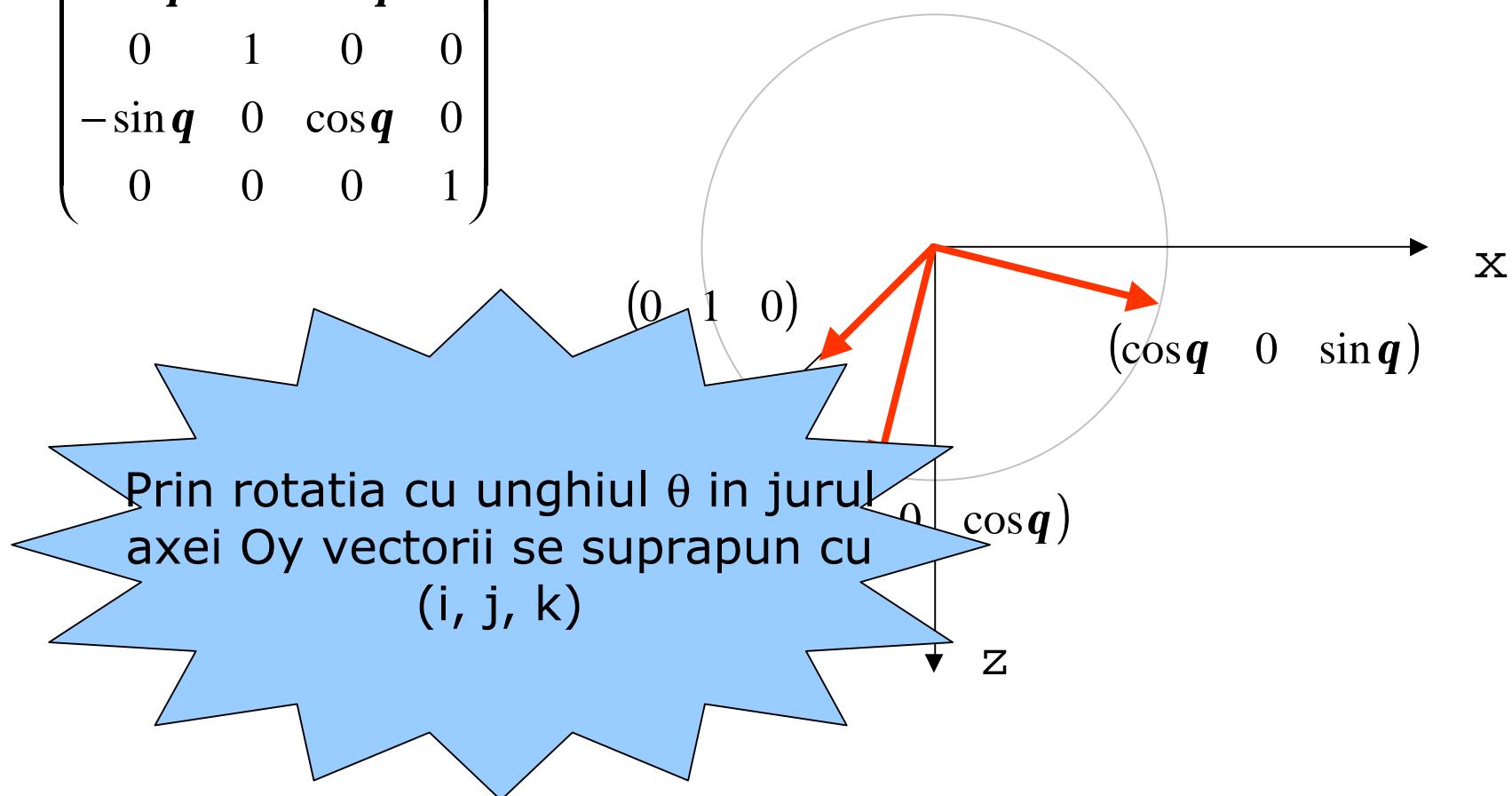
$R_y(\theta)$ ortogonala proprie

$$\begin{pmatrix} \cos q & 0 & \sin q & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin q & 0 & \cos q & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$



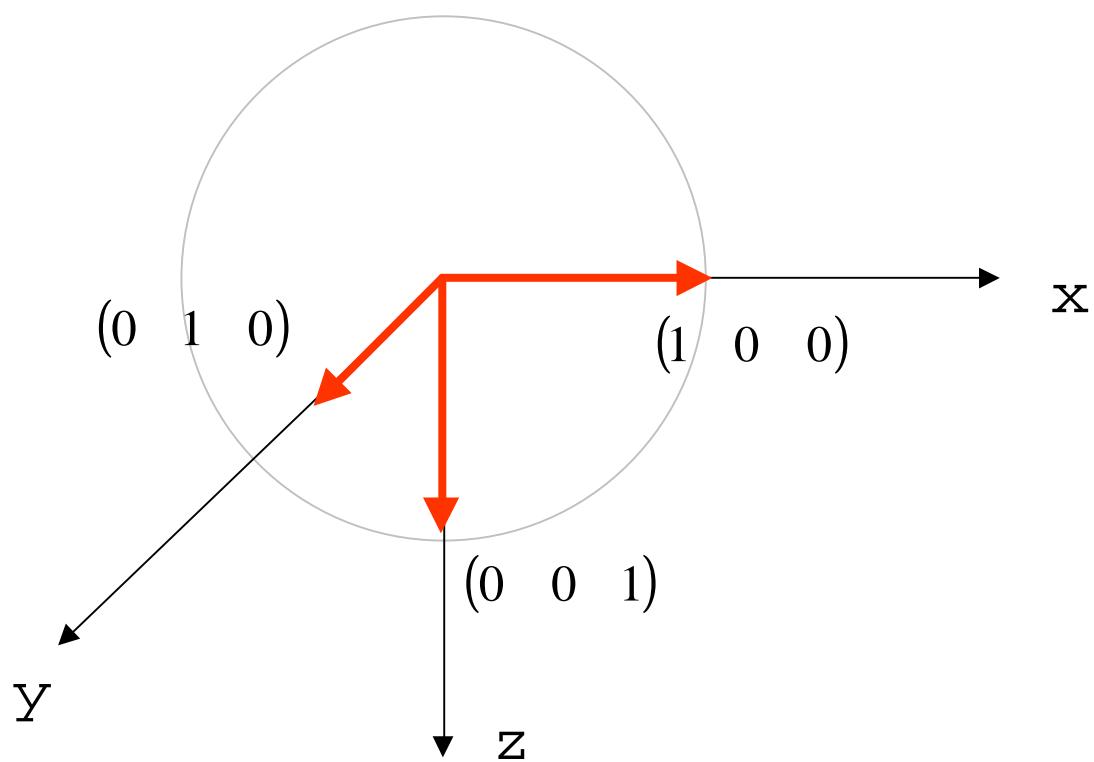
$R_y(\theta)$ ortogonala proprietate

$$\begin{pmatrix} \cos q & 0 & \sin q & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin q & 0 & \cos q & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$



$R_y(\theta)$ ortogonala proprie

$$\begin{pmatrix} \cos q & 0 & \sin q & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin q & 0 & \cos q & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$



Grafica pe calculator

Lucian GHIRVU

Vizualizari 3D

- Cum reprezentam obiecte 3D pe ecrane 2D ?
 - utilizand conceptul de **proiecție** (geometrica planară) a unui obiect pe un plan de proiecție

Vizualizari 3D

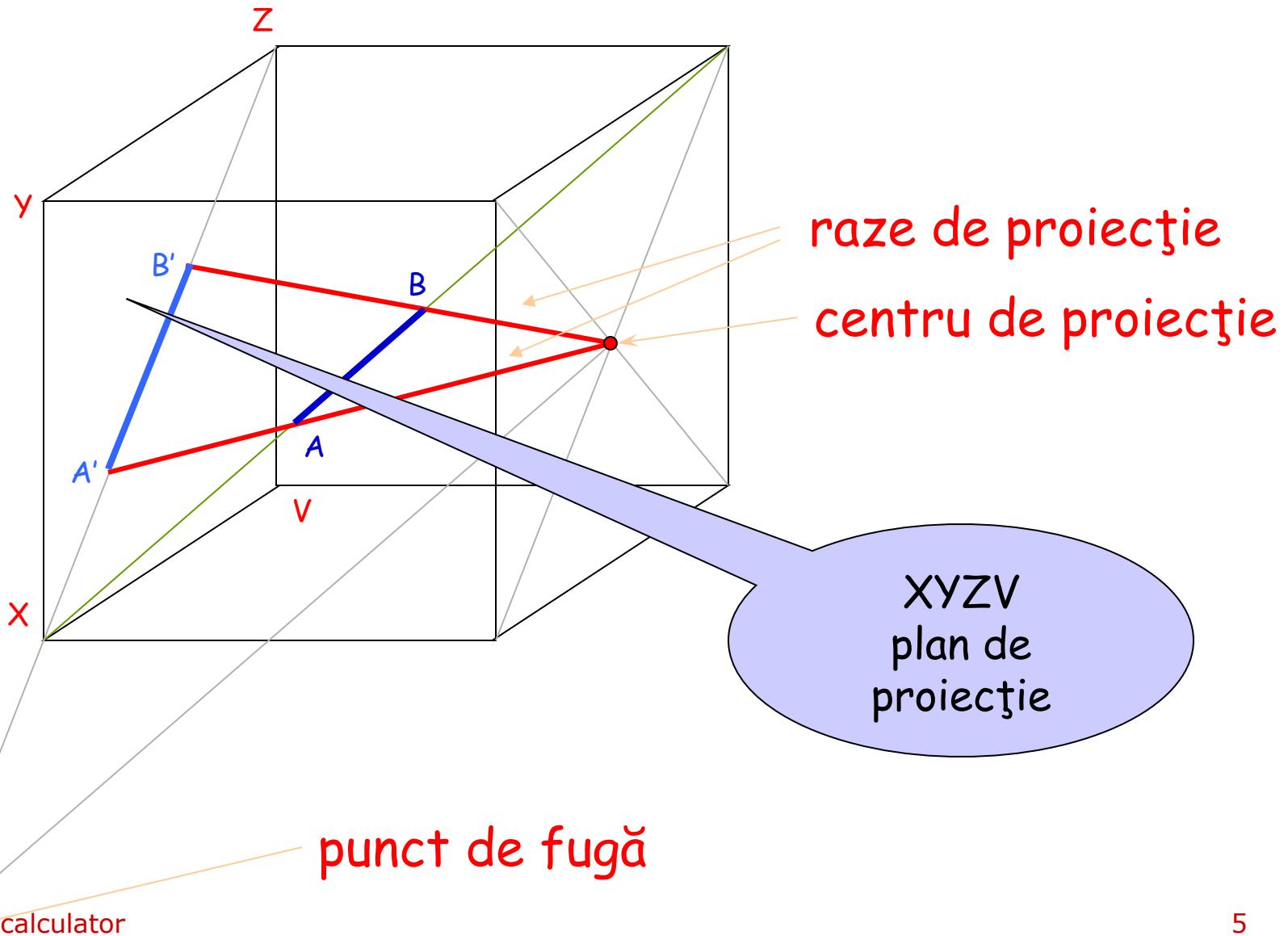
- Cum reprezentam obiecte 3D pe ecrane 2D ?
 - utilizand conceptul de **proiectie** (geometrica planara) a unui obiect pe un plan de proiectie

dintron de proiectie COP pleaca raze de proiectie (drepte) care trec prin fiecare punct al obiectului si intersecteaza planul de proiectie pentru a forma proiectia

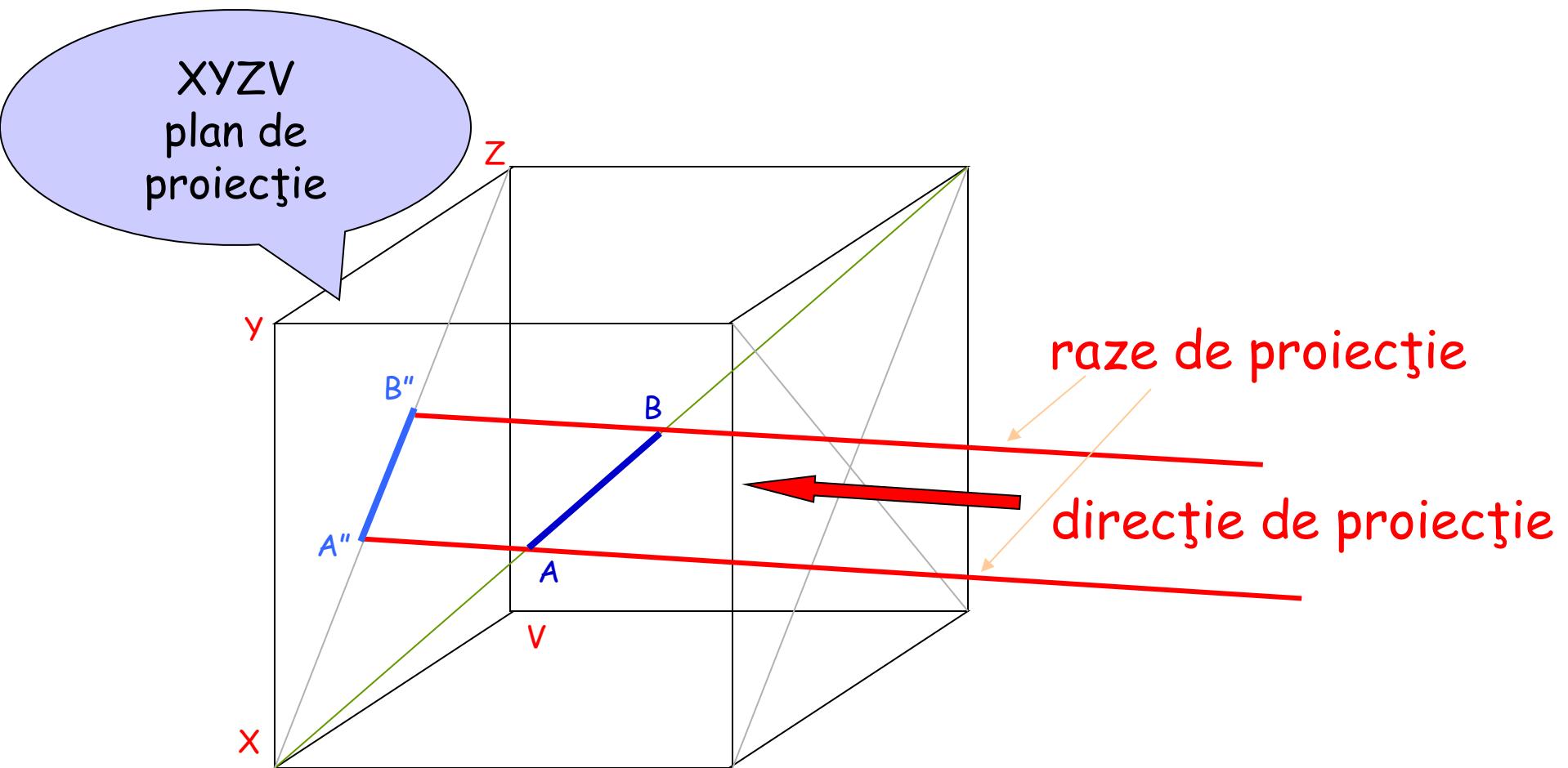
Proiectii geometrice planare

- Clasificarea proiectiilor geometrice planare (in fct. de distanta dintre COP si planul de proiectie)
 - distanta finita -> perspectiva
 - distanta infinita -> paralele (dreptele de proiectie sunt *paralele*)

Proiectii geometrice perspectiva



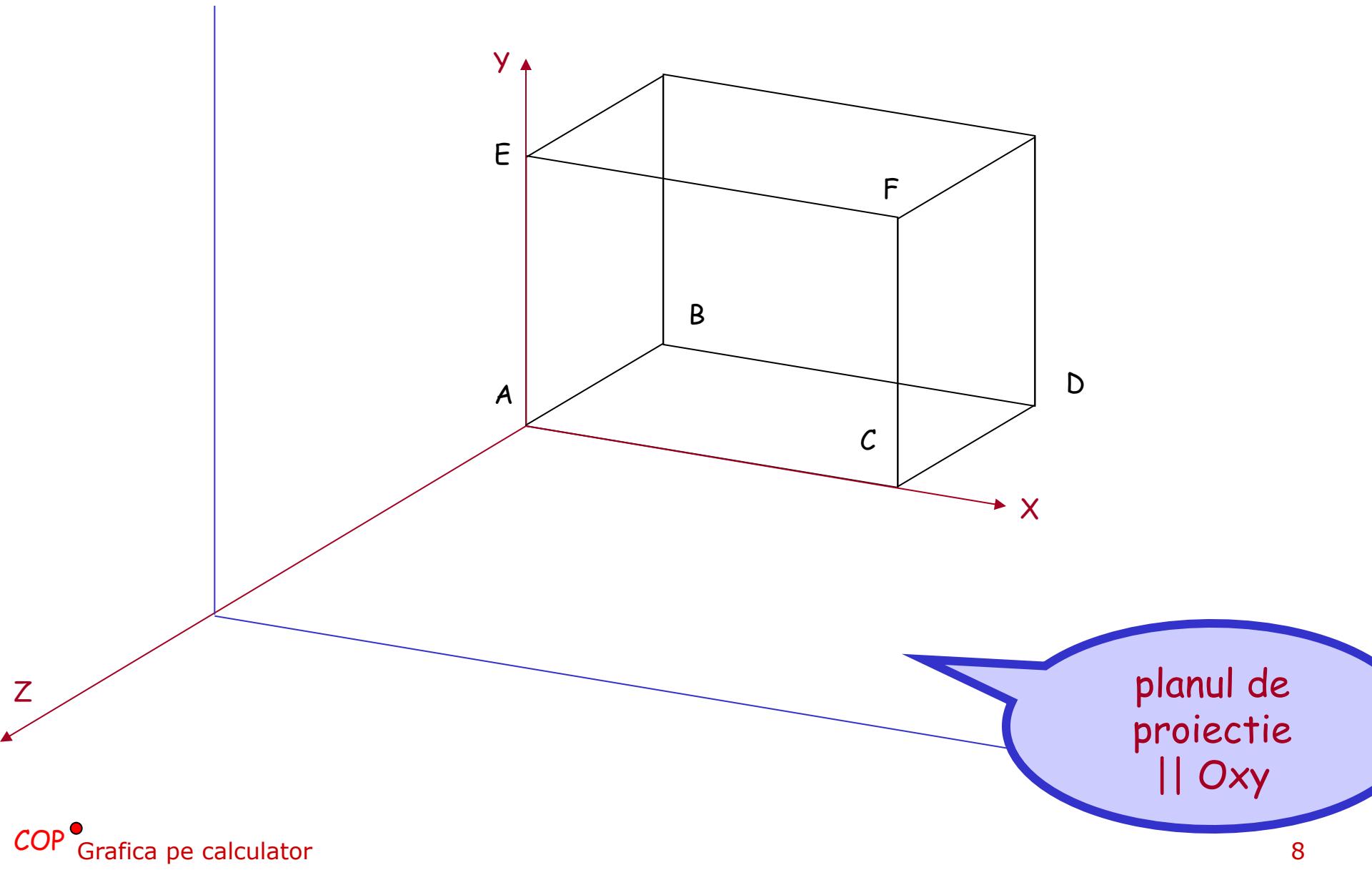
Proiectii geometrice paralele



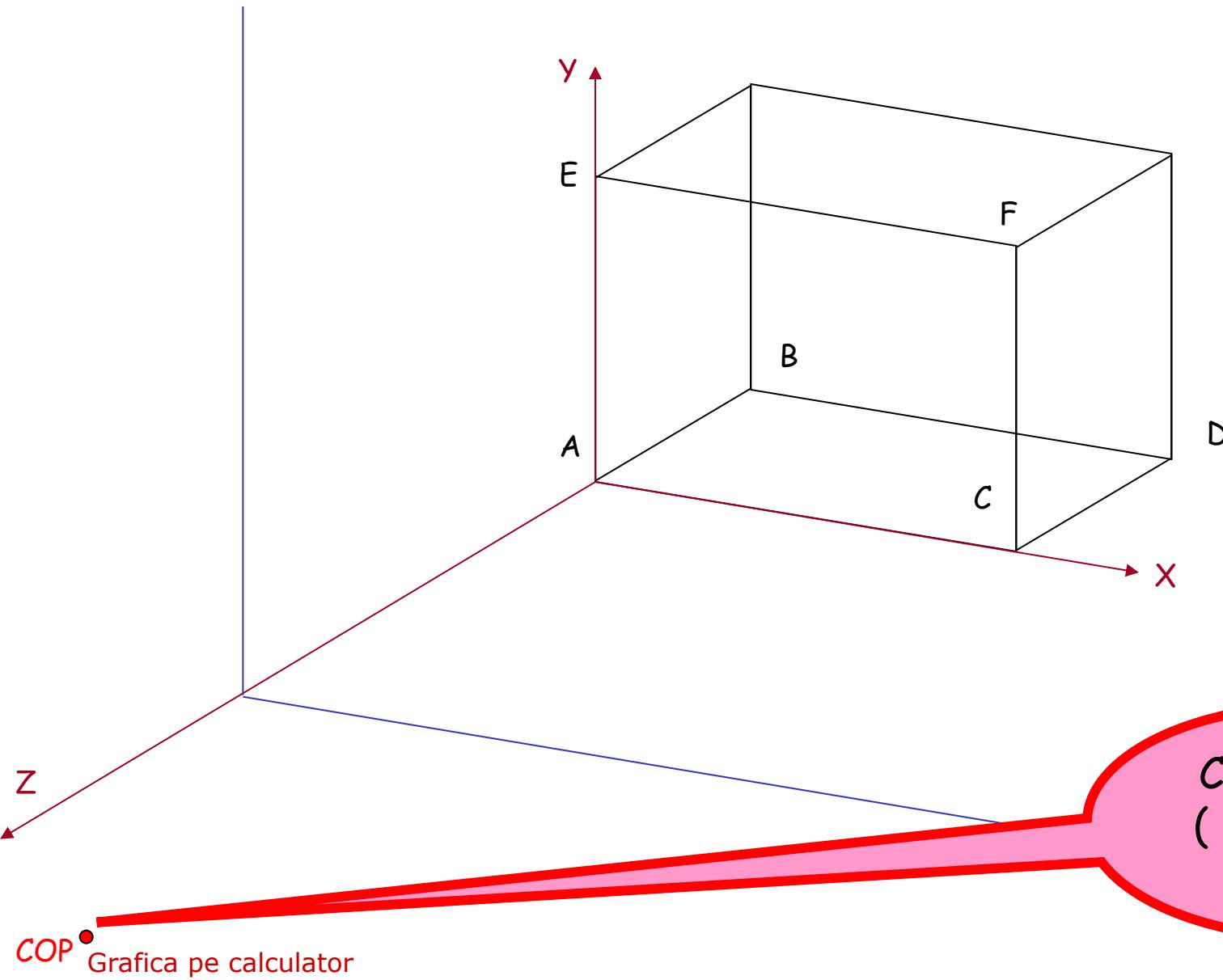
Proiectii perspectiva

- clasificarea acestor proiectii in functie de numarul punctelor de fuga axiale
 - 1,2,3 punct(e) de fuga axial(e)
 - exemple 1, 2 puncte de fuga axiale

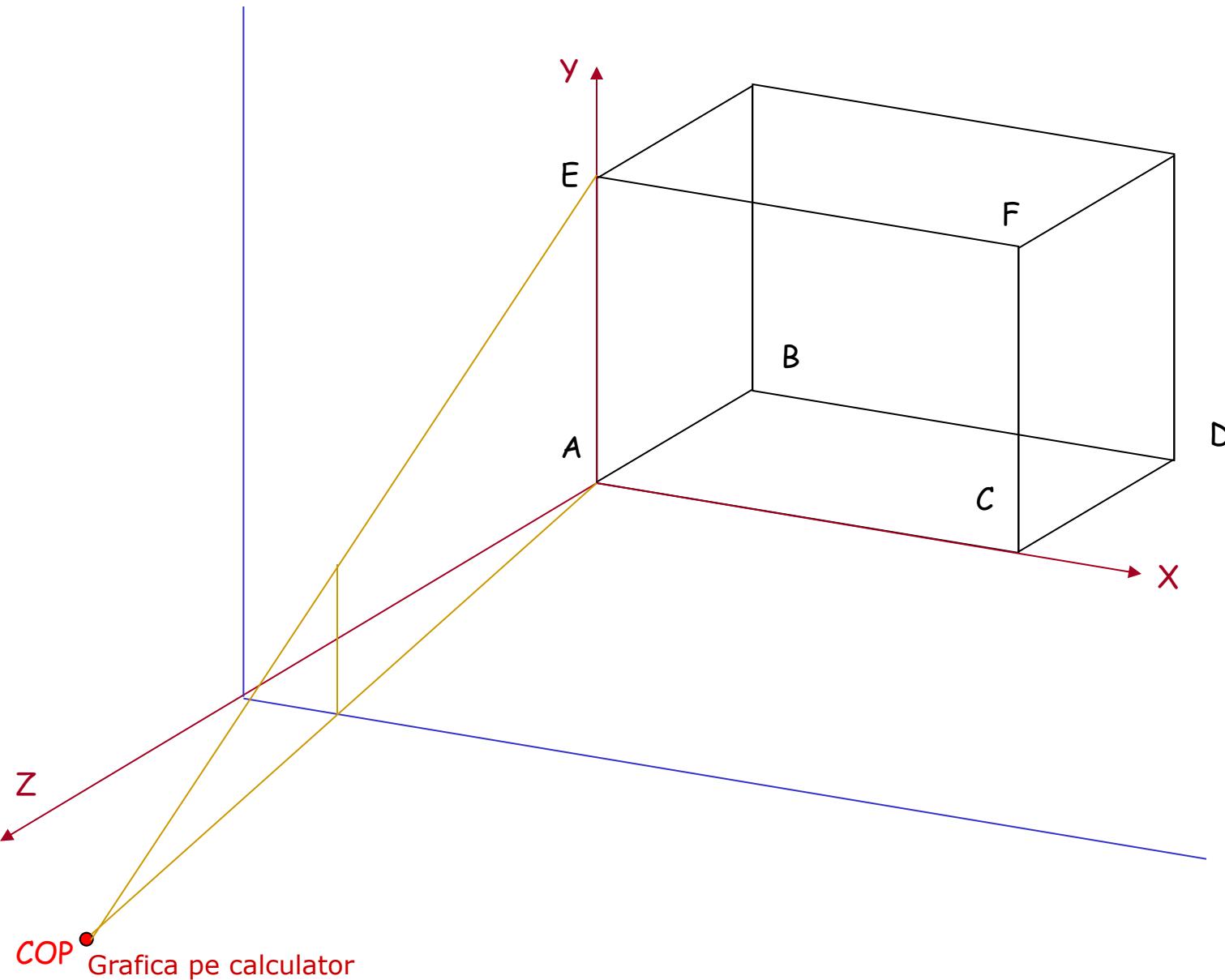
Proiectii perspectiva 1 pfa



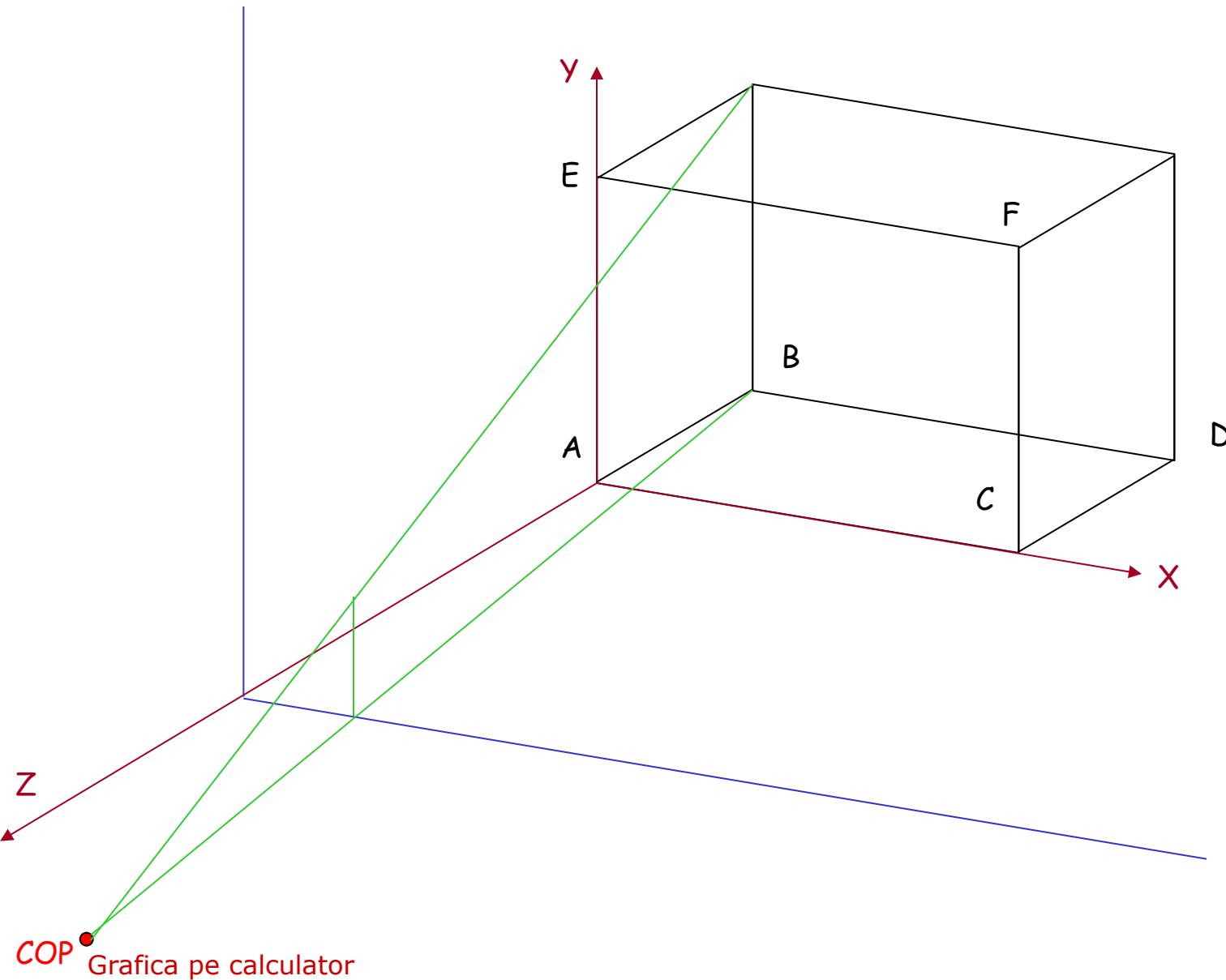
Proiectii perspectiva 1 pfa



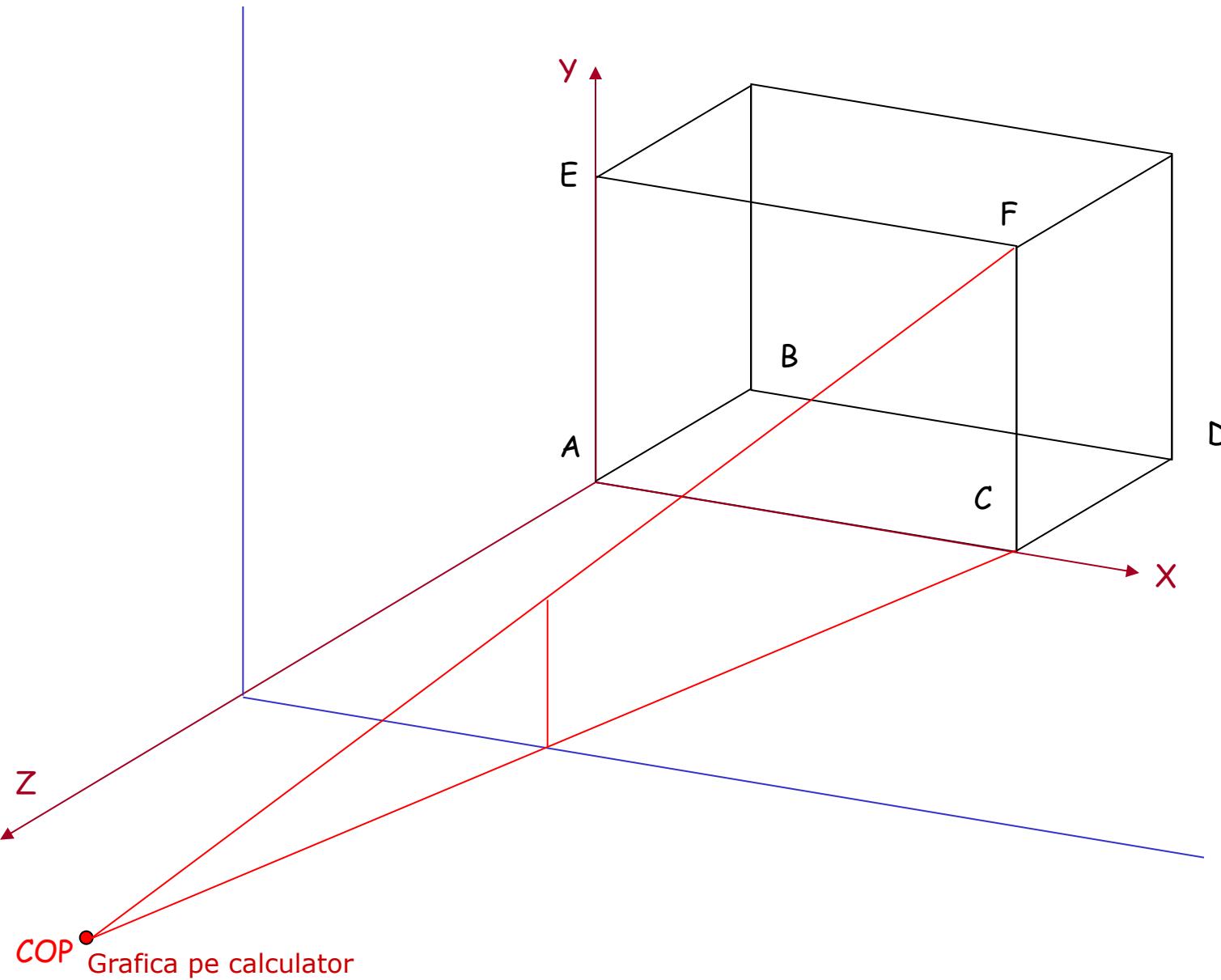
Proiectii perspectiva 1 pfa



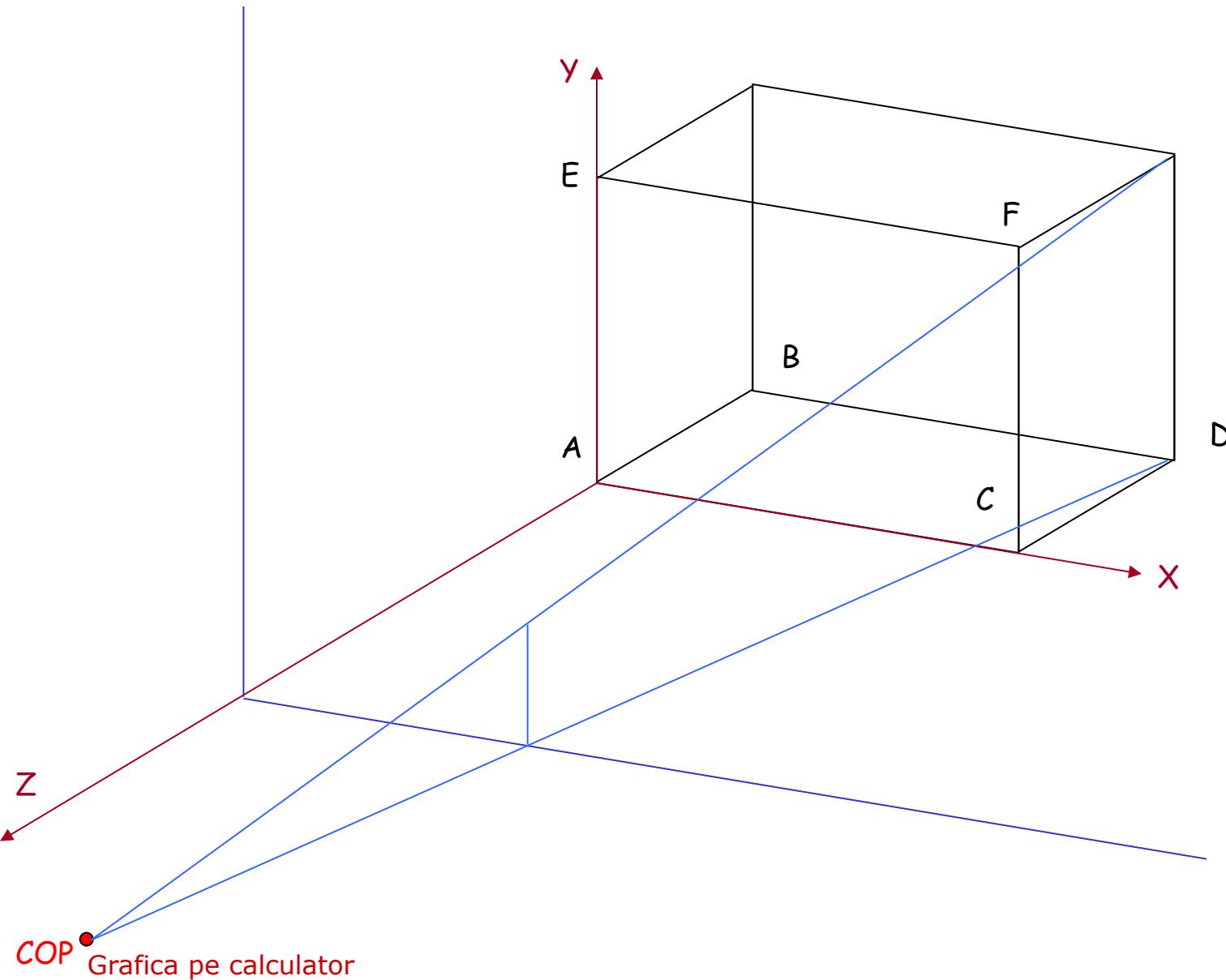
Proiectii perspectiva 1 pfa



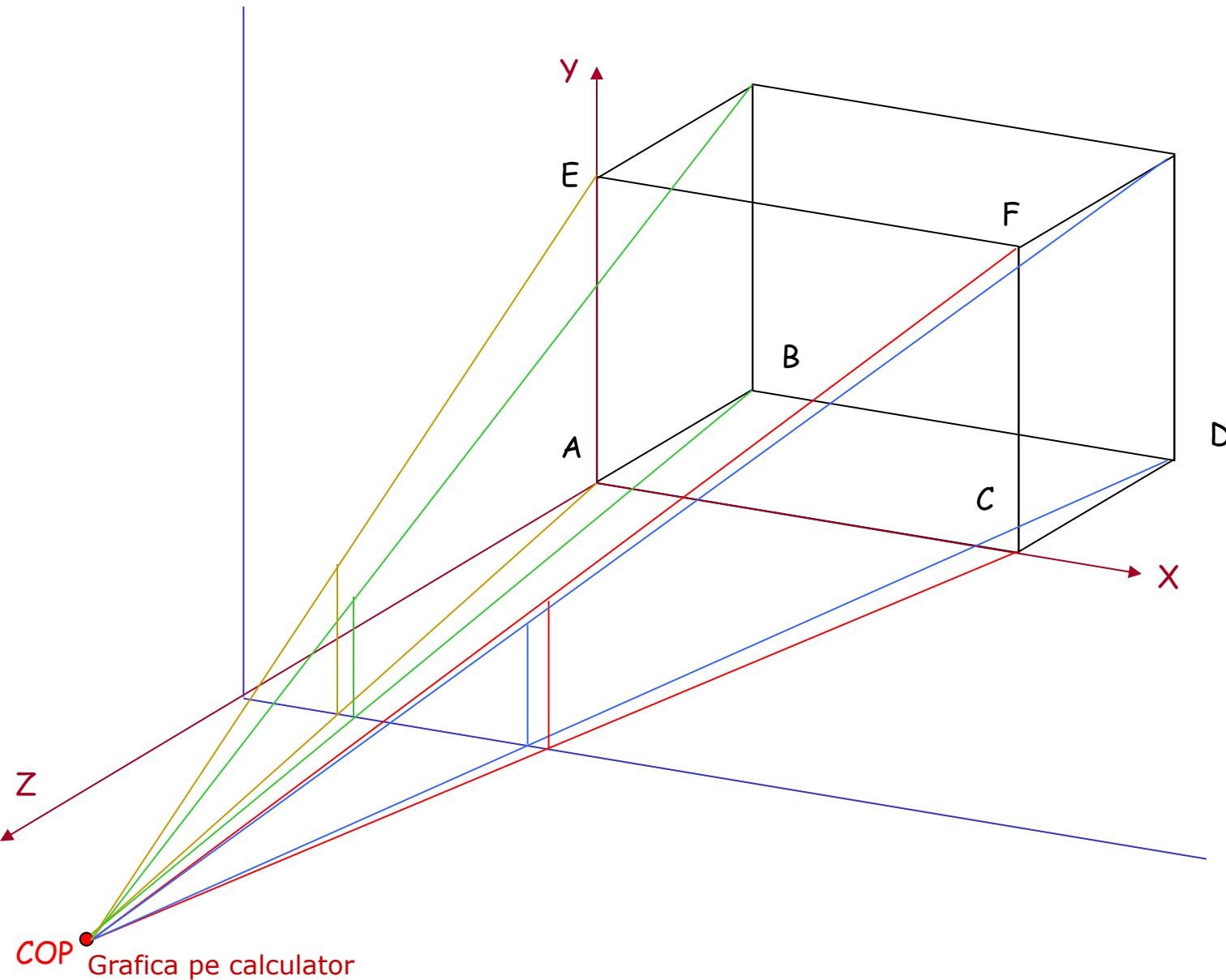
Proiectii perspectiva 1 pfa



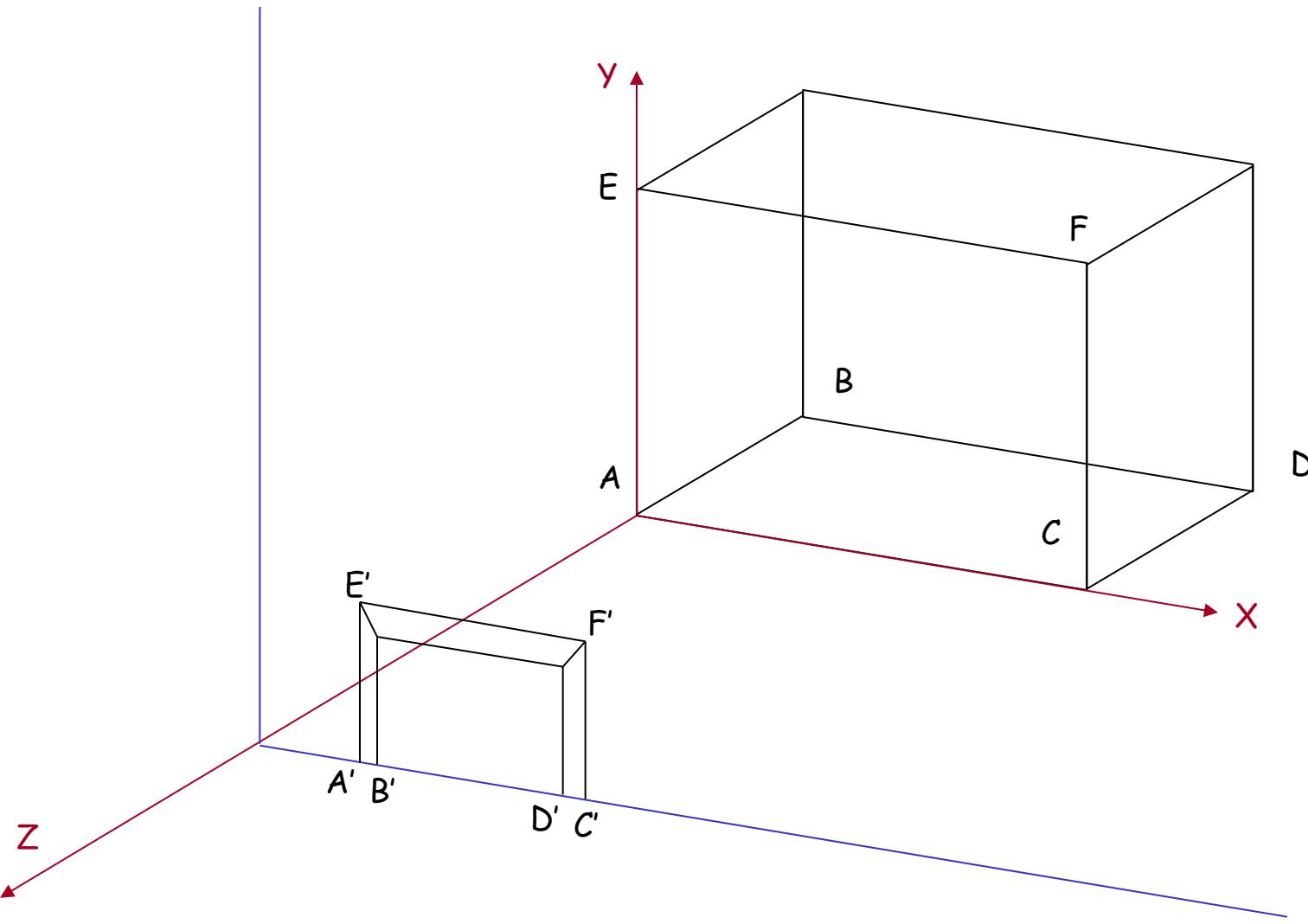
Proiectii perspectiva 1 pfa



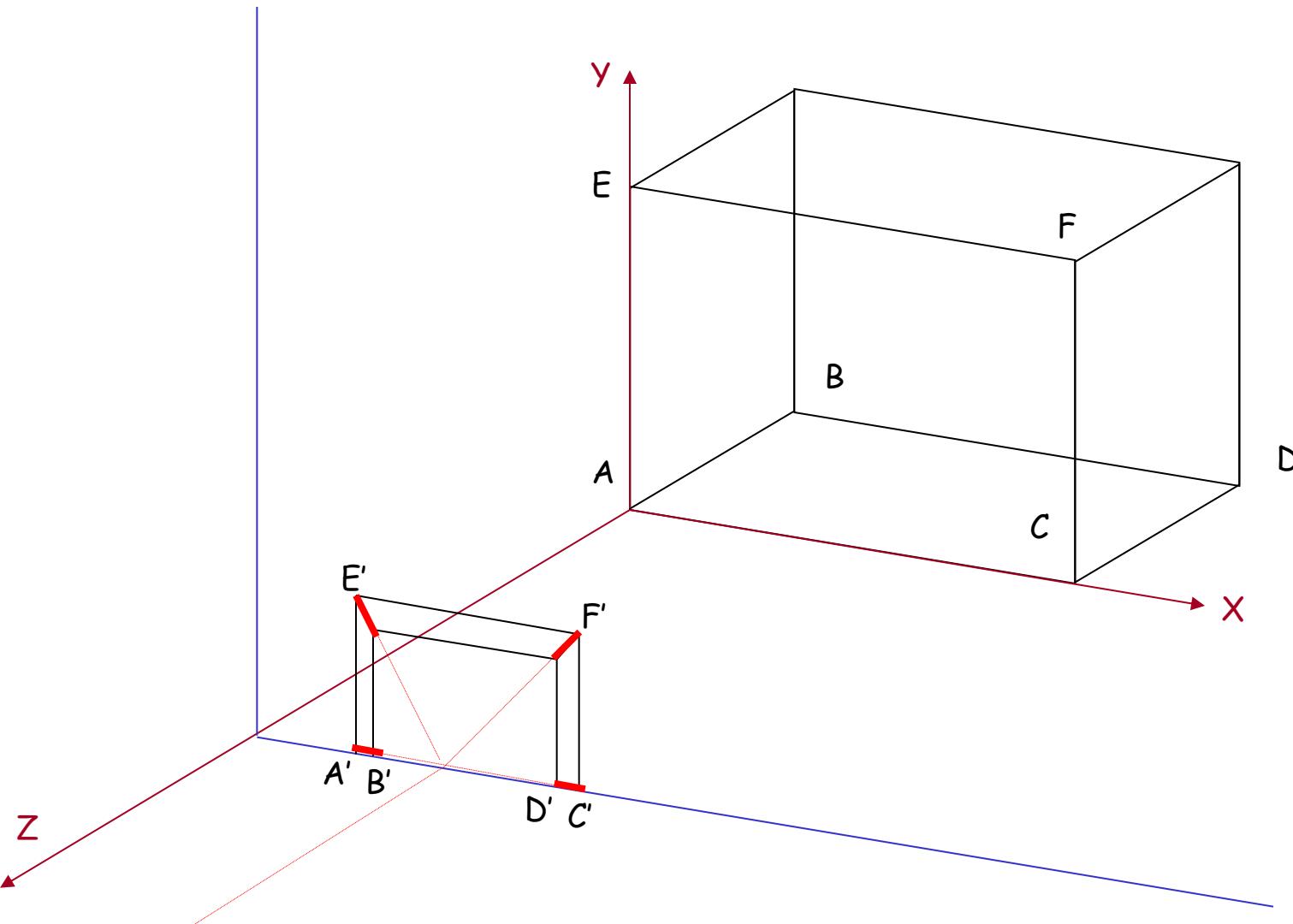
Proiectii perspectiva 1 pfa



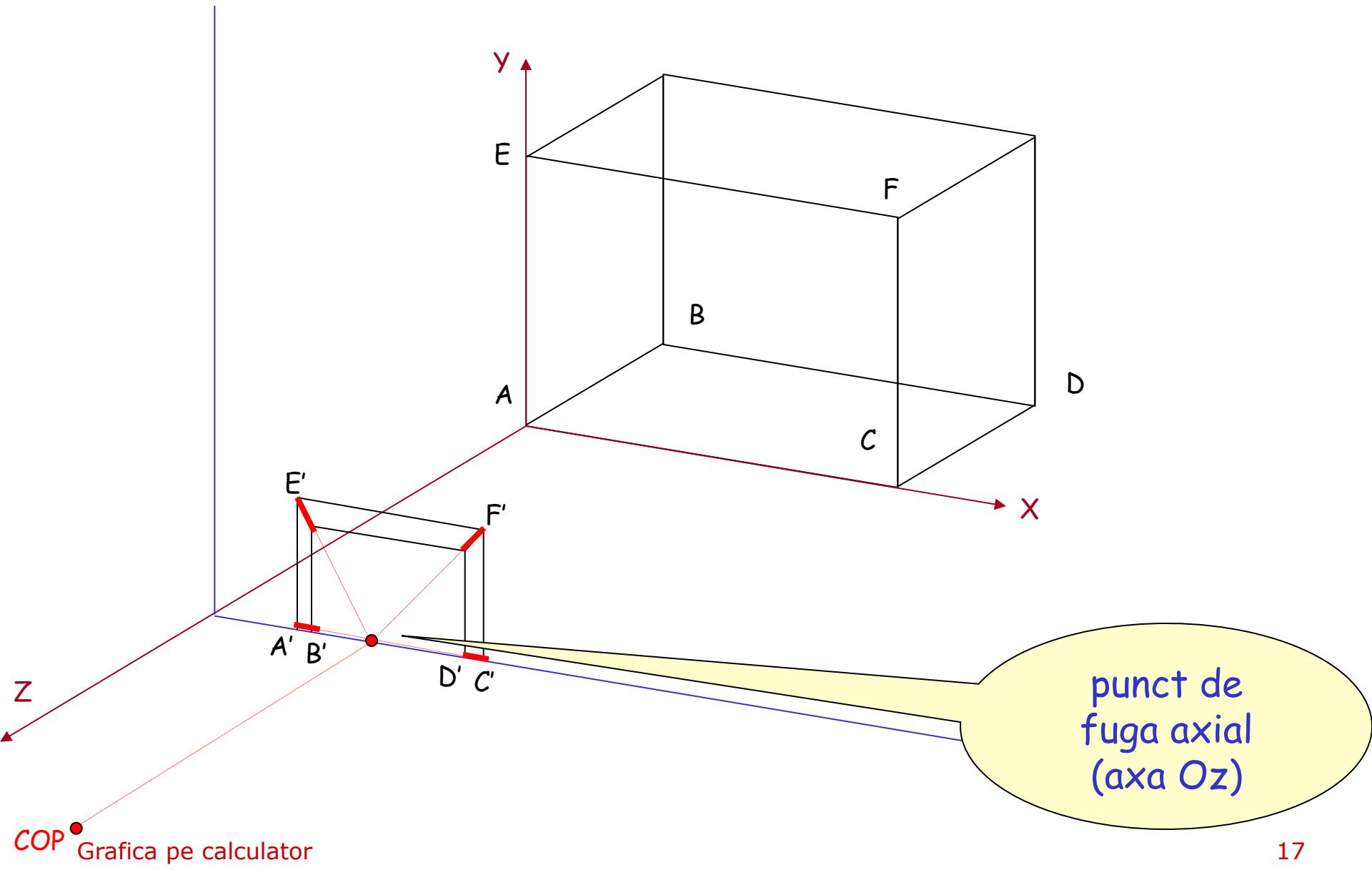
Proiectii perspectiva 1 pfa



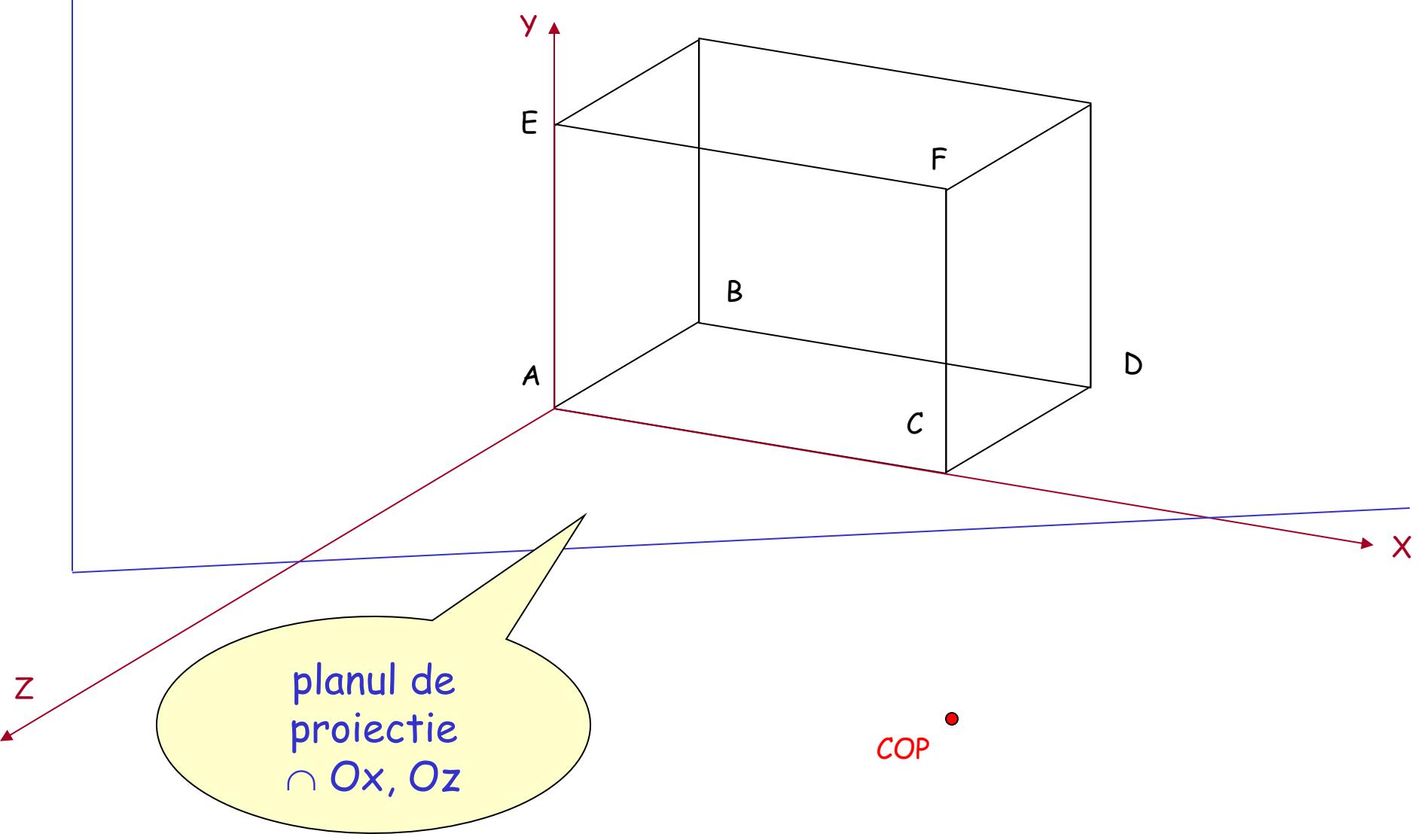
Proiectii perspectiva 1 pfa



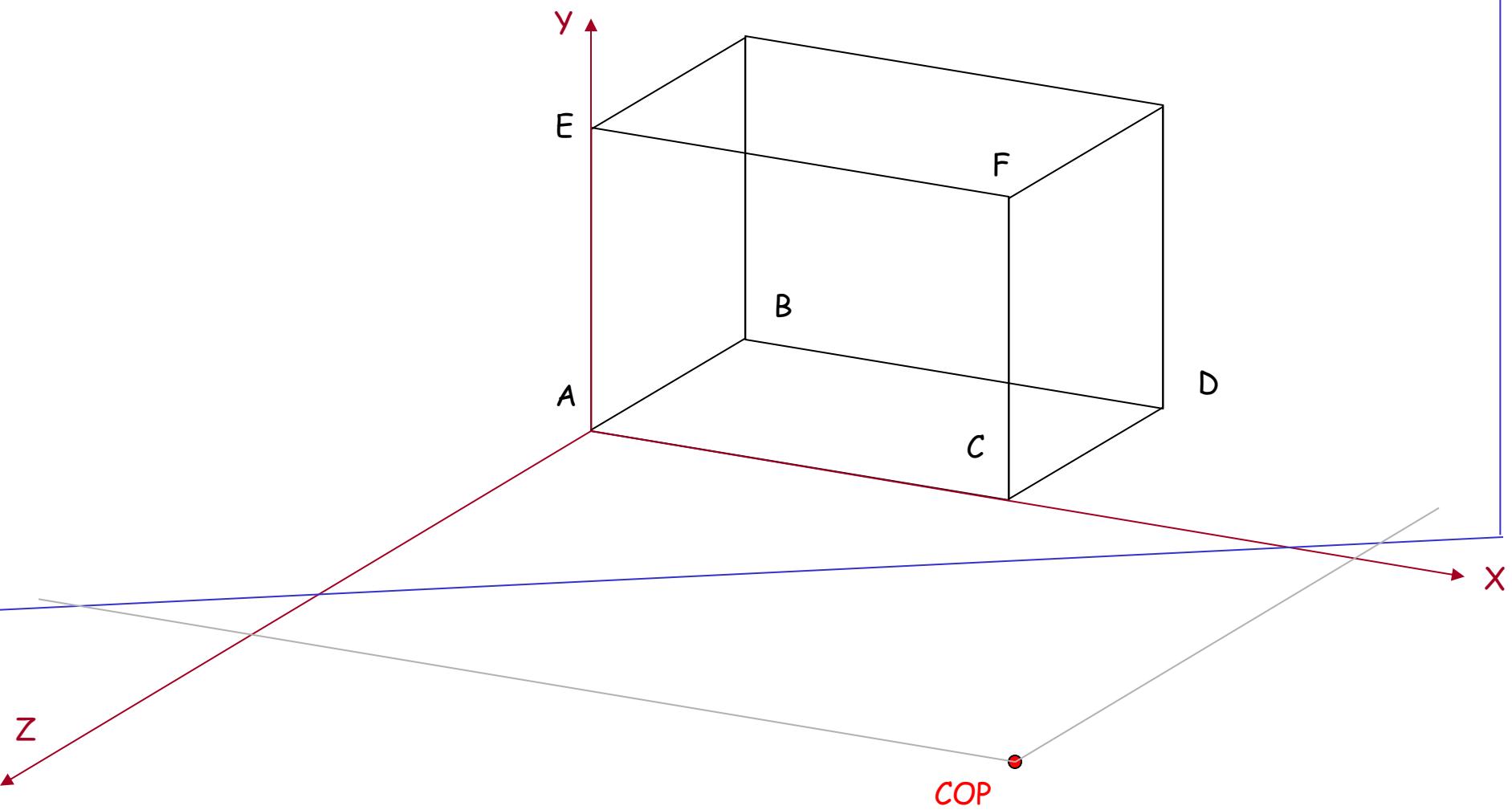
Proiectii perspectiva 1 pfa



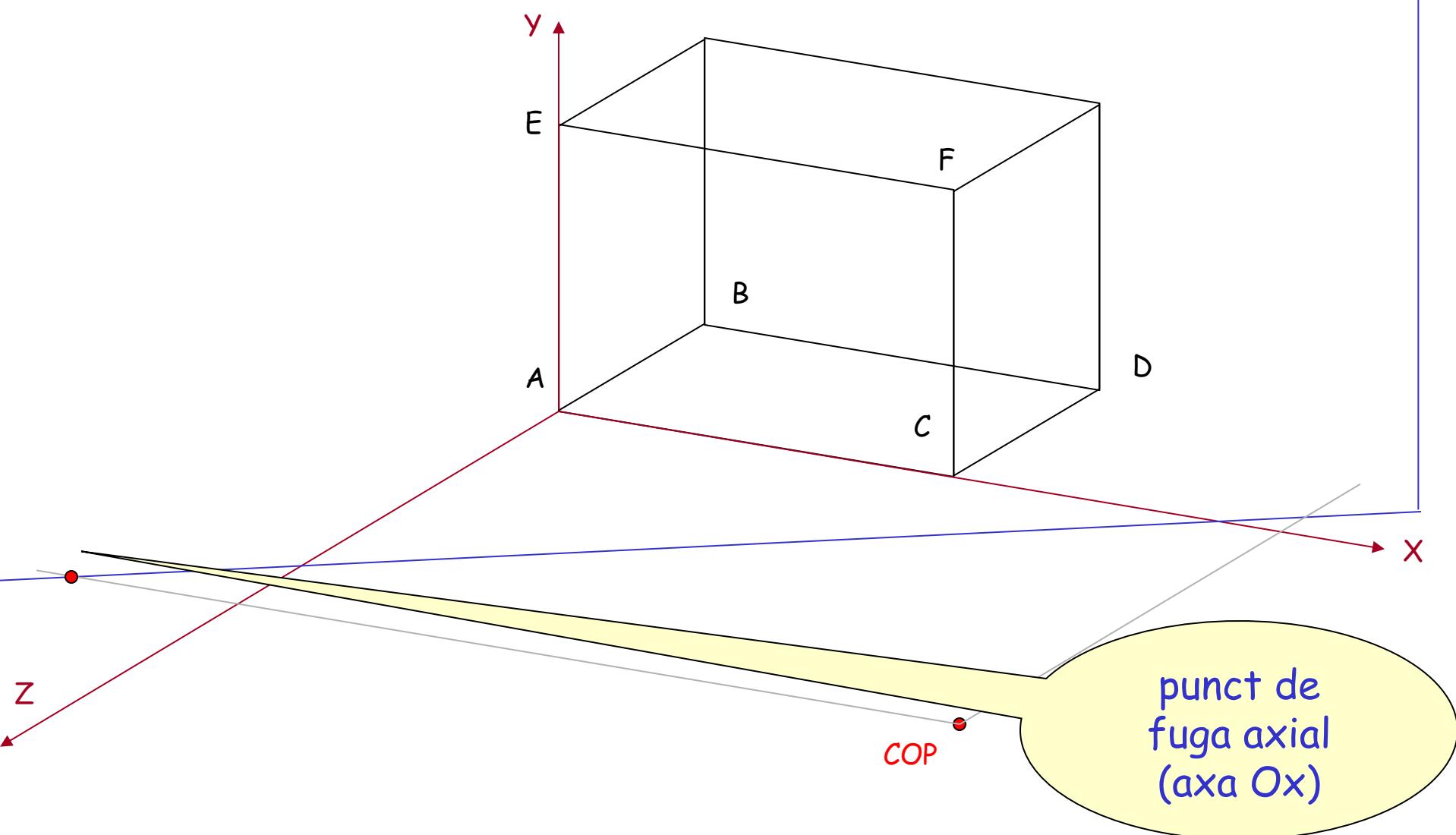
Proiectii perspectiva 2 pfa



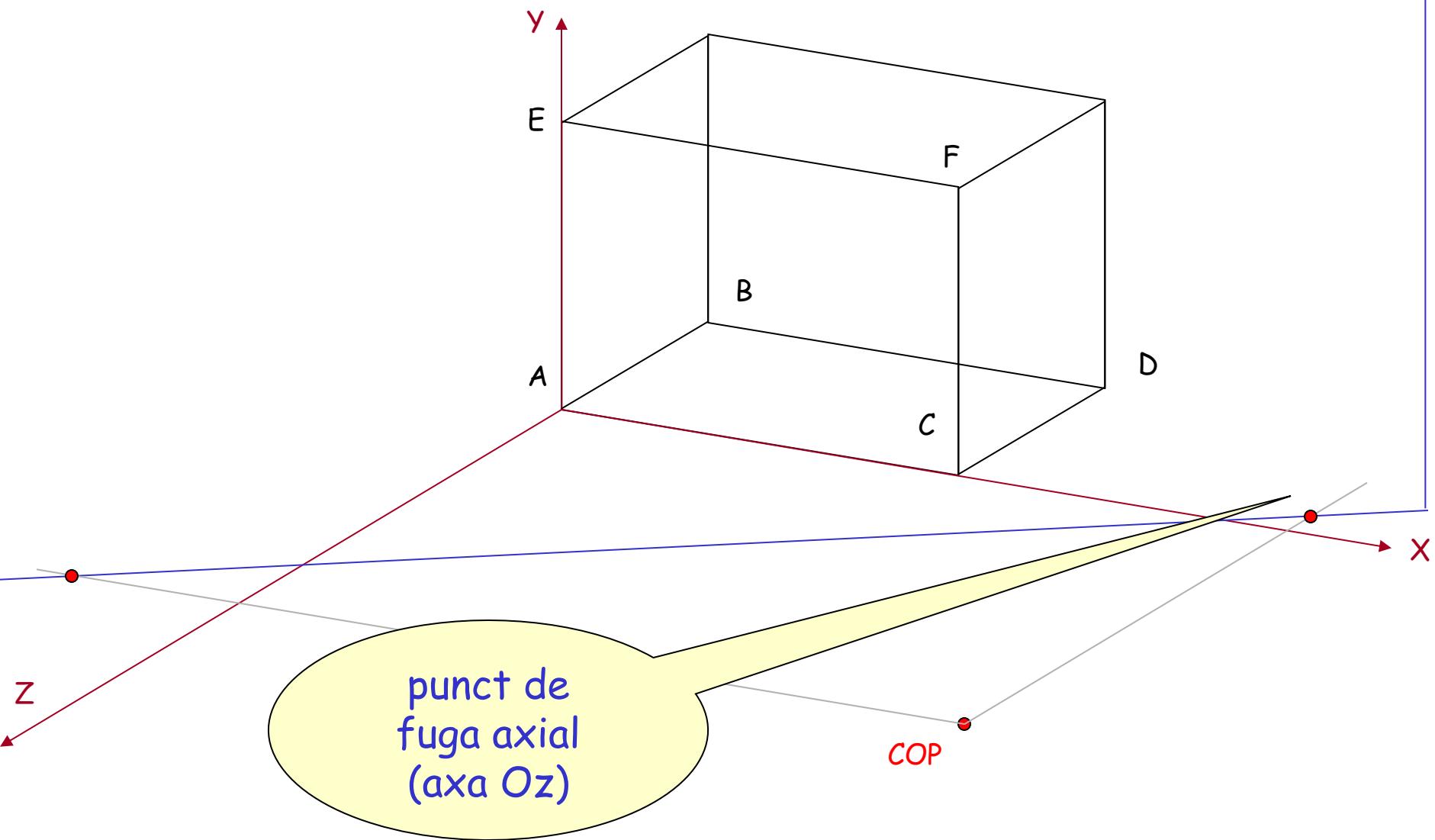
Proiectii perspectiva 2 pfa



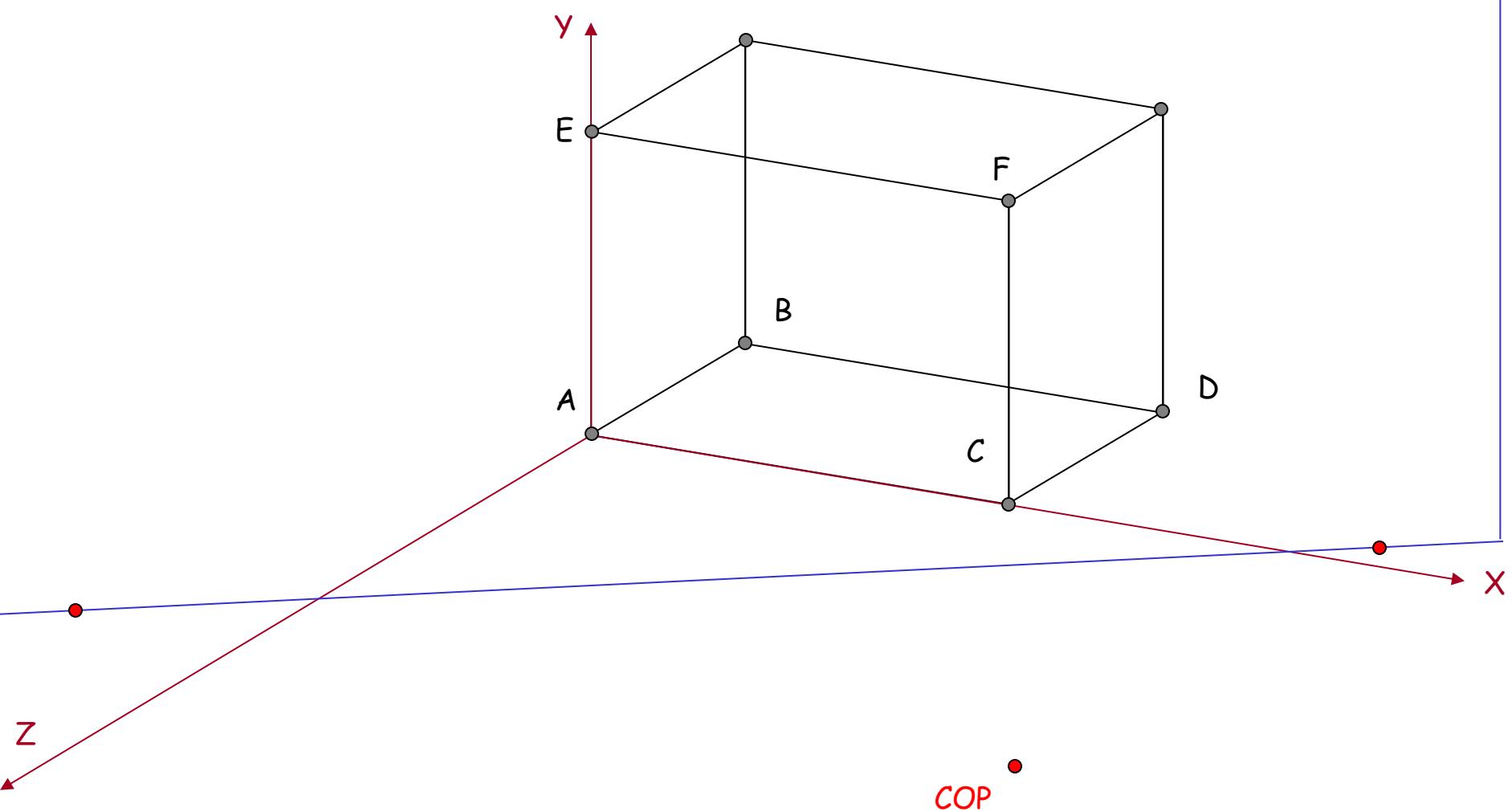
Proiectii perspectiva 2 pfa



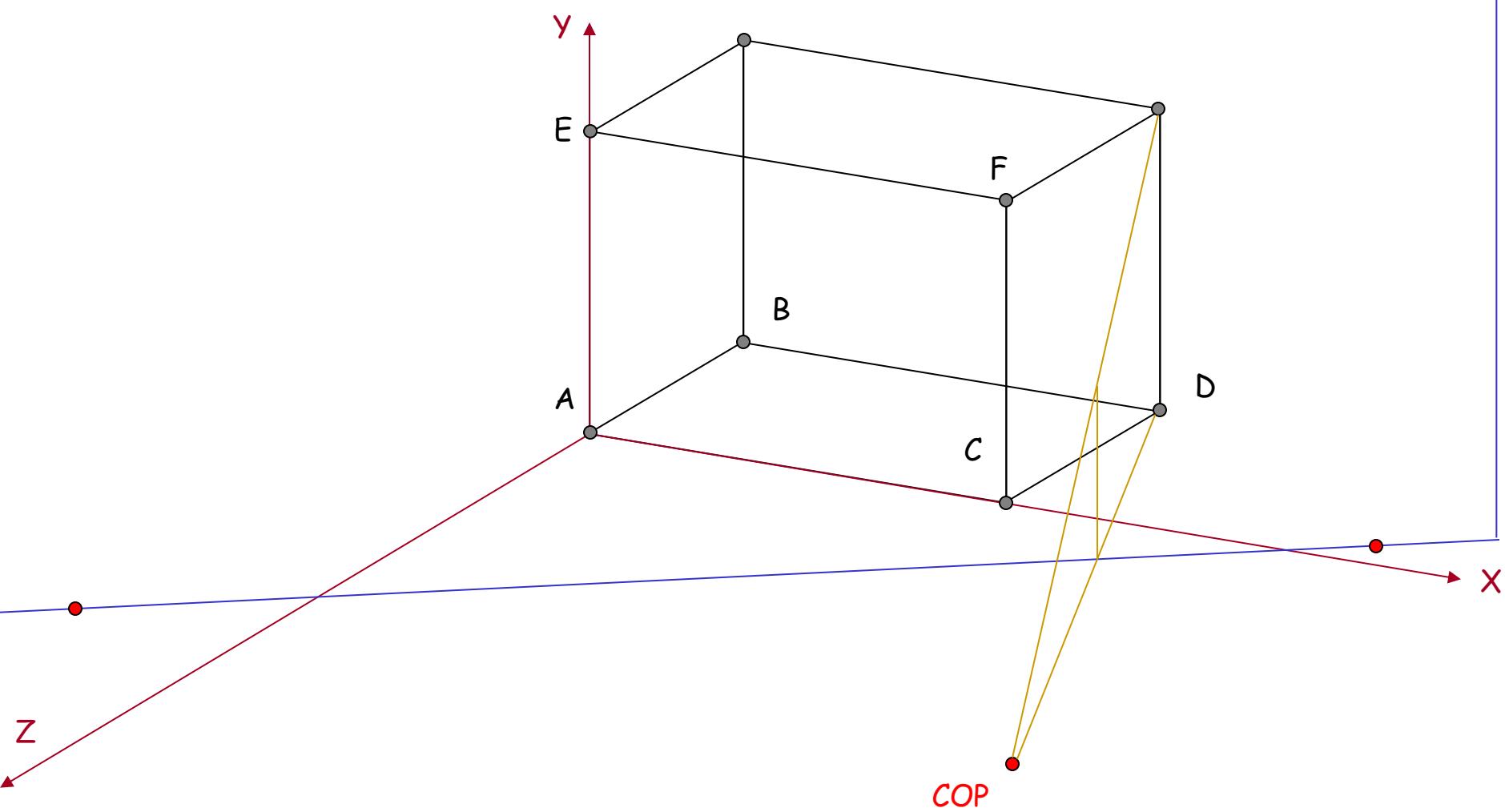
Proiectii perspectiva 2 pfa



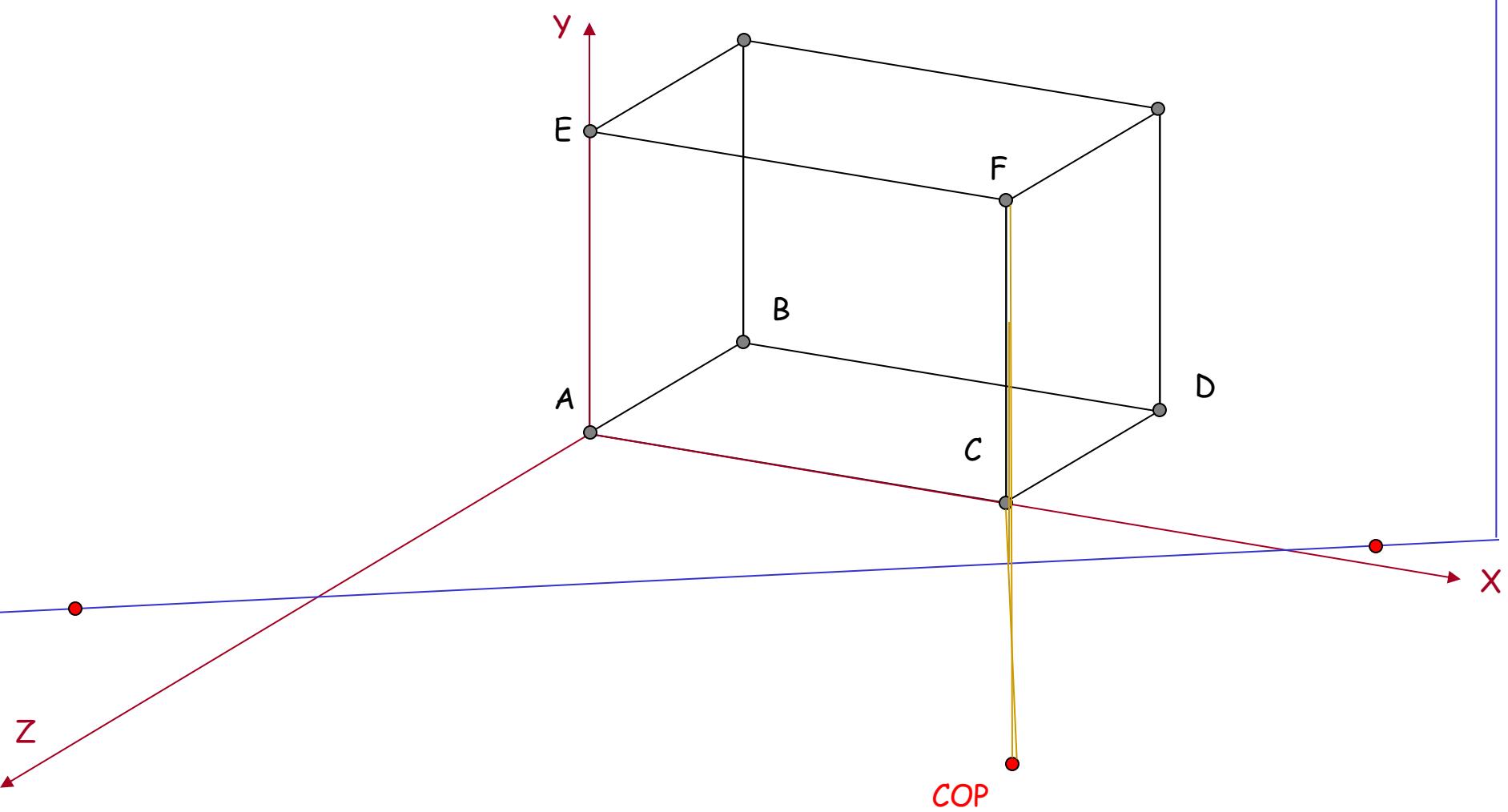
Proiectii perspectiva 2 pfa



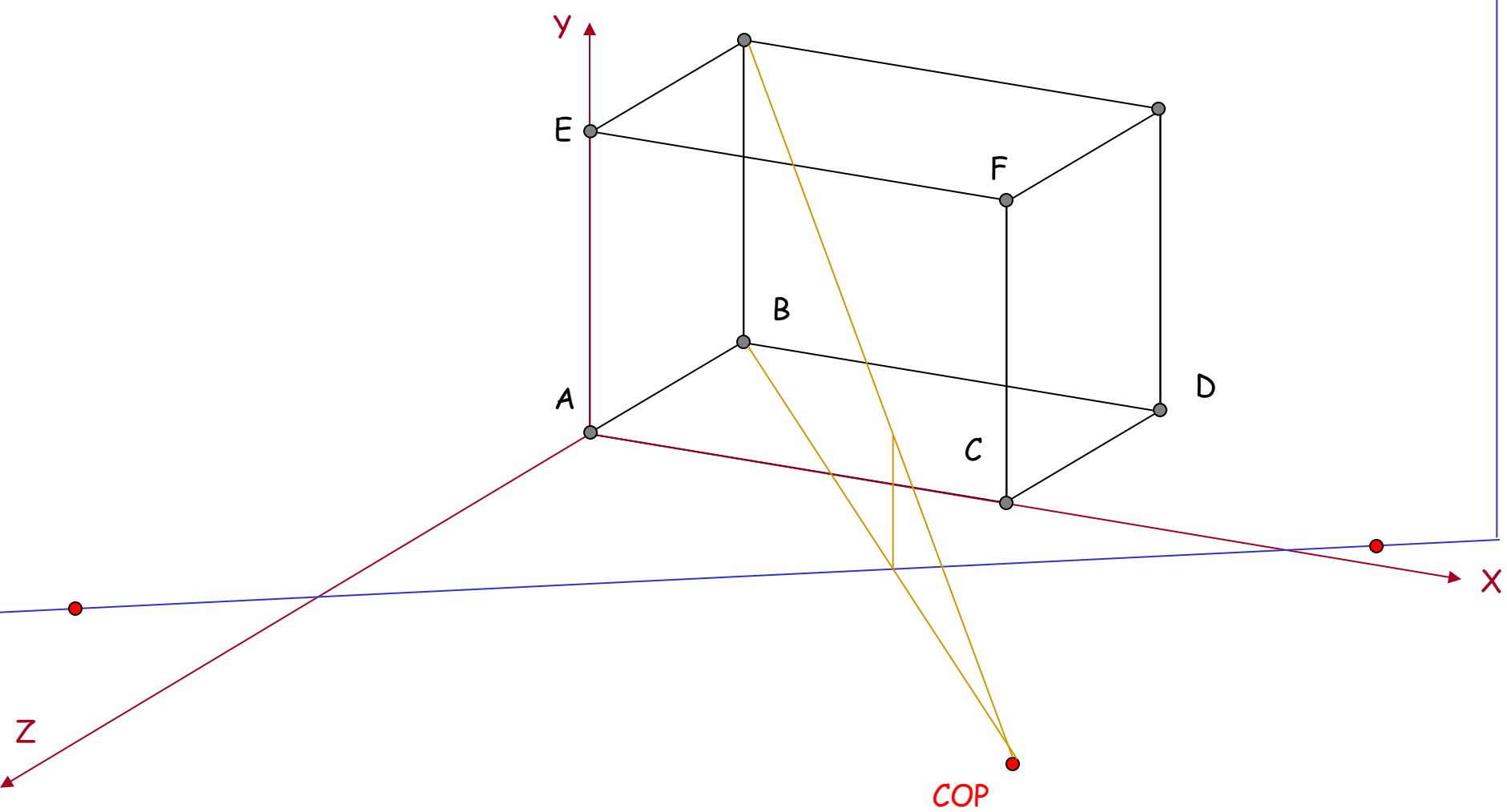
Proiectii perspectiva 2 pfa



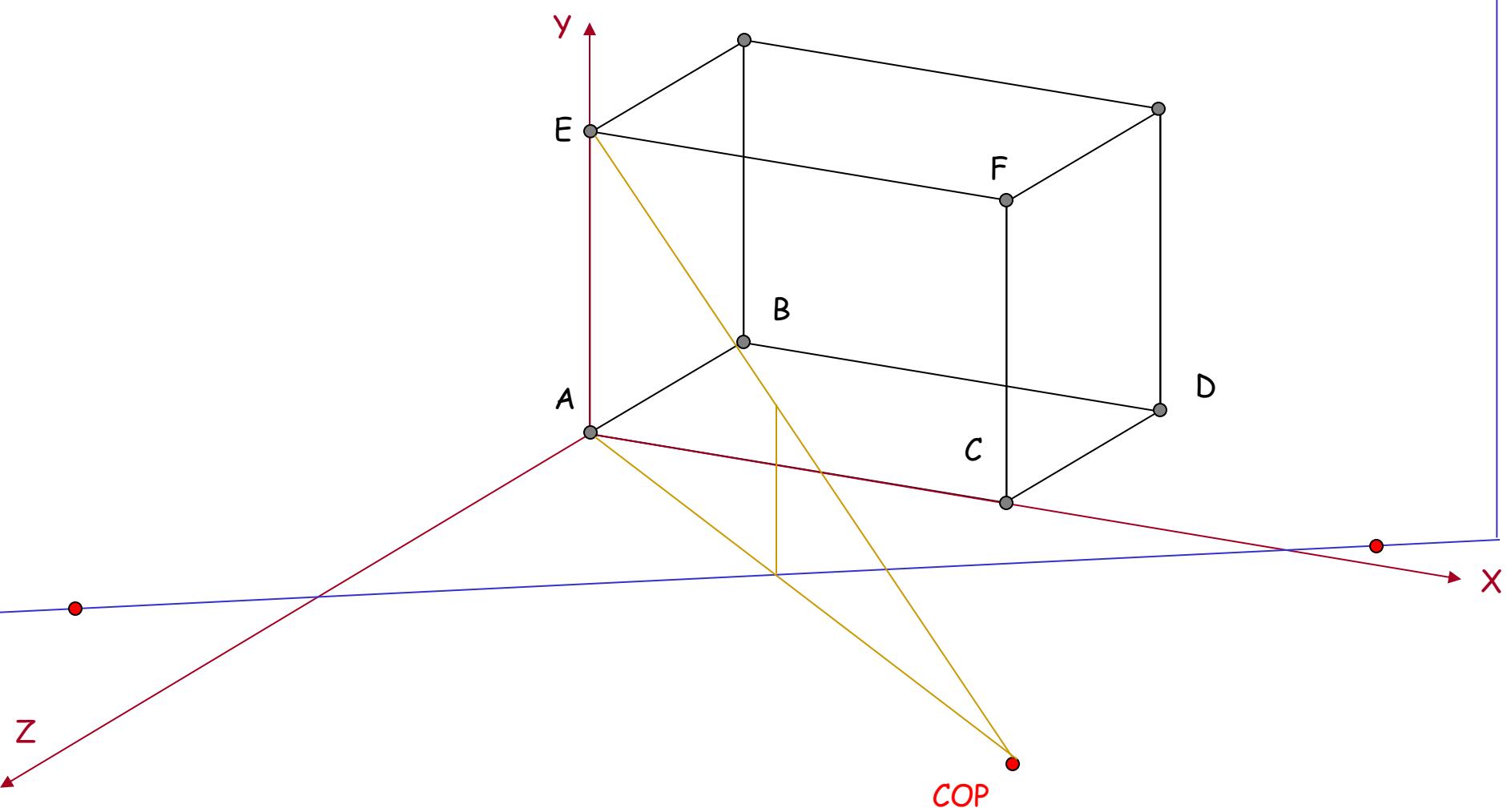
Proiectii perspectiva 2 pfa



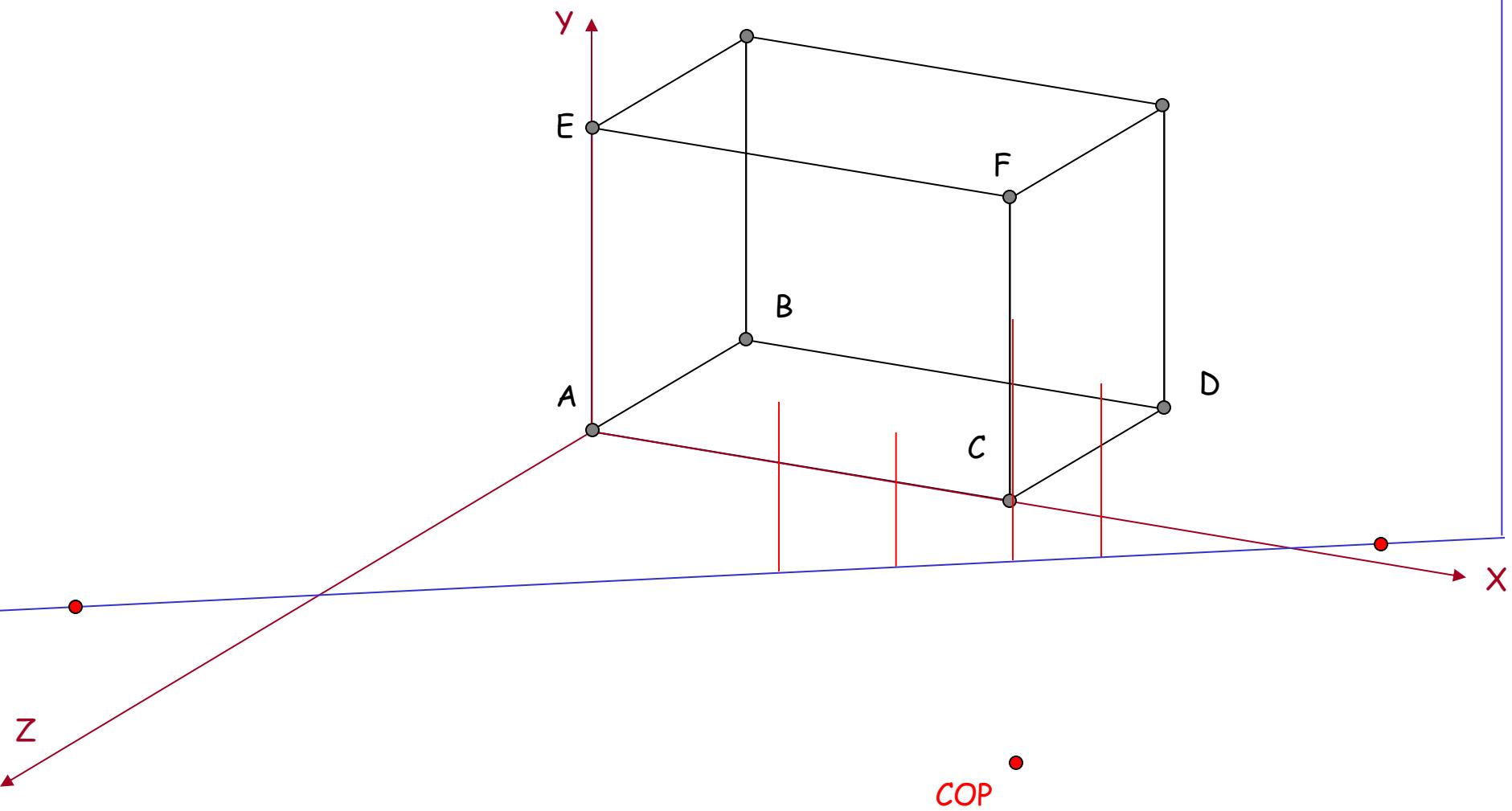
Proiectii perspectiva 2 pfa



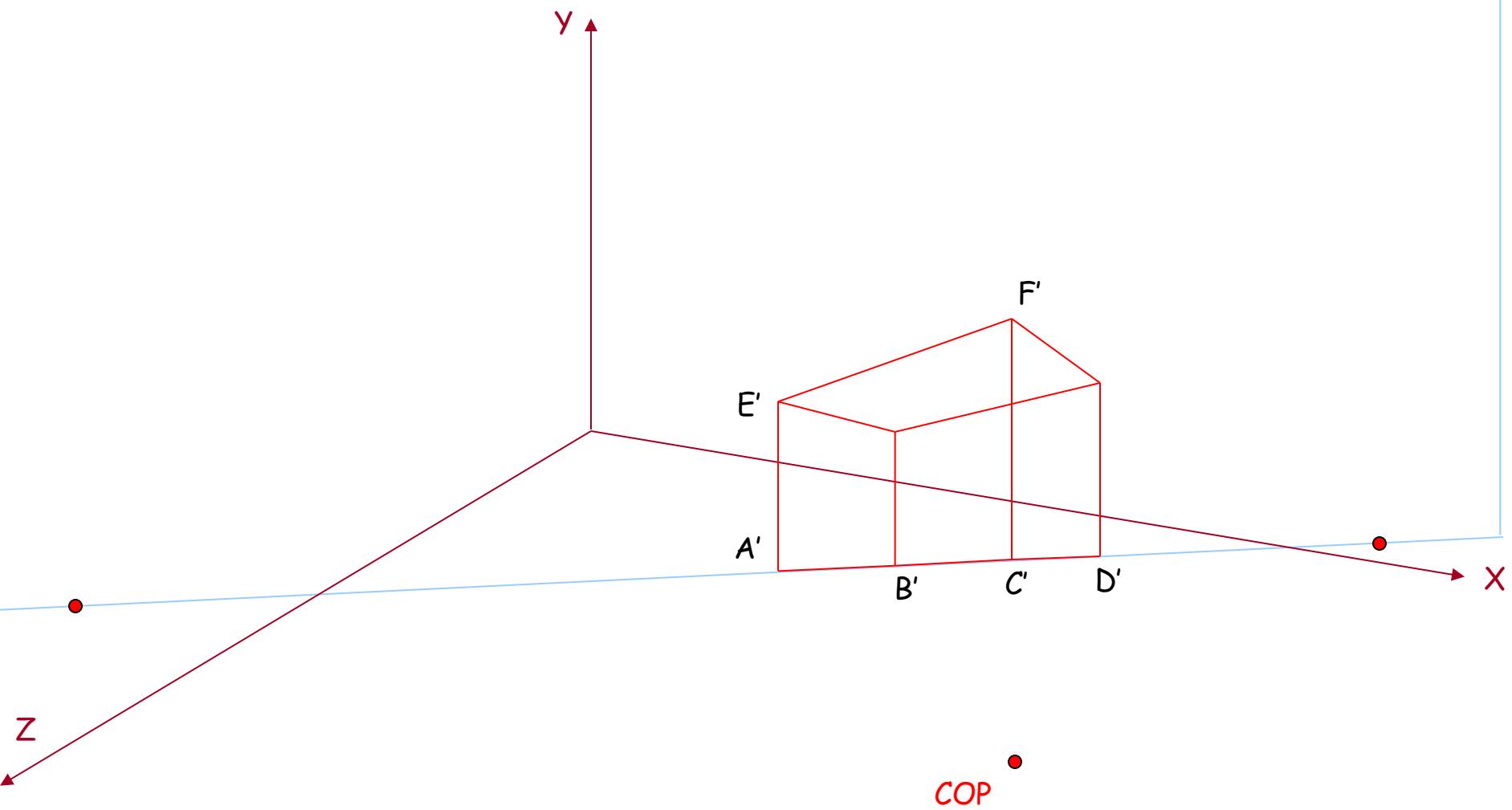
Proiectii perspectiva 2 pfa



Proiectii perspectiva 2 pfa



Proiectii perspectiva 2 pfa



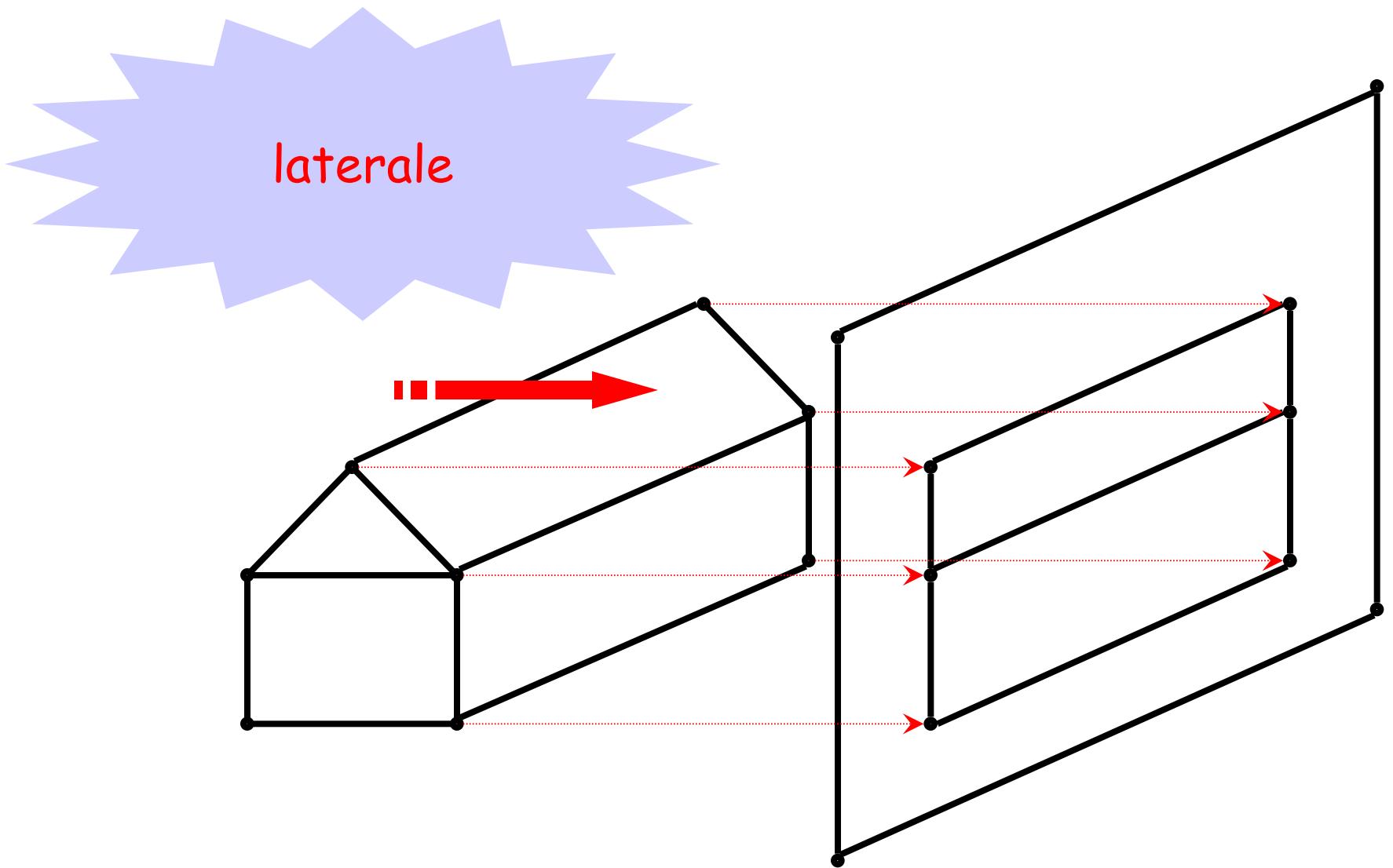
Proiectii paralele

- clasificarea acestor proiectii in functie de pozitia DOP in raport cu planul de proiectie
 - daca DOP este perpendiculara pe planul de proiectie -> ortografice
 - altfel, -> oblice

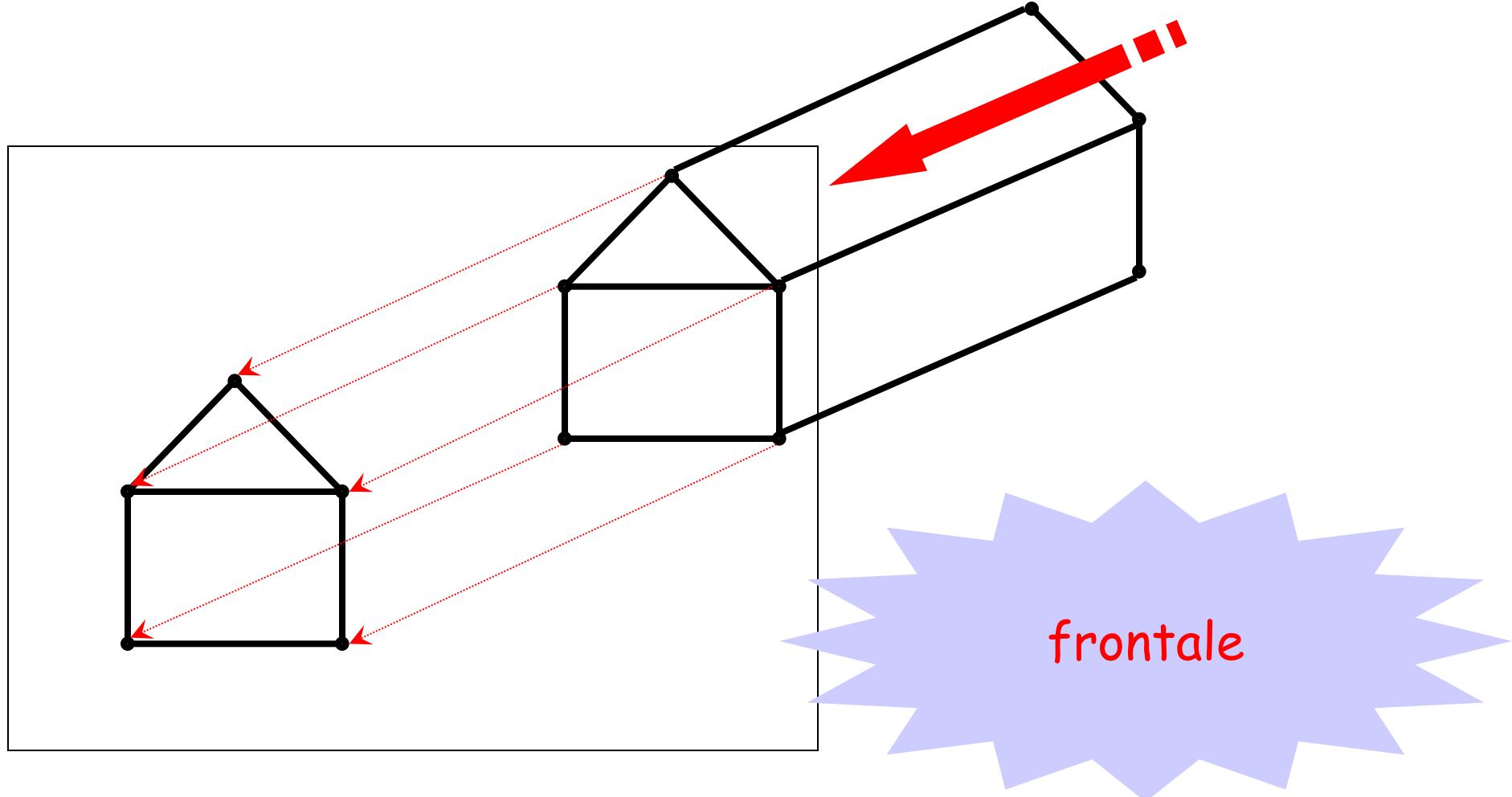
Proiectii paralele ortografice

- Daca planul de proiectie este perpendicular pe
 - axa Ox -> laterală
 - axa Oy -> verticală
 - axa Oz -> frontală
- altfel, -> axonometrică
 - daca unghiurile (DOP , $\{Ox, Oy, Oz\}$) sunt egale -> izometrică
 - altele

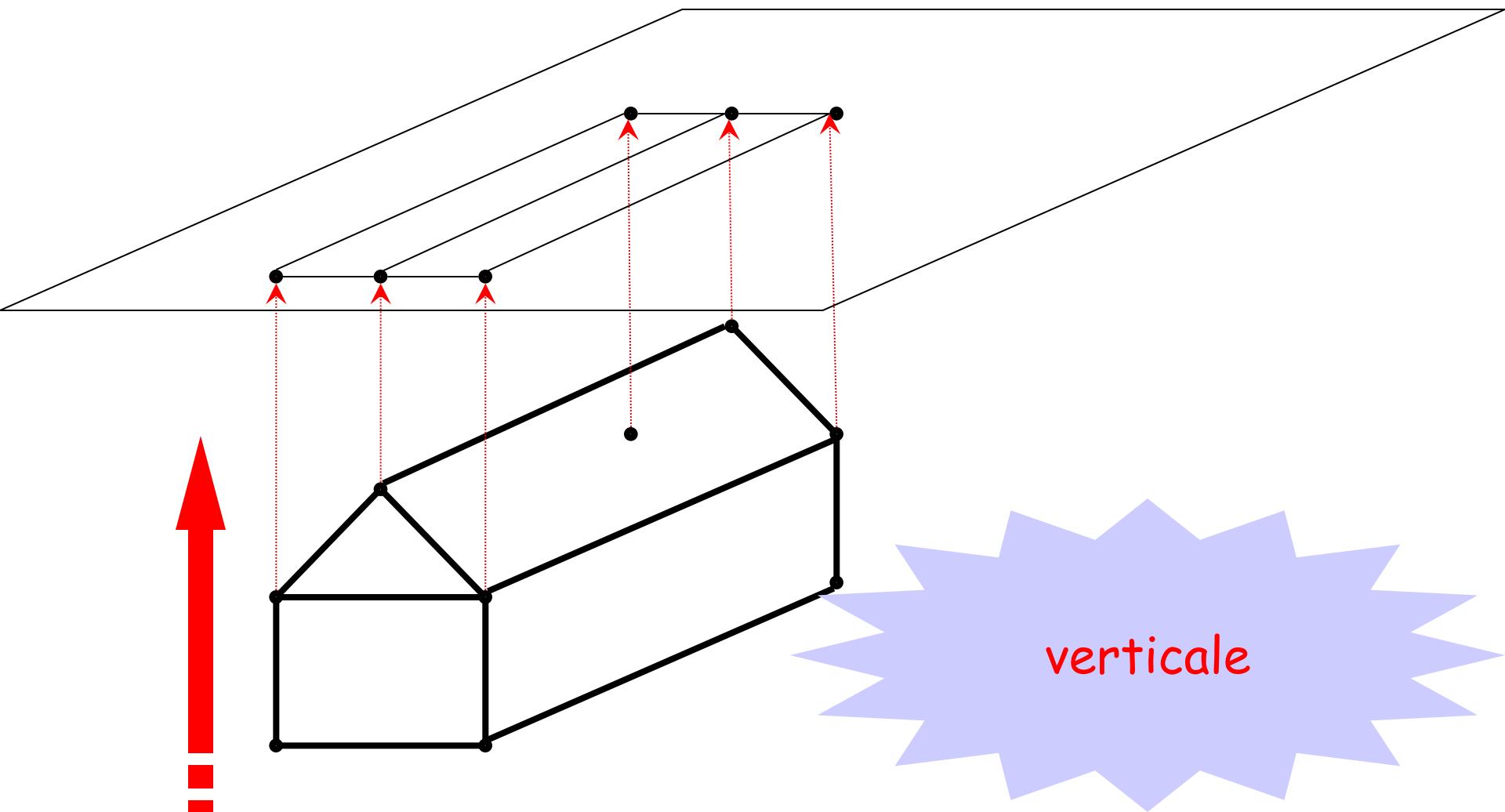
Proiectii paralele ortografice



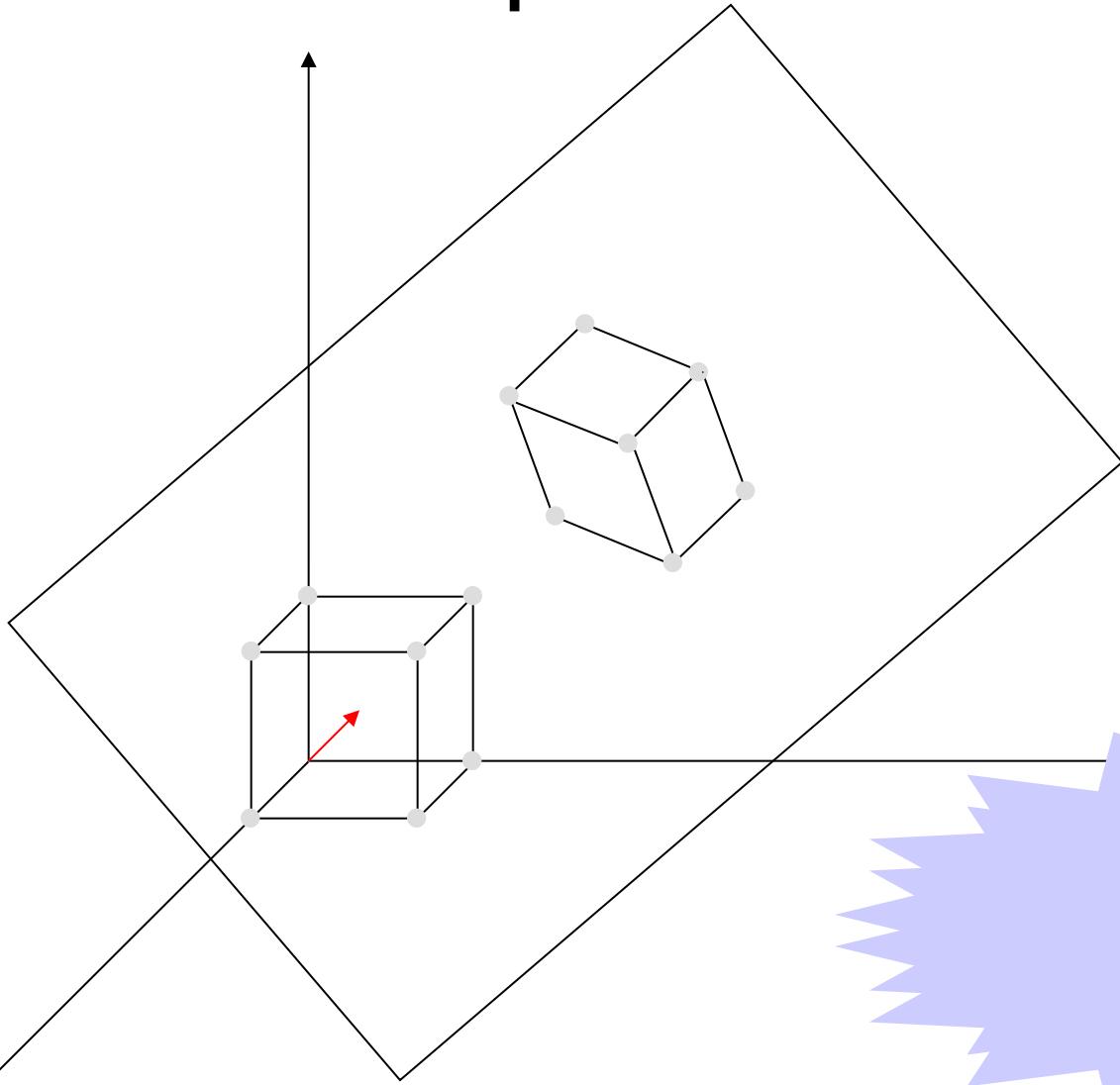
Proiectii paralele ortografice



Proiectii paralele ortografice



Proiectii paralele ortografice

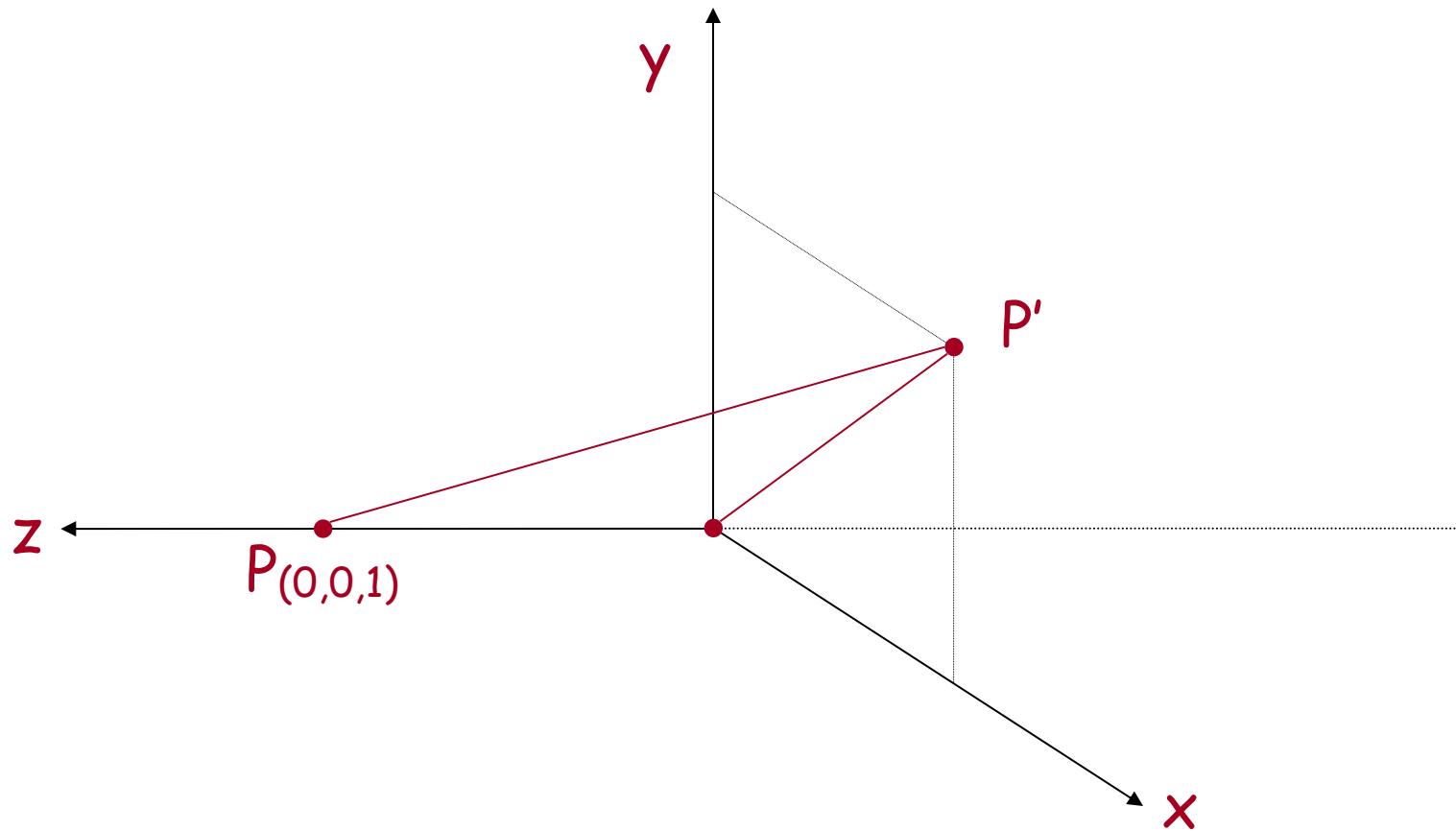


izometrice

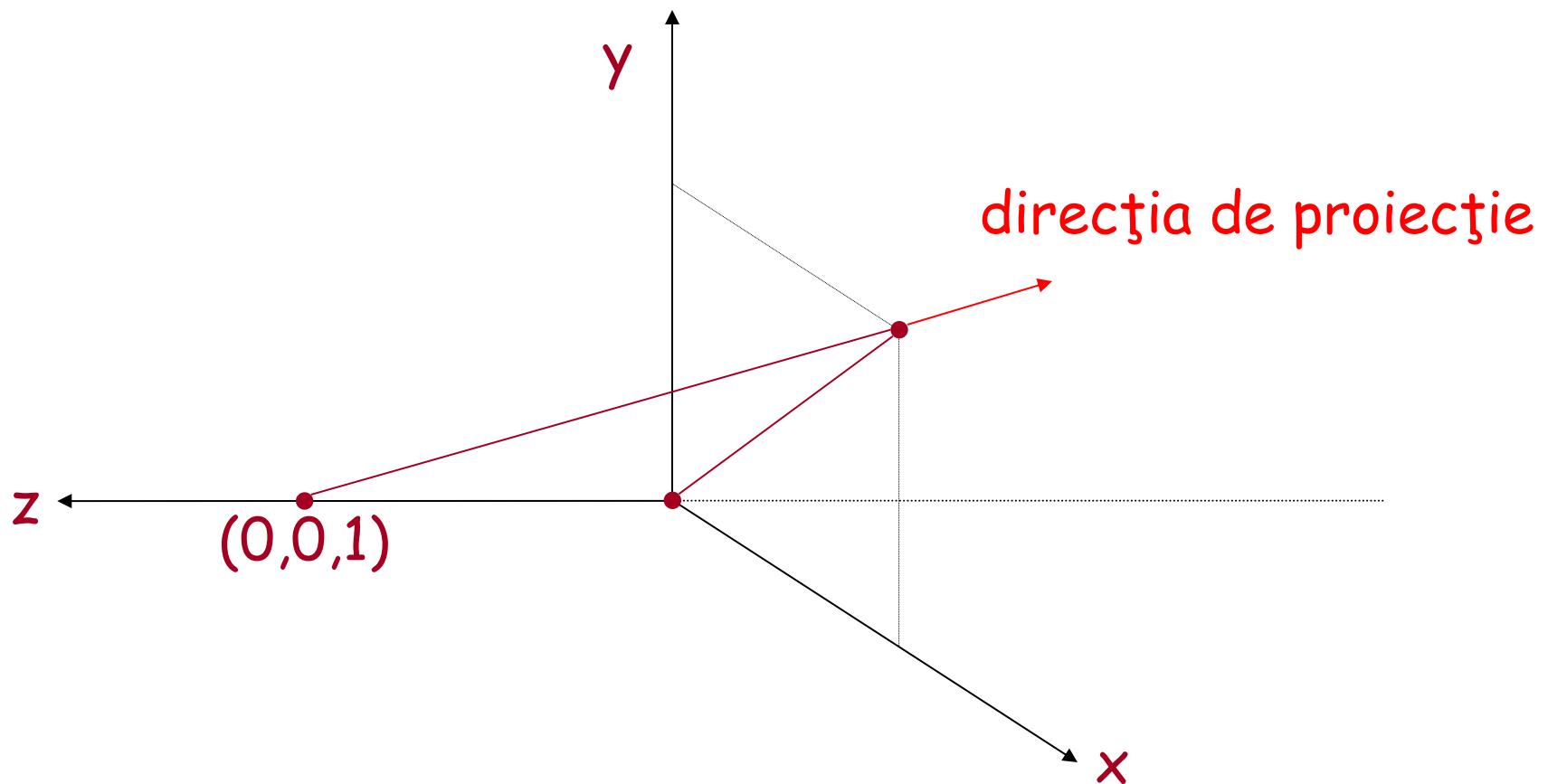
Proiectii paralele oblice

- clasificarea acestor proiectii in functie de unghiul dintre DOP si planul de proiectie
 - cavaliera : $45^\circ \Rightarrow$ lung.proiectiei unui seg.perp.pe pl.de pr.est este egala cu lung.seg.
 - cabinet : $\arctan(2) \Rightarrow$ lung.proiectiei unui seg.perp.pe pl.de pr.est este $\frac{1}{2}$ din lung.seg.
 - altele

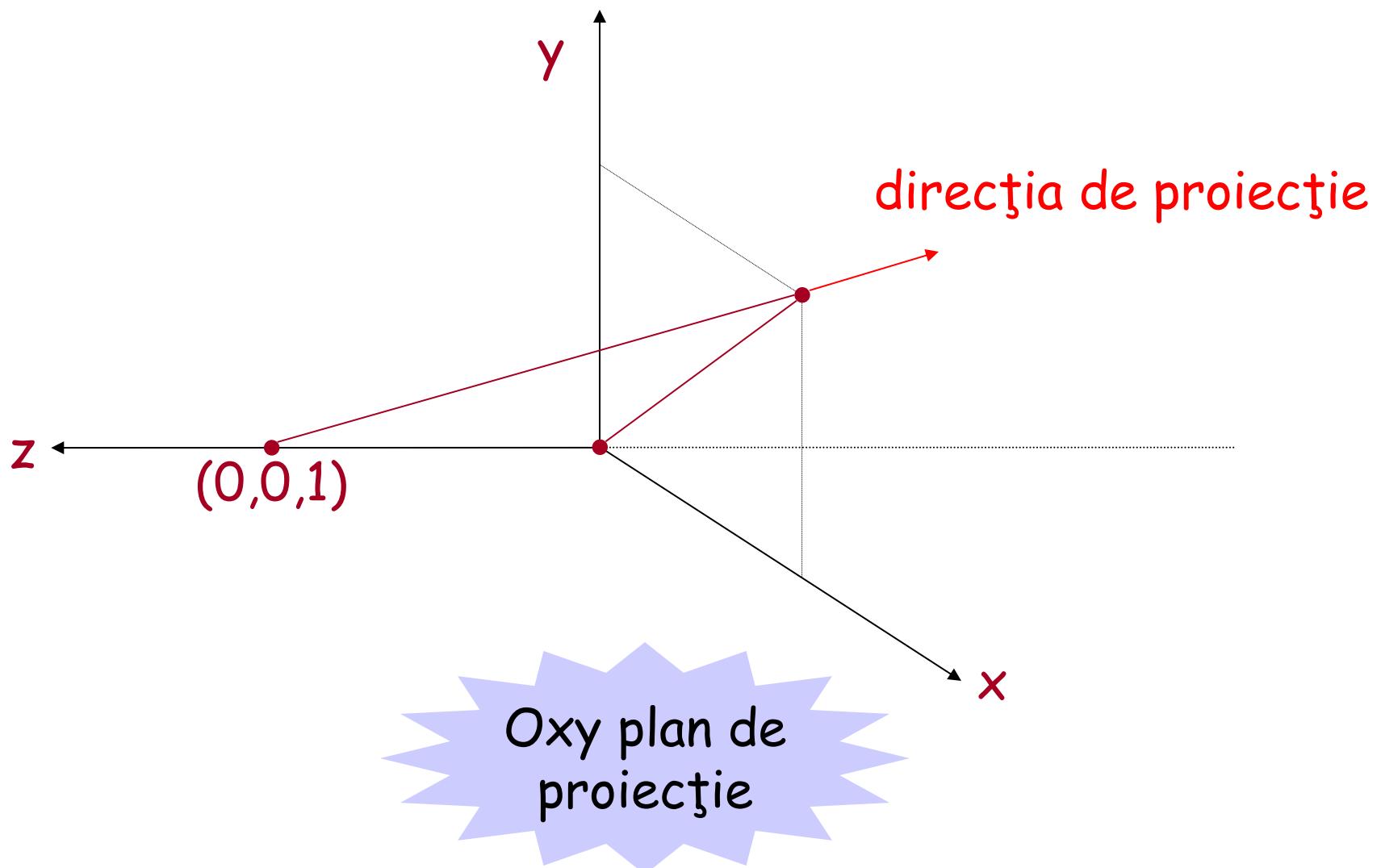
Proiectii paralele oblice



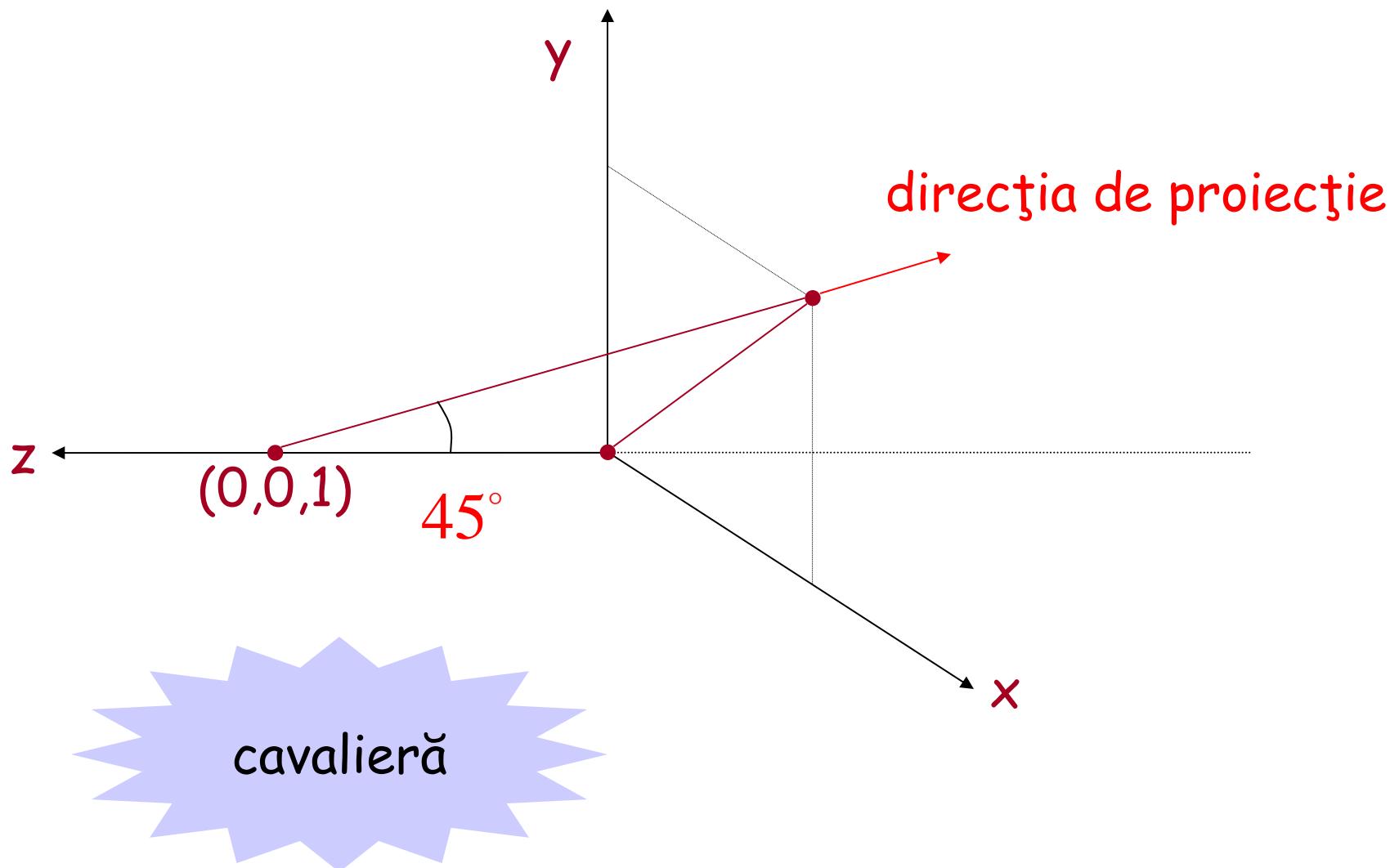
Proiectii paralele oblice



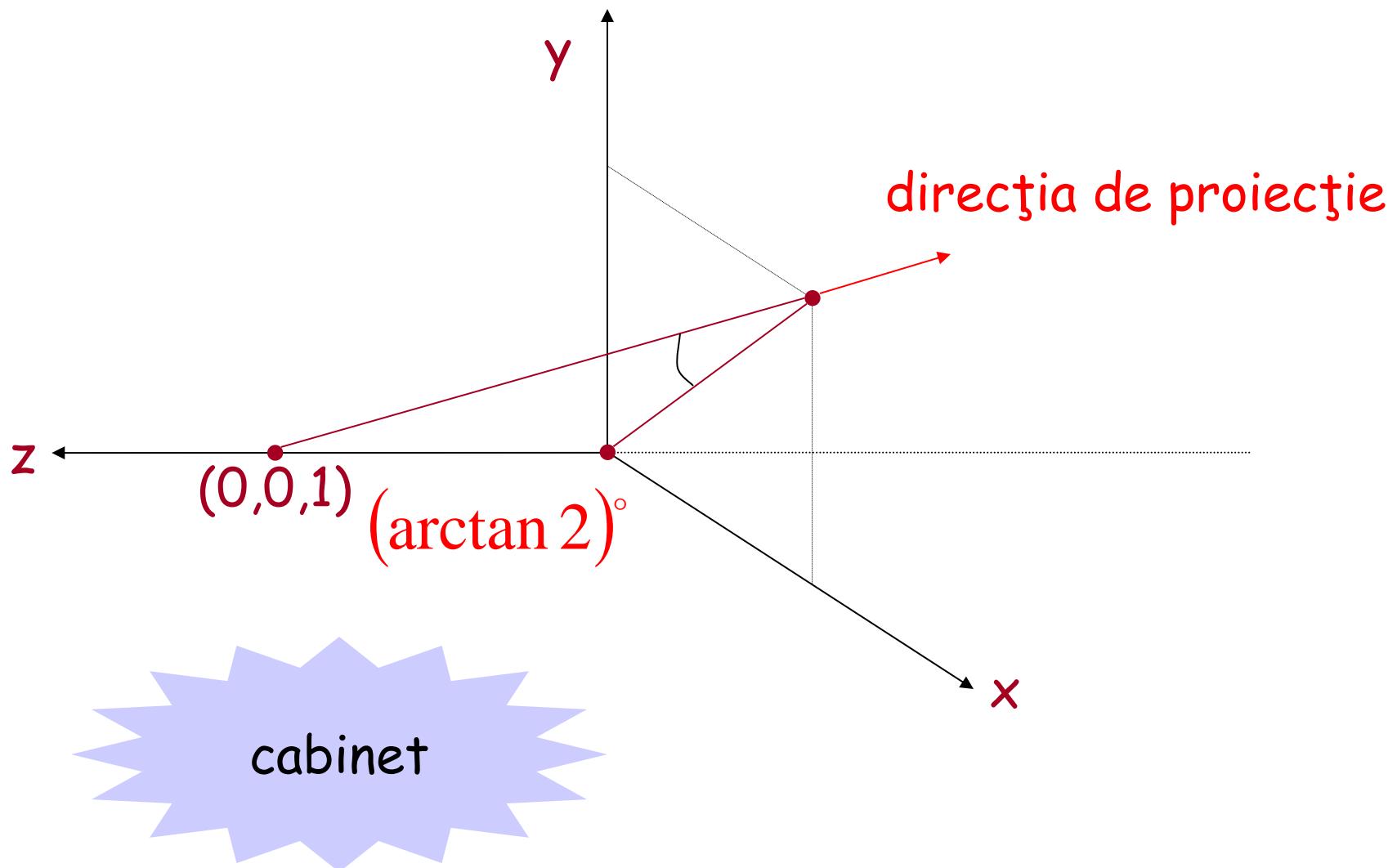
Proiecții paralele oblice



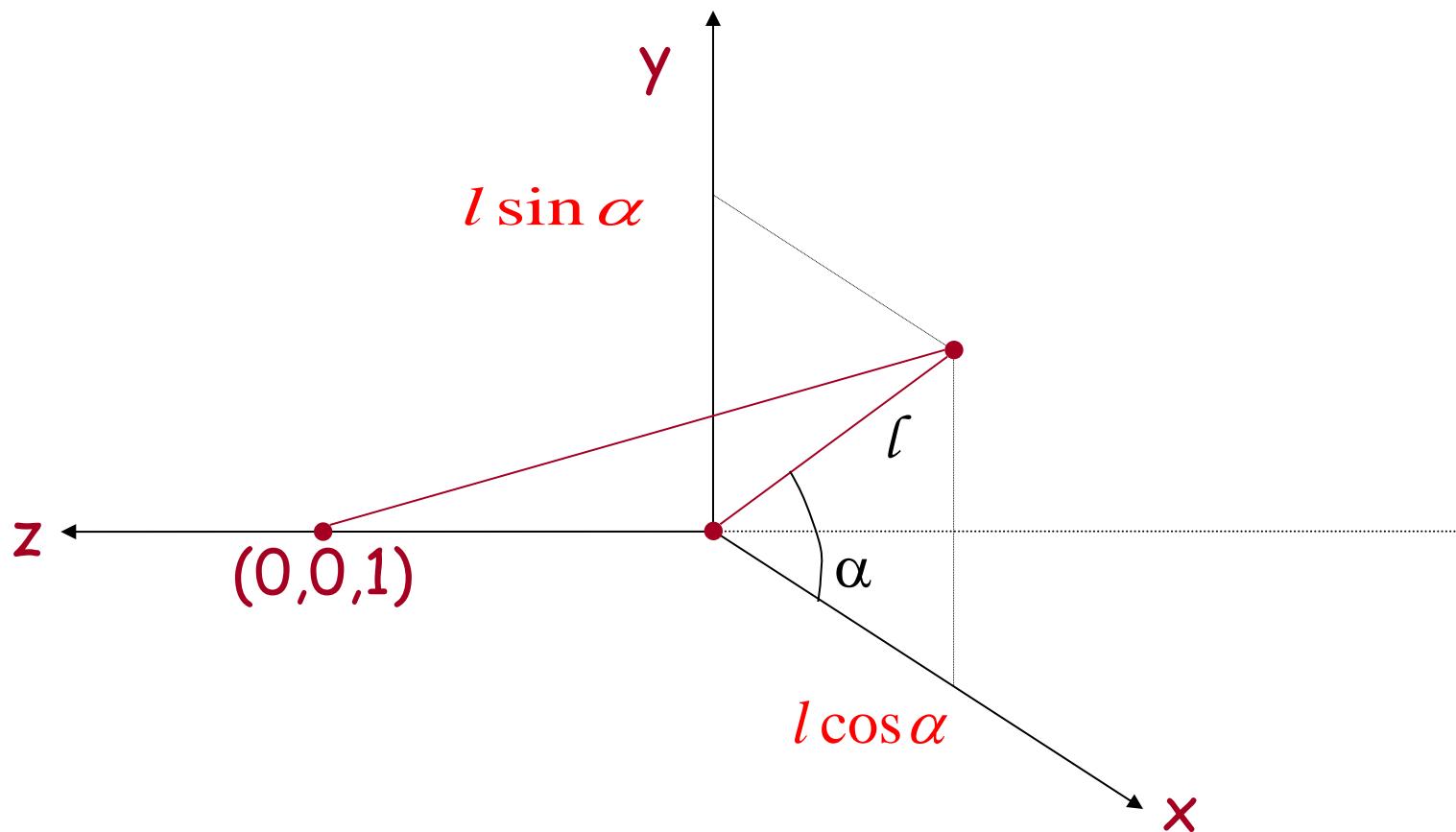
Proiectii paralele oblice



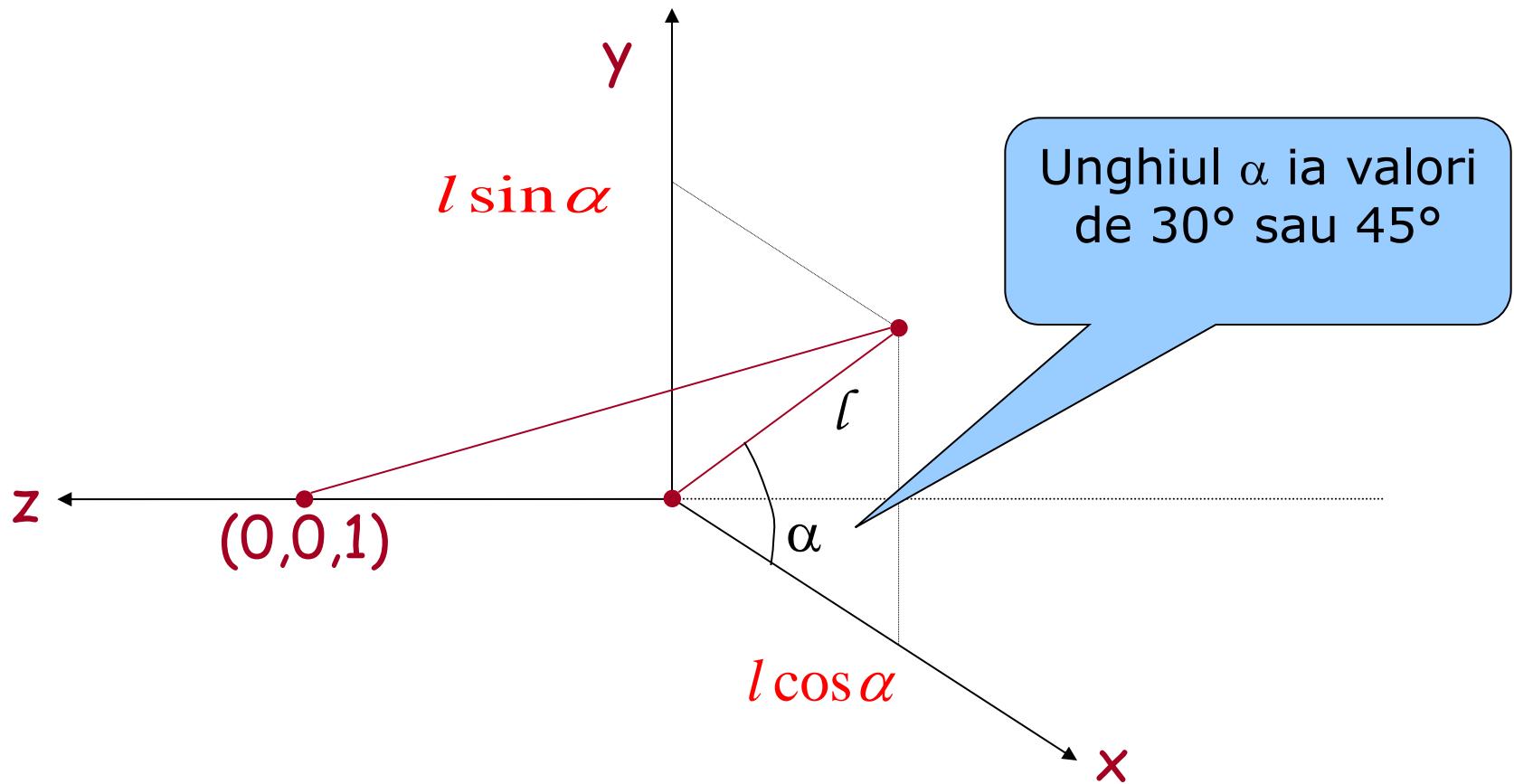
Proiectii paralele oblice



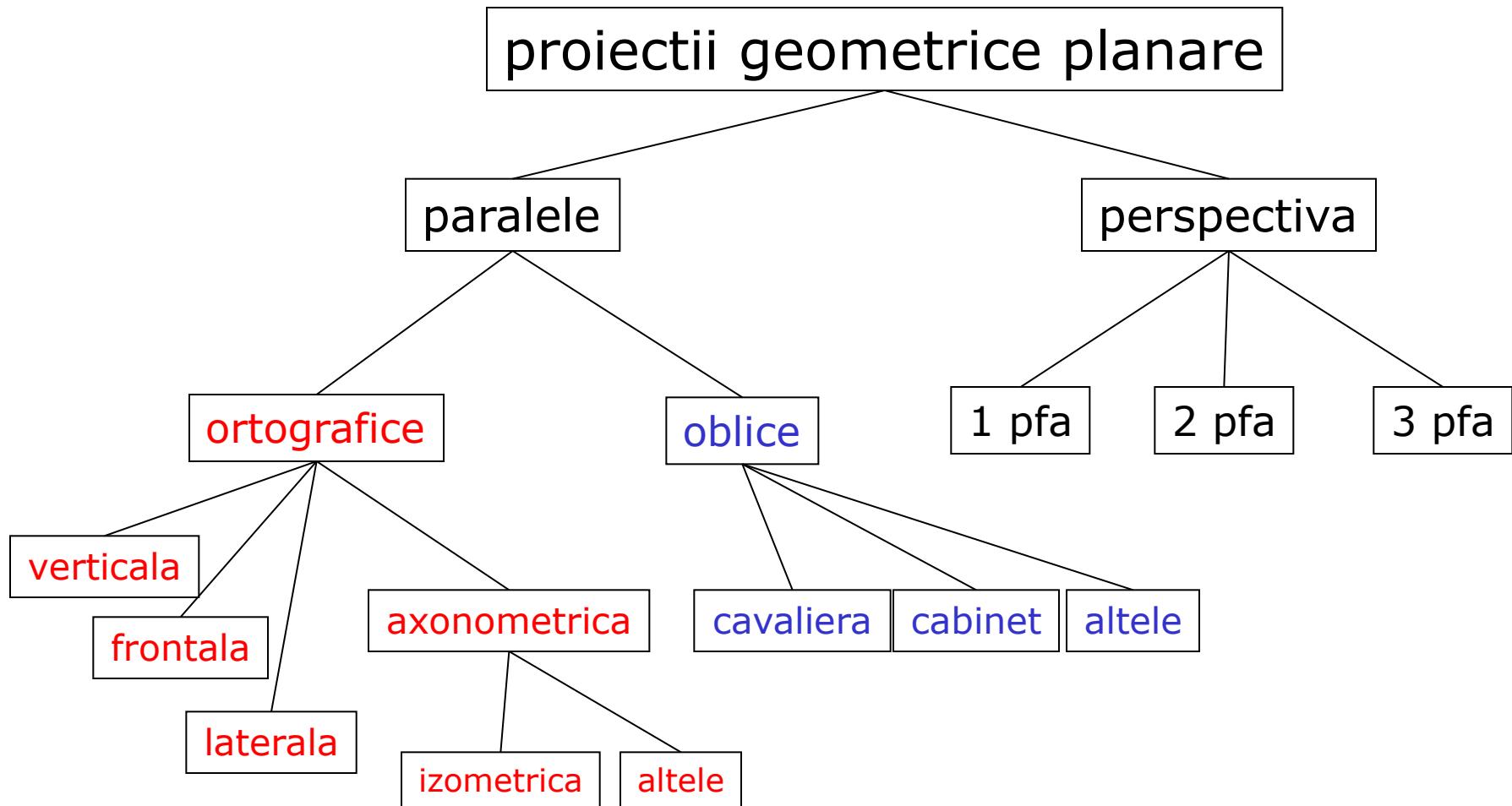
Proiectii paralele oblice



Proiectii paralele oblice

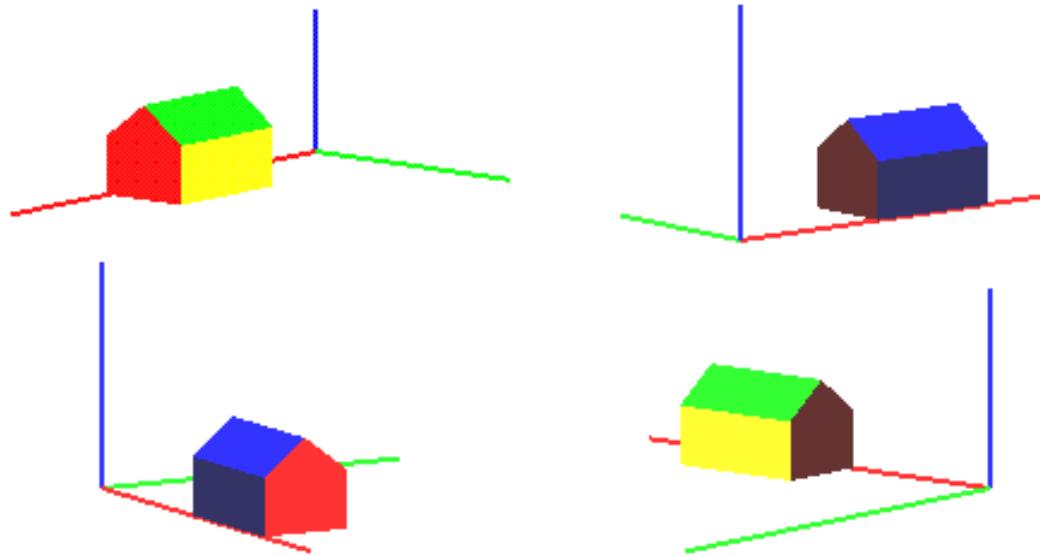


Subclasele proiecțiilor geometrice planare

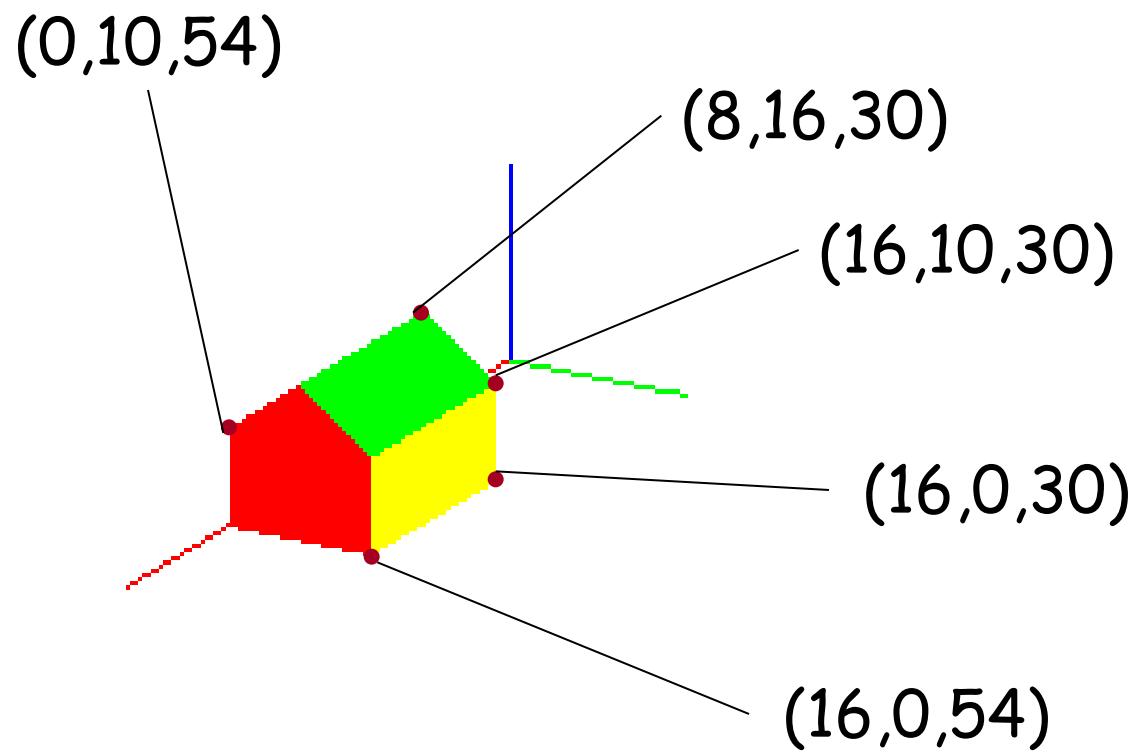


Proiectii geometrice planare

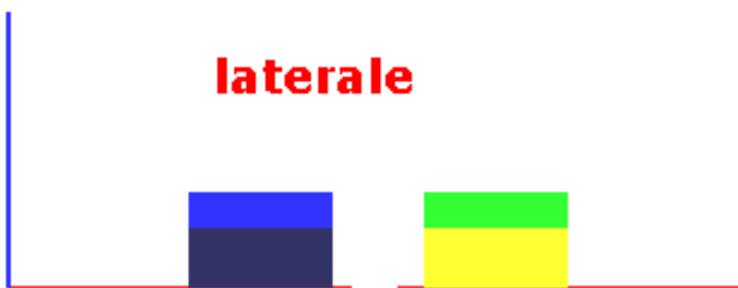
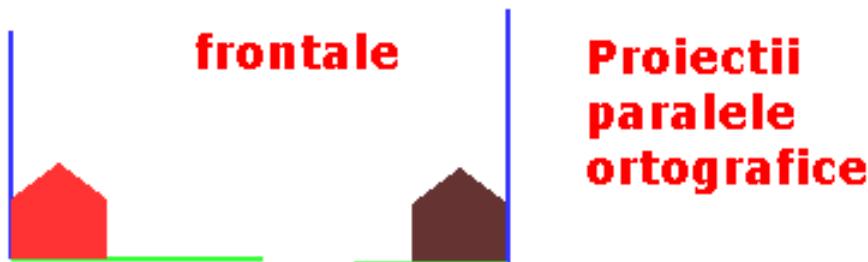
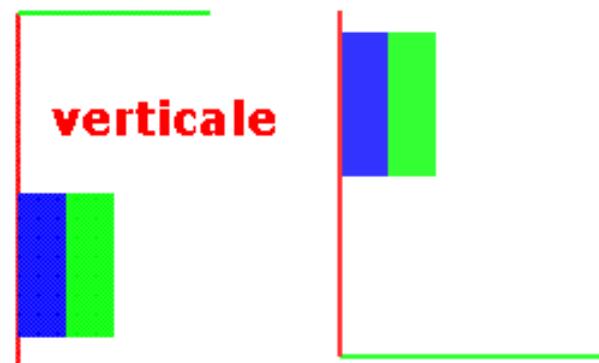
- Exemplu



Proiectii geometrice planare



Proiectii geometrice planare



Proiectii geometrice planare



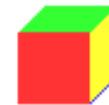
proiectie cavaliera
unghi 30 grade



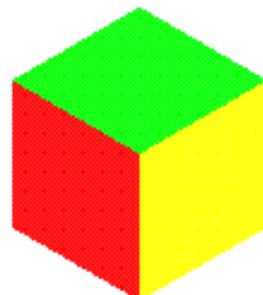
proiectie cabinet
unghi 30 grade



proiectie cavaliera
unghi 45 grade

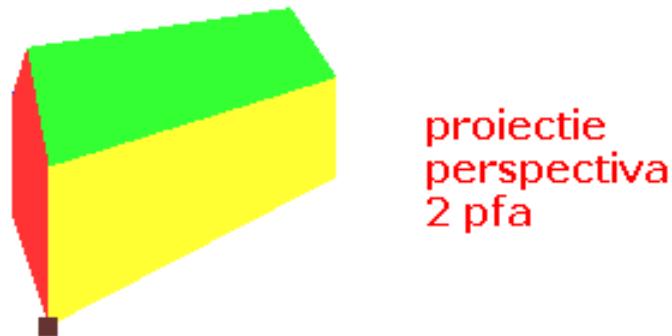
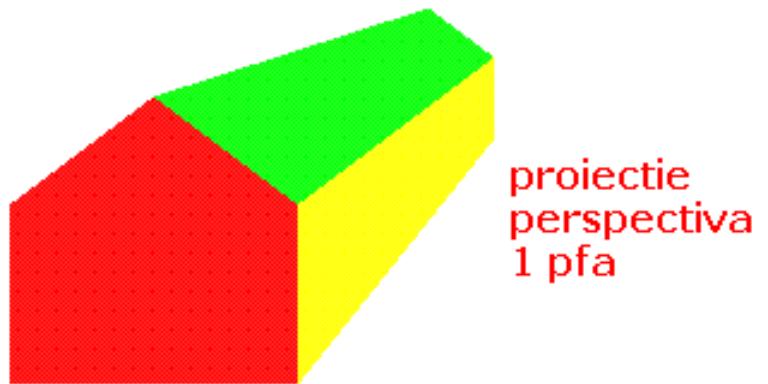


proiectie cabinet
unghi 45 grade



Proiectie
paralela
axonometrica
izometrica

Proiectii geometrice planare



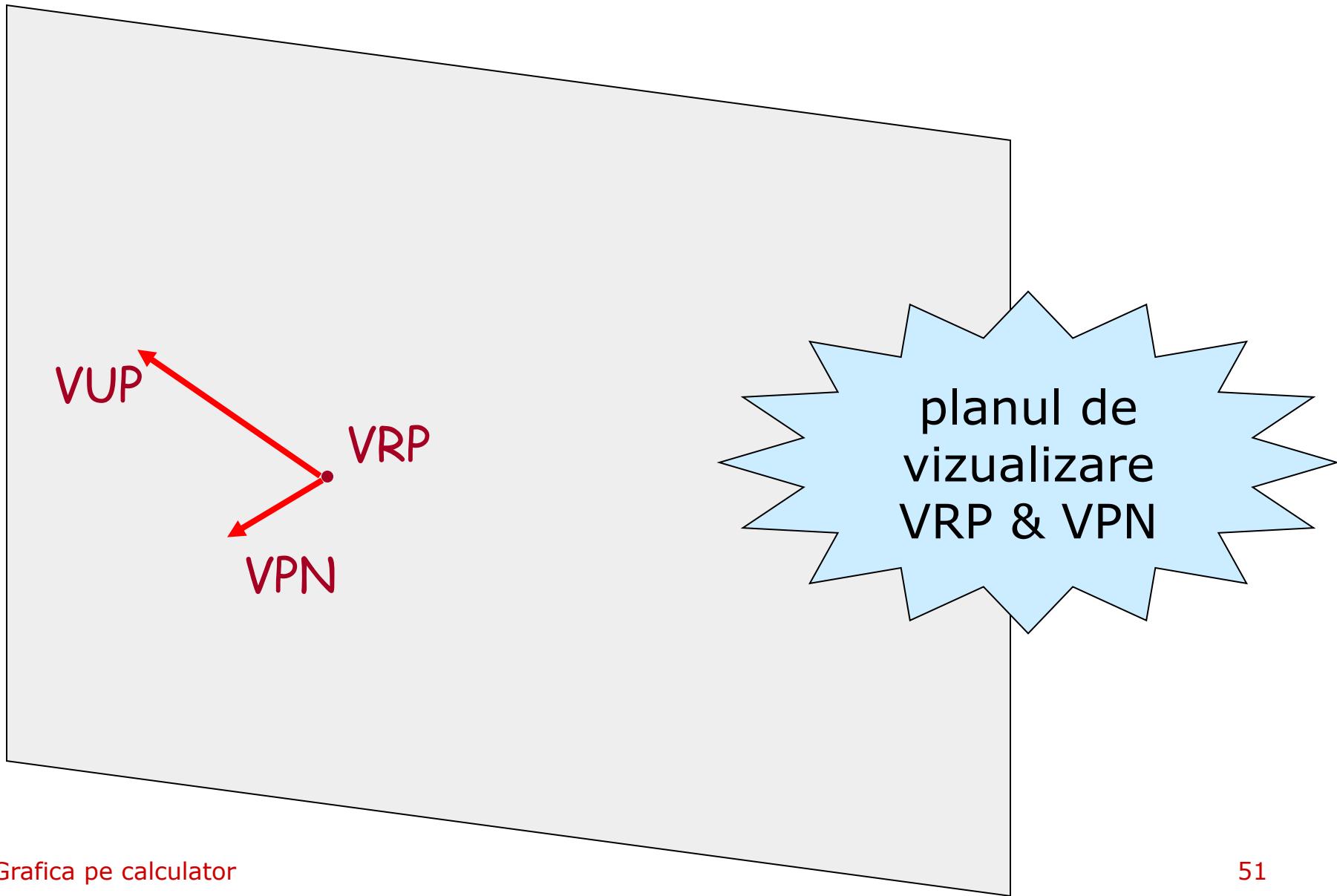
Proiectii geometrice planare

- Rezumat
 - definitie
 - clasificare : paralele/perspectiva, perspectiva 1/2/3 pfa, paralele ortografice/oblice, etc.
 - exemple

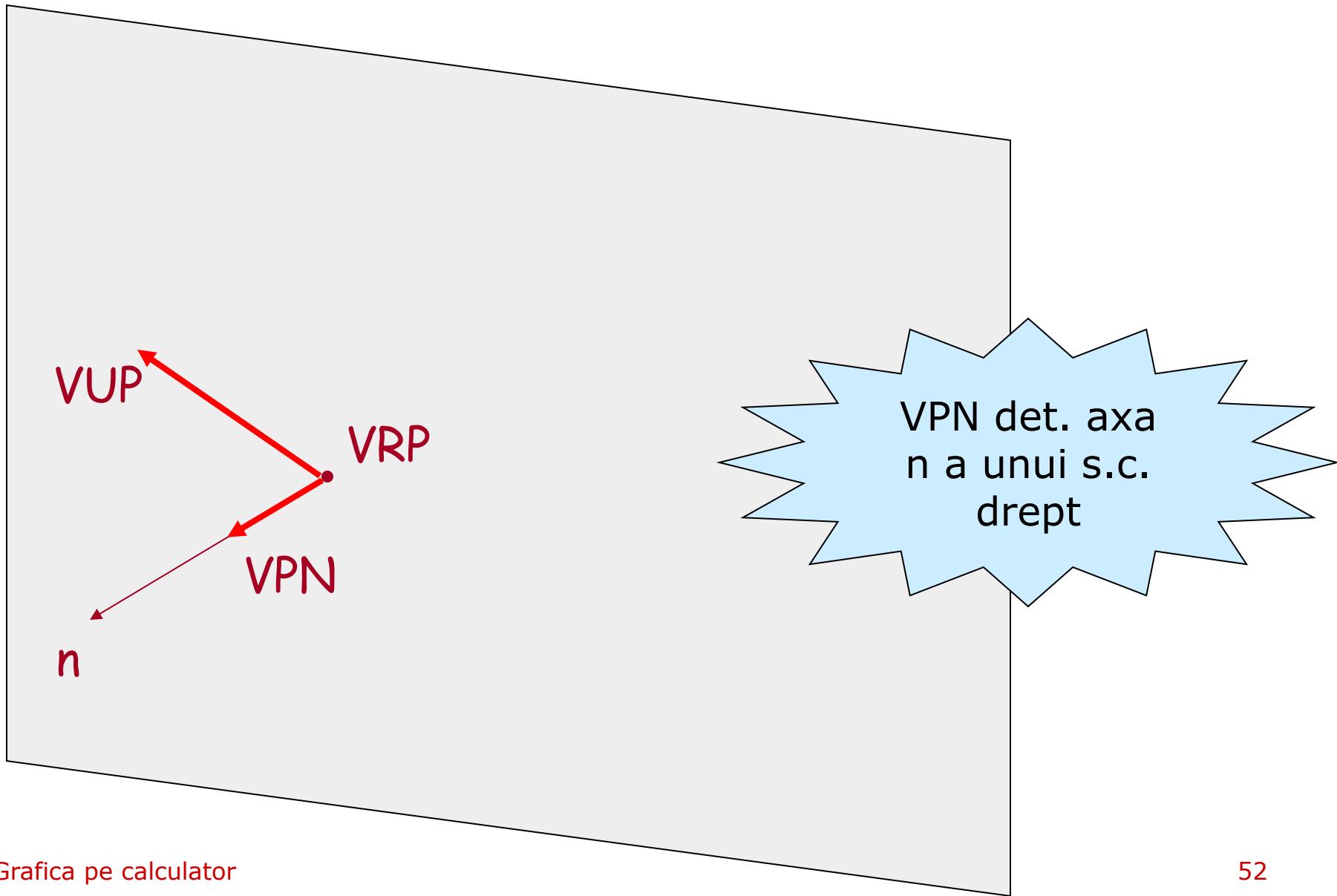
Proiectii geometrice planare

- Specificarea unei p.g.p.
(terminologie PHIGS)
 - planul de vizualizare
 - VRP : view reference point
 - VPN : view plane normal
 - VUP : view up plane
 - aceste elemente determină un sistem de coordonate orientat drept $VRC = (VRP, u, v, n)$: view reference coordinate system

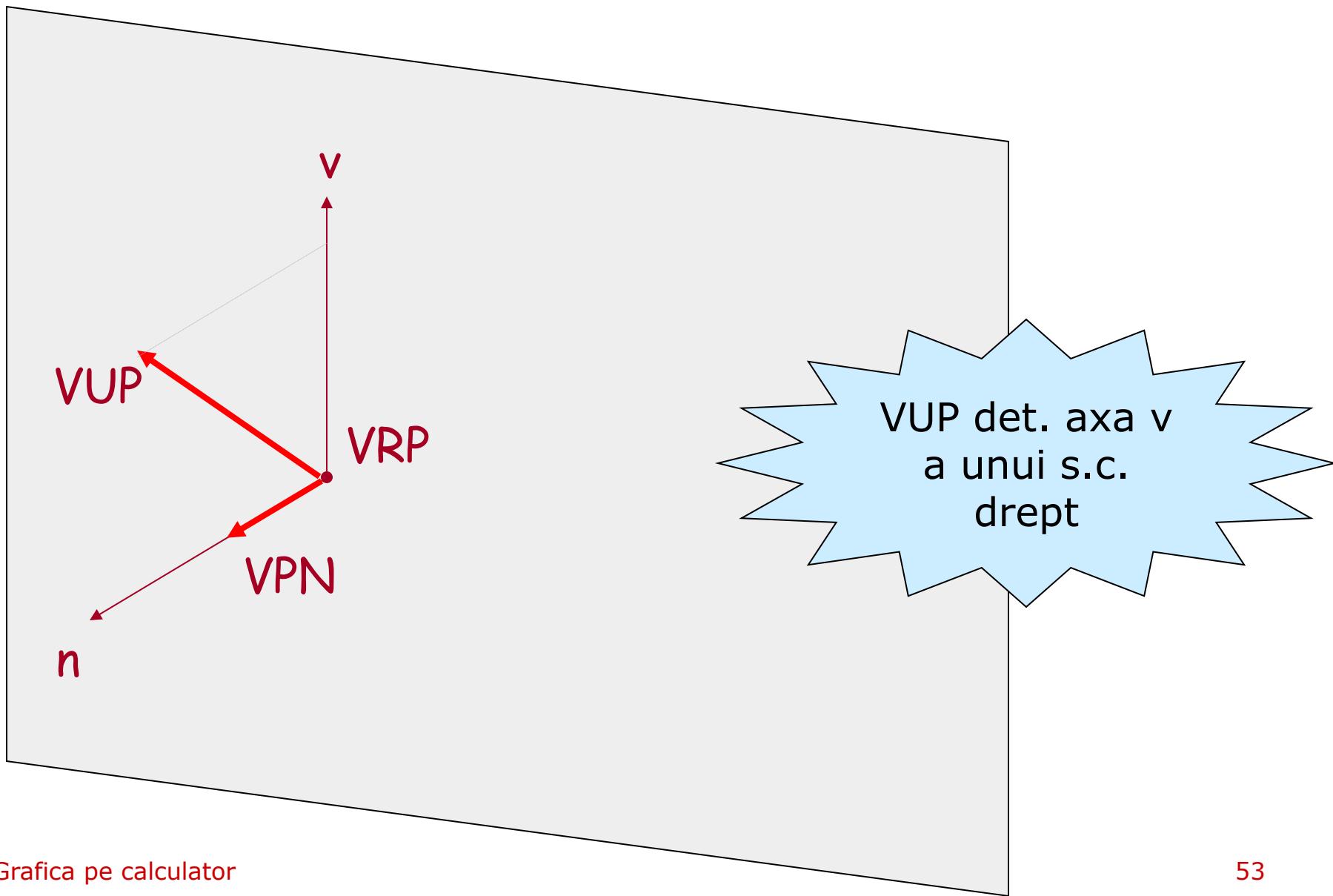
Specificarea planului de vizualizare



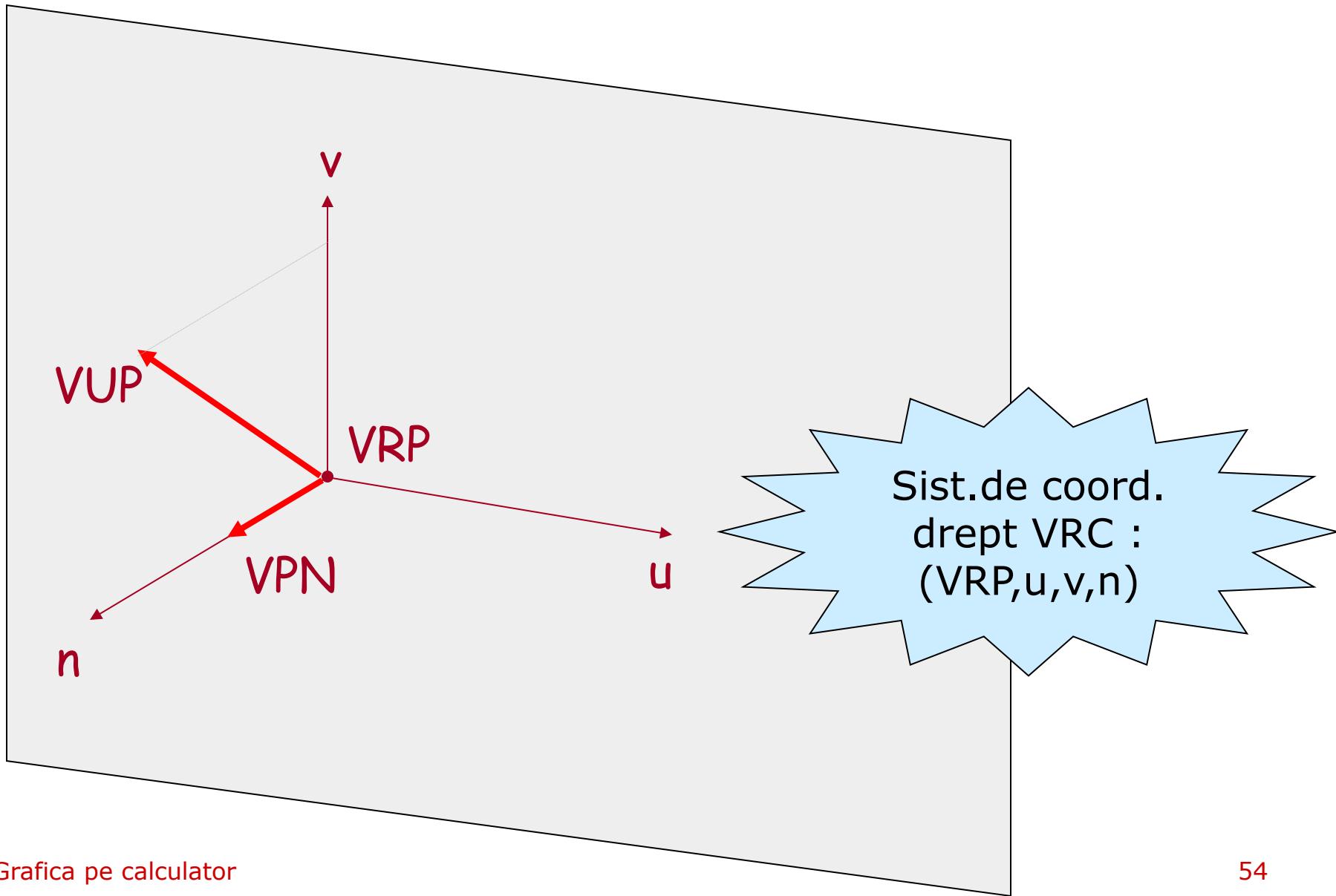
Specificarea planului de vizualizare



Specificarea planului de vizualizare



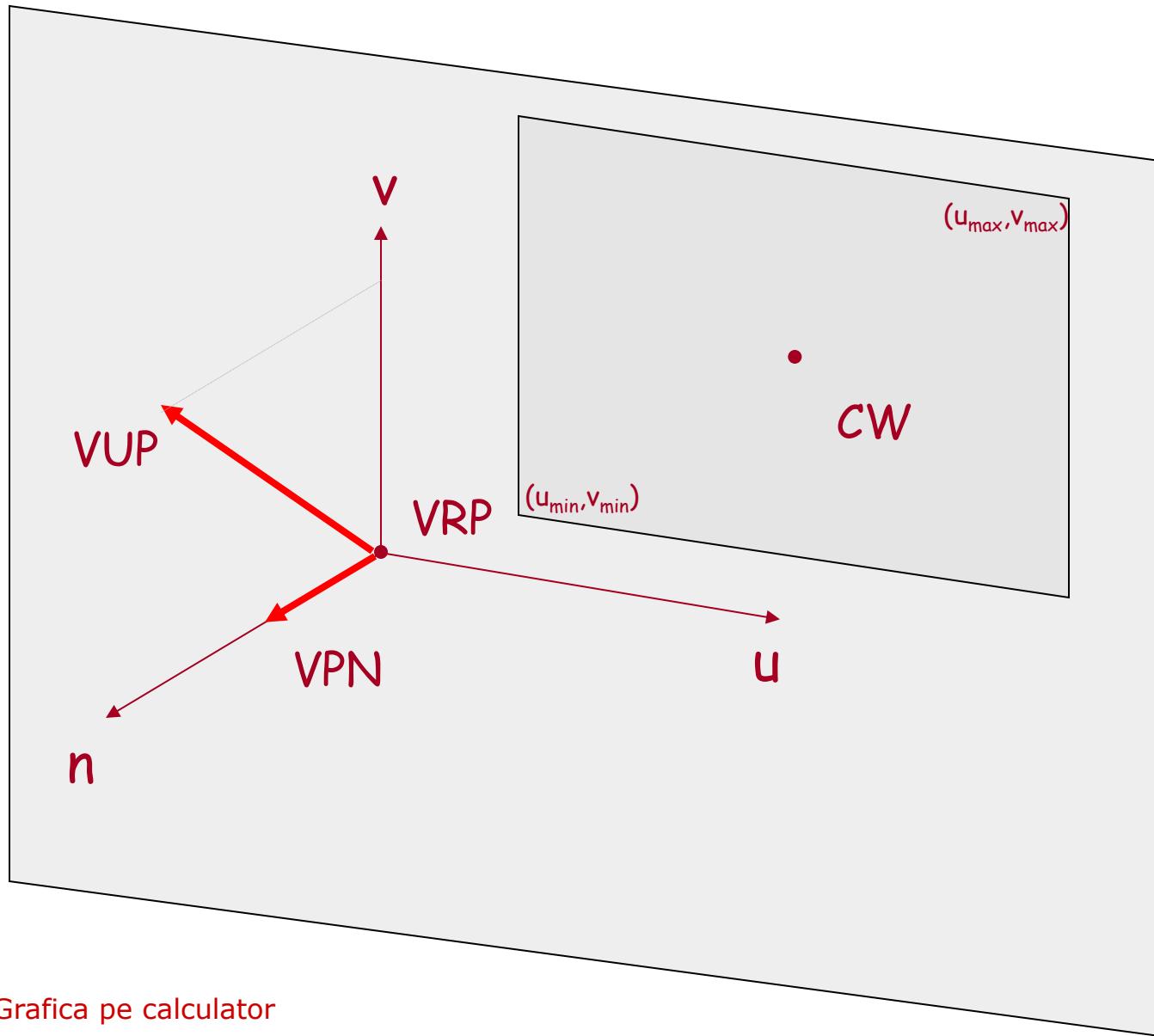
Specificarea planului de vizualizare



Proiectii geometrice planare

- Specificarea unei p.g.p.
(terminologie PHIGS)
 - fereastra in planul de vizualizare
 - CW : centrul ferestrei
 - (umax, vmax) : coord.coltului din drp.sus
 - (umin, vmin) : coord.coltului din stg.jos

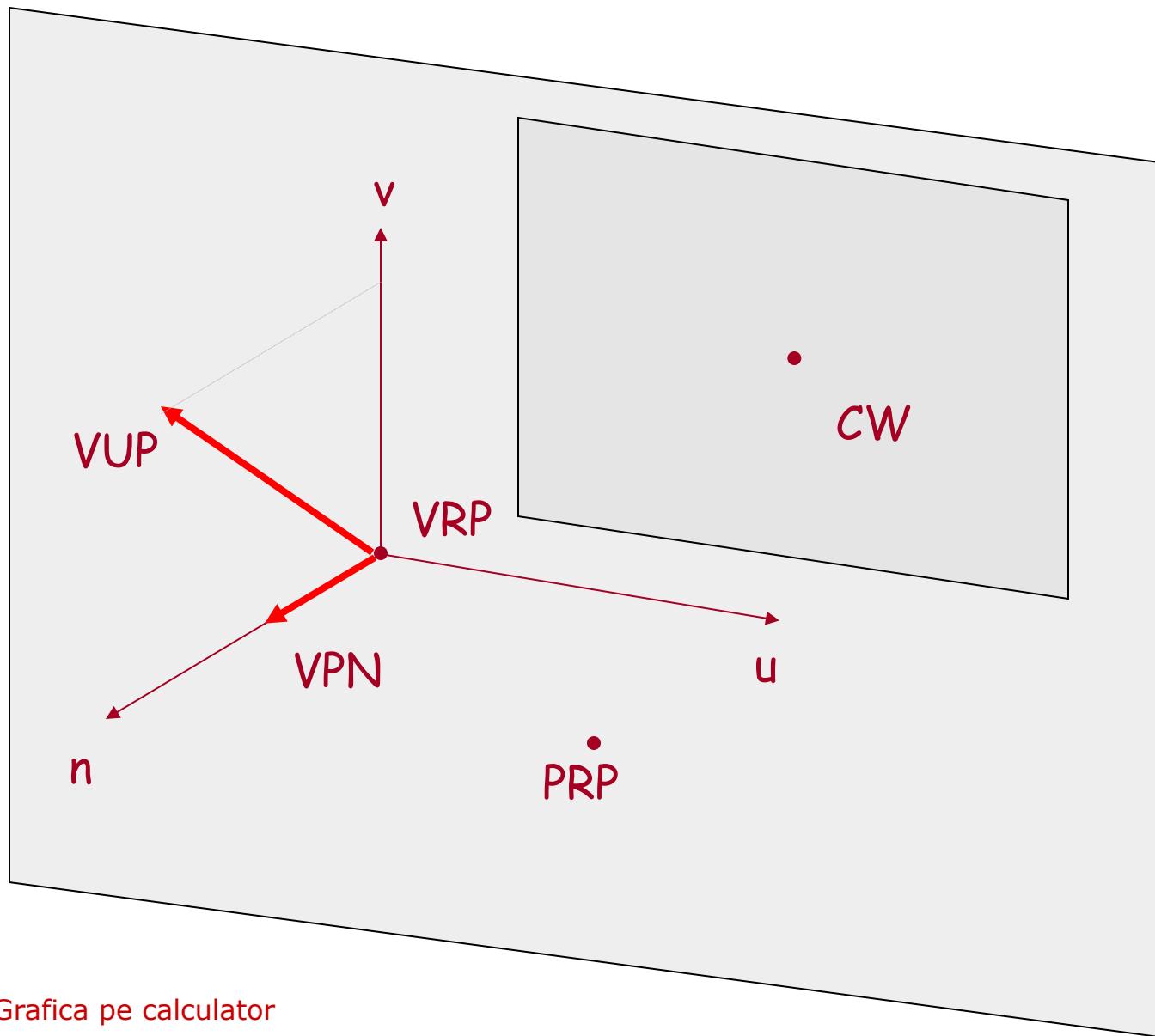
Specificarea ferestrei din planul de vizualizare



Proiectii geometrice planare

- Specificarea unei p.g.p.
(terminologie PHIGS)
 - punctul de referinta al proiectiei
 - PRP : projection reference point
 - proiectie perspectiva => PRP = COP
 - proiectie paralela => (PRP,CW) = DOP

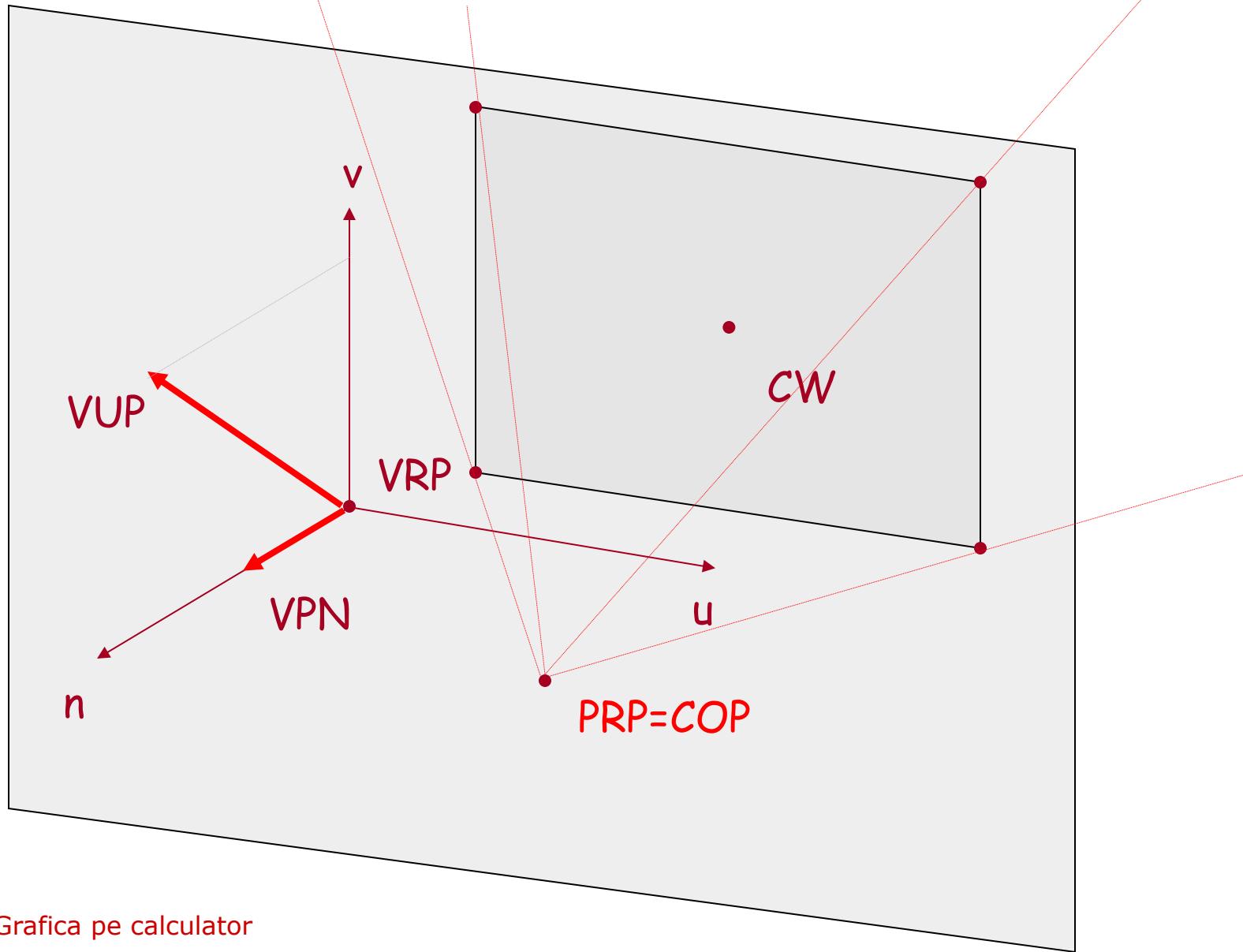
Specificarea PRP



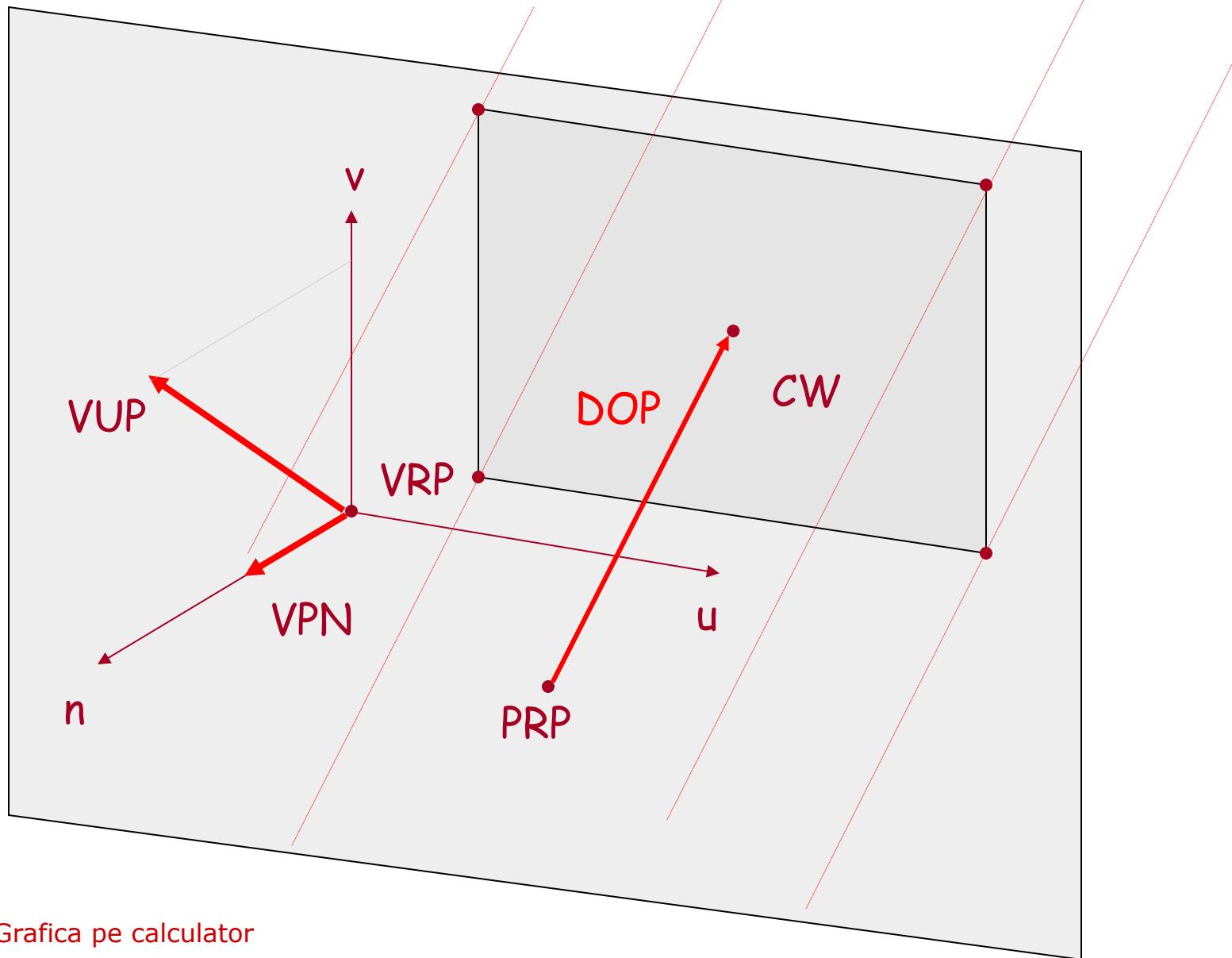
Proiectii geometrice planare

- Specificarea unei p.g.p.
(terminologie PHIGS)
 - volumului de vizualizare
 - doar (parti din) obiectele care (intersecteaza) sunt incluse in volumul de vizualizare vor fi afisate pe ecran
 - restul -> decupate ...

Specificarea volumului de vizualizare pentru proiecția perspectivă



Specificarea volumului de vizualizare pentru proiecția paralela

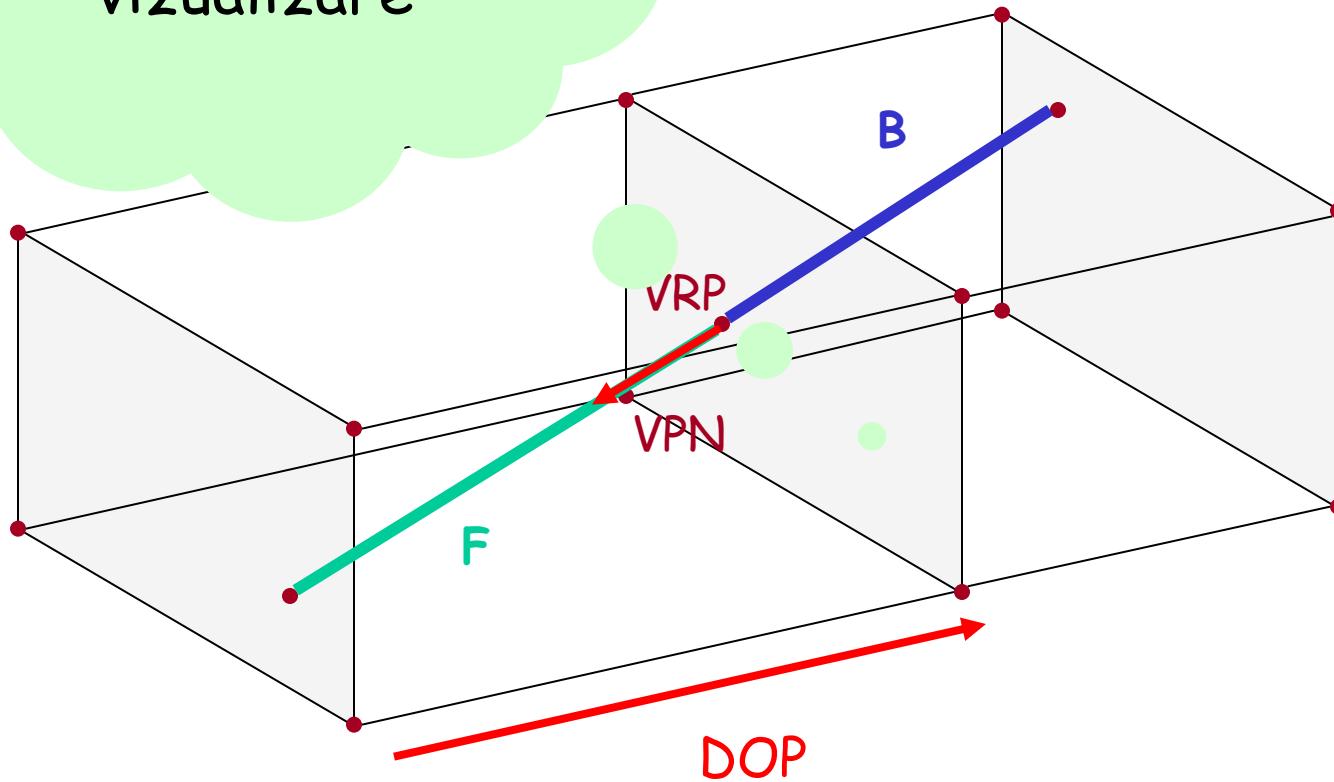


Proiectii geometrice planare

- Specificarea unei p.g.p.
(terminologie PHIGS)
 - planelor de decupare
 - anterior si posterior => volum de vizualizare finit

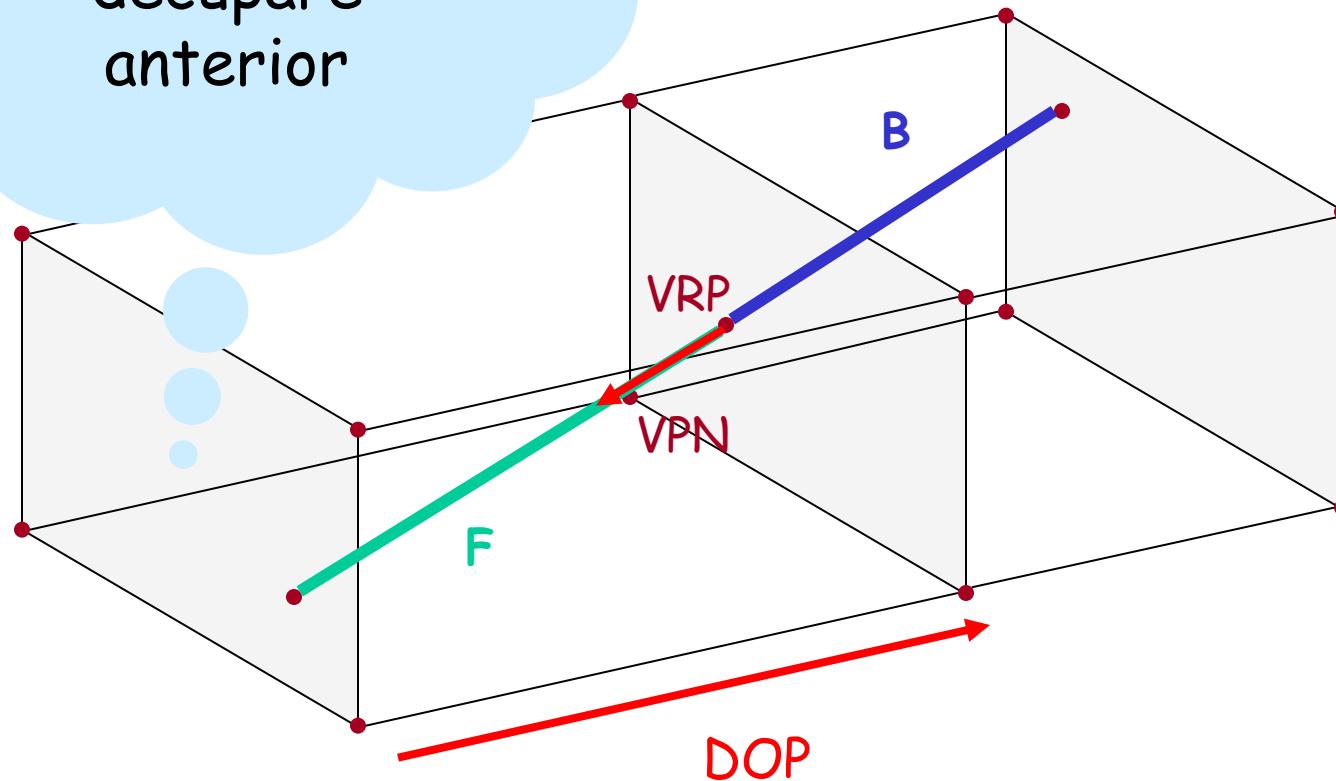
Specificarea planelor de decupare

Plan de vizualizare

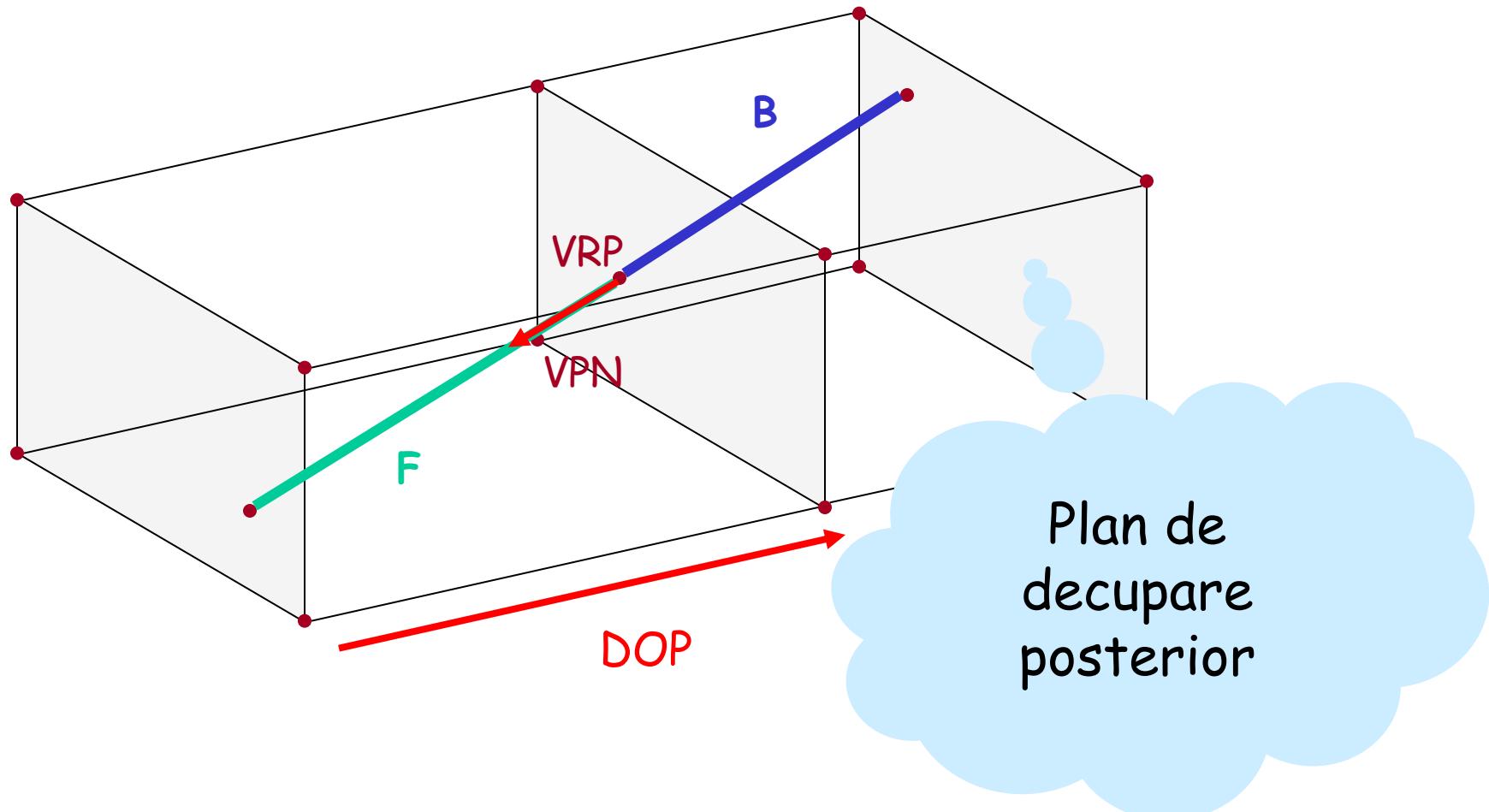


Specificarea planelor de decupare

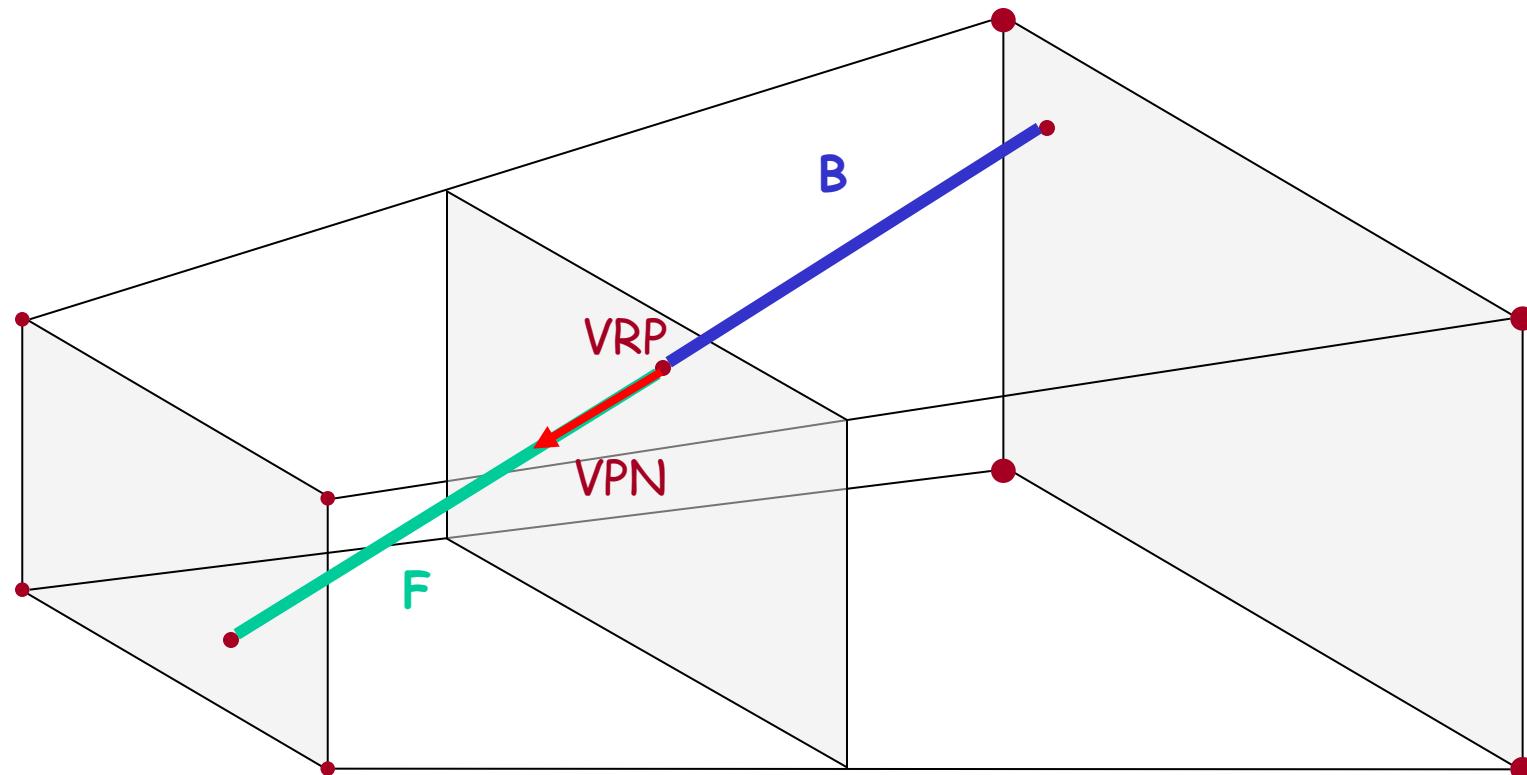
Plan de
decupare
anterior



Specificarea planelor de decupare



Specificarea planelor de decupare

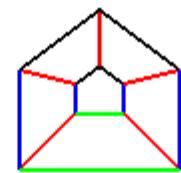


Proiectii geometrice planare

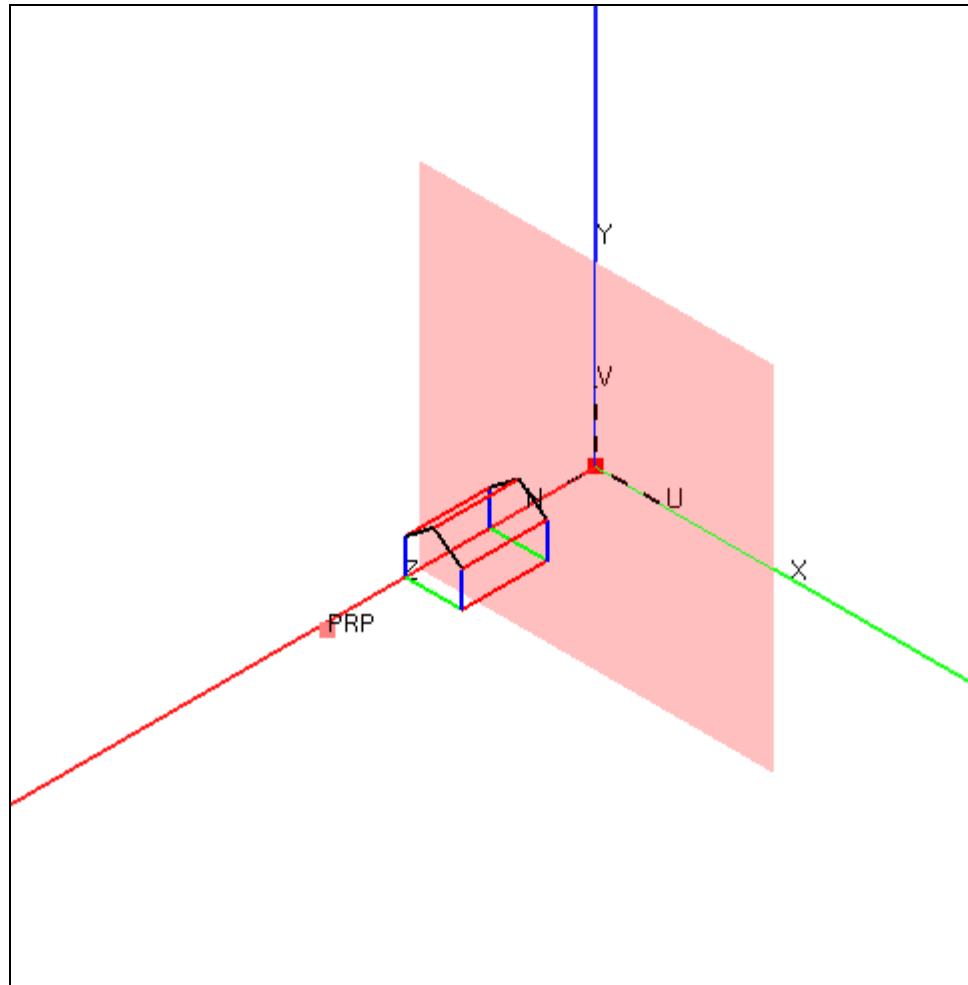
- Exemple PGP1

VRP (WCS)	(0,0,0)
VPN (WCS)	(0,0,1)
VUP (WCS)	(0,1,0)
PRP (VRC)	(8,6,84)
Fereastra (VRC) = (u_m, u_M, v_m, v_M)	(-50,50,-50,50)
Tip proiectie	perspectiva

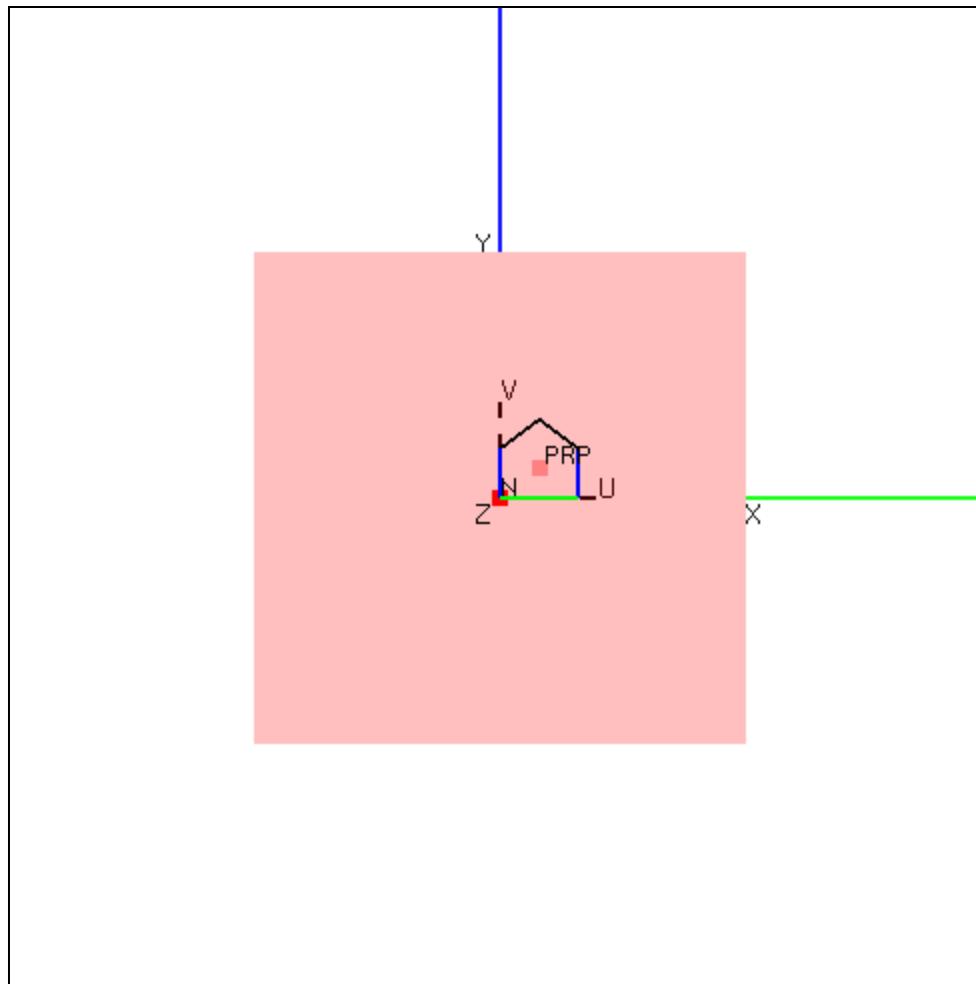
PGP1



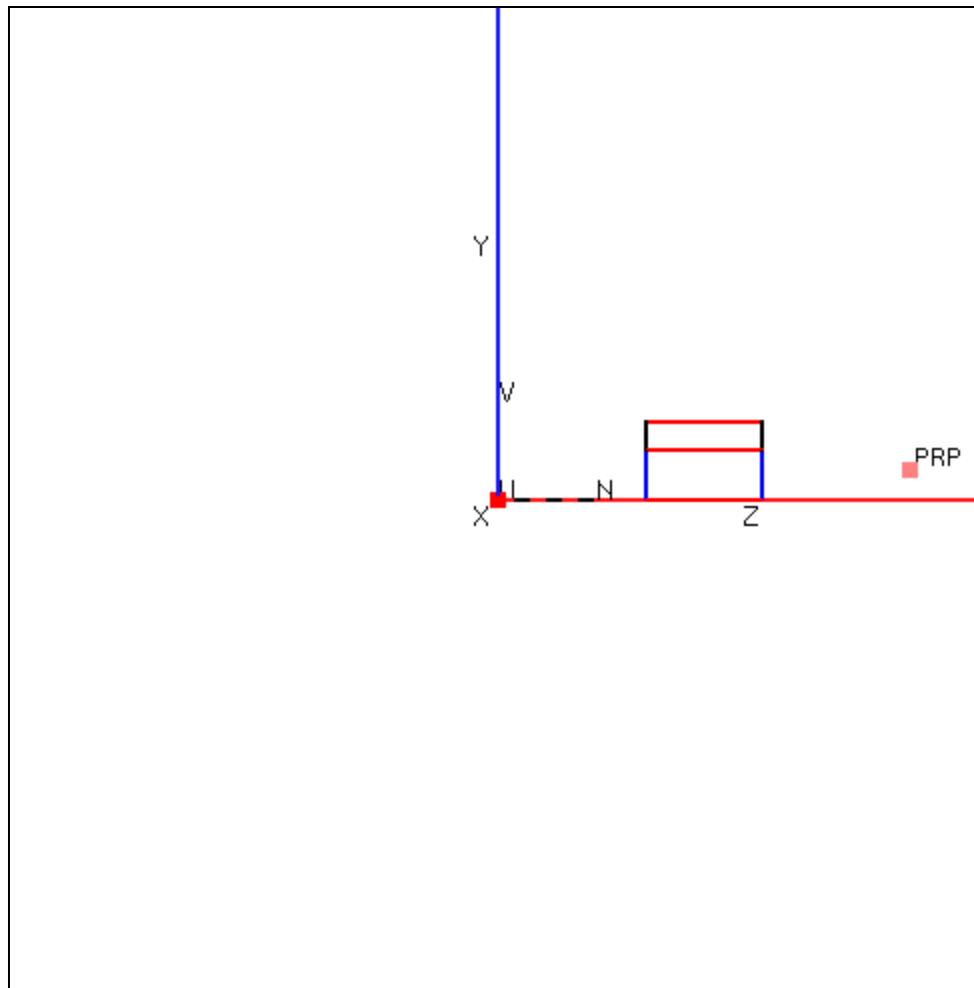
PGP1



PGP1



PGP1

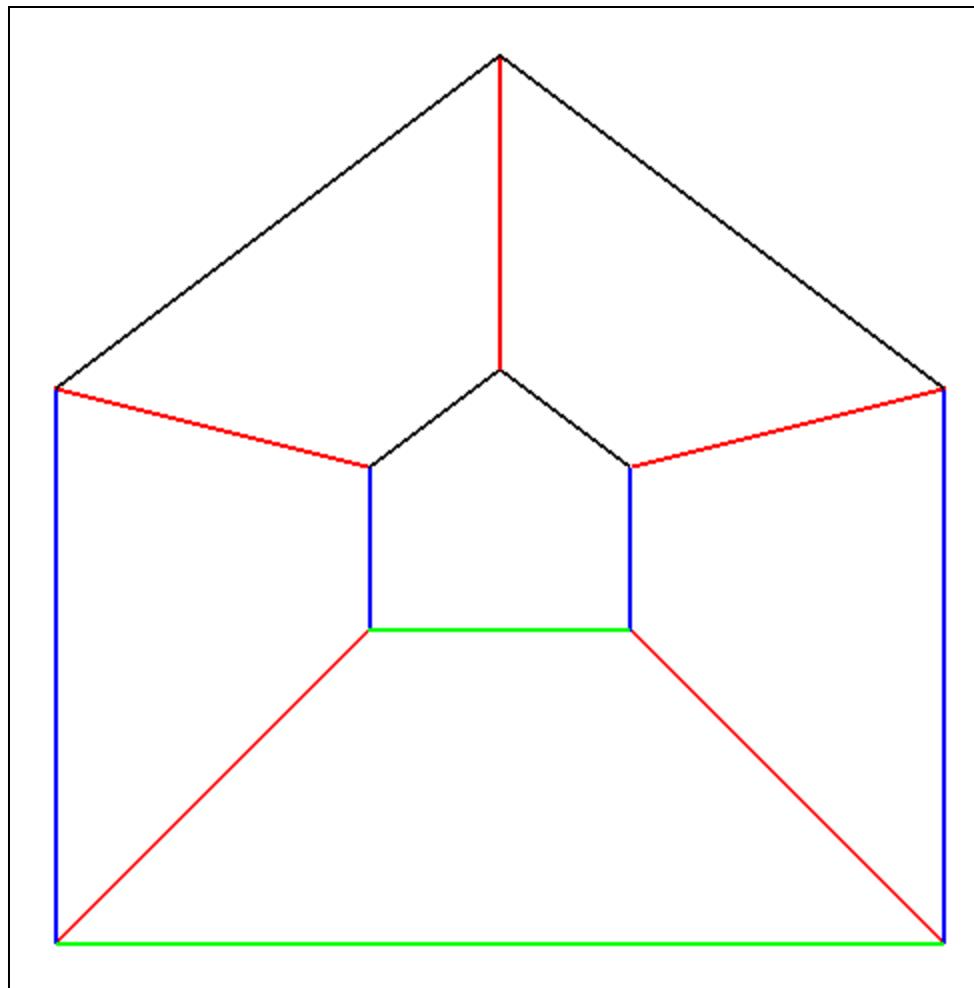


Proiectii geometrice planare

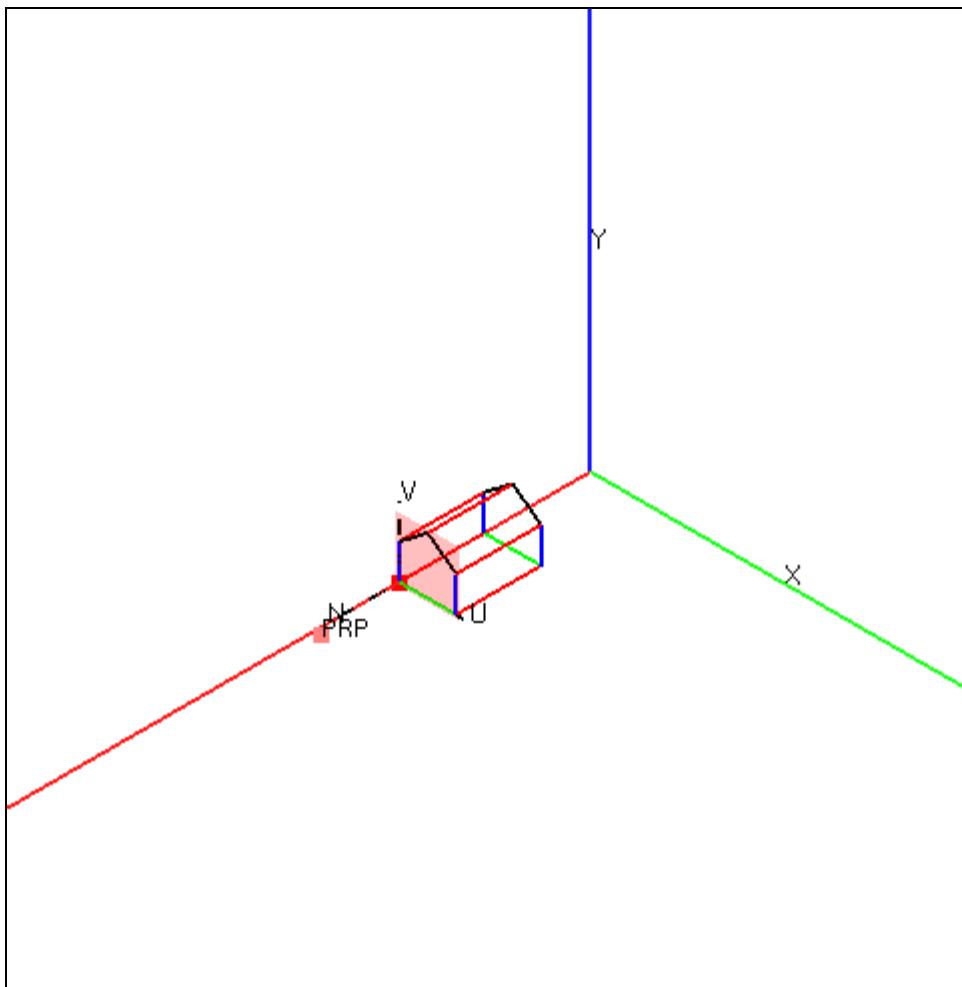
- Exemple PGP2

VRP (WCS)	(0,0,54)
VPN (WCS)	(0,0,1)
VUP (WCS)	(0,1,0)
PRP (VRC)	(8,6,30)
Fereastra (VRC) = (u_m, u_M, v_m, v_M)	(-1,17,-1,17)
Tip proiectie	perspectiva

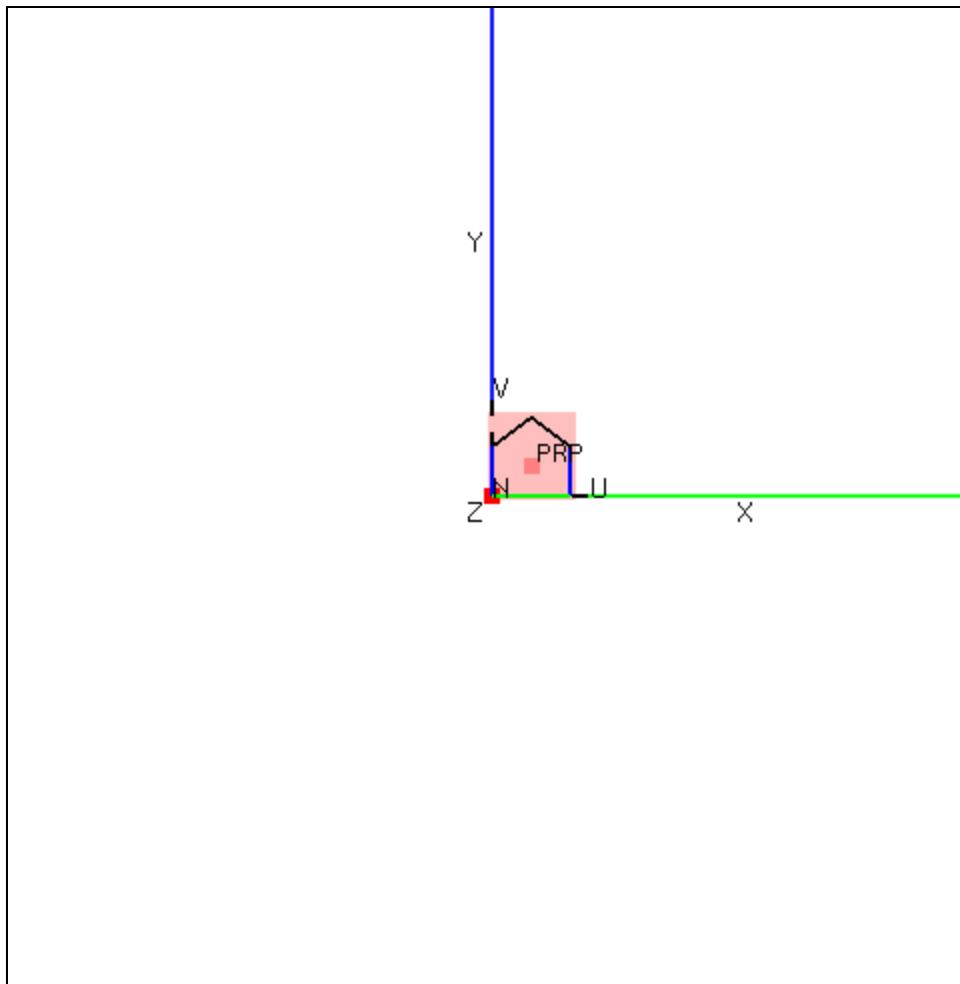
PGP2



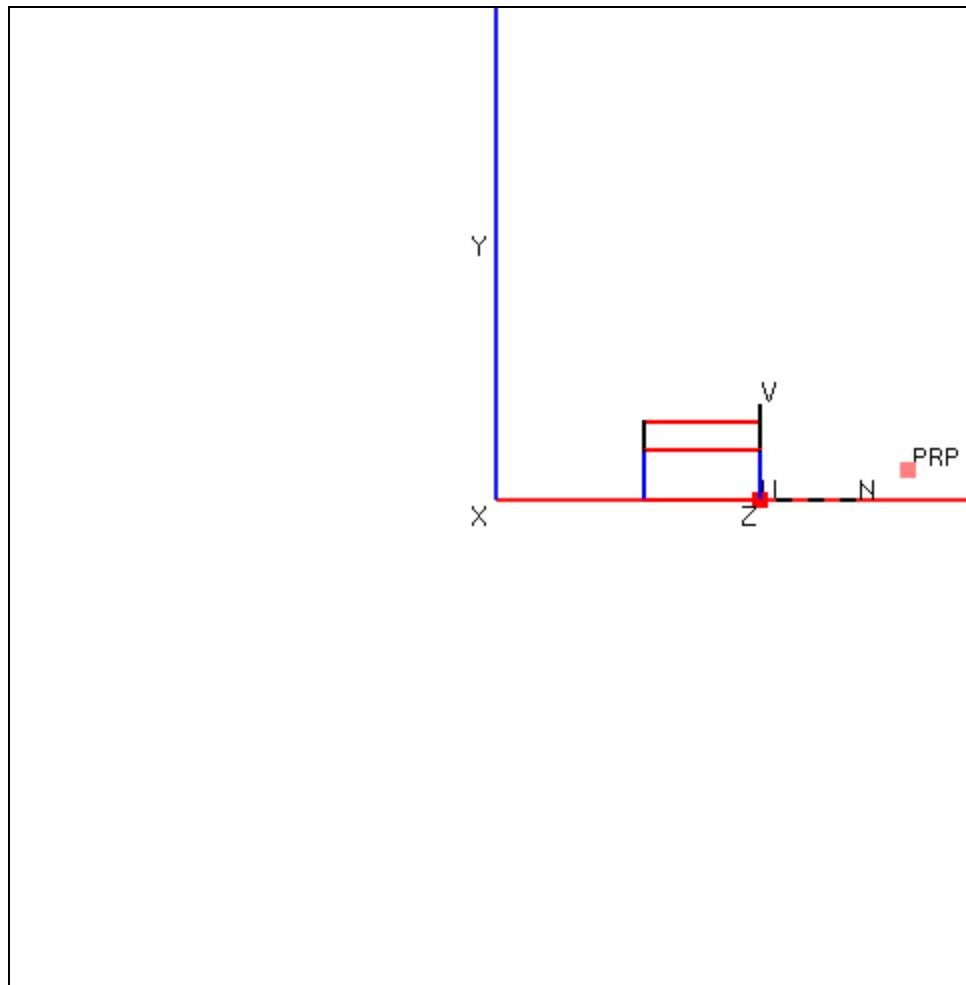
PGP2



PGP2



PGP2

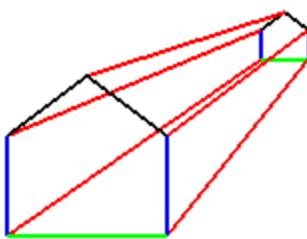


Proiectii geometrice planare

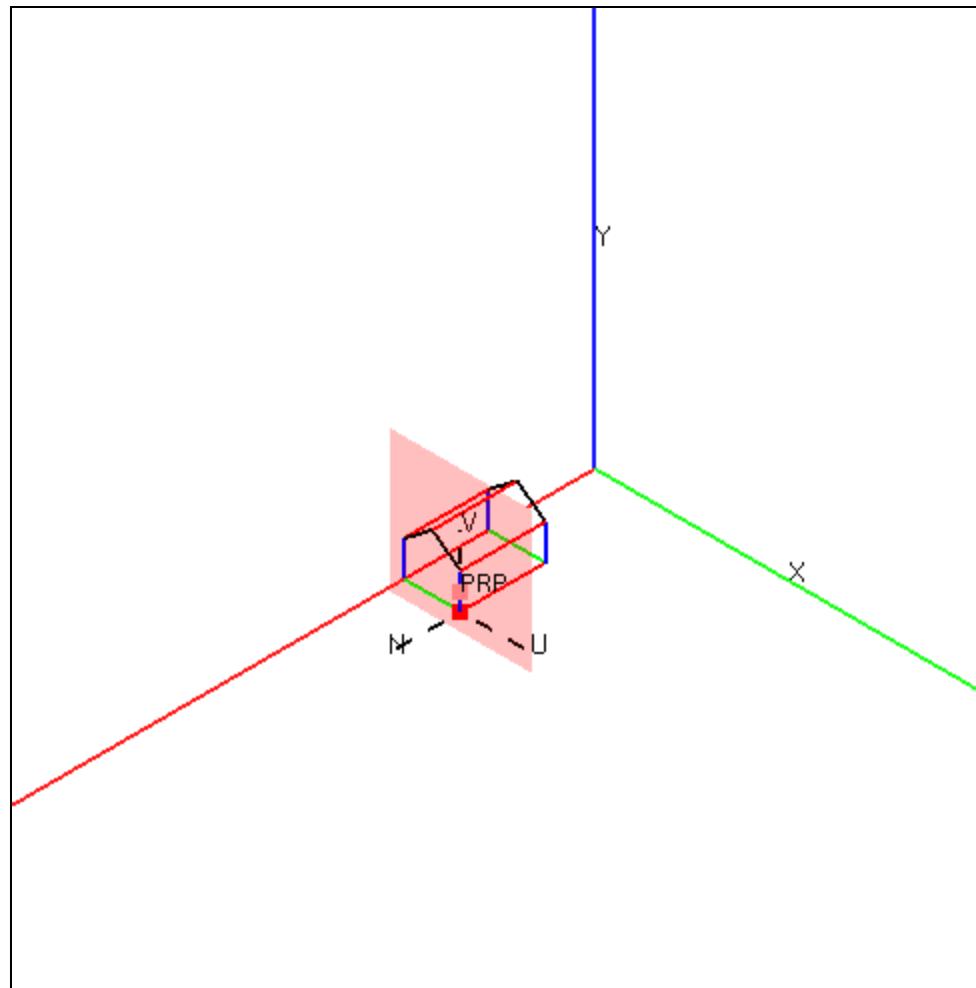
- Exemple PGP3

VRP (WCS)	(16,0,54)
VPN (WCS)	(0,0,1)
VUP (WCS)	(0,1,0)
PRP (VRC)	(20,25,20)
Fereastra (VRC) = (u_m, u_M, v_m, v_M)	(-20,20,-5,35)
Tip proiectie	perspectiva

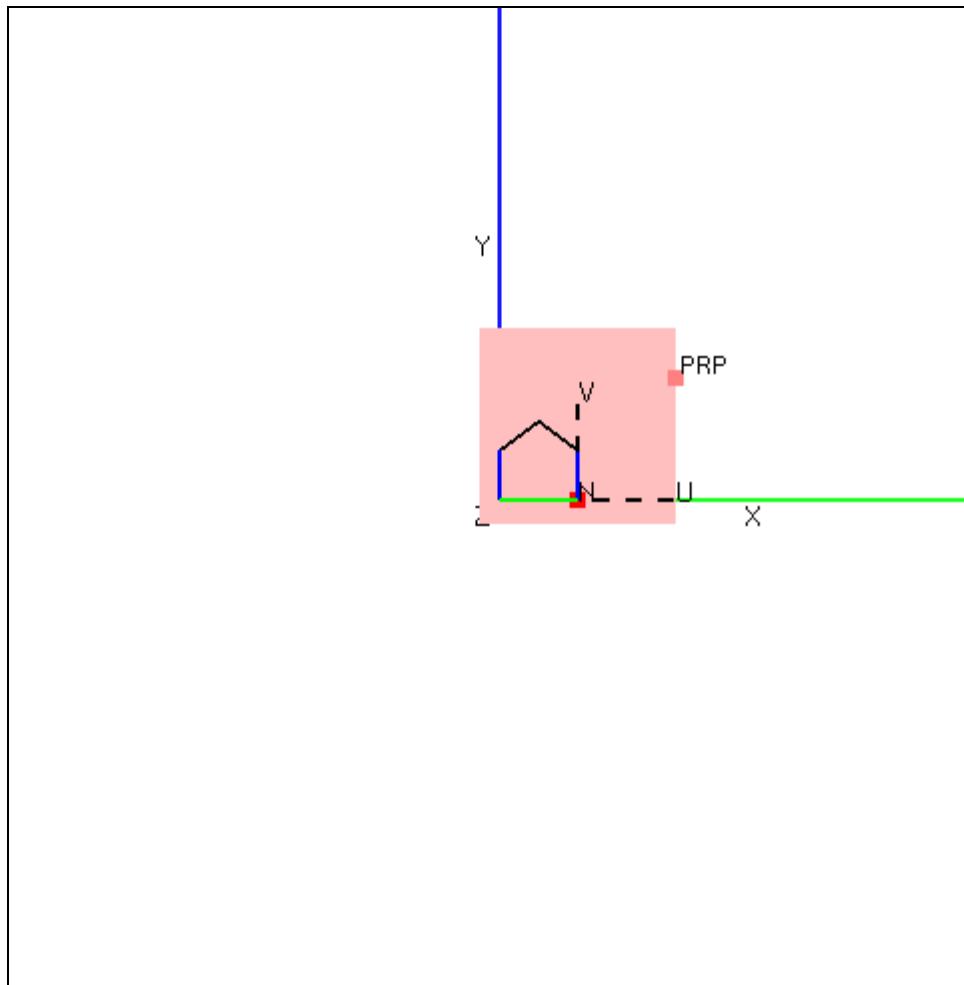
PGP3



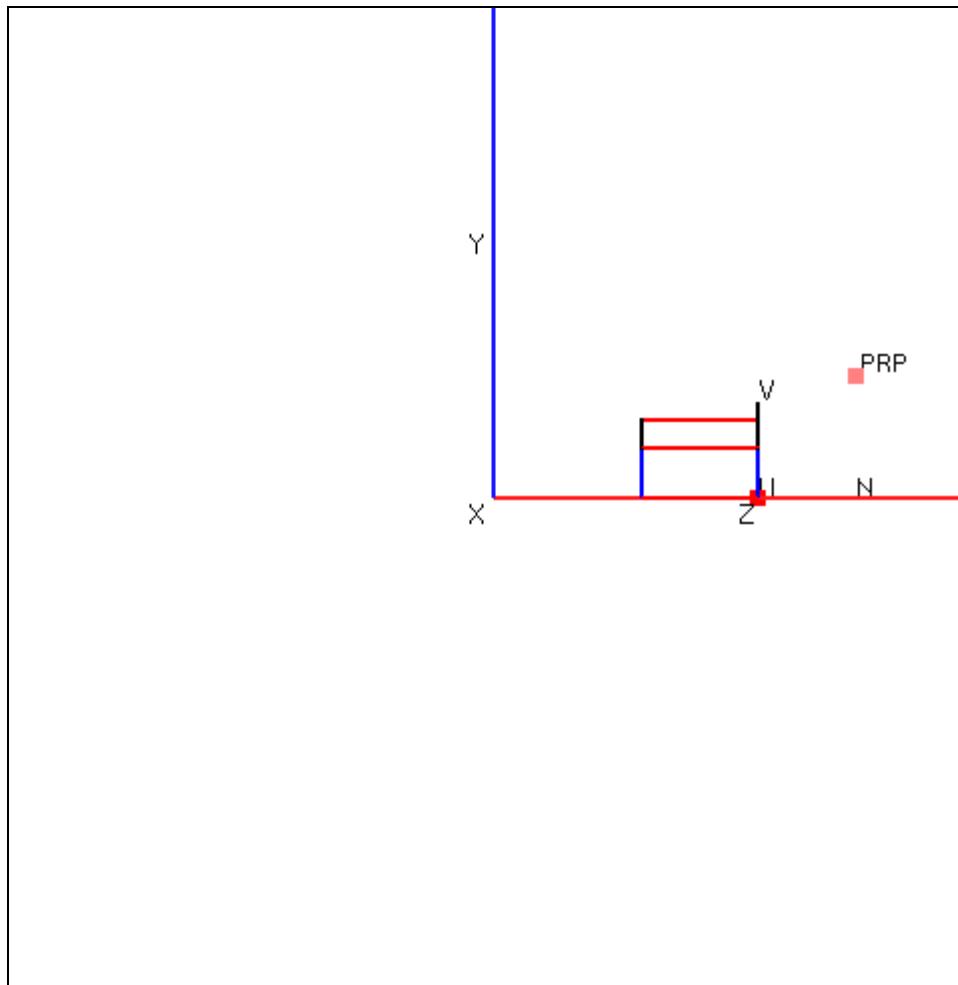
PGP3



PGP3



PGP3

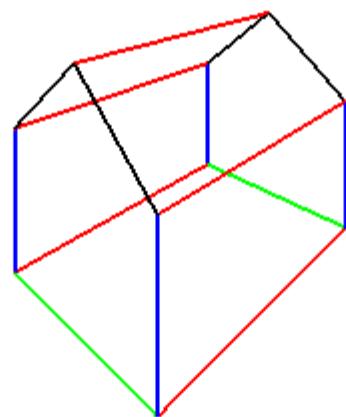


Proiectii geometrice planare

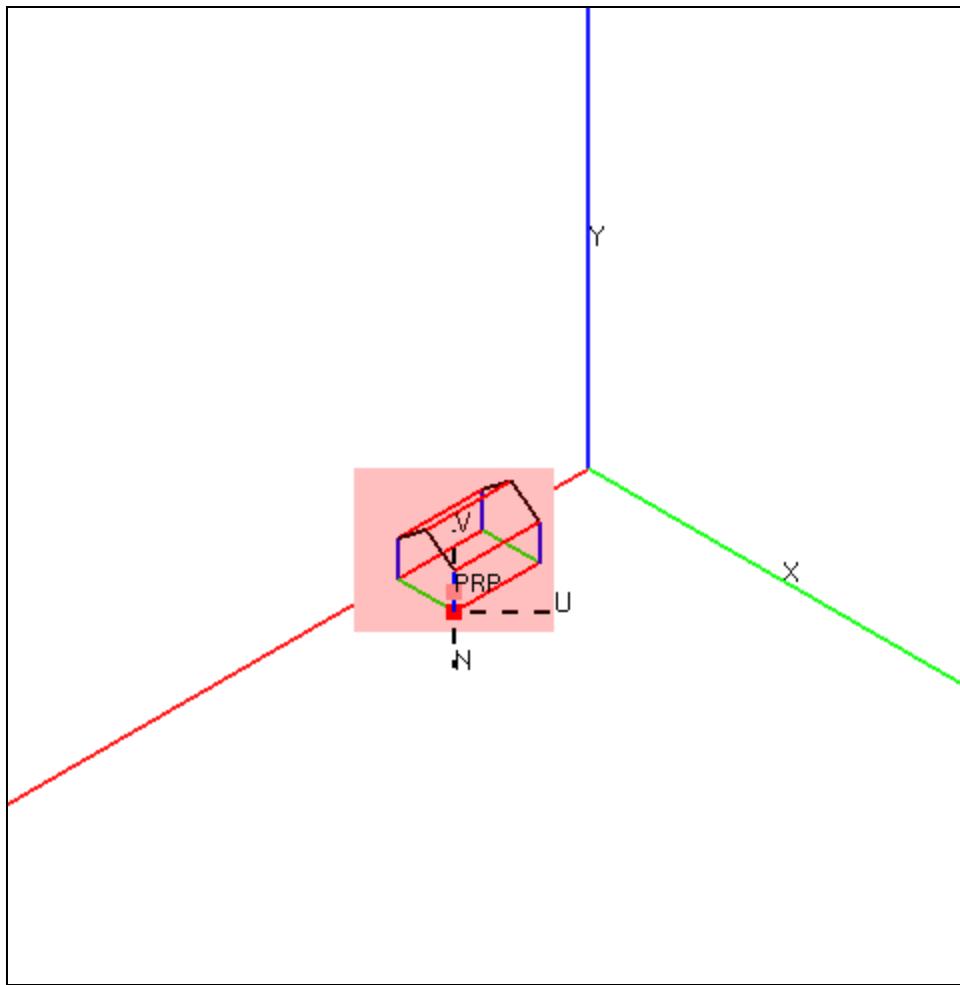
- Exemple PGP4

VRP (WCS)	(16,0,54)
VPN (WCS)	(1,0,1)
VUP (WCS)	(0,1,0)
PRP (VRC)	(0,25,20 $\sqrt{2}$)
Fereastra (VRC) = (um,uM,vm,vM)	(-20,20,-5,35)
Tip proiectie	perspectiva

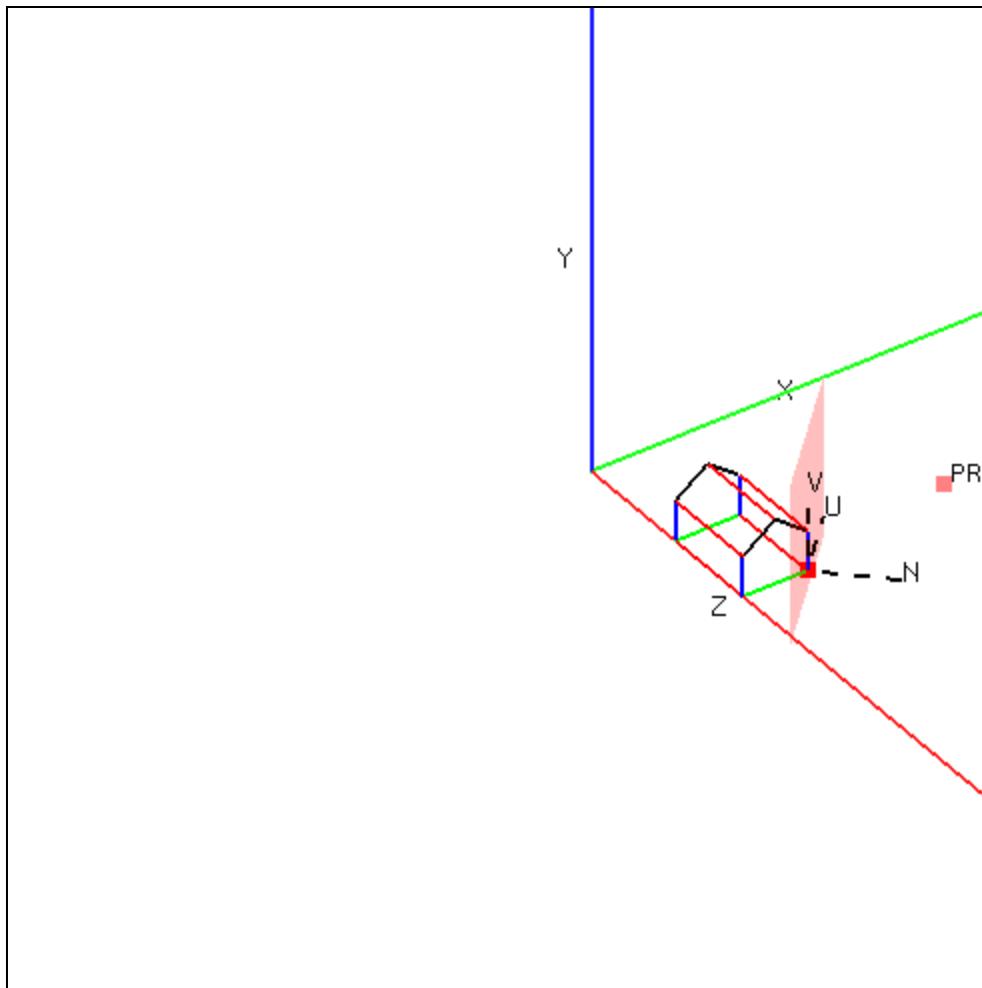
PGP4



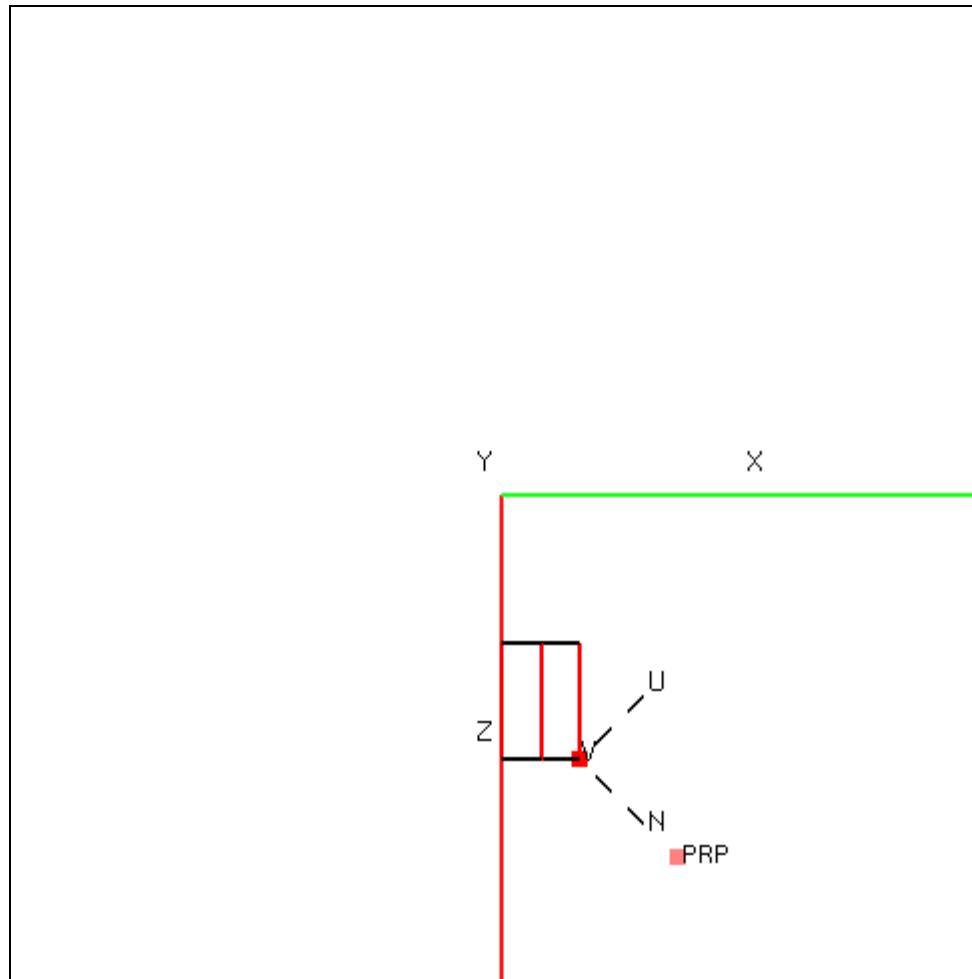
PGP4



PGP4



PGP4

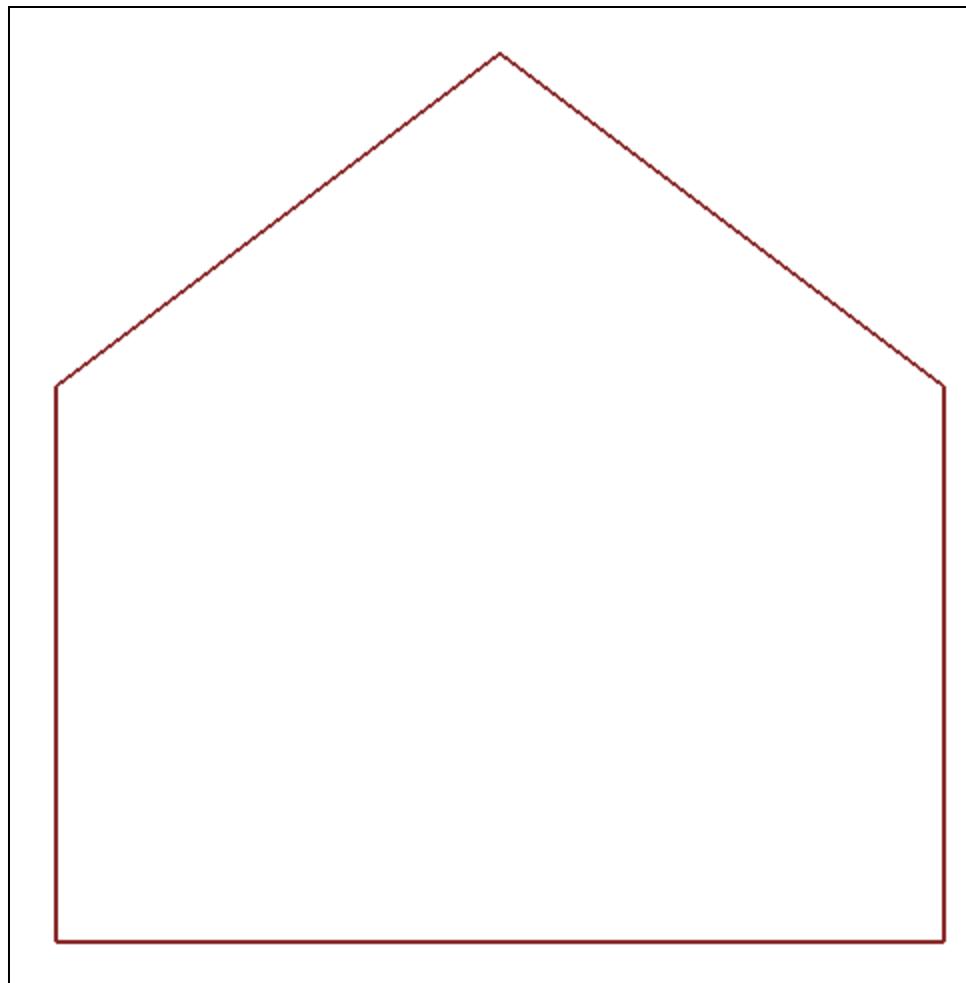


Proiectii geometrice planare

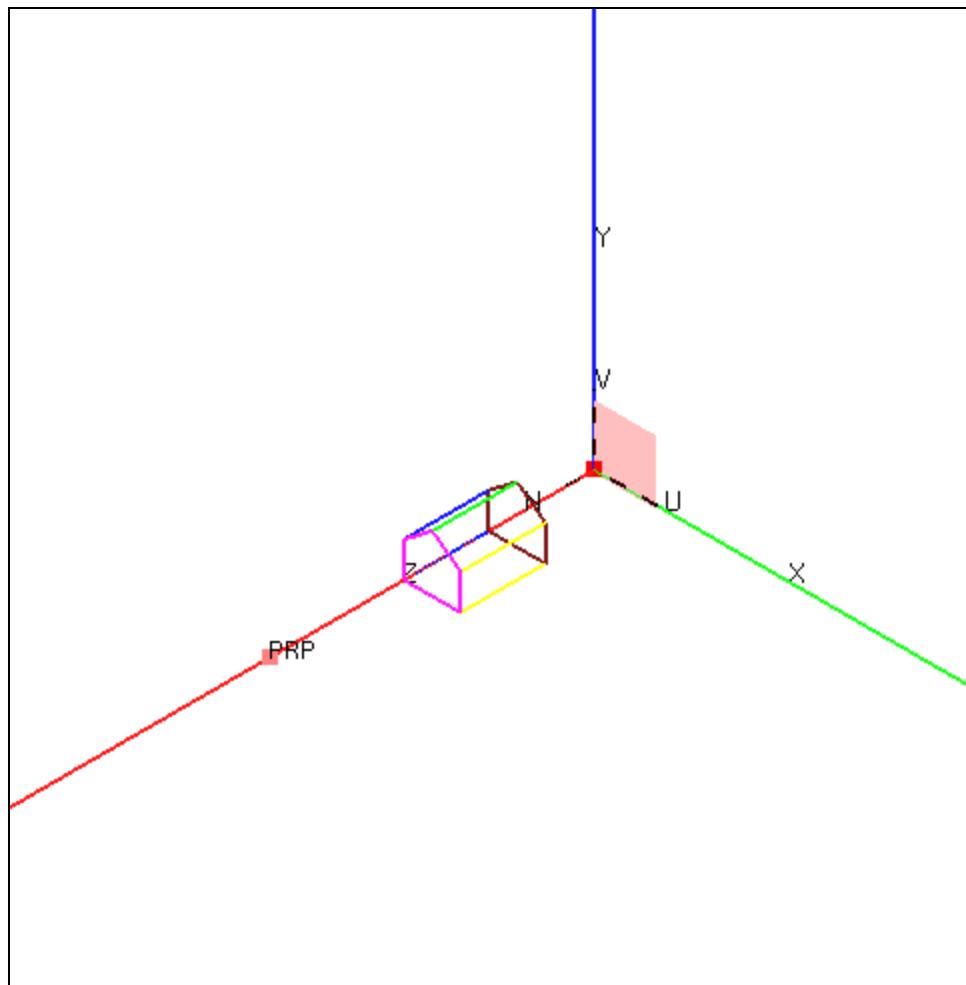
- Exemple PGP5

VRP (WCS)	(0,0,0)
VPN (WCS)	(0,0,1)
VUP (WCS)	(0,1,0)
PRP (VRC)	(8,8,100)
Fereastra (VRC) = (u_m, u_M, v_m, v_M)	(-1,17,-1,17)
Tip proiectie	paralela

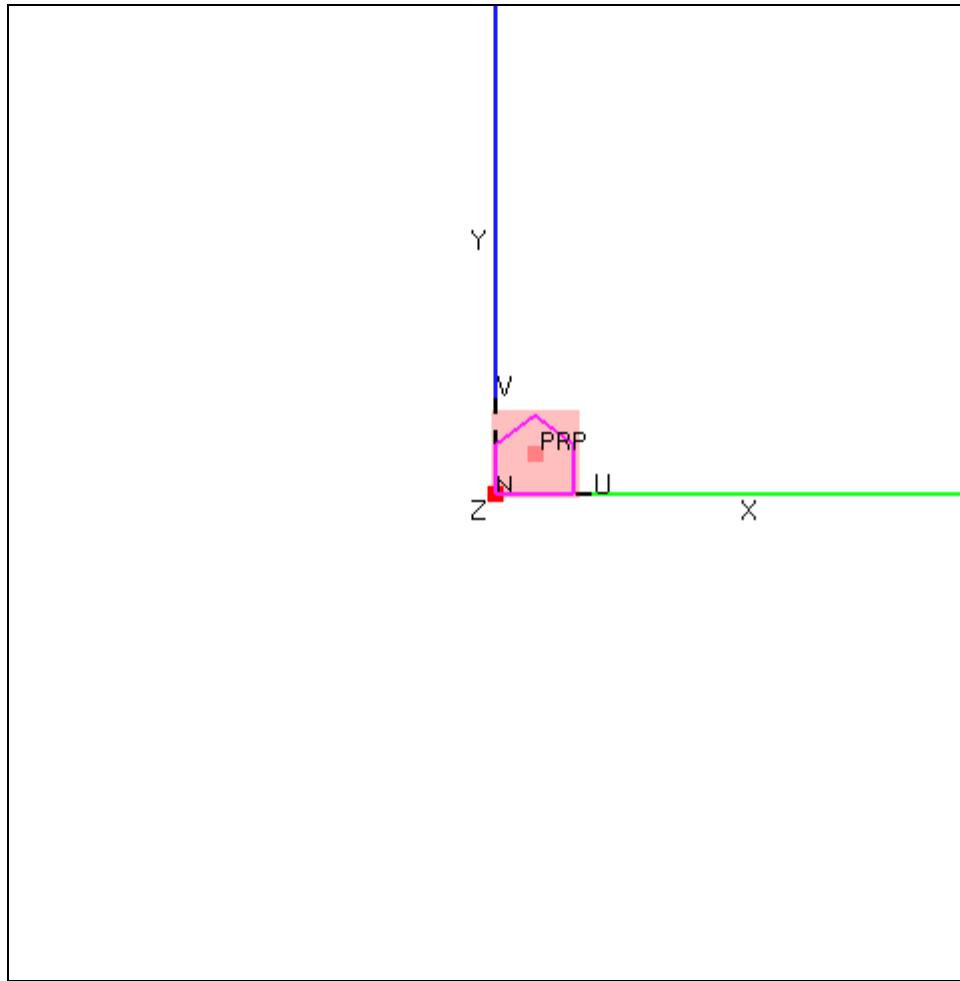
PGP5



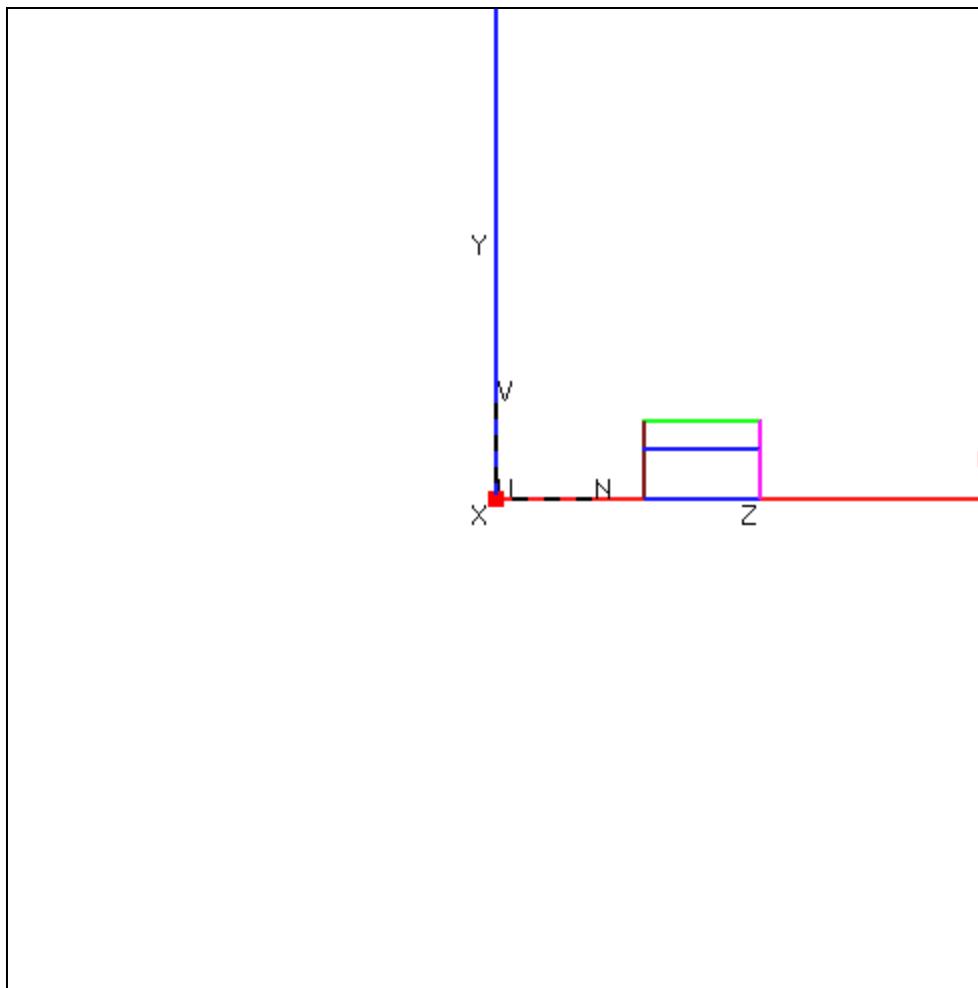
PGP5



PGP5



PGP5

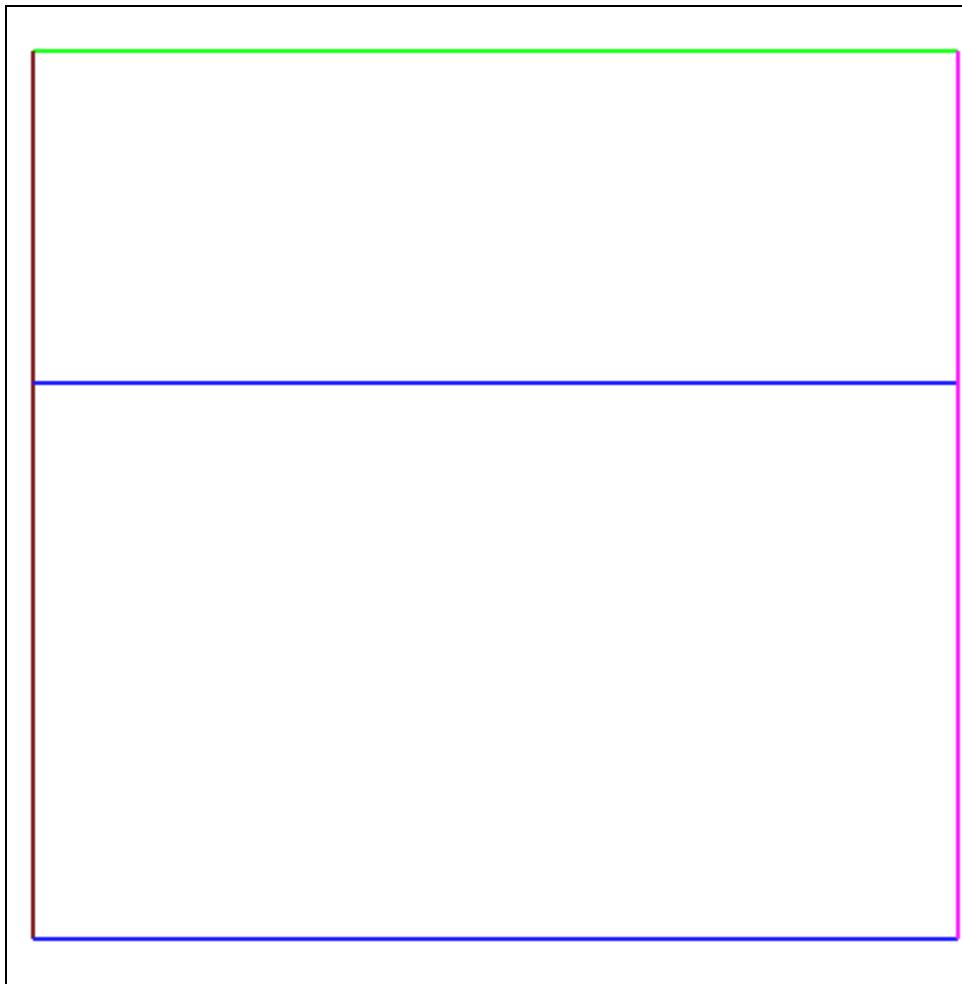


Proiectii geometrice planare

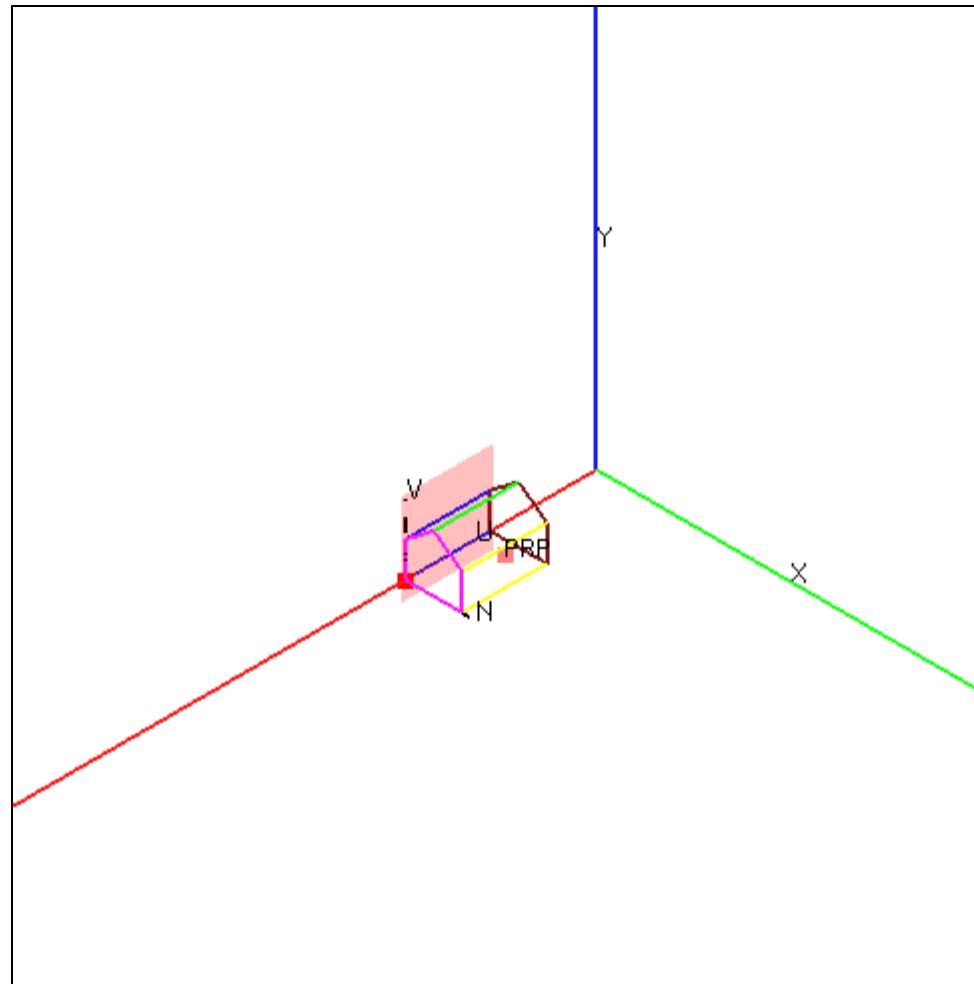
- Exemple PGP6

VRP (WCS)	(0,0,54)
VPN (WCS)	(1,0,0)
VUP (WCS)	(0,1,0)
PRP (VRC)	(12,8,16)
Fereastra (VRC) = (u_m, u_M, v_m, v_M)	(-1,25,-5,21)
Tip proiectie	paralela

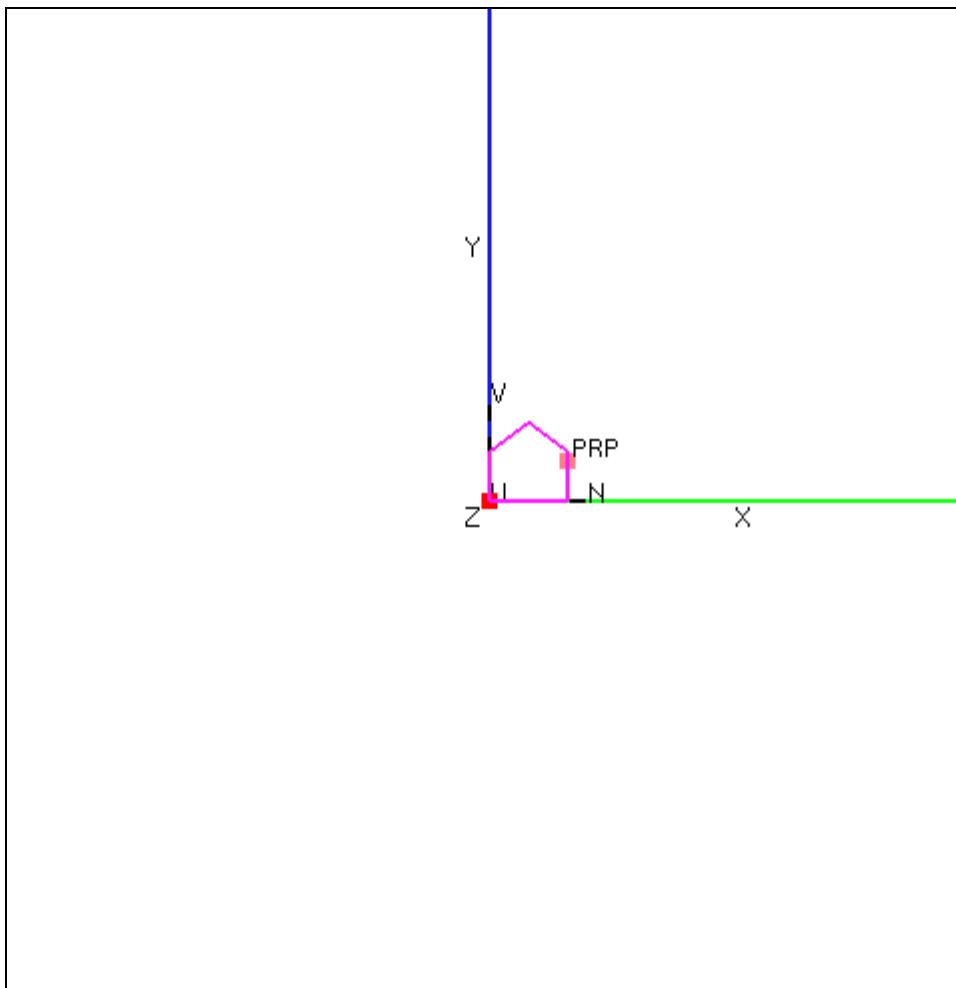
PGP6



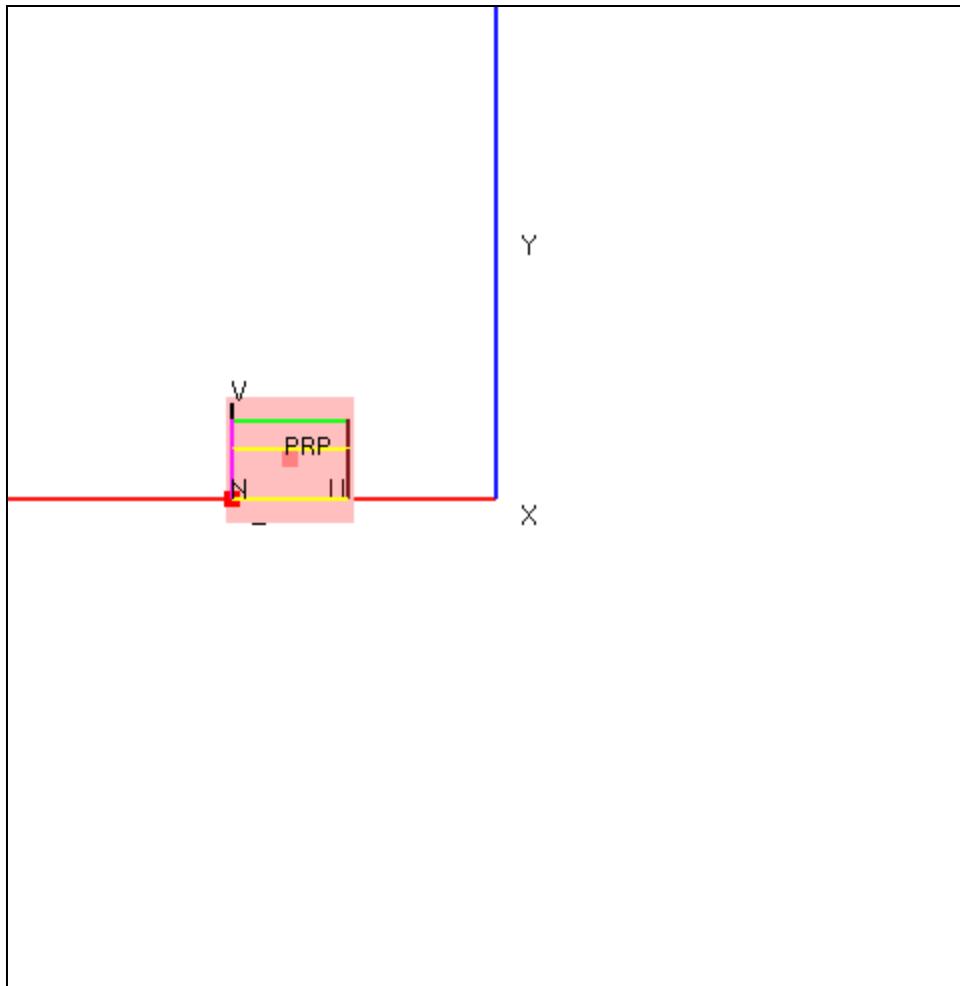
PGP6



PGP6



PGP6

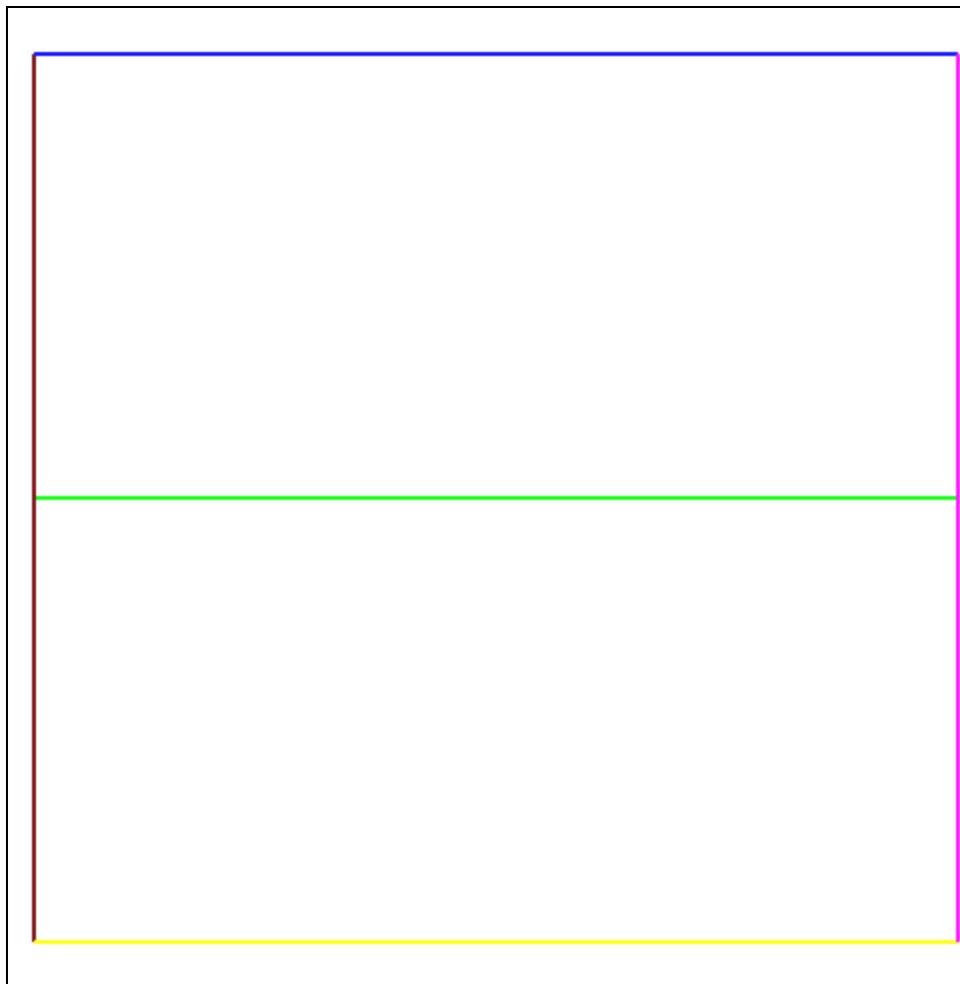


Proiectii geometrice planare

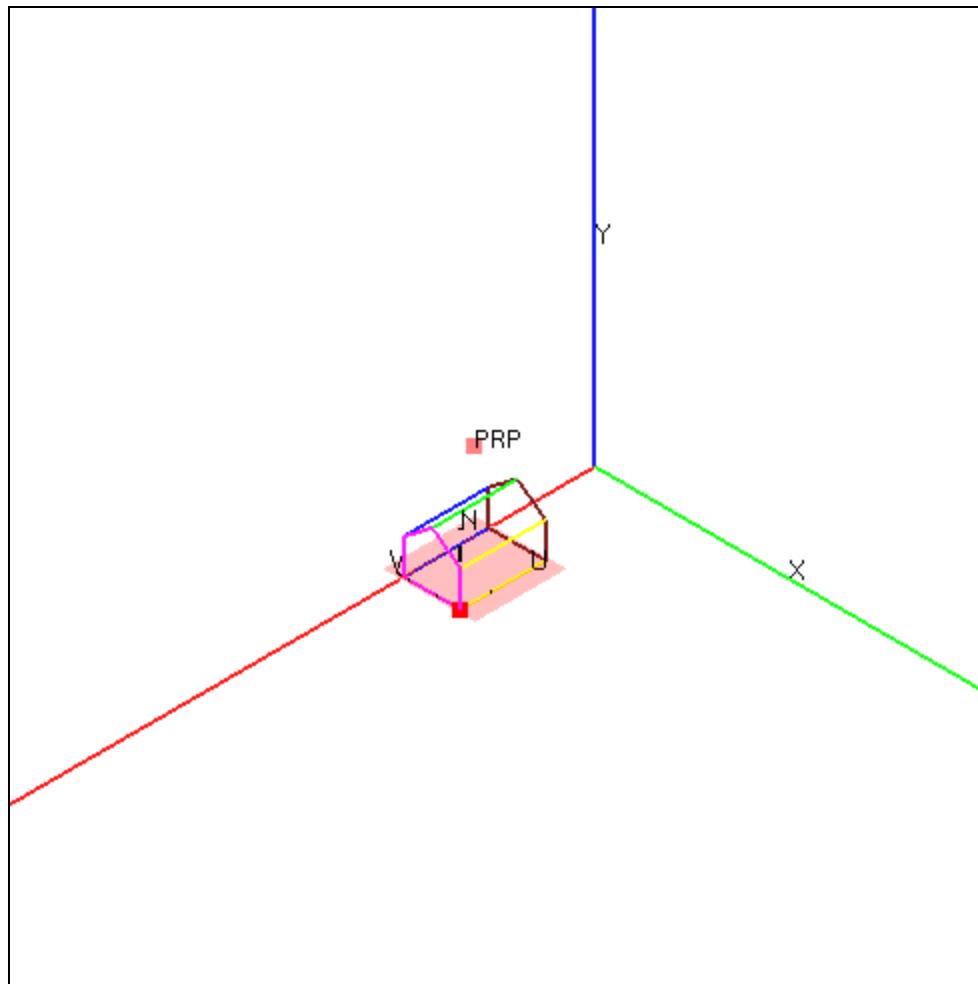
- Exemple PGP7

VRP (WCS)	(16,0,54)
VPN (WCS)	(0,1,0)
VUP (WCS)	(-1,0,0)
PRP (VRC)	(12,8,30)
Fereastra (VRC) = (u_m, u_M, v_m, v_M)	(-1,25,-5,21)
Tip proiectie	paralela

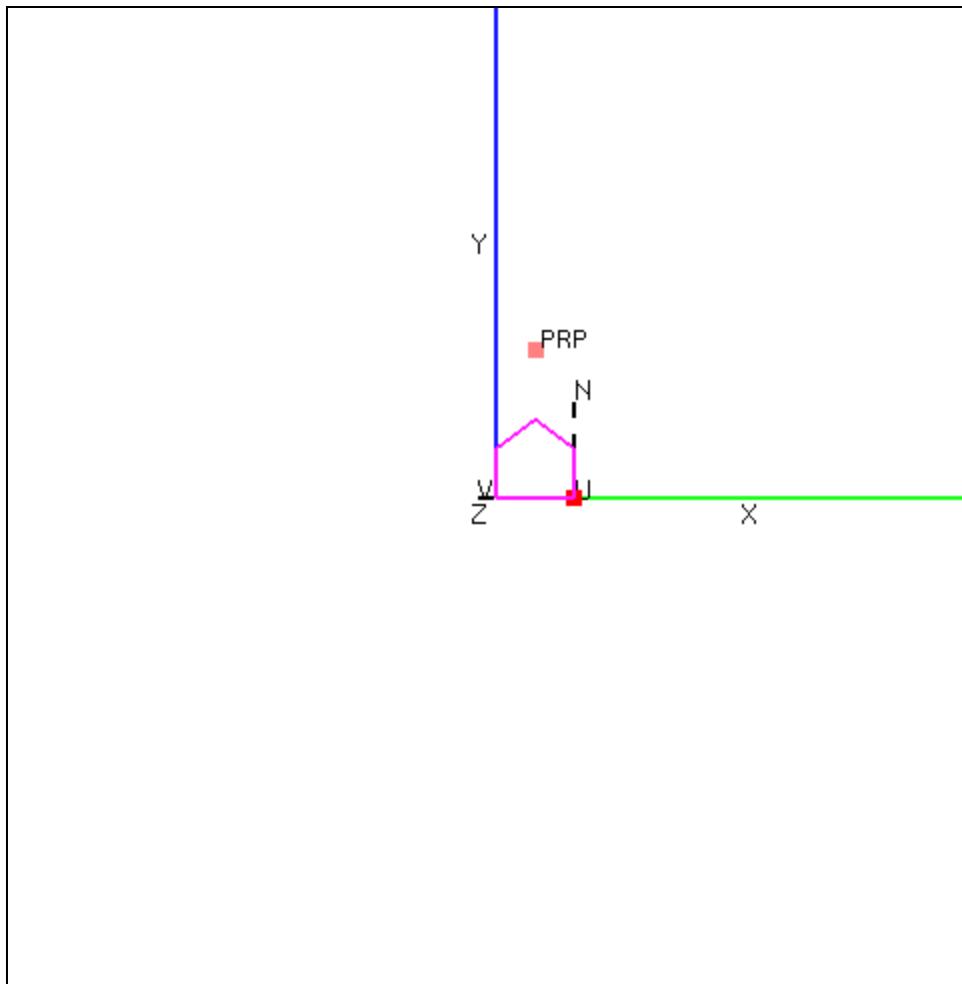
PGP7



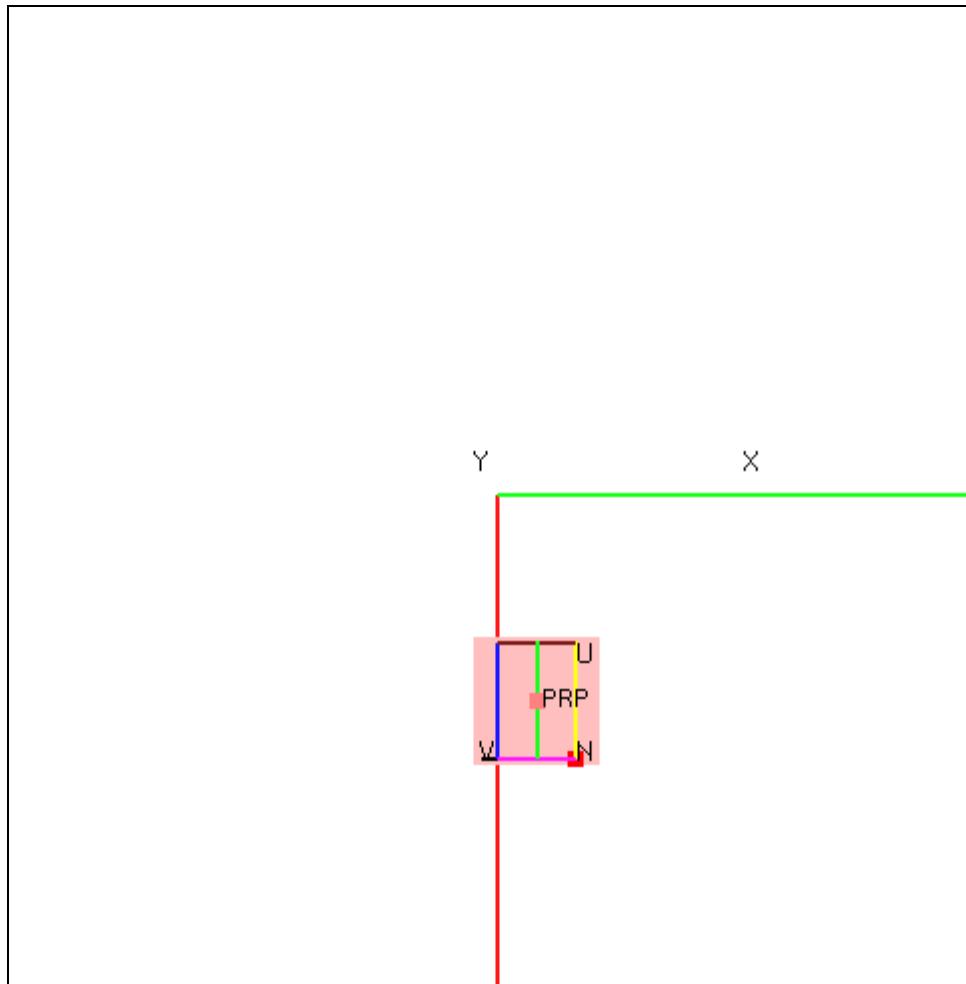
PGP7



PGP7



PGP7

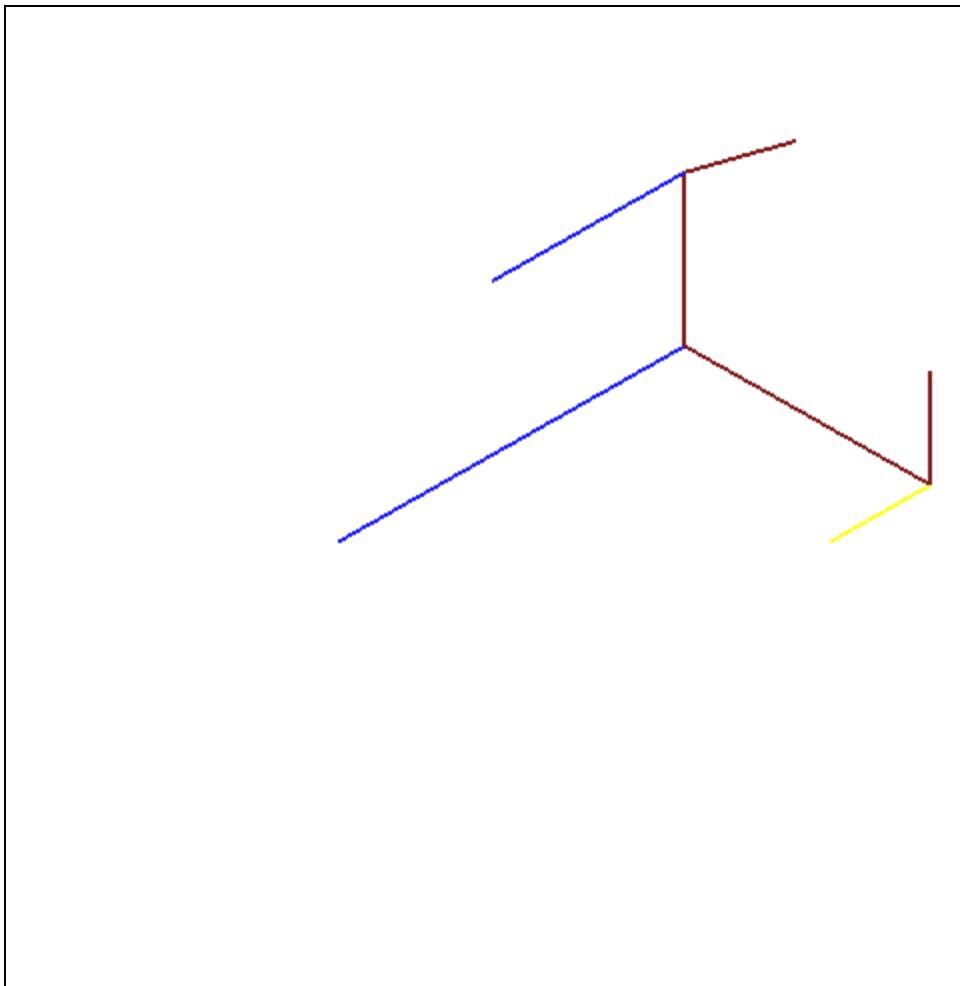


Proiectii geometrice planare

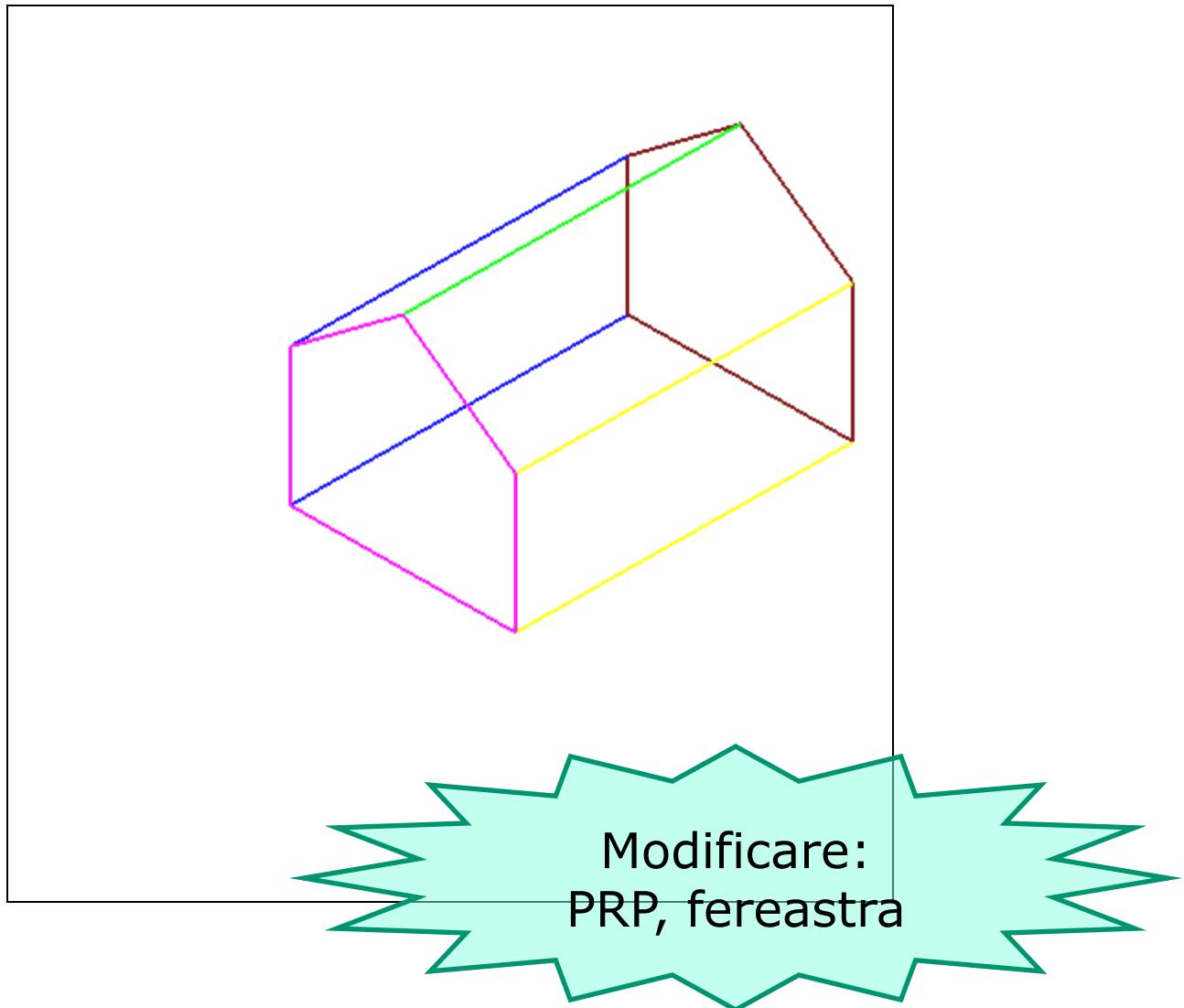
- Exemple PGP8

VRP (WCS)	(8,8,42)
VPN (WCS)	(1,1,1)
VUP (WCS)	(0,1,0)
PRP (VRC)	(0,0,10)
Fereastra (VRC) = (u_m, u_M, v_m, v_M)	(-20,20,-20,20)
Tip proiectie	paralela

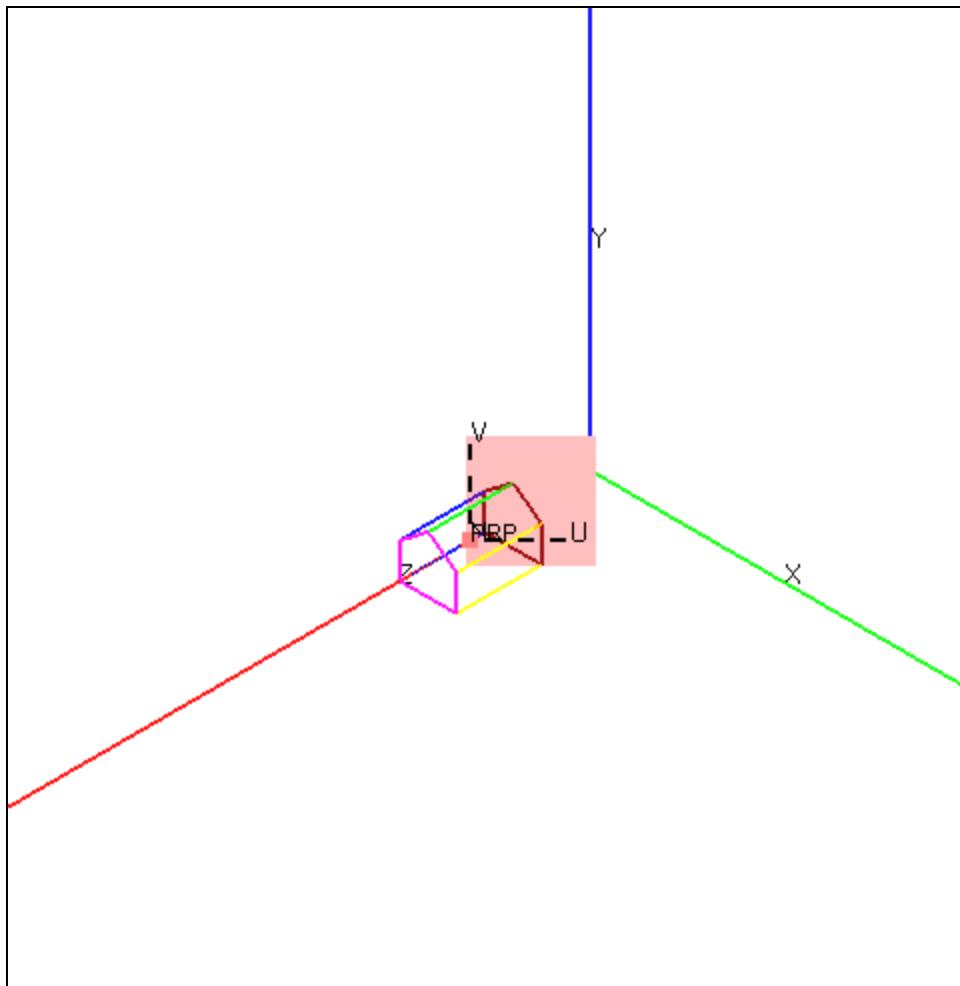
PGP8



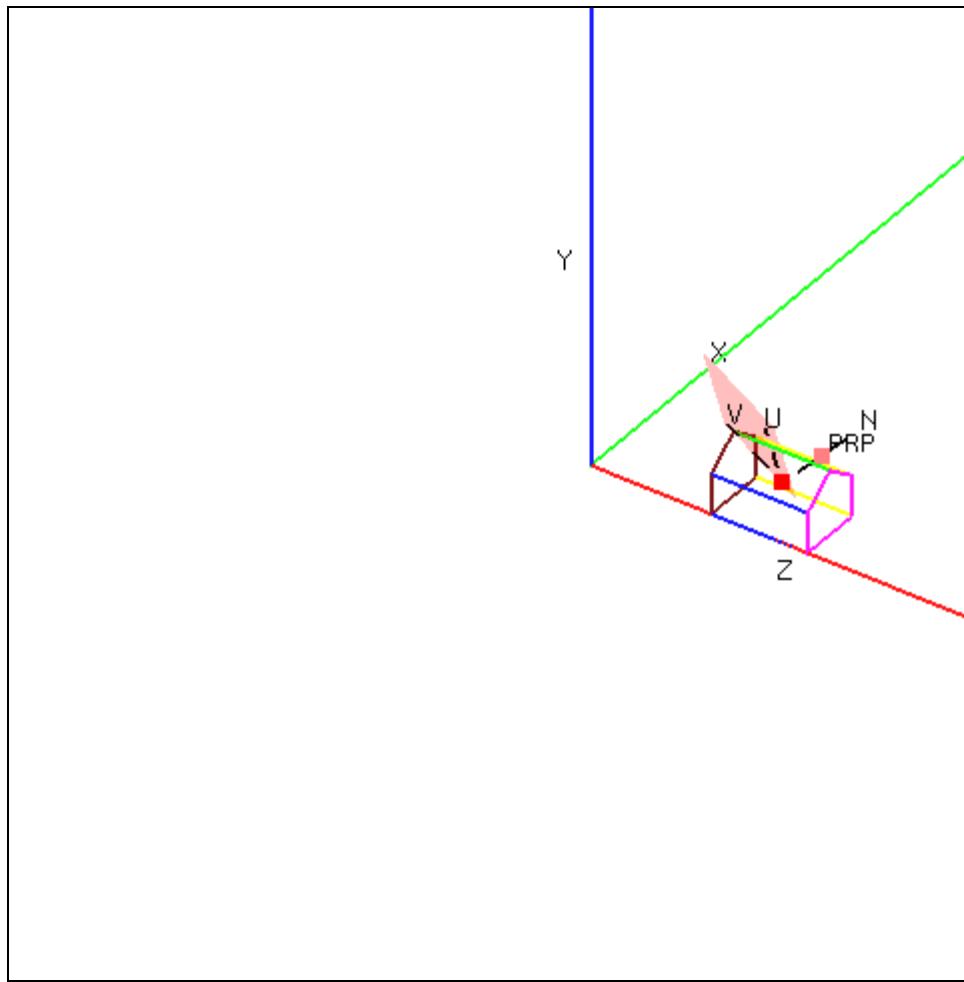
PGP8



PGP8



PGP8

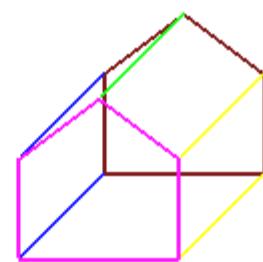


Proiectii geometrice planare

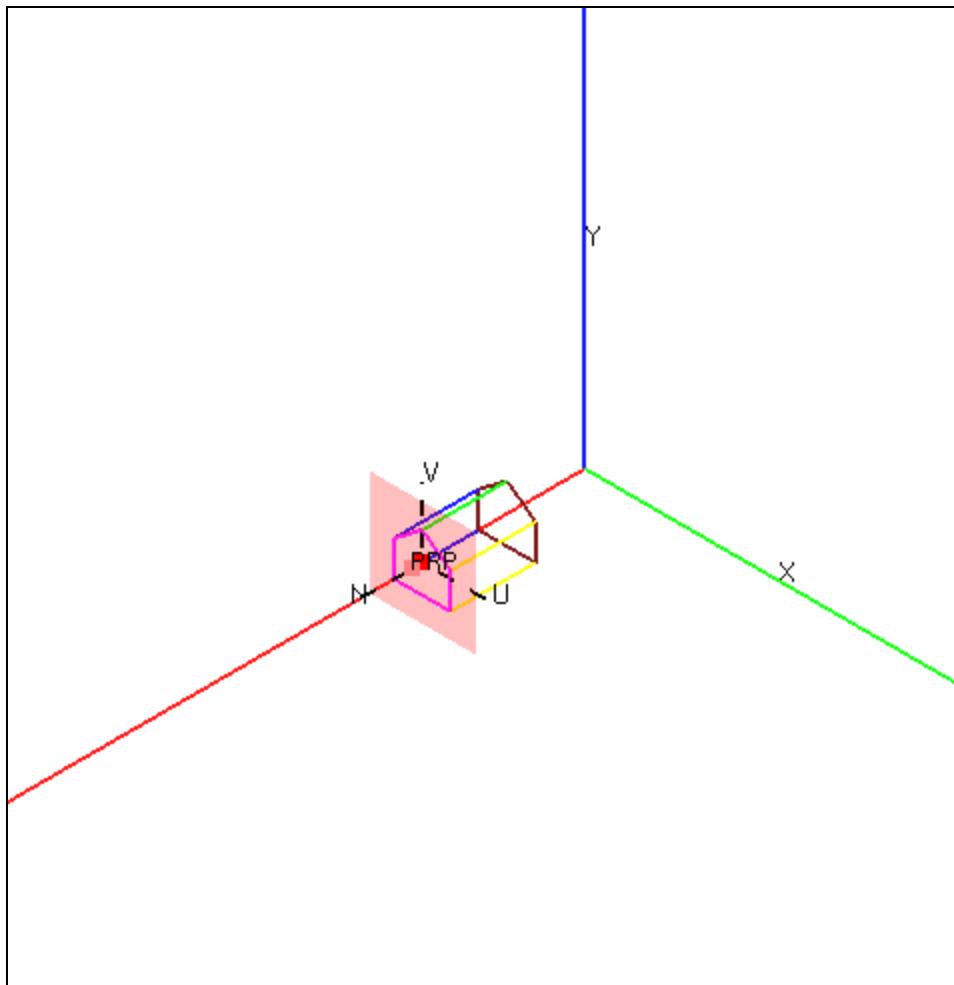
- Exemple PGP9

VRP (WCS)	(8,8,54)
VPN (WCS)	(0,0,1)
VUP (WCS)	(0,1,0)
PRP (VRC)	$(\cos \alpha, \sin \alpha, 1)$
Fereastra (VRC) = (u_m, u_M, v_m, v_M)	(-15,15,-15,15)
Tip proiectie	paralela

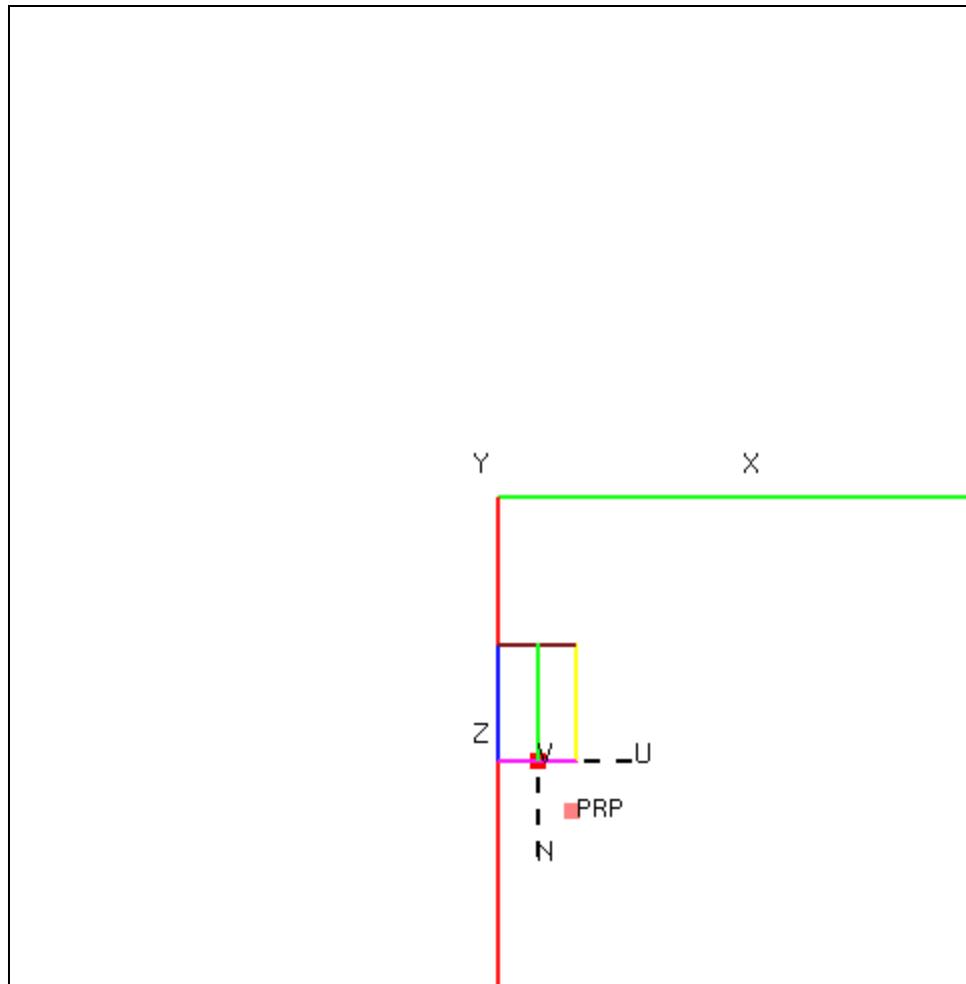
PGP9



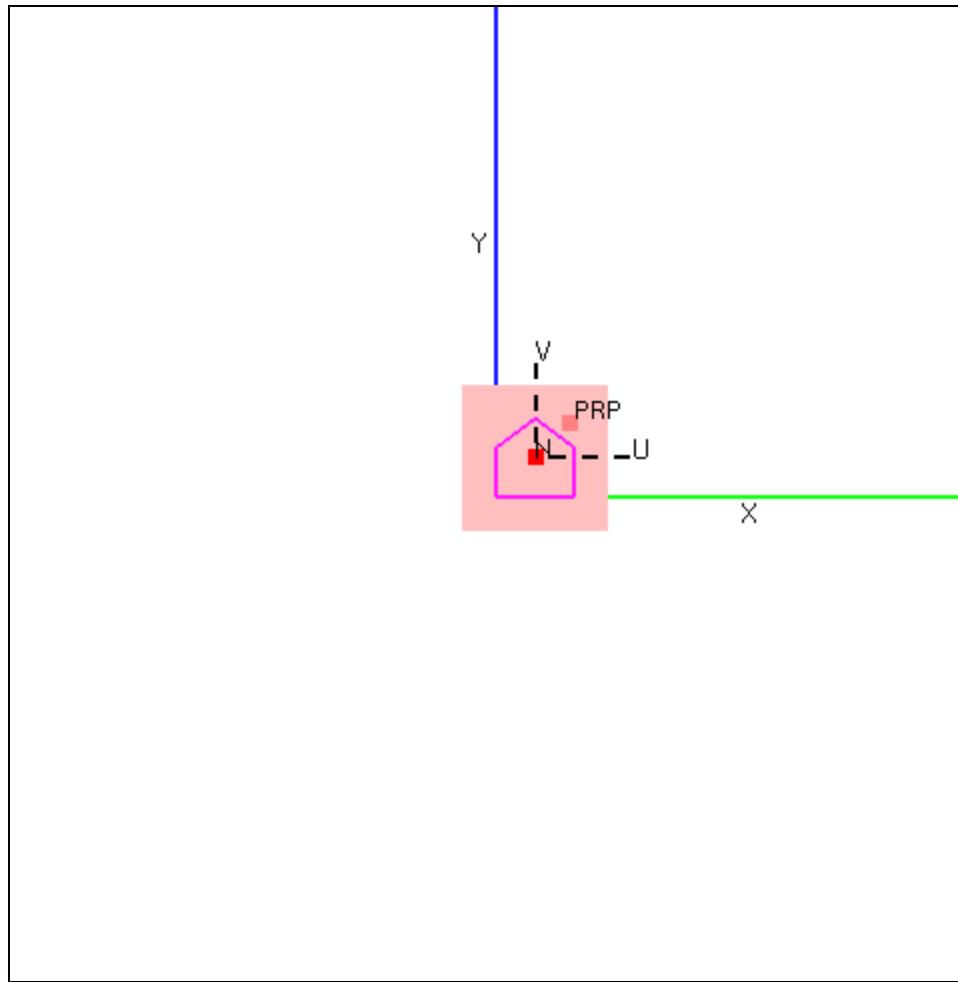
PGP9



PGP9



PGP9

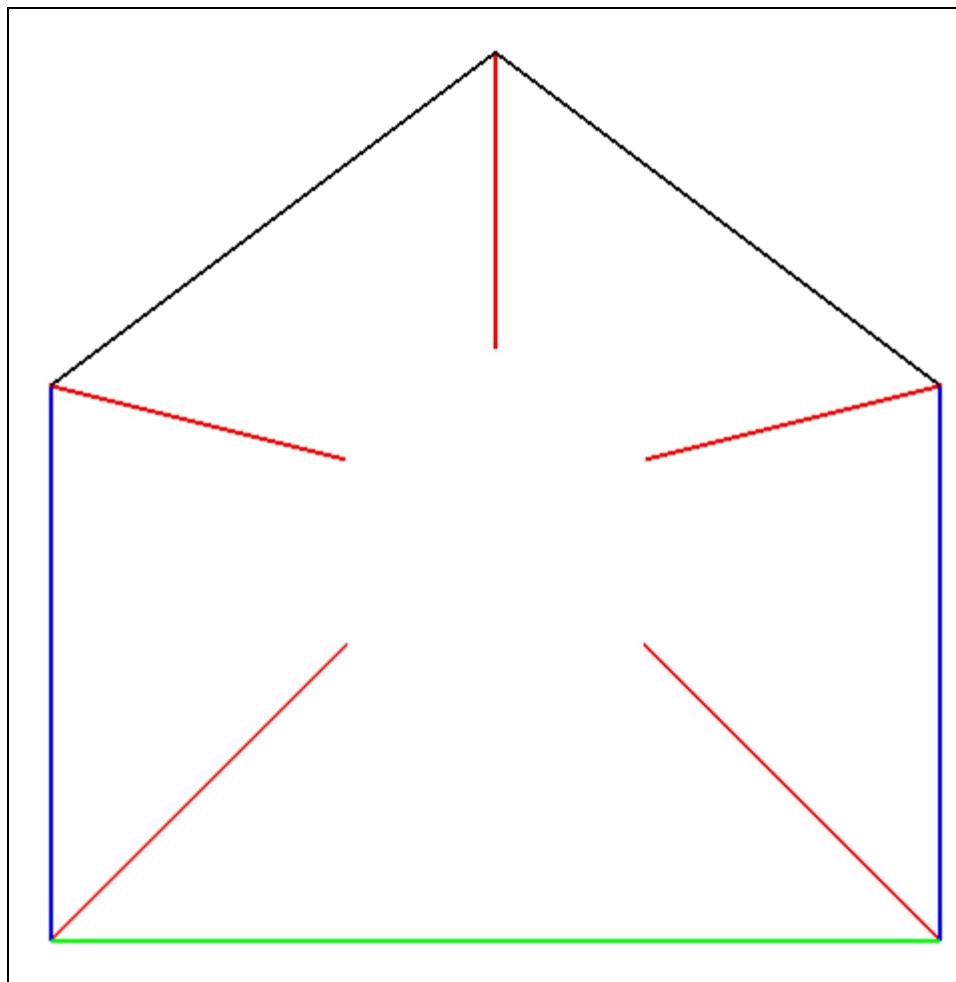


Proiectii geometrice planare

- Exemple PGP10

VRP (WCS)	(0,0,54)
VPN (WCS)	(0,0,1)
VUP (WCS)	(0,1,0)
PRP (VRC)	(8,6,30)
Fereastra (VRC) = (u_m, u_M, v_m, v_M)	(-1,17,-1,17)
Tip proiectie	perspectiva
F (VRC)	1
B (VRC)	-23

PGP10



Proiectii geometrice planare

- Rezumat
 - definitie
 - clasificare : paralele/perspectiva, perspectiva 1/2/3 pfa, paralele ortografice/oblice, etc.
 - exemple
 - specificarea unei proiectii :
 - VRP, VPN, VUP, CW, umax, umin, vmax, vmin, PRP (COP, DOP), vol. vizualizare, B, F

Proiectii geometrice planare

- Descriere matematica
 - proiectia perspectiva
 - dat planul PL (\parallel (Ox, Oy)) la distanta d de origine (deci avand ecuatia $z = d$) si $P(x, y, z)$ care sunt coordonatele punctului $P_1(x_1, y_1, z_1)$, obtinut prin proiectia punctului P pe PL ? Consideram ca COP = $O(0,0,0)$.

Proiectii geometrice planare

- Descriere matematica
 - proiectia perspectiva
 - M_{per} si omogenizare =>
 $P1(x/(z/d), y/(z/d), d, 1)$

$$P1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/d & 0 \end{pmatrix} \cdot P$$

Proiectii geometrice planare

- Descriere matematica
 - proiectia perspectiva
 - dat planul PL (= (Ox, Oy)), deci avand ecuatia $z = 0$) si $P(x, y, z)$ care sunt coordonatele punctului $P_1(x_1, y_1, z_1)$, obtinut prin proiectia punctului P pe PL ? Consideram ca COP(0,0,-d).

Proiectii geometrice planare

- Descriere matematica
 - proiectia perspectiva
 - M'_{per} si omogenizare =>
 $P1(x/(z/d + 1), y/(z/d + 1), 0, 1)$

$$P1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/d & 1 \end{pmatrix} \cdot P$$

Proiectii geometrice planare

- Descriere matematica
 - proiectia paralela ortografica
 - dat planul PL (= (Ox, Oy)), deci avand ecuatia $z = 0$) si $P(x, y, z)$ care sunt coordonatele punctului $P_1(x_1, y_1, z_1)$, obtinut prin proiectia punctului P pe PL ? Consideram ca DOP = Oz.

Proiectii geometrice planare

- Descriere matematica
 - proiectia paralela ortografica
 - $M_{\text{ort}} \Rightarrow P_1(x, y, 0, 1)$

$$\lim_{d \rightarrow \infty} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/d & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Proiectii geometrice planare

- Descriere matematica
 - proiectia generala
 - dat punctul $P(x, y, z)$, planul PL ($\parallel (Ox, Oy)$, $z = z_1$), COP (dat prin distanta Q la punctul $(0,0,z_1)$ si prin vectorul $d(dx, dy, dz)$ de lungime 1) care sunt coordonatele punctului $P_1(x_1, y_1, z_1)$, obtinut prin proiectia punctului P pe PL ?

Proiectii geometrice planare

- Descriere matematica
 - proiectia generala
 - M_{general} si omogenizare

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{dx}{dz} & z_1 \cdot \frac{dx}{dz} \\ 0 & 1 & -\frac{dy}{dz} & z_1 \cdot \frac{dy}{dz} \\ 0 & 0 & -\frac{z_1}{Q \cdot dz} & \frac{z_1^2}{Q \cdot dz} + z_1 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{Q \cdot dz} & \frac{z_1}{Q \cdot dz} + 1 \end{pmatrix}$$

Proiectii geometrice planare

- Descriere matematica
 - particularizand M_{general} se obtin diverse proiectii

Proiectii geometrice planare

	z_1	Q	(dx, dy, dz)
M_{ort}	0	∞	$(0, 0, -1)$
M_{per}	d	d	$(0, 0, -1)$
M'_{per}	0	d	$(0, 0, -1)$
cavaliera	0	∞	$(\cos t, \sin t, -1)$
cabinet	0	∞	$((\cos t)/2, (\sin t)/2, -1)$

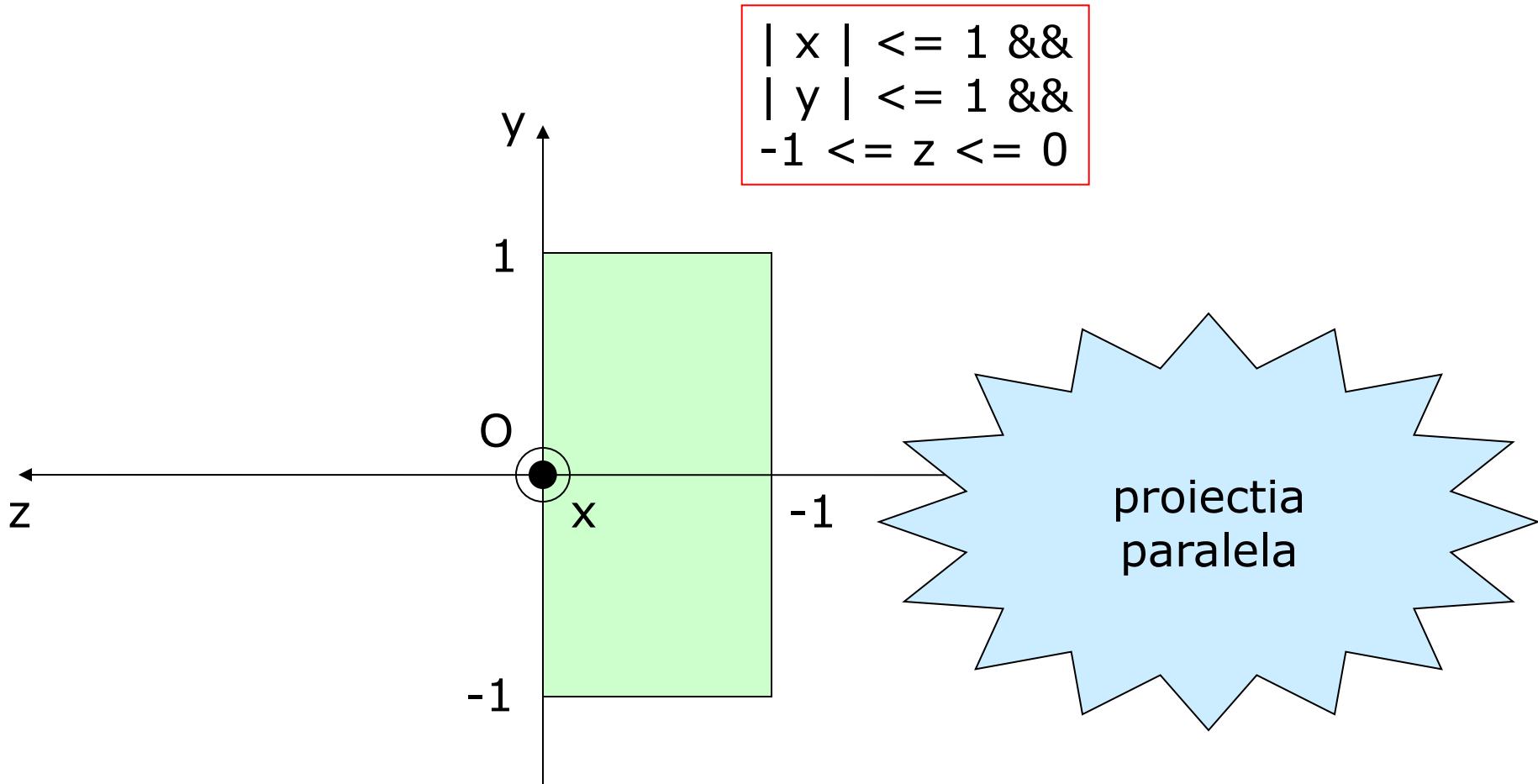
Proiectii geometrice planare

- Rezumat
 - definitie
 - clasificare
 - exemple
 - specificarea unei proiectii
 - descriere matematica

Proiectii geometrice planare

- Implementare
 - transformarea de normalizare
 - vol.de vizualizare arbitrate sunt transformate in vol.de viz. canonice
 - deoarece pentru aceste volume alg.de decupare sunt mai eficienti
 - transformarea vol.de viz.canonic pentru proiectia persp. in cel canonic pentru proiectia paralela

Transformarea de normalizare volume de vizualizare canonice

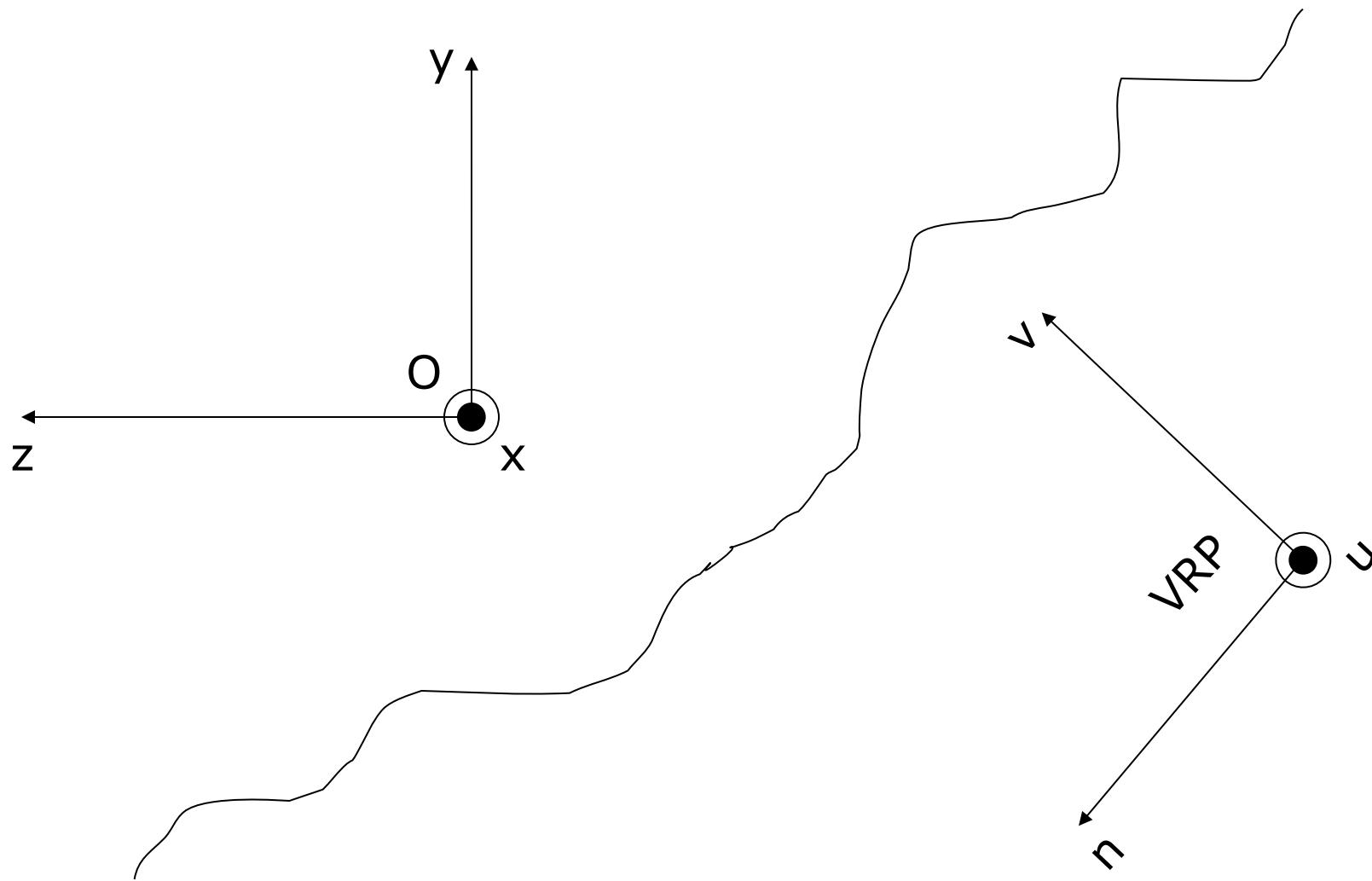


Transformarea de normalizare pentru o proiectie paralela

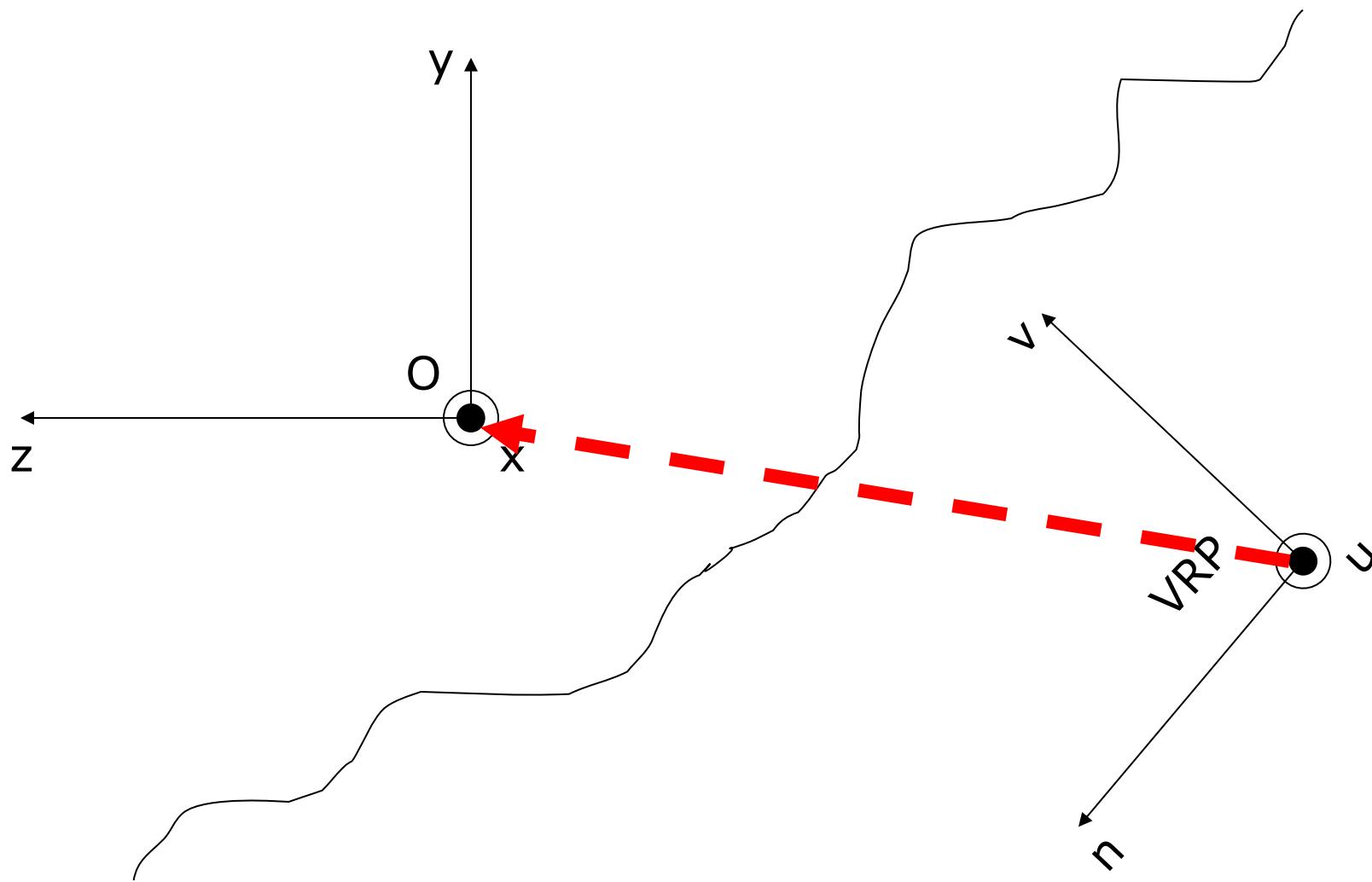
- Translatie VRP -> originea O
- Rotatie a.i. (VRP,u,v,n) sa coincida cu (O,x,y,z)
- Transformare de forfecare a.i. DOP || Oz
- Translatie si scalare in vol.de viz.canonic pentru pr.paralela

$$N_{par} = S_{par} \bullet T_{par} \bullet S_{Hpar} \bullet R \bullet T(-VRP)$$

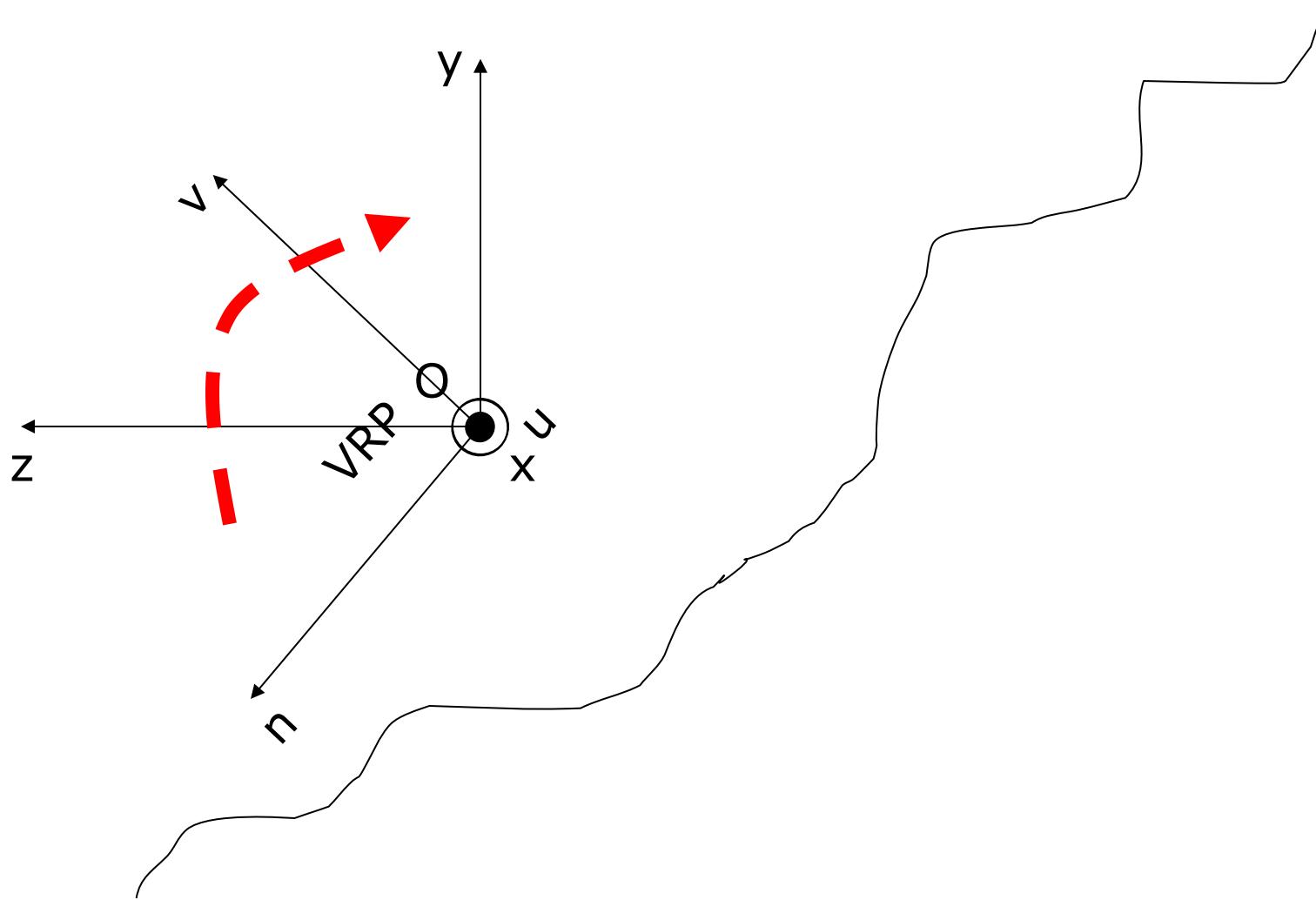
Transformarea de normalizare pentru o proiecție paralelă



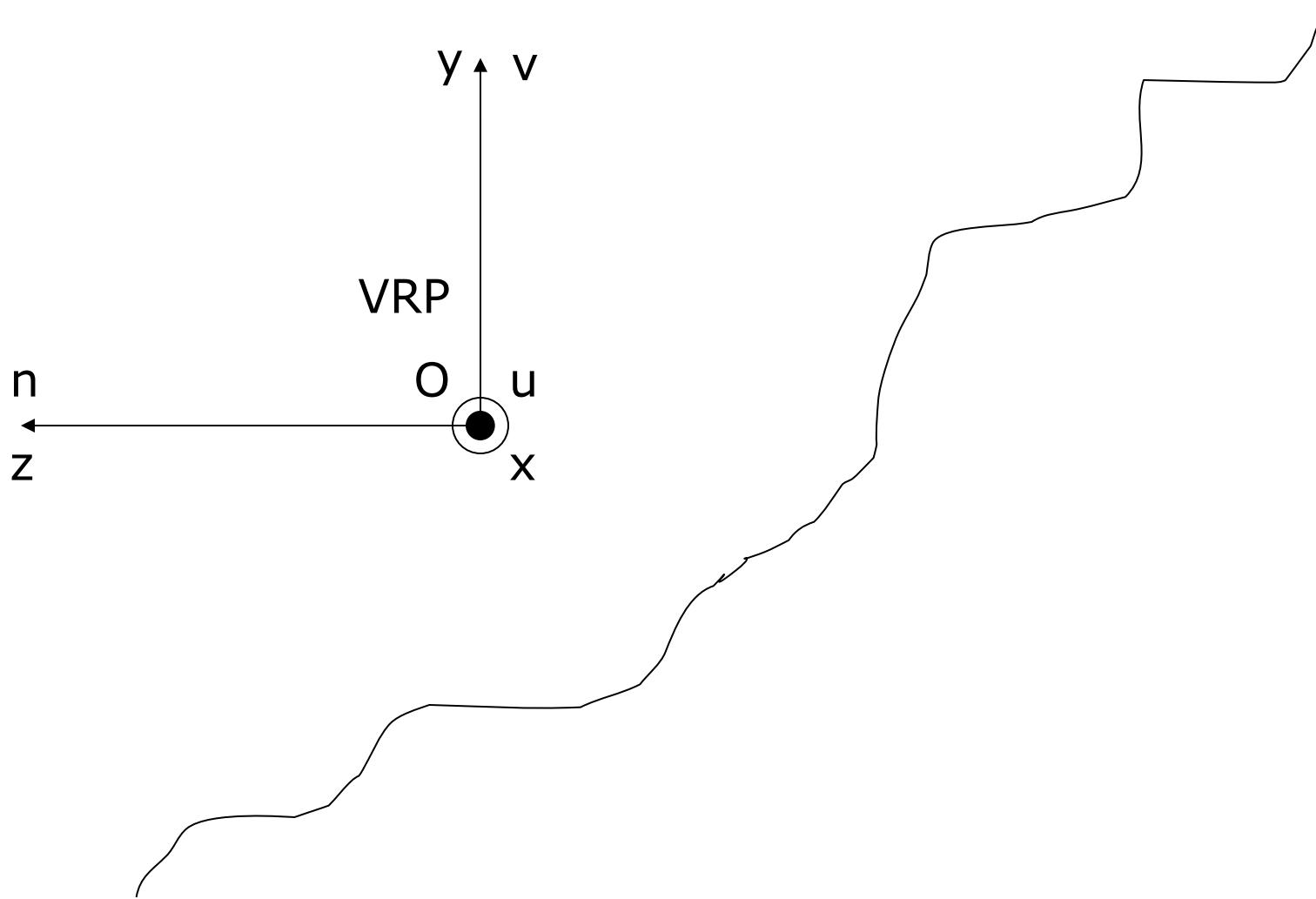
Transformarea de normalizare pentru o proiecție paralelă



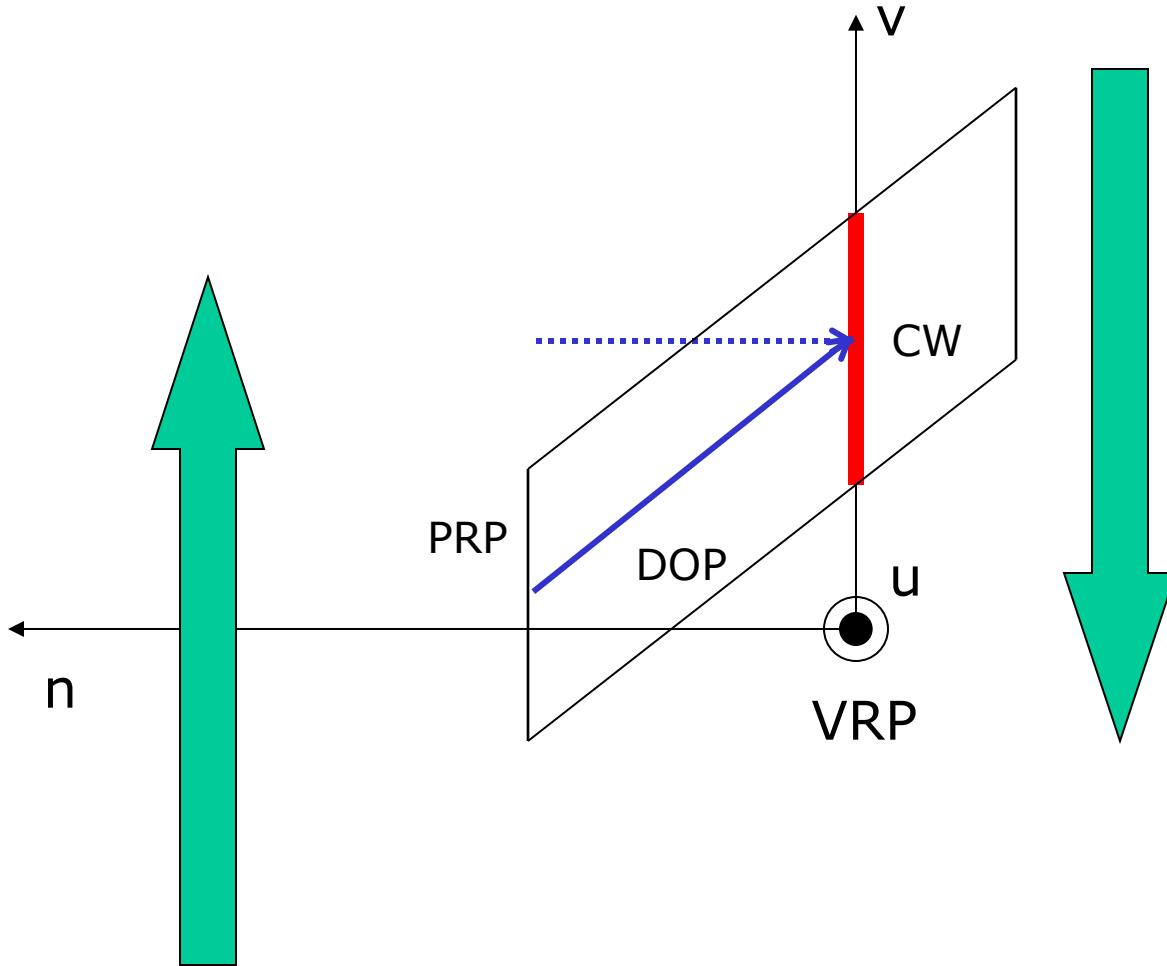
Transformarea de normalizare pentru o proiecție paralelă



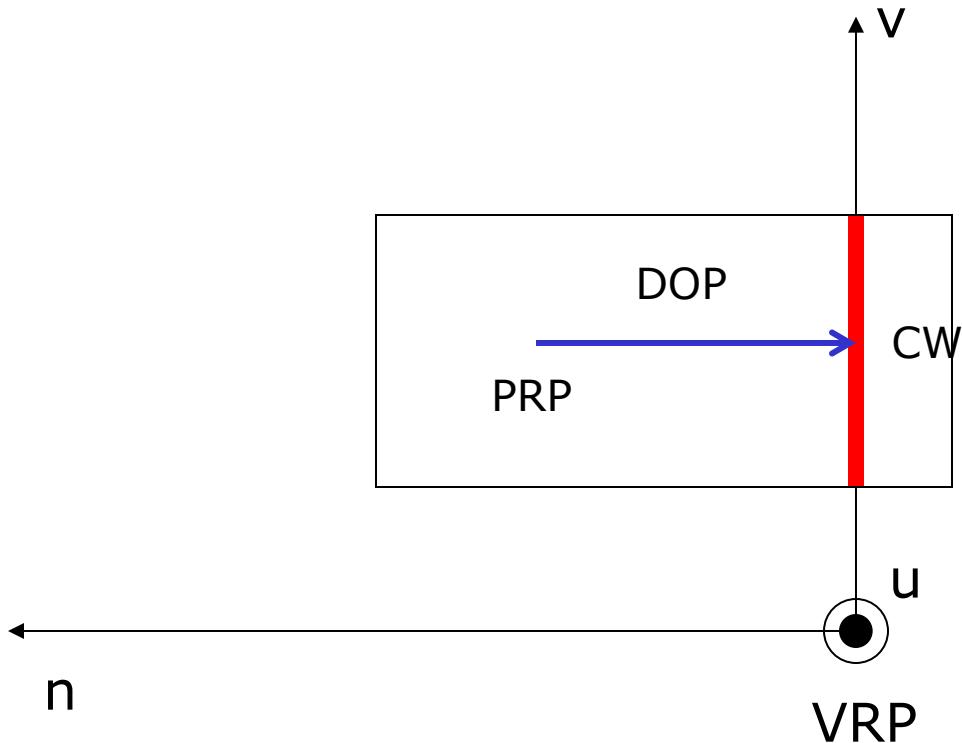
Transformarea de normalizare pentru o proiecție paralelă



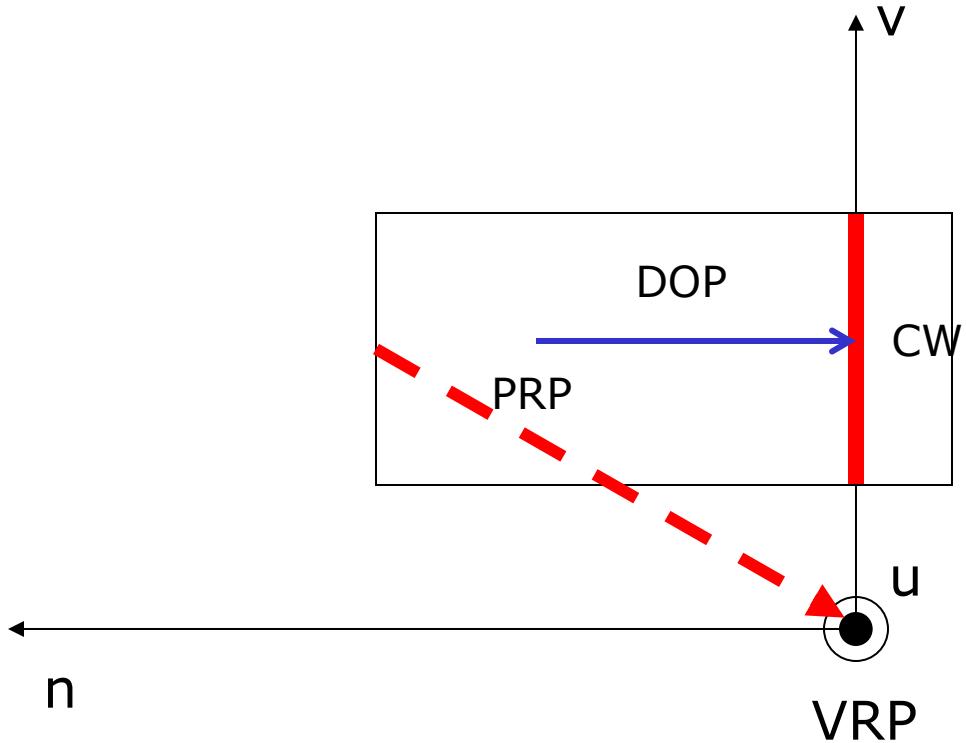
Transformarea de normalizare pentru o proiecție paralela



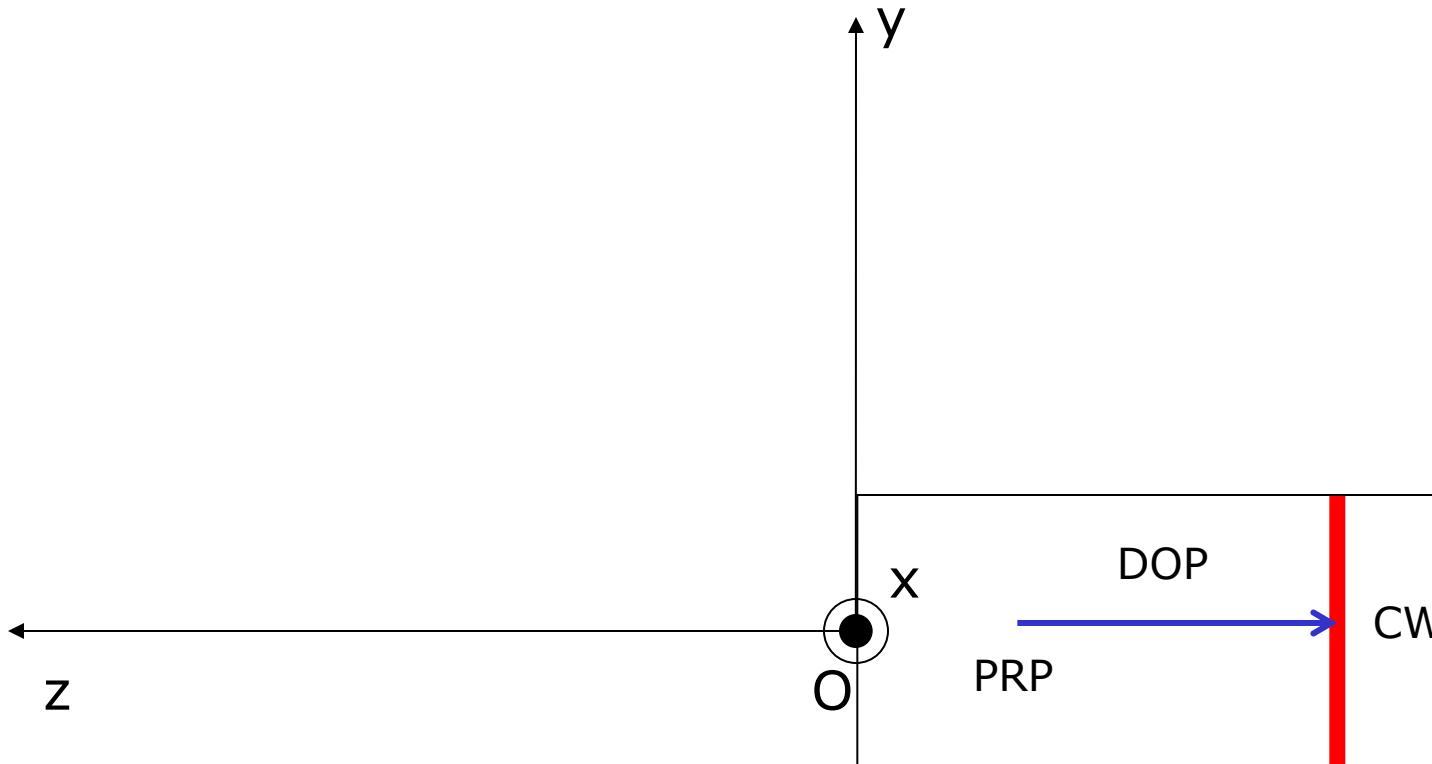
Transformarea de normalizare pentru o proiecție paralela



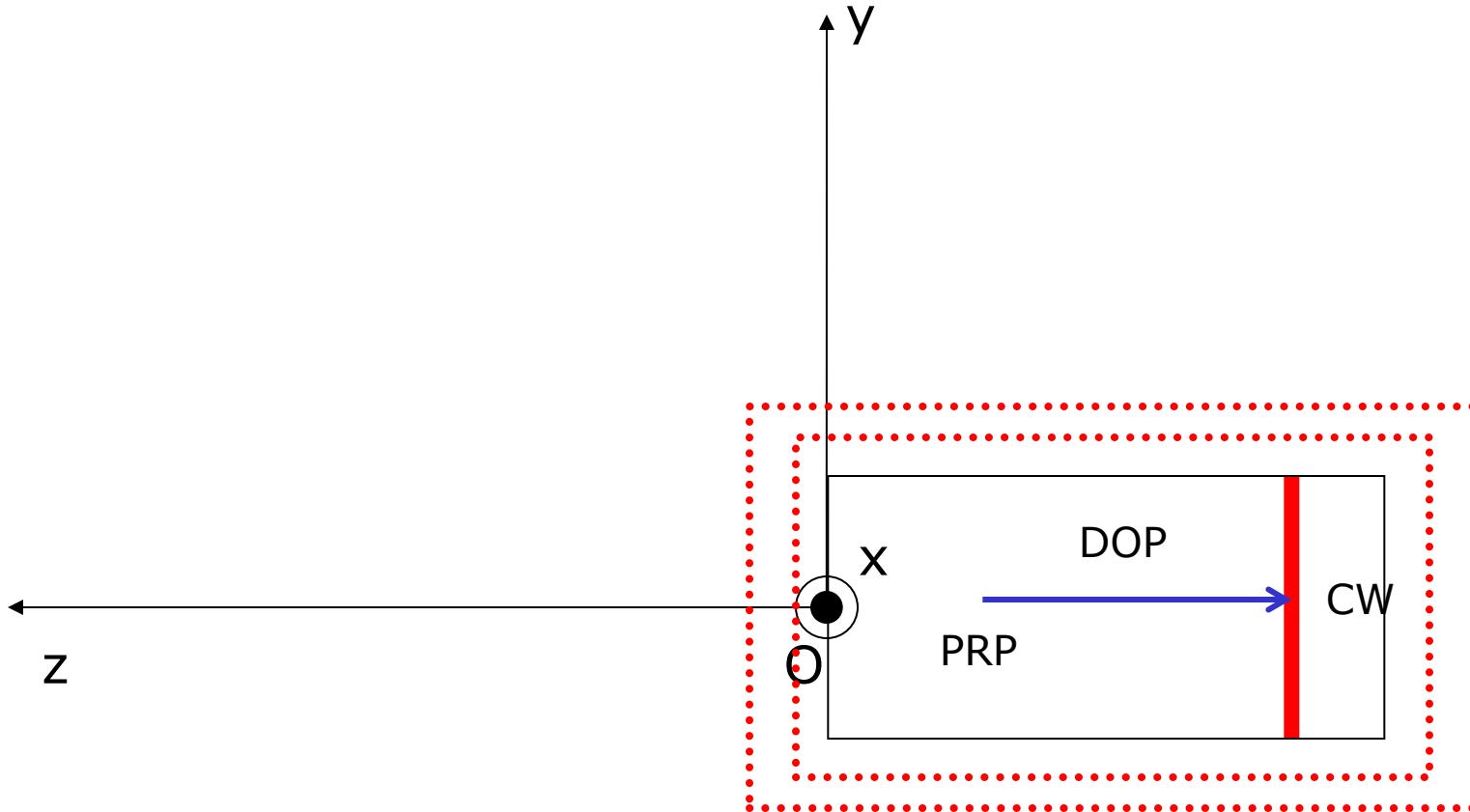
Transformarea de normalizare pentru o proiecție paralela



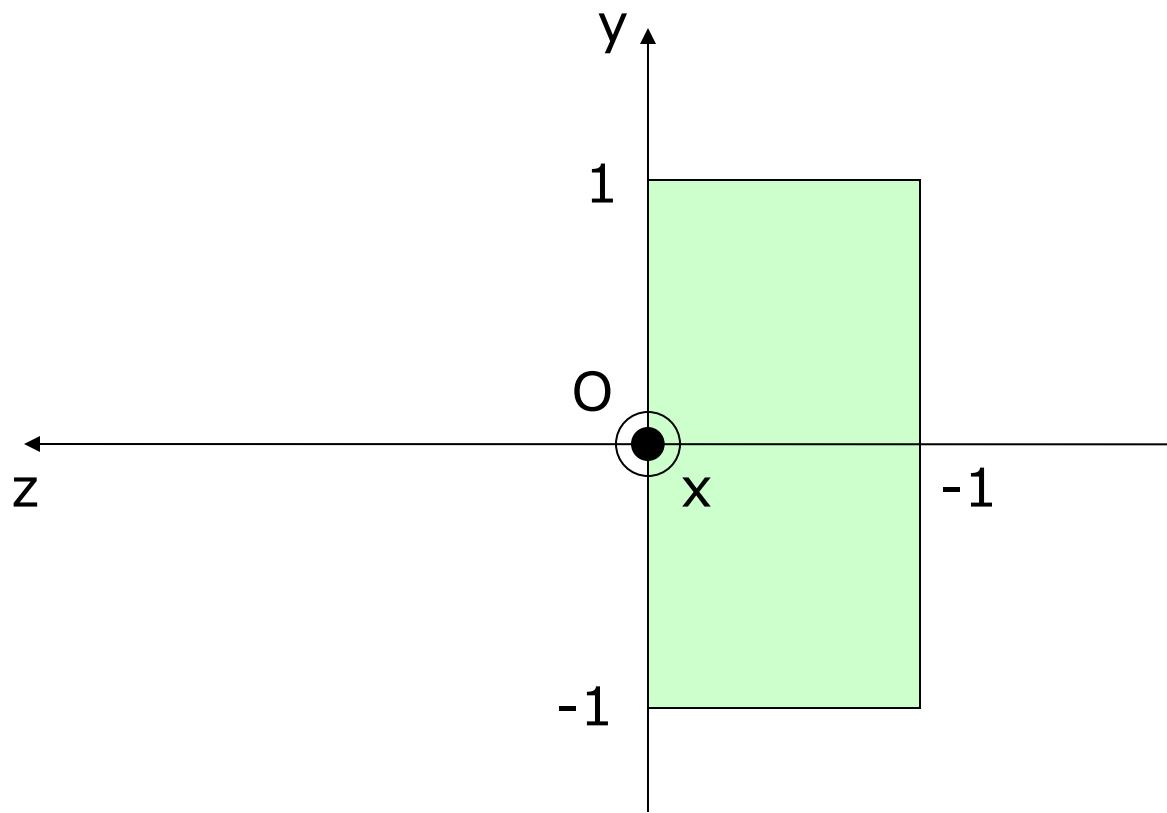
Transformarea de normalizare pentru o proiecție paralelă



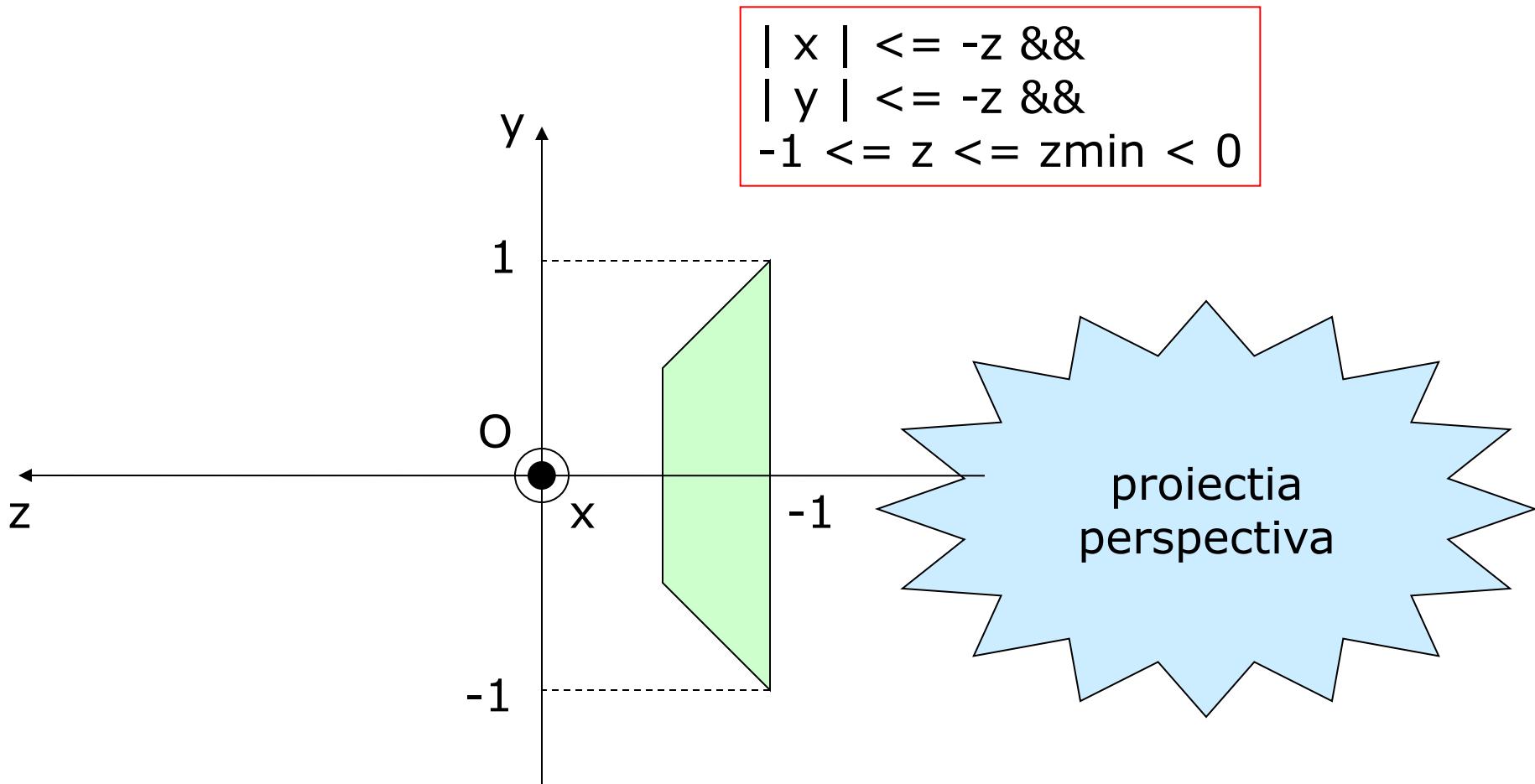
Transformarea de normalizare pentru o proiecție paralelă



Transformarea de normalizare pentru o proiecție paralelă



Transformarea de normalizare volume de vizualizare canonice

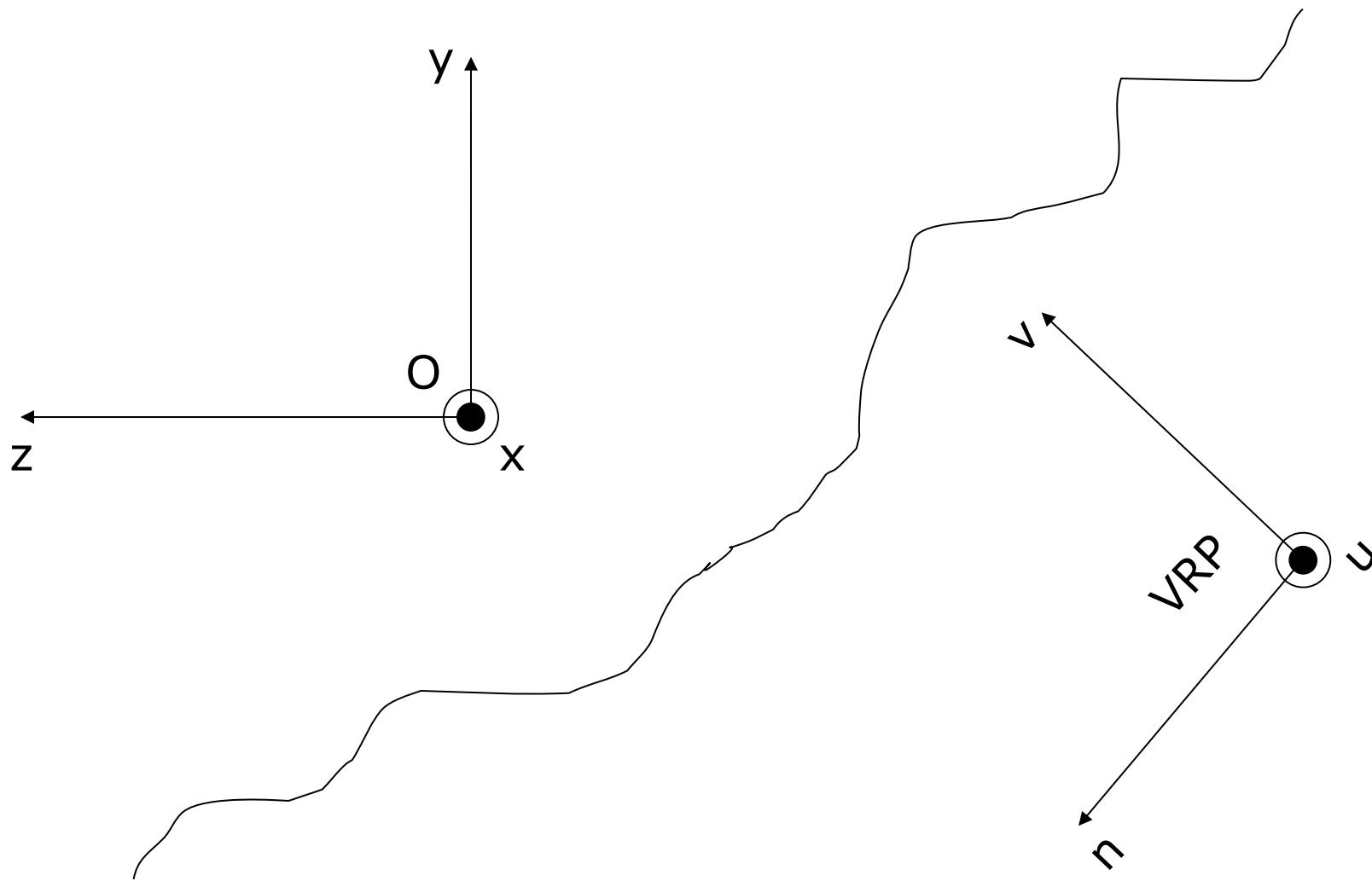


Transformarea de normalizare pentru o proiectie perspectiva

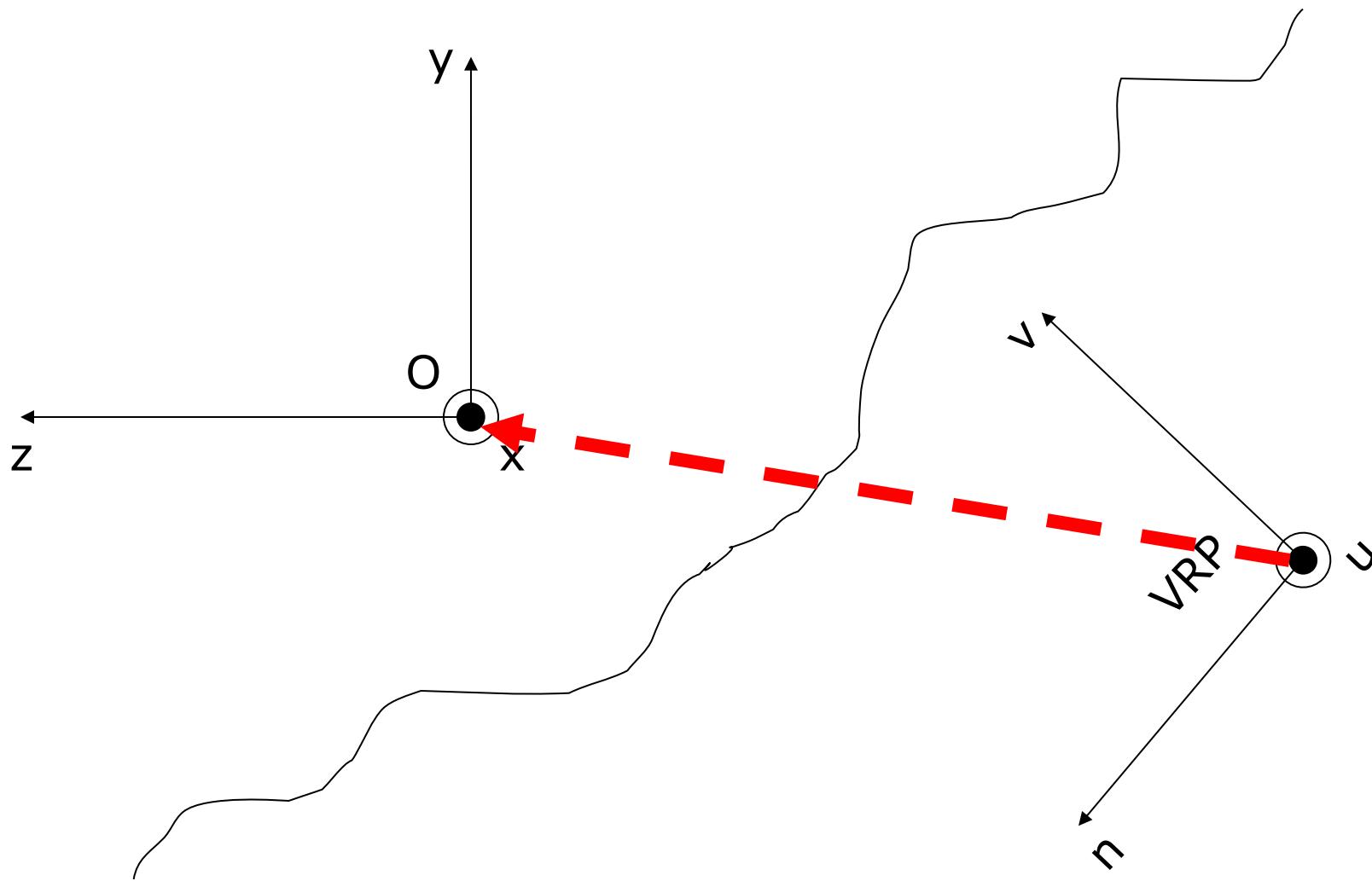
- Translatie VRP -> originea O
- Rotatie a.i. (VRP,u,v,n) sa coincida cu (O,x,y,z)
- Translatie a.i. PRP(COP) -> origine
- Transformare de forfecare
- Scalare in vol.de viz.canonic pentru pr.perspectiva

$$N_{per} = S_{per} \bullet SH_{par} \bullet T(-PRP) \bullet R \bullet T(-VRP)$$

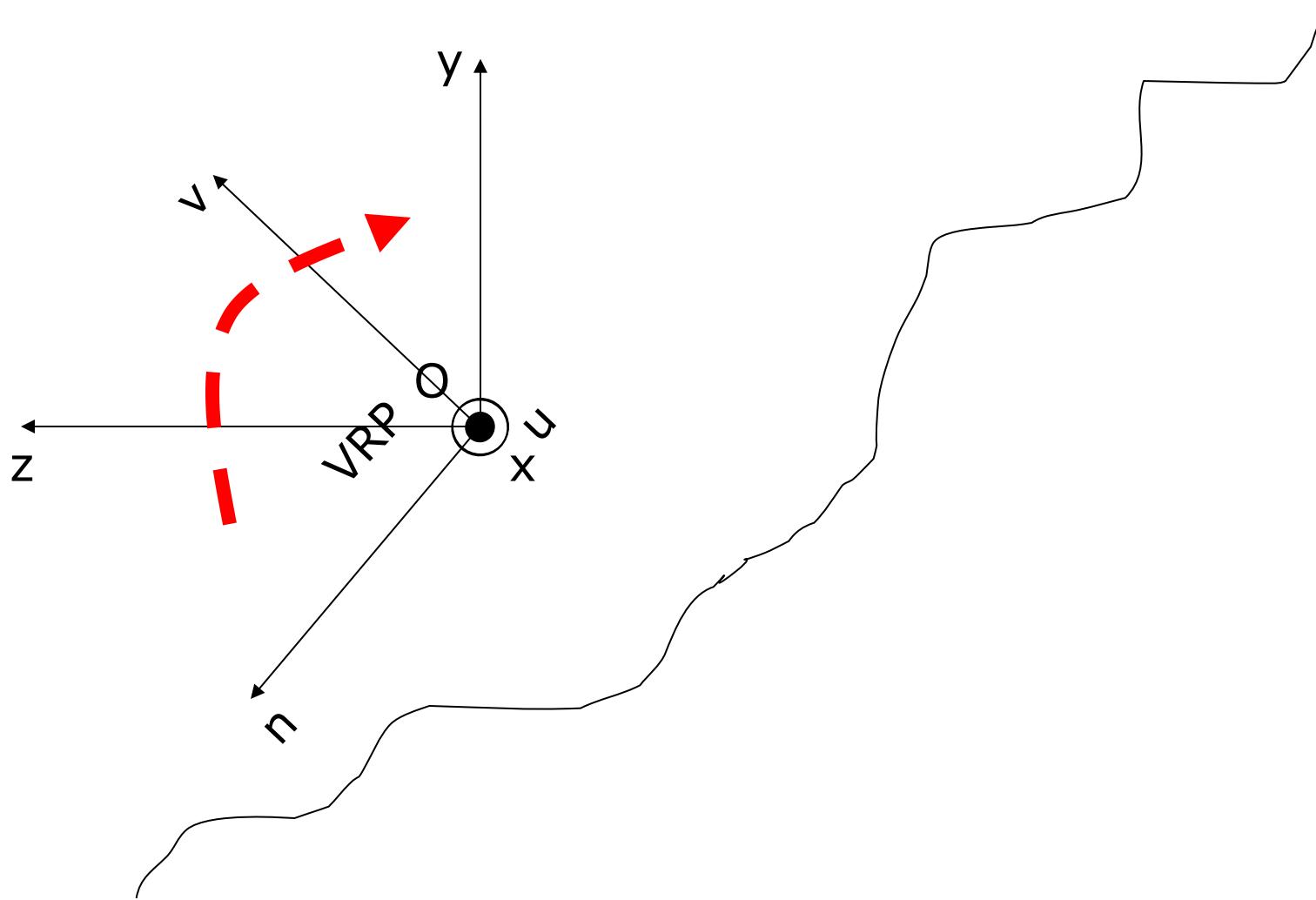
Transformarea de normalizare pentru o proiecție perspectivă



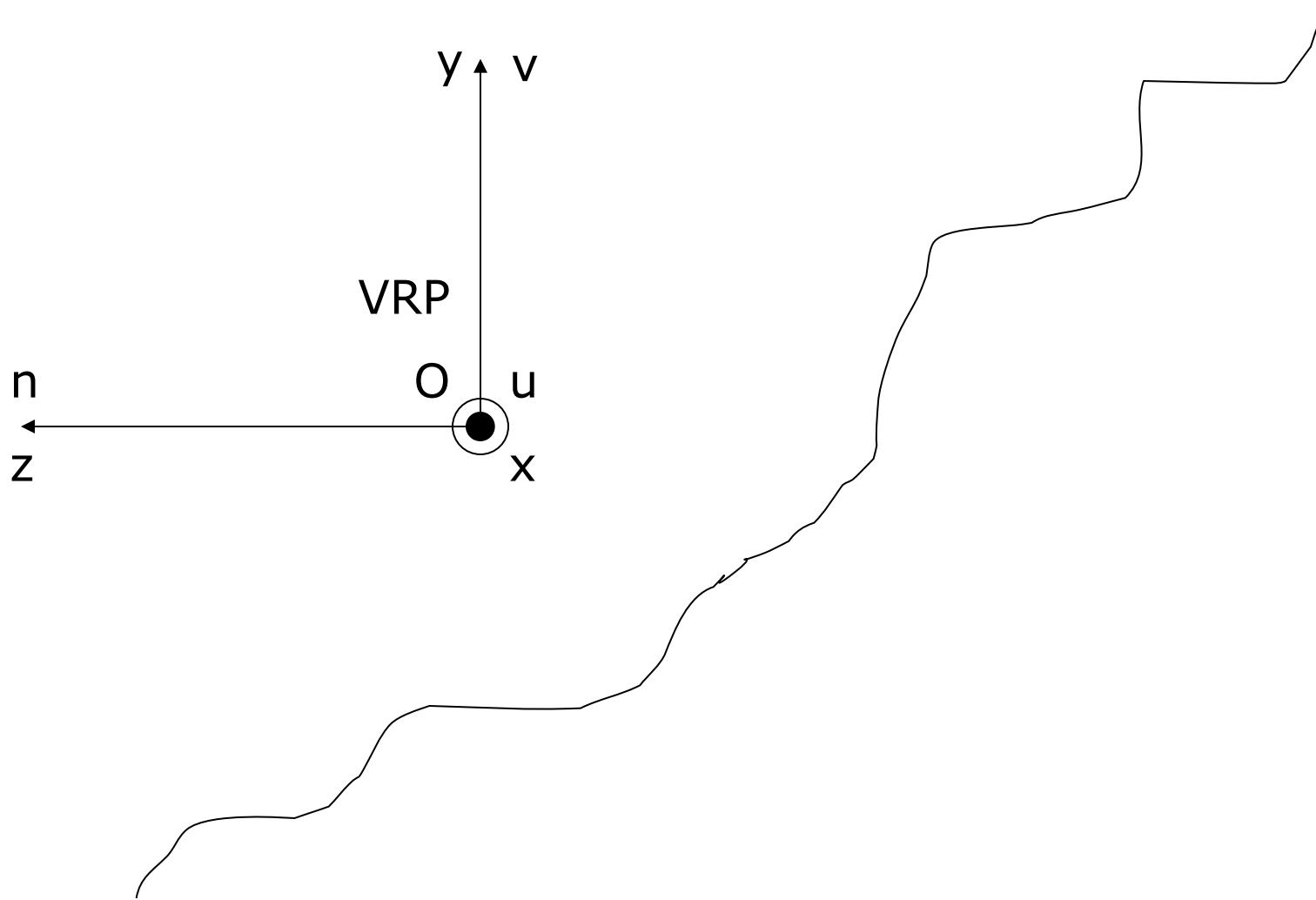
Transformarea de normalizare pentru o proiecție perspectivă



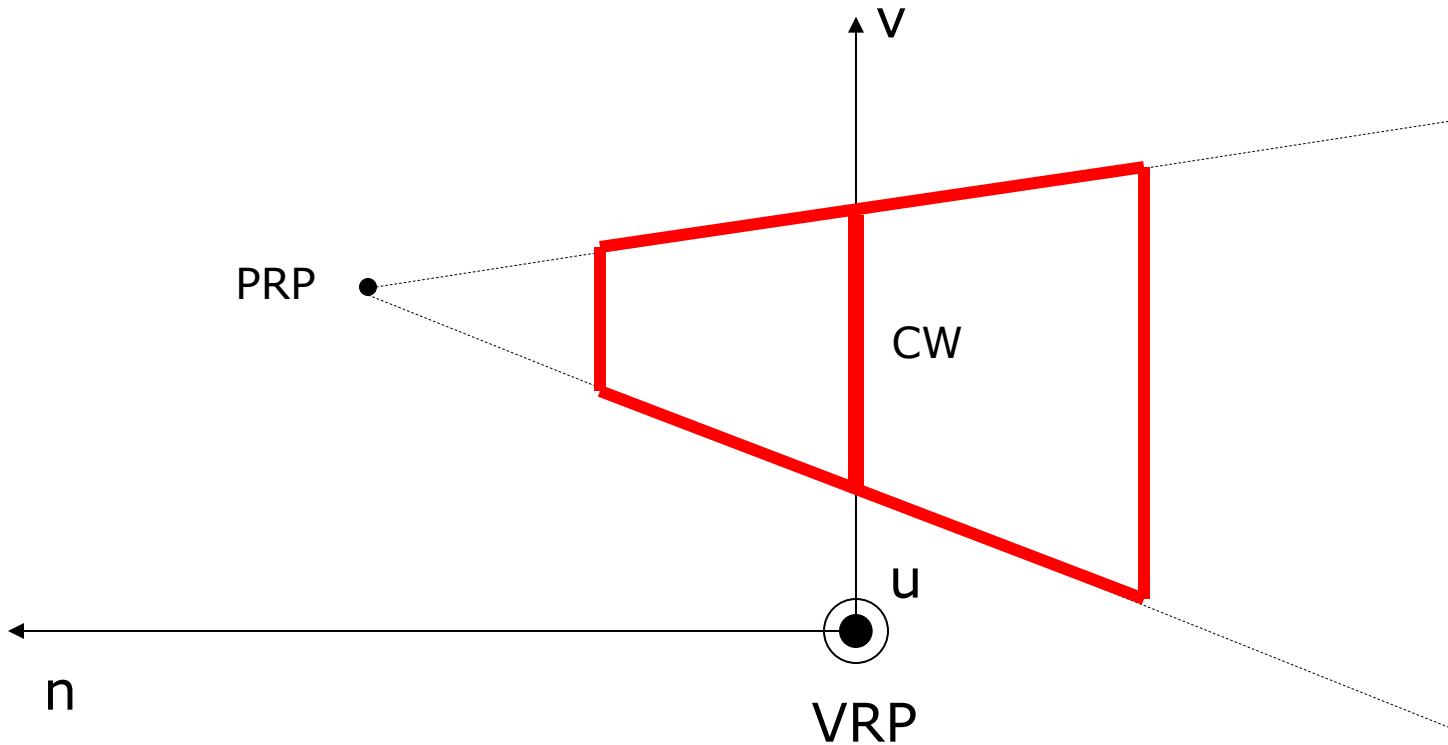
Transformarea de normalizare pentru o proiecție perspectivă



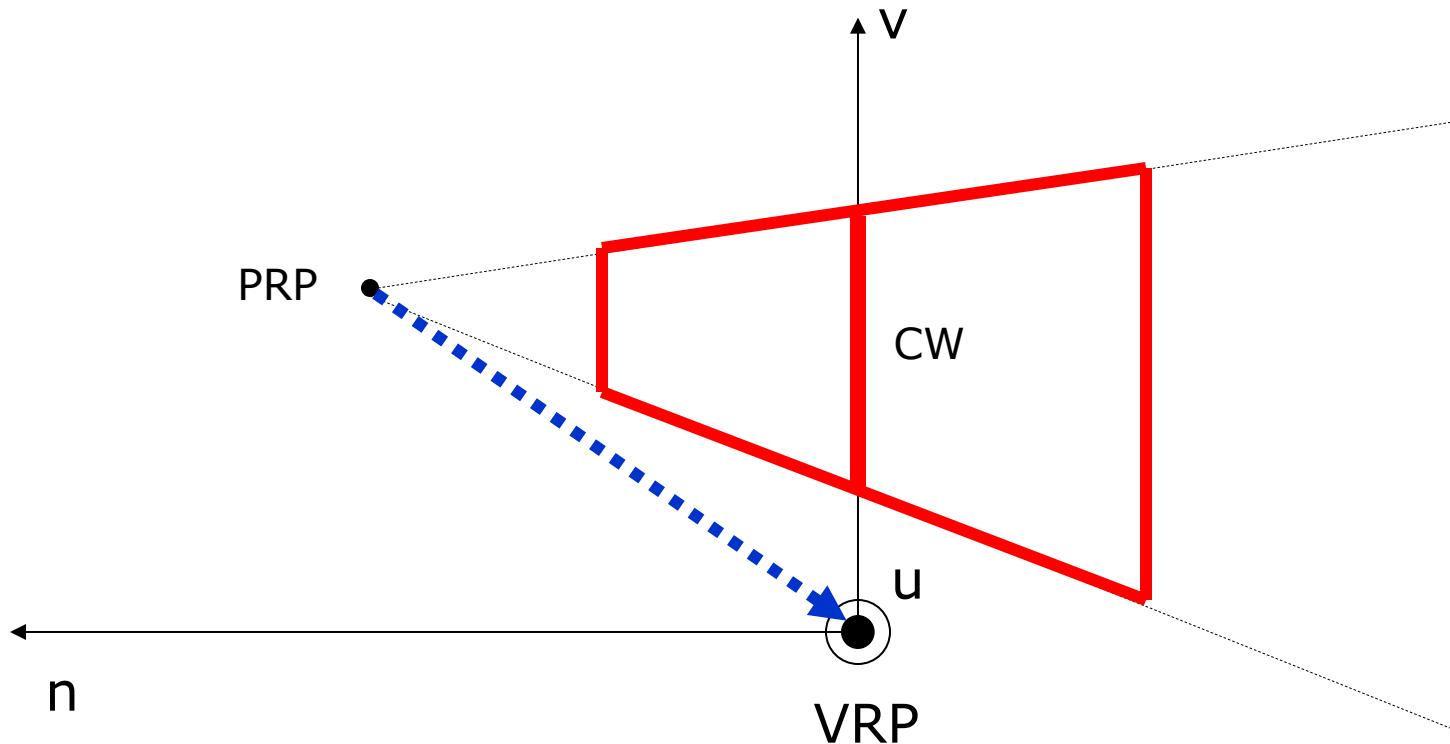
Transformarea de normalizare pentru o proiecție perspectivă



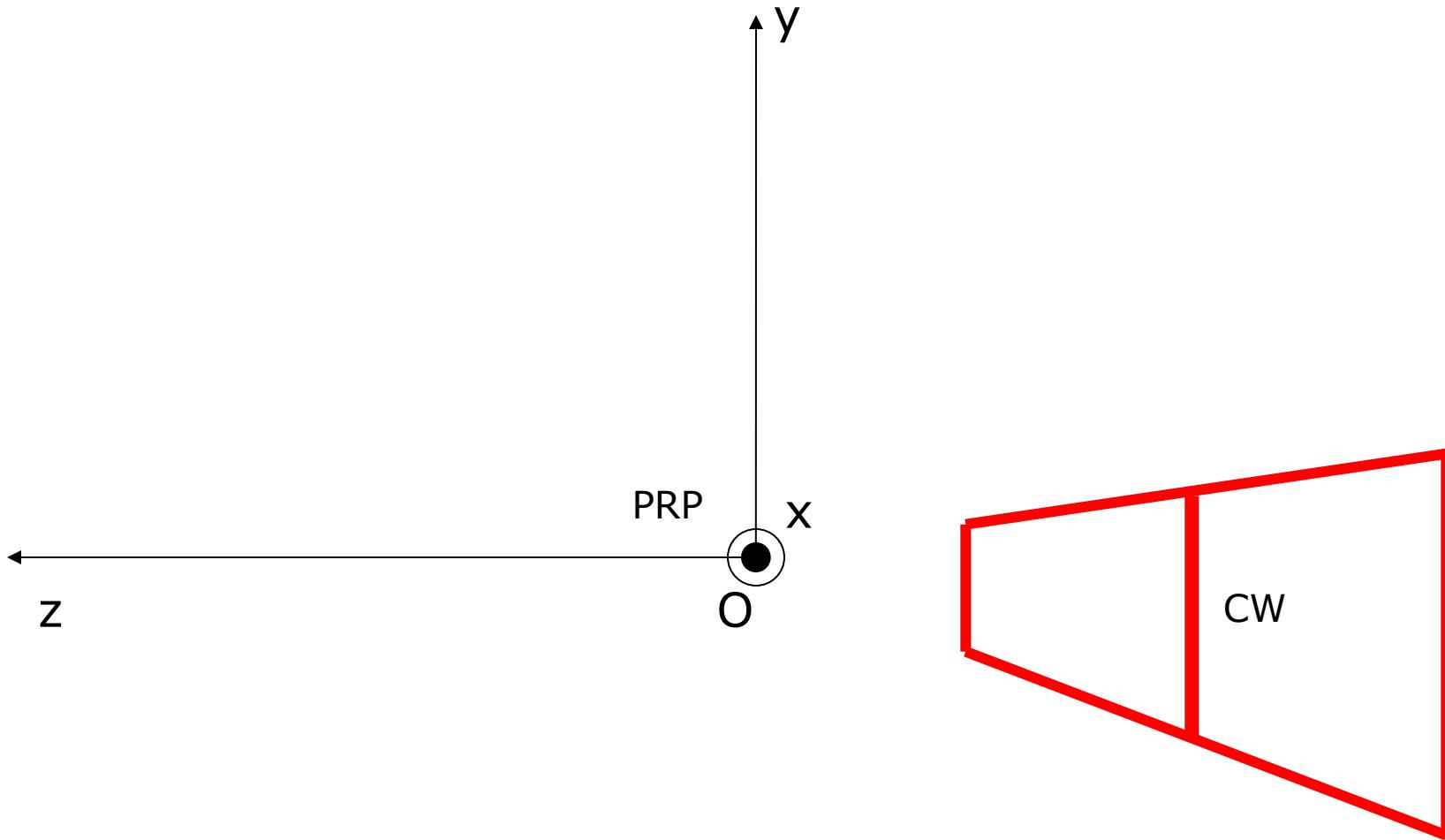
Transformarea de normalizare pentru o proiecție perspectivă



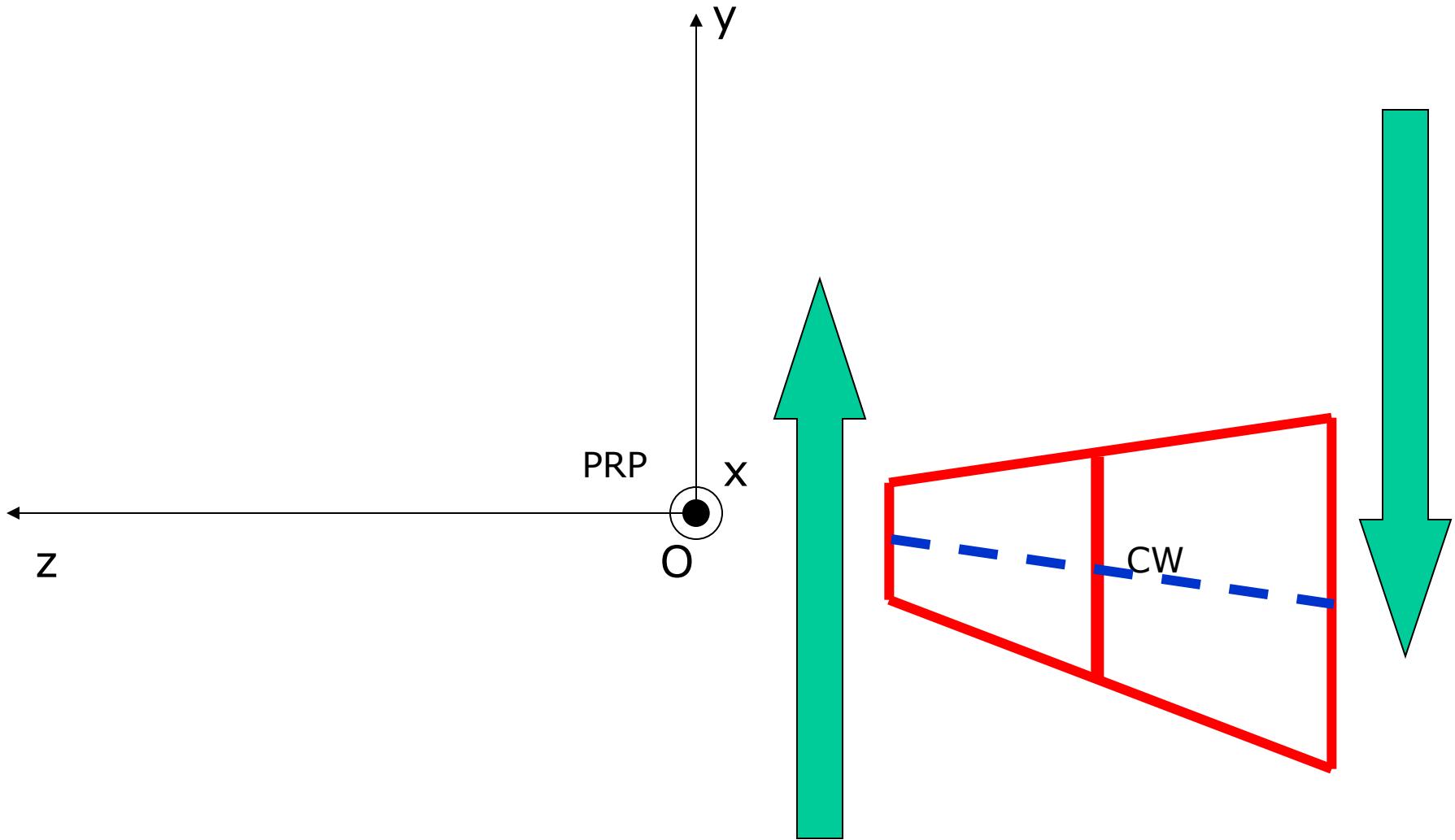
Transformarea de normalizare pentru o proiecție perspectivă



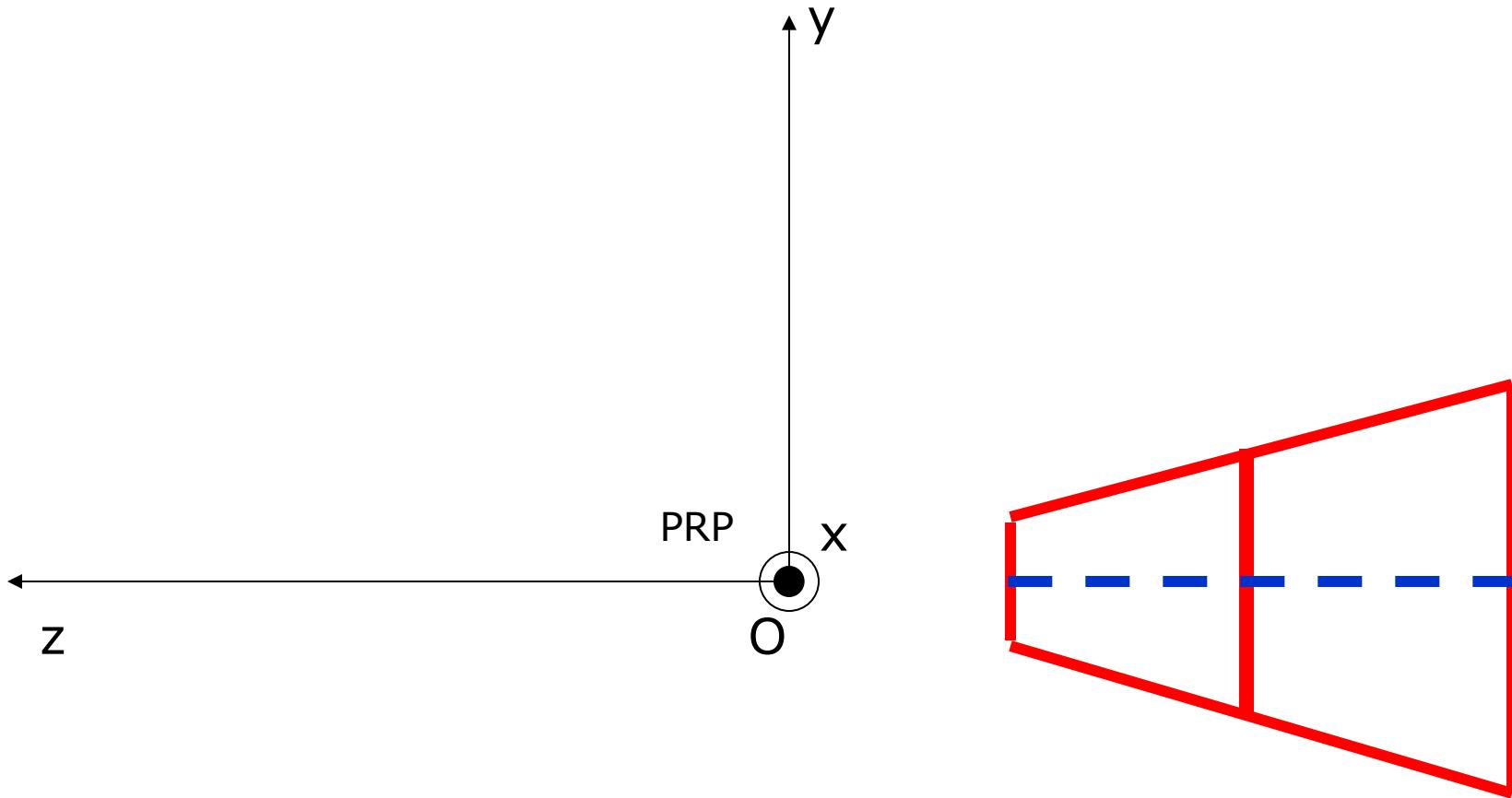
Transformarea de normalizare pentru o proiecție perspectivă



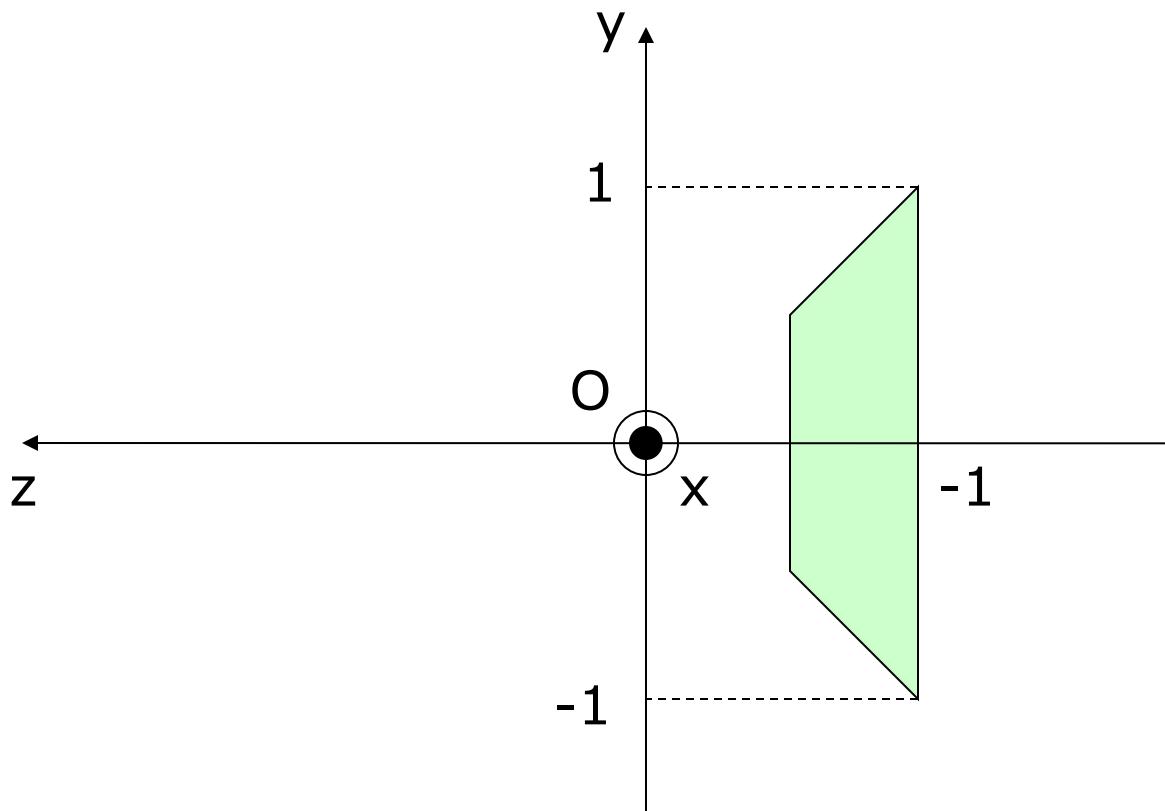
Transformarea de normalizare pentru o proiecție perspectivă



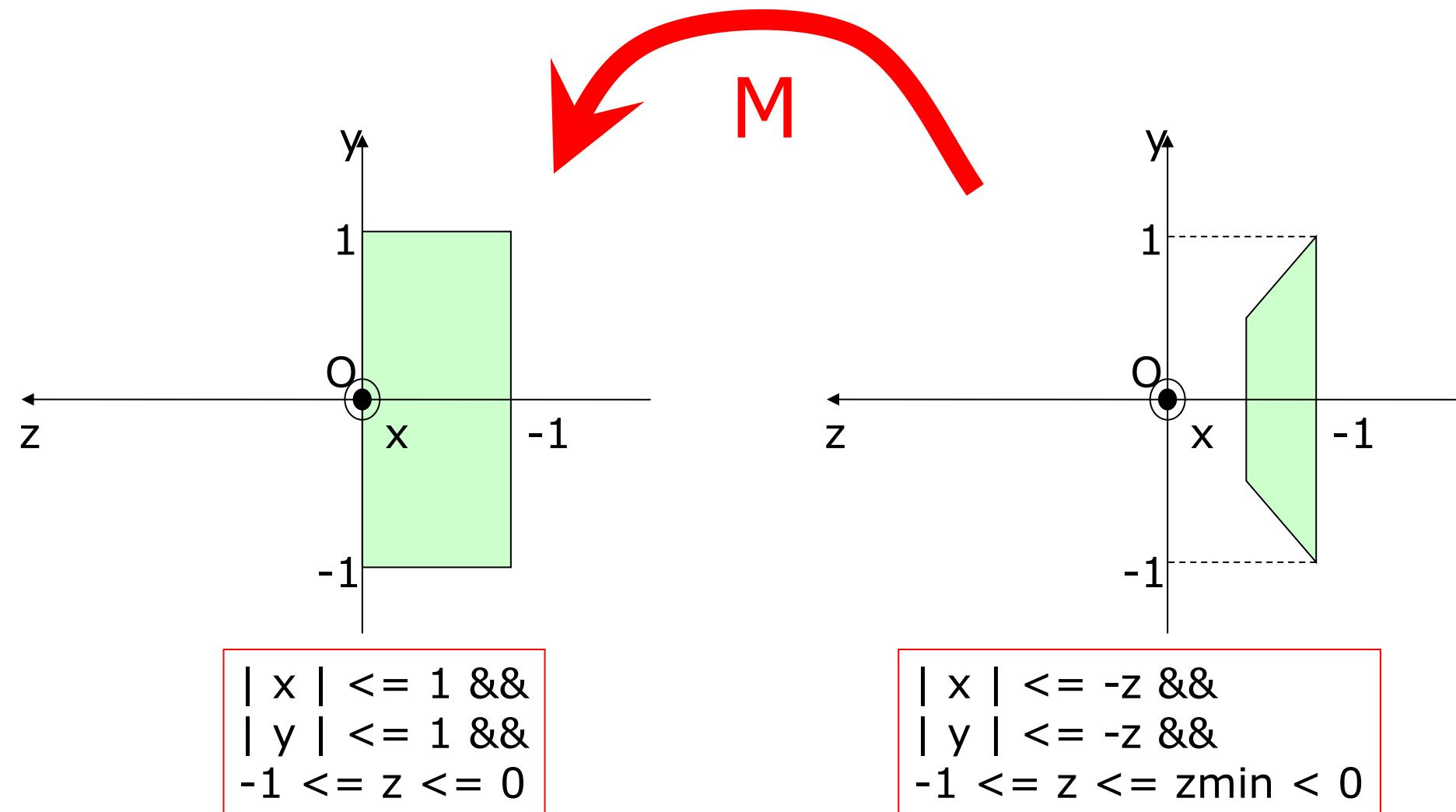
Transformarea de normalizare pentru o proiecție perspectivă



Transformarea de normalizare pentru o proiecție perspectivă



Transformarea v.v.can.pr.perspectiva in v.v.can.pr.paralela



Transformarea v.v.can.pr.perspectiva in v.v.can.pr.paralela

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{1 + z_{min}} & \frac{-z_{min}}{1 + z_{min}} \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

Proiectii geometrice planare

- Rezumat
 - definitie
 - clasificare
 - exemple
 - specificarea unei proiectii
 - descriere matematica
 - implementare : transformarea de normalizare, vol.de viz.can.

Proiectii geometrice planare

- Implementare
 - volum de vizualizare canonic pentru proiectia paralela
 - specificare viewport 3D :
 $[x_{v.\min}, x_{v.\max}] \times [y_{v.\min}, y_{v.\max}] \times [z_{v.\min}, z_{v.\max}]$ inclus in $[0,1]^3$
 - mapare fata $z = 1$ cu zona patratica c.m.mare care poate fi inscrisa in ecran
 - afisarea punctelor facand abstractie de coordonata z

Proiectii geometrice planare

- Implementare
 - translatie a.i. coltul (-1,-1,-1) al vol.de viz.can.pentru pr.par.sa ajunga in origine
 - scalare a v.v.c.p.p. a.i. sa aiba dimensiunile viewport-ului 3D
 - translatie a.i. v.v.c.p.p. modificat sa coincida cu viewport-ul 3D

Proiectii geometrice planare

- Rezumat
 - definitie
 - clasificare
 - exemple
 - specificarea unei proiectii
 - descriere matematica
 - implementare
 - transformarea de normalizare
 - transformarea de viewport

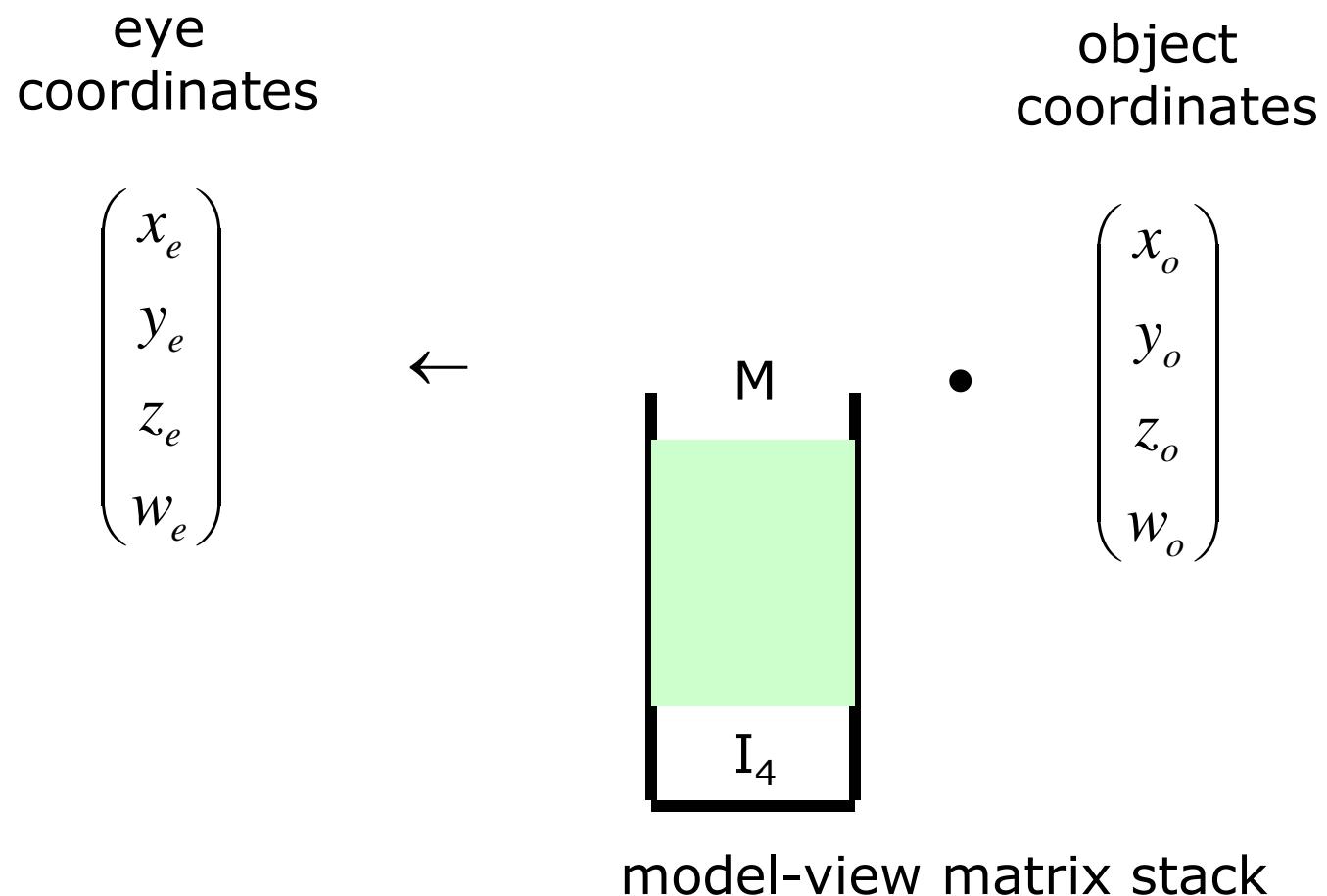
Vizualizare 3D

- Rezumat
 - proiectii geometrice planare
 - definitie
 - clasificare
 - exemple
 - specificarea unei proiectii
 - descriere matematica
 - implementare
 - transformarea de normalizare
 - transformarea de viewport

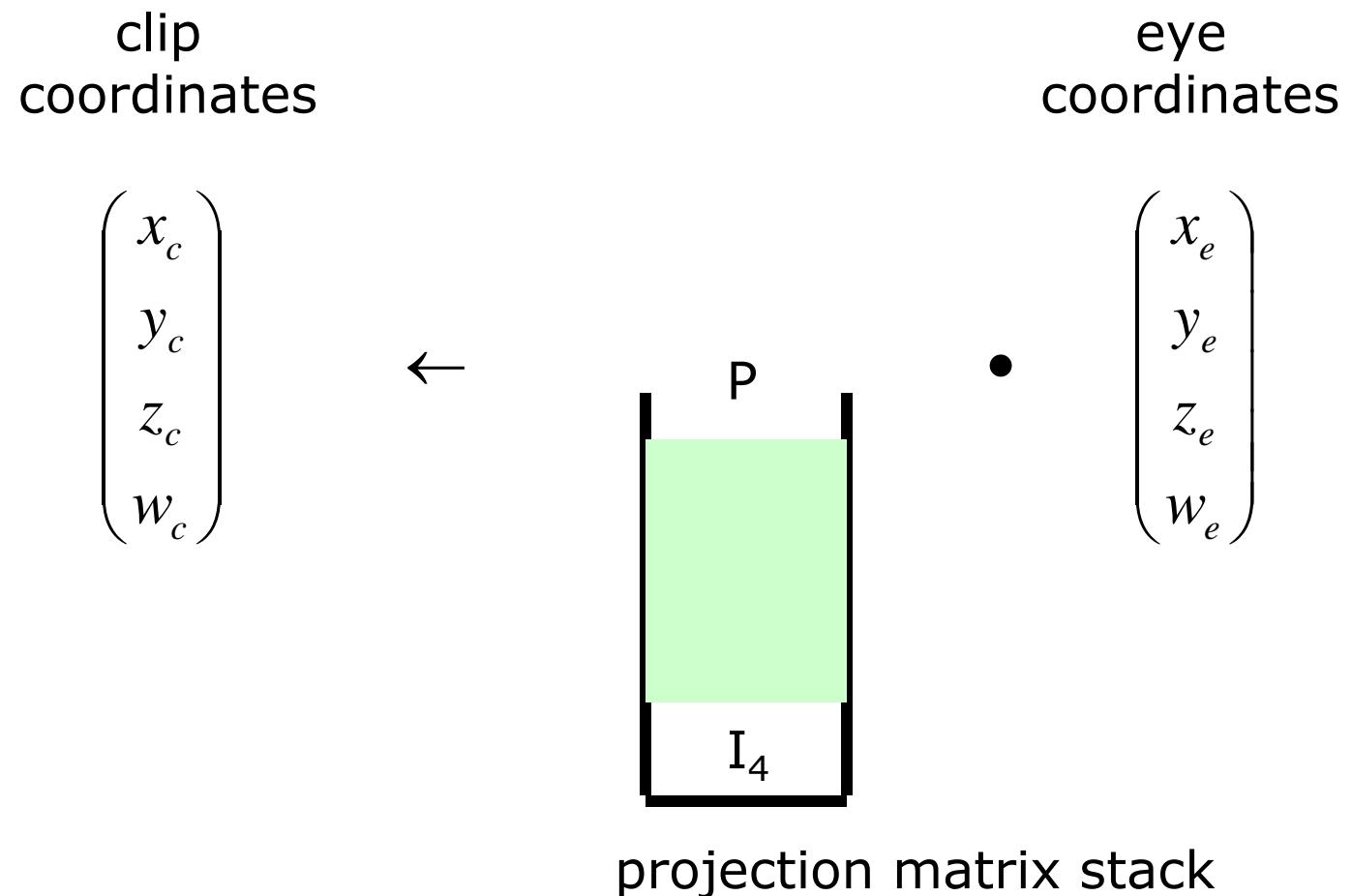
Vizualizare 3D

- Realizarea vizualizarii 3D in OpenGL
- problema
 - cum se realizeaza corespondenta intre un punct `glVertex3D(x, y, z)` specificat intr-un program care utilizeaza OpenGL si punctul care se afiseaza pe ecran ?

Vizualizare 3D OpenGL



Vizualizare 3D OpenGL



Vizualizare 3D OpenGL

normalized device
coordinates

$$\begin{pmatrix} x_d \\ y_d \\ z_d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_c \\ y_c \\ z_c \\ w_c \end{pmatrix}$$

clip
coordinates

perspective
division

Vizualizare 3D OpenGL

window
coordinates

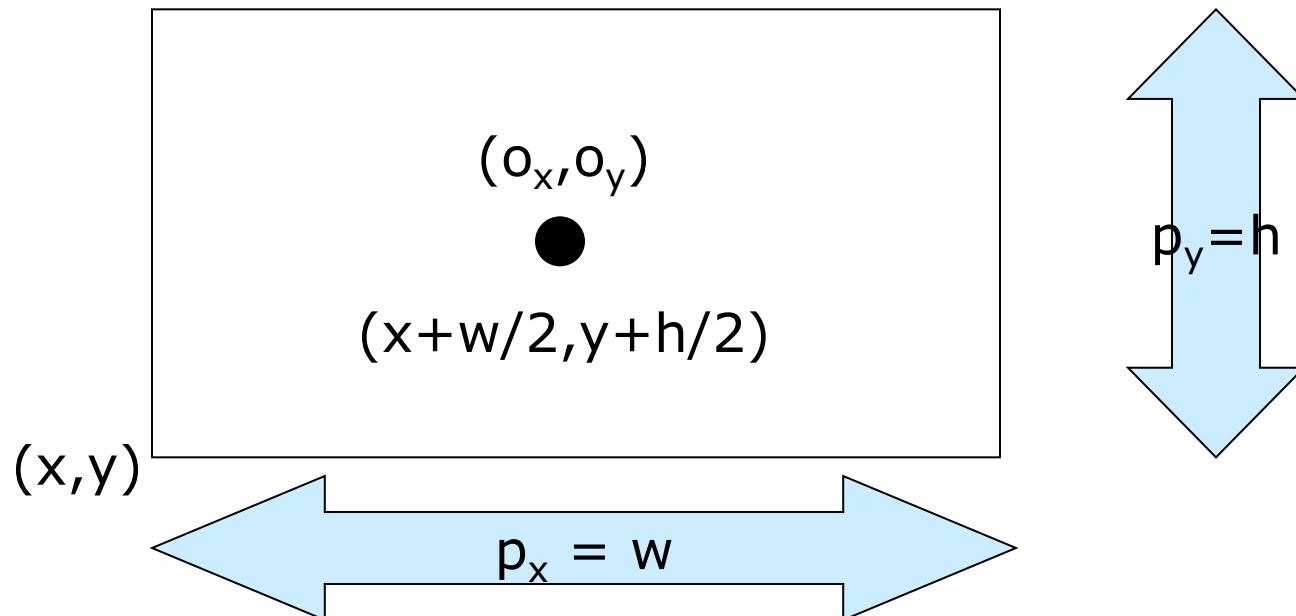
normalized device
coordinates

$$\begin{pmatrix} x_w \\ y_w \\ z_w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} o_x + (p_x/2)x_d \\ o_y + (p_y/2)y_d \\ [(f-n)/2]z_d + (n+f)/2 \end{pmatrix}$$

viewport
transformation

Vizualizare 3D OpenGL

- `glDepthRange (n, f)`
- `glViewport (x, y, w, h)`



Vizualizare 3D OpenGL

- Matricile de modelare/proiectie
 - selectare stiva; matricea curentă C este cea din varful stivei
 - `glMatrixMode(GL_MODELVIEW)`
 - `glMatrixMode(GL_PROJECTION)`
 - modificarea matricii curente
 - `glLoadMatrix{fd} (T m[16])`
 - este specificată o matrice 4x4 data pe coloane și care înlocuieste matricea curentă C

Vizualizare 3D OpenGL

- Matricile de modelare/proiectie
 - modificarea matricii curente
 - `glMultMatrix{fd} (T m[16])`
 - este specificata o matrice M de 4x4 data pe coloane
 - $C' = C \times M$
 - C' inlocuieste matricea curenta C
 - variante
 - `glLoadTransposeMatrix(...)`
 - `glMultTransposeMatrix(...)`

Vizualizare 3D OpenGL

- Matricile de modelare/proiectie
 - modificarea matricii curente
 - glLoadIdentity()
 - matricea I_4 inlocuieste matricea curenta C
 - glRotate{fd} (T t, T x, T y, T z)
 - calculeaza M matricea de rotatie cu unghiul t in jurul vectorului (x,y,z)
 - inlocuieste C cu $C' = C \times M$

Vizualizare 3D OpenGL

- Matricile de modelare/proiectie
 - glTranslate{fd} (T_x, T_y, T_z)
 - calculeaza M matricea de translatie $T(x,y,z)$
 - inlocuieste C cu $C' = C \times M$
 - glScale{fd} (T_x, T_y, T_z)
 - calculeaza M matricea de scalare $S(x,y,z)$
 - inlocuieste C cu $C' = C \times M$

Vizualizare 3D OpenGL

- proiectie perspectiva
 - `glFrustum(l, r, b, t, n, f)`
 - coordonatele $(l, b, -n)$ si $(r, t, -n)$ specifica 2 puncte din planul de decupare anterior care sunt mapate in colturile din stanga jos si dreapta sus ale ferestrei (presupunand ca observatorul este plasat in punctul $(0,0,0)$). Parametrul f denota distanta dintre observator si planul de decupare posterior. Apar erori in unul din cazurile : $n, f \leq 0$, $l = r$, $b = t$, $n = f$.
 - se calculeaza M matricea corespunzatoare
 - inlocuieste C cu $C' = C \times M$

Vizualizare 3D OpenGL

- proiectie paralela

- `glOrtho(l, r, b, t, n, f)`

- coordonatele $(l, b, -n)$ si $(r, t, -n)$ specifica 2 puncte din planul de decupare anterior care sunt mapate in colturile din stanga jos si dreapta sus ale ferestrei (presupunand ca observatorul este plasat in punctul $(0,0,0)$). Parametrul f denota distanta dintre observator si planul de decupare posterior. Apar erori in unul din cazurile : $l = r$, $b = t$, $n = f$.
 - se calculeaza M matricea corespunzatoare
 - inlocuieste C cu $C' = C \times M$

Vizualizare 3D OpenGL

- Stivele de matrici
 - `glPushMatrix()`
 - daca stiva $S = CX$ atunci dupa executia comenzii $S = CCX$
 - eroare `GL_STACKOVERFLOW`
 - `glPopMatrix()`
 - daca stiva $S = C'CX$ atunci dupa executia comenzii $S = CX$
 - eroare `GL_STACKUNDERFLOW`

Vizualizare 3D

- Rezumat
 - proiectii geometrice planare
 - definitie
 - clasificare
 - exemple
 - specificarea unei proiectii
 - descriere matematica
 - implementare
 - transformarea de normalizare
 - transformarea de viewport
 - OpenGL

Grafica pe calculator

Lucian GHIRVU

ghirvu@infoiasi.ro

www.infoiasi.ro/~ghirvu/gpc

Lumina acromatica si lumina cromatica

- Culoarea unui obiect depinde de
 - obiectul in sine
 - sursa de lumina care il lumineaza
 - culoarea zonelor adiacente
 - sistemul vizual uman
- Unele obiecte **reflecta** lumina : perete, hartie
- Unele obiecte **transmit** lumina : celofan, sticla

Plan

- Lumina acromatica A/N
 - definitie
 - selectarea nivelurilor de intensitate
 - aproximarea nivelurilor de intensitate prin autotipie
- Lumina cromatica
 - definitie
 - modelul artistic
 - modele de culori pentru grafica raster : RGB HSV
 - utilizarea culorii in grafica pe calculator

Lumina acromatica

- senzatiile vizuale acromaticice pot fi descrise utilizand culorile negru, alb si gri
- lumina acromatica este lumina emisa de un ecran TV / monitor A/N
 - un singur atribut : cantitatea de lumina
 - conceptul fizic de energie : intensitate, luminanta
 - conceptul psihologic de intensitate perceputa : stralucire (brightness)

Lumina acromatica

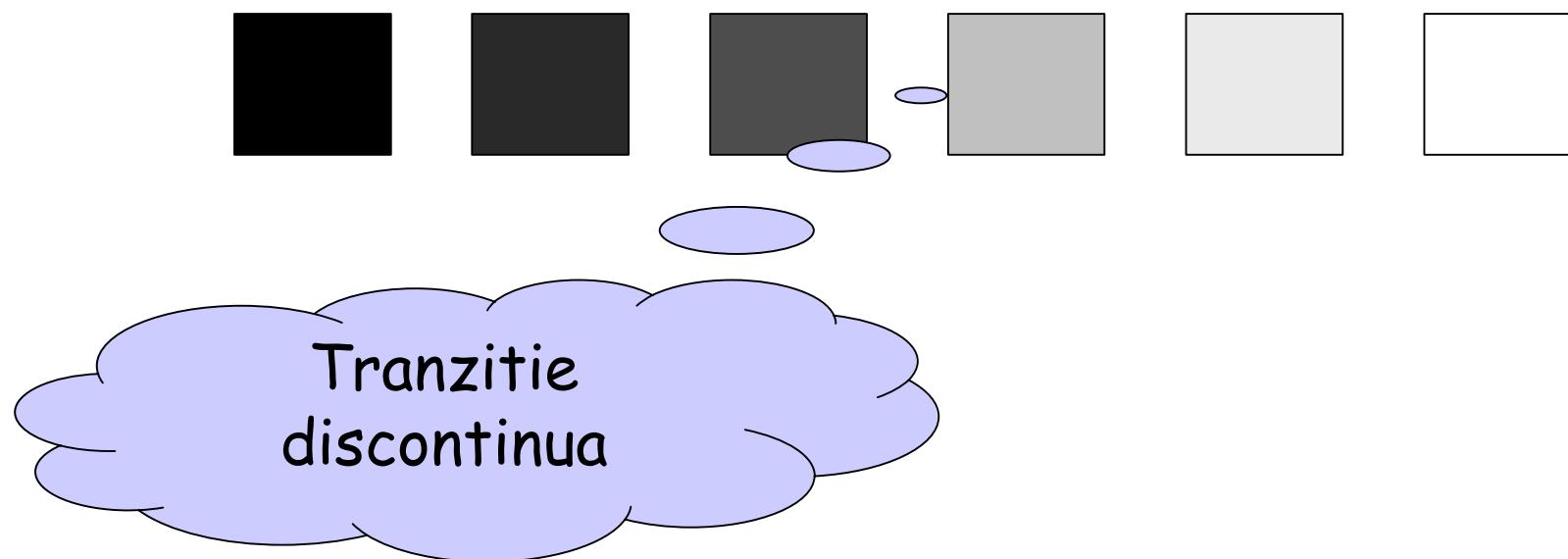
- Nivelurile de intensitate $\in [0, 1]$
 $0 \equiv$ negru, $1 \equiv$ alb, $(0, 1) \equiv$ gri
- Selectarea nivelurilor de intensitate
 - teoretica
 - practica
- Aproximarea mai multor nivele de intensitate

Selectarea teoretica a nivelurilor de intensitate

- Probleme
 - Daca dorim sa dispunem de $n+1$ niveluri de intensitate, cum vor fi acestea plasate in $[0, 1]$
 - D.p.d.v. practic, cate niveluri de intensitate sunt suficiente

Plasarea a $n+1$ niveluri de intensitate in $[0, 1]$

- Pp. $n = 255$ si plasam 128 n.i. in $[0, 0.1]$ si 128 n.i. in $[0.9, 1]$



Plasarea a $n+1$ niveluri de intensitate in $[0, 1]$

- Pp. $n = 255$ si le plasam in mod uniform in $[0, 1]$
 - contravine unei caracteristici a ochiului uman : acesta **percepe** nu valori absolute ale intensitatii ci **rapoarte intre intensitati** :
 - ochiul percepe diferența intre 0.1 si 0.5 la fel ca diferența intre 0.11 si 0.55

Plasarea a $n+1$ niveluri de intensitate in $[0, 1]$

- Plasarea nivelurilor de intensitate la distante logaritmice (si nu liniare!)

Diferente logaritmice

$$I_0 \in [0.005, 0.025]$$

$$I_1 = r \cdot I_0, I_2 = r \cdot I_1 = r^2 \cdot I_0, \dots$$

$$I_j = r^j \cdot I_0, \quad 0 \leq j \leq n, \dots$$

$$I_n = r^n \cdot I_0 = 1 \Rightarrow r = \left(\frac{1}{I_0} \right)^{\frac{1}{n}} \Rightarrow$$

$$I_j = r^j \cdot I_0 = I_0^{\frac{(n-j)}{n}}, \quad 0 \leq j \leq n$$

Diferente logaritmice

$$I_0 \in [0.005, 0.025]$$

$$I_1 = r \cdot I_0 \quad I_2 = r \cdot I_1 = r^2 \cdot I_0, \dots$$

$$I_n = r^n \cdot I_0 \leq n, \dots$$

$$I_n = r^n \cdot I_0 = 1 \Rightarrow r = \left(\frac{1}{I_0} \right)^{\frac{1}{n}} \Rightarrow$$

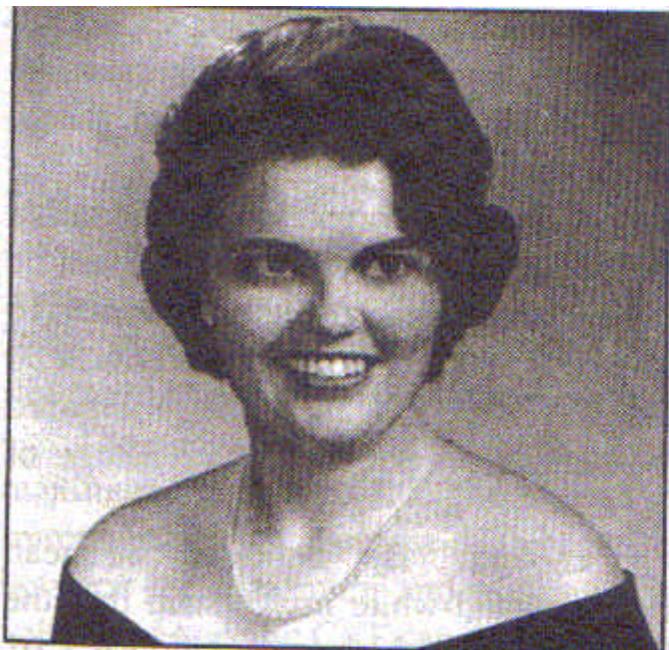
$$I_j = r^j \cdot I_0 = I_0^{\frac{(n-j)}{n}}, \quad 0 \leq j \leq n$$

Cate niveluri de intensitate sunt suficiente ...

- ... pentru ca reproducerea unei imagini A/N sa nu prezinte discontinuitati mari intre pixeli vecini

$$r = 1.01 \Rightarrow n = \log_{1.01} \frac{1}{I_0}$$

- daca $r < 1.01$ atunci ochiul nu percepse diferente intre I_j si I_{j+1} .



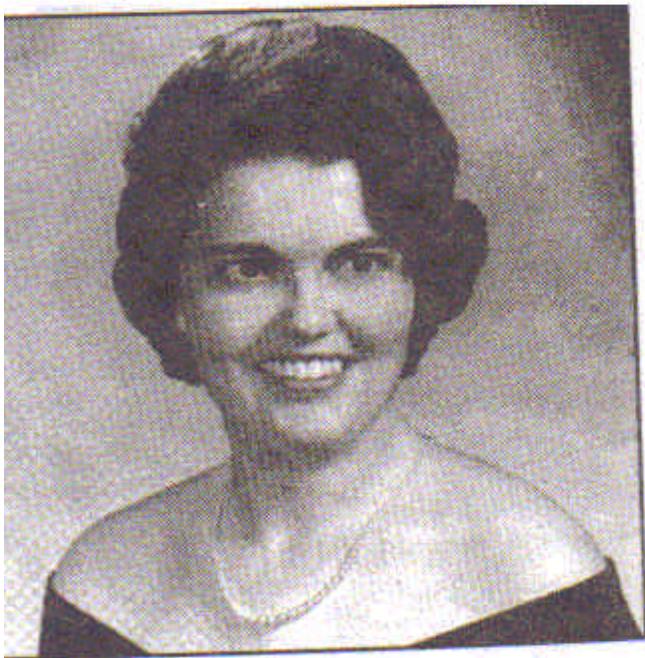
fotografie a/n



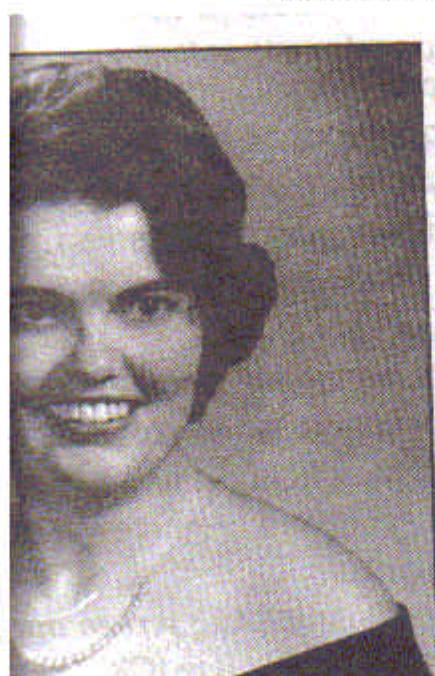
fotografie a/n cu 4 intensitati



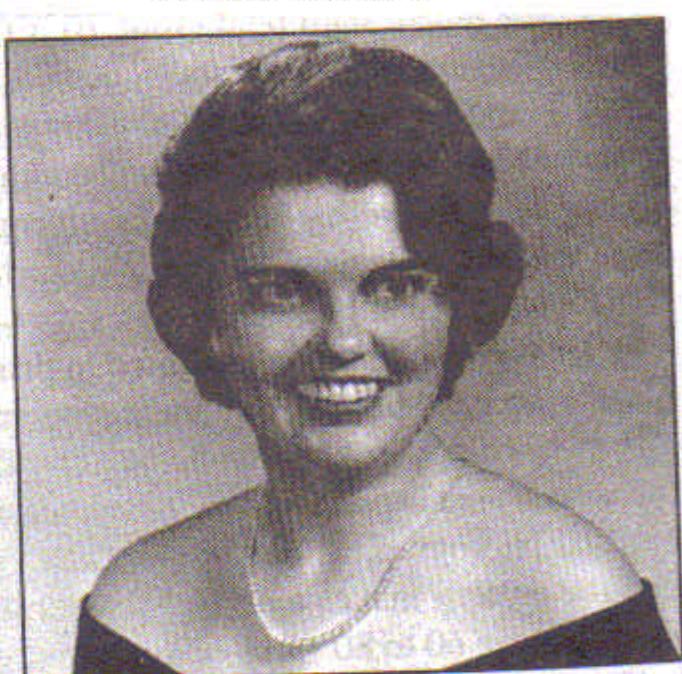
fotografie a/n cu 8 intensitati



fotografie a/n cu 16 intensitati



fotografie a/n cu 32 intensitati



fotografie a/n cu 64 intensitati

Selectarea teoretica a nivelurilor de intensitate

- Probleme
 - Daca dorim sa dispunem de $n+1$ niveluri de intensitate, cum vor fi acestea plasate in $[0, 1]$
 - D.p.d.v. practic, cate niveluri de intensitate sunt suficiente

Cate niveluri de intensitate sunt suficiente ...

	$1/I_0$	n
CRT	50 - 200	400 - 530
hartiefotografică	100	465
hartie A/N	100	465
hartie culori	50	400
ziar A/N	10	234

Lumina acromatica

- Selectarea nivelurilor de intensitate
 - practica

Afisarea intensitatilor

- D.p.d.v. practic : $I_j = r^j \cdot I_0, \quad 0 \leq j \leq n$
 - intensitatea luminii unui CRT depinde de energia undei de electroni care stimuleaza niste particule de fosfor

$$I = k_1 \cdot N^g, \quad k_1, g \text{ constante}, \quad g \in [2.2, 2.5]$$

- N este proportional cu valoarea V a unui pixel

$$I = k \cdot V^g \Leftrightarrow V = \left(\frac{I}{k} \right)^{\frac{1}{g}}$$

Afisarea intensitatilor

- D.p.d.v. practic :
 - Daca se cunoaste intensitatea I a unui pixel atunci valoarea V a acestuia se determina astfel
 - se determina intensitatea I_j cea mai apropiata de I din familia de intensitati
 - se determina V_j cunoscand I_j

$$I = I_j = r^j \cdot I_0 \Rightarrow j = \left[\log_r \left(\frac{I}{I_0} \right) \right] \Rightarrow V_j = \left(\frac{I_j}{k} \right)^{\frac{1}{g}}$$

Lumina acromatica

- Aproximarea mai multor nivale de intensitate

Aproximarea mai multor nivele de intensitate

- Problema
 - Cum putem obtine niveluri de intensitate suplimentare cand avem un numar fixat de biti per pixel (1,2,3, ...)
- Solutie
 - ochiul realizeaza o integrare spatiala
 - autotipie

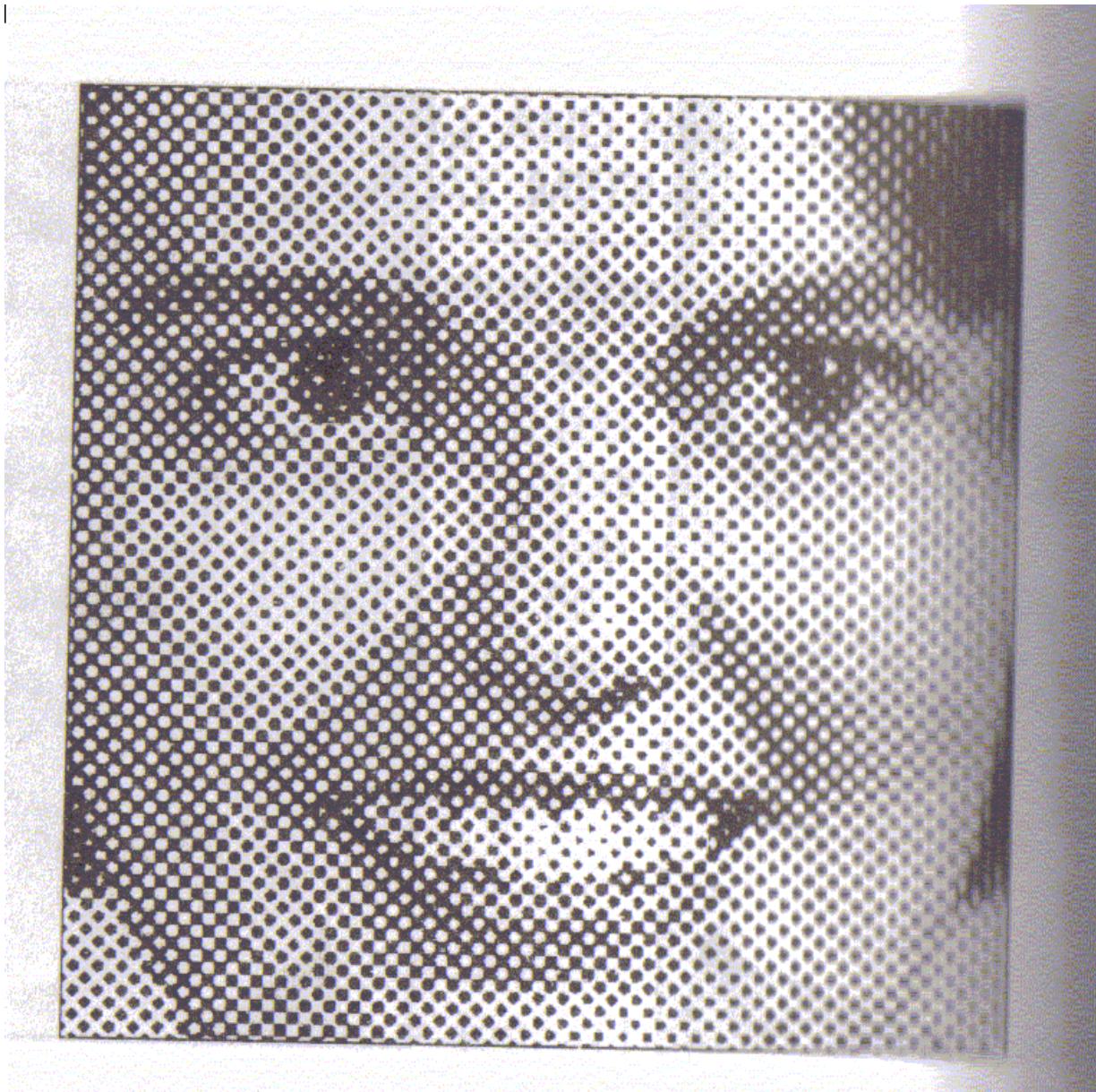
Integrale spațiale



Autotipie

- Aproximarea prin autotipie
- Aproximarea cercurilor de diametre variabile cu zone de pixeli dreptunghiulare

Aproximarea prin autotipie



Aproximarea cercurilor de diametre variabile cu zone de pixeli dreptunghiulare



Plan

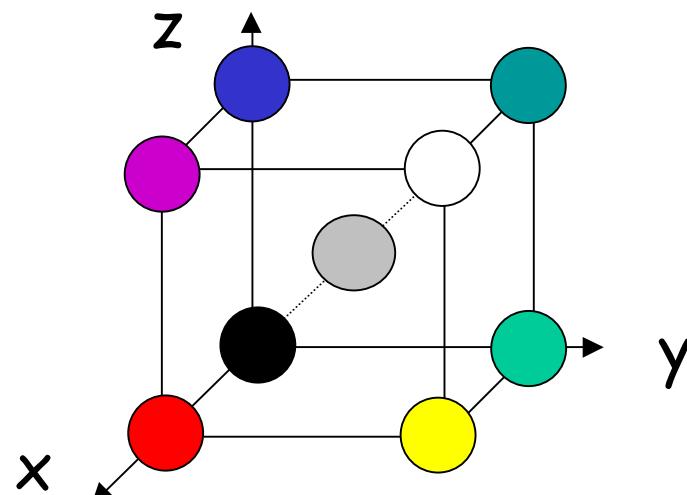
- Lumina acromatica A/N
 - definitie
 - selectarea nivelurilor de intensitate
 - aproximarea nivelurilor de intensitate prin autotipie
- Lumina cromatica
 - definitie
 - modelul artistic
 - modele de culori pentru grafica raster : RGB HSV
 - utilizarea culorii in grafica pe calculator

Lumina cromatica

- Definitie
 - nuanta
 - saturatie
 - luminozitate
- Masurarea culorii
 - modelul Munsell (indexat)
 - modelul artistic : nuante, umbriri, tonuri
 - modele de culori pentru grafica rasteru
 - RGB si HSV

Lumina cromatică

- Masurarea culorii
 - modelul **Red Green Blue**
 - spatiul de culori $[0,1]^3$
 - reprezentarea unei culori : (r,g,b)
 - corespondenta bijectiva



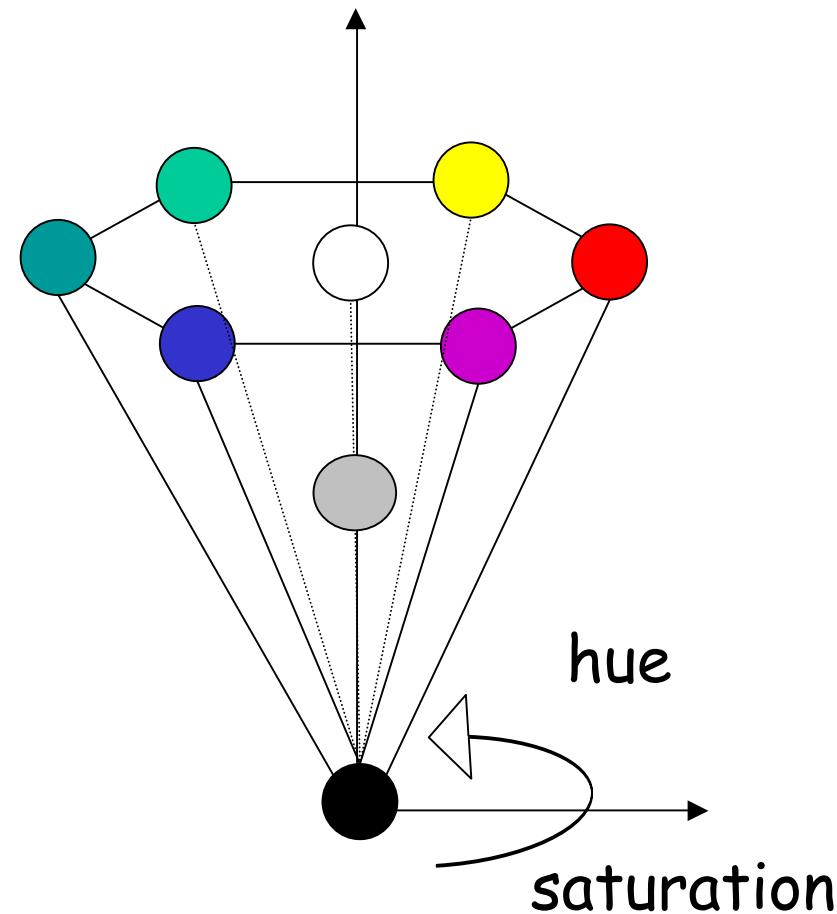
Lumina cromatica

- Masurarea culorii
 - modelul Hue Saturation Value
 - spatiul de culori
 - reprezentarea unei culori : (h,s,v)

Lumina cromatica

value

- Modelul Hue
Saturation
Value



Lumina cromatica

- Corespondenta dintre modelele RGB si HSV
 - proiectie cub RGB
 - conversie RGB in HSV
 - conversie HSV in RGB

hsv2rgb.htm

rgb2hsv.htm

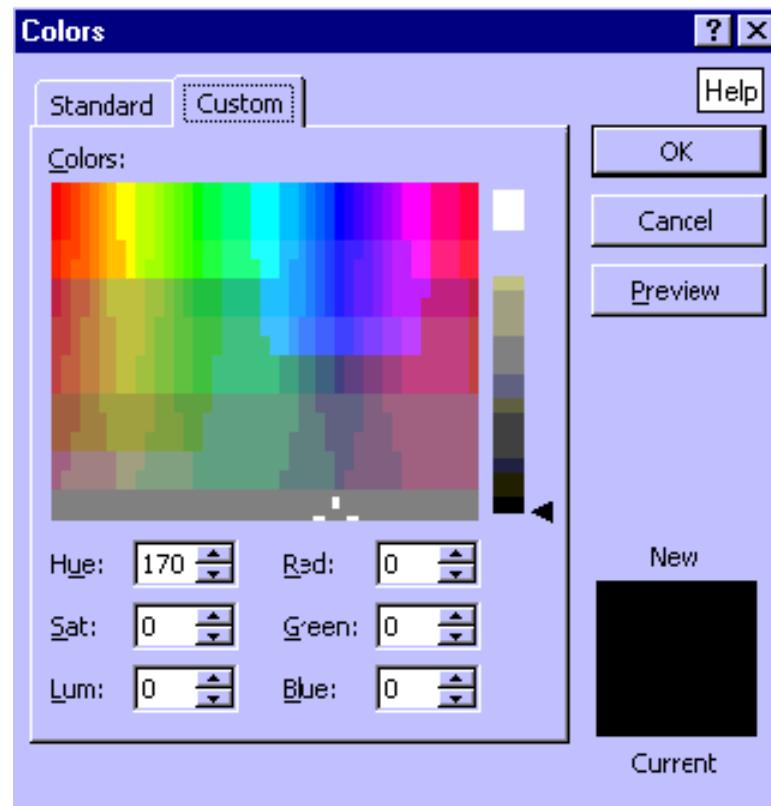
Lumina cromatica

- Specificarea interactiva a culorii
 - modelul indexat
 - modele RGB, HSV

Modelul indexat



Modele RGB, HSV



Lumina cromatica

- Utilizarea culorii in GpC
 - principiu
 - are un scop functional
 - nu are un subinteles
 - reguli de estetica ale culorii
 - selectarea culorilor
 - alegerea aleatoare H, S nerecomandabila
 - selectarea culorilor pentru fundalul unui grafic
 - separarea unei combinatii nearmonioase de culori

Lumina cromatica

- Utilizarea culorii in GpC
 - reguli de estetica ale culorii
 - asocierea de inteleseuri culorilor
 - implice : **atentie**, **eroare**, **corect**
 - importanta : **culoare1**, **culoare2**, **culoare3**, **culoare4**
 - daca aceeasi culoare atunci acelasi cod : **fals !**
 - utilizarea culorii in meniuri, ferestre de dialog, chenare
 - detaliile fine (seg.de dr., text) trebuie sa difere de fundal prin cromaticitate si stralucire

Lumina cromatica

- Utilizarea culorii in GpC
 - reguli de estetica ale culorii
 - combinatii gresite de culori
 - combinatii bune de culori

galben si alb

albastru si negru

rosu si verde

negru pe galben

alb pe albastru

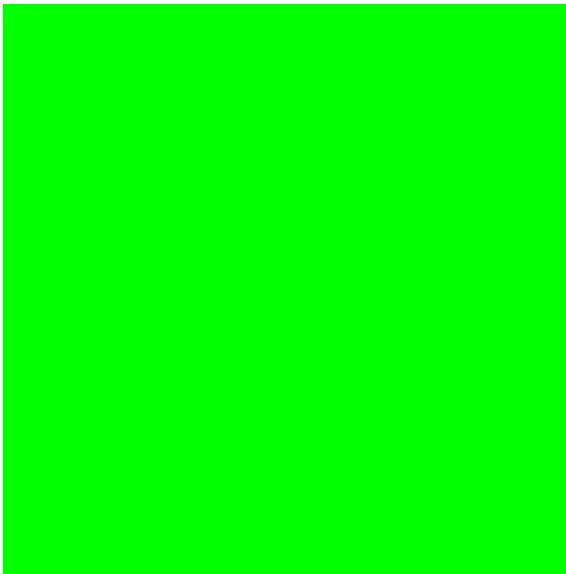
Lumina cromatica

- Utilizarea culorii in GpC
 - reguli de estetica ale culorii
 - ochiul nu distinge f.bine culoarea obiectelor mici deci nu trebuie colorate distinct zone f.mici adiacente
 - culoarea perceputa a unei suprafete este influentata de culorile suprafetelor adiacente



Lumina cromatica

- Utilizarea culorii în GpC
 - reguli de estetica ale culorii
 - culoarea unei suprafețe poate modifica marimea sub care este perceputa de catre ochi



Lumina cromatica

- Utilizarea culorii in GpC
 - reguli de estetica ale culorii
 - nu este recomandabila colorarea unei suprafete mari cu o singura culoare

Lumina cromatica

- Utilizarea culorii in GpC
 - reguli de estetica ale culorii
 - nu este recomandabila colorarea a doua suprafete cu doua culori opuse, de ex. **rosu** si **albastru** (sensatia de apropiere)

Grafica pe calculator

Lucian GHIRVU

Reprezentarea curbelor si suprafetelor

Reprezentarea curbelor si suprafetelor

- Curbe si suprafete **netede**
 - Nu sunt fractali !

$$f : D \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f(x) \in C^{(n)}(D), n \in \mathbb{N}$$

- f este derivabila de n ori pe intreg domeniul de definitie D
- $f^{(n)}(x)$ este continua
- De ce ?
- Necesitate

Reprezentarea curbelor si suprafetelor

- De ce ?
 - Obiecte inherent netede
 - Obiecte CAD
 - Fonturi
 - Desene artisti
 - Traекторia unei camere in animatie
 - Drumuri in spatii de culori

Reprezentarea curbelor si suprafetelor

- Necesitate
 - Modelarea unui obiect pentru care nu exista o descriere matematica iar modelarea prin memorarea coordonatelor tuturor (unui numar suficient) punctelor sale este imposibila
 - Aproximare pe portiuni
 - Plane, sfere, etc.
 - Modelarea iterativa a unui obiect

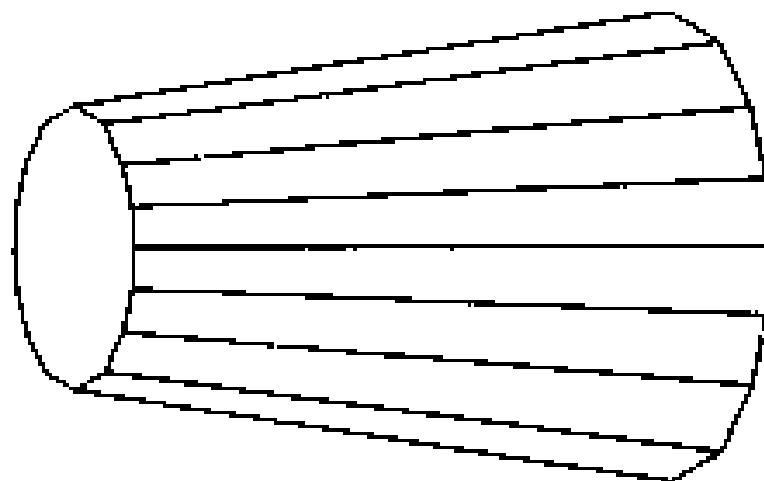
Reprezentarea curbelor si suprafetelor

- Retele de petice poligonale (polygon mesh)
- Curbe parametrice polinomiale (parametric polynomial curves)
 - Curbe parametrice cubice
- Petice de suprafete polinomiale parametrice bivariate (parametric bivariate polynomial surface patches)
 - Suprafete bicubice
- Suprafete cvadrice (quadric surfaces)

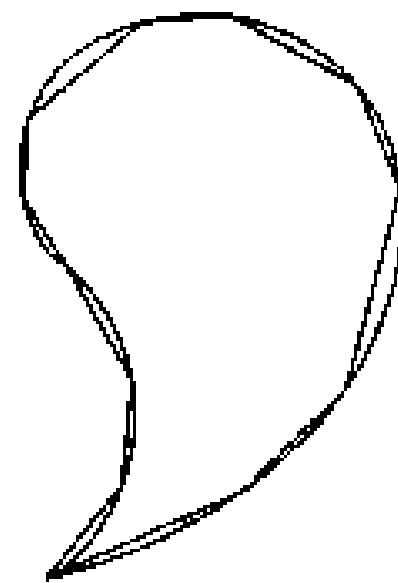
Retele de petice poligonale

- Definitie
 - O multime de suprafete poligonale (planare) marginite, conectate intre ele
- Modelare
 - Exacta
 - Volumele marginite de fete planare
 - Aproximare
 - Obiectele cu suprafete curbe

Retele de petice poligonale



Reprezentarea unui obiect 3D



Sectiune printr-un obiect
avand o forma curba si
reprezentarea sa poligonală

Curbe parametrice polinomiale

- Definitie
 - Puncte pe o curba 3D utilizand 3 polinoame in t

Curbe parametrice polinomiale

$$Q(t) = \begin{pmatrix} x(t) & y(t) & z(t) \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} x(t) = \sum_{k=0}^{n_x} x_k t^k \\ y(t) = \sum_{k=0}^{n_y} y_k t^k, \quad 0 \leq t \leq 1 \\ z(t) = \sum_{k=0}^{n_z} z_k t^k \end{cases}$$

Curbe parametrice polinomiale cubice

$$Q(t) = \begin{pmatrix} x(t) & y(t) & z(t) \end{pmatrix}$$
$$\left\{ \begin{array}{l} x(t) = \sum_{k=0}^{n_x} x_k t^k \\ y(t) = \sum_{k=0}^{n_y} y_k t^k, \quad 0 \leq t \leq 1 \\ z(t) = \sum_{k=0}^{n_z} z_k t^k \end{array} \right. \quad \wedge \quad \left\{ \begin{array}{l} n_x = 3 \\ n_y = 3 \\ n_z = 3 \end{array} \right.$$

Suprafete polinomiale parametrice

- Parametric bivariate polynomial surface patches
- Definitie
 - Puncte pe o suprafata curba utilizand 3 polinoame bivariate in s si t
 - Limitele suprafetei sunt curbe parametrice polinomiale
- Comparatie SPP vs RPP
 - Reprezentare mai eficienta prin SPP decat prin RPP
 - Numar mai mic de petice
 - Algoritmi mai complecsi in cazul SPP in raport cu RPP
 - Descrierea mai complexa d.p.d.v. matematic

Suprafete polinomiale parametrice

$$Q(s, t) = (x(s, t) \quad y(s, t) \quad z(s, t))$$

x, y, z polinoame in s si in t

$$0 \leq s, t \leq 1$$

Suprafete bicubice

$$Q(s, t) = \begin{pmatrix} x(s, t) & y(s, t) & z(s, t) \end{pmatrix}$$

x, y, z polinoame de grad cel mult 3 în s și în t

$$0 \leq s, t \leq 1$$

Suprafete cvadrice

- Suprafete definite implicit printr-o ecuatie de forma $f(x,y,z) = 0$, unde f este un polinom de grad cel mult 2 in x , y si z

$$f(x_1, x_2, x_3) = \sum_{i,j=1}^3 Q_{i,j} x_i x_j + \sum_{i=1}^3 P_i x_i + R$$

$$Q = \begin{pmatrix} a & d & f \\ d & b & e \\ f & e & c \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_{3 \times 3}(\mathbb{R})$$

$$P = (g \quad h \quad i) \in \mathcal{M}_{1 \times 3}(\mathbb{R})$$

$$R \in \mathbb{R}$$

Suprafete cvadrice

- Obiecte modelate exact

- Sfere

$$f(x, y, z) = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2} + \frac{z^2}{a^2} - 1$$

- Elipsoizi

$$f(x, y, z) = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} - 1$$

- Cilindri

- Eliptici

$$f(x, y, z) = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - 1$$

- Circulari

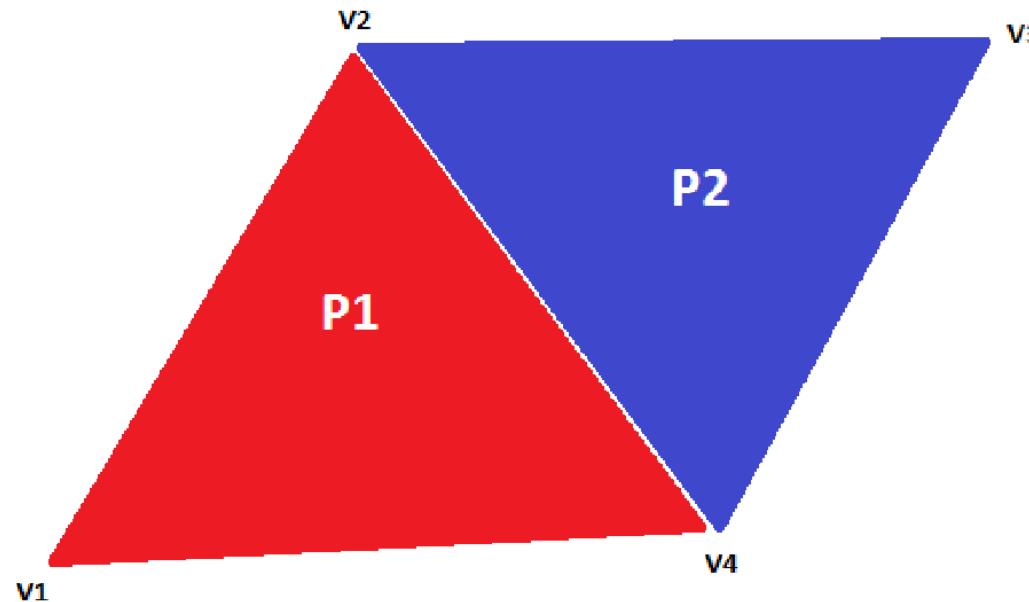
$$f(x, y, z) = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2} - 1$$

Retele de petice poligonale

- Reprezentare
 - Explicită
 - Pointeri la o lista de varfuri
 - Pointeri la o lista de muchii

Retele de petice poligonale

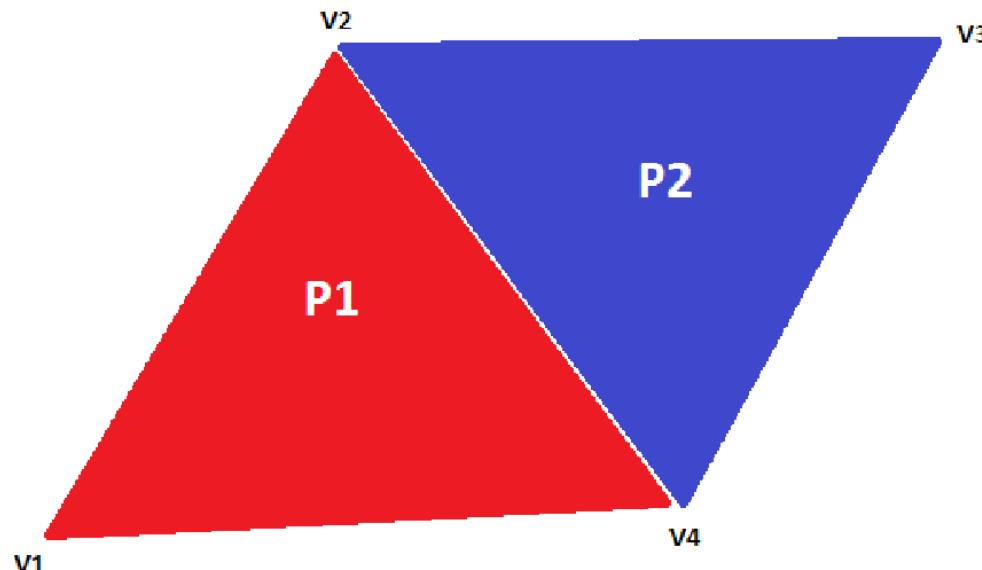
- Reprezentare explicită



$$\begin{aligned}P1 &= (V1(x_1, y_1, z_1), V2(x_2, y_2, z_2), V4(x_4, y_4, z_4)) \\P2 &= (V2(x_2, y_2, z_2), V3(x_3, y_3, z_3), V4(x_4, y_4, z_4))\end{aligned}$$

Retele de petice poligonale

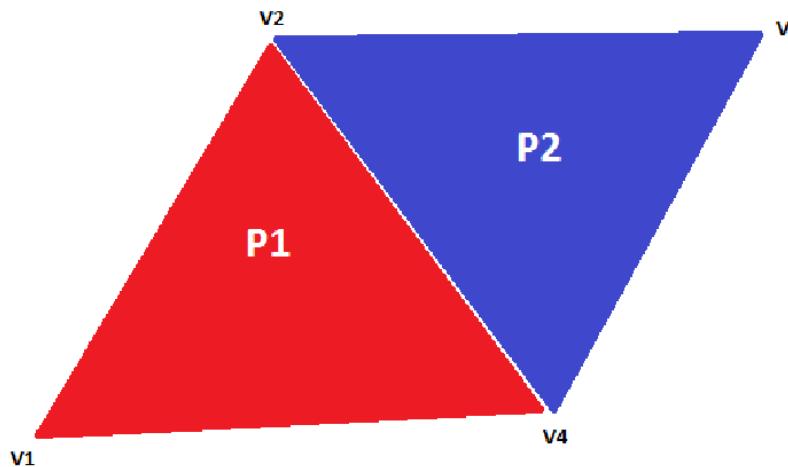
- Reprezentare prin pointeri la o lista de varfuri



$V = (V1(x_1, y_1, z_1), V2(x_2, y_2, z_2), V3(x_3, y_3, z_3), V4(x_4, y_4, z_4))$
 $P1 = (1, 2, 4)$
 $P2 = (2, 3, 4)$

Retele de petice poligonale

- Reprezentare prin pointeri la o lista de muchii



```
V = { V1(x1,y1,z1), V2(x2,y2,z2), V3(x3,y3,z3), V4(x4,y4,z4) }
E = { E1, E2, E3, E4, E5 }
E1 = (V1, V2, P1, NULL)
E2 = (V2, V3, P2, NULL)
E3 = (V3, V4, P2, NULL)
E4 = (V2, V4, P1, P2)
P1 = { 1, 4, 5 }
P2 = { 2, 3, 4 }
```

Retele de petice poligonale

- Consistenta
 - Toate poligoanele sunt inchise
 - Fiecare muchie este utilizata c. putin 1 data si c.mult un nr. fixat de ori
 - La fiecare varf fac referire c. putin 2 muchii
 - Suplimentar:
 - RPP sa fie un graf conex
 - RPP sa fie un graf planar
 - RPP sa nu aiba goluri (sa existe o unica frontiera)

Retele de petice poligonale

- Planaritate
 - Problema: daca un poligon este neplanar (de ex., are 4 varfuri iar unul dintre ele nu se afla in planul determinat de celelalte 3) cum se calculeaza normala poligonului ?

Retele de petice poligonale

- Planaritate

$$\pi : Ax + By + Cz + D = 0$$

$$D = 0 \Leftrightarrow O(0,0,0) \in \pi$$

$$Pp. \quad D \neq 0 \Rightarrow \pi : A'x + B'y + C'z + 1 = 0$$

Retele de petice poligonale

- Planaritate

Normala planului

$$\pi : Ax + By + Cz + 1 = 0$$

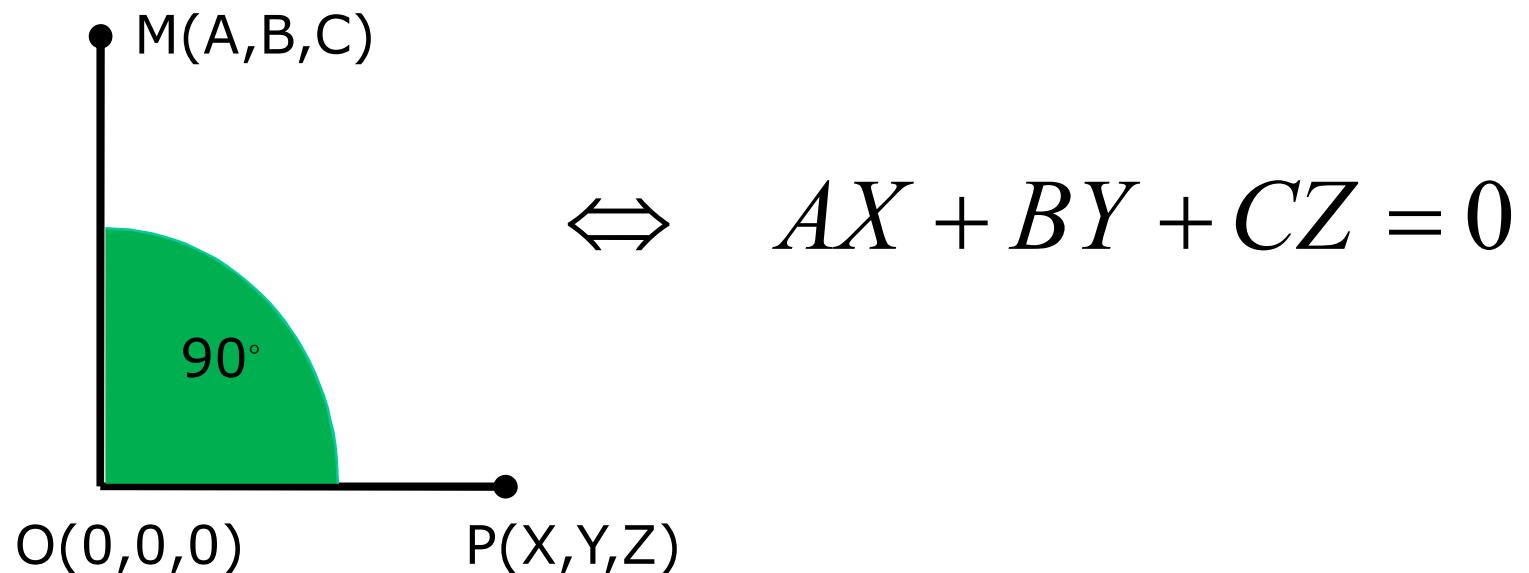
Este

$$N_{\pi} : \frac{A\vec{i} + B\vec{j} + C\vec{k}}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

Si rezulta din: $P1 \wedge P2 \wedge P3$

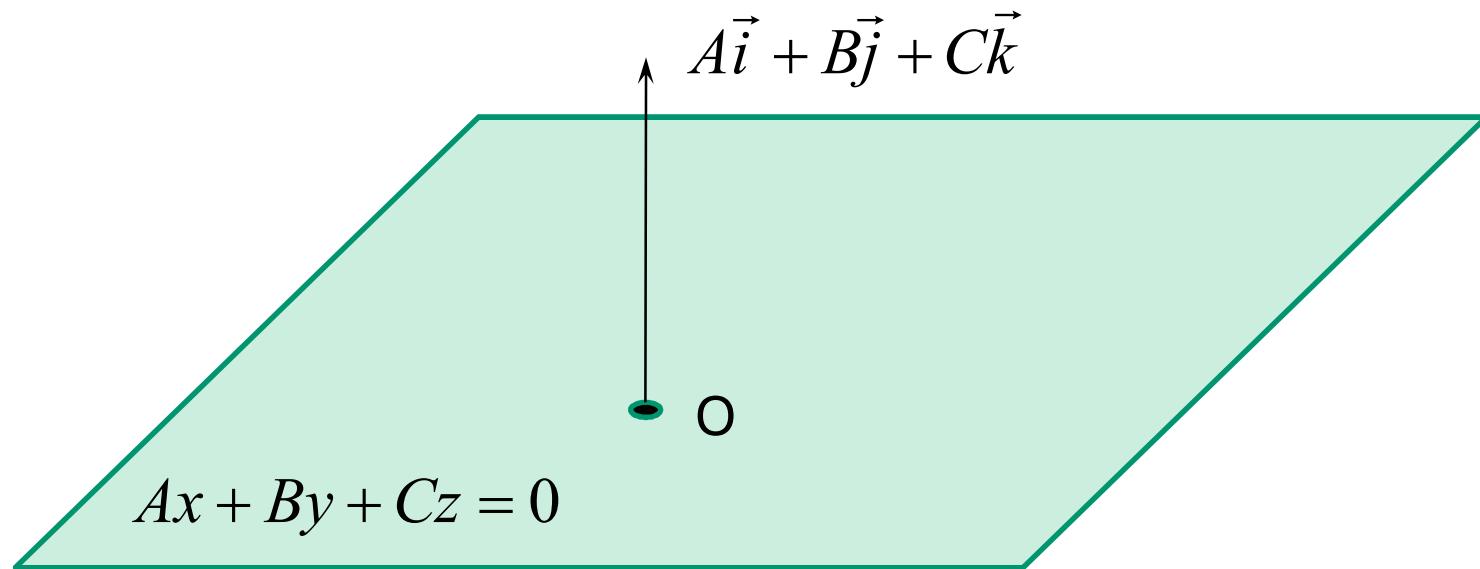
Retele de petice poligonale

- Si rezulta din
 - P1



Retele de petice poligonale

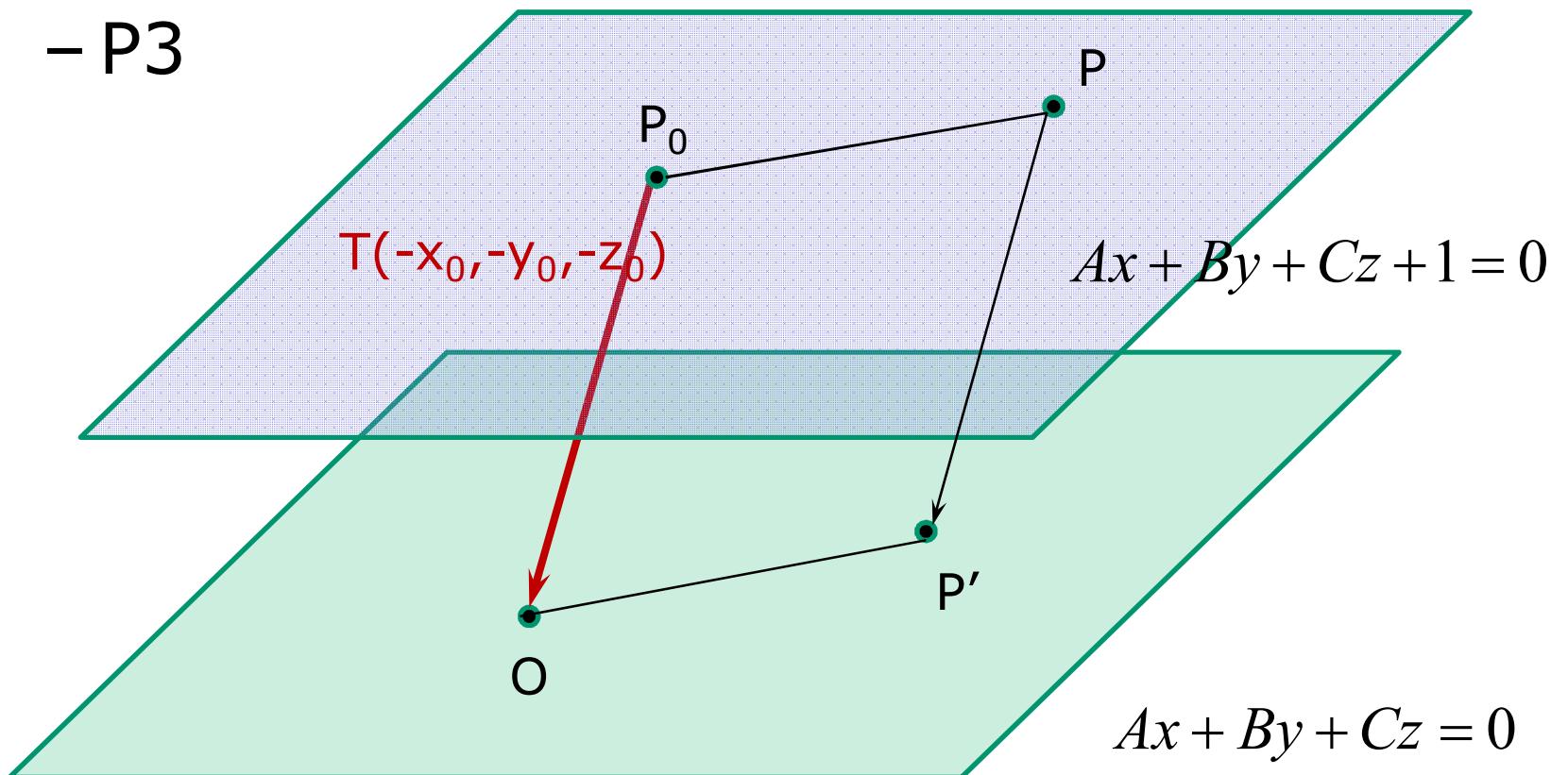
- Si rezulta din
 - P2



Retele de petice poligonale

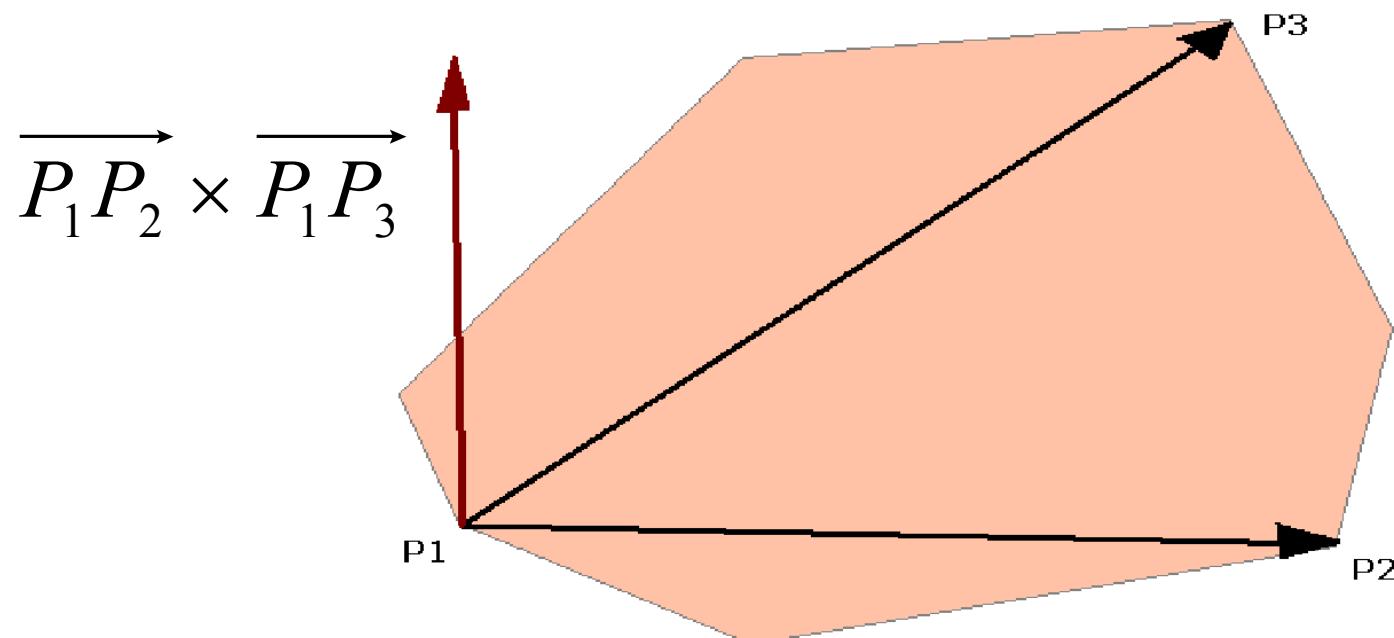
- Si rezulta din

- P3



Retele de petice poligonale

- Calcul normala poligon – metoda 1



Retele de petice poligonale

- Calcul normala poligon – metoda 2

$$A = \frac{1}{2} \cdot \sum_{i=1}^n (z_i + z_{i \oplus 1}) \cdot (y_{i \oplus 1} - y_i)$$

$$B = \frac{1}{2} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i + x_{i \oplus 1}) \cdot (z_{i \oplus 1} - z_i)$$

$$C = \frac{1}{2} \cdot \sum_{i=1}^n (y_i + y_{i \oplus 1}) \cdot (x_{i \oplus 1} - x_i)$$

$$a \oplus 1 = \begin{cases} a + 1 & , \quad 1 \leq a < n \\ 1 & , \quad a = n \end{cases}$$

Retele de petice poligonale

- Masura neplanaritatii poligonului
Distanta dintre $M_0(x_0, y_0, z_0)$ la planul

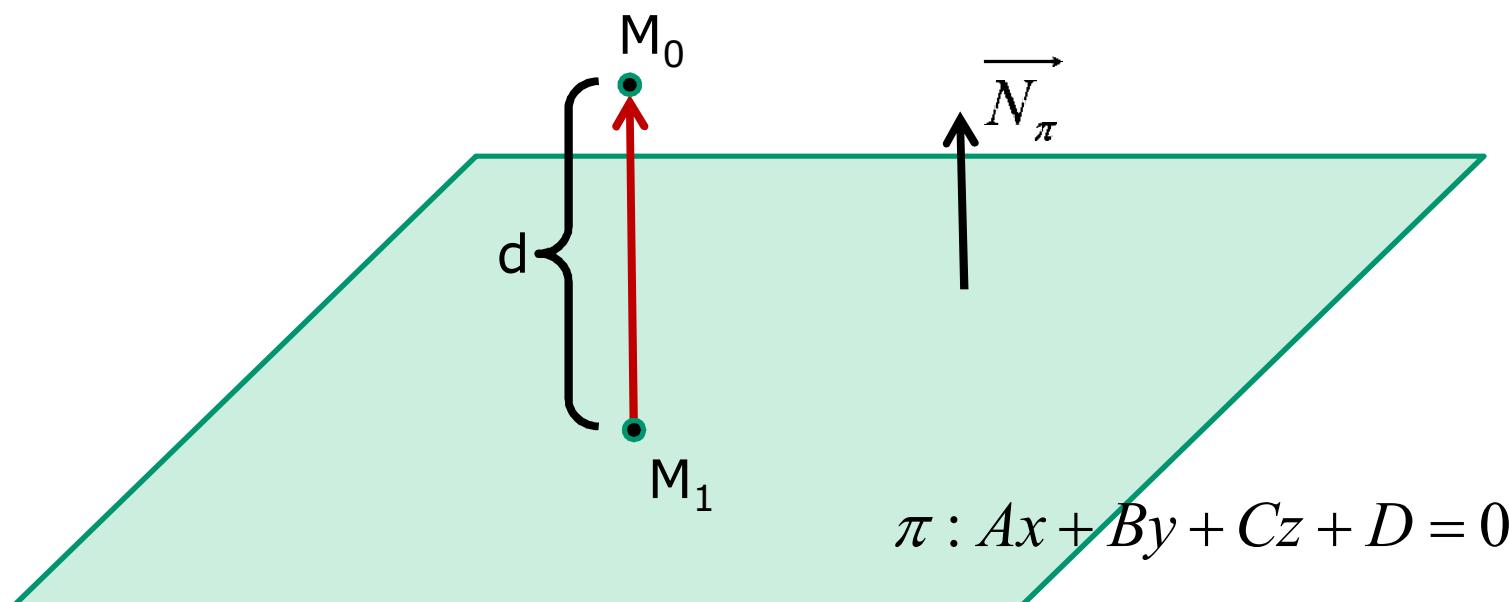
$$\pi : Ax + By + Cz + D = 0$$

este

$$d = \frac{Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

Retele de petice poligonale

- Masura neplanaritatii poligonului



Curbe parametrice polinomiale cubice

Definitie

$$Q(t) = \begin{pmatrix} x(t) & y(t) & z(t) \end{pmatrix}$$

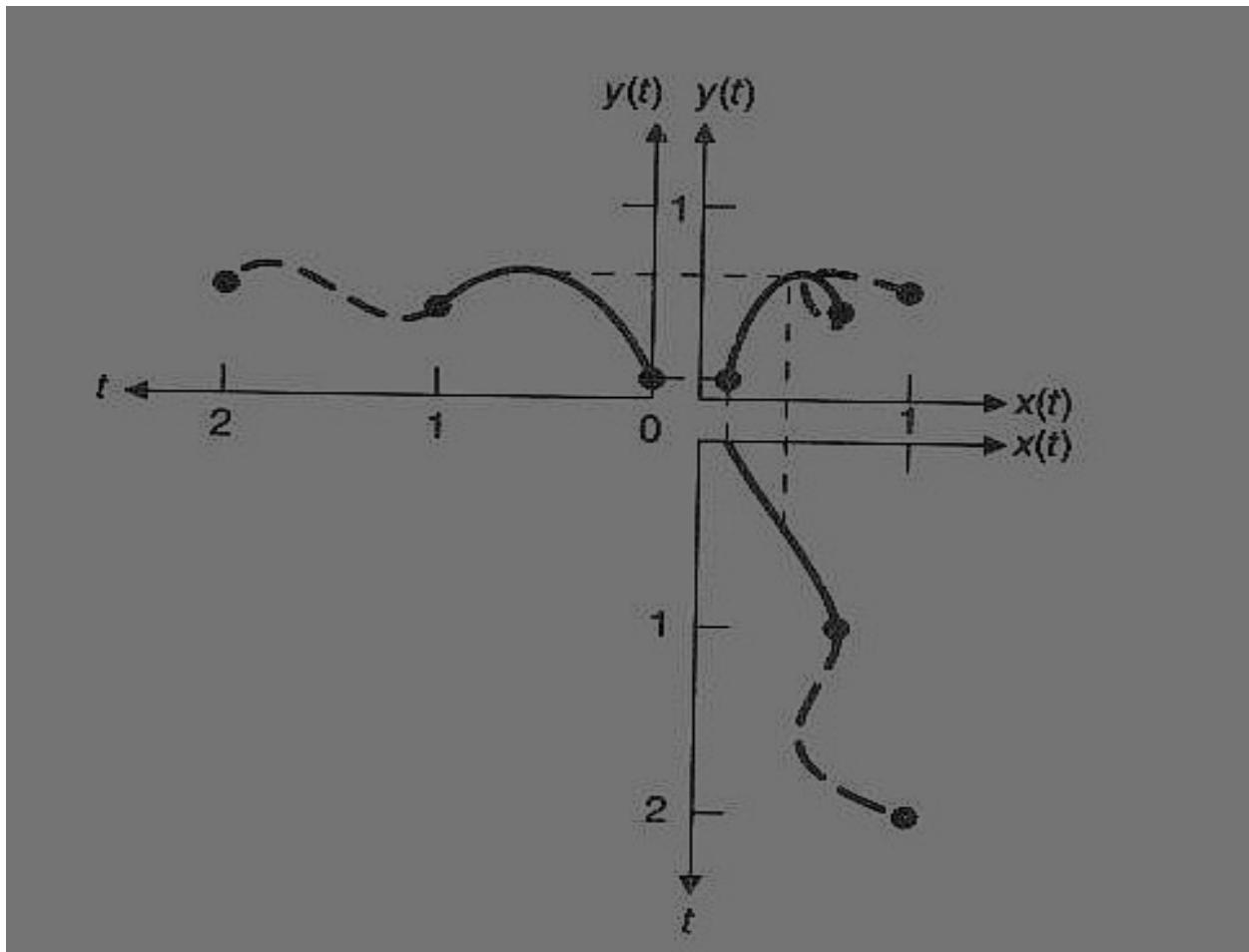
$$\begin{cases} x(t) = a_x t^3 + b_x t^2 + c_x t + d_x \\ y(t) = a_y t^3 + b_y t^2 + c_y t + d_y, \quad 0 \leq t \leq 1 \\ z(t) = a_z t^3 + b_z t^2 + c_z t + d_z \end{cases}$$

$$Q(t) = T \cdot C$$

$$T = \begin{pmatrix} t^3 & t^2 & t & 1 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ c_x & c_y & c_z \\ d_x & d_y & d_z \end{pmatrix}$$

Două segmente de curbe parametrice 2D și polinoamele care le definesc. Linia punctată intre graficele (x,y) și $x(t)$, $y(t)$ arată corespondența dintre punctele de pe curba (x,y) și polinoamele cubice care le definesc : $x = x(t)$, $y = y(t)$.



Curbe parametrice polinomiale cubice

Vectorul parametric tangent

$$\begin{aligned}Q'(t) &= \frac{d}{dt} Q(t) = \left(\frac{d}{dt} x(t) \quad \frac{d}{dt} y(t) \quad \frac{d}{dt} z(t) \right) \\&= \frac{d}{dt} T \cdot C = \begin{pmatrix} 3t^2 & 2t & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot C \\&= \begin{pmatrix} 3a_x t^2 + 2b_x t + c_x \\ 3a_y t^2 + 2b_y t + c_y \\ 3a_z t^2 + 2b_z t + c_z \end{pmatrix}\end{aligned}$$

Continuitatea in punctul de contact

- Deoarece un segment de curba polinomiala cubica este continuu (cele 3 componente fiind polinoame) ne intereseaza continuitatea in punctul de contact a doua segmente de curba.

Continuitatea in punctul de contact

- Deoarece un segment de curba polinomiala cubica este continuu (cele 3 componente fiind polinoame) ne intereseaza continuitatea in punctul de contact a doua segmente de curba.
- Tipuri de continuitate
 - Continuitatea geometrica (G-continuitatea)
 - C-continuitatea

Continuitate geometrica G-continuitate

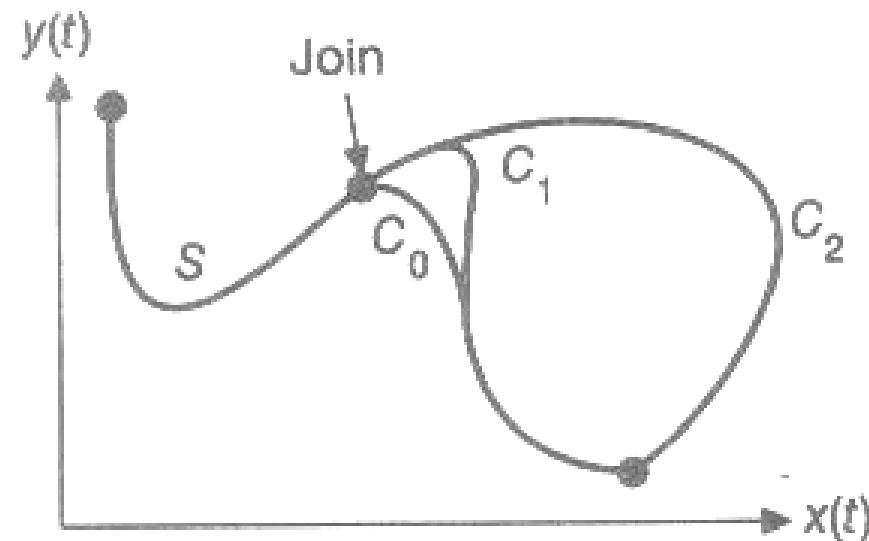
- 2 segmente de curba parametrica Q_1 si Q_2 sunt **G^0 -continue** daca se unesc intr-o extremitate ($Q_1(1) = Q_2(0)$ sau $Q_1(0) = Q_2(1)$).
- 2 segmente de curba parametrica Q_1 si Q_2 sunt **G^1 -continue** daca sunt G^0 -continue si in punctul de contact cele 2 segmente de curba au aceeasi tangenta geometrica.

C-continuitatea

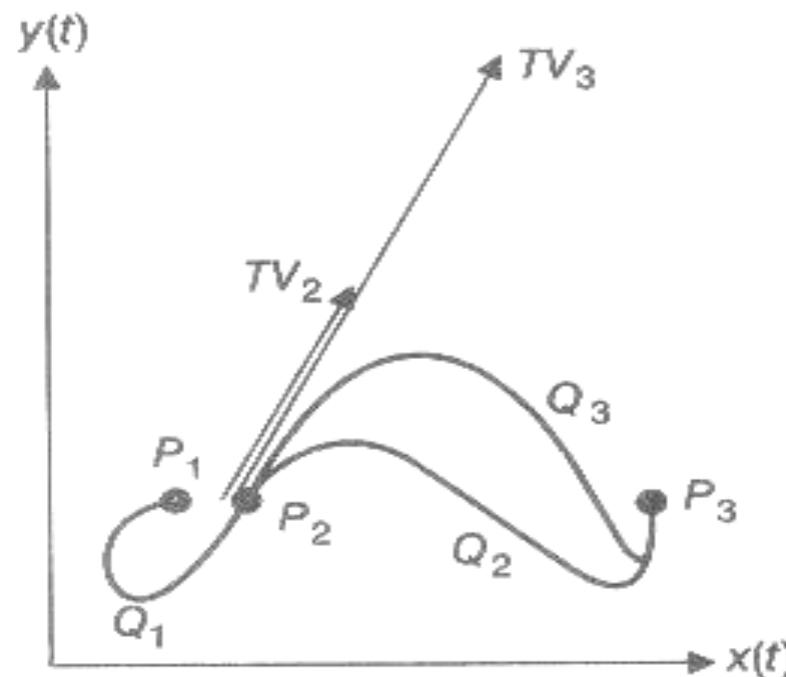
- 2 segmente de curba parametrica Q_1 si Q_2 sunt **C^1 -continue** daca in punctul de contact vectorii parametrici tangenti la cele 2 segmente de curba sunt egali (aceeasi directie, sens, marime): $Q_1'(1) = Q_2'(0)$.
- 2 segmente de curba parametrica Q_1 si Q_2 sunt **C^n -continue** daca

$$Q_1^{(n)}(1) = Q_2^{(n)}(0), \quad \text{unde } Q^{(n)}(t) = \frac{d^n}{dt^n}[Q(t)]$$

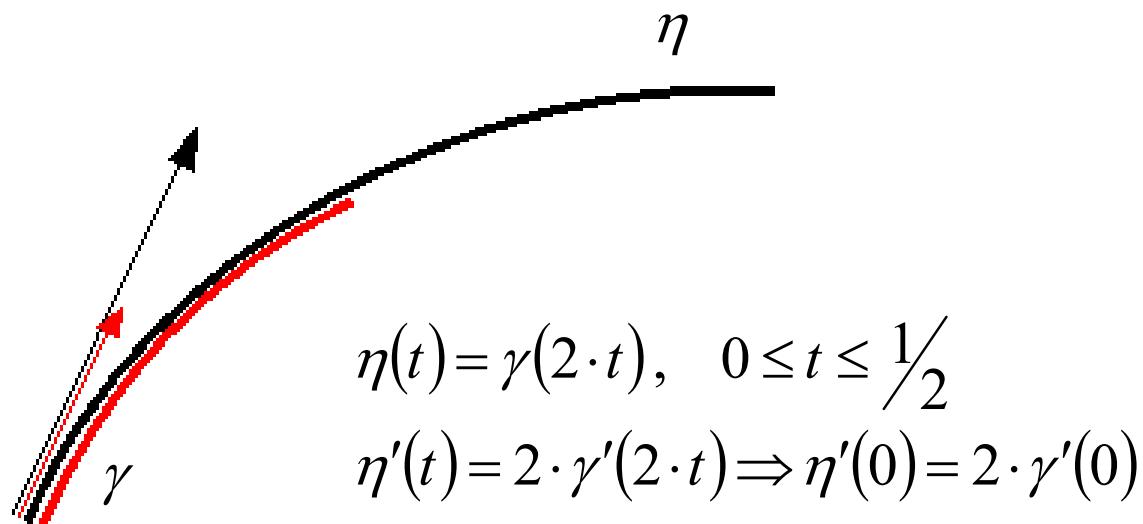
Punct de contact (join) cu continuitate C^0 , C^1 , C^2



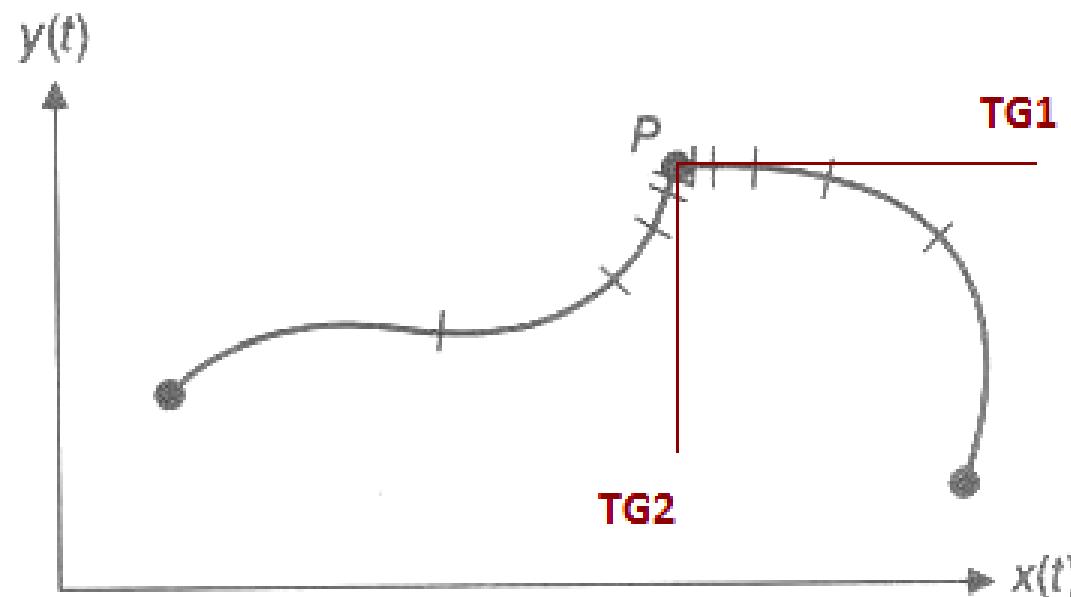
Continuitatea G^1 nu implica continuitatea C^1 . Segmentele de curba Q_1 , Q_2 si Q_3 se unesc in P_2 . Q_1 si Q_2 au vectori tangenti egali (deci sunt continue G^1 si C^1 in punctul de contact). Q_1 si Q_3 au vectori tangenti in aceeasi directie dar $TV_3 = 2 TV_2$ (si deci sunt doar continue G^1 in punctul de contact).



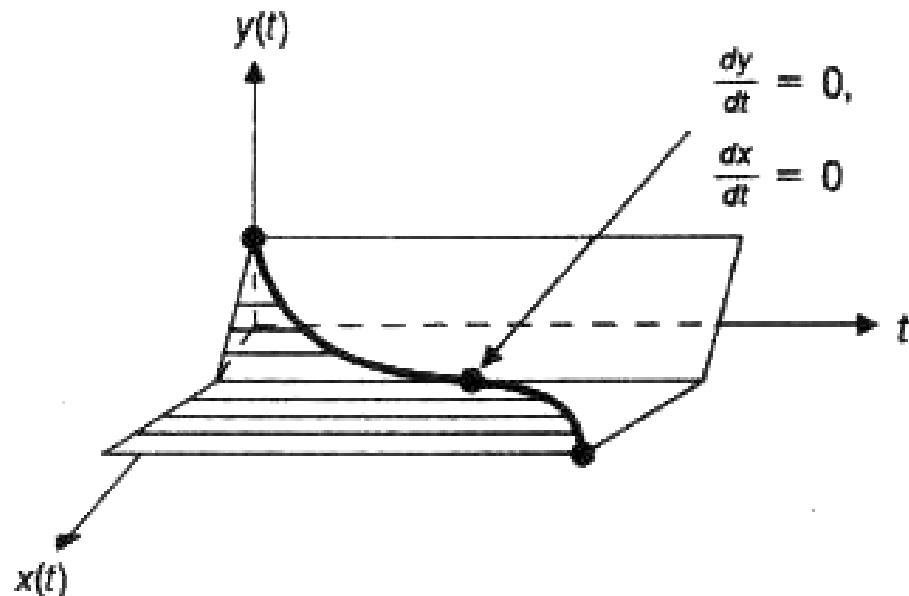
Continuitatea G^1 nu implica continuitatea C^1 .



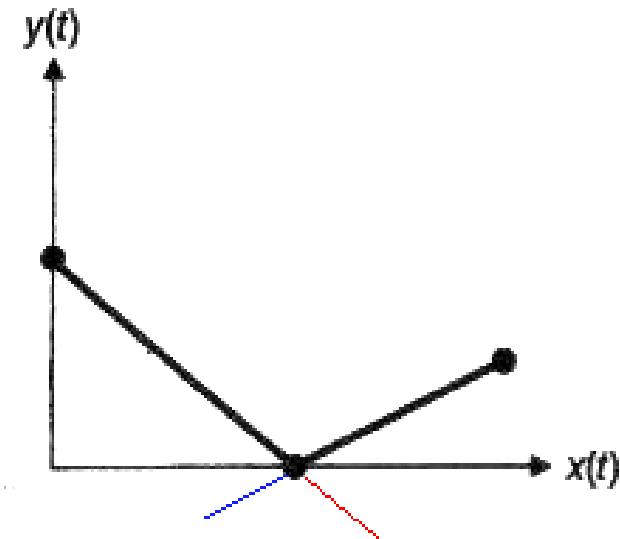
Continuitatea C^1 implica, **in general**, continuitatea G^1 , cu exceptia cazului cand $Q'(t) = 0$. Avem C^1 dar nu G^1 . Vectorul tangent (viteza parametrica de-a lungul curbei) este 0 in punctul de contact. Marcajele indica intervale egale de timp, deci pe masura ce ne apropiem, pe curba, de P viteza scade catre 0 si apoi creste din nou plecand de la 0.



Continuitatea C^1 implica, **in general**, pe cea G^1 . Un caz in care nu implica: in punctul de contact vitezele parametrice sunt 0 ($= dy / dt = dx / dt$). Se poate observa ca in punctul de contact curba este \parallel cu axa t si deci nu exista nici o schimbare in x sau in y. In punctul de contact curbele parametrice sunt continue C^1 dar nu sunt continue G^1 .



O curba parametrica cubica 2D in spatiul (x, y, t)



Aceeasi curba parametrica cubica 2D in spatiul 2D $(x(t), y(t))$

Curbe parametrice polinomiale cubice

Constrangeri

- Pentru determinarea coeficientilor C , in cazul curbelor parametrice polinomiale cubice, avem nevoie de **12** constrangeri (pentru putea formula 3 sisteme a cate 4 ecuatii cu 4 necunoscute)
- Constrangerile pot fi
 - $Q(0), Q(1), Q'(0), Q'(1)$ pentru curbele Hermite
 - $Q(0), Q(1)$ si alte 2 puncte de control pentru curbele Bézier

Curbe parametrice polinomiale cubice

$$Q(t) = T \cdot C = T \cdot M \cdot G = B \cdot G$$

$M = \left(m_{ij} \right)_{\substack{1 \leq i \leq 4 \\ 1 \leq j \leq 4}} \in M_{4 \times 4}(\mathbf{R})$ matricea de baza

$G \in M_{4 \times 3}(\mathbf{R})$ vectorul geometric (geometry vector)

$$G = \begin{pmatrix} g_{1x} & g_{1y} & g_{1z} \\ g_{2x} & g_{2y} & g_{2z} \\ g_{3x} & g_{3y} & g_{3z} \\ g_{4x} & g_{4y} & g_{4z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G_1 \\ G_2 \\ G_3 \\ G_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G_x & G_y & G_z \end{pmatrix}$$

$B \in M_{1 \times 4}(\mathbf{R})$ functii de amestecare (blending functions)

Curbe parametrice polinomiale cubice

$$Q(t) =$$

$$T \cdot M \cdot G =$$

$$(t^3 \quad t^2 \quad t \quad 1) \cdot \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & m_{14} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} & m_{24} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} & m_{34} \\ m_{41} & m_{42} & m_{43} & m_{44} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} G_1 \\ G_2 \\ G_3 \\ G_4 \end{pmatrix} =$$

$$\sum_{j=1}^4 \left(\sum_{i=1}^4 m_{ij} \cdot t^{4-i} \right) \cdot G_j$$

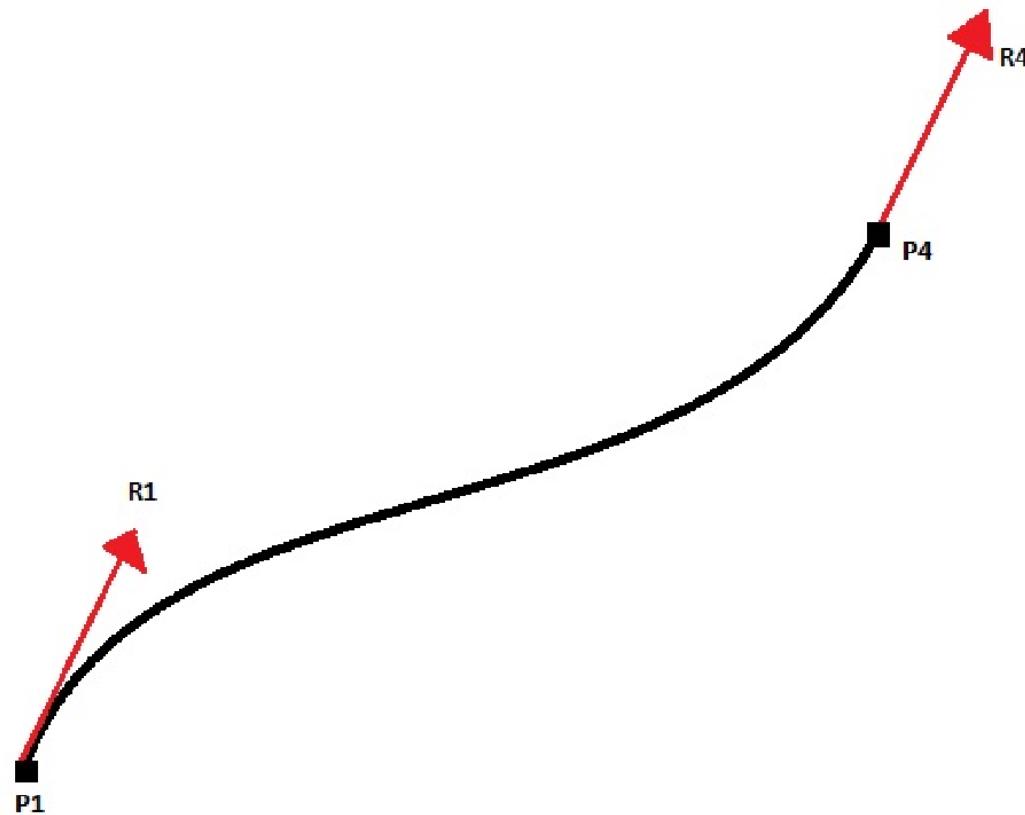
Curbe Hermite

$$Q(t) = T \cdot M_H \cdot G_H$$

$$G_H = \begin{pmatrix} P_1 \\ P_4 \\ R_1 \\ R_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Q(0) \\ Q(1) \\ Q'(0) \\ Q'(1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot M_H \cdot G_H \Rightarrow$$

$$M_H = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 1 & 1 \\ -3 & 3 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Curbe Hermite

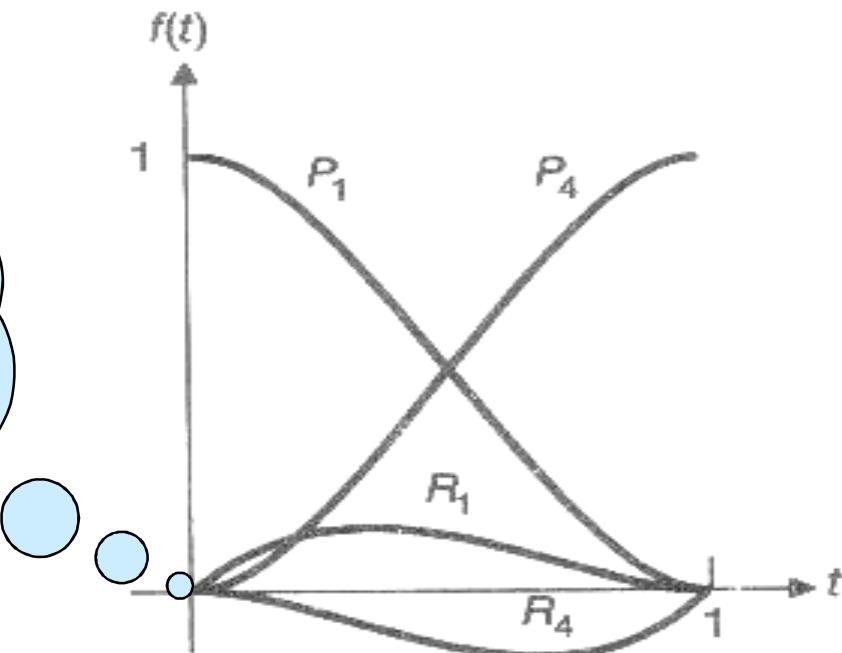


Curbe Hermite functiile de amestecare

$$B_H = T \cdot M_H = \begin{pmatrix} 2t^3 - 3t^2 + 1 \\ -2t^3 + 3t^2 \\ t^3 - 2t^2 + t \\ t^3 - t^2 \end{pmatrix}$$

Curbe Hermite functiile de amestecare

La $t = 0$ doar
 P_1 afecteaza
graficul curbei
Hermite

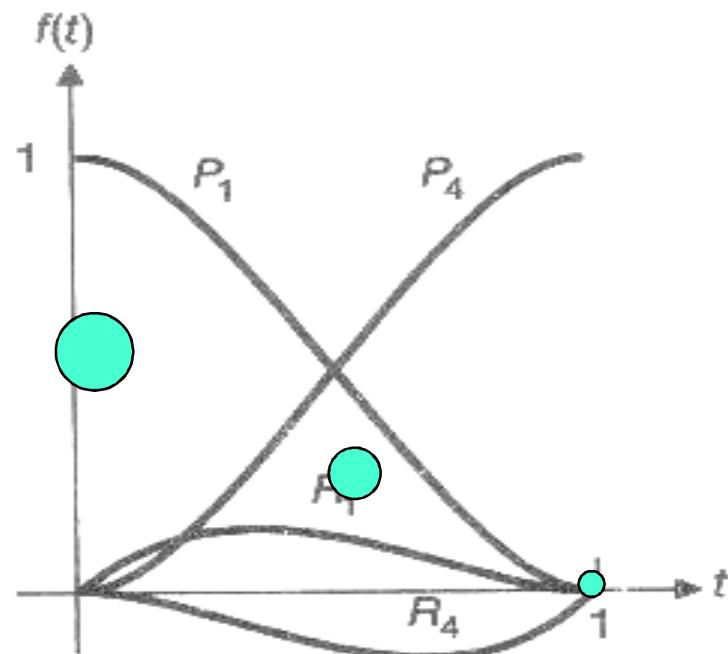


$$Q(t) = B_H \cdot G_H \Rightarrow$$

$$Q(t) = (2t^3 - 3t^2 + 1) \cdot P_1 + (-2t^3 + 3t^2) \cdot P_4 + (t^3 - 2t^2 + t) \cdot R_1 + (t^3 - t^2) \cdot R_4$$

Curbe Hermite functiile de amestecare

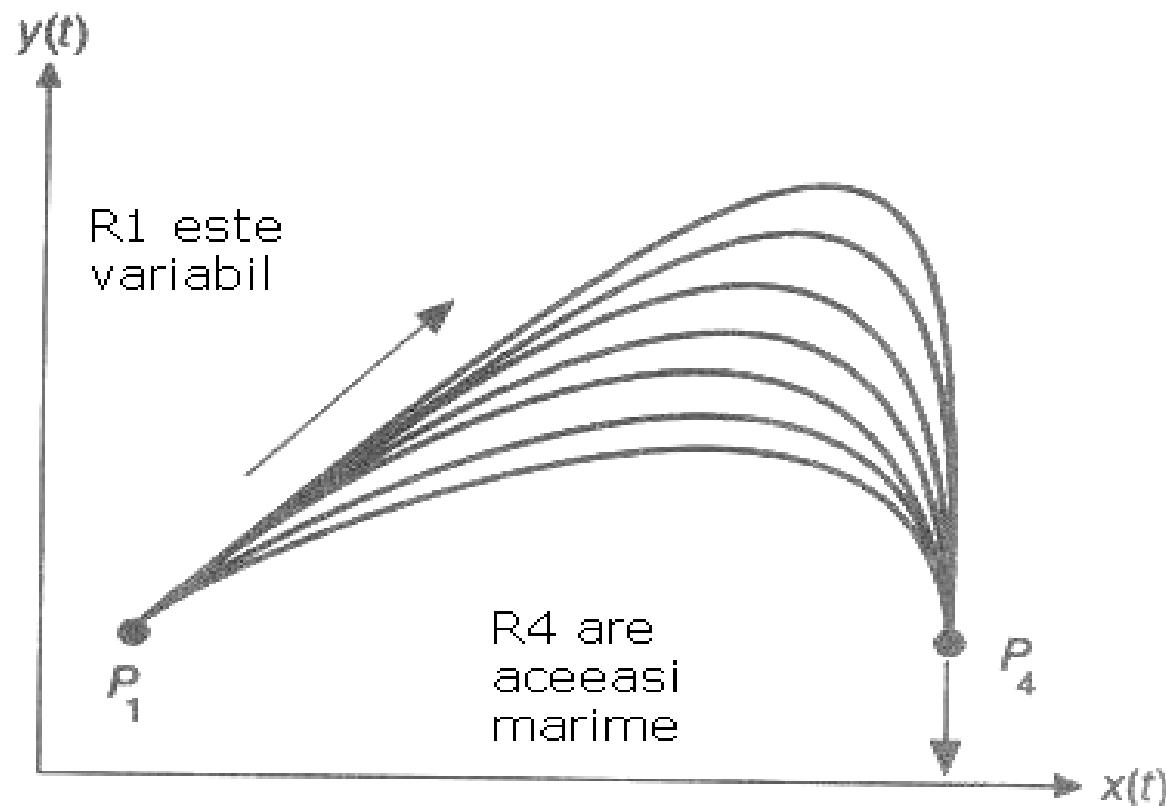
La $t = 1$ doar
 P_4 afecteaza
graficul curbei
Hermite



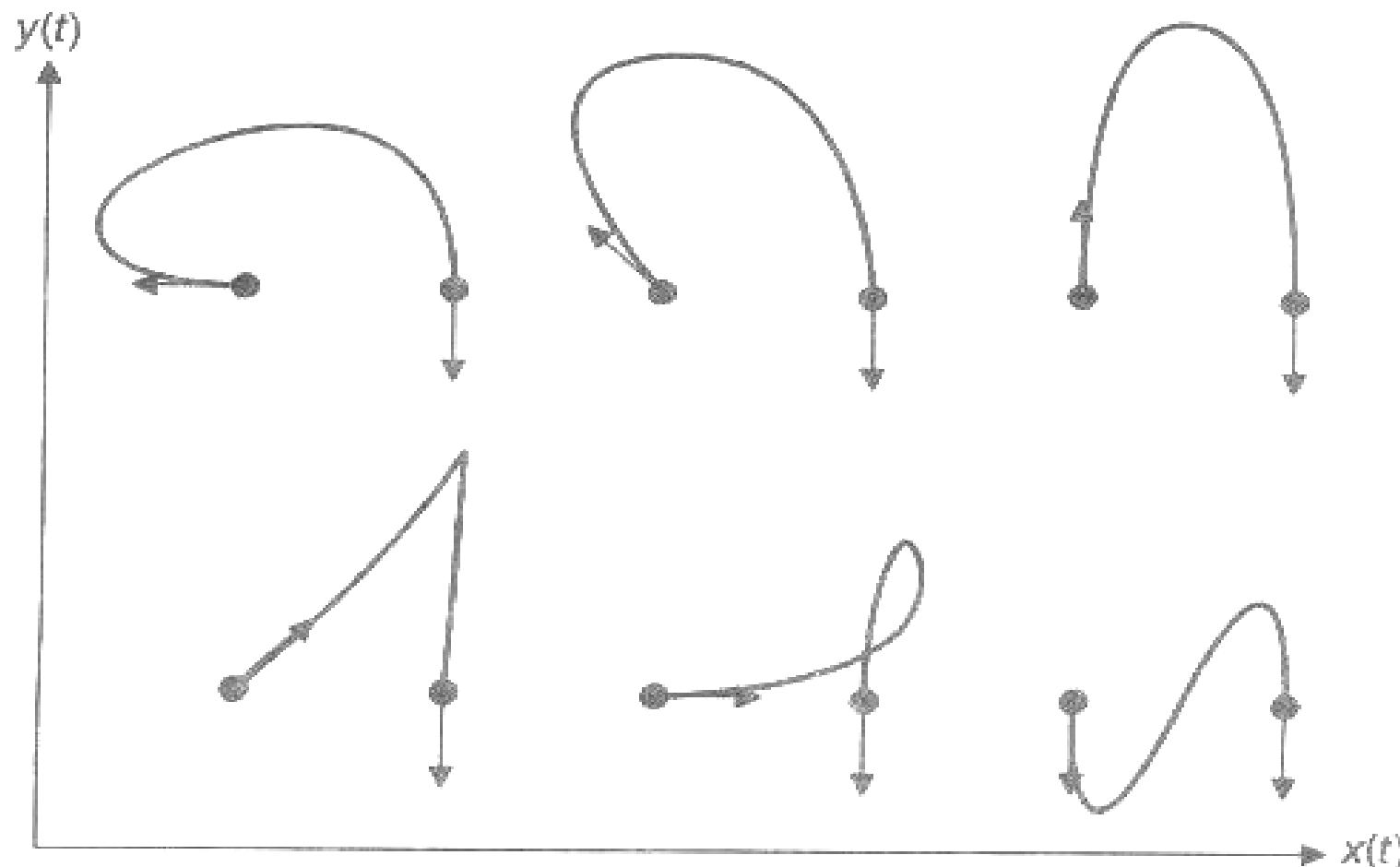
$$Q(t) = B_H \cdot G_H \Rightarrow$$

$$Q(t) = (2t^3 - 3t^2 + 1) \cdot P_1 + (-2t^3 + 3t^2) \cdot P_4 + (t^3 - 2t^2 + t) \cdot R_1 + (t^3 - t^2) \cdot R_4$$

O familie de curbe Hermite (care variaza prin lungimea lui R1)



O familie de curbe Hermite (care variaza prin directia lui R1)



Curbe Hermite

desenareHermite.cpp

Curbe Bézier

- O curba Bézier $Q(t)$ este specificata prin intermediul a 4 puncte de control : P_1, P_2, P_3, P_4 .
 - P_1, P_4 sunt extremitatile segmentului de curba $Q(0)$ si $Q(1)$
 - P_2, P_3 sunt doua puncte de control care nu apartin curbei Bézier. Prin intermediul acestor puncte sunt specificati vectorii tangenti $Q'(0)$ si $Q'(1)$: o curba Bézier cu vectorul geometric $t(P_1 P_2 P_3 P_4)$ este o curba Hermite avand vectorul geometric $t(P_1 P_4 R_1 R_4)$, unde
 $R_1 = Q'(0) = 3 * P_1P_2$ si
 $R_4 = Q'(1) = 3 * P_3P_4$
- $Q(t) = T * M_B * G_B$
- Vectorul geometric G_H se obtine pe baza G_B

Curbe Bézier

- $Q(t) = T * M_B * G_B$
- Vectorul geometric G_H se obtine pe baza G_B :
 $G_H = M_{HB} * G_B$
- $Q(t) = T * M_H * G_H = T * M_H * M_{HB} * G_B =$
 $T * M_B * G_B = B_B * G_B =$
 $B(0,3) * P1 + B(1,3) * P2 + B(2,3) * P3 + B(3,3) * P4$
- $B(i,n)$ sunt polinoame Bernstein

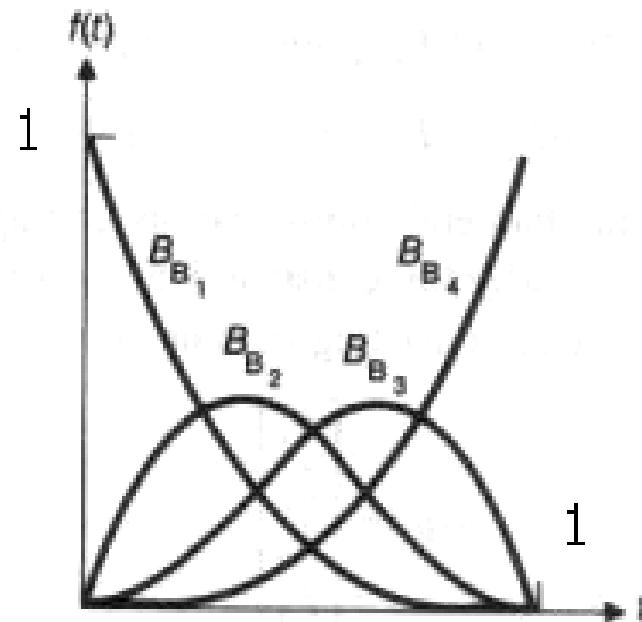
Curbe Bézier polinoame Bernstein

$$B(i,n) = C_n^i \cdot t^i \cdot (1-t)^{n-i}$$

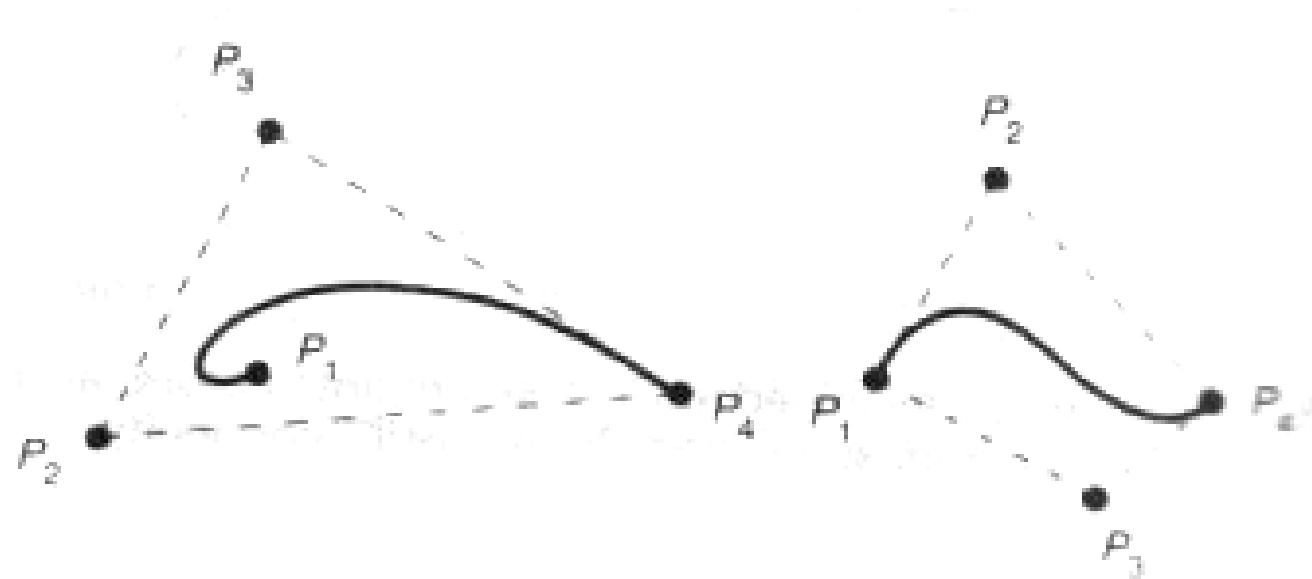
$$\sum_{i=0}^n B(i,n) = 1$$

$$(\forall 0 \leq i \leq n)(B(i,n) \geq 0)$$

Polinoame Bernstein – functii de ponderare pentru curbele Bezier

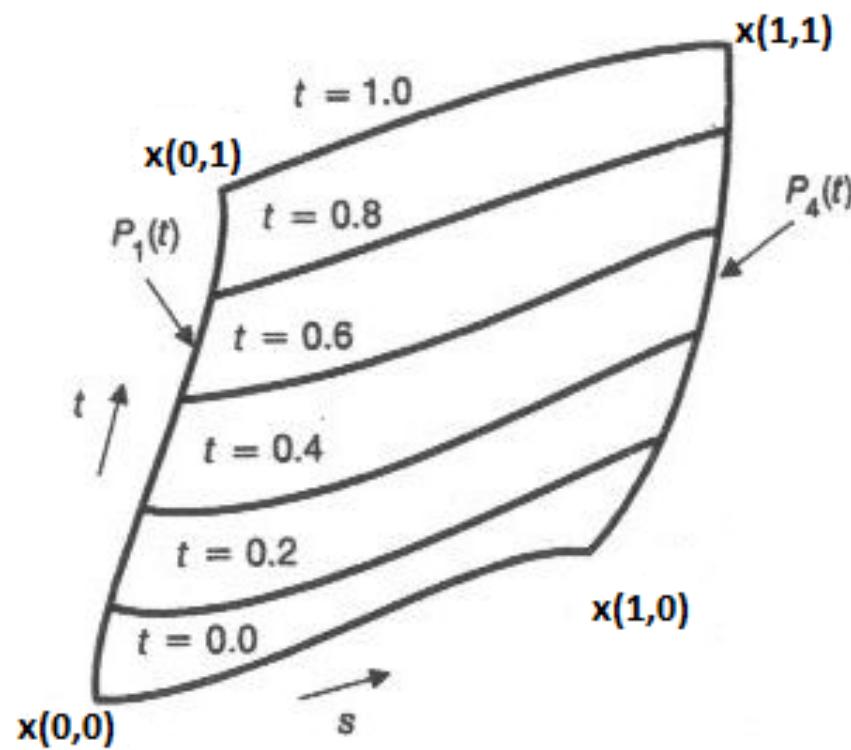


Doua curbe Bezier si punctele lor de control. Remarcati ca sunt complet incluse in infasuratoarea convexa a celor 4 puncte de control.

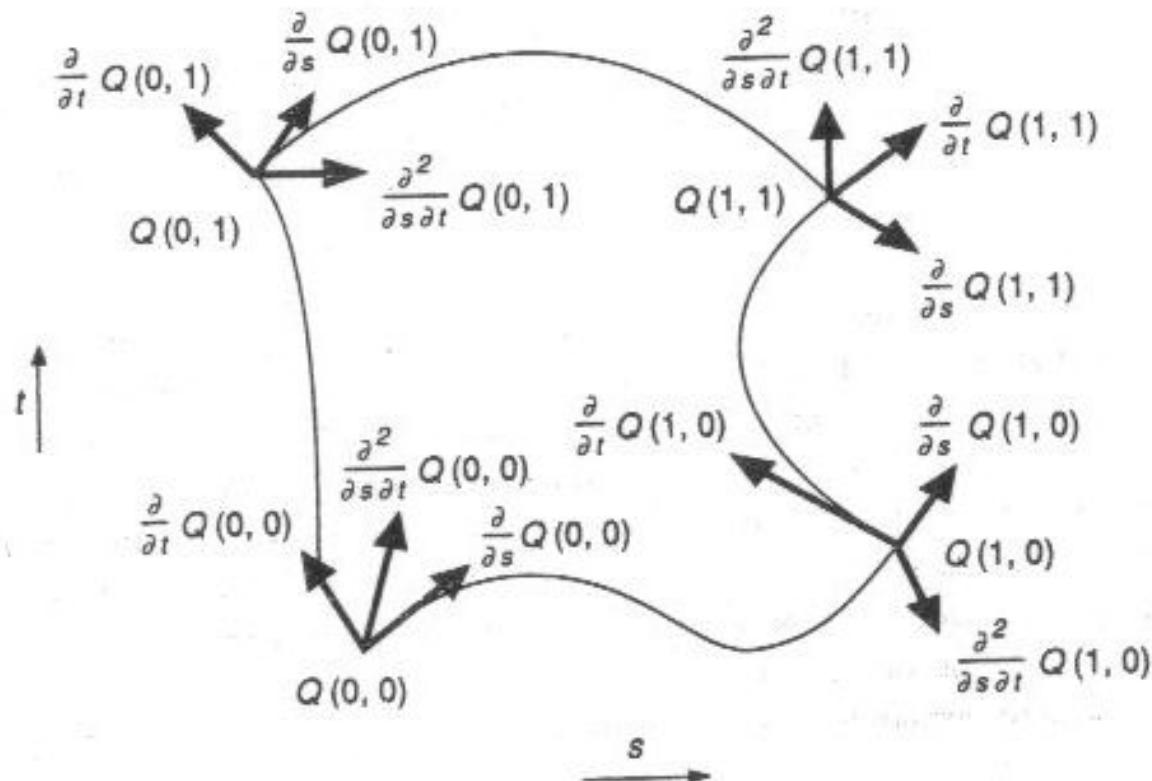


Suprafete parametrice polinomiale bivariate

$$P_1(t) = Q(0, t)$$
$$P_4(t) = Q(1, t)$$



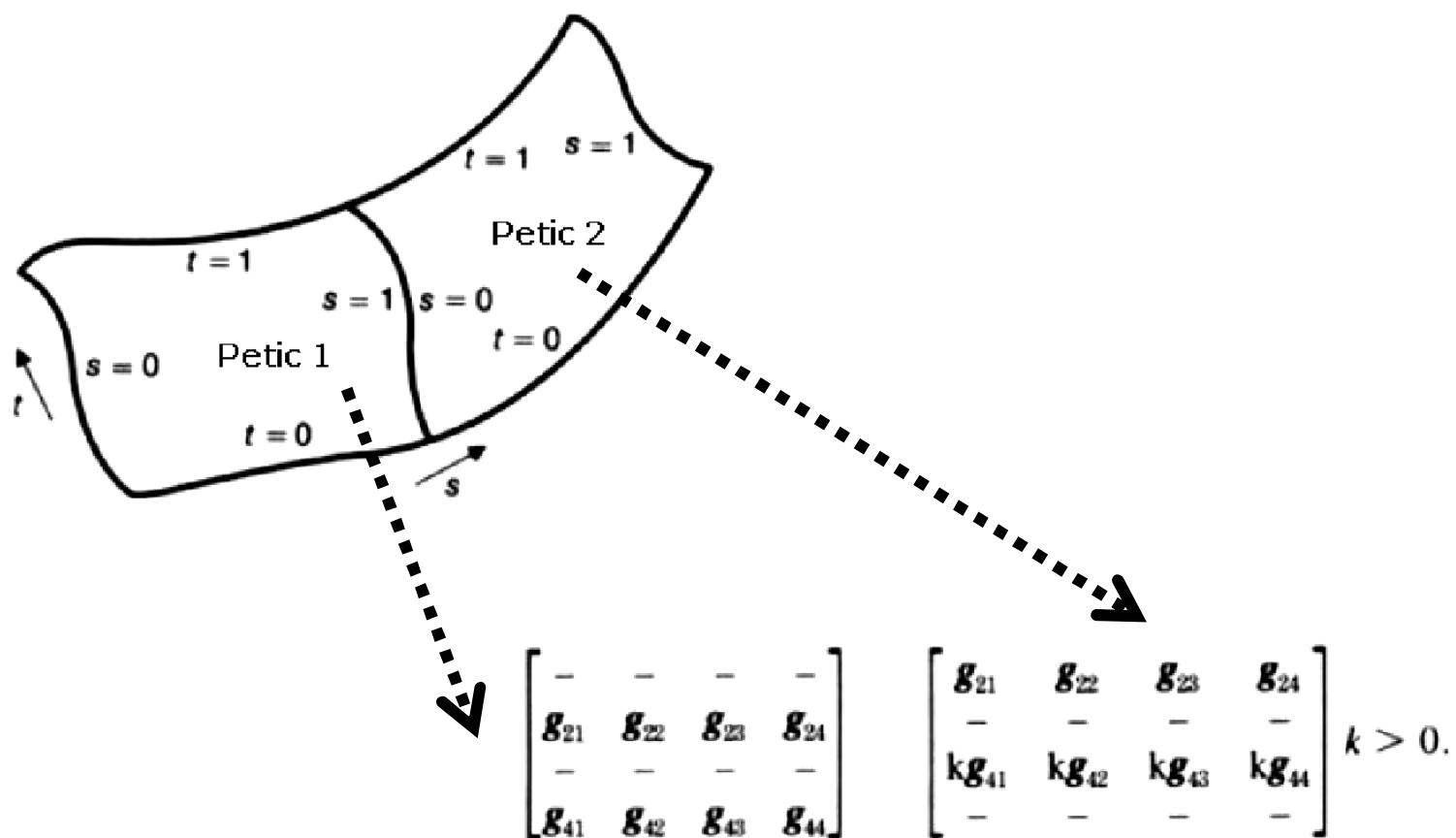
Elementele matricii geometrice pentru o suprafață Hermite



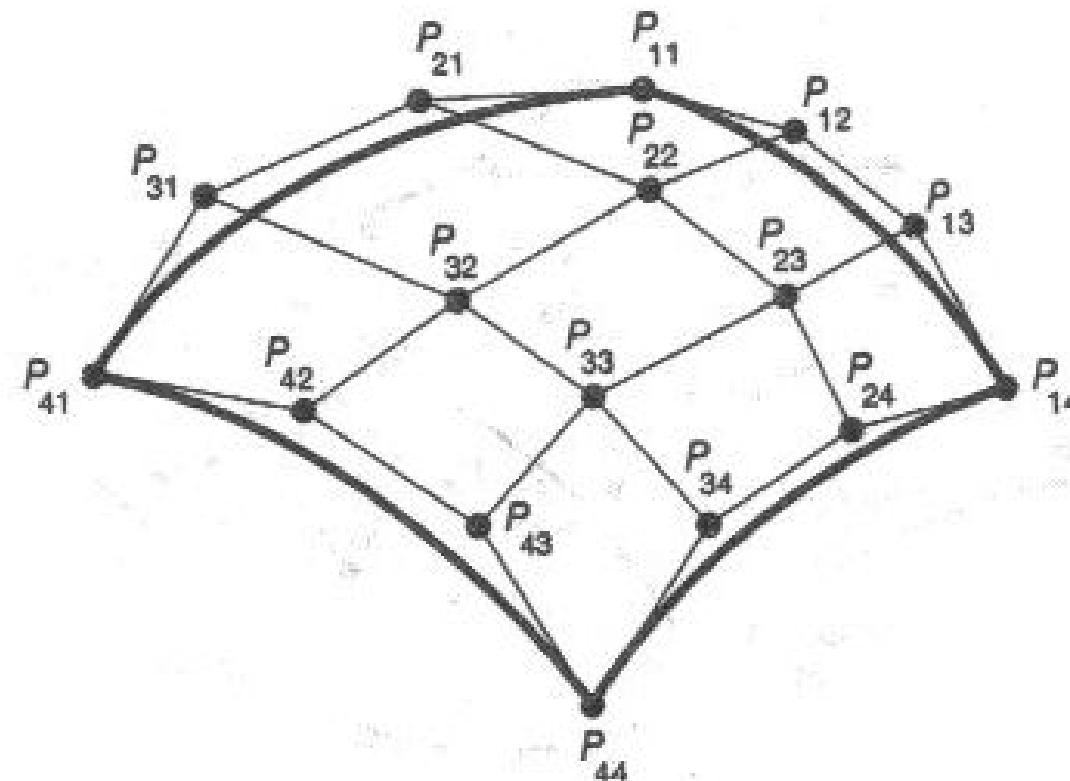
Elementele matricii geometrice pentru o suprafață Hermite

$$\bar{G}_H = \begin{pmatrix} Q(0,0) & Q(0,1) & \frac{\partial}{\partial t}Q(0,0) & \frac{\partial}{\partial t}Q(0,1) \\ Q(1,0) & Q(1,1) & \frac{\partial}{\partial t}Q(1,0) & \frac{\partial}{\partial t}Q(1,1) \\ \frac{\partial}{\partial s}Q(0,0) & \frac{\partial}{\partial s}Q(0,1) & \frac{\partial^2}{\partial s \partial t}Q(0,0) & \frac{\partial^2}{\partial s \partial t}Q(0,1) \\ \frac{\partial}{\partial s}Q(1,0) & \frac{\partial}{\partial s}Q(1,1) & \frac{\partial^2}{\partial s \partial t}Q(1,0) & \frac{\partial^2}{\partial s \partial t}Q(1,1) \end{pmatrix}$$

Suprafate bicubice Hermite. Continuitate.



Suprafata bicubica Bezier. Remarcati cele 16 puncte de control.



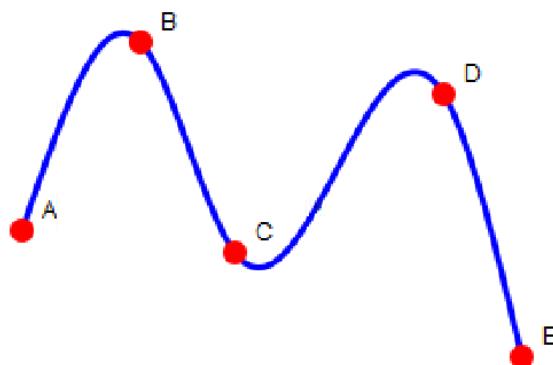
Curbe si suprafete Bézier in OpenGL

cap6p1.cpp

cap6p2.cpp

Curbe B-spline uniform nerationale

Curbe spline naturale cubice



- Polinoame de grad 3, continue C^0, C^1, C^2 în punctele de contact
 - mai netede decât Bézier, Hermite (C^0)

Curbe B-spline uniform nerationale

- Curbe spline naturale cubice
 - N puncte de control
 - Interpoleaza prin **toate** punctele de control
 - Coeficientii polinoamelor depind de **toate** punctele de control
 - Calculul lor pp. inversarea unei matrici din $\mathcal{M}_{n+1 \times n+1}(\mathbb{R})$

Curbe B-spline uniform nerationale

- Curbe B-spline
 - Nu interpoleaza prin punctele de control
 - Coeficientii polinoamelor depind de **cateva** punctele de control: proprietatea controlului local
 - Aceeasi continuitate ca si curbele spline naturale

Curbe B-spline uniform nerationale

- Curbe B-spline
 - Puncte de control (aproximare, nu interpolare): $m+1$

$$(P_i)_{0 \leq i \leq m}, \quad m \geq 3$$

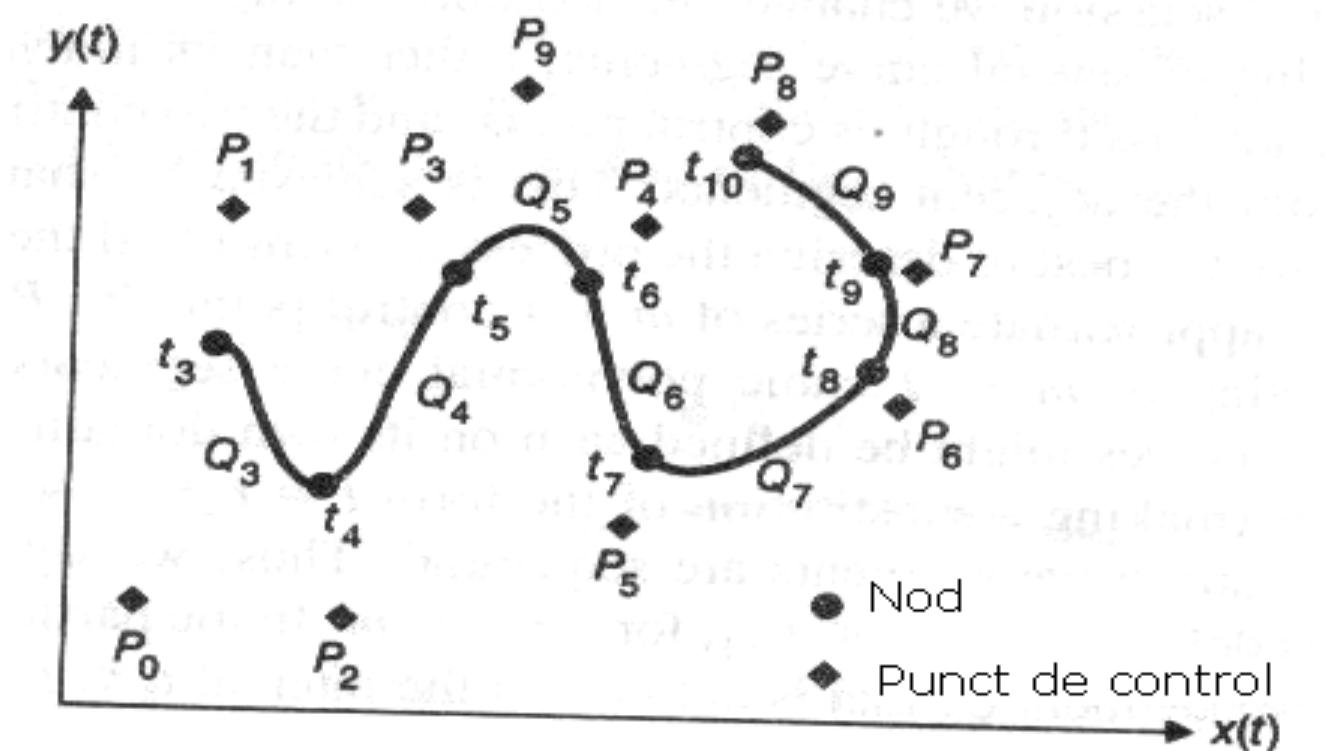
- Segmente de curba: $m-2$

$$(Q_j)_{3 \leq j \leq m}$$

Curbe B-spline uniform nerationale

- Curbe B-spline
 - Nod
 - Valoarea nodului

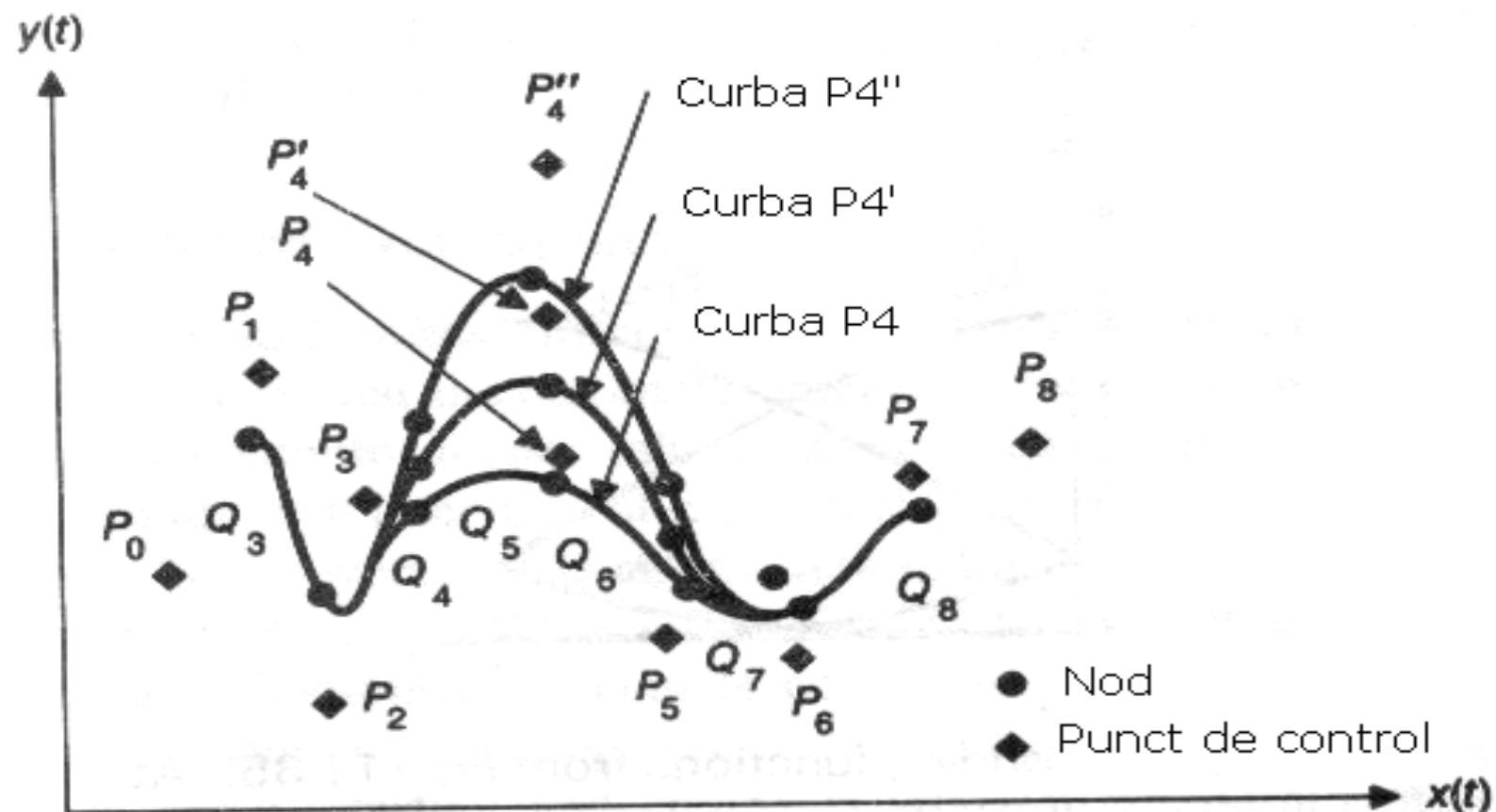
O curba B-spline uniform nerationala avand segmentele de curba Q₃÷Q₉.



Curbe B-spline uniform nerationale

- Curbe B-spline
 - Semnificatii
 - Uniform
 - Nerationale
 - B

O curba B-spline uniform nerationalala cu punctul de control P_4 in diverse pozitii : P_4 , P_4' , P_4'' .



Curbe B-spline uniforme rationale

$$Q_i(t) = T_i \cdot M_{Bs} \cdot G_{Bs_i}$$
$$T_i = \begin{pmatrix} (t - t_i)^3 & (t - t_i)^2 & (t - t_i) & 1 \end{pmatrix}$$

$$t_i \leq t \leq t_i + 1$$

$$3 \leq i \leq m$$

Curbe B-spline uniform nerationale

$$Q_i(t) = T_i \cdot M_{\text{Bs}} \cdot G_{\text{Bs}_i}$$

$$M_{\text{Bs}} = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -3 & 0 & 3 & 0 \\ 1 & 4 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Curbe B-spline uniform nerationale

$$Q_i(t) = T_i \cdot M_{BS} \cdot G_{BS_i}$$

$$G_{BS_i} = \begin{pmatrix} P_{i-3} \\ P_{i-2} \\ P_{i-1} \\ P_i \end{pmatrix}$$

Curbe B-spline uniforme rationale

$$T = \begin{pmatrix} t^3 & t^2 & t & 1 \end{pmatrix} , \quad 0 \leq t < 1$$
$$B_{BS} = T \cdot M_{BS} = \begin{pmatrix} B_{BS_{-3}} & B_{BS_{-2}} & B_{BS_{-1}} & B_{BS_{-0}} \end{pmatrix} =$$
$$\frac{1}{6} \cdot \begin{pmatrix} (1-t)^3 & 3t^3 - 6t^2 + 4 & -3t^3 + 3t^2 + 3t + 1 & t^3 \end{pmatrix}$$
$$\downarrow$$
$$\vdots$$

Curbe B-spline uniforme rationale

⋮

↓

$$Q_i(t + t_i) = B_{Bs} \cdot G_{Bs_i} =$$

$$\frac{(1-t)^3}{6} \cdot P_{i-3} + \frac{3t^3 - 6t^2 + 4}{6} \cdot P_{i-2} + \frac{-3t^3 + 3t^2 + 3t + 1}{6} \cdot P_{i-1} + \frac{t^3}{6} \cdot P_i$$

$$0 \leq t < 1$$

Curbe B-spline uniform nerationale

- Curbele B-spline uniform nerationale au continuitate C^0 , C^1 si C^2 in punctele de contact

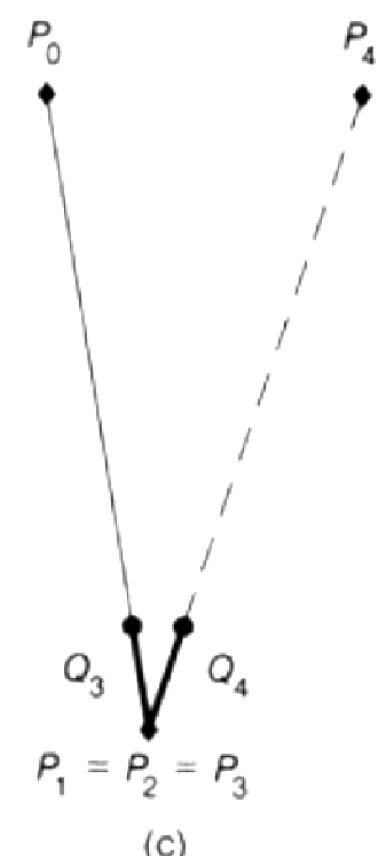
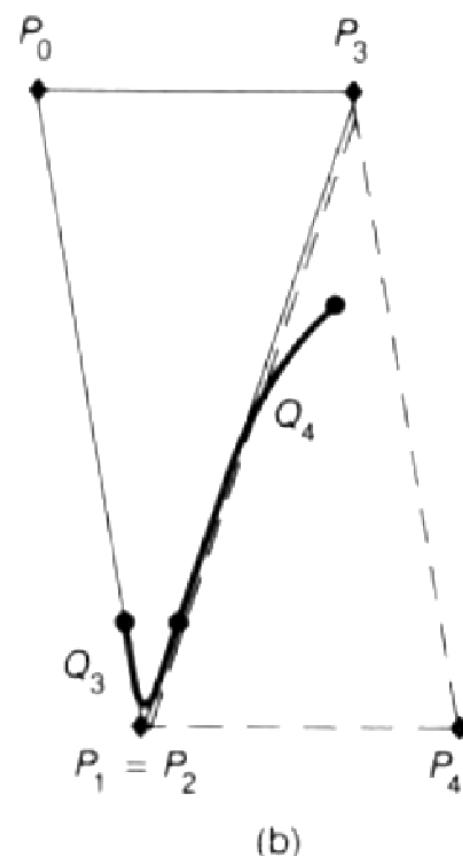
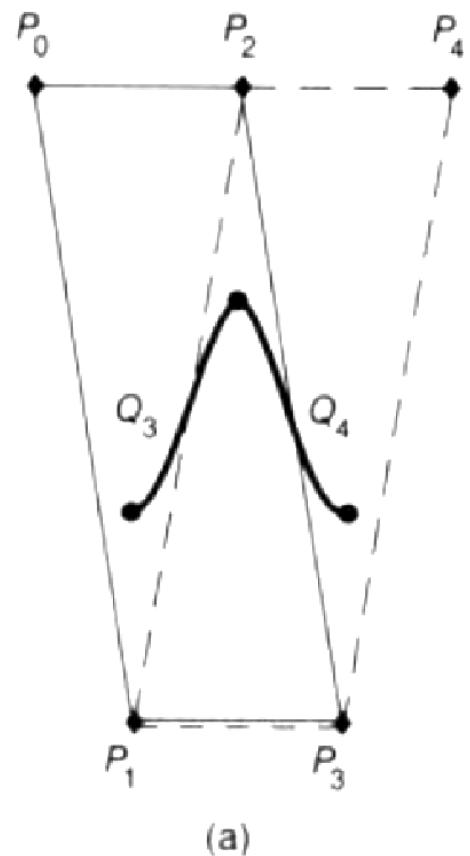
$$Q_i(1+t_i) = Q_{i+1}(0+t_{i+1})$$

$$Q'_i(1+t_i) = Q'_{i+1}(0+t_{i+1})$$

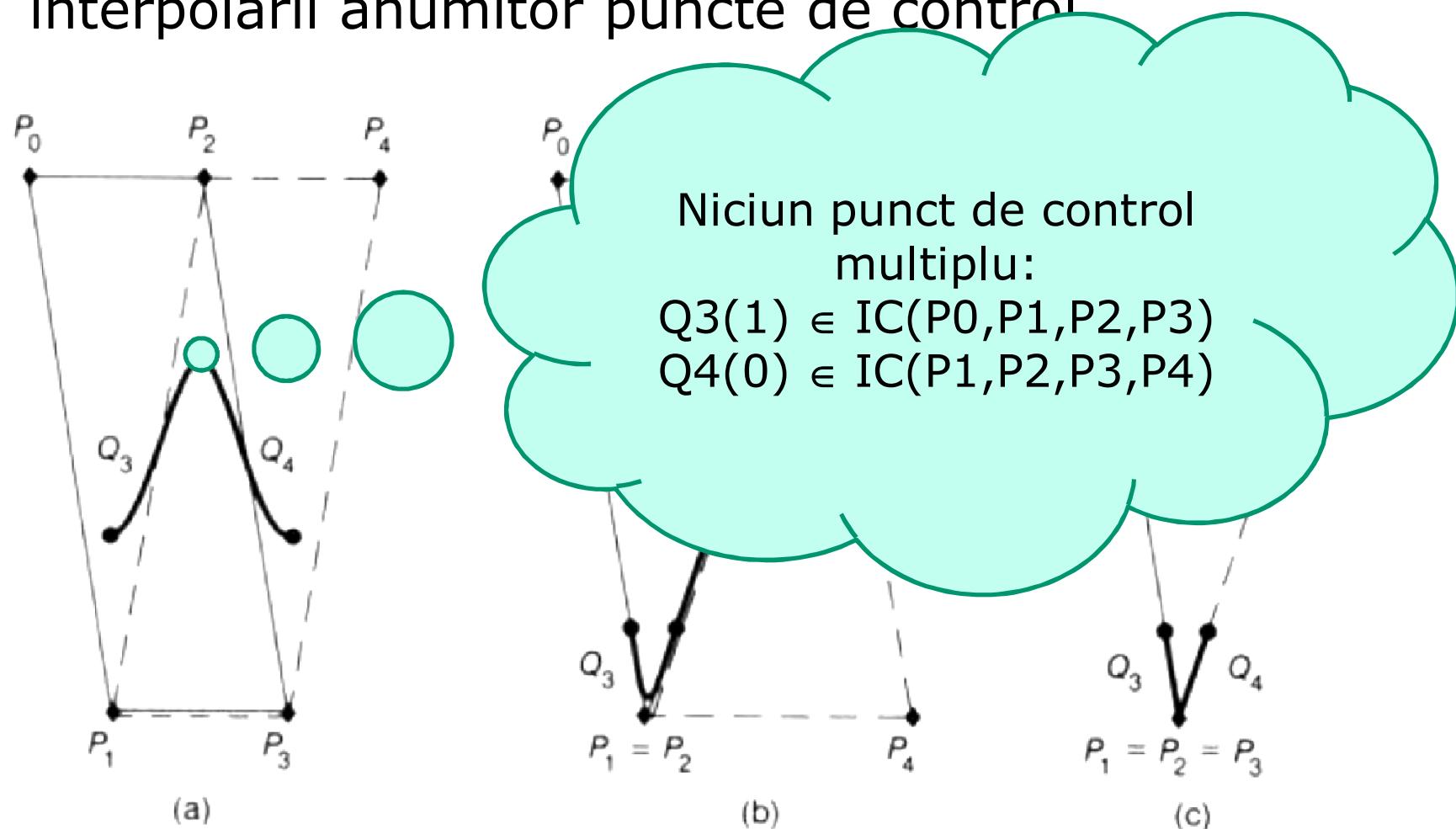
$$Q''_i(1+t_i) = Q''_{i+1}(0+t_{i+1})$$

$$f_i(t) \stackrel{\bullet}{=} Q_i(t + t_i)$$

Efectul punctelor multiple de control asupra unei curbe B-spline uniform nerationale: fortarea interpolarii anumitor puncte de control



Efectul punctelor multiple de control asupra unei curbe B-spline uniform nerationale: fortarea interpolarii anumitor puncte de control

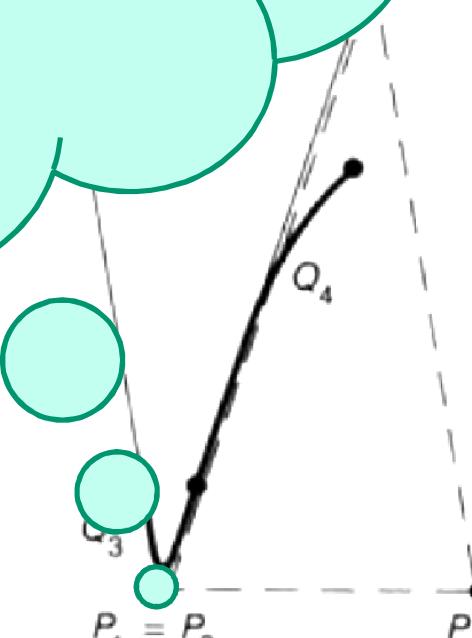


Efectul punctelor de control
de control asupra unei
gerationale: fortarea
de control

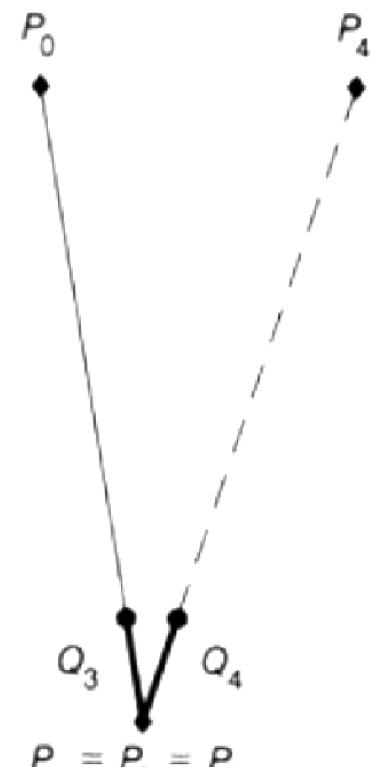
$$\begin{aligned}P_1 &= P_2 \\Q_3(1) &\in IC(P_0, P_1, P_3) \\Q_4(0) &\in IC(P_1, P_3, P_4) \\Q_3(1) = Q_4(0) &\in [P_1, P_3]\end{aligned}$$



(a)



(b)



(c)

Efectul punctelor de control asupra unei curbe de interpolare: fortarea controlului

$$P_1 = P_2 = P_3$$

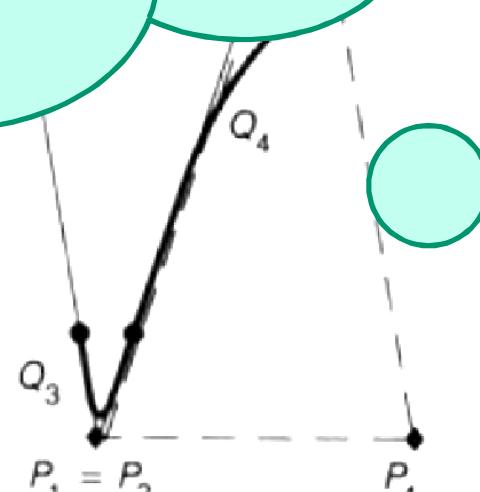
$$Q_3(1) \in IC(P_0, P_3) = [P_0, P_1]$$

$$Q_4(0) \in IC(P_1, P_4) = [P_1, P_4]$$

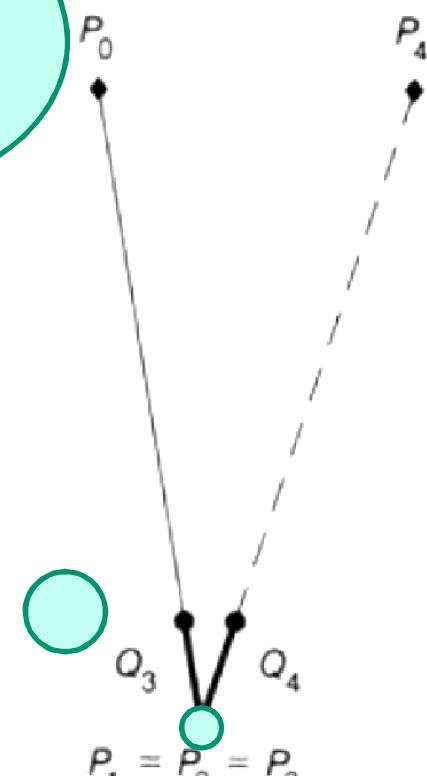
$$Q_3(1) = Q_4(0) = P_1$$



(a)



(b)



(c)

Curbe B-spline neuniform nerationale

- Intervalele $[t_i, t_{i+1})$ nu mai sunt uniforme ca in cazul curbelor B-spline uniform nerationale
- Continuitatea in punctele de contact poate varia: C^2 , C^1 , C^0 , necontinuitate

Curbe B-spline uniform nerationale

- Puncte de control (aproximare, nu interpolare): **m+1**

$$(P_i)_{0 \leq i \leq m} , \quad m \geq 3$$

- Secventa de valori de nod: **m+5**

$$(t_i)_{0 \leq i \leq m+4}$$
$$(\forall 0 \leq i < m+4)(t_i \leq t_{i+1})$$

Curbe B-spline uniform nerationale

- Segmente de curba: $m-2$

$$\left(Q_i(t) \right)_{3 \leq i \leq m}$$
$$t_i \leq t < t_{i+1}$$

- Noduri multiple de multiplicitate k

$$t_i = t_{i+1} = \dots = t_{i+k-1}$$

Curbe B-spline neuniform nerationale

$$Q_i(t) = \sum_{j=0}^3 P_{i-j} \cdot B_{i-j,4}(t), 3 \leq i \leq m$$

$(B_{i-j,4}(t))_{0 \leq j \leq 3}$ sunt functiile de amestecare

$$B_{i,1}(t) = \begin{cases} 1 & , t_i \leq t < t_{i+1} \\ 0 & , \text{ altfel} \end{cases}$$

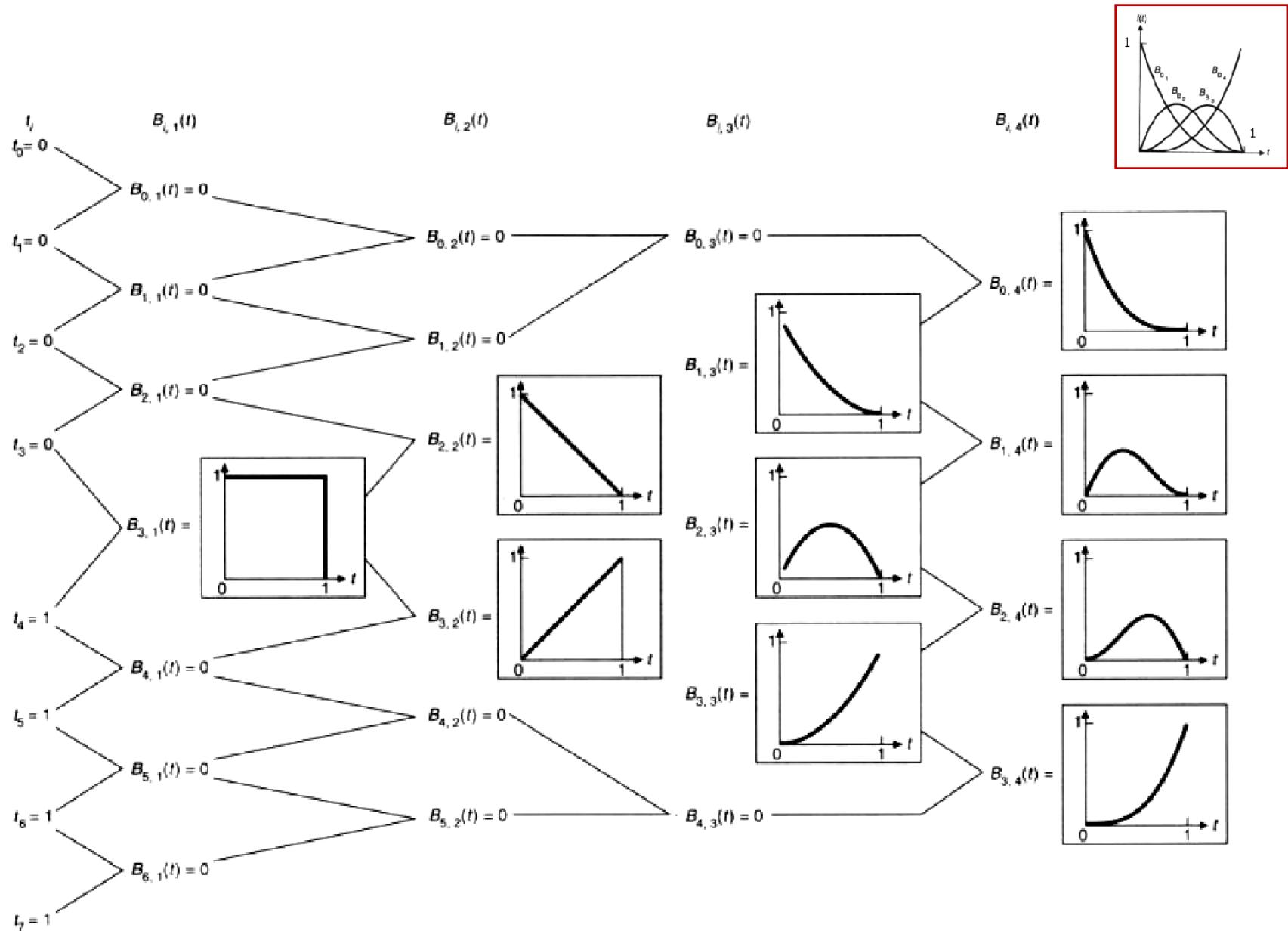
$$B_{i,2}(t) = \frac{t - t_i}{t_{i+1} - t_i} \cdot B_{i,1}(t) + \frac{t_{i+2} - t}{t_{i+2} - t_{i+1}} \cdot B_{i+1,1}(t)$$

$$B_{i,3}(t) = \frac{t - t_i}{t_{i+2} - t_i} \cdot B_{i,2}(t) + \frac{t_{i+3} - t}{t_{i+3} - t_{i+1}} \cdot B_{i+1,2}(t)$$

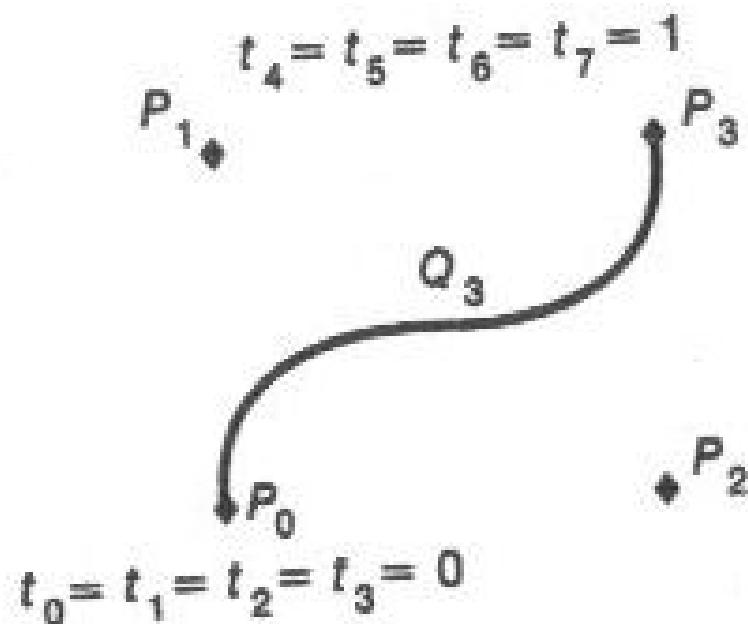
$$B_{i,4}(t) = \frac{t - t_i}{t_{i+3} - t_i} \cdot B_{i,3}(t) + \frac{t_{i+4} - t}{t_{i+4} - t_{i+1}} \cdot B_{i+1,3}(t)$$

Curbe B-spline uniforme rationale

- Exemplu
 - $m=3$
 - secenta de valori de nod
 $(0,0,0,0,1,1,1,1)$



Curba neuniform nerationala B-spline cu noduri multiple. Secventa de noduri este $(0,0,0,0,1,1,1,1)$. Practic avem un segment de curba Bezier.



Curbe B-spline uniform nerationale

- $(\forall 3 \leq i \leq m)(B_{i,4}(t_i) = 0)$
 - Corolar
 $Q_i(t_i) \in IC(P_{i-3}, P_{i-2}, P_{i-1})$
 - Daca $t_i = t_{i+1}$
atunci $Q_i(t) = P \in IC(P_{i-3}, P_{i-2}, P_{i-1}) \cap IC(P_{i-2}, P_{i-1}, P_i) = [P_{i-2} P_{i-1}]$

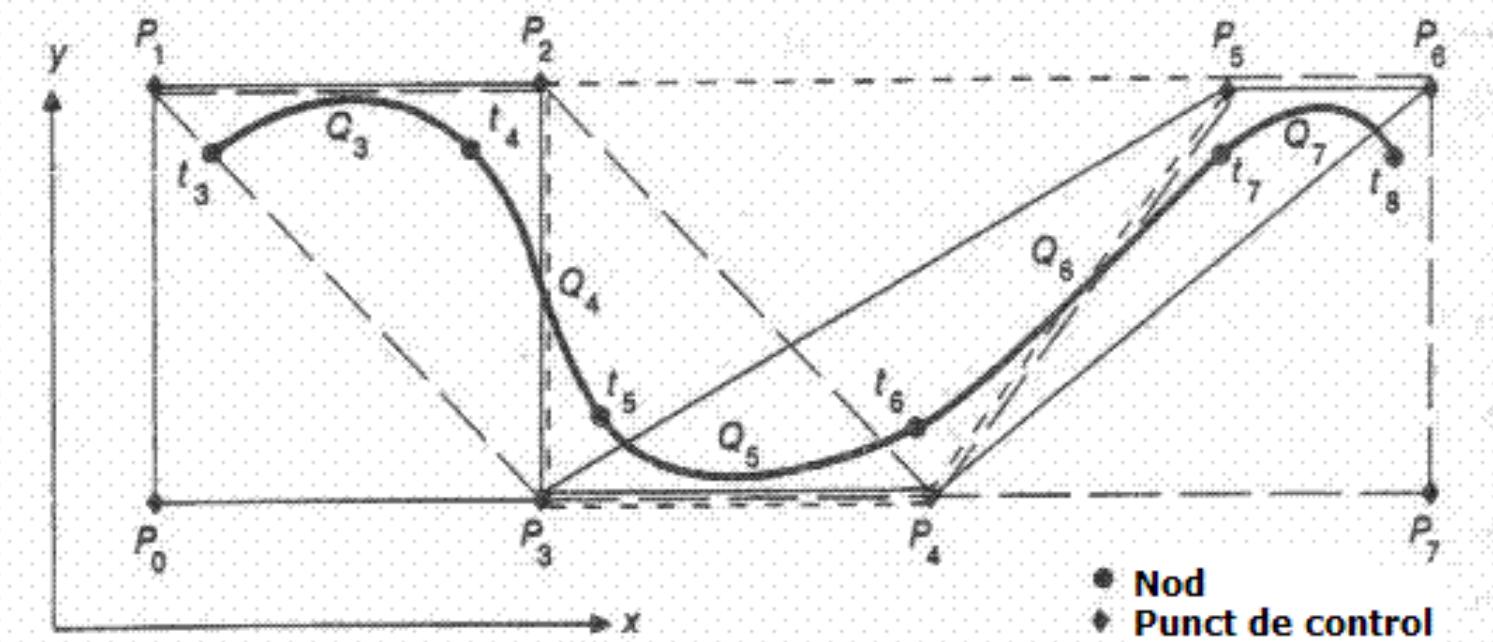
Curbe B-spline uniform nerationale

- $(\forall 3 \leq i \leq m)(B_{i,4}(t_i) = 0)$
 - Corolar
 $Q_i(t_i) \in IC(P_{i-3}, P_{i-2}, P_{i-1})$
 - Daca $t_i = t_{i+1} = t_{i+2}$
atunci $Q_i(t) = Q_{i+1}(t) = P \in$
 $IC(P_{i-3}, P_{i-2}, P_{i-1}) \cap$
 $IC(P_{i-2}, P_{i-1}, P_i) \cap$
 $IC(P_{i-1}, P_i, P_{i+1}) = \{P_{i-1}\}$

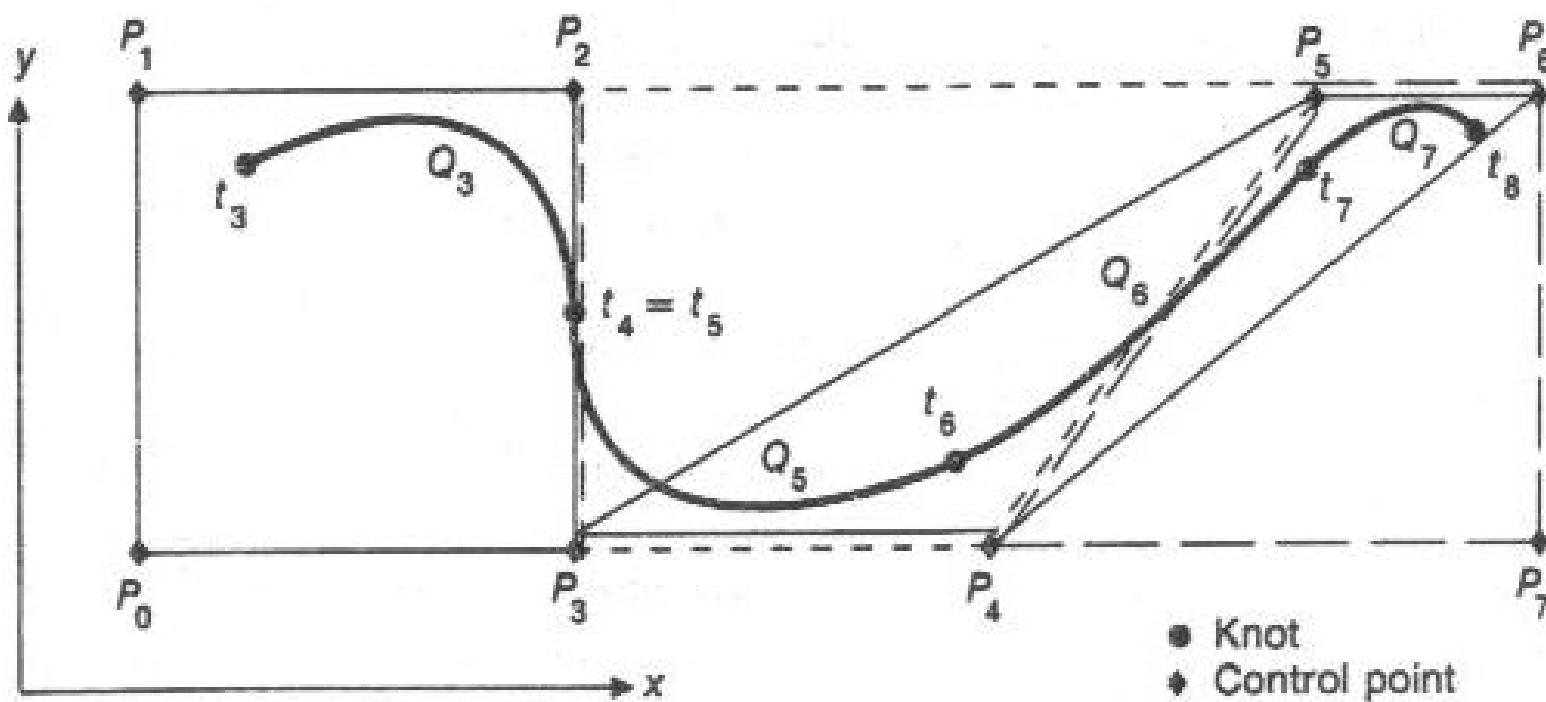
Curbe B-spline uniform nerationale

- $(\forall 3 \leq i \leq m)(B_{i,4}(t_i) = 0)$
 - Corolar
 $Q_i(t_i) \in IC(P_{i-3}, P_{i-2}, P_{i-1})$
 - Daca $t_i = t_{i+1} = t_{i+2} = t_{i+3}$
atunci necontinuitate

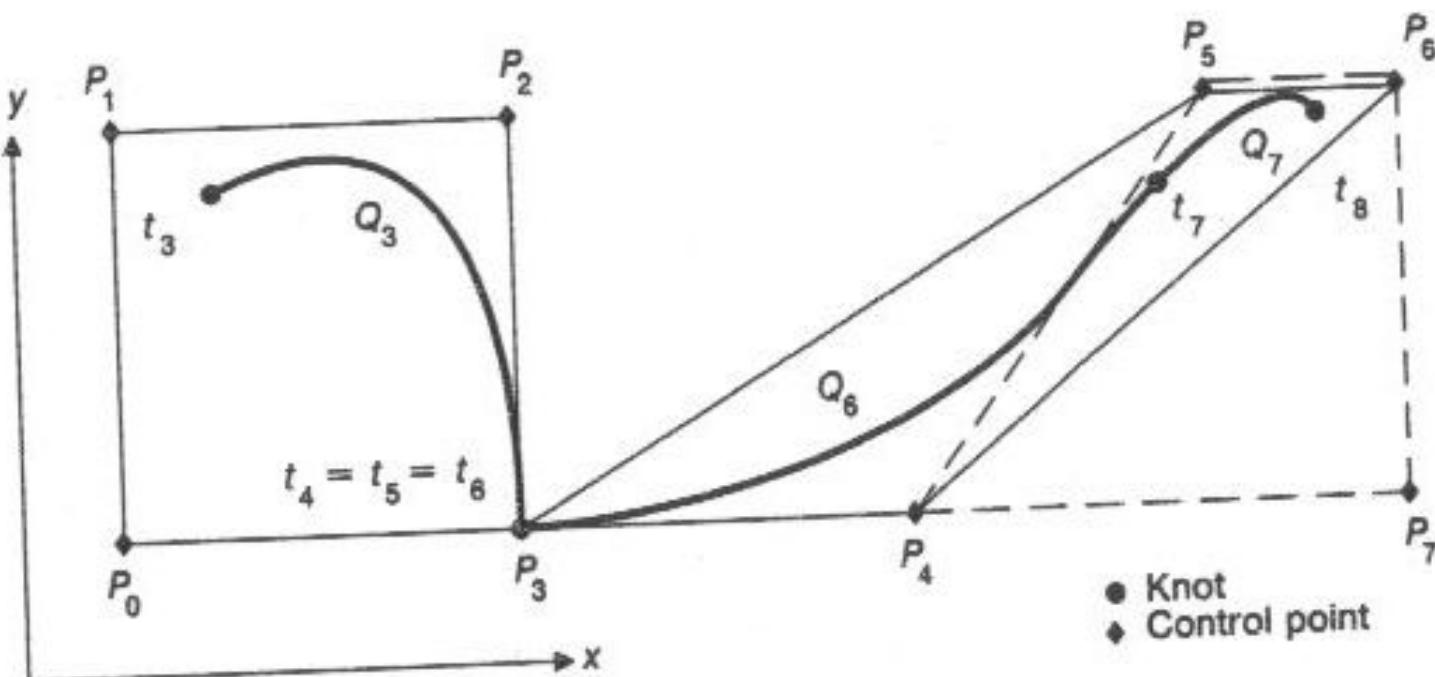
Efectul nodurilor multiple. In acest caz avem secventa de noduri $(0,1,2,3,4,5)$ si deci nu avem noduri multiple. Continuitatea este C^2 .



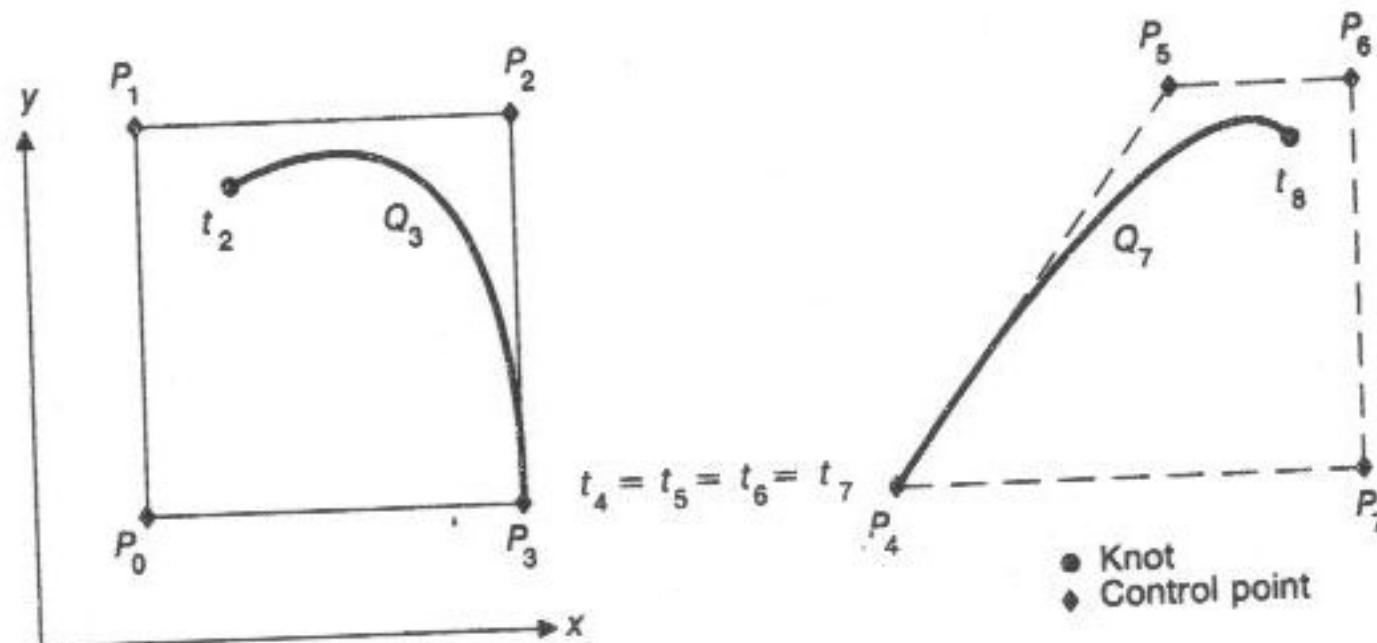
Efectul nodurilor multiple. In acest caz avem secventa de noduri $(0,1,1,2,3,4)$ si deci avem un nod dublu si deci segmentul de curba Q4 este un punct. Punctul de contact dintre Q3 si Q4 se gaseste pe segmentul P2P3 care este intersectia dintre I.C. ce contin Q3 si Q4. Continuitatea in pct. de contact este C^1 .



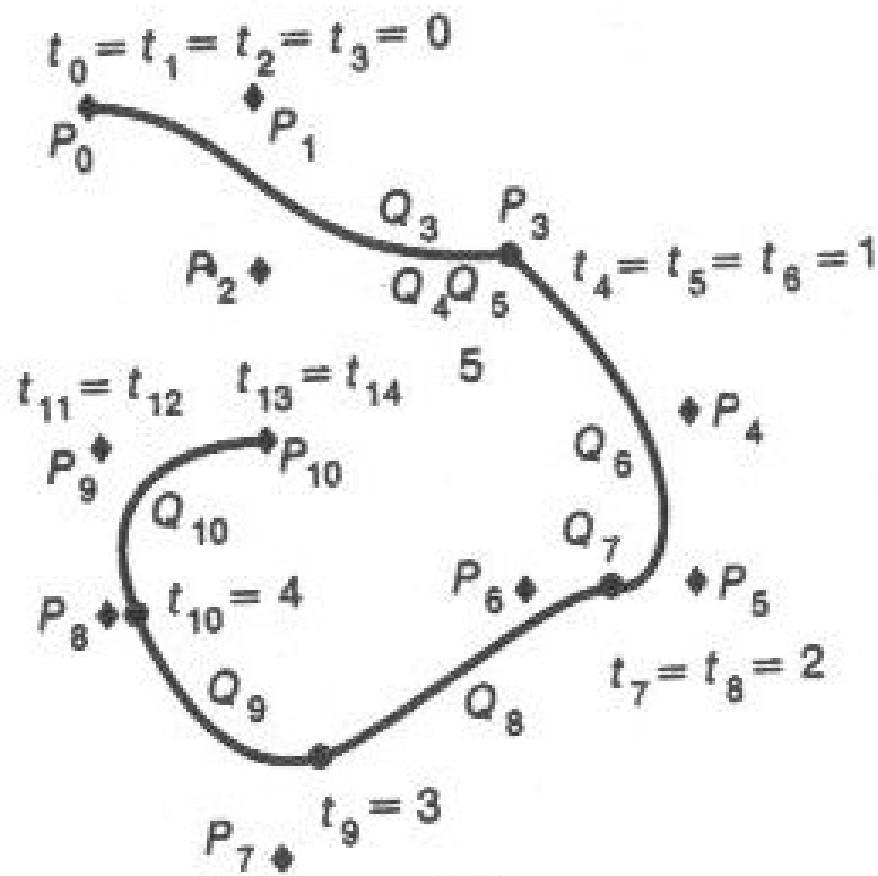
Efectul nodurilor multiple. In acest caz avem secventa de noduri $(0,1,1,1,2,3)$ si deci avem un nod triplu si deci Q_4 si Q_5 sunt puncte. I.C.(Q_3) se intersecteaza cu I.C.(Q_6) doar in P_3 si deci punctul de contact dintre Q_3 si Q_6 este P_3 . Continuitatea in pct. de contact este C^0 .



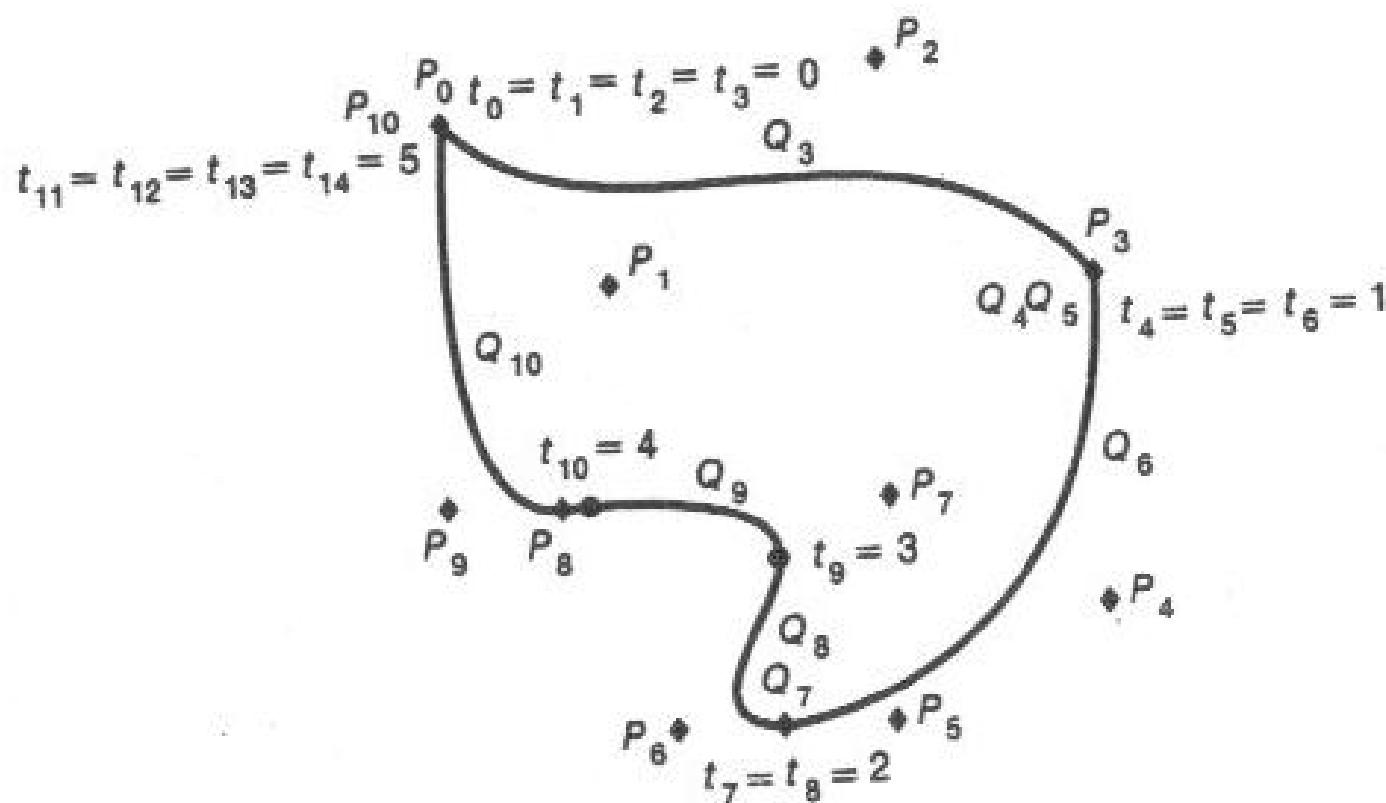
Efectul nodurilor multiple. In acest caz avem sevena de noduri $(0,1,1,1,1,2)$ si deci avem un nod cvadruplu. Curba este discontinua.



Curba neuniformă ratională B-spline cu noduri multiple. Secvența de noduri este $(0,0,0,0,1,1,1,2,2,3,4,5,5,5,5)$.



Curba neuniformă ratională B-spline cu noduri multiple. Secvența de noduri este $(0,0,0,0,1,1,1,2,2,3,4,5,5,5,5)$. Difera de curba precedenta prin punctele de control.



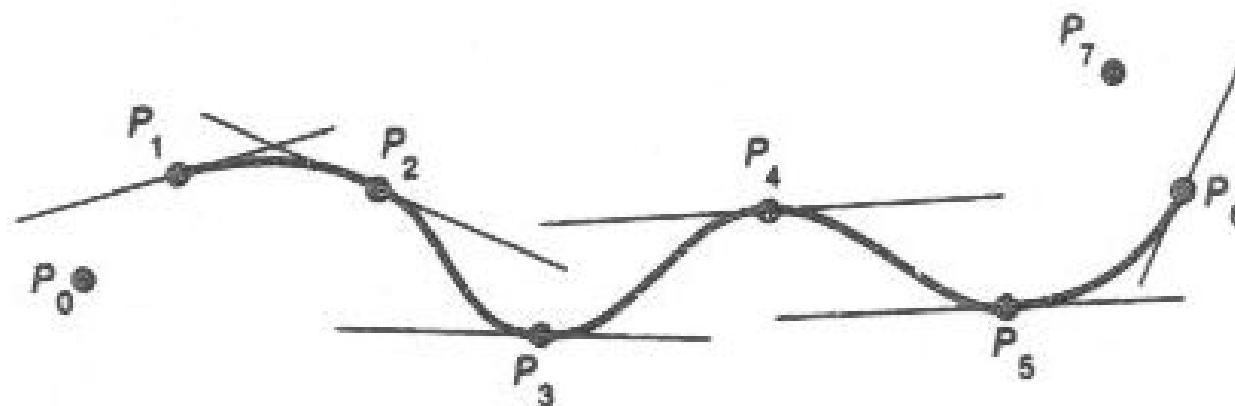
Curbe spline Catmull-Rom

- Puncte de control (aproximare, nu interpolare): **m+1**

$$(P_i)_{0 \leq i \leq m} , \quad m \geq 3$$

- Interpolare $(P_i)_{1 \leq i \leq m-1}$
- Vectorul tangent în P_i este paralel cu $P_{i-1}P_{i+1}$

Curba spline Catmull-Rom



Curbe spline Catmull-Rom

$$Q_i(t) = T \cdot M_{CR} \cdot G_{Bs_i} =$$
$$\frac{1}{2} \cdot T \cdot \begin{pmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 \\ 2 & -5 & 4 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} P_{i-3} \\ P_{i-2} \\ P_{i-1} \\ P_i \end{pmatrix}$$

Suprafete cvadrice

- Suprafete definite implicit printr-o ecuatie de forma $f(x,y,z) = 0$, unde f este un polinom de grad cel mult 2 in x , y si z

$$f(x_1, x_2, x_3) = \sum_{i,j=1}^3 Q_{i,j} x_i x_j + \sum_{i=1}^3 P_i x_i + R$$

$$Q = \begin{pmatrix} a & d & f \\ d & b & e \\ f & e & c \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_{3 \times 3}(\mathbb{R})$$

$$P = (g \quad h \quad i) \in \mathcal{M}_{1 \times 3}(\mathbb{R})$$

$$R \in \mathbb{R}$$

Suprafete cvadrice

$$f(x, y, z) = ax^2 + by^2 + cz^2 + 2dxy + 2eyz + 2fxz + 2gx + 2hy + 2jz + k$$

$$\begin{aligned} {}^t P \cdot Q \cdot P &= 0 \\ Q &= \begin{pmatrix} a & d & f & g \\ d & b & e & h \\ f & e & c & j \\ g & h & j & k \end{pmatrix} \in \mathfrak{M}_{4 \times 4}(\mathbb{R}) \\ P &= \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Suprafete cvadrice

- Transformarea M

$${}^t P \cdot Q' \cdot P = 0$$

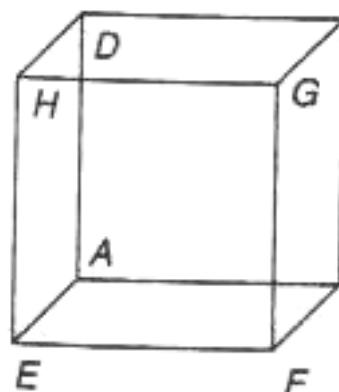
$$Q' = {}^t (M^{-1}) \cdot Q \cdot (M^{-1})$$

Grafica pe calculator

Lucian GHIRVU

Modelarea solidelor

Reprezentarea wireframe a unui cub

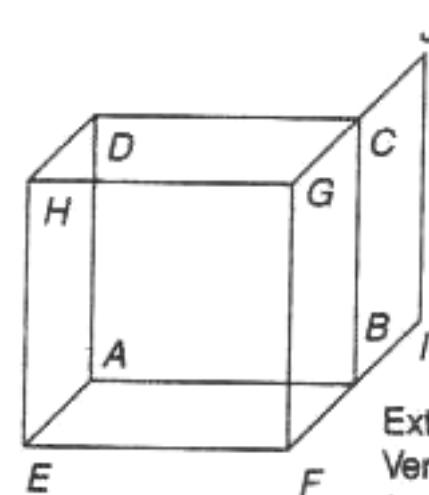


Vertices

A	(0, 0, 0)
B	(1, 0, 0)
C	(1, 1, 0)
D	(0, 1, 0)
E	(0, 0, 1)
F	(1, 0, 1)
G	(1, 1, 1)
H	(0, 1, 1)

Lines

AB
BC
CD
DA
EF
FG
GH
HE
AE
BF
CG
DH



Extra
Vertices

I	(1, 0, -1)
J	(1, 1, -1)

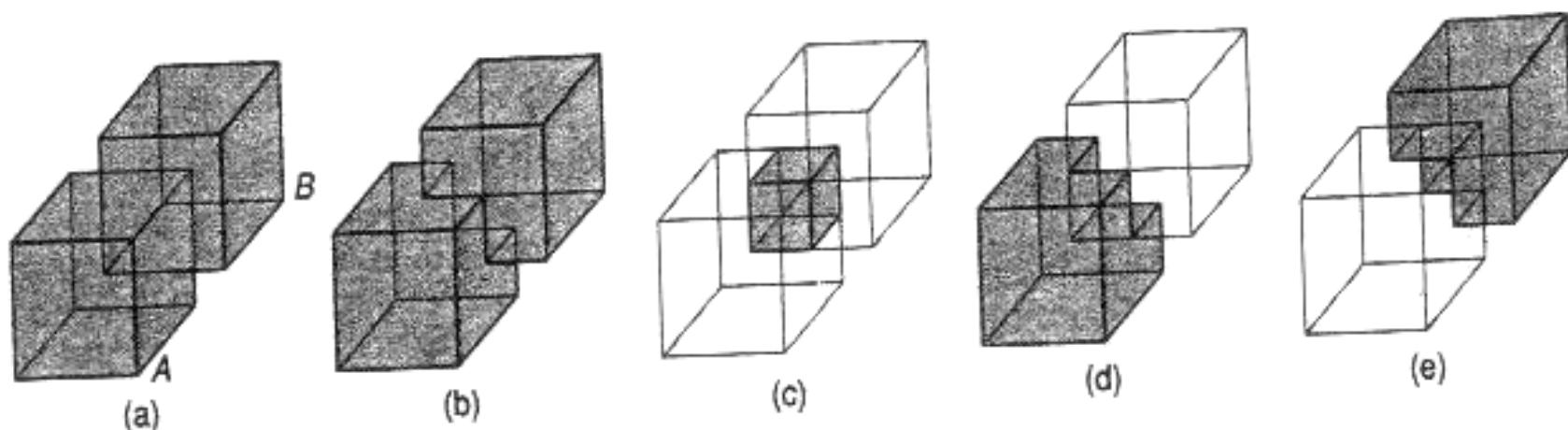
Extra
Lines

BI
IJ
JC

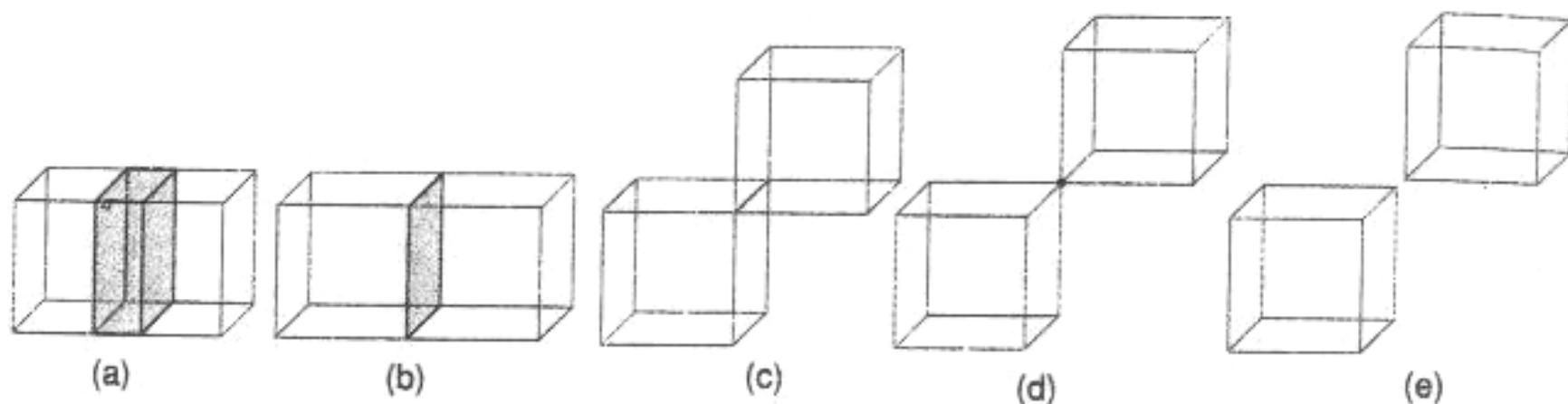
Schema de reprezentare a solidelor

- Domeniu
- Neambiguitate
- Unicitate
- Precizie
- Imposibilitatea crearii unei reprezentari nevalide
- Usurinta crearii unei reprezentari valide
- Inchiderea la translatii, rotatii, etc.
- Compactitate
- Algoritmi eficienti

Operatii booleene: A, B,
A reunit B, A intersectat B,
A-B si B-A



Intersectia booleana a 2 cuburi poate produce : un solid, un plan, un segment de dreapta, un punct sau multimea vida.



Elemente de topologie

- Multimi deschise
- Multimi inchise
- Punct interior
- Punct exterior
- Punct aderent
- Frontiera

Elemente de topologie

- Multimi deschise
 - Spatiu metric (X, d)

$$\begin{aligned} - \left\{ S(x_0, \varepsilon) = \{x \in X \mid d(x_0, x) < \varepsilon\} \right. \\ \left. T(x_0, \varepsilon) = \{x \in X \mid d(x_0, x) \leq \varepsilon\} \right\} \end{aligned}$$

- Definitie $D \subset (X, d)$

$$D = \emptyset$$

∨

$$(\forall x \in D)(\exists S(x_0, \varepsilon) \subset D)(x \in S(x_0, \varepsilon))$$

Elemente de topologie

- Multimi inchise
 - Definitie

$$F \subset (X, d)$$

$X \setminus F$ este deschisa

Elemente de topologie

- Punct interior
 - Definitie

$$\begin{aligned} A &\subseteq (X, d), x_0 \in A \\ (\exists r > 0) &(S(x_0, r) \subset A) \\ A^o &\text{ punctele interioare ale lui } A \end{aligned}$$

Elemente de topologie

- Punct interior

- A deschisa $\Leftrightarrow A = \overset{o}{A}$
- $\overset{o}{A} = \bigcup_{i \in I} D_i, D_i \subseteq A$ deschise
- $\overset{o}{A} = \overset{o}{\overset{o}{A}}$
- $\overset{o}{A} \subseteq A$

Elemente de topologie

- Punct exterior

$$Ext(A) = \left\{ x \in X \mid x \in X^o \setminus A \right\}$$

Elemente de topologie

- Punct aderent
 - Definitie

$$\begin{aligned} A &\subseteq (X, d), x \in X \\ (\forall \varepsilon > 0) &(S(x, \varepsilon) \cap A \neq \emptyset) \\ \overline{A} &\text{ punctele aderente ale lui } A \end{aligned}$$

Elemente de topologie

- Punct aderent

- A inchisa $\Leftrightarrow A = \overline{A}$
- $\overline{A} = \bigcap_{i \in I} F_i, A \subseteq F_i$ inchise
- $\overline{\overline{A}} = \overline{A}$
- $A \subseteq \overline{A}$

Elemente de topologie

- Puncte aderente/interioare

$$A \subset (X, d)$$

$$X \setminus \overset{o}{A} = \overline{X \setminus A}$$

$$X \setminus \overline{A} = X \setminus \overset{o}{A}$$

Elemente de topologie

- Frontiera
 - Definitie

$$A \subseteq (X, d)$$

$$\text{Fr } A = \overline{A} \cap \overline{X \setminus A} = \overline{A} \cap \left(X \setminus \overset{o}{A} \right) = \overline{A} \setminus \overset{o}{A}$$

Elemente de topologie

- **Frontiera**

Daca $A \subseteq (X, d)$ atunci $\text{Fr } A$ este multime inchisa

Daca $A \subseteq (X, d)$ atunci $\text{Fr } A = \text{Fr } X \setminus A$

Daca $A \subseteq (X, d)$ atunci $\text{Fr } \overset{o}{A} \subseteq \text{Fr } A$, $\text{Fr } \overline{A} \subseteq \text{Fr } A$

Daca $A \subseteq (X, d)$ atunci $\overline{A} = A \cup \text{Fr } A$, $\overset{o}{A} = A \setminus \text{Fr } A$

Daca $A \subseteq (X, d)$ atunci A deschisa $\Leftrightarrow A \cap \text{Fr } A = \emptyset$

Daca $A \subseteq (X, d)$ atunci A inchisa $\Leftrightarrow \text{Fr } A \subseteq A$

Elemente de topologie

Daca $A \subseteq (X, d)$ este inchisa atunci $A = \overset{o}{A} \cup \text{Fr } A$

Fie $A \subseteq (X, d)$. Atunci $\text{reg}(A) \dot{=} \overline{\overset{o}{A}}$.

Regularizarea unui obiect.

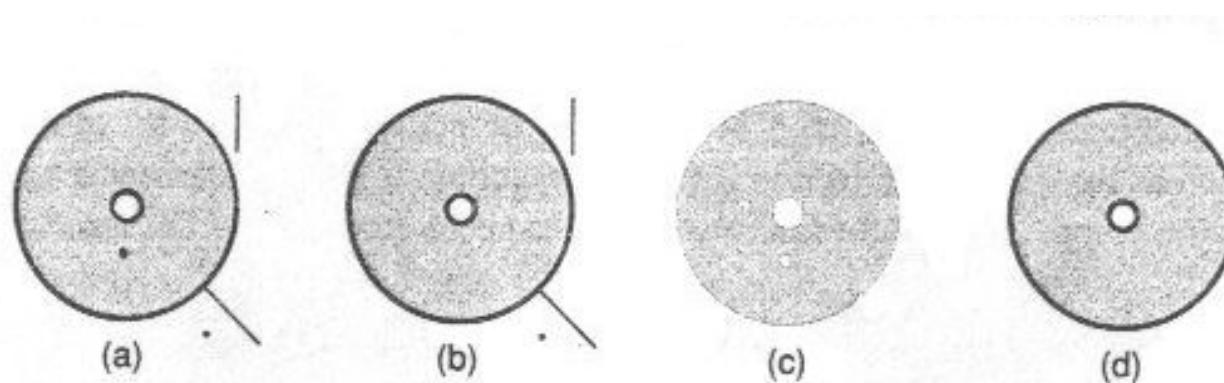


Fig. 12.4 Regularizing an object. (a) The object is defined by interior points, shown in light gray, and boundary points. Boundary points that are part of the object are shown in black; the rest of the boundary points are shown in dark gray. The object has dangling and unattached points and lines, and there is a boundary point in the interior that is not part of the object. (b) Closure of the object. All boundary points are part of the object. The boundary point embedded in the interior of (a) is now part of the interior. (c) Interior of the object. Dangling and unattached points and lines have been eliminated. (d) Regularization of the object is the closure of its interior.

Intersectia booleană

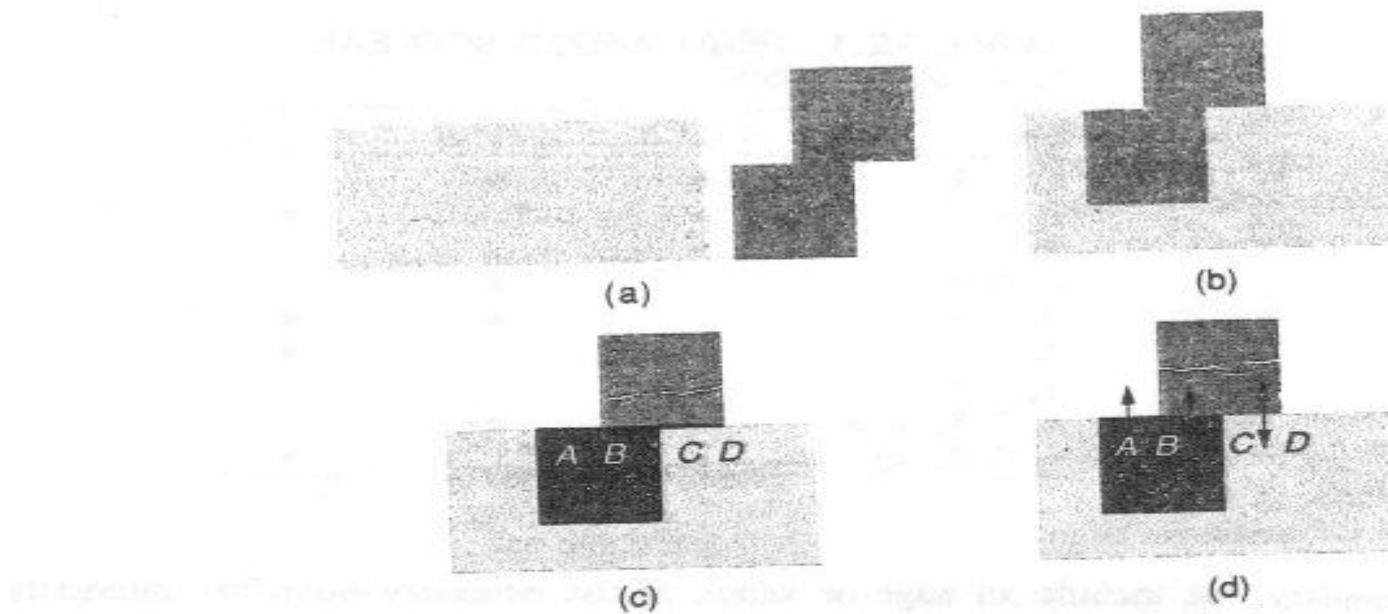
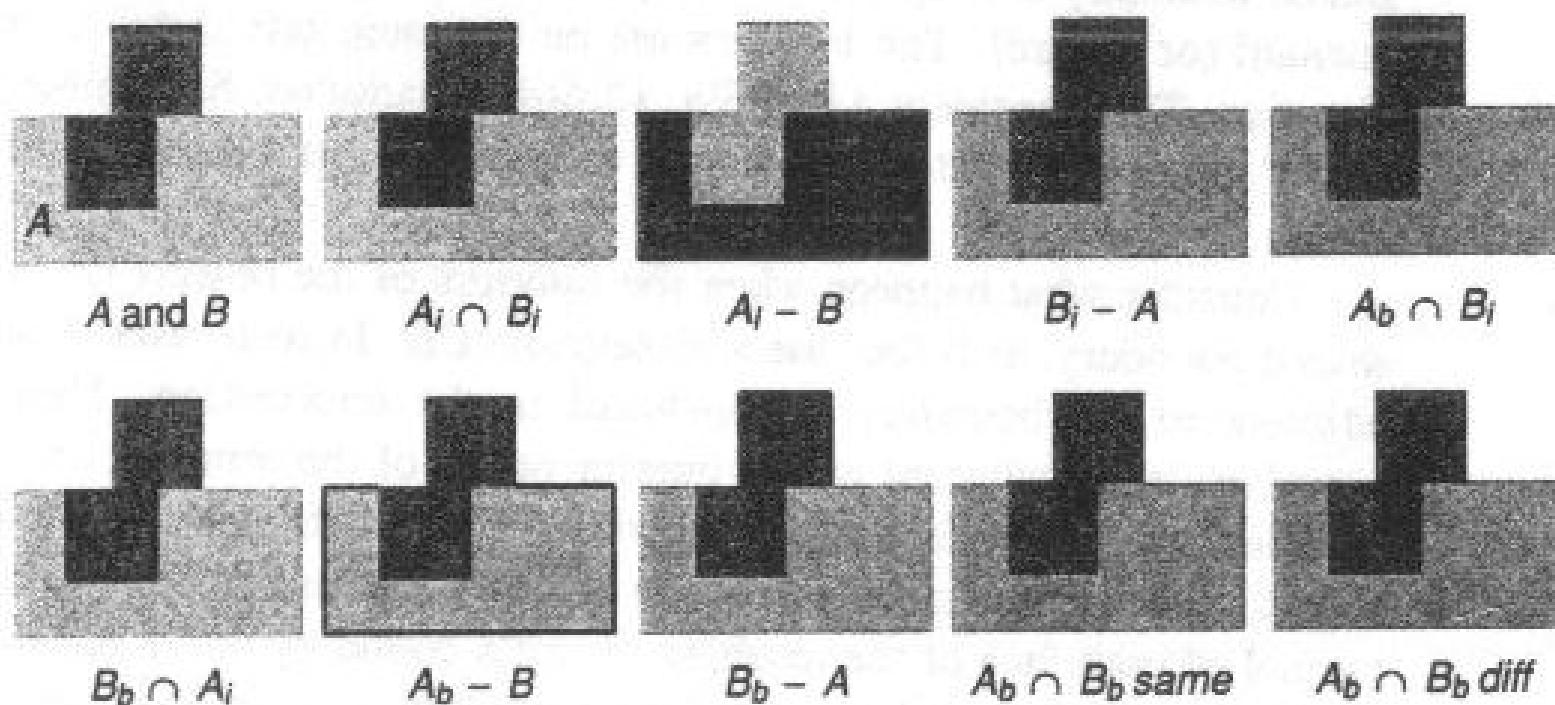
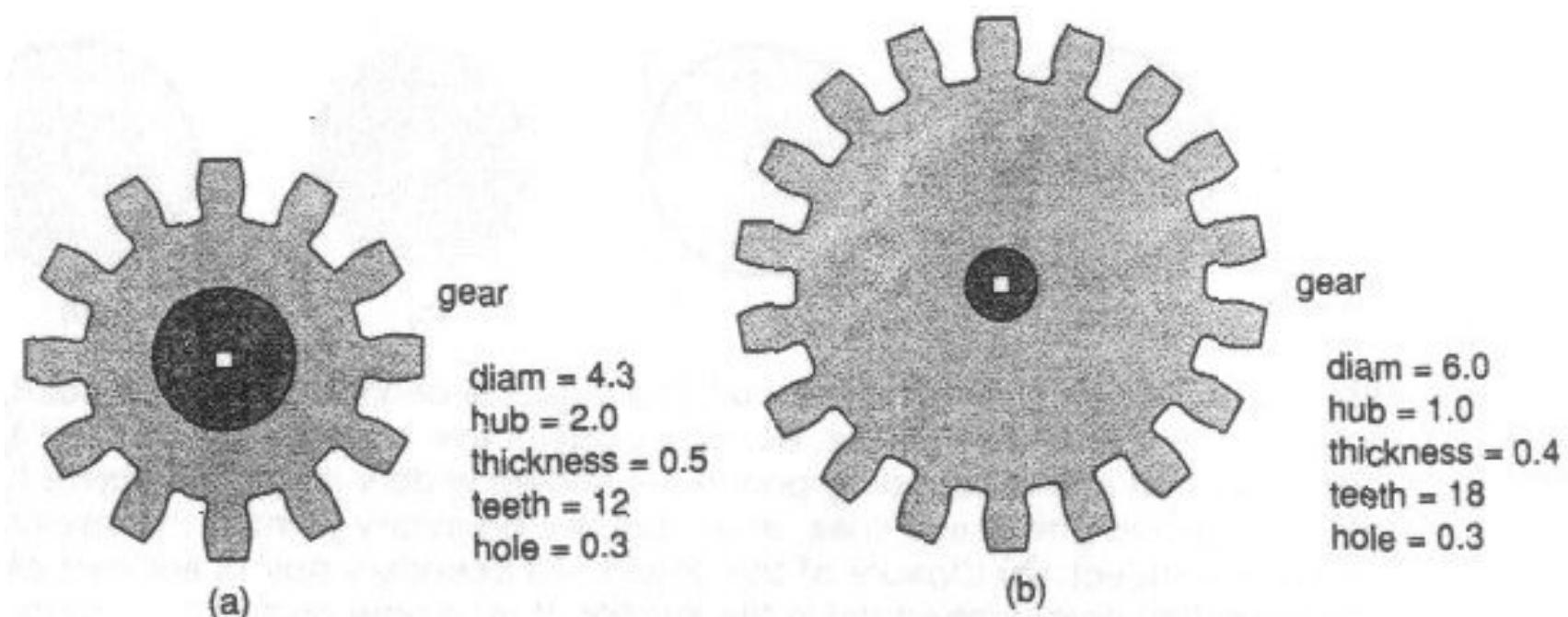


Fig. 12.5 Boolean intersection. (a) Two objects, shown in cross-section. (b) Positions of object prior to intersection. (c) Ordinary Boolean intersection results in a dangling face, shown as line CD in cross-section. (d) Regularized Boolean intersection includes a piece of shared boundary in the resulting boundary if both objects lie on the same side of it (AB), and excludes it if the objects lie on opposite sides (CD). Boundary–interior intersections are always included (BC).

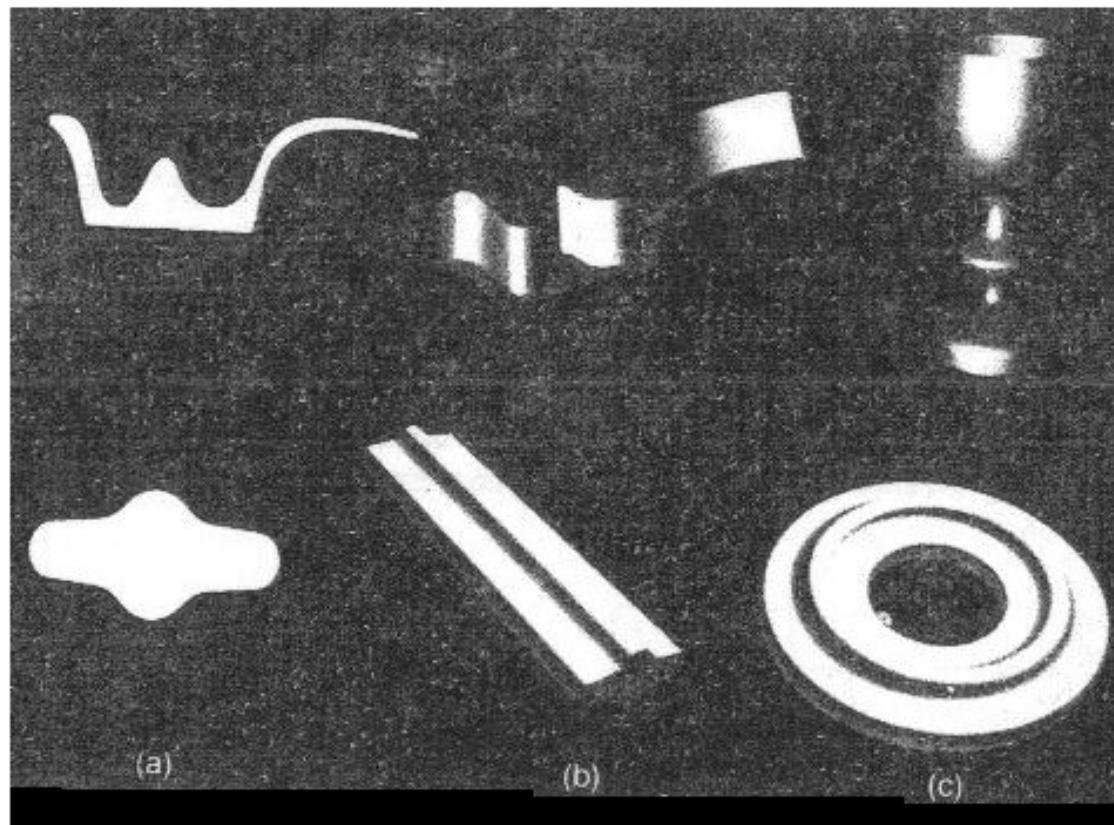
Operatiile booleene care intervin in operatiile booleene regularizate



2 roți dintate definite prin instantierea unei primitive

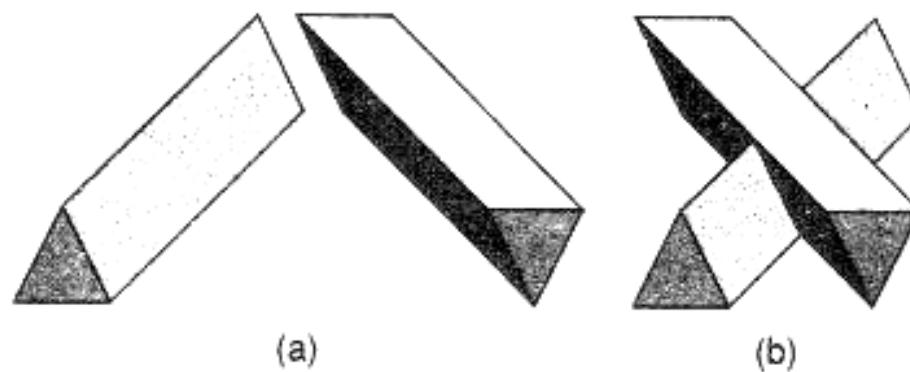


Tehnica baleierii (sweep)

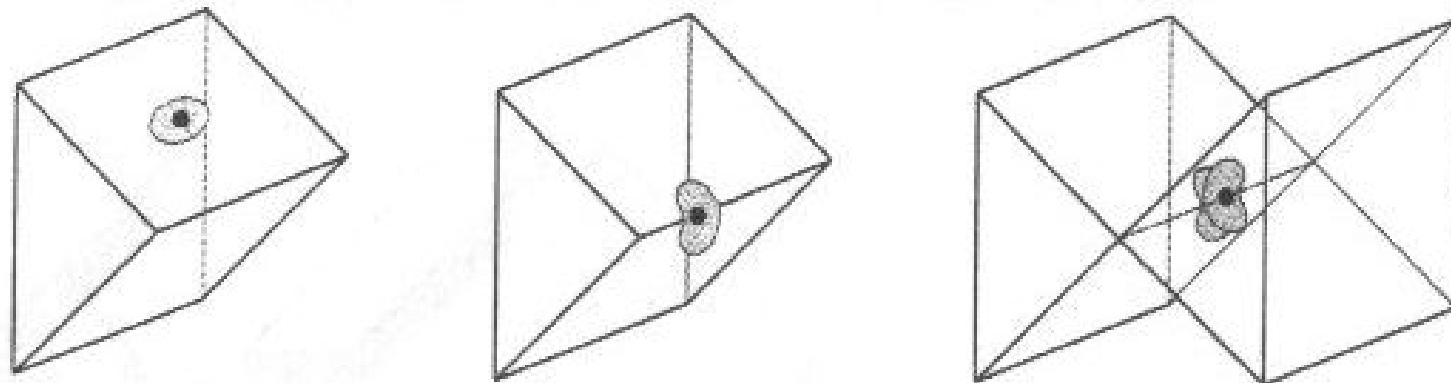


Obiecte 3D obtinute prin baleiere translationala (b) sau baleiere rotationala (c) a unor obiecte 2D

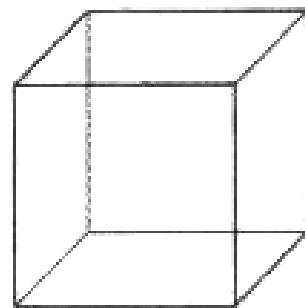
Reuniunea (b) a 2 solide obtinute prin baleiere
(a) nu este, in general, un solid cu aceeasi
proprieta (i.e., obtinut prin baleiere)



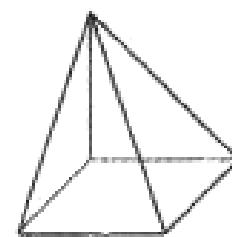
Varietati de ordin 2 (2-manifold)



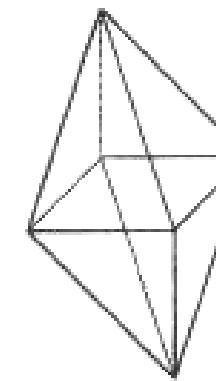
Formula lui Euler : $V-E+F=2$



$V = 8$
 $E = 12$
 $F = 6$

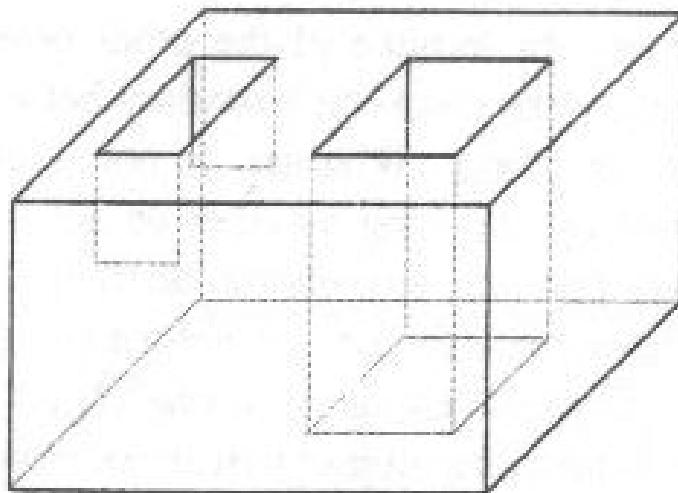


$V = 5$
 $E = 8$
 $F = 5$



$V = 6$
 $E = 12$
 $F = 8$

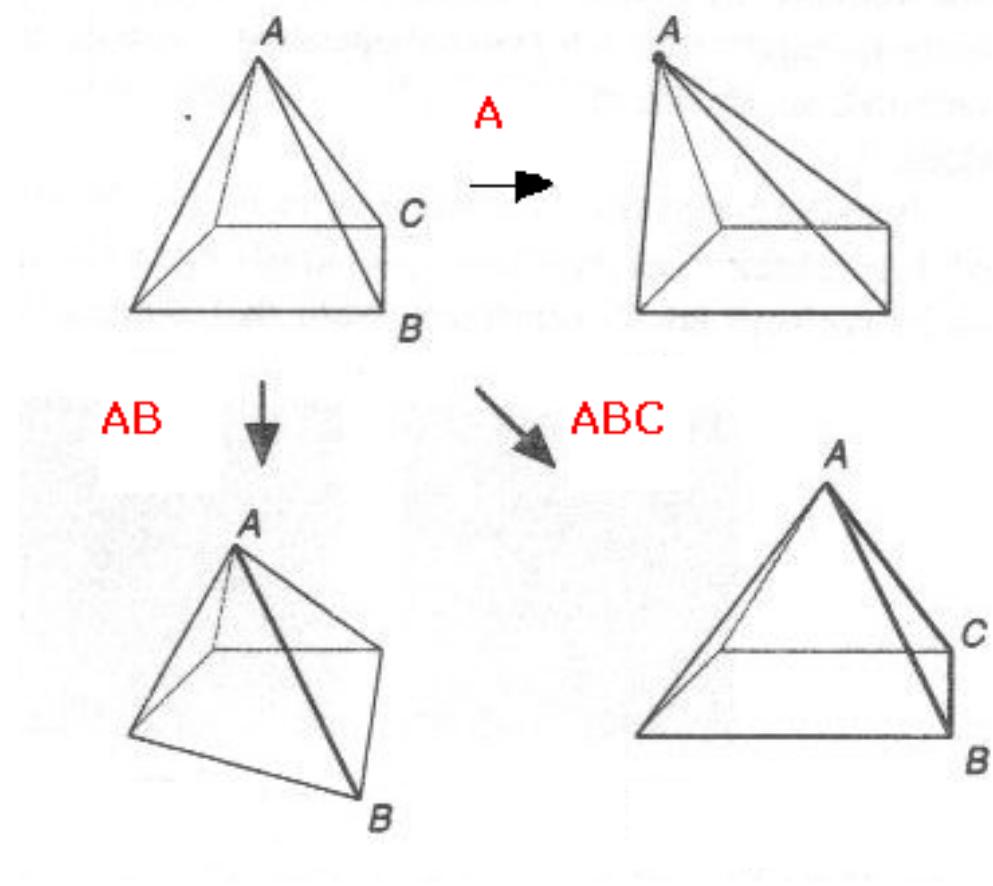
Formula lui Euler generalizata



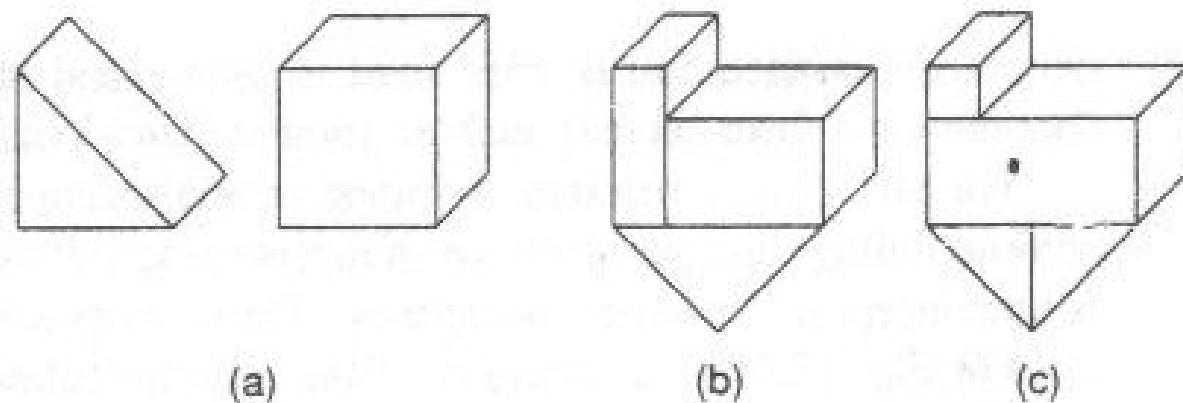
$$V - E + F - H = 2(C - G)$$

24	36	15	3	1	1
----	----	----	---	---	---

Operatori “tweaking”

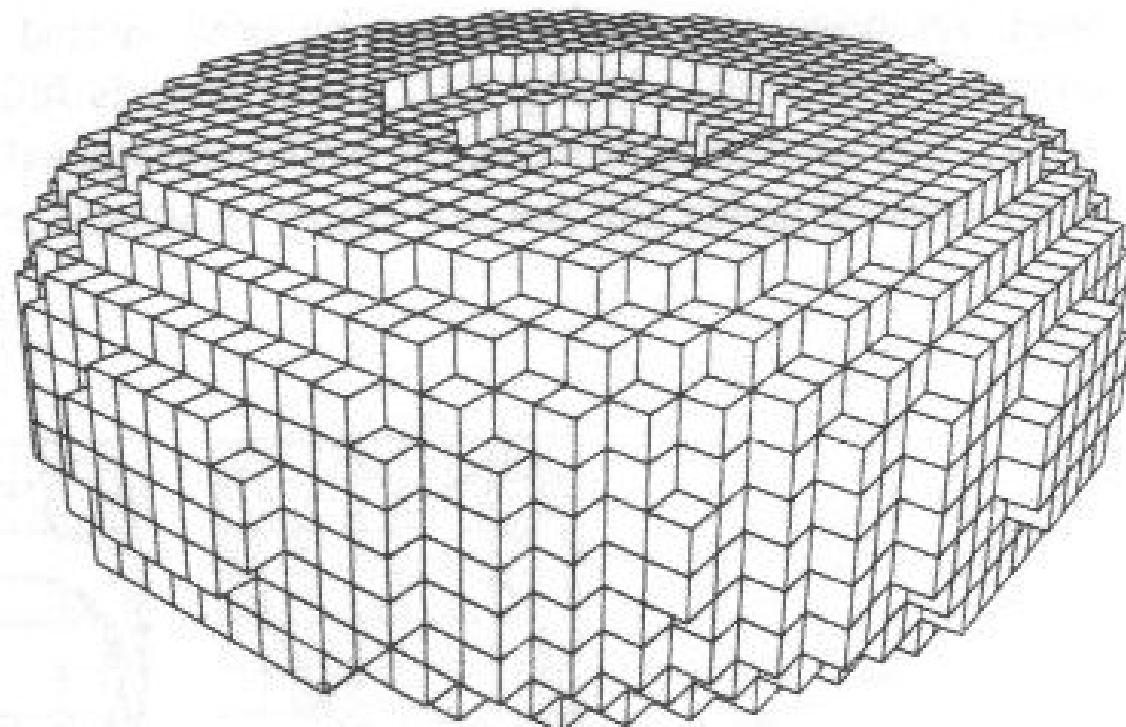


Descompunerea in celule a unui obiect este neambigua dar nu este unica

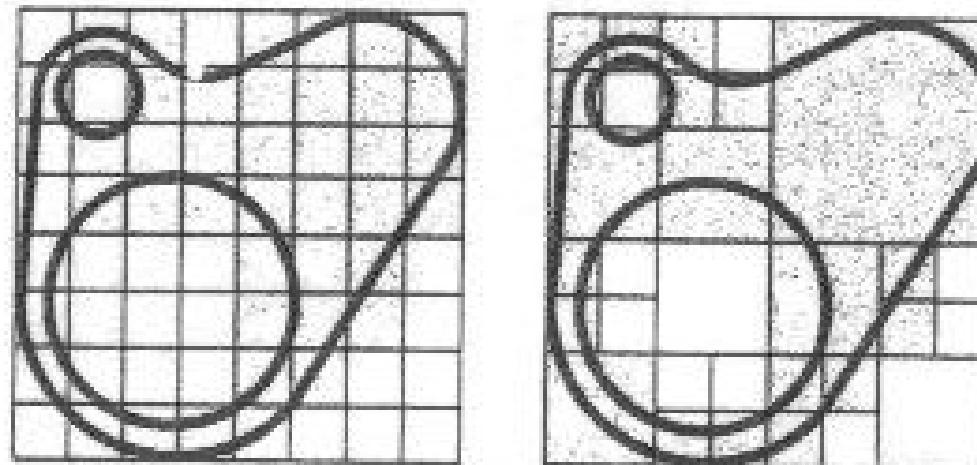


Celulele din (a) se pot transforma astfel incat sa construim obiectul (b,c) in 2 moduri diferite.

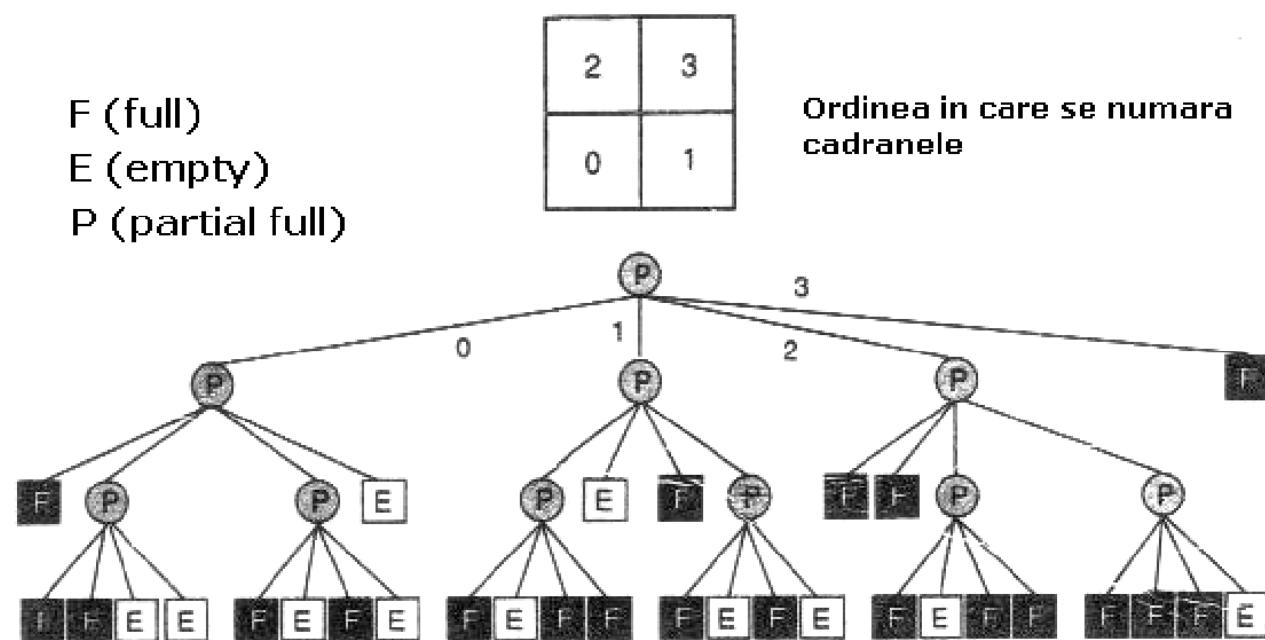
Reprezentarea unui tor prin enumerarea ocuparii spatiale



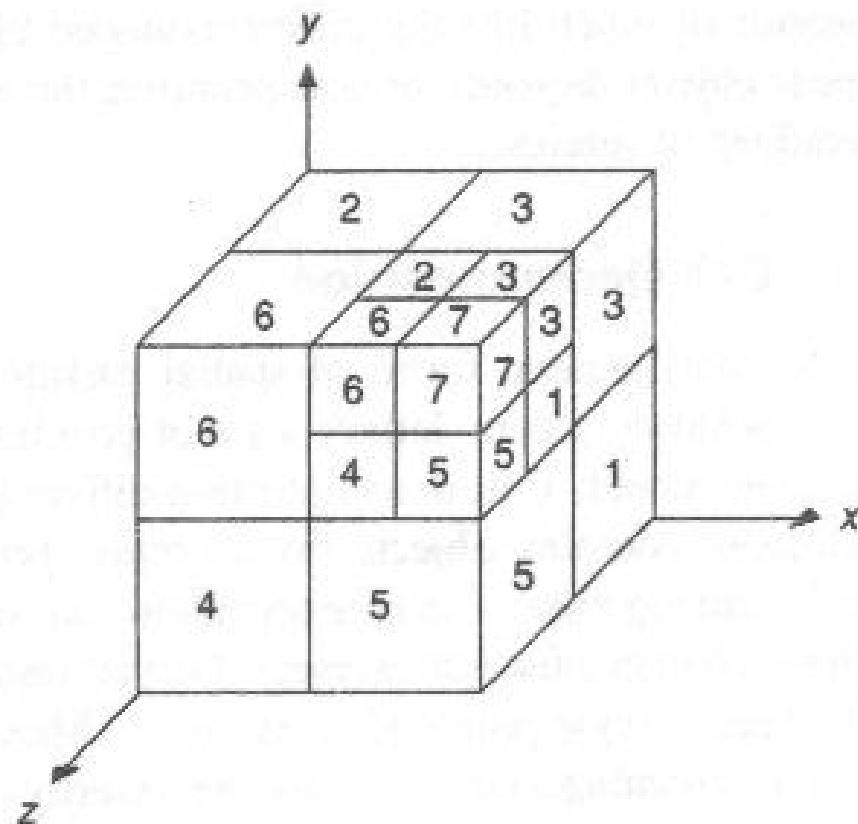
Obiect reprezentat prin enumerarea ocuparii spatiale si prin ACOS₄



Structura de date ACOS₄



Enumerarea octantilor ACOS₈



Structura de date ACOS_n

$$\text{ACOS}_n = \left(Q, \Sigma_n, \left\{ \xrightarrow{a} \middle| \xrightarrow{a} \subseteq Q^2, a \in \Sigma_n \right\}, q_0, \ell \right)$$

Q multimea de noduri

q_0 nodul radacina

$\ell : Q \rightarrow \{\text{Full}, \text{Empty}, \text{Partial Full}\}$ functie de etichetare
a nodurilor

$\left\{ \xrightarrow{a} \middle| \xrightarrow{a} \subseteq Q^2, a \in \Sigma_n \right\}$ multimea arcelor etichetate cu
etichete din Σ_n

$n = 4, 8$

$\Sigma_4 = \{\text{sw}, \text{se}, \text{nw}, \text{ne}\}$

$\Sigma_8 = \{\text{ldb}, \text{fdb}, \text{lub}, \text{rub}, \text{ldf}, \text{rdf}, \text{luf}, \text{ruf}\}$

Structura de date ACOS_n

Pre, Post : $Q \times \Sigma_n \rightarrow 2^Q$

$$\text{Pre}(q, a) = \{q' \mid q' \in Q \wedge q' \xrightarrow{a} q\}$$

$$\text{Post}(q, a) = \{q' \mid q' \in Q \wedge q \xrightarrow{a} q'\}$$

$$\text{Pre}(q) = \bigcup_{a \in \Sigma_n} \text{Pre}(q, a)$$

$$\text{Post}(q) = \bigcup_{a \in \Sigma_n} \text{Post}(q, a)$$

Structura de date ACOS_n

$$(\forall q \in Q)(\forall a \in \Sigma_n)(|\text{Pre}(q, a)| \leq 1 \wedge |\text{Post}(q, a)| \leq 1)$$

$$(\forall q \in Q) \left(\begin{array}{l} |\text{Post}(q)| \in \{0, n\} \wedge \\ |\text{Post}(q)| = 0 \Leftrightarrow \ell(q) \in \{F, E\} \wedge \\ |\text{Post}(q)| = n \Leftrightarrow \ell(q) = P \end{array} \right)$$

$$\text{Pre}(q_0) = \emptyset$$

Structura de date ACOS_n reuniunea

Date două obiecte ACOS

$$\text{ACOS}_n^i = \left(Q_i, \Sigma_n, \left\{ \xrightarrow{i}^a \middle| \xrightarrow{i}^a \subseteq Q_i \times Q_i, a \in \Sigma_n \right\}, q_0^i, \ell_i \right), i = 1, 2$$

sa se obtina obiectul reunioane

$$\text{ACOS}_n^3 = \left(Q_3, \Sigma_n, \left\{ \xrightarrow{3}^a \middle| \xrightarrow{3}^a \subseteq Q_3 \times Q_3, a \in \Sigma_n \right\}, q_0^3, \ell_3 \right)$$

Structura de date ACOS_n reuniunea

$$\mathcal{Q}_3 \subseteq \mathcal{Q}_1 \times \mathcal{Q}_2$$

$$q_0^3 = (q_0^1, q_0^2)$$

Definim operatia \cup astfel :

$$\cup : \{P, E, F\} \times \{P, E, F\} \rightarrow \{P, E, F\}$$

$$(\forall x \in \{P, E, F\}) \left(\begin{array}{l} x \cup F = F \wedge \\ x \cup E = x \end{array} \right)$$

$$P \cup P = P$$

Structura de date ACOS_n reuniunea reguli de inferenta

Regula 1

$$\overline{q_0^3 = (q_0^1, q_0^2) \in Q_3} \quad \ell_3(q_0^3) = \ell_1(q_0^1) \cup \ell_2(q_0^2)$$

Structura de date ACOS_n reuniunea reguli de inferenta

Regula 2

$$(q_1, q_2) \in Q_3 \quad \ell_1(q_1) = P \quad \ell_2(q_2) = E$$

$$\frac{\ell_3(q_1, q_2) = P \quad a \in \Sigma_n}{(\text{Post}(q_1, a), q_2) \in Q_3}$$

$$(q_1, q_2) \xrightarrow{a} (\text{Post}(q_1, a), q_2)$$

$$\ell_3((\text{Post}(q_1, a), q_2)) = \ell_1(\text{Post}(q_1, a))$$

Structura de date ACOS_n reuniunea reguli de inferenta

Regula 3

$$(q_1, q_2) \in Q_3 \quad \ell_1(q_1) = E \quad \ell_2(q_2) = P$$

$$\frac{\ell_3(q_1, q_2) = P \quad a \in \Sigma_n}{(q_1, \text{Post}(q_2, a)) \in Q_3}$$

$$(q_1, q_2) \xrightarrow{a} (q_1, \text{Post}(q_2, a))$$

$$\ell_3((q_1, \text{Post}(q_2, a))) = \ell_2(\text{Post}(q_2, a))$$

Structura de date ACOS_n reuniunea reguli de inferenta

Regula 4

$$(q_1, q_2) \in Q_3 \quad \ell_1(q_1) = P \quad \ell_2(q_2) = P$$

$$\ell_3(q_1, q_2) = P \quad a \in \Sigma_n$$

$$(\text{Post}(q_1, a), \text{Post}(q_2, a)) \in Q_3$$

$$(q_1, q_2) \xrightarrow{a} (\text{Post}(q_1, a), \text{Post}(q_2, a))$$

$$\ell_3((\text{Post}(q_1, a), \text{Post}(q_2, a))) =$$

$$\ell_1(\text{Post}(q_1, a)) \cup \ell_2(\text{Post}(q_2, a))$$

Structura de date ACOS_n

reuniunea

reguli de inferenta

- Regulile 1,2,3,4 se aplică până cand nici una din ele nu mai poate fi aplicată
- Din acest moment se aplică urmatoarele reguli pentru reetichetarea cu F(ull) a nodurilor cu n descendenti etichetati F și eliminarea acestor descendenti

Structura de date ACOS_n reuniunea reguli de inferenta

Regula 5

$$\frac{q_3 \in Q_3 \quad \ell_3(q_3) = P \\ (\forall q \in \text{Post}(q_3))(\ell_3(q) = F)}{\ell_3(q_3) = F}$$
$$(\forall a \in \Sigma_n)(\forall q \in \text{Post}(q_3, a))$$
$$\left(\xrightarrow{a}{}_{\exists} = \xrightarrow{a}{}_{\exists} \setminus \{(q_3, q)\} \right)$$

Structura de date ACOS_n reuniunea reguli de inferenta

Regula 6

$$\frac{q_3 \in Q_3 \setminus \{q_0^3\} \quad \text{Pre}(q_3) = \emptyset}{\begin{aligned} & (\forall q \in \text{Post}(q_3))(\ell_3(q) = F) \\ & (\forall a \in \Sigma_n)(\forall q \in \text{Post}(q_3, a)) \\ & \left(\xrightarrow{a}_3 = \xrightarrow{a}_3 \setminus \{(q_3, q)\} \right) \\ & Q_3 = Q_3 \setminus \{q_3\} \end{aligned}}$$

Structura de date ACOS_n intersectia

Date două obiecte ACOS

$$\text{ACOS}_n^i = \left(Q_i, \Sigma_n, \left\{ \xrightarrow{i}^a \middle| \xrightarrow{i}^a \subseteq Q_i \times Q_i, a \in \Sigma_n \right\}, q_0^i, \ell_i \right), i = 1, 2$$

sa se obtina obiectul intersectie

$$\text{ACOS}_n^3 = \left(Q_3, \Sigma_n, \left\{ \xrightarrow{3}^a \middle| \xrightarrow{3}^a \subseteq Q_3 \times Q_3, a \in \Sigma_n \right\}, q_0^3, \ell_3 \right)$$

Structura de date ACOS_n intersectia

$$\mathcal{Q}_3 \subseteq \mathcal{Q}_1 \times \mathcal{Q}_2$$

$$q_0^3 = (q_0^1, q_0^2)$$

Definim operatia \cap astfel :

$$\cap : \{P, E, F\} \times \{P, E, F\} \rightarrow \{P, E, F\}$$

$$(\forall x \in \{P, E, F\}) \left(\begin{array}{l} x \cap F = x \wedge \\ x \cap E = E \end{array} \right)$$

$$P \cap P = P$$

Structura de date ACOS_n intersectia reguli de inferenta

Regula 1

$$\overline{q_0^3 = (q_0^1, q_0^2) \in Q_3} \quad \ell_3(q_0^3) = \ell_1(q_0^1) \cap \ell_2(q_0^2)$$

Structura de date ACOS_n

intersectia

reguli de inferenta

Regula 2

$$(q_1, q_2) \in Q_3 \quad \ell_1(q_1) = P \quad \ell_2(q_2) = F$$

$$\frac{\ell_3(q_1, q_2) = P \quad a \in \Sigma_n}{(\text{Post}(q_1, a), q_2) \in Q_3}$$

$$(q_1, q_2) \xrightarrow{a} (\text{Post}(q_1, a), q_2)$$

$$\ell_3((\text{Post}(q_1, a), q_2)) = \ell_1(\text{Post}(q_1, a))$$

Structura de date ACOS_n

intersectia

reguli de inferenta

Regula 3

$$(q_1, q_2) \in Q_3 \quad \ell_1(q_1) = F \quad \ell_2(q_2) = P$$

$$\frac{\ell_3(q_1, q_2) = P \quad a \in \Sigma_n}{(q_1, \text{Post}(q_2, a)) \in Q_3}$$

$$(q_1, q_2) \xrightarrow{a} (q_1, \text{Post}(q_2, a))$$

$$\ell_3((q_1, \text{Post}(q_2, a))) = \ell_2(\text{Post}(q_2, a))$$

Structura de date ACOS_n intersectia reguli de inferenta

Regula 4

$$(q_1, q_2) \in Q_3 \quad \ell_1(q_1) = P \quad \ell_2(q_2) = P$$

$$\frac{\ell_3(q_1, q_2) = P \quad a \in \Sigma_n}{(\text{Post}(q_1, a), \text{Post}(q_2, a)) \in Q_3}$$

$$(q_1, q_2) \xrightarrow{a} (\text{Post}(q_1, a), \text{Post}(q_2, a))$$

$$\ell_3((\text{Post}(q_1, a), \text{Post}(q_2, a))) =$$

$$\ell_1(\text{Post}(q_1, a)) \cap \ell_2(\text{Post}(q_2, a))$$

Structura de date ACOS_n

intersectia

reguli de inferenta

- Regulile 1,2,3,4 se aplică până cand nici una din ele nu mai poate fi aplicată
- Din acest moment se aplică urmatoarele reguli pentru reetichetarea cu E(mpty) a nodurilor cu n descendenti etichetati E și eliminarea acestor descendenti

Structura de date ACOS_n intersectia reguli de inferenta

Regula 5

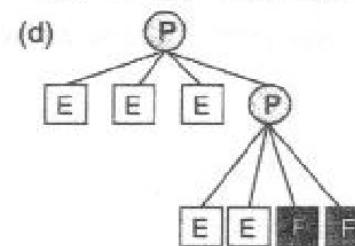
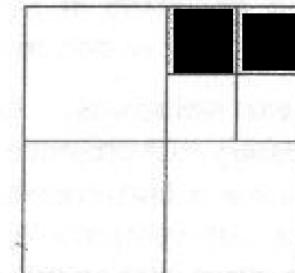
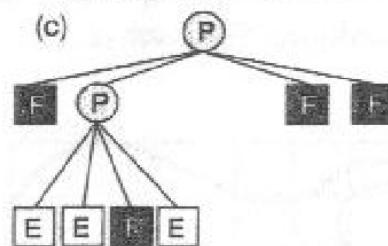
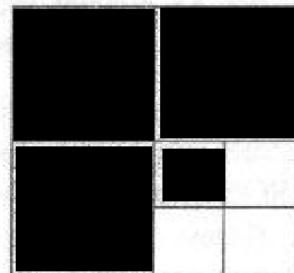
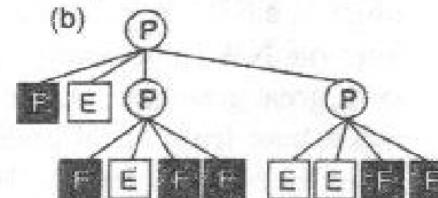
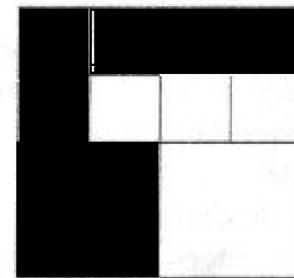
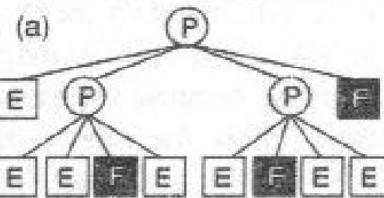
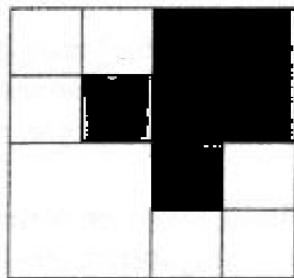
$$\frac{q_3 \in Q_3 \quad \ell_3(q_3) = P \\ (\forall q \in \text{Post}(q_3))(\ell_3(q) = E)}{\ell_3(q_3) = F}$$
$$(\forall a \in \Sigma_n)(\forall q \in \text{Post}(q_3, a))$$
$$\left(\xrightarrow{a}_3 = \xrightarrow{a}_3 \setminus \{(q_3, q)\} \right)$$

Structura de date ACOS_n intersectia reguli de inferenta

Regula 6

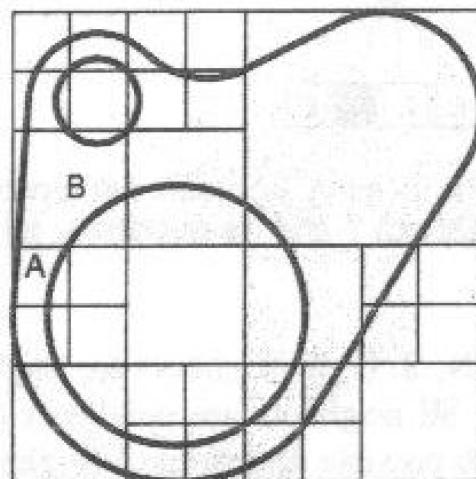
$$\frac{q_3 \in Q_3 \setminus \{q_0^3\} \quad \text{Pre}(q_3) = \emptyset}{\begin{aligned} & (\forall q \in \text{Post}(q_3))(\ell_3(q) = F) \\ & (\forall a \in \Sigma_n)(\forall q \in \text{Post}(q_3, a)) \\ & \left(\xrightarrow[3]{a} = \xrightarrow[3]{a} \setminus \{(q_3, q)\} \right) \end{aligned}}$$
$$Q_3 = Q_3 \setminus \{q_3\}$$

Operatii booleene pe ACOS₄

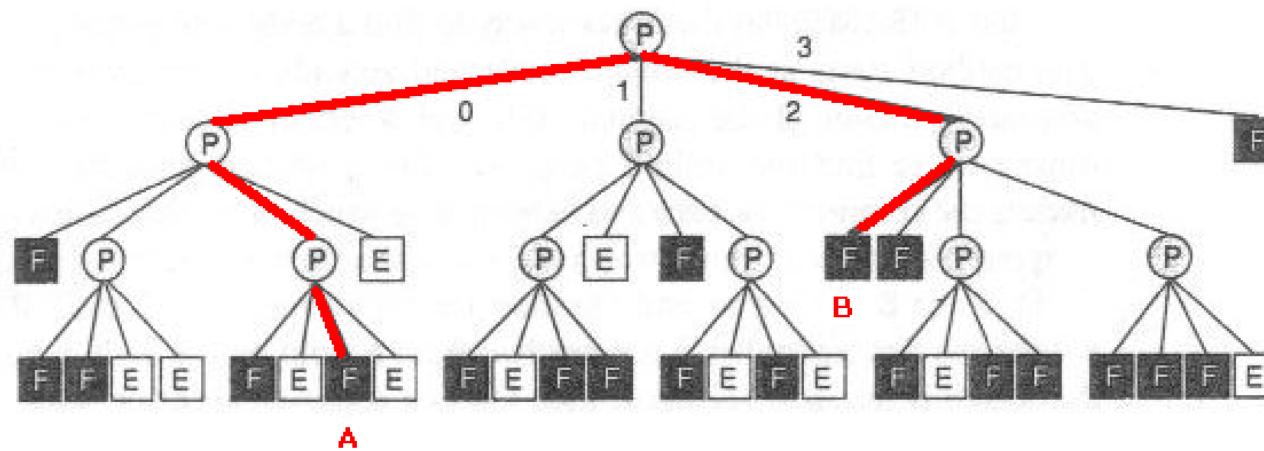


Operatii booleene pe ACOS4 : obiectele S si T (imaginile (a) si (b)) si S ∪ T (c), S ∩ T (d)

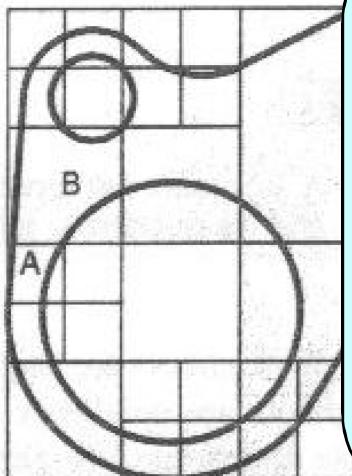
Determinarea vecinului



Dorim determinarea vecinului nodului A cu care acesta se invecineaza la nord (i.e., nodul B).



Determinarea vecinului

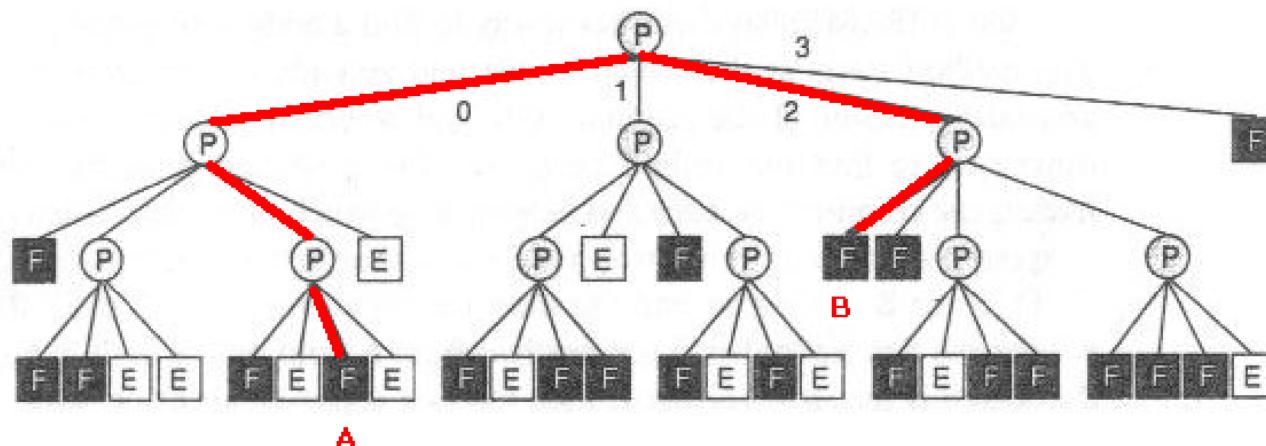


Plecam dinspre A catre radacina arborelui pana cand intalnim o eticheta care nu mai contine "nord":

(A,2-nw,P),(P,2-nw,P), (P,0-sw,P), STOP.

De la ultimul nod astfel obtinut, in cazul ns. radacina, mergem pe drumul inversat simetric:

(P,2-nw,P),(P,0-sw,F), STOP deoarece F nu are succesiatori si deci am obtinut B.



Determinarea vecinului

vecin1.cpp
FindNeighbourCommonFace8

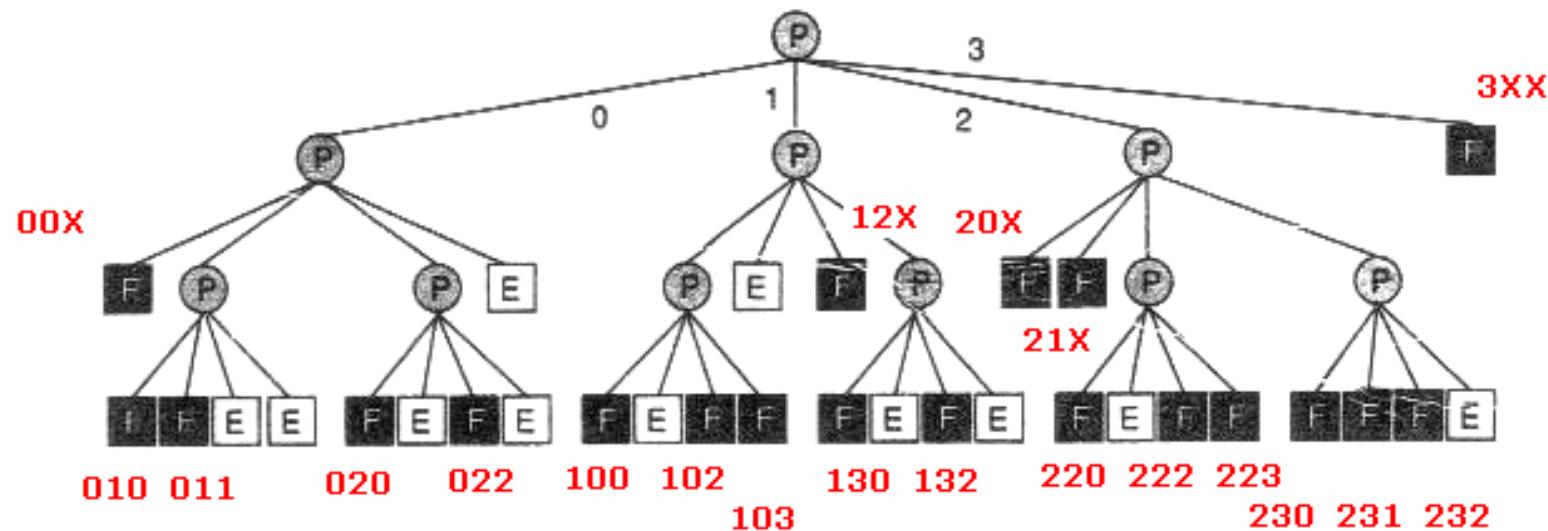
vecin2.cpp
FindNeighbourCommonEdge4

ACOS_n liniare

Notatia liniara : sunt reprezentate doar nodurile F.

Nodurile F sunt reprezentate printr-o secventa de cifre care reprezinta "adresa" sa din arborele ACOS. # de cifre coincide cu # de niveluri din arborele ACOS. Nodurile F care nu se gasesc pe ultimul nivel au adaugate in secventa 'X' pana la completarea # de niveluri (ex. 3XX).

ACOS_n liniare



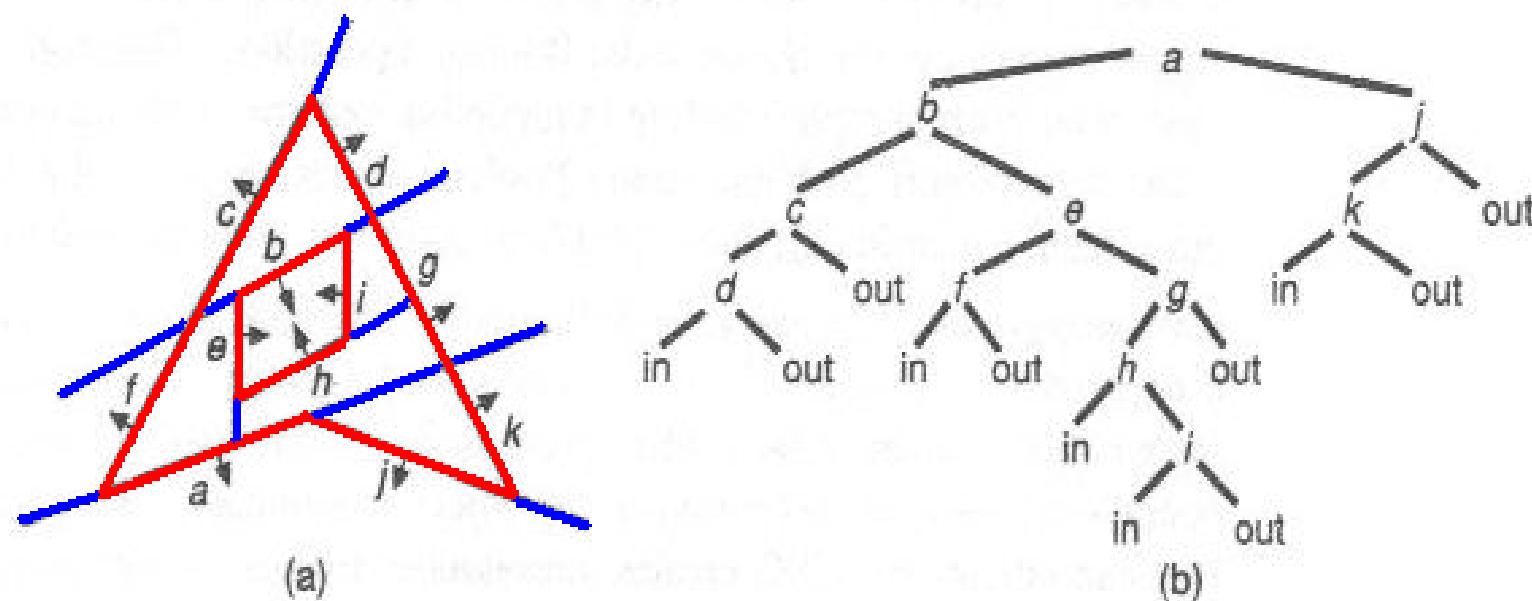
00X,010,011,020,022,100,102,103,12X,130,132,

20X,21X,220,222,223,230,231,232,3XX

ACOS_n liniare

frontiera.cpp
determinareFrontieraACOS8

Reprezentarea BSP



Reprezentarea BSP a unui obiect 2D (poligonul concav din imaginea (a) delimitat de conturul de culoare rosie)

Arborele BSP corespunzator (b)

Reprezentarea BSP

- **Arborii BSP** (Binary Space Partitioning Trees) subdivid, in mod recursiv, spatiul in 2 subspatii delimitate printr-un plan oarecare
- Un **nod intern** al unui arbore BSP este asociat unui plan P si are 2 pointeri la nodurile fii (de o parte si de cealalta a planului P)

Reprezentarea BSP

- orientarea normalei la P (spre exteriorul lui P) distinge fiul stang de cel drept
 - fiul stang este in interiorul (spatele) planului
 - fiul drept este in exteriorul (fata) planului

Reprezentarea BSP

- divizarea spatiului continua in mod recursiv cu fiii nodului corespunzator planului P
- divizarea spatiului se opreste cand subspatiul obtinut este, in intregime, in interiorul sau in exteriorul obiectului de reprezentat
- astfel, nodurile frunza vor fi etichetate **in** sau **out**

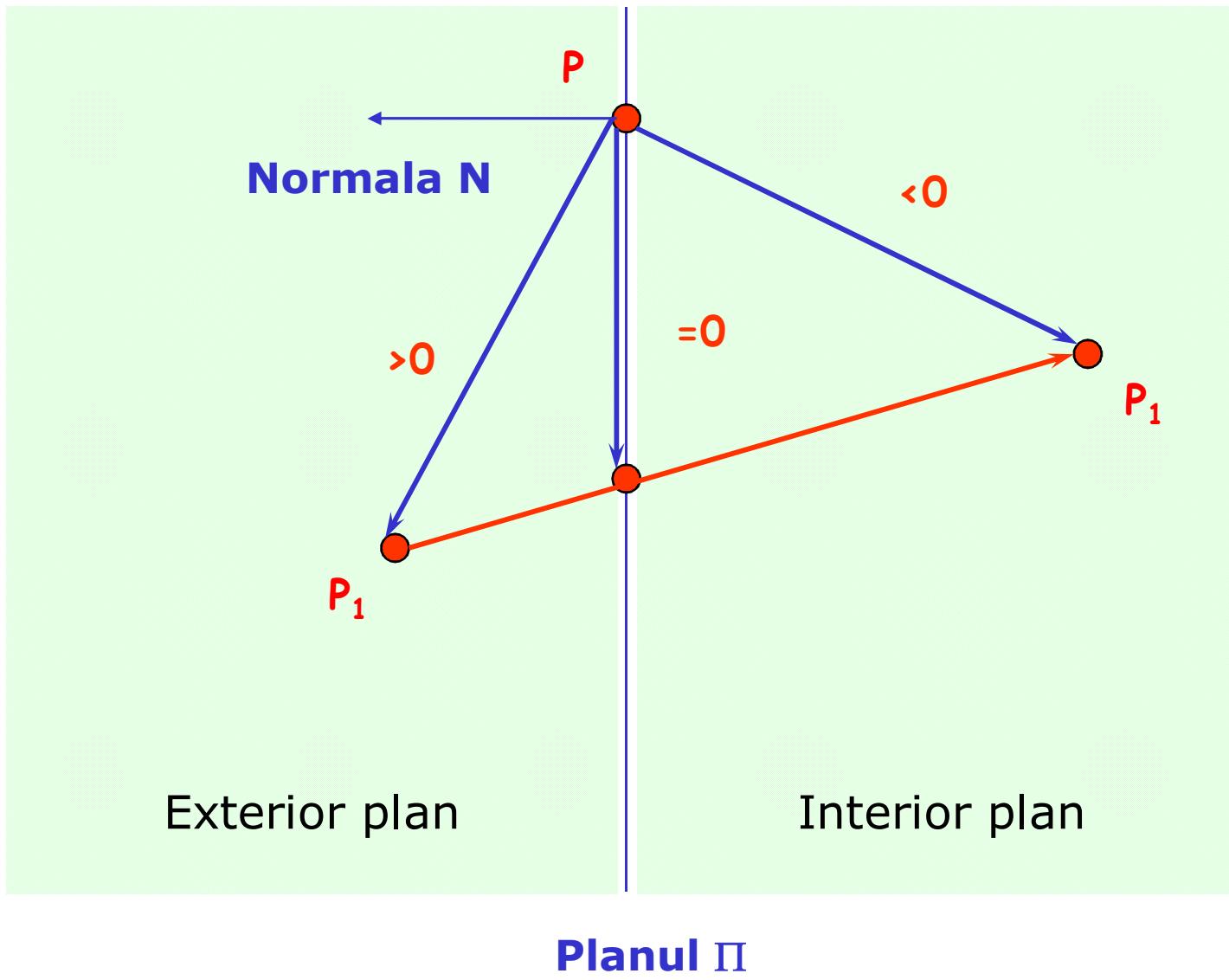
Reprezentarea BSP

- problema **clasificarii unui punct**:
dat un punct si un obiect solid sa se determine daca punctul se gaseste in interiorul/exteriorul obiectului sau pe obiect
 - in ecuatia planului din nodul radacina $Ax + By + Cz + D = 0$ se inlocuiesc x, y si z cu coordonatele punctului

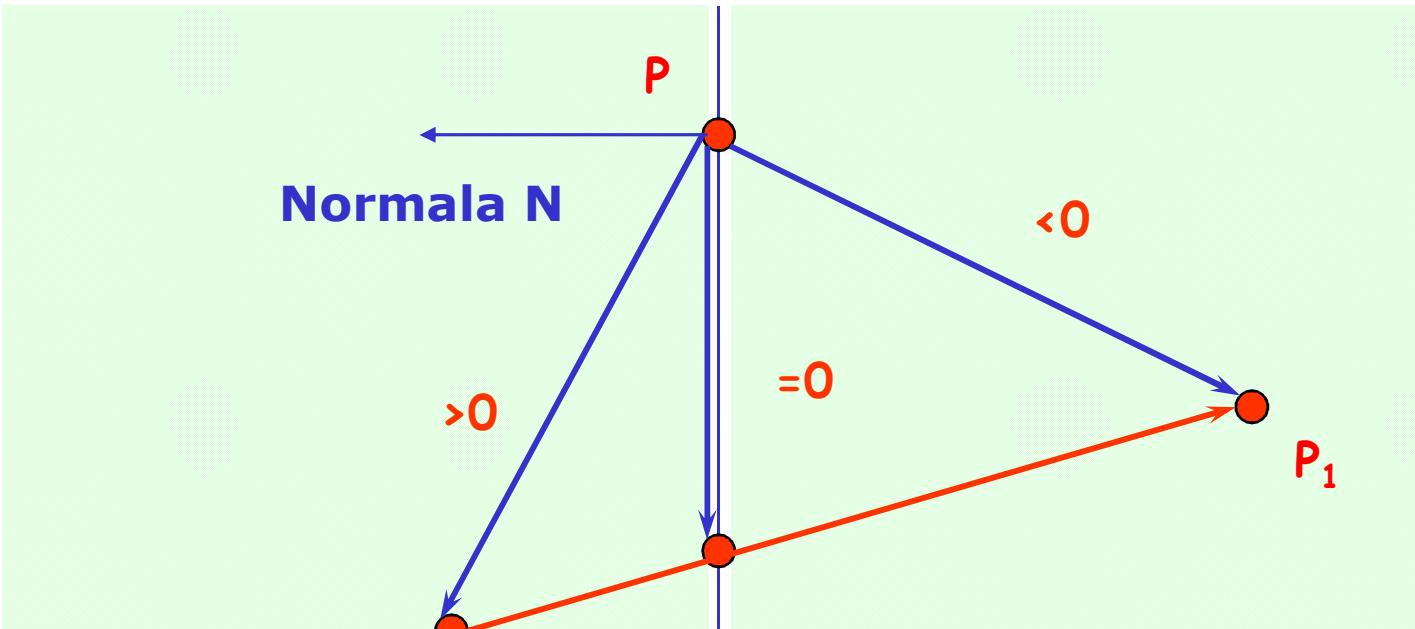
Reprezentarea BSP

- problema **clasificarii unui punct**
 - în ecuația planului din nodul radacina $Ax + By + Cz + D = 0$ se înlocuiesc x, y și z cu coordonatele punctului
 - se determină, în funcție de semn, dacă punctul este în interiorul/exteriorul planului sau în plan

Problema clasificarii unui punct



Problema clasificarii unui punct



$\overrightarrow{\mathbf{N}} \cdot \overrightarrow{PP_1} < 0 \Rightarrow P_1$ este interior Π

$\overrightarrow{\mathbf{N}} \cdot \overrightarrow{PP_1} > 0 \Rightarrow P_1$ este exterior Π

$\overrightarrow{\mathbf{N}} \cdot \overrightarrow{PP_1} = 0 \Rightarrow P_1 \in \Pi$

Problema clasificarii unui punct

Ecuatia planului $\Pi : Ax + By + Cz + D = 0$

$$\vec{N} = A\vec{i} + B\vec{j} + C\vec{k}$$

$P(x, y, z) \in \Pi \quad \wedge \quad P_1(x_1, y_1, z_1) \Rightarrow$

$$\overrightarrow{PP_1} = (x_1 - x)\vec{i} + (y_1 - y)\vec{j} + (z_1 - z)\vec{k}$$

$$\vec{N} \cdot \overrightarrow{PP_1} = A(x_1 - x) + B(y_1 - y) + (z_1 - z) =$$

$$= Ax_1 + By_1 + Cz_1 - Ax - By - Cz =$$

$$= Ax_1 + By_1 + Cz_1 + D$$

Reprezentarea BSP

- problema **clasificarii unui punct**
 - daca punctul este in interiorul sau in exteriorul planului atunci este trimis pentru clasificare fiului stang sau drept
 - daca este pe plan atunci este trimis ambilor fii si clasificarile obtinute se compara

Reprezentarea BSP

- problema **clasificarii unui punct**
 - daca este pe plan atunci este trimis ambilor fii si clasificarile obtinute se compara
 - daca sunt aceleasi, evident
 - daca nu, atunci punctul este clasificat ca fiind **pe obiect**

Reprezentarea BSP

- problema **clasificarii unui punct**
 - în final ajungem cu punctul într-un nod frunză și clasificăm punctul ca fiind **in** sau **out** conform etichetei nodului frunză

Obiect definit prin CSG

