Universidad de los Andes
Departamento de Ingeniería Industrial
Modelos Probabilísticos (IIND-2104)
2025-20

Complementaria Repaso Quiz 3 - Miércoles 12:30 p.m.

El artista urbano *BadDoggy* se ha convertido en una de las figuras más influyentes de la música contemporánea. Sin embargo, como ocurre con muchos artistas que dependen fuertemente de la atención del público, su nivel de popularidad fluctúa constantemente. En cualquier momento, BadDoggy puede encontrarse en uno de dos estados: **Trending (T)**, cuando sus canciones están en los listados globales, recibe invitaciones a premiaciones y sus redes sociales explotan en actividad; o **No Trending (N)**, cuando su visibilidad disminuye y sus ingresos dependen principalmente de actividades presenciales.

Cada mes, su equipo de producción debe decidir una acción estratégica para gestionar su carrera. BadDoggy puede: lanzar un **Nuevo álbum (A)** con un alto potencial de impacto pero un costo significativo de producción; realizar una **Colaboración (C)** con otro artista, lo cual incrementa su visibilidad moderadamente; agendar un **Concierto (K)**, que genera ingresos rápidos pero no necesariamente incrementa su tendencia en redes; o tomarse un **Descanso (D)**, útil para recuperar creatividad pero con bajos ingresos asociados.

Sus ingresos mensuales dependen del estado de popularidad: cuando está Trending, recibe pagos por reproducciones, contratos publicitarios y ventas digitales; cuando No Trending, depende principalmente de conciertos y colaboraciones. Se modelan de la siguiente manera:

$$\text{T} : 140{,}000 \text{ USD}, \qquad \text{N} : 40{,}000 \text{ USD}.$$

Cada acción tiene un costo operativo asociado (producción musical, logística o esfuerzo creativo):

$$A : -20{,}000 \text{ USD}, \qquad C : -10{,}000 \text{ USD}, \qquad K : -25{,}000 \text{ USD}, \qquad D : 0 \text{ USD}.$$

Por tanto, el retorno inmediato de BadDoggy al ejecutar la acción a en un estado s se define como:

$$R(s, a) = \text{ingreso del estado } s + \text{costo de la acción } a.$$

La evolución del estado de popularidad depende de la acción tomada. Las siguientes matrices de transición modelan su probabilidad de mantenerse o cambiar entre estados (**T, N** en ese orden):

Matriz de transición al lanzar un Nuevo álbum (A):

$$P^A = \begin{bmatrix} 0.75 & 0.25 \\ 0.60 & 0.40 \end{bmatrix}$$

Matriz de transición al realizar una Colaboración (C):

$$P^C = \begin{bmatrix} 0.55 & 0.45 \\ 0.50 & 0.50 \end{bmatrix}$$

Matriz de transición al hacer un Concierto (K):

$$P^K = \begin{bmatrix} 0.80 & 0.20 \\ 0.55 & 0.45 \end{bmatrix}$$

Matriz de transición al tomar un Descanso (D):

$$P^D = \begin{bmatrix} 0.55 & 0.45 \\ 0.10 & 0.90 \end{bmatrix}$$

La situación se modela como un Proceso de Decisión Markoviano con los siguientes componentes:

Épocas:
$E = \{\text{Mes 1, Mes 2, Mes 3, ...}, \infty\}$

Variable de estado:
X_n = Nivel de popularidad de BadDoggy en la época n.

Espacio de estados:
$S_X = \{\text{Trending (T)},\ \text{No Trending (N)}\}$

Decisiones:
$A(i) = \{\text{Nuevo álbum (A)},\ \text{Colaboración (C)},\ \text{Concierto (K)},\ \text{Descanso (D)}\} \quad \forall i \in S_X$

Retornos inmediatos (ingresos netos):

$$R(s, a) = \text{ingreso del estado } s + \text{costo de la acción } a.$$

Factor de descuento:
$\beta = 0.95$

Parte A: Implementación del MDP

1. Implemente en Python todos los componentes del MDP y cree el objeto MDP con la librería `jmarkov`.
2. Calcule los valores óptimos para cada estado usando iteración de valores (maximización).
3. Obtenga la política óptima.
4. Calcule el valor esperado de la política óptima en el largo plazo.
5. Genere la matriz de transición inducida por la política óptima.

Parte B: Simulación de Monte Carlo

Realice una simulación de Monte Carlo con **1000 escenarios**, cada uno con **20 meses**, iniciando en el estado **No Trending (N)** y aplicando la política óptima π^*.

Responda las siguientes preguntas:

1. ¿Cuál es el ingreso acumulado esperado durante las últimas 5 meses?
2. ¿En qué porcentaje de meses BadDoggy se encuentra en estado **Trending (T)**?