

Научно-исследоват. работа

Численное моделирование динамики частиц в
рудоразмольной мельнице методом дискретных
элементов

Катнов Артем

Московский государственный технический университет им. Н.Э.Баумана

21 мая 2021 г.

1 Метод дискретных элементов

- Алгоритм метода

2 Описание модели

- Контактные силы
- Силы диссипации
- Кинематика частиц
- Модель разрушения

3 Постановка задачи

- Реальные параметры

4 Доп. материалы

Метод дискретных элементов

Научно-исследовательская работа

Катнов
Артем

Метод дискретных элементов

Алгоритм метода

Описание модели

Контактные силы

Силы диссипации

Кинематика частиц

Модель разрушения

Постановка задачи

Реальные параметры

Доп. материалы

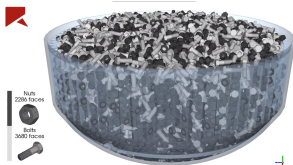


Рис.: Демонстрация сыпучей среды

Cundall P. A. A computer model for simulating progressive, large-scale movement in blocky rock system //Proceedings of the International Symposium on Rock Mechanics, 1971. – 1971.

Цель работы

Шаровая мельница

Научно-исследовательская работа

Катнов
Артем

Метод дискретных элементов

Алгоритм метода

Описание модели

Контактные силы

Силы диссипации

Кинематика частиц

Модель разрушения

Постановка задачи

Реальные параметры

Доп. материалы

Цель работы: исследование динамики системы частиц дробии руды во вращающемся барабане рудоразмольной мельницы.

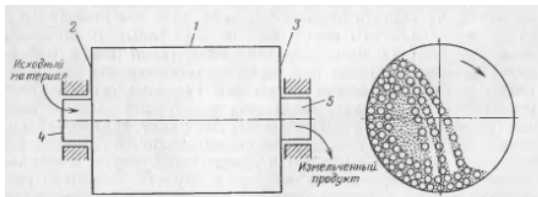


Рис.: Схематическое изображение шаровой мельницы

Метод дискретных элементов

Алгоритм метода

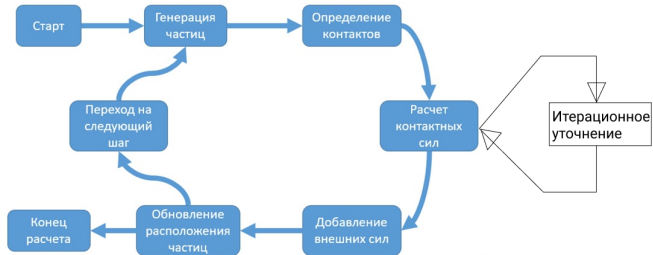


Рис.: Общий алгоритм метода дискретных элементов

Метод дискретных элементов

Алгоритм метода

Научно-исследовательская работа

Катнов
Артем

Метод дискретных элементов

Алгоритм метода

Описание модели

Контактные силы

Силы диссипации

Кинематика частиц

Модель разрушения

Постановка задачи

Реальные параметры

Доп. материалы

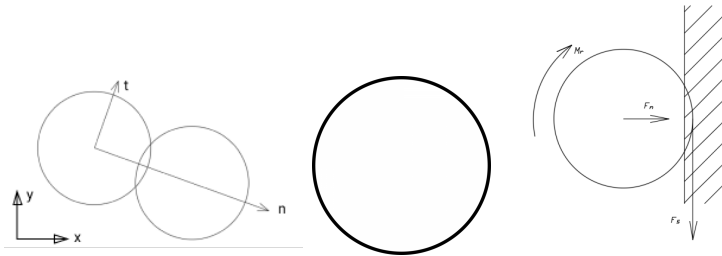


Рис.: Три возможных состояния шара

Метод дискретных элементов

Алгоритм метода

Научно-
исследоват.
работа

Катнов
Артем

Метод
дискретных
элементов

Алгоритм
метода

Описание
модели

Контактные
силы

Силы
диссипации

Кинематика
частиц

Модель
разрушения

Постановка
задачи

Реальные
параметры

Доп.
материалы

- 1) Определение контактов
- 2) Расчет контактных сил
- 3) Определения кинематического закона
- 4) Определение нового положения шаров
- 5) Переход на п.1

Описание модели

Контактные силы

Научно-исследовательская работа

Катнов
Артем

Метод дискретных элементов

Алгоритм метода

Описание модели

Контактные силы

Силы диссипации

Кинематика частиц

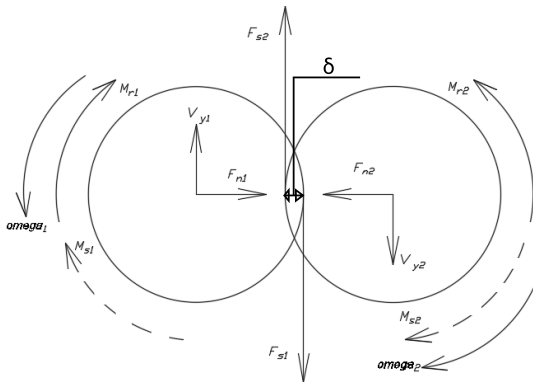
Модель разрушения

Постановка задачи

Реальные параметры

Доп. материалы

Syed Z., Tekeste M., White D. A coupled sliding and rolling friction model for DEM calibration // Journal of Terramechanics. – 2017. – Т. 72. – С. 9-20.



Описание модели

Контактные силы в нормальном направлении

Научно-исследовательская работа

Катнов
Артем

Метод дискретных элементов

Алгоритм метода

Описание модели

Контактные силы

Силы диссипации

Кинематика частиц

Модель разрушения

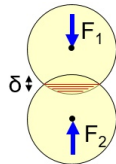
Постановка задачи

Реальные параметры

Доп. материалы

$$F_n = k_n \cdot \delta_n \quad (1)$$

где F_n — контактная сила, возникающая в точке контакта и действующая на оба шара, [Н];
 k_n — коэффициент жёсткости, [Н/м];
 δ_n — взаимное проникновение, так называемое вхождение шаров друг в друга, [м].



$$k_n = \frac{4}{3} \cdot E_{eff} \cdot \sqrt{R_{eff} \cdot \delta_n} \quad (2)$$

где

$$\frac{1}{E_{eff}} = \frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2}$$

$$\frac{1}{R_{eff}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

Описание модели

Контактные силы в тангенциальном и окружном направлениях

Научно-исследовательская работа

Катнов
Артем

Метод дискретных элементов

Алгоритм метода

Описание модели

Контактные силы

Силы диссипации

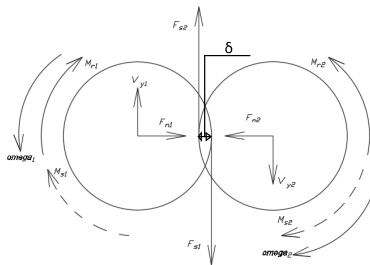
Кинематика частиц

Модель разрушения

Постановка задачи

Реальные параметры

Доп. материалы



$$F_s = \mu_s \cdot F_n \cdot \text{sign}(v_{rel_tan}) \quad v_{rel_tan} \neq 0$$

$$M_s = F_s \cdot R_{eff}$$

$$M_r = \mu_r \cdot F_n \cdot R_{eff} \cdot \text{sign}(\omega_{rel}) \quad \omega_{rel} \neq 0$$

$$v_{rel_tan}^1 = v_y^1 - v_y^2 - (\omega_1 \cdot R_1 + \omega_2 \cdot R_2)$$

$$\omega_{rel} = \omega_1 + \omega_2$$

Описание модели

Контактные силы скольжения

Научно-исследовательская работа

Катнов
Артем

Метод дискретных элементов

Алгоритм метода

Описание модели

Контактные силы

Силы диссипации

Кинематика частиц

Модель разрушения

Постановка задачи

Реальные параметры

Доп. материалы

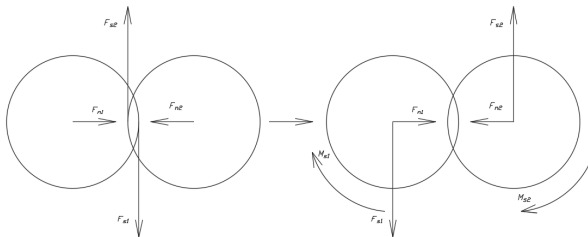


Рис.: Приведение силы трения скольжения к центру элемента

Описание модели

Силы диссипации

Научно-исследовательская работа

Катнов
Артем

Метод дискретных элементов

Алгоритм метода

Описание модели

Контактные силы

Силы диссипации

Кинематика частиц
Модель разрушения

Постановка задачи

Реальные параметры

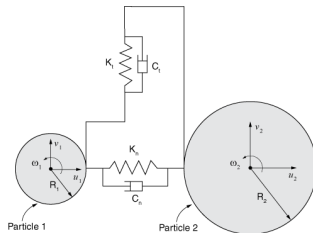
Доп. материалы

$$D_n = c_n \cdot v_{n_rel}$$

$$D_t = c_t \cdot v_{t_rel}$$

$$c_n = 2 \cdot \sqrt{m \cdot 2 \cdot E_{eff} \cdot \delta_n \sqrt{R_{eff}} \cdot \zeta_n}$$

$$c_t = 4 \cdot \sqrt{m \cdot 2 \cdot G_{eff} \cdot \delta_n \sqrt{R_{eff}} \cdot \zeta_t}$$



Караваяев А. С., Копысов С. П., Сармакеева А. С.
Моделирование динамики произвольных тел методом дискретных элементов // Вестник Удмуртского университета. Математика. Механика. Компьютерные науки. – 2015. – Т. 25. – №. 4. – С. 473-482.

Описание модели

Кинематика частиц

Научно-исследоват.
работа

Катнов
Артём

Метод
дискретных
элементов

Алгоритм
метода

Описание
модели

Контактные
силы

Силы
диссипации

**Кинематика
частиц**

Модель
разрушения

Постановка
задачи

Реальные
параметры

Доп.
материалы

$$x = x_0 + v_0^x \cdot \Delta t + \frac{a_0^x \cdot \Delta t^2}{2} + \frac{b_0^x \cdot \Delta t^3}{6} \quad (3)$$

$$y = y_0 + v_0^y \cdot \Delta t + \frac{a_0^y \cdot \Delta t^2}{2} + \frac{b_0^y \cdot \Delta t^3}{6} \quad (4)$$

$$\vartheta = \vartheta_0 + v_0^\vartheta \cdot \Delta t + \frac{a_0^\vartheta \cdot \Delta t^2}{2} + \frac{b_0^\vartheta \cdot \Delta t^3}{6} \quad (5)$$

$$b_n = \frac{a_{t+\Delta t} - a_t}{\Delta t} \quad (6)$$

$$b_t = \frac{a_{t+\Delta t} - a_t}{\Delta t} \quad (7)$$

$$b_\vartheta = \frac{\varepsilon_{t+\Delta t} - \varepsilon_t}{\Delta t} \quad (8)$$

$$\{b\}^{glob} = [T] \cdot \{b\}^{loc}$$

Описание модели

Блок-схема итерационного уточнения

Научно-исследовательская работа

Катнов
Артём

Метод дискретных элементов

Алгоритм метода

Описание модели

Контактные силы

Силы диссипации

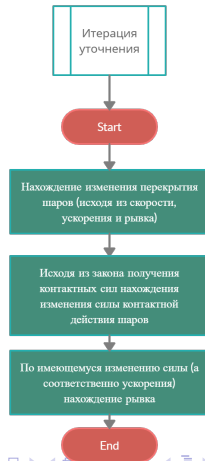
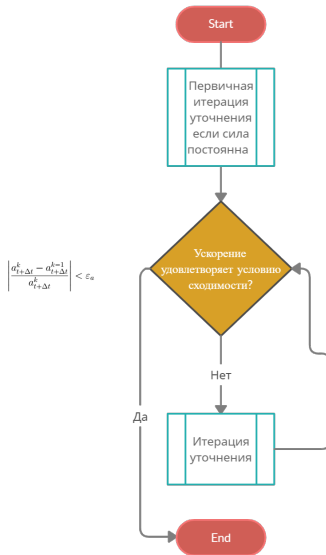
Кинематика частиц

Модель разрушения

Постановка задачи

Реальные параметры

Доп. материалы



Описание модели

Совокупность уравнений

Научно-исследоват.
работа

Катнов
Артем

Метод
дискретных
элементов

Алгоритм
метода

Описание
модели

Контактные
силы

Силы
диссипации

**Кинематика
частиц**

Модель
разрушения

Постановка
задачи

Реальные
параметры

Доп.
материалы

$$\left\{ \begin{array}{l} \overline{m \cdot a_t} = \overline{F_n} + \overline{F_s} + \overline{D} + \overline{G} \\ \overline{l \cdot \varepsilon_t} = \overline{M_s} + \overline{M_r} \\ \overline{v}_t = \overline{v}_{t-\Delta t} + \overline{a}_t \cdot \Delta t + \frac{\overline{b}_t \cdot \Delta t^2}{2} \\ \overline{s}_t = \overline{s}_{t-\Delta t} + \overline{v}_{t-\Delta t} \cdot \Delta t + \frac{\overline{a}_t \cdot \Delta t^2}{2} + \frac{\overline{b}_t \cdot \Delta t^3}{6} \\ v_t^{\vartheta} = v_{t-\Delta t}^{\vartheta} + \varepsilon_t \cdot \Delta t \\ \vartheta_t = \vartheta_{t-\Delta t} + v_{t-\Delta t}^{\vartheta} \cdot \Delta t + \frac{\varepsilon_t \cdot \Delta t^2}{2} + \frac{b_t^{\vartheta} \cdot \Delta t^3}{6} \end{array} \right.$$

Описание модели

Совокупность уравнений

Научно-исследоват.
работа

Катнов
Артем

Метод
дискретных
элементов

Алгоритм
метода

Описание
модели

Контактные
силы

Силы
диссипации

**Кинематика
частиц**

Модель
разрушения

Постановка
задачи

Реальные
параметры

Доп.
материалы

$$\left\{ \begin{array}{l} \overline{m \cdot a_t} = \overline{G} \\ \overline{l \cdot \varepsilon_t} = 0 \\ \bar{v}_t = \bar{v}_{t-\Delta t} + \bar{a}_t \cdot \Delta t \\ \bar{s}_t = \bar{s}_{t-\Delta t} + \bar{v}_{t-\Delta t} \cdot \Delta t + \frac{\bar{a}_t \cdot \Delta t^2}{2} \\ v_t^\vartheta = v_{t-\Delta t}^\vartheta \\ \vartheta_t = \vartheta_{t-\Delta t} + v_{t-\Delta t}^\vartheta \cdot \Delta t \end{array} \right.$$

Описание модели

Модель разрушения

Научно-исследоват. работа

Катнов
Артем

Метод дискретных элементов

Алгоритм метода

Описание модели

Контактные силы

Силы диссипации

Кинематика частиц

Модель разрушения

Постановка задачи

Реальные параметры

Доп. материалы

$$E_t = E_{t-\Delta t} + E - E_{min} \quad (9)$$

$$E = \frac{k \cdot \delta^2}{2} \quad (10)$$

$$P = 1 - e^{-S \cdot E_t} \quad (11)$$

Белоглазов И. И., Иконников Д. А. Применение метода дискретных элементов для моделирования процесса измельчения горных пород в щековой дробилке //Известия высших учебных заведений. Приборостроение. – 2016. – Т. 59. – №. 9.

Описание модели

Модель разрушения

Научно-исследовательская работа

Катнов
Артем

Метод дискретных элементов

Алгоритм метода

Описание модели

Контактные силы

Силы диссипации

Кинематика частиц

Модель разрушения

Постановка задачи

Реальные параметры

Доп. материалы

$$R_{old}^3 = 2 \cdot R_{new}^3 \rightarrow R_{new} = \frac{R_{old}}{\sqrt[3]{2}}$$
$$S_{old} = \frac{\pi \cdot R_{old}^2}{2} \quad S_{new} = 2 \cdot \frac{\pi \cdot R_{new}^2}{2} = \sqrt[3]{2} \cdot \frac{\pi \cdot R_{old}^2}{2} = \sqrt[3]{2} \cdot S_{old}$$

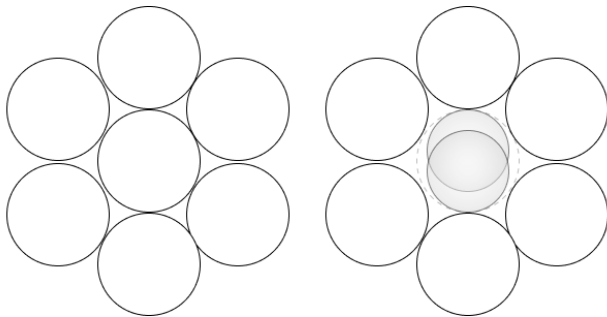


Рис.: Демонстрация положения разрушенных частиц

Описание модели

Модель разрушения

Научно-исследовательская работа

Катнов
Артём

Метод дискретных элементов

Алгоритм метода

Описание модели

Контактные силы

Силы диссипации

Кинематика частиц

Модель разрушения

Постановка задачи

Реальные параметры

Доп. материалы

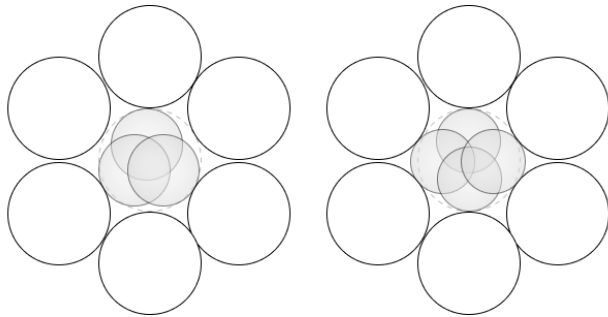


Рис.: Демонстрация положения разрушенных частиц

Постановка задачи

Рудоразмольная мельница

Научно-исследовательская работа

Катнов
Артем

Метод дискретных элементов

Алгоритм метода

Описание модели

Контактные силы

Силы диссипации

Кинематика частиц

Модель разрушения

Постановка задачи

Реальные параметры

Доп. материалы

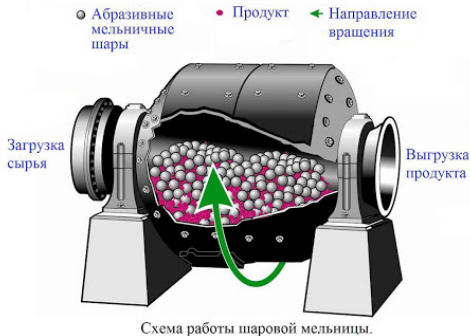


Рис.: Схематическое изображение шаровой мельницы

Постановка задачи

Реальные параметры

Научно-исследовательская работа

Катнов
Артем

Метод дискретных элементов

Алгоритм метода

Описание модели

Контактные силы

Силы диссипации

Кинематика частиц

Модель разрушения

Постановка задачи

Реальные параметры

Доп. материалы

Таблица: Реальные значения параметров

Модуль продольной упругости дробы	2×10^{11} Па
Модуль сдвига дробы	8×10^{10} Па
Плотность дробы	7800 кг/м^3
Модуль продольной упругости руды	6×10^{10} Па
Модуль сдвига руды	2.4×10^{10} Па
Плотность руды	4800 кг/м^3
Размеры сито по ширине	1 м
Размеры сито по ширине	1 м
Пропускная способность сито	0.04 м
Радиус шаровой мельницы	2.5 м
Изначальный радиус шаров	0.1 м
Количество шаров	120
Процент заполненности мельницы	21 %

Постановка задачи

Реальные параметры

Научно-исследоват.
работа

Катнов
Артем

Таблица: Реальные значения параметров(продолжение)

Шаг по времени	10^{-5} сек
Период добавления руды	1 сек
К-т диссипации в норм-ом направлении	0.1
К-т диссипации в танген-ом направлении	0.1
К-т трения скольжения	0.1
К-т трения качения	0.05
Минимальная энергия разрушения руды	0.1 Дж
Параметр прочности	1 1/Дж

Метод
дискретных
элементов

Алгоритм
метода

Описание
модели

Контактные
силы

Силы
диссипации

Кинематика
частиц

Модель
разрушения

Постановка
задачи

Реальные
параметры

Доп.
материалы

Научно-
исследоват.
работа

Катнов
Артем

Метод
дискретных
элементов

Алгоритм
метода

Описание
модели

Контактные
силы

Силы
диссипации

Кинематика
частиц

Модель
разрушения

Постановка
задачи

Реальные
параметры

Доп.
материалы

Спасибо за внимание!

Доп. материалы

Шар-стенка

Научно-
исследоват.
работа

Катнов
Артем

Метод
дискретных
элементов

Алгоритм
метода

Описание
модели

Контактные
силы

Силы
диссипации

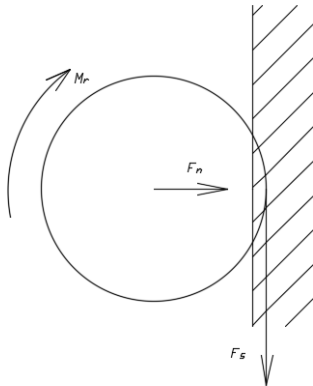
Кинематика
частиц

Модель
разрушения

Постановка
задачи

Реальные
параметры

Доп.
материалы



Доп. материалы

Упрощения МДЭ

Научно-исследовательская работа

Катнов
Артём

Метод дискретных элементов

Алгоритм метода

Описание модели

Контактные силы

Силы диссипации

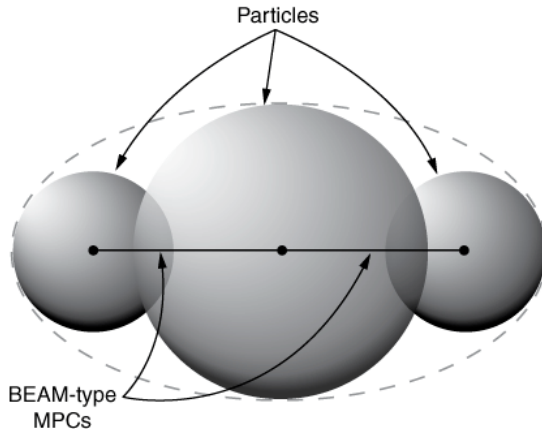
Кинематика частиц

Модель разрушения

Постановка задачи

Реальные параметры

Доп. материалы



Научно-
исследоват.
работа

Катнов
Артем

Метод
дискретных
элементов

Алгоритм
метода

Описание
модели

Контактные
силы

Силы
диссипации

Кинематика
частиц

Модель
разрушения

Постановка
задачи

Реальные
параметры

Доп.
материалы

