

Кусовая  
работа

Катнов  
Артем

Метод  
дискретных  
элементов

Описание  
модели

Упрощения  
МДЭ

Контактные  
силы

Силы  
диссипации

Шар-стенка

Результаты  
работы

Каскадный  
режим

Водопадный  
режим

Смешанный  
режим

С превышением  
критической  
частоты

# Кусовая работа

Численное моделирование рудоразмольной мельницы  
методом дискретных элементов

Катнов Артем

Московский государственный технический университет им. Н.Э.Баумана

7 января 2021 г.

Кусовая  
работа

Катнов  
Артем

Метод  
дискретных  
элементов

Описание  
модели

Упрощения  
МДЭ  
Контактные  
силы  
Силы  
диссипации  
Шар-стенка

Результаты  
работы

Каскадный  
режим  
Водопадный  
режим  
Смешанный  
режим  
С превышением  
критической  
частоты

## 1 Метод дискретных элементов

## 2 Описание модели

- Упрощения МДЭ
- Контактные силы
- Силы диссипации
- Шар-стенка

## 3 Результаты работы

- Каскадный режим
- Водопадный режим
- Смешанный режим
- С превышением критической частоты

# Метод дискретных элементов

Кусовая  
работа

Катнов  
Артем

Метод  
дискретных  
элементов

Описание  
модели

Упрощения  
мдэ

Контактные  
силы

Силы  
диссипации

Шар-стенка

Результаты  
работы

Каскадный  
режим

Водопадный  
режим

Смешанный  
режим

С превышением  
критической  
частоты

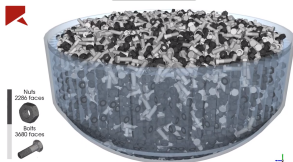


Рис.: Демонстрация сыпучей среды

# Метод дискретных элементов

Кусовая  
работа

Катнов  
Артем

Метод  
дискретных  
элементов

Описание  
модели

Упрощения  
МДЭ  
Контактные  
силы  
Силы  
диссипации  
Шар-стенка

Результаты  
работы

Каскадный  
режим  
Водопадный  
режим  
Смешанный  
режим  
С превышением  
критической  
частоты



Рис.: Алгоритм метода в общем виде

# Описание модели

## Кинематика частиц

Кусовая  
работа

Катнов  
Артем

Метод  
дискретных  
элементов

Описание  
модели

Упрощения  
МДЭ

Контактные  
силы

Силы  
диссипации

Шар-стенка

Результаты  
работы

Каскадный  
режим

Водопадный  
режим

Смешанный  
режим

С превышением  
критической  
частоты

$$x = x_0 + v_0^x \cdot \Delta t + \frac{a_0^x \cdot \Delta t^2}{2} + \frac{b_0^x \cdot \Delta t^3}{6} \quad (1)$$

$$y = y_0 + v_0^y \cdot \Delta t + \frac{a_0^y \cdot \Delta t^2}{2} + \frac{b_0^y \cdot \Delta t^3}{6} \quad (2)$$

$$\vartheta = \vartheta_0 + v_0^\vartheta \cdot \Delta t + \frac{a_0^\vartheta \cdot \Delta t^2}{2} + \frac{b_0^\vartheta \cdot \Delta t^3}{6} \quad (3)$$

# Описание модели

## Итерационное уточнение

Кусовая  
работа

Катнов  
Артем

Метод  
дискретных  
элементов

Описание  
модели

Упрощения  
МДЭ

Контактные  
силы

Силы  
диссипации

Шар-стенка

Результаты  
работы

Каскадный  
режим

Водопадный  
режим

Смешанный  
режим

С превышением  
критической  
частоты

$$b_n = \frac{a_{t+\Delta t} - a_t}{\Delta t} \quad (4)$$

$$b_t = \frac{a_{t+\Delta t} - a_t}{\Delta t} \quad (5)$$

$$b_{\vartheta} = \frac{\varepsilon_{t+\Delta t} - \varepsilon_t}{\Delta t} \quad (6)$$

# Описание модели

## Блок-схема итерационного уточнения

Кусовая  
работа

Катнов  
Артем

Метод  
дискретных  
элементов

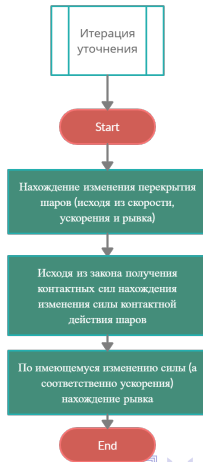
Описание  
модели

Упрощения  
МДЭ

Контактные  
силы  
Силы  
диссипации  
Шар-стенка

Результаты  
работы

Каскадный  
режим  
Водопадный  
режим  
Смешанный  
режим  
С превышением  
критической  
частоты



# Описание модели

## Упрощения МДЭ

Кусовая  
работа

Катнов  
Артем

Метод  
дискретных  
элементов

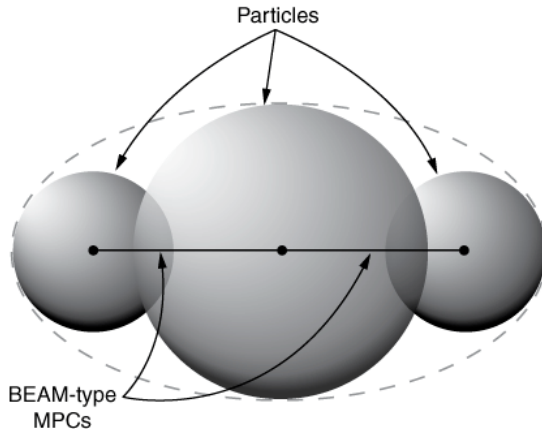
Описание  
модели

**Упрощения  
МДЭ**

Контактные  
силы  
Силы  
диссипации  
Шар-стенка

Результаты  
работы

Каскадный  
режим  
Водопадный  
режим  
Смешанный  
режим  
С превышением  
критической  
частоты





# Описание модели

## Контактные силы в нормальном направлении

Кусовая  
работа

Катнов  
Артем

Метод  
дискретных  
элементов

Описание  
модели

Упрощения  
мдэ

Контактные  
силы

Силы  
диссипации  
Шар-стенка

Результаты  
работы

Каскадный  
режим

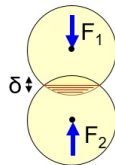
Водопадный  
режим

Смешанный  
режим

С превышением  
критической  
частоты

$$F_n = k_n \cdot \delta_n \quad (7)$$

где  $F_n$  — контактная сила, возникающая в точке контакта и действующая на оба шара, [Н];  
 $k_n$  — коэффициент жёсткости, [Н/м];  
 $\delta_n$  — взаимное проникновение, так называемое вхождение шаров друг в друга, [м].



$$k_n = \frac{4}{3} \cdot E_{eff} \cdot \sqrt{R_{eff} \cdot \delta_n} \quad (8)$$

где

$$\frac{1}{E_{eff}} = \frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2}$$

$$\frac{1}{R_{eff}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

# Описание модели

## Контактные силы в тангенциальном направлении

Кусовая  
работа

Катнов  
Артем

Метод  
дискретных  
элементов

Описание  
модели

Упрощения  
мдэ

**Контактные  
силы**

Силы  
диссипации  
Шар-стенка

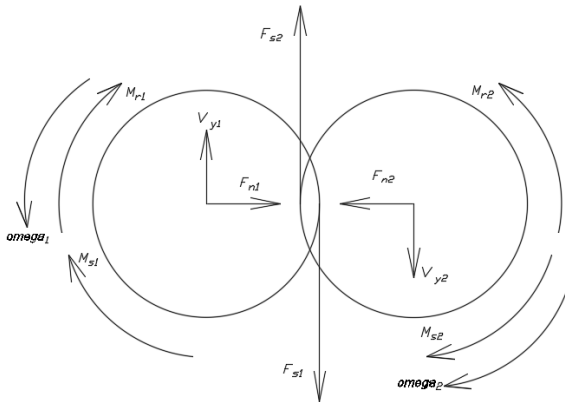
Результаты  
работы

Каскадный  
режим

Водопадный  
режим

Смешанный  
режим

С превышением  
критической  
частоты



**Рис.:** Силы возникающие в шарах при контактном взаимодействии.

# Описание модели

## Контактные силы в тангенциальном направлении

Кусовая  
работа

Катнов  
Артем

Метод  
дискретных  
элементов

Описание  
модели

Упрощения  
мдэ

Контактные  
силы

Силы  
диссипации  
Шар-стенка

Результаты  
работы

Каскадный  
режим

Водопадный  
режим

Смешанный  
режим

С превышением  
критической  
частоты

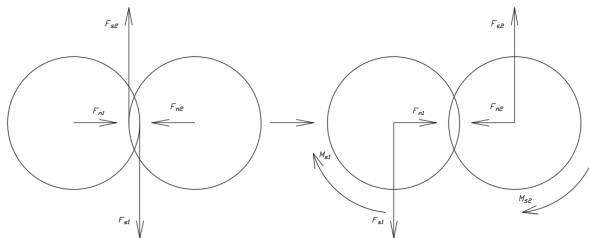


Рис.: Приведение силы трения скольжения к центру элемента

# Описание модели

## Контактные силы в тангенциальном направлении

Кусовая  
работа

Катнов  
Артем

Метод  
дискретных  
элементов

Описание  
модели

Упрощения  
мдэ

Контактные  
силы

Силы  
диссипации

Шар-стенка

Результаты  
работы

Каскадный  
режим

Водопадный  
режим

Смешанный  
режим

С превышением  
критической  
частоты

$$F_s = \mu_s \cdot F_n \cdot \text{sign}(v_{rel\_tan}) \quad v_{rel\_tan} \neq 0$$

$$M_s = F_s \cdot R_{eff}$$

$$M_r = \mu_r \cdot F_n \cdot R_{eff} \cdot \text{sign}(\omega_{rel}) \quad \omega_{rel} \neq 0$$

$$v_{rel\_tan}^1 = v_y^1 - v_y^2 - (\omega_1 \cdot R_1 + \omega_2 \cdot R_2)$$

$$\omega_{rel} = \omega_1 + \omega_2$$

# Описание модели

## Силы диссипации

Кусовая  
работа

Катнов  
Артем

Метод  
дискретных  
элементов

Описание  
модели

Упрощения  
мдэ

Контактные  
силы

**Силы  
диссипации**

Шар-стенка

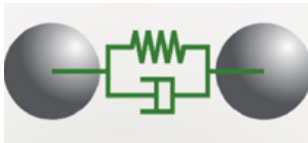
Результаты  
работы

Каскадный  
режим

Водопадный  
режим

Смешанный  
режим

С превышением  
критической  
частоты



$$D_n = c_n \cdot v_n$$

$$D_t = c_t \cdot v_t$$

$$c_n = 2 \cdot \sqrt{m \cdot 2 \cdot E_{eff} \cdot \delta_n \sqrt{R_{eff}}} \cdot \zeta_n$$

$$c_t = 4 \cdot \sqrt{m \cdot 2 \cdot G_{eff} \cdot \delta_n \sqrt{R_{eff}}} \cdot \zeta_t$$

# Описание модели

## Шар-стенка

Кусовая  
работа

Катнов  
Артем

Метод  
дискретных  
элементов

Описание  
модели

Упрощения  
мдэ

Контактные  
силы

Силы  
диссипации

**Шар-стенка**

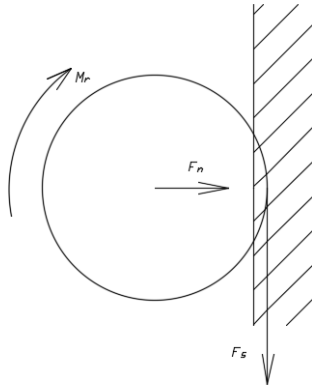
Результаты  
работы

Каскадный  
режим

Водопадный  
режим

Смешанный  
режим

С превышением  
критической  
частоты



# Результаты работы

## Каскадный режим

Кусовая  
работа

Катнов  
Артем

Метод  
дискретных  
элементов

Описание  
модели

Упрощения  
мдэ

Контактные  
силы

Силы  
диссипации

Шар-стенка

Результаты  
работы

Каскадный  
режим

Водопадный  
режим

Смешанный  
режим

С превышением  
критической  
частоты

## Каскадный режим работы шаровой мельницы

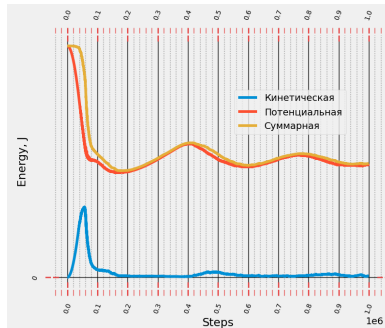


Рис.: График изменения энергии во времени при каскадном режиме работы мельницы

# Результаты работы

## Водопадный режим

Кусовая  
работа

Катнов  
Артем

Метод  
дискретных  
элементов

Описание  
модели

Упрощения  
мдэ

Контактные  
силы

Силы  
диссипации

Шар-стенка

Результаты  
работы

Каскадный  
режим

**Водопадный  
режим**

Смешанный  
режим

С превышением  
критической  
частоты

## Водопадный режим работы шаровой мельницы

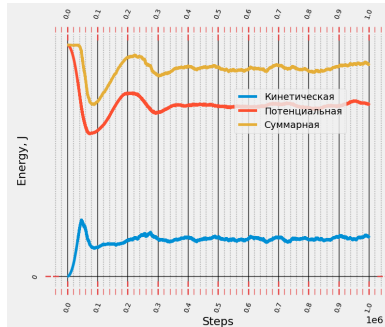


Рис.: График изменения энергии во времени при водопадном режиме работы мельницы



# Результаты работы

## Смешанный режим

Кусовая  
работа

Катнов  
Артем

### Смешанный каскадно-водопадный режим работы

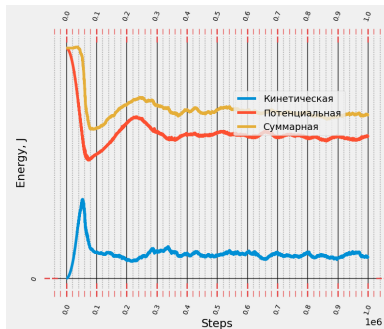


Рис.: График изменения энергии во времени при смешанном каскадно-водопадном режиме работы мельницы

# Результаты работы

## С превышением критической частоты

Кусовая  
работа

Катнов  
Артем

Метод  
дискретных  
элементов

Описание  
модели

Упрощения  
мдэ  
Контактные  
силы  
Силы  
диссипации  
Шар-стенка

Результаты  
работы

Каскадный  
режим

Водопадный  
режим

Смешанный  
режим

С превышением  
критической  
частоты

## Работа шаровой мельницы с превышением критической частоты

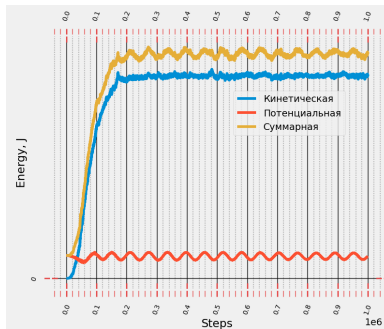


Рис.: График изменения энергии во времени при при превышении критической частоты