

# Trabalho Prático 1

## Séries Temporais - 1/2023

Carolina Musso 18/0047850

Gabriela Carneiro de Almeida 18/0120816

Renan Menezes de Araujo

## Introdução

```
pacman::p_load(Mcomp, tidyverse, forecast, flextable)
```

O pacote Mcomp disponibiliza milhares de séries de competições de previsão de séries temporais. A série apresentada nesse trabalho é a de id 2342, que se refere a uma pesquisa sobre “Manufacturers’ shipments, paper and allied products”, da competição M3. Ela fornece dados estatísticos mensais sobre as condições econômicas no setor de manufatura doméstica (empresas pequenas). A pesquisa mensura a atividade industrial atual e fornece uma indicação das tendências futuras desses tipos de negócios. Essa série mensal apresenta dados observados de Janeiro de 1983 a Agosto de 1992, e um horizonte de previsão de 18, projetando os resultados até Fevereiro de 1994.

Abaixo podemos observar os dados fornecidos nessa série, bem como seu gráfico, onde o horizonte de previsão aparece em vermelho.

```
data(M3)
id1 <- 2342
#id2 <- 1965

serie <- M3[[id1]] # serie
serie
```

Series: M941

Type of series: MACRO

Period of series: MONTHLY

Series description: Manufacturers' shipments, paper and allied products

#### HISTORICAL data

	Jan	Feb	Mar	Apr	May	Jun	Jul	Aug	Sep	Oct
1983	3281.0	3397.0	3498.5	3538.0	3449.5	3673.0	3350.5	3604.0	3673.5	3747.0
1984	3710.0	3994.5	4091.0	3954.5	4004.0	4287.0	3831.0	4046.5	4079.5	4029.5
1985	3841.5	4123.5	4133.0	3958.5	4003.0	4151.5	3723.0	3957.0	3965.5	3861.5
1986	3950.0	4140.5	4090.0	4162.0	4066.0	4358.5	4022.5	4285.5	4373.5	4284.5
1987	4181.5	4535.5	4497.0	4420.5	4370.0	4712.0	4475.0	4578.5	4751.5	4746.0
1988	4751.0	4952.5	4996.5	4998.0	4986.5	5348.0	4933.0	5263.0	5330.5	5301.0
1989	5411.5	5536.5	5613.0	5505.5	5476.0	5782.5	5283.0	5451.5	5578.0	5548.5
1990	5316.5	5505.5	5620.5	5383.5	5461.5	5658.5	5357.5	5622.0	5608.0	5604.5
1991	5221.0	5379.5	5333.0	5214.0	5206.5	5630.0	5285.5	5512.5	5592.5	5554.5
1992	5241.5	5455.0	5548.5	5375.0	5346.0	5730.5	5457.0	5603.0		

	Nov	Dec
1983	3616.0	3580.5
1984	3880.0	3855.0
1985	3917.5	3704.0
1986	4077.5	4122.0
1987	4581.5	4645.5
1988	5159.0	5258.5
1989	5379.5	5117.5
1990	5399.0	5185.0
1991	5284.5	5198.5
1992		

#### FUTURE data

	Jan	Feb	Mar	Apr	May	Jun	Jul	Aug	Sep	Oct
1992									5628.5	5515.0
1993	5274.0	5382.5	5503.5	5146.5	5364.0	5608.0	5280.5	5432.5	5636.5	5442.5
1994	5114.0	5429.5								

	Nov	Dec
1992	5378.0	5375.5
1993	5321.0	5195.5
1994		

`plot(serie)`

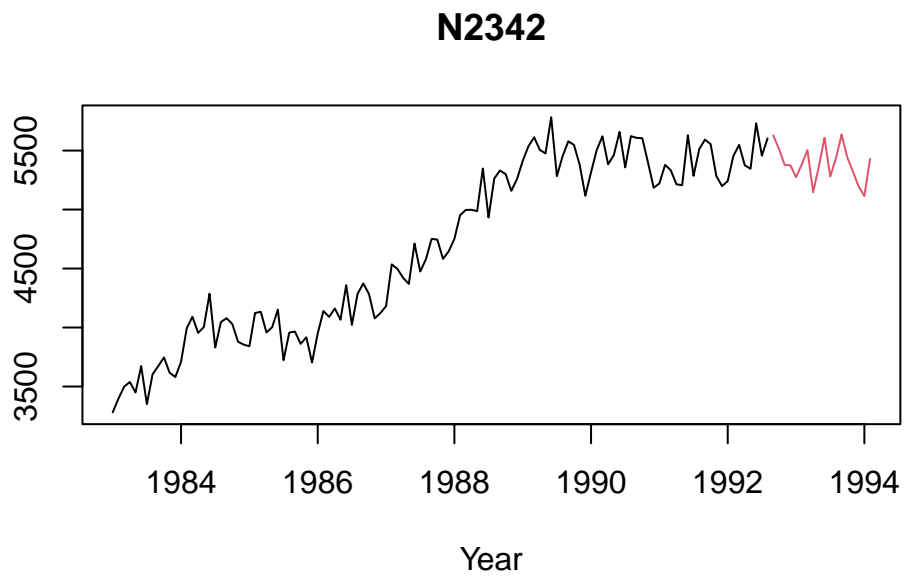


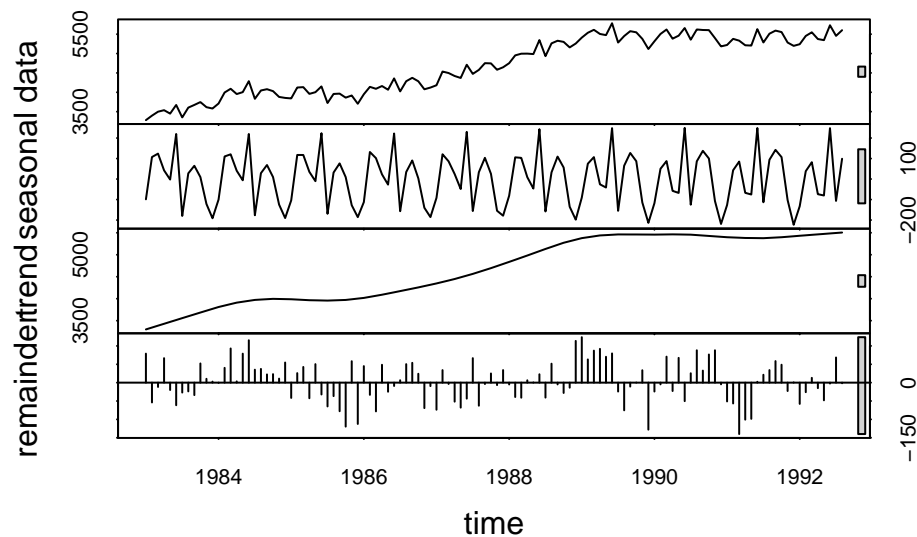
Figure 1: Série 2342

**a. Decomposição da série temporal via STL (ou MSTL).**

```
# obtendo os dados observados

dados <- serie$x

dados %>% stl(s.window = 7) %>%
  plot()
```

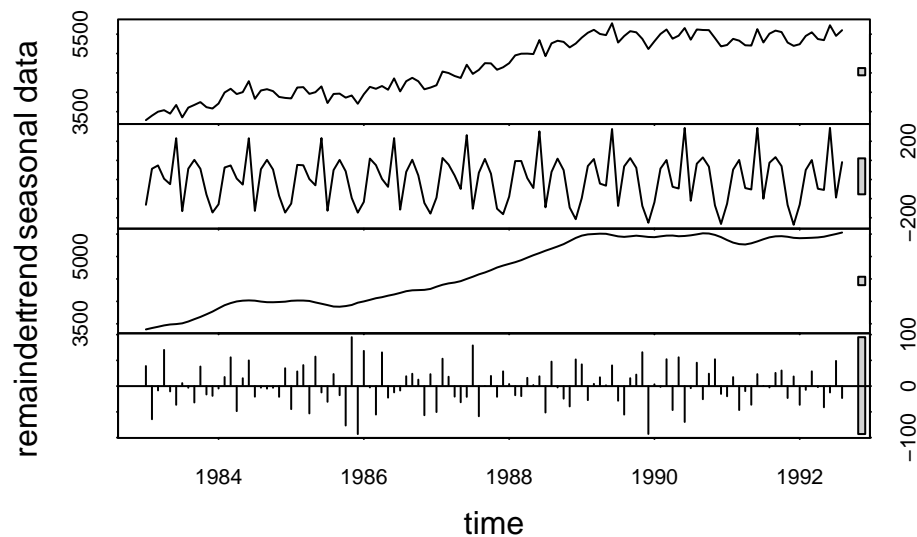


Primeiramente, a função `stl()` - “Seasonal an trending using Loess”- foi utilizada para decompor a série analisada com o parâmetro `s.window` (janela sazonal) configurado para 7, como é recomendado por Cleveland et al. (1990).

No caso específico dessa série, ela já não aparentava ter comportamentos sazonais dinâmicos muito expressivos. Assim, ao usar a função `stl()` com o parâmetro de janela “periodic” (para utilizar a média) ou simplesmente utilizando uma decomposição aditiva clássica da função `decompose()`, a tendência e parâmetro sazonais já estavam sendo capturados de forma clara.

Entretanto, apesar de ter sido observado que a partir dessa janela sazonal o comportamento dos resíduos já melhorava (em contraste com janelas de 3, ou 5), ainda consideramos que havia um pouco de comportamento sazonal restante nos erros. Por esse motivo foram experimentados outros tamanhos de janela de tendência, chegando-se a um valor ideal de `t.window=7`.

```
dados %>% stl(s.window = 7, t.window =7) %>%
  plot()
```



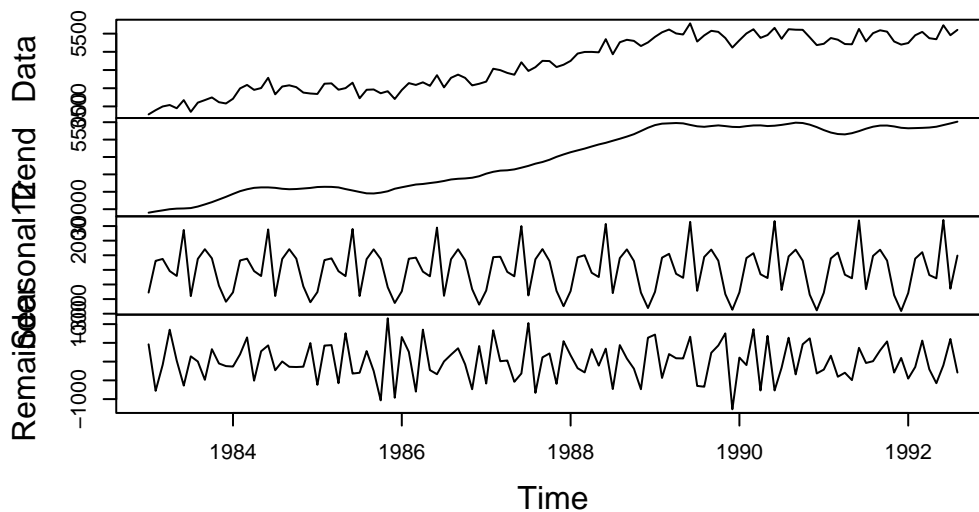
Agora, consideramos que os resíduos estão mais bem comportados em relação à decomposição anterior. Agora notamos uma pequena dinamicidade nos termos sazonais, sendo que os termos mais recentes tem uma amplitude levemente maior.

Como pode ser observado no gráfico, há uma tendência crescente clara na série, seguido de um platô a partir de 1990, já observável mesmo antes da decomposição. Uma vez que vamos considerar esses resíduos da última decomposição como compatíveis a um ruído branco, vemos que o componente de tendência foi bem capturado pela decomposição.

Há também um padrão sazonal anual na série, aque apresenta três picos a cada ano e, como dito anteriormente, parece apresentar um leve aumento na amplitude para os anos mais recentes.

Uma alternativa à função `stl()` seria a função `mstl()`, que aplica o mesmo método de forma automatizada, ou seja, sem a necessidade de setar previamente o tamanho da janela sazonal. Apesar de ele também automaticamente sugerir um tamanho para `t.window()`, consideramos que o melhor resultado surgiu quando ele também foi configurado manualmente para `t.window=7`, como discutimos anteriormente. Outra vantagem da função `mstl()` é que ela seria capaz de identificar múltiplas sazonalidades, caso ocorressem.

```
dados %>% mstl(lambda = "auto", t.window=7 ) %>% plot
```



O gráfico da decomposição MSTL indicou que não há múltiplas sazonalidades, estando compatível com as interpretações já apresentadas acima.

## b. Escolha um modelo ARIMA adequado de forma manual.

Primeiramente, vamos verificar se há necessidade de diferenciações simples ou sazonais. Aplicando a função `ndiffs()` encontramos a necessidade de:

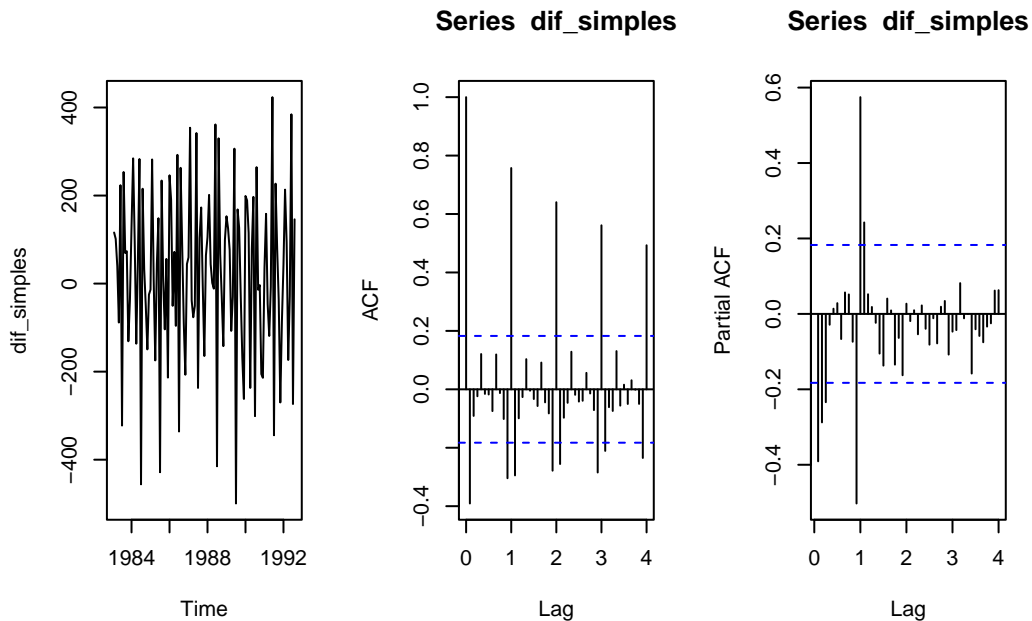
```
dados %>% ndiffs()
```

```
[1] 1
```

Observando o gráfico após essa diferenciação simples:

```
dif_simples <- dados %>% diff()

par(mfrow=c(1,3))
plot(dif_simples )
acf(dif_simples , lag.max = 12*4)
pacf(dif_simples , lag.max = 12*4)
```



Notamos que após essa diferenciação simples ainda há evidência de muita autocorrelação nos termos sazonais.

Ou seja, o modelo ainda não é estacionário, e não podemos analisar esses gráficos para encontrar a ordem do modelo. Assim, procede-se com a busca pelo número de diferenciações necessárias.

```
dif_sazonal <- dif_simples %>% nsdiffs()
dif_sazonal
```

```
[1] 1
```

Resumindo então, conforme observado na tabela abaixo, a série se torna estacionária com um diferenciação simples e necessita, também, de uma diferenciação sazonal.

```
tabela <- tibble(
  var1 = dados %>% ndiffs(),
  var2 = dados %>% diff() %>% nsdiffs()
)

tabela %>%
```

```
knitr::kable(
  format = "latex",
  align = "c",
  booktabs = TRUE,
  longtable = TRUE,
  linesep = "",
  col.names = c("Número de diferenciações simples (d)", "Número de diferenciações sazonais (D)") %>%
) %>%
kableExtra::kable_styling(
  position = "center",
  latex_options = c("striped", "repeat_header"),
  stripe_color = "gray!15")
```

Número de diferenciações simples (d)	Número de diferenciações sazonais (D)
1	1

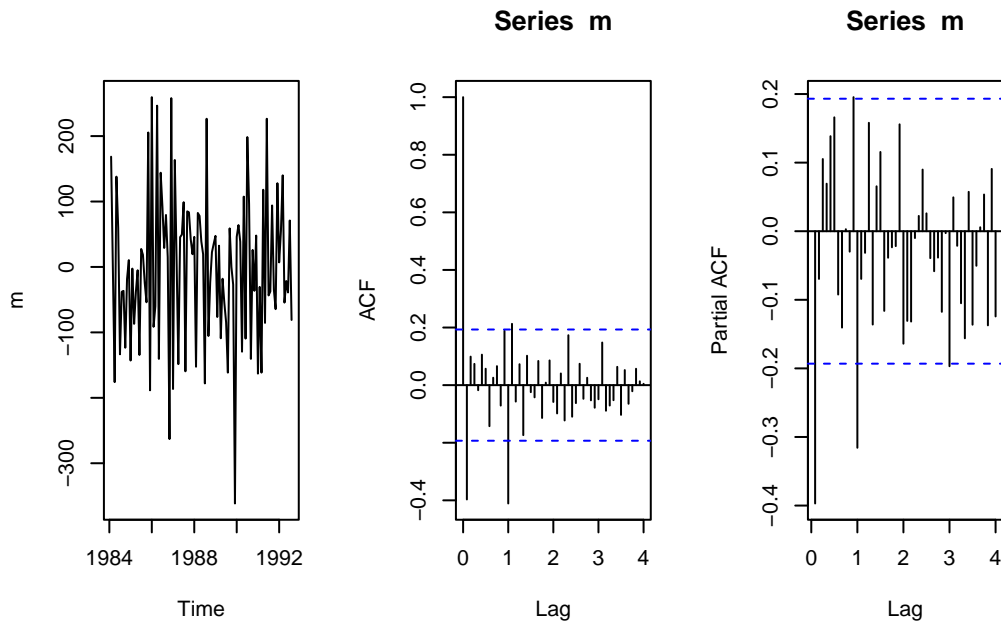
Assim, a série seguiria um modelo:

$$SARIMA(p, 1, q)X(P, 1, Q)$$

Aplicando então as diferenciações necessárias, podemos agora prosseguir com a análise dos gráficos ACF e PACF.

```
m <- dados %>% diff() %>% diff(lag = 12)
par(mfrow=c(1,3))
plot(m)
acf(m, lag.max = 12*4)
pacf(m, lag.max = 12*4)
```





Olhando primeiramente os termos sazonais, eles parecem ter uma quebra na ordem 1 no ACF e um decaimento mais amortizado no PACF, o que caracterizaria um padrão de médias móveis para o modelo sazonal, ou seja com  $P=0$ ,  $Q=1$ .

Já a parte simples parece também seguir um padrão mais próximo ao MA (em comparação a um AR ou ARMA). Entretanto o padrão das quebras e decaimentos não está muito claro. Por esse motivo, para a busca do melhor modelo vamos fixar,  $d$ ,  $D$ ,  $P$  e  $Q$  mas vamos testar valores para  $p$  e  $q$ .

Testamos então combinações de  $p$  e  $q$  variando de 0 a 3.

```
melhor_AICc = Inf
for(p in 0:3){
  for(q in 0:3){
    fit = Arima(m,order=c(p,1,q),seasonal=c(0,1,1))
    if(fit$aicc < melhor_AICc){
      melhor_AICc = fit$aicc
      cat("p =",p," , q =",q," , AICc =", fit$aicc, "\n")
    }
  }
}
```

$p = 0$  ,  $q = 0$  ,  $AICc = 1242.927$

```
p = 0 , q = 1 , AICc = 1159.533
p = 0 , q = 2 , AICc = 1144.458
```

Melhor menor valor do critério de informação de Akaike encontrado foi para  $p=0$  e  $q=2$ . Assim, o modelo escolhido é:

$$SARIMA(0, 1, 2)X(0, 1, 1)$$

que apresentou o AIC corrigido de 1144,458.

Procedemos então com o ajuste do modelo selecionado para obtenção dos parâmetros.

```
fit = Arima(dados, order = c(0,1,2), seasonal = c(0,1,1))
fit
```

Series: dados

ARIMA(0,1,2)(0,1,1)[12]

Coefficients:

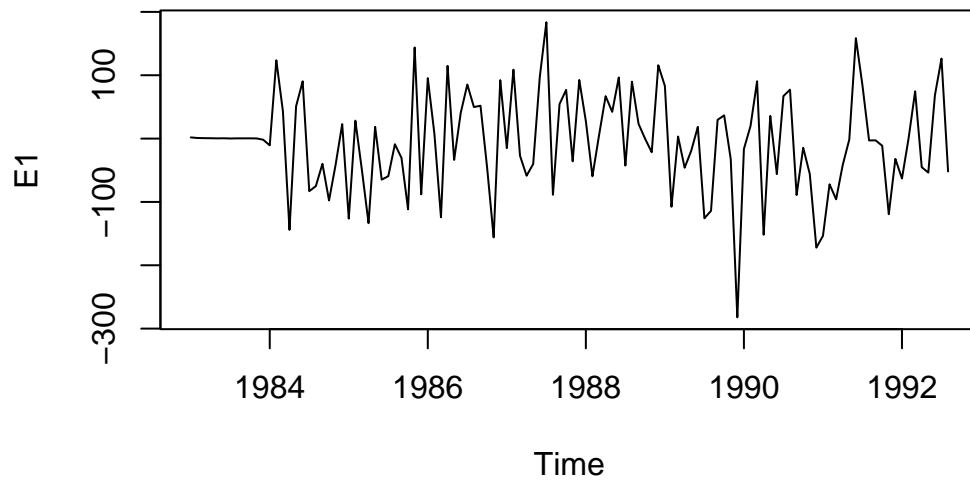
	ma1	ma2	sma1
	-0.3468	0.1799	-0.7813
s.e.	0.1095	0.0985	0.1238

sigma^2 = 7275: log likelihood = -608.25

AIC=1224.49 AICc=1224.9 BIC=1235.03

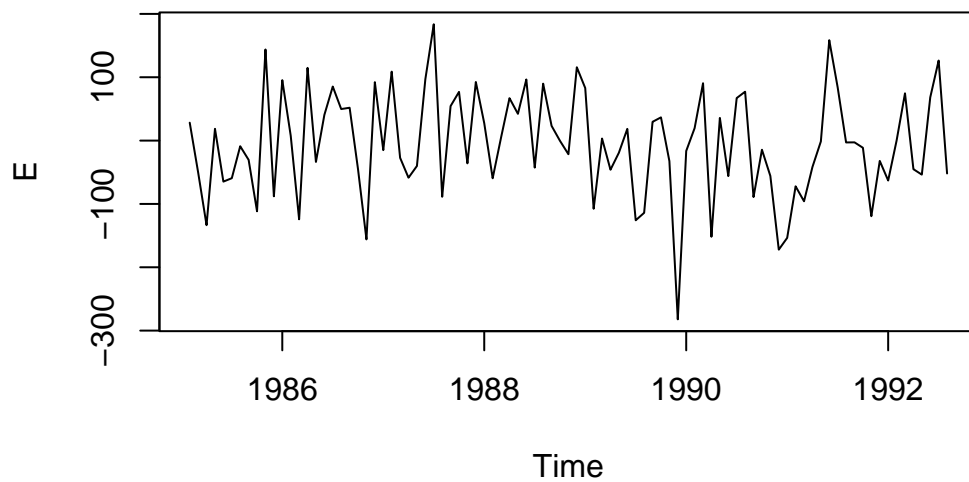
### c. Análise de resíduos do modelo selecionado.

```
E1 <- fit$residuals
plot(E1);# resíduos com zeros na inicialização
```



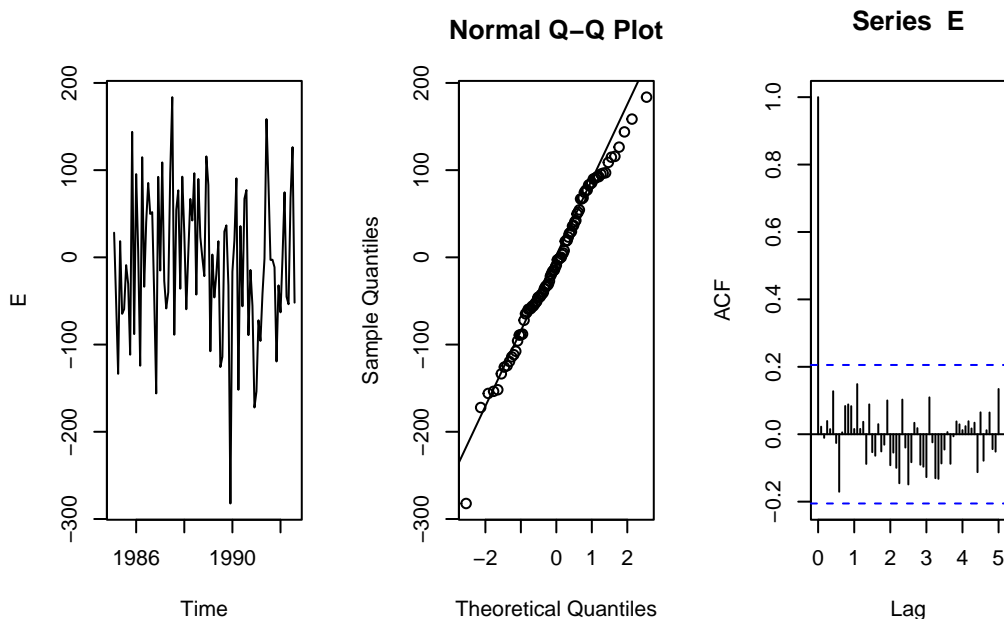
Por ser um modelo que requer diferenciação, nota-se que perdemos as primeiras observações dos resíduos para a inicialização. Assim, vamos analisar os resíduos após a remoção dessa primeira parte de zeros.

```
E <- fit$residuals %>% window(start=c(1985,2))  
plot(E);# resíduos sem a inicializaã
```



Agora observemos a análise visual dos resíduos.

```
par(mfrow=c(1,3))  
plot(E)  
qqnorm(E); qqline(E)  
acf(E, lag.max=12*5)
```



Os resíduos em si parecem estar estacionários (primeiro gráfico), já que nenhuma tendência clara é observada, com os valores oscilando em torno do zero. O quáfico QQplot, que compara os quantis esperados da normal e os observados mostra que a distribuição se comporta como uma distribuição normal para a maior parte dos dados, mostrando apenas alguns desvios nas caudas, principalmente à direita. Finalmente, o gráfico ACF mostra a autocorrelação apenas para o primeiro valor, como se espera, e não apresenta mais valores significativos de autocorrelação a partir daí. Isso também indica que erros estão de fato se comportando como um ruído branco.

Para completar essa análise, vamos proceder com alguns testes de hipótese com significância de 5%. O Teste de KPSS para verificar estacionariedade, o teste de Ljung-Box para verificar se há autocorrelação e finalmente o teste de Shapiro-Wilk para verificar se a distribuição é compatível com a normal. Para todos esses testes rejeitaríamos a Hipótese nula se o p-valor encontrado for  $<0.05$ .

A tabela abaixo mostra os resultados dos testes:

```
tabela2 <- tibble(
  estac = tseries::kpss.test(E)$p.value,
  indep = Box.test(E, lag=15, type = "Ljung-Bo")$p.value,
  normlt = shapiro.test(E)$p.value
)
```

```
tabela2 %>%
  knitr::kable(
    format = "latex",
    align = "c",
    booktabs = TRUE,
    longtable = TRUE,
    linesep = "",
    col.names = c("Teste KPSS - estacionariedade", "Teste Box-Ljung - independência", "Tes
  ) %>%
  kableExtra::kable_styling(
    position = "center",
    latex_options = c("striped", "repeat_header"),
    stripe_color = "gray!15")
```

Teste KPSS - estacionariedade	Teste Box-Ljung - independência	Teste Shapiro-Wilk - normalidade
0.1	0.837631	0.5106649

O modelo ajustado cumpre os pré-requisitos de estacionariedade, independencia e normalidade, indicando que é um moleto que pode explicar a série.

#### d. Apresente a equação do modelo selecionado.

- Utilize a estimava dos parâmetros. Exemplo: o modelo selecionado é um SARIMA (0,1,2)(0,1,1) definido como

```
fit$coef
```

```
          ma1          ma2          sma1
-0.3468109  0.1799072 -0.7813321
```

Inicialmente vamos escrever o processo  $w_t$ , após a diferenciação:

$$w_t = \nabla_s \nabla x_t = \nabla_s (x_t - x_{t-1}) = x_t - x_{t-12} - x_{t-1} - x_{t-11}, t > 13$$

Agora o processo  $w_t$  é um modelo ARIMA (0,0,2) x (0,0,1)

$$w_t = (1 - 0.78B^{12})(1 - 0.35B + 0.18B^2)\epsilon_t$$

### e. Extra

Apenas para efeito de comparação, ajustamos o modelo com a função auto-arma. Essa solução apresentou uma pequena diferença do nosso modelo, pois considerou a ordem da parte simples como um MA(3), enquanto nós selecionamos um de ordem 2 para essa parte. Entretanto, como o nosso modelo se ajusta bem, apresentando bom comportamento dos resíduos, escolheríamos ele por ter menos parâmetros.

```
fit2 = auto.arima(dados)
fit2
```

Series: dados

ARIMA(0,1,3)(0,1,1)[12]

Coefficients:

	ma1	ma2	ma3	sma1
	-0.3485	0.1070	0.1906	-0.7767
s.e.	0.1031	0.0992	0.1180	0.1222

sigma^2 = 7182: log likelihood = -607.04

AIC=1224.07 AICc=1224.69 BIC=1237.24

**e. No final do relatório, inclua como um apêndice o código do R que foi utilizado.**