

双光子 HOM 干涉实验

当两个全同的单光子同时到达一个 50:50 的偏振无关光束分束器时，由于光子的聚束效应，两个光子倾向于从分束器的同一端口出射，该现象即为 HOM 干涉现象，于 1987 年由 C. K. Hong, Z. Y. Ou 和 L. Mandel 在实验中首次观测到。HOM 干涉是量子光场区别于经典光场的重要体现，是产生多光子态、精密测量、量子隐形传态和纠缠交换的关键技术，为未来从事量子信息研究打下坚实的实验基础。

一、 实验目的

- 1、 通过实验熟悉产生 HOM 干涉的基本条件。
- 2、 熟悉自发参量下转换过程，了解光子产生率的依赖因素，符合信噪比的依赖因素
- 3、 掌握 HOM 干涉曲线的测量、干涉可见度计算、光子带宽计算和误差分析。

二、 实验仪器

- 1、 关联双光子源
- 2、 单光子探测器
- 3、 符合计数器
- 4、 光功率计
- 5、 波片、分束器和平移台等光学与机械元件

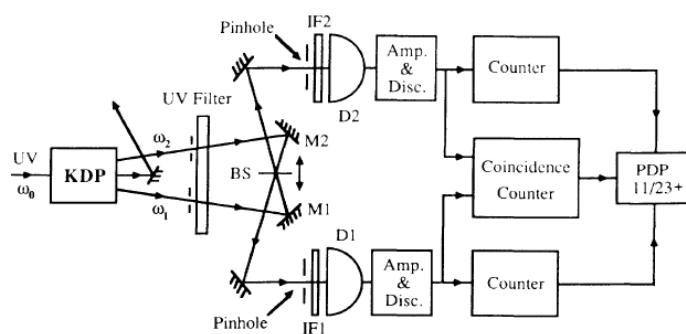


图 1. 1987 年的 HOM 干涉光路图

三. 实验原理

1、HOM 干涉的基本原理介绍

1987 年由 C. K. Hong, Z. Y. Ou 和 L. Mandel 三人实现的 HOM 干涉实验原理图如图 1 所示，一束频率 ω_0 为的泵浦光入射到非线性晶体中，该光束有一定的概率产生自发参量下转换，产生一对信号和闲频光子，其频率分别为 ω_s 和 ω_i ，由于是 Type-I 类自发参量下转换，其产生的光子偏振相同。两路光子通过入射到一个 50:50 的分束器，分束器两端输出的光子经过滤波后用两个单光子探测器 D1 和 D2 进行测量，单光子探测器输出的电信号通过放大和甄别进行单路计数和符合计数的统计。实验中通过移动分束器使得两路光子到达分束器的时间错开，实验中可观测到符合计数随着光子到达相对时间变化是一个低谷（如图 2 所示），低谷的宽度与光子的辐射带宽有关。

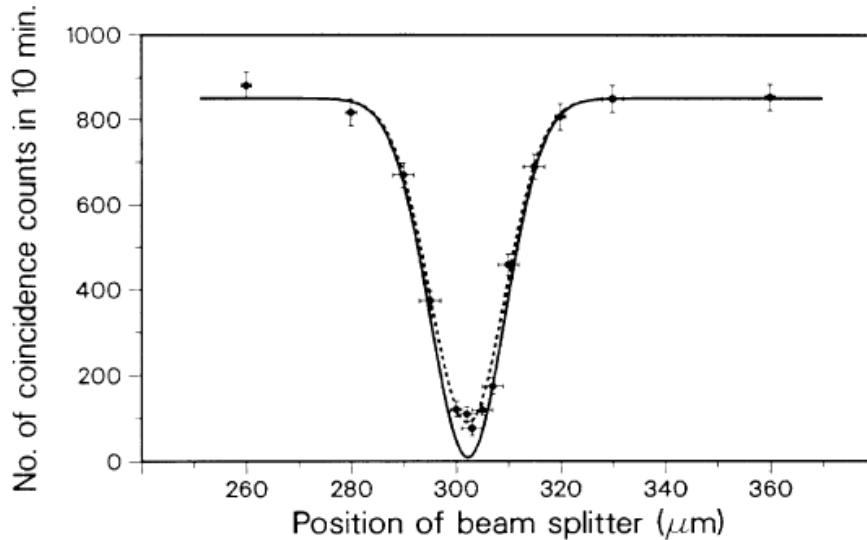


图 2. 第一次观测到的 HOM 干涉曲线

2、HOM 干涉的理论描述

如图 3 所示，当两个光子沿路径 a 和 b 入射到分束器时，其出射光子的可能情况有四种，即两个光子同时透射和反射，其中一个光子透射另一个光子反射，分别对应图 3 中的四种光子出射分布情况。

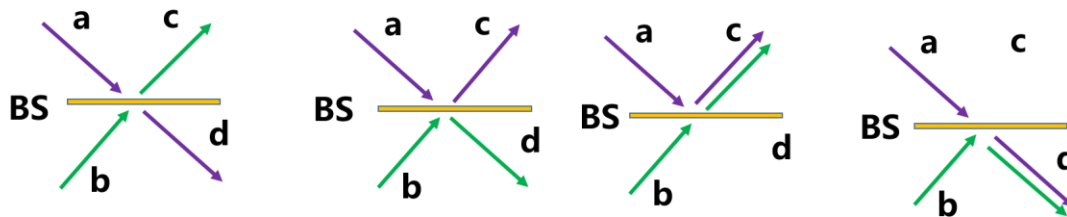


图 3. 两光子入射到分束器上有四种可能的输出状态。

在光子数表象下，出射光子的量子态可以写成：

$$|\Phi\rangle_{out} = R - T |1_c, 1_d\rangle + i\sqrt{2RT} |2_c 0_d\rangle + |0_c 2_d\rangle \quad (1)$$

其中 R 和 T 是分束器的反射率和透射率，并且 $R + T = 1$ ，当 $R = T = 1/2$ 时，该式的第一项为 0，两个光子从分束器的同一个端口出射，这样进行符合探测时观测不到符合计数。以上是 HOM 干涉在粒子数表象下的基本描述。

对于实际的实验系统，自发辐射产生的光子状态可以写成

$$|\Phi\rangle = \int d\omega_s \phi_{\omega_s, \omega_0 - \omega_s} |\omega_s, \omega_0 - \omega_s\rangle \quad (2)$$

其中，信号光子和闲频光子是简并的，其中心频率为 $\omega_0 / 2$ 。单光子探测器 D1 和 D2 在 t 和 $t + \tau$ 时刻同时探测到光子的概率在量子光学中描述如下：

$$P_{cd} = K \langle \hat{E}_c^{(-)}(t) \hat{E}_d^{(-)}(t + \tau) \hat{E}_d^{(+)}(t + \tau) \hat{E}_c^{(+)}(t) \rangle \quad (3)$$

其中 K 为与系统参数有关的常数， $\hat{E}_c^{(+)}(t)$ 和 $\hat{E}_d^{(+)}(t)$ 是电场算符和正频率部分，该算符与输入算符的关系如下：

$$\begin{aligned} \hat{E}_c^{(+)}(t) &= \sqrt{T} \hat{E}_b^{(+)}(t) + i\sqrt{R} \hat{E}_a^{(+)}(t + \delta\tau) \\ \hat{E}_d^{(+)}(t) &= \sqrt{T} \hat{E}_a^{(+)}(t) + i\sqrt{R} \hat{E}_b^{(+)}(t - \delta\tau) \end{aligned} \quad (4)$$

其中，算符， $\hat{E}_a^{(+)}(t)$ 和 $\hat{E}_b^{(+)}(t)$ 的表达式为

$$\hat{E}_i^{+}(t) = \int \hat{a}_i(\omega_i) \exp(-i\omega_i t) d\omega_i (i = a, b) \quad (5)$$

经过计算可以得到复合探测的联合概率为：

$$P_{cd}(\tau) = K |G(0)|^2 T^2 |g(\tau)|^2 + R^2 |g(2\delta\tau - \tau)|^2 - RT [g^*(\tau) g(2\delta\tau - \tau) + c.c.] \quad (6)$$

$$\text{公式中 } G(\tau) = \int d\omega \phi \left(\frac{\omega_0}{2} + \omega, \frac{\omega_0}{2} - \omega \right) \exp[-i\omega\tau], \quad g(\tau) = G(\tau) / G(0)。$$

将联合概率在整个延迟上做积分，并且假设我们的干涉滤波器的滤波函数是高斯型函数 $g(\tau) = \exp[-\Delta\omega\tau^2 / 2]$ ，最后得到复合计数的表达式为

$$N_{cc} = \kappa(T^2 + R^2) \{1 - \frac{2RT}{T^2 + R^2} \exp[-\Delta\omega\delta\tau]\} \quad (7)$$

可以很明显的看出,复合计数在相对延迟为零时的符合计数最低,形成一个低谷,低谷的半高宽度与光子的带宽 $\Delta\omega$ 有关。

3、自发参量下转换过程介绍

在二阶非线性过程中,一个高频光子会以一定的概率劈裂成信号光子和闲频光子,相互作用的哈密顿量为:

$$\hat{H} = \hbar\xi(\hat{a}_s^\dagger\hat{a}_i^\dagger + H.C.) \quad (8)$$

其中系数 ξ 与非线性系数和泵浦的振幅等参数成正比。在光子数表象下,自发参量产生的态的表达式如下:

$$|\Phi\rangle = \text{Exp}\left[-\frac{i\hat{H}t}{\hbar}\right]|0,0\rangle = |0,0\rangle + \kappa|1,1\rangle + \kappa^2/2|2,2\rangle + \dots \quad (9)$$

对于单色高斯泵浦光,产生的光子使用单模光纤收集和探测,其光子的收集概率的表达式如下:

$$P_{si} \approx \frac{64\pi^3\hbar c \varepsilon n_s n_i}{\varepsilon_0 n_p |n'_s - n'_i|} \left(\frac{\chi_{eff}^2}{\lambda_s \lambda_i} \right)^2 \frac{\arctan \xi}{A^+ B^+} N_p \quad (10)$$

$$P_{si} \approx \frac{64\pi^3\hbar c \varepsilon n_s n_i}{\varepsilon_0 n_p |n'_s - n'_i|} \left(\frac{\chi_{eff}^2}{\lambda_s \lambda_i} \right)^2 \frac{\arctan \frac{B_s}{A_s} \xi_s}{A_s B_s} N_p \quad (11)$$

其中 c 为光速, \hbar 为普朗克常数 h 除以 2π , n_s , n_i 为信号和闲频光子的折射率, n_p 为泵浦光的折射率; n'_s , n'_i 为信号光子和闲频光子折射率对圆频率的微分; $\chi_{eff}^{(2)}$ 是有效非线性系数; λ_s , λ_i 为信号与闲频光子的波长; ε_0 真空介电常数; ε 光场直接的模式交叠系数; ξ, A^+, B^+ 是聚焦因子有关的参数; N_p 为泵浦光子数。可以很明显的看出光子的收集概率与泵浦数成正比,即正比于泵浦光的功率。

4. 光子符合信噪比与功率的关系

光子符合测量信噪比的定义为有效符合的大小与延迟远离中心的符合大小

的比值，其定义和依赖的参数如下：

$$CAR = \frac{R_{cc} + R_{acc}}{R_{acc}} = \frac{\mu_c \alpha_s \alpha_i}{\mu_c + \mu_{sn} \alpha_s + d_s \mu_c + \mu_{in} \alpha_i + d_i} + 1 \quad (12)$$

其中 R_{cc} 代表符合计数率， R_{acc} 代表暗符合计数率； μ_c 每脉冲产生一对光子的概率； α_s, α_i 表示光子的收集探测效率，包括传输效率和探测效率； $\mu_{yn} \ y = s, i$ 信号与闲频信道产生的不可去除的噪声光子； $d_y \ y = s, i$ 信号与闲频信道单光子探测器没脉冲的暗计数概率。对于晶体中的自发参量过程，一般 $\mu_{yn} = 0 \ y = s, i$ 。典型的 CAR 曲线如下图所示。

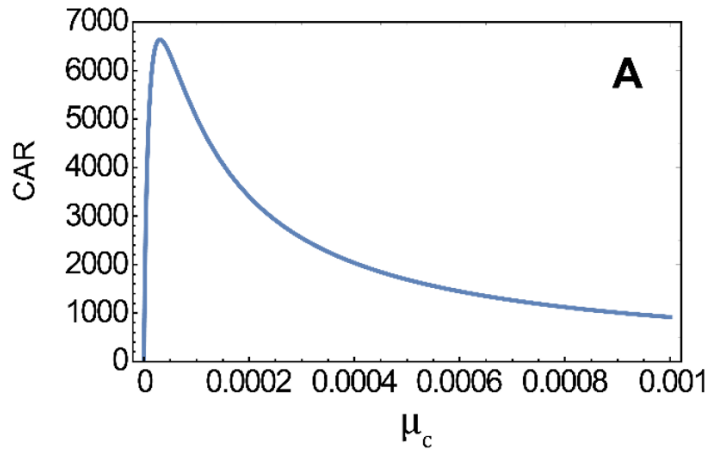


图 4. 复合与暗符合比值与光子产生率的关系

三、实验步骤和内容

相对于原始的实验方案，在本实验室中采用改进的光路结构(如下图所示)，405nm 单纵模激光器用透镜 L1 聚焦到一块二型的 PPKTP 晶体上(II 型 NLC)，产生的光子通过透镜 L2 准直，通过带通滤波器 (BPF) 滤波后入射到一个偏振迈克尔逊干涉仪中，干涉仪由偏振分束器 (PBS1)、两个四分之一波片 (QWP1 和 QWP2) 和两个反射镜 (M1 和 M2) 组成，其中反射镜 M2 放在一个一维平移台上用于控制两个光子到达分束器 PBS2 的相对延迟，分束器 2 之前放置一个半波片，用于控制两个光子的偏振态，用于切换光子的干涉状态。PBS2 的两个输出端分别用单模光纤收集并且用单光子探测器 APD1 和 APD2 进行探测并进行符合计数测量。

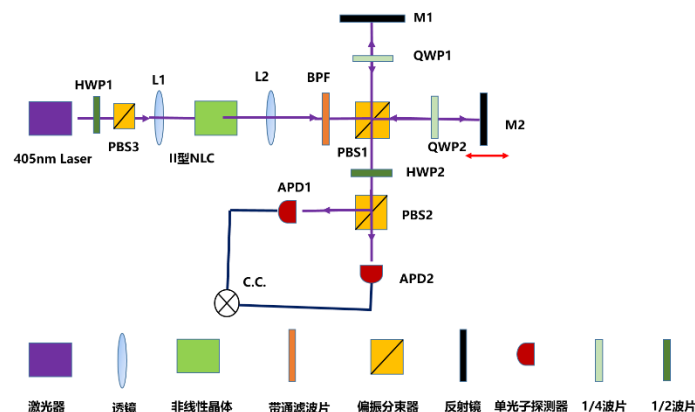


图 5. 改进的实验光路图

1.光子单路计数和复合计数与泵浦功率的关系实验

将偏振迈克尔逊干涉仪中的两个四分之一波片的光轴转动 45° ，使得两路光子都从另外一个端口输出，转动 PBS2 前的半波片 HWP2，使得半波片处于光轴与垂直偏振重叠的位置，这样两路光子的偏振依然保持正交不变，两路探测器探测到的是无干涉情况下的光子单路计数和符合。根据公式 (10) 和 (11)，单路计数和符合计数都正比于泵浦光子数即泵浦功率，因此可以通过改变 405nm 激光的泵浦功率并记录不同功率下的单路计数和符合计数，从而得到两组线性关系曲线。

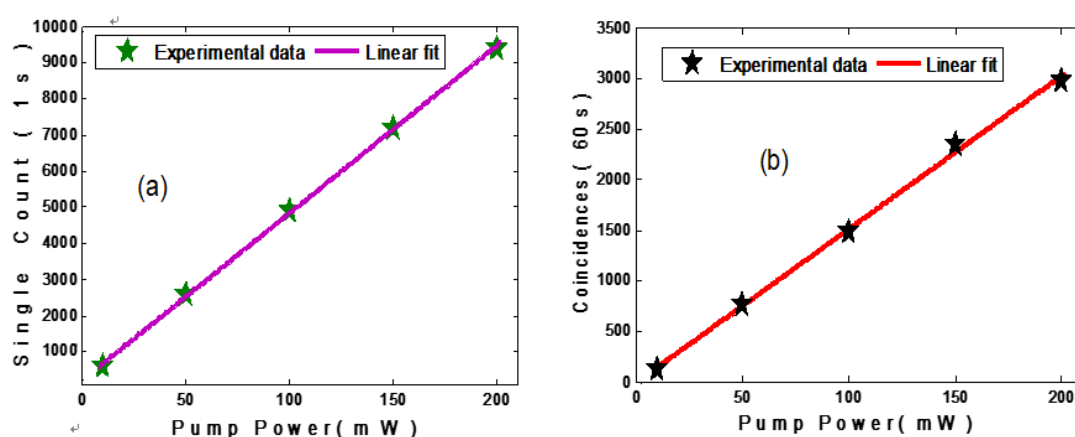


图 6. 单路计数和符合计数与泵浦功率的关系

2.符合信噪比与泵浦功率的关系

根据公式（12），双光子符合的有效符合和暗符合的比值依赖于光子的产生概率、探测器的暗噪声和光子的收集效率，实验中可以通过改变 405nm 的泵浦功率，记录不同功率下的有效符合和暗符合的大小，并且计算该功率下的 CAR 值。其中，暗符合需要在远离符合窗口的延迟下获得。一般随着功率的增加，CAR 值先增加后减小，在增加的区间主要是光子产生率增加，相对于暗噪声的有效符合数增加，然而在高产生率情况下，由于多光子效应明显，导致符合信噪比下降。测量获得的数据通过利用公式（12）进行拟合。

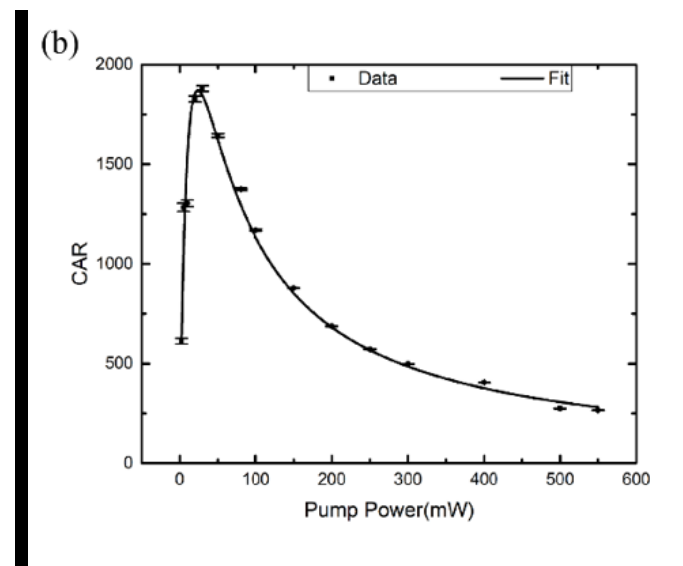


图 7 典型的 CAR 测量曲线

3. HOM 干涉曲线测量

在进行 HOM 干涉实验测量时，需要将偏振分束器 PBS2 的前的半波片的角度转动 22.5 度，使得两个光子以相等的概率在分束器上进行干涉，通过移动反射镜 M2 的一维平移台，记录下不同位置的符合计数率，并且记录下来，然后对采集的数据进行画图 and 拟合分析，典型的 HOM 干涉曲线如下图所示。

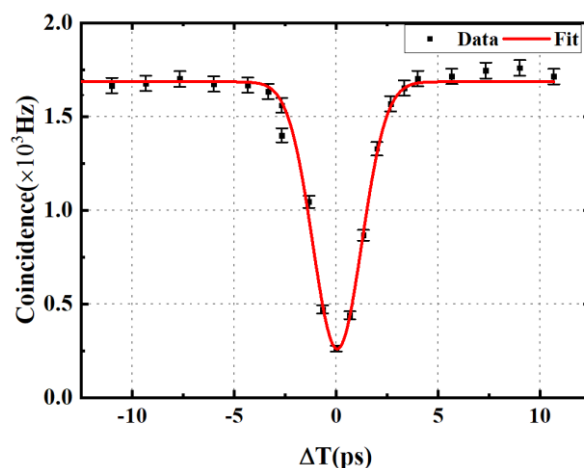


图 8. HOM 干涉曲线，符合计数与光子相对延迟时间的关系。

四、HOM 干涉实验注意事项

- 1、半导体激光器不能承受电流或电压的突变。若使用不当容易损坏。注意静电对激光器的损伤。
- 2、蓝色激光比较耀眼，避免直接打到人眼造成眼睛损伤。
- 3、光学镜片一般表面都是镀有光学薄膜，避免用手直接接触镜片表面，从而污染镜片表面，造成参数下降和器件损坏。

思考题

- 1、观测 HOM 干涉需要满足哪些条件？
- 2、自发参量下转换过程中，光子的产生率依赖于哪些参数？其辐射带宽与什么有关？
- 3、符合与暗符合信噪比与哪些因素有关？
- 4、如何通过 HOM 干涉来表征光子的辐射带宽？如何通过 HOM 干涉测量一个已知折射率的透明材料的厚度？

参考资料

- 1、C. K. Hong, Z. Y. Ou, and L. Mandel, “Measurement of Subpicosecond Time Intervals between Two Photons by Interference”, Phys. Rev. Lett. 59, 2044(1987).
2. R. S. Bennink, “Optimal collinear Gaussian beams for spontaneous parametric down-conversion” , Phys. Rev. A 81, 053805 (2010).

3. K. Harada, H. Takesue, H. Fukuda, T. Tsuchizawa, “Frequency and Polarization Characteristics of Correlated Photon-Pair Generation Using a Silicon Wire Waveguide”, IEEE J. Of Sel. Top. In Quant. Electron.16, 325 (2010).

非线性光学二次谐波产生实验

自 1961 年 Fradken 观察到红宝石激光倍频现象以来，激光的倍频转换技术已经有 62 年的发展历史，该技术的研究随着非线性晶体材料和相位匹配技术的发展而不断演进。光学倍频是一种基础的二阶非线性效应，是产生短波长激光的一种重要的手段。该实验可以让学社充分了解光学二次谐波倍频的产生过程如倍频功率与基频功率的关系，相位匹配条件等，对于未来从事量子信息研究打好良好的激光技术基础。

一、 实验目的

- 1、了解非线性倍频的基本原理和转换效率的依赖因素
- 2、掌握准相位匹配原理及其实现方法
- 3、掌握倍频功率与基频功率的依赖关系和倍频功率随温度调谐曲线。

二、 实验仪器

- 1、1064nm 激光器
- 2、精密温度控制器
- 3、功率计
- 4、波片、透镜和滤色片等光学与机械元件

三、实验原理

2. 1. 非线性二次谐波产生原理

在激光发明后很短的时间内，1961年 Franken和他的合作者在石英中实现了红宝石激光的倍频效应[1]，如图1所示。在一个光学介质中，当介质被光照射时，介质的电子在光的电场 E 作用下会偏离原来的位置，产生介质极化场 P ，由于极化场的存在，介质会再辐射出新的光场。当入射到介质的光强较弱时，介质的极化场正比于入射光的电场，再辐射的光场与入射光场同频率。然而，当入射光场很大时，介质的极化场的非线性效应凸显出来，非线性极化导致介质除了辐射出与入射光场同频率的成分外，还辐射出二次谐波、三次谐波等。

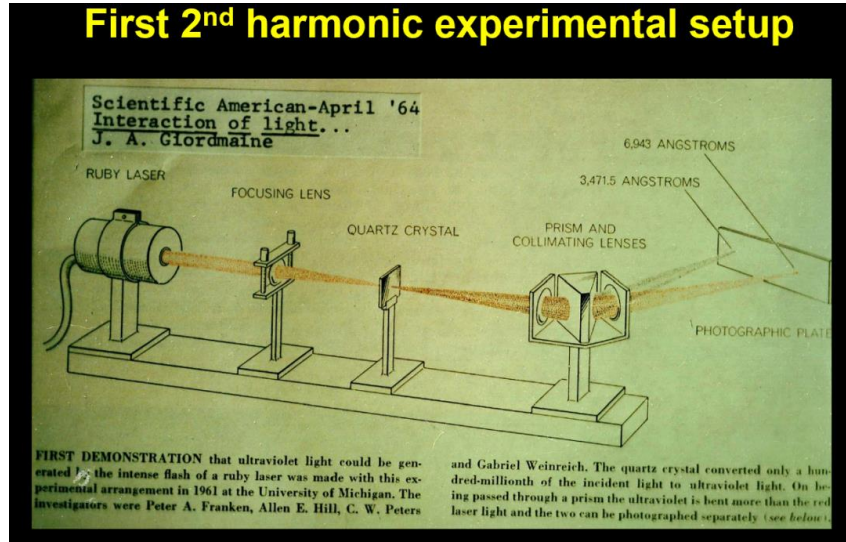


图1. 1961年首次观测到倍频的实验装置图

光场的感生极化场与所加电场具有如下关系[2]

$$\mathbf{P} = \epsilon_0 \chi^{(1)} \mathbf{E}_1 + \epsilon_0 \chi^{(2)} \mathbf{E}_1 \mathbf{E}_2 + \epsilon_0 \chi^{(3)} \mathbf{E}_1 \mathbf{E}_2 \mathbf{E}_3 + \dots \quad (1)$$

在这个表达式中， ϵ_0 是真空中介电常数。 $\chi^{(i)}$ 代表第 i 阶极化张量。 $\epsilon_0 \chi^{(1)} \mathbf{E}_1$ 是传统的线性光学研究的对象，与介质的折射率相关； $\epsilon_0 \chi^{(2)} \mathbf{E}_1 \mathbf{E}_2$ 是与倍频、和频、差频、参量放大等现象相关的二阶相应项； $\epsilon_0 \chi^{(3)} \mathbf{E}_1 \mathbf{E}_2 \mathbf{E}_3$ 是与三次谐波产生、布里渊散射有关的三阶相应项。本实验主要研究与 $\chi^{(2)}$ 相关的二阶非线性效应

2.2 二阶非线性过程的基本概念

在所有的非线性过程中，从应用的角度看，最重要的是倍频、和频、差频以及参量放大，如图2所示。在这些非线性过程中，第一个重要的条件是相互作用中的能量守恒。当两个频率为 ω_1 和 ω_2 的光束入射到非线性介质时，可以出现多种相互作用过程。对于和频过程，两个入射光子频率的和是新产生的光子的频率，即 $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$ ，倍频是和频的特殊情况，相互作用的两个光子的频率相等，即 $\omega_3 = 2\omega_1 = 2\omega_2$ 。对于差频过程，一个高频光子频率减去一个低频光子频率得到另外一个低频光子，即 $\omega_3 = \omega_1 - \omega_2$ 。而对于参量放大来说，一个高频光子劈裂成一对频率为 ω_s 的信号光子(Signal)和 ω_i 的闲散光子(Idler)，由于能

量守恒, $\omega_p = \omega_s + \omega_i$ 。如果参量放大过程是在一个光学谐振腔中进行的, 就构成了参量放大振荡器(Optical Parametric Oscillator, OPO)。

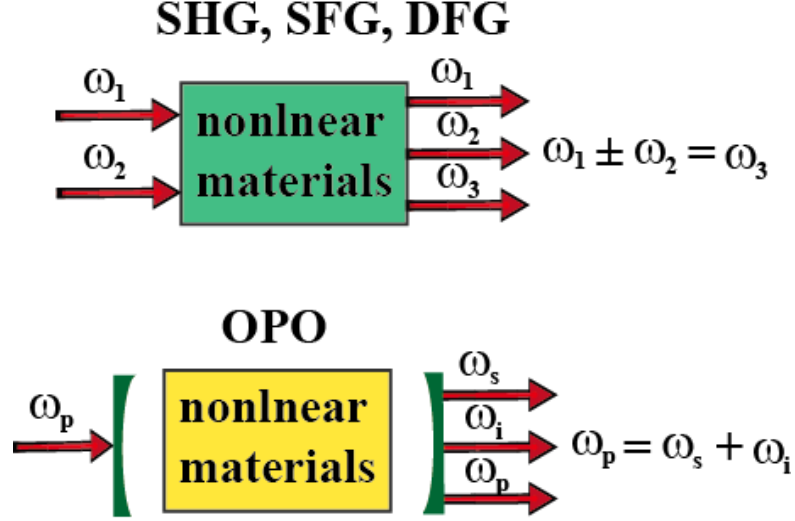


图2 二阶非线性频率变换简单的原理示意图。

二阶非线性效应只有在非中心对称的介质中才会出现。在实际的应用中, 非线性系数 d 比二阶极化张量 $\chi^{(2)}$ 的使用更广泛, 这两者之间的相互关系如下:

$$d_{il} = \frac{1}{2} \chi_{ijk}^{(2)} \quad (2)$$

其中, i, j, k 是不同频率成分在笛卡尔坐标系下的偏振, 因此极化张量总共有27个张量元。在置换对称性下, 独立的张量元从27个减少到18个。所以在张量缩并中可以用索引 l 来替代 j, k 。这两种表示方法的对应关系如下:

$$\begin{array}{ccccccccc} jk: & 11 & 22 & 33 & 23, 32 & 13, 31 & 12, 21 & & \\ l: & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & & \end{array} \quad (3)$$

经过简化后, 二阶非线性极化与输入光场电场的关系可以表达成如下形式:

$$\begin{bmatrix} (P_x)^{(2)}_{\omega_3} \\ (P_y)^{(2)}_{\omega_3} \\ (P_z)^{(2)}_{\omega_3} \end{bmatrix} = 2\varepsilon_0 K(\omega_3; \omega_1, \omega_2) \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} & d_{14} & d_{15} & d_{16} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} & d_{24} & d_{25} & d_{26} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} & d_{34} & d_{35} & d_{36} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (E_x)_{\omega_1} (E_x)_{\omega_2} \\ (E_y)_{\omega_1} (E_y)_{\omega_2} \\ (E_z)_{\omega_1} (E_z)_{\omega_2} \\ (E_y)_{\omega_1} (E_z)_{\omega_2} + (E_z)_{\omega_1} (E_y)_{\omega_2} \\ (E_x)_{\omega_1} (E_z)_{\omega_2} + (E_z)_{\omega_1} (E_x)_{\omega_2} \\ (E_x)_{\omega_1} (E_y)_{\omega_2} + (E_y)_{\omega_1} (E_x)_{\omega_2} \end{bmatrix} \quad (4)$$

其中, $K(\omega_3; \omega_1, \omega_2)$ 是简并因子, 当 $\omega_1 = \omega_2$ 时, $K(\omega_3; \omega_1, \omega_2) = 1/2$; 当 $\omega_1 \neq \omega_2$ 时, $K(\omega_3; \omega_1, \omega_2) = 1$ 。当满足 Kleinmann 对称性时, 极化张量的独立矩阵元可以进一步减小到 10 个[3]。

2.3 二阶非线性过程的耦合波方程描述

光波在非线性非磁性介质中的传播可以用以下的非线性波动方程来描述[2]:

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} + \mu_0 \sigma \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \frac{1}{\varepsilon_0 c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{D}}{\partial t^2} = -\frac{1}{\varepsilon_0 c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{P}^{NL}}{\partial t^2} \quad (5)$$

其中, μ_0 是真空中磁介电常数, σ 是材料中的电导率。介质的极化率分为线性和非线性部分, 即

$$\mathbf{P} = \mathbf{P}^L + \mathbf{P}^{NL} \quad (6)$$

\mathbf{D} 是线性电位移矢量, 它的定义如下:

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}^L \quad (7)$$

利用矢量关系 $\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{E}) - \nabla^2 \mathbf{E}$ 和 $\nabla(\nabla \cdot \mathbf{E}) = 0$, (1.6) 公式可以简化为

$$\nabla^2 \mathbf{E} = \mu_0 \sigma \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} + \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{P}^L}{\partial t^2} + \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{P}^{NL}}{\partial t^2} \quad (8)$$

为了得到方程 (1.9) 的解析解, 使用一些近似可以简化求解过程。假设入射光场是沿 z 轴传播的准单色平面波, 这样电场和极化可以用如下表达式来描述。

$$\begin{aligned} E(z, t) &= \frac{1}{2} (E(z, \omega) e^{i(\omega t - kz)} + c.c.), \\ P(z, t) &= \frac{1}{2} (P(z, \omega) e^{i(\omega t - kz)} + c.c) \end{aligned} \quad (9)$$

与此同时, 假设在相互作用过程中, 电场与极化波包振幅随距离和时间变换非常缓慢, 这样它们对传播距离和时间的二阶微分可以忽略, 这就是通常所谓的缓变振幅近似 (Slowly-Varying Envelope Approximation, SVEA), 在此近似下:

$$\begin{aligned}
\left| \frac{\partial^2 E(z, \omega)}{\partial z^2} \right| &<< \left| k \frac{\partial E(z, \omega)}{\partial z} \right| \\
\left| \frac{\partial^2 E(z, \omega)}{\partial t^2} \right| &<< \left| \omega \frac{\partial E(z, \omega)}{\partial t} \right| \\
\left| \frac{\partial^2 P(z, \omega)}{\partial t^2} \right| &<< \left| \omega \frac{\partial P(z, \omega)}{\partial t} \right| << \omega^2 P(z, \omega)
\end{aligned} \tag{10}$$

其中波数和折射率的定义如下：

$$k = \frac{n\omega}{c}, \quad n = \sqrt{\varepsilon(\omega)} \tag{11}$$

使用公式 (1.12)、(1.11) 和 (1.10)，方程 (1.9) 可以简化成一阶方程

$$\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial z} = -\alpha \mathbf{E} + \frac{i\mu_0 c \omega}{n} \mathbf{P}^{NL} \tag{12}$$

其中， $\alpha = \mu_0 \sigma c / 2$ 是介质的损耗系数。结合非线性过程中的感生极化表达式，

可以得到一组耦合波方程[2]

$$\begin{cases}
\frac{\partial E_1}{\partial z} = -\alpha_1 E_1 + \frac{i\omega_1 d_{eff}}{n_1 c} E_3 E_2^* e^{-(k_3 - k_1 - k_2)z} \\
\frac{\partial E_2}{\partial z} = -\alpha_2 E_2 + \frac{i\omega_2 d_{eff}}{n_1 c} E_3 E_1^* e^{-(k_3 - k_1 - k_2)z} \\
\frac{\partial E_3}{\partial z} = -\alpha_3 E_3 + \frac{i\omega_3 d_{eff}}{n_3 c} E_1 E_2 e^{-(k_3 - k_1 - k_2)z}
\end{cases} \tag{13}$$

在这里 $\Delta k = k_3 - k_1 - k_2$ 是三波混频过程中的位相失配， d_{eff} 是取决于二阶极化张量的有效非线性系数，其具体的表达式取决于入射光场的偏振和位相匹配条件。

2.4 准相位匹配技术

准相位匹配是用来补偿非线性相互作用过程中不同频率波长光的相速差的一种技术。在准相位匹配中，光束在传播过程中累积的位相失配可以通过周期性的改变介质的极化方向来弥补。这样，非线性介质在光的传播方向上被周期性的改变就可以避免能量从产生的光束中转移。在铁电晶体中，可以通过周期性改变晶体固有的电筹的方向来实现，因此相当于引入了一个有效的光栅矢量 \mathbf{k}_Q ，图3中简单演示了如何用光栅适量来补偿倍频过程中的位相失配。

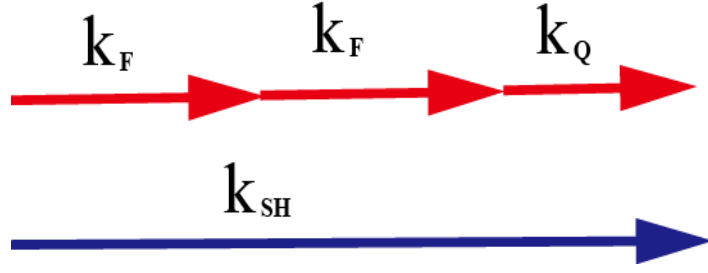


图3 光栅矢量 \mathbf{k}_Q 来补偿基频光的波矢 \mathbf{k}_F 与倍频光的波矢 \mathbf{k}_{SH} 之间的失配。

准相位匹配技术是被Armstrong等人在1962年首次提出[4]。在数学上，极化方向的改变等效于 π 位相改变。从工程的角度说，在倍频过程中，选择合适的晶体电筹的极化反转长度产生的 π 位相偏移正好补偿基频光与所产生的倍频光的位相差。总的位相失配在一个周期内保持为零，保证有效的非线性转化。尽管在准相位匹配中，有效非线性系数减小了 $2/\pi$ ，但是由于可以使用最大的极化张量元 d_{33} ，所以相比于双折射位相匹配晶体仍然有很大的提高。最高的有效非线性转换可以用一阶准相位匹配来实现，在一阶准相位匹配中，极化反转周期是一个相干长度 L_c 。如果极化反转的周期是三个相干长度，就称为三阶准相位匹配。图4展示了不同的位相匹配条件下，倍频功率与晶体长度的关系。准相位匹配周期 $\Lambda = 2L_c$ 可以在设计在任何想要的温度下。

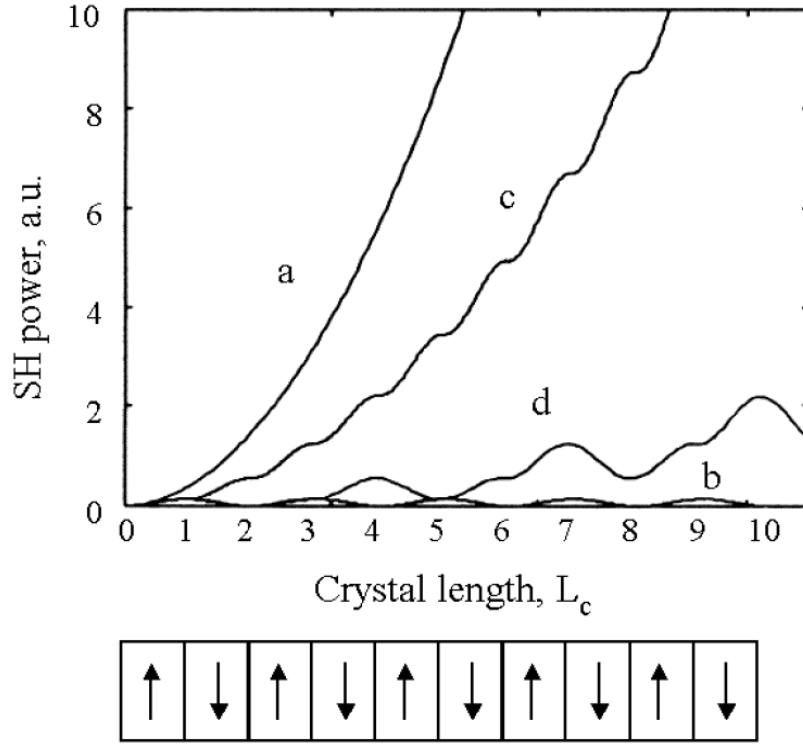


图4 不同类型位相匹配下，倍频信号的增长与晶体的长度的关系。(a)理想的为相匹配；(b)无为相匹配下周期性增长与衰减的倍频信号；(c)一阶准相位匹配；(d)三阶准相位匹配。

2.5 准相位匹配基本理论

在准相位匹配晶体中，相互作用光之间的相速度失配可以用一个周期性调制的非线性系数 d 来描述，将周期性的非线性系数傅里叶展开成如下形式[5]：

$$d(z) = d_{il} \sum_{m=-\infty}^{\infty} G_m e^{ik_{mQ}z} \quad (14)$$

这里 d_{il} 是介质的非线性系数， G_m 是 m 次谐波的傅里叶系数， m 阶光栅矢量定义如下：

$$k_{mQ} = \frac{2m\pi}{\Lambda} \quad (15)$$

这里 Λ 是空间调制周期。(14) 中第 m 阶空间谐波所对应的有效非线性系数为

$$d_{eff} = d_{il} G_m \quad (16)$$

当非线性系数的符号被周期性调制，那么第次傅里叶系数可以表达成如下形式：

$$G_m = \frac{2}{m\pi} \sin(m\pi D) \quad (17)$$

在这里 D 是占空比, 取决于反转的电筹长度与调制周期 Λ 的比例。在最佳的占空比下, 正弦函数取值为 1, 因此

$$d_{eff} = \frac{2}{m\pi} d_{il} \quad (18)$$

从公式 (18) 可以看出高阶准相位匹配的效率要比一阶准相位匹配的效率要低。

2.6 倍频中的准相位匹配

下面以一阶准相位匹配 PPKTP 晶体中的倍频为例, 介绍准相位匹配中的相关概念以及通常所关心的物理参数如何计算。对于 I 型位相匹配, 基频与倍频光的偏振方向为 $E_F^z E_F^z \rightarrow E_{SHG}^z$ 。其位相失配为

$$\Delta k^I = k_{SHG} - 2k_F - \frac{2\pi}{\Lambda^I} \quad (19)$$

这样 I 型位相匹配的极化周期为

$$\Lambda^I = \frac{\lambda_F}{2(n_{SHG} - n_F)} \quad (20)$$

在这里, n_F 和 n_{SHG} 为基频与倍频光在晶体 z 轴方向的折射率。而对于 PPKTP 晶体中的 II 型位相匹配。相互作用的基频与倍频光的偏振为 $E_F^y E_F^z \rightarrow E_{SHG}^y$ 。II 型为相匹配的位相失配为

$$\Delta k^{II} = k_{SHG}^y - k_F^y - k_F^z - \frac{2\pi}{\Lambda^{II}} \quad (21)$$

从上式可以导出 II 型位相匹配的极化周期

$$\Lambda^{II} = \frac{\lambda_F}{2n_{SHG}^y - n_F^y - n_F^z} \quad (22)$$

公式中 n_{SHG}^y 和 n_F^y 是倍频与基频光在轴上的折射率。图 5 给出了不同基频光波长下 I 型和 II 型位相匹配条件下的极化周期。从图中可以看出 II 型位相匹配的光栅周期要大于 I 型位相匹配。长波长的光栅周期要大于短波长的光栅周期。

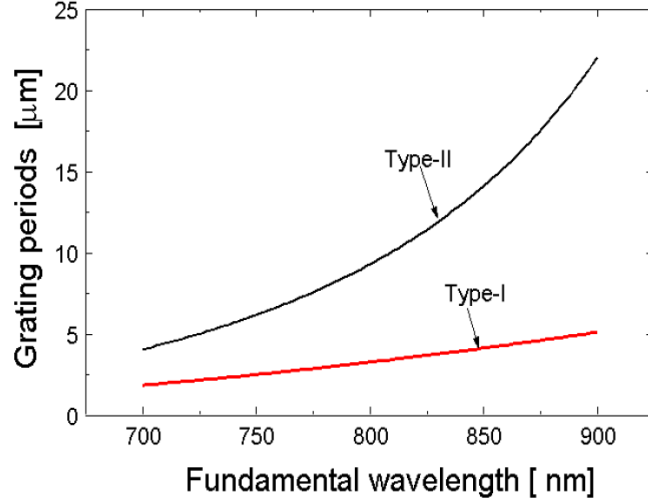


图 5 I 型和 II 型匹配条件下极化周期与基频光波长之间的关系。

在倍频过程中位相匹配依赖于很多物理参数，比如温度、波长以及相互作用光束的偏振。通常在固定其他参数，改变某一单一参数，引起的倍频功率下降到最大功率一半时所对应参量的宽度定义为位相匹配容差，或者叫接收带宽。对于一个有效长度为 L 的晶体，其位相匹配因子决定于函数 $\sin^2(\Delta k L / 2)$ 。全宽半高 (Full Width at Half Maximum, FWHM) 接收带宽为

$$\frac{\Delta k L}{2} = 0.4429\pi \quad (23)$$

这里 Δk 依赖于晶体的温度以及基频光的波长。当忽略位相失配对温度和波长二阶以上微分时，就可以推导出倍频过程中波长与温度的接收带宽。对于 I 型为相匹配，在固定晶体温度时，其波长接收带宽为

$$\Delta \lambda_{FWHM} = \frac{0.4429\pi}{L} \left| \frac{n_{SHG} - n_F}{\lambda_F} - \frac{\partial n_F}{\partial \lambda} - \frac{1}{2} \frac{\partial n_{SHG}}{\partial \lambda} \right|^{-1} \quad (24)$$

当基频光的波长固定时，倍频的温度接收带宽为

$$\Delta T_{FWHM} = \frac{0.4429\pi}{L} \left| \frac{\partial n_{SHG}}{\partial T} \Big|_{T=T_0} - \frac{\partial n_F}{\partial T} \Big|_{T=T_0} + \alpha(n_{SHG} - n_F) \right|^{-1} \quad (25)$$

公式中 α 是材料的热膨胀系数， T_0 表示某一特定的位相匹配温度。通过上面的公式就可以计算出在倍频中我们所关心的两个重要物理参量。

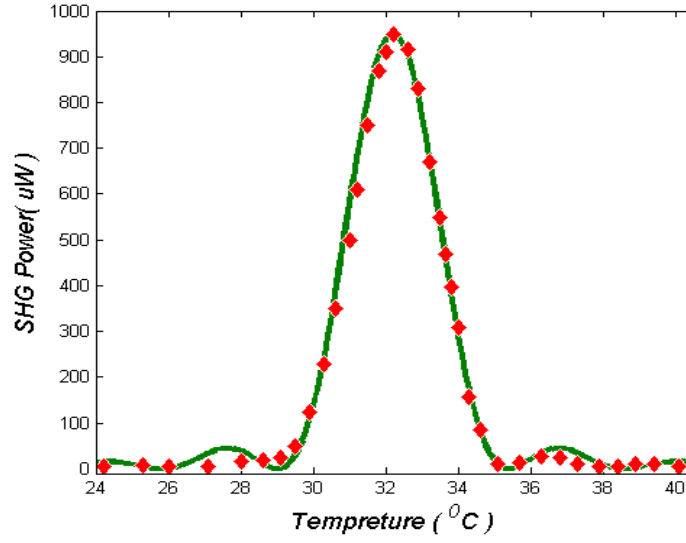


图 6 II 型 PPKTP 晶体的倍频功率与晶体温度的关系。

2.7 高斯光泵浦下的倍频功率与倍频效率的关系

在高斯光泵浦下，在满足相位匹配的条件下，其倍频转换效率与基频光功率、晶体参数和光束聚焦参数之间的关系如下：

$$P_{SH} = \left(\frac{2\omega_F^2 d_{eff}^2 k_F P_F^2}{\pi n_F^2 n_{SH} \varepsilon_0 c^3} \right) Lh(B, \zeta),$$

$$\zeta = L/b, \quad b = 2\pi n_F \omega_0^2 / \lambda_F \quad (26)$$

其中， ω_F, k_F, P_F, n_F 分别为基频光的角频率、波矢、功率、折射率； n_{SH} 为倍频光的折射率； ε_0 为真空介电常数； c 为光速； L 为晶体长度； ζ 为归一化聚焦因子； b 为光束在晶体中的瑞利距离 2 倍； B 为走离角参数； d_{eff} 为有效非线性系数。

可以看出倍频输出功率是基频光输入功率的二次方关系。

倍频转换效率一般有两种定义，一种是倍频光功率与基频光功率的比值，表达式如下：

$$\eta = \frac{P_{SH}}{P_F} = \left(\frac{2\omega_F^2 d_{eff}^2 k_F P_F}{\pi n_F^2 n_{SH} \varepsilon_0 c^3} \right) Lh(B, \zeta) \quad (27)$$

另一种是归一化的功率效率，对泵浦功率和晶体长度进行归一化处理，方便

对比不同非线性材料的倍频性能，表达式如下：

$$\eta_{norm} = \frac{P_{SH}}{P_F^2 L} = \left(\frac{2\omega_F^2 d_{eff}^2 k_F}{\pi n_F^2 n_{SH} \epsilon_0 c^3} \right) h(B, \zeta) \quad (28)$$

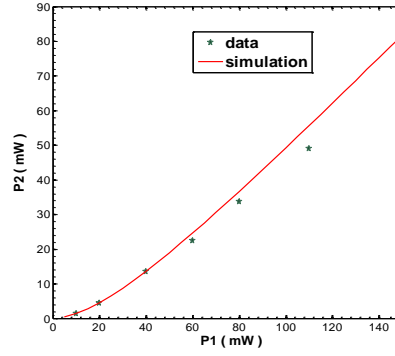


图 7. 倍频光输出功率与基频光功率之间的关系

四、实验步骤

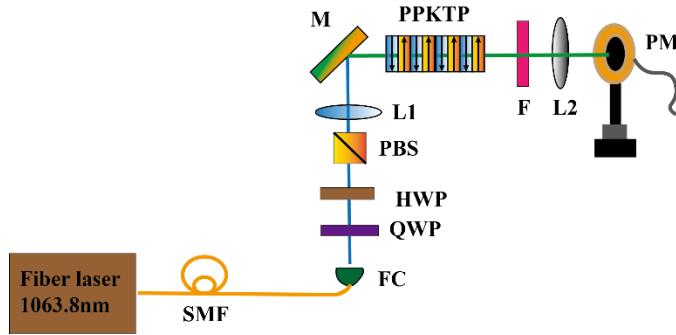


图 8. 倍频实验光路图。SMF：1064nm 单模光纤；FC:光纤准直头；HWP：半波片；QWP：四分之一波片；PBS：偏振分束器；L1,L2:准直透镜；M：反射镜；PPKTP：周期性极化 KTP 晶体；F：滤色片；PM：功率计。

实验光路图如图 8 所示，泵浦激光为 1064nm 光纤激光器，通过光纤准直头输出到自由空间中，其偏振通过四分之一波片和半波片进行控制。通过旋转偏振状态改变通过偏振分束器的功率大小；过偏振分束器后，用透镜 L1 将泵浦 1064nm 激光聚焦进 PPKTP 晶体；其中 PPKTP 晶体的温度通过半导体制冷装置精确控制；倍频后的 532nm 倍频激光通过短通滤波器进行滤波再经透镜 L2 准直；基频光金和倍频光的功率通过功率计进行测量。

实验流程如下：

- a. 打开激光器和温度控制器对仪器进行预热和准备
- b. 调节半波片和四分之一波片使得透过 PBS 的 1064nm 的光功率最大
- c. 调节晶体温度使得输出的倍频光功率最大。
- d. 旋转波片，记录不同泵浦功率下的倍频激光功率
- e. 在最大泵浦功率下，调节晶体温度，记录倍频功率与温度的干涉曲线

思考题

- 1、倍频功率与哪些因素有关？倍频功率与基频光功率是什么关系？
- 2、如何计算指定波长 PPKTP 晶体下 I 类准相位匹配在倍频转换中的极化周期？试计算 780nm 到 390nm 倍频的极化周期。
- 3、准相位匹配中倍频功率与温度是什么关系？如何测量倍频中的温度带宽
- 4、单次通过下的倍频转换效率较低，有哪些办法可以提升倍频的功率转换效率？

参考资料

- [1]P. A. Franken, A. E. Hill, C. W. Peters and G. Weinreich, Generation of optical harmonics, Phys. Rev. Lett. **7**, 118 (1961).
- [2]R. W. Boyd, Nonlinear Optics, Third Edition, New York (2007).
- [3]D. A. Kleinman, Nonlinear dielectric polarization in optical media, Phys. Rev. **126**, 1977 (1962).
- [4]J. A. Armstrong, N. Bloembergen, J. Ducuing and P. S. Perhsan, Interactions between light waves in a nonlinear dielectric, Phys. Rev. **127**, 1918 (1962).
- [5]M. M. Fejer, G. A. Magel, D. H. Jundt, and R. L. Byer, Quasi-phase-matched second harmonic generation: tuning and tolerances , IEEE J. Quantum Electron. **28**, 2631 (1992).
- [6]Shuanghua Wang, Fabrication and characterization of periodically-poled KTP and Rb-doped KTP for applications in the visible and UV, Doctoral Thesis, Laser Physics Division, Department of Physics Royal Institute of Technology Stockholm, Sweden 2005.