

测量金属丝的杨氏模量和泊松比

何金铭 PB21020660

1 实验目的

测量金属丝的杨氏模量和泊松比

2 实验原理

2.1 金属丝的杨氏模量和泊松比

拉力 F 与丝的原始横截面 A 之比定义为应力，伸长量 ΔL 与丝的原始长度 L 之比定义为纵向线应变。在弹性范围内，应力与应变满足胡克定律：

$$\frac{F}{A} = E \frac{\Delta L}{L} \quad (1)$$

其中 E 为材料的杨氏模量。

横向变化量 Δd 与丝的原始横向长度 d 之比定义为横向线应变。在材料弹性范围内，横向线应变 $\frac{\Delta d}{d}$ 与纵向线应变 $\frac{\Delta L}{L}$ 之比为常数：

$$\frac{\Delta d}{d} = -\mu \frac{\Delta L}{L} \quad (2)$$

μ 为横向变形系数或称泊松比。

2.2 非平衡电桥

图 1 为非平衡电桥的原理图，其中电阻箱 R_1 、 R_2 、 R_3 为电桥的三个臂，电阻箱 R_4 与待测金属丝电阻 R_s 串联构成第四臂， R_0 为电位器， C 是滑动头。当电桥平衡时：

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4 + R_s}$$

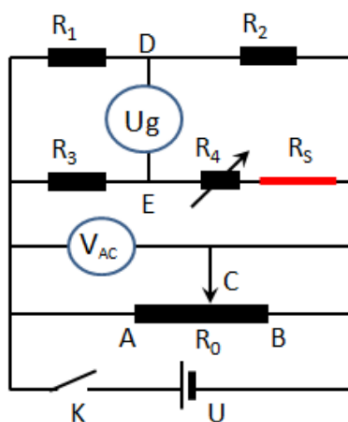


图 1: 非平衡电桥

任意桥臂阻值变化时，电桥将偏离平衡位置。金属丝受到拉伸引起电阻变化 ΔR_s ，当 $R_4 + R_s$ 的相对阻值变化量小于 1% 时，桥电压 U_g （即 D、E 之间的电压）与该桥臂的电阻变化量近似满足线性关系：

$$U_g = \frac{U_{AC}}{4} \cdot \frac{\Delta R_s}{R_4 + R_s} \quad (3)$$

即将电阻的微小变化量转化成直流电压信号进行测量。

3 实验仪器

金属丝（已焊接两根导线），铝支架（已装配电位器、开关、电桥盒等），卷尺（最大允差 2.0mm），JCD3 型读数显微镜（最大允差 0.015mm），读数显微镜垫块，ZX38A/10 型交直流电阻箱（0.1 级），KEITHLEY 台式万用表，直流稳压电源（1.5V），砝码托盘（配 10 个增砣砝码，每个砝码 100.0g.），导线

4 实验内容

1. 利用读数显微镜，测量金属丝的杨氏模量
2. 利用非平衡电桥，测量金属丝的泊松比；
3. 对两个焊点进行哈气，观察 U_g 的变化并进行解释分析。

5 测量记录

已知物理量：

1. 每个砝码质量 $m = 100g$
2. 金属丝的直径 $d = 0.2mm$

5.1 杨氏模量相关实验数据

实验中所有开始测量前都放置两个砝码使得托盘稳定。

l_1/cm	l_2/cm	l_3/cm
119.81	119.80	119.65

表 1: 固定线的桩子到靠近重物的焊点的距离记录表

放置砝码个数 n	0	1	2	3	4	5	6
焊点的相对位置 l/mm	28.449	28.649	28.825	29.020	29.232	29.422	29.627

表 2: 放置砝码数 n 与焊点相对位置 l 的变化记录表

5.2 泊松比相关实验数据

1. 电桥平衡时，测得 $U_{AC} = 0.4009v$
2. 电桥平衡时，测得 $R_4 = 16.58\Omega$
3. 由于测量泊松比时，焊点的相对伸长量应该与测量杨氏模量时的一致，所以在这次实验测量时就没有重新记录焊点的相对伸长量。

l_1/cm	l_2/cm	l_3/cm
91.50	91.50	91.51

表 3: 两个焊点之间的距离记录表

以下显示的数据是经过分析筛选之后的数据, 具体分析可见“分析与讨论”

放置砝码个数 n	0	1	2	3	4
电压表示数 U_g/mv	-0.015	-0.037	-0.059	-0.084	-0.099
焊点的相对位置 l/mm	28.449	28.649	28.825	29.020	29.232

表 4: 放置砝码数 n 与电压表示数 U_g 的变化记录表

6 分析与讨论

6.1 杨氏模量实验分析

6.1.1 理论分析

由

$$\frac{F}{A} = E \frac{\Delta L}{L}$$

可得

$$\frac{nmg}{\pi \cdot \frac{d^2}{4}} = E \frac{\Delta L}{L}$$

最终可得

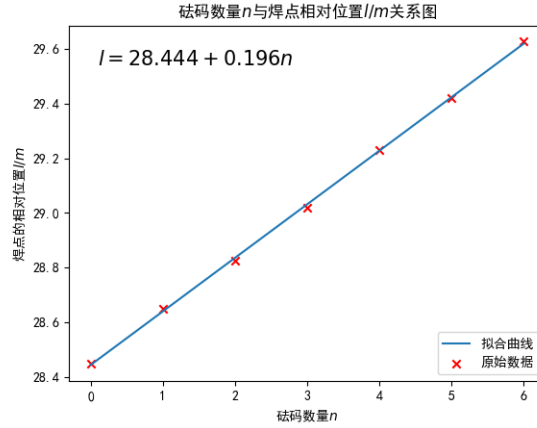
$$\Delta L = \frac{4mgL}{\pi d^2 E} n \quad (4)$$

可得 $L/m-n$ 图像的斜率为 $\frac{4mgL}{\pi d^2 E} \cdot 10^3$

6.1.2 数据处理

由表一可得固定桩子到焊点的平均距离 $L_{average} = \frac{l_1+l_2+l_3}{3} = 119.75cm$

由表二可做出 $L/m-n$ 图像, 并利用最小二乘法来求其斜率 k 。

图 2: $l/m-n$ 图像

求得斜率 $k = 0.196mm$, 相关系数 $r = 0.9998$

最终得到杨氏模量:

$$E = \frac{4mgL}{\pi d^2 k} \cdot 10^3 = \frac{4 \cdot 0.1 \cdot 9.795 \cdot 1.1975}{\pi \cdot (2 \cdot 10^{-4})^2 \cdot 0.196} \cdot 10^3 = 190.491Gpa \quad (5)$$

6.1.3 误差分析

计算 L 的不确定度 U_L

$$u_L = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^3 (l_i - L_{average})^2}{2 \cdot 3}} = 0.05cm \quad (6)$$

$$u_B = \frac{\sqrt{\Delta_{app}^2 + \Delta_{est}^2}}{3} = 0.7mm \quad (7)$$

$$U_L = \sqrt{(t_p u_L)^2 + (k_p u_B)^2} = 0.3cm \quad (8)$$

所以有 $L = 119.75cm \pm 0.3cm$

计算 k 的不确定度 U_k

$$u_k = k \sqrt{\frac{\frac{1}{r^2} - 1}{1 \cdot 3}} = 0.002mm \quad (9)$$

$$u_B = \frac{\sqrt{\Delta_{app}^2 + \Delta_{est}^2}}{3} = 0.005mm \quad (10)$$

$$U_k = \sqrt{(t_p u_k)^2 + (k_p u_B)^2} = 0.013mm \quad (11)$$

所以有 $k = 0.196mm \pm 0.013mm$

由拓展不确定度得:

$$\frac{U_E}{E} = \sqrt{\left(\frac{U_L}{L_{average}}\right)^2 + \left(\frac{U_k}{k}\right)^2} = 0.07 \quad (12)$$

所以有 $E = 190.491Gpa \pm 13.334Gpa$

6.2 泊松比实验分析

6.2.1 理论分析

联立下式：

$$R_s = \rho \frac{L}{A} = \rho \frac{4L}{\pi d^2}$$

$$\Delta R_s = \rho \frac{4\Delta L}{\pi d^2} - \rho \frac{4L \cdot 2\Delta d}{\pi d^3}$$

$$\frac{\Delta d}{d} = -\mu \frac{\Delta L}{L}$$

$$U_g = \frac{U_{AC}}{4} \cdot \frac{\Delta R_s}{R_4 + R_s}$$

可得：

$$U_g = \frac{(1+2\mu)R_s U_{AC}}{4(R_4 + R_s)L} \cdot \Delta L \quad (13)$$

由于拉伸导致 R_s 的变化较小，可以认为 R_s 在拉伸过程中保持不变， $R_s = 51\Omega - R_4$

可得 $\Delta U_g/mv-L/mm$ 图像的斜率的绝对值 $|k| = \frac{(1+2\mu)R_s U_{AC}}{4(R_4 + R_s)L}$

6.2.2 数据处理

由表一可得两焊点间平均距离 $L = \frac{l_1+l_2+l_3}{3} = 91.503cm$

由表二可做出 $\Delta U_g/mv-L/mm$ 图像，并利用最小二乘法来求其斜率的绝对值 $|k|$ 。

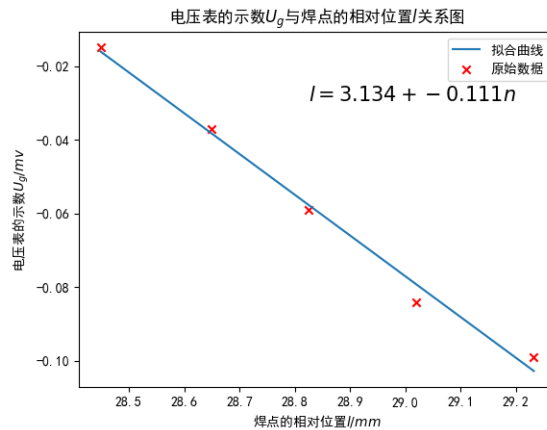


图 3: U_g-l 图像

得 $\Delta U_g/mv-L/mm$ 图像的斜率的绝对值 $|k| = 0.111$ ，相关系数 $r = 0.997$

由公式六可推得：

$$\mu = \frac{4(R_4 + R_s)L|k|}{2R_s U_{AC}} - \frac{1}{2} = \frac{4 \cdot 51 \cdot 0.915 \cdot 0.111}{2 \cdot (51 - 16.58) \cdot 0.4009} - \frac{1}{2} = 0.251 \quad (14)$$

6.2.3 误差分析

计算 L 的不确定度 U_L

$$u_L = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^3 (l_i - L_{average})^2}{2 \cdot 3}} = 0.02cm \quad (15)$$

$$u_B = \frac{\sqrt{\Delta_{app}^2 + \Delta_{est}^2}}{3} = 0.7mm \quad (16)$$

$$U_L = \sqrt{(t_p u_L)^2 + (k_p u_B)^2} = 0.2cm \quad (17)$$

所以有 $L = 91.503cm \pm 0.2cm$

$$u_k = k \sqrt{\frac{\frac{1}{r^2} - 1}{1 \cdot 3}} = 0.005mm \quad (18)$$

$$u_B = \frac{\sqrt{\Delta_{app}^2 + \Delta_{est}^2}}{3} = 0.005mm \quad (19)$$

$$U_k = \sqrt{(t_p u_k)^2 + (k_p u_B)^2} = 0.02mm \quad (20)$$

所以有 $k = 0.111mm \pm 0.02mm$

$$\frac{U_\mu}{\mu} = \sqrt{\left(\frac{U_L}{L_{average}}\right)^2 + \left(\frac{U_k}{k}\right)^2} = 0.18 \quad (21)$$

所以有 $\mu = 0.251 \pm 0.045$

6.3 关于记录的实验数据的思考及分析误差来源

杨氏模量相关的实验数据在上面已经全部给出。

泊松比测量的完整的实验数据如下：

放置砝码个数 n	0	1	2	3	4	5	6
第一次电压表示数 U_g/mv	0.011	0.183	0.217	0.288	0.358	0.343	0.277
第二次电压表示数 U_g/mv	-0.015	-0.037	-0.059	-0.084	-0.099	-0.161	-0.231
第三次电压表示数 U_g/mv	-0.002	-0.013	-0.068	-0.222	-0.276	-0.372	-0.463

表 5: 放置砝码数 n 与电压表示数 U_g 的变化记录表

将实验数据做成表格的形式

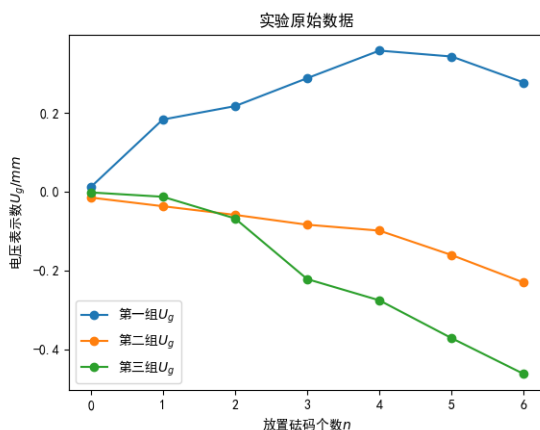


图 4: 原始实验数据

第一组实验电压表示数 U_g 偏大可能的原因是刚开始做实验的时候, 接完电路之后没有预热 15min, 仪器没有到达稳定的工作温度, 导致示数偏大; 而在第五次测量的时候又开始下降, 可能是因为装置已经预热完成, 读数恢复稳定。

第二组的实验数据在第一次测量和第五次测量的数据斜率很小, 之后的斜率突然变大, 可能是因为放置砝码的时候误触碰了托盘, 导致托盘带动金属丝的, 使其电阻变化。又观察到第五次测量和第六次测量的数据是线性的, 推测也可能是系统产生的变化导致的。

观察三组的数据, 发现每组的第五次测量和第六次测量的数据变化的斜率相同, 推测可能是因为当托盘中有了六个砝码的时候, 金属丝的力学性质发生了改变。

第三组的实验数据前三个较为正常, 斜率较小, 之后的斜率也突然变大, 可能是因为第二组中的原因, 也可能是金属丝疲劳, 导致示数变大。

综上所述, 可能的原因有:

1. 测量电压表示数之前忘记对装置预热, 导致示数不稳定
2. 放置砝码时容易触碰到托盘, 带动线一起运动, 使电阻发生极大的变化
3. 金属丝容易出现疲劳状态, 导致电压表示数非完全线性变化
4. 金属丝极易受外界的干扰, 比如实验室内其他同学的扰动可能会震动金属丝, 空调风容易导致托盘做圆周摆动
5. 某些装置的焊点可能出现了虚焊的现象

7 思考题

观察发现: 在远离砝码的焊点哈气的时候, 原来已达平衡的电桥示数会先变大、后变小; 在靠近砝码的焊点哈气的时候, 原来已达平衡的电桥示数会先变小、后变大。

思考: 单个示数变化的方向不是关键, 而向两个焊点哈气时电压表示数朝两个相反的方向变化才是关键。因为调换电压表的接入方向就可以改变电压表的示数方向。

可能的原因: 可能是因为热电偶效应导致这种现象的发生。哈气时容易发生温度的变化, 当哈气时可能会产生温差电势, 精度较高的电压表可以显示出来; 而之后又马上恢复原状, 应该是温度马上又恢复室温, 电势消失。两边焊点哈气不对称的结果应该是电势差的空间不对称性造成的。