

## $\beta$ 吸收 2 实验报告

何金铭 PB21020660

### 1 实验目的

1. 学习产生单能电子束的原理
2. 学习  $\beta$  磁谱仪的原理与使用
3. 学习闪烁能谱仪的使用
4. 验证高速电子的动量与动能关系
5. 测量吸收片对单能电子束的吸收曲线

### 2 实验原理

#### 2.1 电子动量的测量

本实验采用半圆聚焦  $\beta$  磁谱仪测量电子的动量，若轨道半径为  $R$ ，则与电子动量  $p$  有关系式：

$$p = eBR \quad (1)$$

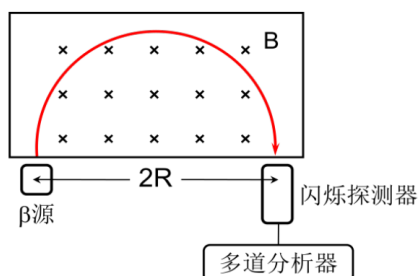


图 1: 半圆聚焦  $\beta$  磁谱仪与闪烁能谱仪示意图

#### 2.2 电子动能的测量

利用  $^{137}\text{Cs}$  的  $\gamma$  射线能谱对闪烁能谱仪进行定标。动能的大小与能谱的峰位  $N$  成线性关系：

$$E = aN + b \quad (2)$$

式中  $a, b$  为待定系数。

#### 2.3 相对论效应

相对性粒子有动能  $E_k$  与动量  $p$  的关系：

$$E_k = \sqrt{p^2 c^2 + m_0^2 c^4} - m_0 c^2 \quad (3)$$

其中，为计算方便，实验室中的动量可用  $pc$  表示：

且有:

$$pc = eBRc(J) = 300BR(\text{MeV}) \quad (4)$$

## 2.4 单能电子束的获得

由于发生  $\beta$  衰变的原子核在发射  $\beta$  粒子的同时还放出中微子, 两者分配能量的结果导致发射出的  $\beta$  粒子能谱为 0 至最大动能  $E_{max}$  之间连续分布的能谱, 在磁谱仪中的偏转半径也各不相同, 具有相同动能的  $\beta$  粒子在  $\beta$  磁谱仪中的偏转半径也相同。据此, 我们可以在闪烁探头前开一条与磁场平行的狭缝, 只让某一偏转半径的  $\beta$  粒子进入闪烁探测器。只要狭缝足够窄, 就可以认为进入闪烁探测器的就是单能电子束, 闪烁能谱仪测出的就是该单能电子束的能谱。

## 2.5 测量物质对单能电子束的吸收曲线

考虑一束初始强度为  $I_0$  的单能电子束, 当穿过厚度为  $x$  的物质时, 强度减弱为  $I$ 。强度  $I$  随厚度  $x$  的增加而减小且服从指数规律, 可表示为:

$$I = I_0 e^{-\mu x} \quad (5)$$

式中  $\mu$  为该物质的线性吸收系数。可以做变换: 设质量吸收系数  $\mu_m = \mu/\rho$ , 质量厚度为  $d = \rho x$ , 有

$$I = I_0 e^{-\mu_m d} \quad (6)$$

# 3 实验仪器

闪烁  $\gamma$  能谱仪, 半圆聚焦  $\beta$  磁谱仪, 吸收片,  $^{137}\text{Cs}$  放射源,  $^{90}\text{Sr} - ^{90}\text{Y}$  放射源, 电子秤, 狭缝, 直尺

# 4 原始实验数据

## 4.1 3 号台的一些基本数据

1. 磁谱仪中产生的磁感应强度为  $B = 622.78 \text{ Gs}$
2. 电子入射闪烁体前铝制入射窗产生的能量损失为  $\Delta E = 0.09 \text{ MeV}$
3. 实验室的铝片质量厚度为  $d = 50 \text{ mg/cm}^2$

## 4.2 闪烁能谱仪定标

E/MeV	0.184MeV	0.662MeV
峰位 N	89	287.14

表 1:  $^{137}\text{Cs}$  的  $\gamma$  能谱部分数据记录表

注: 3 号台的实验仪器存在一些问题,  $E = 0.184\text{MeV}$  处峰位值无精确读数,  $N = 89$  为大致读数

### 4.3 $\beta$ 射线能谱

	1	2	3	4	5	6	7	8
x/cm	23	24.5	26.0	27.5	29.0	30.5	32	33.5
峰位 N	219.78	281.33	336.29	392.47	444.78	493.73	529.98	579.39

表 2:  $\beta$  能谱数据记录表

### 4.4 $\beta$ 吸收数据

铝片数量	峰位	FWHM	选区计数	采集时间/s
0	407.31	100.23	72613	200
1	374.46	87.46	51713	200
2	344.34	75.53	37055	200
3	313.78	121.77	54226	300
4	269.27	112.99	61889	400

表 3:  $x = 28\text{cm}$  时铝片吸收数据记录表

## 5 数据处理

### 5.1 闪烁能谱仪的定标

将  $E_1 = 0.184\text{MeV}$ ,  $N_1 = 89$  和  $E_2 = 0.662\text{MeV}$ ,  $N_2 = 287.14$  代入  $E = aN + b$  得:  $a = 2.412 \times 10^{-3}\text{MeV}$ ,  $b = -3.071 \times 10^{-2}\text{MeV}$ 。

将  $a, b, \Delta E$  代入  $E = aN + b + \Delta E$ , 可以得到标定的能量公式为:

$$E = 0.0024N + 0.0593(\text{MeV}) \quad (7)$$

### 5.2 $\beta$ 射线能谱

利用公式:

$$R = \frac{x - 10\text{cm}}{2} \quad (8)$$

$$pc = 300BR(\text{MeV}) \quad (9)$$

$$E_{\text{classic}} = \frac{(pc)^2}{2mc^2} \quad (10)$$

$$E_{\text{relative}} = \sqrt{p^2c^2 + m^2c^4} - mc^2 \quad (11)$$

$$E_{measure} = 0.0024N + 0.0593(\text{MeV}) \quad (12)$$

可以计算得以下结果:

	1	2	3	4	5	6	7	8
x/cm	23	24.5	26.0	27.5	29.0	30.5	32	33.5
R/cm	6.5	7.25	8	8.75	9.5	10.25	11	11.75
pc/MeV	1.214	1.355	1.495	1.635	1.775	1.915	2.055	2.195
峰位 N	219.78	281.33	336.29	392.47	444.78	493.73	529.98	579.39
经典动能 $E_{classic}/\text{MeV}$	1.442	1.797	2.187	2.616	3.083	3.588	4.132	4.714
相对论动能 $E_{relative}/\text{MeV}$	0.806	0.937	1.069	1.202	1.336	1.471	1.607	1.743
$E_{measure}/\text{MeV}$	0.587	0.734	0.866	1.001	1.127	1.244	1.331	1.450
$ E_{measure} - E_{relative} $	0.219	0.203	0.203	0.201	0.209	0.227	0.276	0.293

表 4:  $\beta$  能谱分析数据表

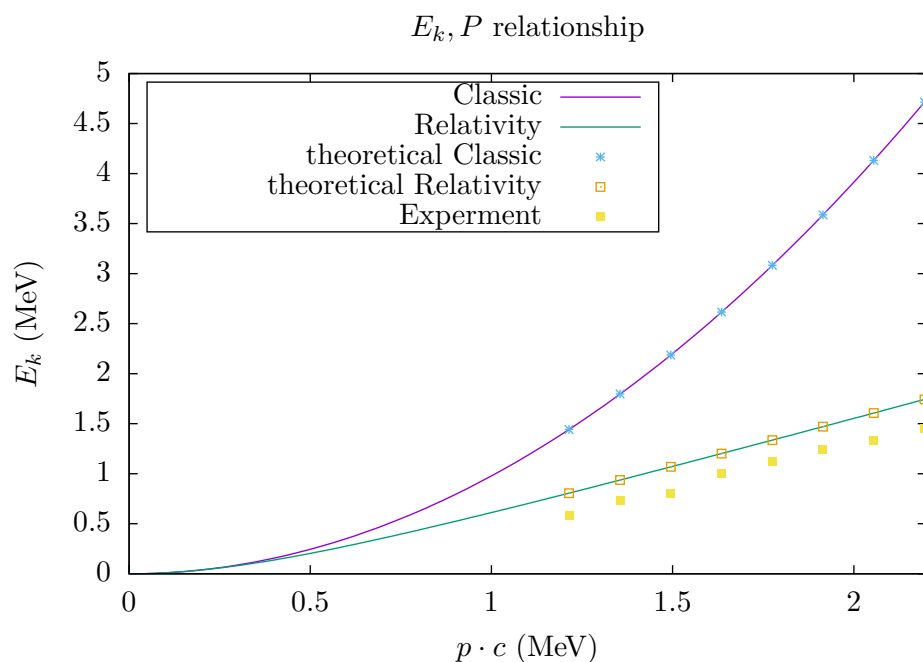


图 2: 经典力学、相对论力学与实验测量的  $E_k, pc$  值对比图

可以发现:

1. 在高速情况下, 经典力学的理论动能会大于相对论力学的理论动能
2. 实验测得的动能均小于相对论力学的理论动能, 但是于不同的位置下, 减少的动能几乎一致 (可见上表中最后一行), 可能是由于某一系统误差导致的。

### 5.3 $\beta$ 吸收实验

于实验中，我们设置  $\beta$  射线在磁谱仪中运动的半径为  $R = \frac{28\text{cm} - 10\text{cm}}{2} = 9\text{cm}$ ，可以计算得  $pc = 300BR = 1.682\text{MeV}$ ，从而进一步可以计算得其动能为：

$$E_k = \sqrt{(pc)^2 + m^2c^4} - mc^2 = 1.247\text{MeV} \quad (13)$$

铝片数量	峰位	FWHM	选区计数	采集时间/s	单位时间入射粒子数 I/s
0	407.31	100.23	72613	200	363.07
1	374.46	87.46	51713	200	258.565
2	344.34	75.53	37055	200	185.275
3	313.78	121.77	54226	300	180.753
4	269.27	112.99	61889	400	154.723

表 5:  $\beta$  吸收数据处理表 1

下面验证吸收公式  $I = I_0e^{-\mu_m d}$  是否正确，变换为：

$$\ln \frac{I}{I_0} = -\mu_m d \quad (14)$$

其中  $d_0$  为单位铝片的厚度， $d$  为铝片的质量厚度，处理实验数据得下表：

$d/(50\text{mg}/\text{cm}^2)$	1	2	3	4
$\ln \frac{I}{I_0}$	-0.339	-0.673	-0.697	-0.853

表 6:  $\beta$  吸收数据处理表 2

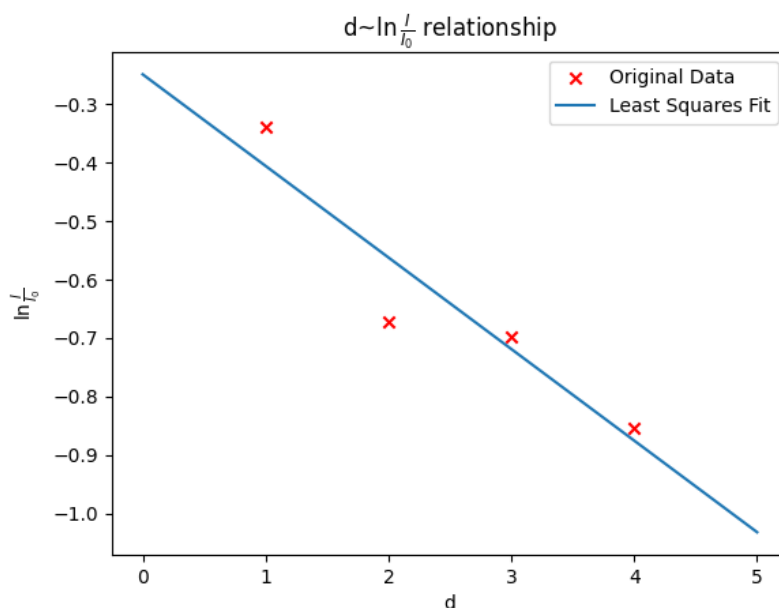


图 3:  $d - \ln \frac{I}{I_0}$  拟合曲线

拟合得：

$$\ln \frac{I}{I_0} = -0.157d - 0.249 \quad (15)$$

取其斜率  $\mu_m = -0.157(0.02\text{cm}^2/\text{mg}) = -0.00314\text{cm}^2/\text{mg}$

所以估计得： $I = I_0 e^{-0.00314d}$  其中  $d$  的单位为  $\text{mg}/\text{cm}^2$

## 6 实验总结和误差分析

### 6.1 误差分析

#### 6.1.1 $\beta$ 磁谱仪实验结果的误差分析

实验测得的  $\beta$  射线的动能与相对论预言的结果类似，但是有一些偏差：对于不同动量的  $\beta$  射线，实验值比理论值少了约 0.229MeV 的能量，可能的原因有：

1. 整个实验有一个系统误差，比如：闪烁体的修正  $\Delta E$  的修正值不正确；空气以及一些其它的因素对  $\beta$  射线也有衰减作用。
2. 仅仅利用  $\gamma$  能谱的两个点来对闪烁能谱仪进行定标存在极大的误差，对截距  $b$  的影响很大，从而引起了一个比较大的整体误差，需要利用更多的特征点或者其它的能谱来对其进行定标。

#### 6.1.2 $\beta$ 吸收的实验结果的误差分析

实验测得峰位和 FWHM（半高宽）的关系不太正常，按理论，随着铝片数量的增加，峰位应该减小，而 FWHM 应该增大；但是实验观察到的现象为 FWHM 先减小，后增大。

可能的原因是

1. 在测量 FWHM 时，选择不同的选区结果可能会有不同，由于没有规定一个统一的选区标准，导致 FWHM 不同，这里需要指出：将选区选的过大不会有什么影响，但是选区过小则会导致 FWHM 过小，上述的结果就可能是由于这个原因导致的。
2. 可能由于狭缝存在一点宽度，无铝片的时候导致 FWHM 过宽，而由于铝片的衰减作用，会筛选出最多的  $\beta$  射线或能量最大的  $\beta$  射线使得 1,2 片的铝片 FWHM 变小；而加 3 片以上时，衰减作用过强，导致 FWHM 又变大。

之后拟合的曲线的误差也源于此处。

### 6.2 实验总结

1. 了解了单能电子束的原理，学习了  $\beta$  磁谱仪、闪烁能谱仪的原理和使用
2. 对闪烁能谱仪进行了定标，得到的转换公式为  $E = 0.0024N + 0.0593(\text{MeV})$
3. 检验了高速电子的动量与动能的关系，发现高速电子的动量与能量的关系更符合于相对论力学，但存在一些系统误差，认为可能是由于装置对电子的损失能量  $\Delta E$  少计算了一部分。
4. 计算得铝片对  $\beta$  射线的吸收曲线近似为  $I = I_0 e^{-0.00314d}$  其中  $d$  为质量厚度，其单位为  $\text{mg}/\text{cm}^2$