28卷　第9期
2011年9月
微电子学与计算机
MICROELECTRONICS & COMPUTER
Vol. 28　No. 9
September 2011

基于最小二乘和牛顿迭代法的空中目标定位

吕晶晶，姚金杰
（中北大学 电子测试技术国家重点实验室，山西 太原 030051）

摘　要： 在对远程高速运动目标进行定位的过程中，提高定位精度是工程研究的重要内容之一. 针对最小二乘法受测量误差影响较大的问题，提出了基于最小二乘和牛顿迭代法的混合算法. 该算法结合了最小二乘法估计性好和牛顿迭代法收敛速度快的优点. 仿真结果表明，时差测量精度为5ns时，均方根误差较最小二乘法定位结果减少了43m.

关键词： 定位精度；最小二乘法；牛顿迭代法；空中目标定位
中图分类号： TP391.9　　**文献标识码：** A　　**文章编号：** 1000－7180(2011)09－0108－03

Aerial Target Localization Based on Least Squares and Newton Iterative Algorithm

LV Jing-jing，YAO Jin-jie
(National Key Laboratory of Electronic Testing Technology，North University of China，Taiyuan 030051，China)

Abstract： In the positioning process of the remote and high speed moving target，improving localization accuracy is one of the important aspects of engineering. Aiming at the problem that least squares influenced by measuring error seriously，this paper puts forward the blending algorithm which based on least squares and Newton iterative algorithm. The algorithm combines the advantages of least squares good performance in estimation and Newton iterative method high speed of convergence in iteration. The simulation results indicate that the RMSE reduced by 43m compare with the localization result of least square method when the time measurement accuracy is 5ns.

Key words： localization accuracy；least square method；Newton iterative algorithm；aerial target localization

1　引言

随着现代科技的发展，定位技术在航空、航天、交通、海洋勘探等领域得到了广泛应用. 在硬件系统确定的条件下，如何通过改进算法来提高定位精度是有意义的问题[1－2]. 最小二乘法受测量误差影响较大，使用其进行定位解算会产生很大误差，难以满足定位精度要求. 文中利用最小二乘法估计性好和牛顿迭代法收敛速度快的优点，以最小二乘法的定位结果作为牛顿迭代法的初始值进行迭代，从而实现算法优化. 仿真结果及其数据分析，证明了该算法的有效性.

收稿日期：2011－01－11；修回日期：2011－02－07
基金项目：国家自然科学基金项目(60532080)

2　多站无源时差定位模型

无源定位技术具有作用距离远、抗干扰能力强的特点，对于提高定位精度具有十分重要的作用，因此被广泛应用于远程高速目标定位的研究中. 近年来利用信号到达时差，形成双曲面相交原理的无源定位技术已得到广泛应用.

这种系统一般采用三个接收站，形成多基线时差信号，然后进行“脉冲配对”和时差定位估算. 多站时差定位要确定飞行目标以及辐射源在三维空间中的位置，就需要有4个以上基站同步完成目标信号到达时间的时差测量. 其定位原理如图1所示.

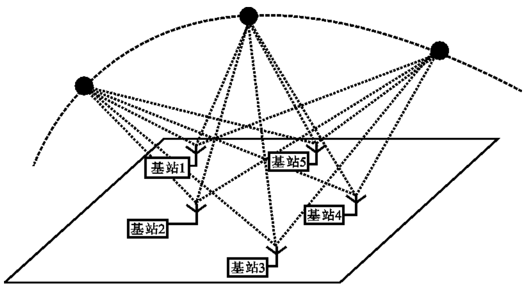

图 1　目标定位示意图

设目标位置坐标为(x,y,z)，5 个基站的坐标分别为(x_i,y_i,z_i)，$(i=1,2,3,4,5)$. 目标到基站的距离为$r_i(i=1,2,3,4,5)$. 目标到各分站与主站(基站 1 为主站)的距离差为r_{i1}. 根据时差定位原理有如下关系[3]：

$$\begin{cases} r_1^2=(x-x_1)^2+(y-y_1)^2+(z-z_1)^2 \\ r_i^2=(x-x_i)^2+(y-y_i)^2+(z-z_i)^2 \\ r_i-r_1=\sqrt{(x-x_i)^2+(y-y_i)^2+(z-z_i)^2} \\ -\sqrt{(x-x_1)^2+(y-y_1)^2+(z-z_1)^2}=c\,t_{i1} \end{cases} \tag{1}$$

其中，t_{i1} 表示辐射源信号到达各分站与主站之间的时间差，c 为信号传播的速度.

3　最小二乘——牛顿迭代混合算法

3.1　最小二乘算法求初始值

当定位精度要求不高时，可以采用 TDOA 最小二乘算法，为了解决空间定位，必须有 4 个以上的基站，即需要 3 个以上的 TDOA 测量值，可以建立如下线性方程组[4]：

$$x(x_i-x_1)+y(y_i-y_1)+z(z_i-z_1)+r_1r_{i1}=B_i \tag{2}$$

其中：

$$K_i=x_i{}^2+y_i{}^2+z_i{}^2,\quad B_i=\frac{k_i-k_1-r_{i1}{}^2}{2}$$

上式的矩阵形式为

$$Ax=B \tag{3}$$

其中

$$A=\begin{pmatrix} x_2-x_1, & y_2-y_1, & z_2-z_1, & r_{21} \\ x_3-x_1, & y_3-y_1, & z_3-z_1, & r_{31} \\ x_4-x_1, & y_4-y_1, & z_4-z_1, & r_{41} \\ x_5-x_1, & y_5-y_1, & z_5-z_1, & r_{51} \end{pmatrix}$$

$$x=\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ r_1 \end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix} l_2 \\ l_3 \\ l_4 \\ l_5 \end{pmatrix}$$

要求解必须使残差

$$f(x)=(Ax-B)^2=(Ax-B)^T(Ax-B)$$

平方和最小. 若(A^TA)为非奇异阵，则得到最小二乘解 $\hat{x}=(A^TA)^{-1}A^TB$[5].

3.2　牛顿迭代定位算法

牛顿法是一种使用导数的算法，每一步迭代方向都是沿着当前点函数值下降的方向. 因此，需设定合适的初值才能保证算法是否收敛及其收敛速度. 根据牛顿迭代算法的条件，将所建立目标定位模型转换为[6-7]：

$$f_i(x,y,z)=\sqrt{(x-x_i)^2+(y-y_i)^2+(z-z_i)^2} \\ -\sqrt{(x-x_1)^2+(y-y_1)^2+(z-z_1)^2}-c\,t_{i1} \tag{4}$$

其雅克比矩阵为

$$f'(x,y,z)=\begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x},\frac{\partial f_1}{\partial y},\frac{\partial f_1}{\partial z} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x},\frac{\partial f_2}{\partial y},\frac{\partial f_2}{\partial z} \\ \frac{\partial f_3}{\partial x},\frac{\partial f_3}{\partial y},\frac{\partial f_3}{\partial z} \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} A_{11},A_{12},A_{13} \\ A_{21},A_{22},A_{23} \\ A_{31},A_{32},A_{33} \end{pmatrix} \tag{5}$$

当雅克比矩阵为非奇异阵，则信源坐标用牛顿迭代法表示为：

$$\begin{pmatrix} x^{(k+1)} \\ y^{(k+1)} \\ z^{(k+1)} \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} x^{(k)} \\ y^{(k)} \\ z^{(k)} \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x},\frac{\partial f_1}{\partial y},\frac{\partial f_1}{\partial z} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x},\frac{\partial f_2}{\partial y},\frac{\partial f_2}{\partial z} \\ \frac{\partial f_3}{\partial x},\frac{\partial f_3}{\partial y},,\frac{\partial f_3}{\partial z} \end{pmatrix} \\ \cdot\begin{pmatrix} f_1(x^{(k)},y^{(k)},z^{(k)}) \\ f_2(x^{(k)},y^{(k)},z^{(k)}) \\ f_3(x^{(k)},y^{(k)},z^{(k)}) \end{pmatrix} \tag{6}$$

其中，$k=0,1,2\cdots$.

4　算法 MATLAB 仿真及分析

在目标定位的仿真中，主站坐标为(0,0,0)，其它四个基站坐标为(24890,56720,2100)，(31288,31920,3200)，(40730,67000,2400)，(17960,25690,2700). 目标理想运动轨迹为抛物线模型，如下式所示：

$$\begin{cases} x=x_0+v_x\cdot t \\ y=y_0+v_y\cdot t \\ z=z_0+v_z\cdot t-0.5gt^2 \end{cases} \tag{7}$$

其中，(x_0,y_0,z_0) 起点坐标为(0,0,0)，v_x,v_y,v_z 分别为目标飞行速度在三坐标轴上的分量，总迭代次数为 20 次.

利用最小二乘——牛顿迭代混合算法对目标进

行定位,实际轨迹和混合算法定位轨迹如图 2 所示.

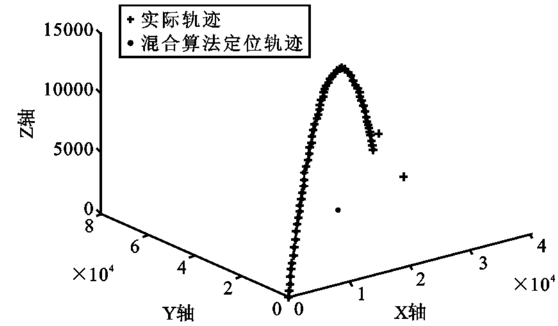

图 2 最小二乘——牛顿迭代混合算法定位结果

为进一步验证最小二乘——牛顿迭代混合算法在目标定位中的效果,分别对轨迹上的点进行均方根误差分析和三坐标轴上的相对误差分析,结果如图 3 所示. 相对误差分析如表 1 所示.

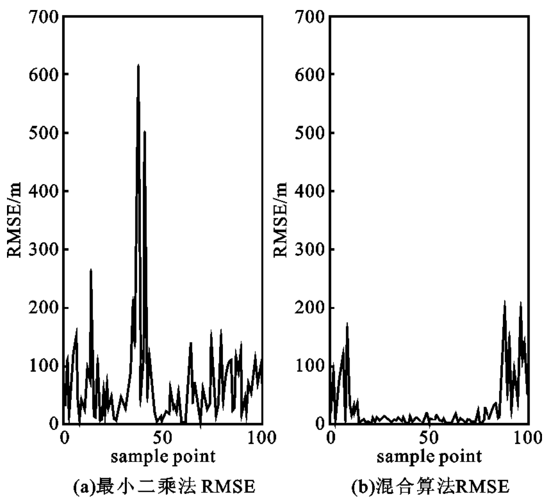

图 3 两种算法均方根误差

表 1 三坐标轴上的相对误差分析

算法	X 轴相对误差平均值	Y 轴相对误差平均值	Z 轴相对误差平均值	均方根误差平均值 RMSE/m
最小二乘法	3.2e−3	1.38e−3	1.3e−2	69.990
混合算法	1.7e−3	3.25e−4	8.09e−3	26.293

时差测量精度为 5 ns 时,由图 3 和表 1 可以看出,基于最小二乘和牛顿迭代法的定位均方误差较最小二乘法减少了 43 m,且三轴上的相对误差也减小. 克服了最小二乘受测量误差影响较大和牛顿迭代法对初始值选择敏感的缺陷.

5 结束语

文中结合最小二乘法估计性好和牛顿迭代法收敛速度快的优点,提出了最小二乘和牛顿迭代法相结合的空中目标定位算法. 仿真结果和数据分析表明,该算法可有效解决空间目标的定位问题,避免了最小二乘法受测量误差影响较大和牛顿法对初始值选择敏感的问题. 该算法对于提高定位精度是有效的.

参考文献:

[1] 姚金杰,韩焱. 基于粒子群和牛顿迭代法的目标定位方法研究[J]. 计算机应用研究,2010,27(5):1700−1713.

[2]刘利军,韩焱. 基于最小二乘法的牛顿迭代信源定位方法[J]. 弹箭与制导学报,2006,26(3):47−49.

[3]王森,白文乐. 基于无线传感器网络的 TDOA−CTLS 定位算法研究[J]. 微电子学与计算机,2010,27(4):149−152.

[4] Chan YT,Ho K C . A simple and efficient estimator for hyperbolic location[J]. IEEE Trans on Signal Processing,1994,42(8):1905−1915.

[5]王怡. 基于多传感器的水声定位精度分析 [J]. 计算机测量与控制,2009,17(2):363−367.

[6]刘璐,郭力,王妙锋. 一种基于牛顿迭代法求解 LSF 的有效算法[J]. 微电子学与计算机,2006,23(4):149−152.

[7] 柳辉. 解非线性方程组的牛顿迭代法及其应用[J]. 重庆工学院学报,2007,21(8):95−98.

作者简介:

吕晶晶 女,(1985−),硕士研究生. 研究方向为信号与信息处理.

姚金杰 男,(1982−),博士研究生. 研究方向为多维信号处理、无线通信技术.