

# 基于总体最小二乘的捷联三轴磁力仪标定 与地磁场测量误差补偿

吴志添, 武元新, 胡小平, 吴美平

(国防科学技术大学 机电工程与自动化学院, 湖南 长沙 410073)

**摘要:** 提出了一种磁力仪标定与地磁场补偿一体化的方法。对捷联三轴磁力仪的测量过程进行误差分析, 建立包含磁力仪标定误差与地磁场测量误差的参数化模型。针对测量噪声的分布特性, 采用基于总体最小二乘(TLS)算法对模型的参数进行了估计。仿真结果与实验结果均表明, 与传统的基于最小二乘(LS)方法相比, 基于 TLS 算法的参数估计精度更高, 能够获得更好的补偿效果。

**关键词:** 信息处理技术; 三轴磁力仪; 标定; 测量误差补偿; 总体最小二乘

中图分类号: V249.32

文献标志码: A

文章编号: 1000-1093(2012)10-1202-08

## Calibration of Strapdown Three-axis Magnetometer and Measurement Error Compensation of Geomagnetic Field Based on Total Least Squares

WU Zhi-tian, WU Yuan-xin, HU Xiao-ping, WU Mei-ping

(College of Mechatronics and Automation, National University of Defense Technology, Changsha 410073, Hunan, China)

**Abstract:** A method of simultaneous magnetometer calibration and measurement error compensation of geomagnetic field was proposed. A parameterized model comprising sensor calibrating error and measurement error of geomagnetic field was constructed by an error analysis through the measurement. Those parameters in the model were estimated using total least squares (TLS) based algorithm, according to the spread of measurement noise. Compared with the traditional least squares (LS) based algorithm, both simulated results and experimental results show that the TLS based algorithm achieved higher estimated precision and better compensation.

**Key words:** information processing; three-axis magnetometer; calibration; measurement error compensation; total least squares

## 0 引言

地磁场的实时测量是地磁匹配定位的关键基础

性工作, 地磁测量主要利用磁力仪完成。从目前传感器的性能看, 尽管在理论上磁力仪的精度一定程度上可以满足地磁匹配定位精度的要求, 但是在实

收稿日期: 2011-12-29

基金项目: 航天支撑技术基金项目(2010-HT-GFKD-11); 湖南省研究生科研创新项目(CX2011B012); 国防科学技术大学优秀研究生创新项目(B110301)

作者简介: 吴志添(1984—), 男, 博士研究生。E-mail: magwuzhitian@gmail.com;

胡小平(1960—), 男, 博士生导师。E-mail: xiaopinghu@hotmail.com

际测量过程中,地磁场信号和各类误差信号耦合在一起,组成传感器的输出。这将严重地影响了地磁场的测量精度,抑制了磁力仪潜在的性能发挥。地磁传感器的标定与磁补偿技术已经成为制约地磁导航技术发展的关键因素之一<sup>[1]</sup>。

磁力仪的标定与磁补偿问题一直以来都受到众多学者的关注,并且提出了许多有效的方法。文献[2]提出了非线性、两步估计法(Two-Step法),算法首先对磁力仪的输入输出过程进行建模,利用最小二乘(LS)方法估计出中间变量,再根据中间变量代数求解出磁力仪的零偏误差、硬磁误差和刻度因子误差。文献[3]对该方法进行扩展,使之可以估计包含安装误差和非正交误差在内的模型参数。文献[4-7]以 Two-Step 方法的计算结果作为初值,然后应用非线性寻优方法如牛顿法等进行迭代求解,以得到更加精确的参数估计。文献[8-9]基于椭圆拟合的思想,对磁力仪的标定参数与磁补偿参数进行估计,其算法的核心是采用 LS 或自适应 LS 方法。LS 方法在求解  $AX=Y$  形式的超定方程时,只考虑了观测向量  $Y$  的误差,而假定数据矩阵  $A$  是准确的。但在磁力仪标定与磁补偿问题中,观测向量和数据矩阵都含有误差,因此采用总体最小二乘(TLS)方法估计将更为合理。TLS 的思想由 Golub<sup>[10]</sup> 提出,他从数值分析的角度分析了这种方法,进行了 TLS 解的扰动分析,从理论上证明了 TLS 的拟合精度要优于 LS。文献[11]对 TLS 的发展进行了综述,利用矩阵逼近的观点重新定义了 TLS 问题,并对各类 TLS 解方法进行了统一的描述。本文对磁力仪测量过程进行综合建模,推导出包含磁力仪标定误差和磁干扰误差的参数化模型,应用 TLS 方法估计模型参数。仿真结果和实验结果均证明了基于 TLS 方法的优越性。

## 1 问题描述

### 1.1 输入输出模型

磁力仪在测量过程中的磁场误差源主要分为两类:1)由传感器自身结构、材料和电路传输引起的误差,如非正交误差、刻度因子误差、零偏误差等;2)外部干扰磁场的叠加影响,如固定磁场、感应磁场等。实际使用中,两类误差源共同作用于磁力仪,

使得地磁测量信号中混合复杂的干扰成分,严重影响了地磁测量的精度。通过对磁力仪测量过程进行建模,捷联三轴磁力仪测量输出的数学模型<sup>[3]</sup>为

$$\hat{B}^b = C_M C_{N0} C_{SF} (C_e^b B_e^e + B_{H1}^b + B_{S1}^b) + b_o^b + w^b, \quad (1)$$

式中:上标  $b$  为体坐标系( $b$ 系);上标  $e$  为当地地理坐标系( $e$ 系); $\hat{B}^b$  为磁力仪的输出矢量; $B_e^e$  为当地地磁场矢量; $C_e^b$  为  $e$  系到  $b$  系的方向余弦矩阵; $B_{H1}^b$  为硬磁误差矢量; $B_{S1}^b$  为软磁误差矢量; $b_o^b$  为零偏误差矢量; $C_M$  为安装误差矩阵; $C_{N0}$  为非正交误差矩阵; $C_{SF}$  为刻度因子误差矩阵; $w^b$  为测量噪声矢量。

在理想情况下,传感器的坐标系与载体的体坐标系完全一致, $C_M$  是单位矩阵。但在现实中,传感器的安装会存在微小的方位误差,设传感器敏感轴与体坐标轴的误差角为  $[\varepsilon_x \ \varepsilon_y \ \varepsilon_z]^T$ ,那么  $C_M$  为这些误差角构成的斜对称矩阵:

$$C_M = \begin{bmatrix} 1 & -\varepsilon_z & \varepsilon_y \\ \varepsilon_z & 1 & -\varepsilon_x \\ -\varepsilon_y & \varepsilon_x & 1 \end{bmatrix}. \quad (2)$$

设正交坐标系的 3 个轴是  $OX$ 、 $OY$ 、 $OZ$ ,实际传感器的 3 个轴非严格正交,设为  $OX'$ 、 $OY'$ 、 $OZ'$ 。设  $OZ$  轴与  $OZ'$  轴重合,且面  $YOZ$  与  $Y'OZ'$  共面。记  $OY$  轴与  $OY'$  轴之间夹角为  $\beta$ ,  $OX$  轴与  $X'OY'$  的夹角为  $\gamma$ ,  $OX$  轴与  $X'OZ'$  轴的夹角为  $\alpha$ ,实际的三轴与正交空间对应关系如图 1 所示。

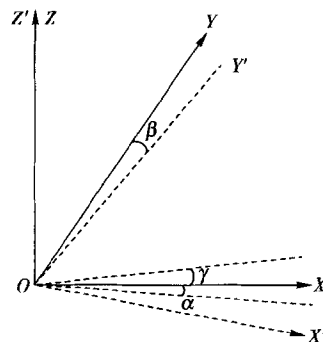


图 1 三轴磁传感器非正交误差

Fig. 1 Non-orthogonality of three-axis magnetometer

非正交矩阵  $C_{N0}$  可以表示为

$$C_{N0} = \begin{bmatrix} \cos\alpha\cos\gamma & \sin\gamma & \sin\alpha\cos\gamma \\ 0 & \cos\beta & \sin\beta \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (3)$$

由于材料和制造工艺水平的限制,传感器 3 个

敏感器轴之间存在细微的差异。这种差异表现为各磁轴的刻度因子不尽相同。另外,考虑到实际磁力仪的磁芯会存在剩磁现象,各轴的激励电路也存在零点漂移。 $C_{SF}$ 和 $b_o^b$ 分别定义如下:

$$C_{SF} = \text{diag}(s_x, s_y, s_z)^T, \quad b_o^b = [b_{ox} \quad b_{oy} \quad b_{oz}]^T, \quad (4)$$

式中 $s_j$ 和 $b_{oj}$ ,  $j = X, Y, Z$ 分别为传感器轴的刻度因子系数和传感器零偏。

传感器在测量中会受到随机干扰,另外,由载体内部电路系统产生的杂散磁场也会干扰地磁场的测量,这些干扰记为 $w^b$ ,并视为均值为0的高斯噪声。

硬磁误差 $B_{HI}^b$ 主要来源于载体的硬磁性材料的磁性,常见的硬磁性材料有永磁体和高碳钢等,其剩磁较高,产生的磁场随时间变化非常缓慢,可认为是时不变的。在体坐标系下,硬磁性磁场在传感器各敏感轴的投影是常值。

软磁误差 $B_{SI}^b$ 是载体的软磁性材料受到外部磁场的激励产生的。对于软磁性材料而言,地磁场、外部其他环境磁场、硬磁磁场和载体电路系统产生的磁场都属于外部磁场。但是,外部其他环境磁场可以通过人为选择标定区域予以避免,载体电路系统产生的磁场在量级上远小于地磁场和硬磁磁场,因此,本文只考虑地磁场与硬磁磁场对软磁性材料的影响。软磁磁场的分布不仅与激励磁场的幅值有关,而且与方向有关。当载体静止时,软磁性磁场值与外部激励磁场值呈近似的线性比例关系,比例系数取决于软磁性材料的磁化特性。当载体运动时,由于外部磁场幅值发生变化,载体与外部磁场之间的相对方位关系发生改变,软磁性磁场的分布也会连续性地变化,其在地磁传感器上的投影值是时变的。 $B_{SI}^b$ 的表达式为

$$B_{SI}^b = C_{SI} (C_e^b B_e^* + B_{HI}^b), \quad (5)$$

式中 $C_{SI}$ 为软磁系数矩阵。

将(2)式~(5)式代入到(1)式中,可得

$$\hat{B}^b = A_M C_e^b B_e^* + b^b + w^b, \quad (6)$$

式中:参数矩阵 $A_M = C_M C_{NO} C_{SF} (I_{3 \times 3} + C_{SI})$ ;参数矢量 $b^b = A_M B_{HI}^b + b_o^b$ 。

## 1.2 校正模型

在实际测量中,相对于系统误差,测量噪声误差的数量级较小,为此,在建立磁力仪标定与补偿模型

时可先不予考虑 $w^b$ 的影响。为了消除上述系统误差,可以根据输入输出模型构建一个校正模型,如图2所示。校正模型以传感器的输出 $\hat{B}^b$ 作为模型输入,其模型的输出为

$$\hat{B}_e^* = C_e^b A_M^{-1} (\hat{B}^b - b^b), \quad (7)$$

式中: $C_e^b$ 为从传感器体坐标系到当地地理坐标系的方向余弦矩阵,并且有 $C_e^b = (C_b^e)^{-1}$ ;  $\hat{B}_e^*$ 是地磁场 $B_e^*$ 的估计值。(7)式实际上是由(6)式进行逆变换得到的。

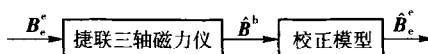


图2 校正模型

Fig. 2 Calibration model

因为磁力仪自身不能够提供 $C_e^b$ 的信息,所以(7)式难以直接用于标定补偿。根据当地地磁场的模值是常量这一原则,有如下模观测方程成立

$$\|\hat{B}_e^*\| = \|C_e^b A_M^{-1} (\hat{B}^b - b^b)\| = \|A_M^{-1} (\hat{B}^b - b^b)\|. \quad (8)$$

与(7)式相比,(8)式摆脱了对 $C_e^b$ 的依赖,在无法获取磁力仪姿态变化的情况下,也可以通过(8)式对磁力仪进行标定和补偿。

通过(8)式,磁力仪标定与磁补偿问题转化为参数估计问题。参数空间的维数为

$$\dim \Theta = \text{elements}(A_M^{-1}) + \text{elements}(b^b) = 12, \quad (9)$$

式中函数 $\text{elements}(\ast)$ 表示矩阵或矢量中非零元素的个数。参数空间的维数可通过对矩阵 $A_M^{-1}$ 进行QR分解进一步地降低。

**定理1(QR分解定理)**<sup>[12]</sup> 若 $B \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 为非奇异的矩阵,那么存在唯一的正交矩阵 $Q_B \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 和上三角矩阵 $R_B \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,满足:1)  $B = Q_B R_B$ ; 2)  $R_B$ 中的所有对角线元素均为正。

定理的证明见文献[13]。根据定理1,对(8)式的 $A_M^{-1}$ 进行QR分解:

$$A_M^{-1} = Q_A R_A, \quad (10)$$

将(10)式代入(8)式,可得

$$\|\hat{B}_e^*\| = \|R_A (\hat{B}^b - b^b)\|, \quad (11)$$

注意到 $R_A$ 为上三角矩阵,因此参数空间的维数变为

$$\dim \Theta = \text{elements}(\mathbf{R}_A) + \text{elements}(\mathbf{b}^b) = 9. \quad (12)$$

QR 分解定理将原参数矩阵  $\mathbf{A}_M^{-1}$  约束为上三角矩阵  $\mathbf{R}_A$ . 由于  $\mathbf{R}_A$  是唯一的, 因此它保证了参数的唯一性, 从而避免了(8)式中因为丢失姿态信息以及求模操作而导致的多值解问题。

## 2 标定算法

### 2.1 Two-Step 算法

对于(8)式, 有

$$\mathbf{R}_0^2 = \|\mathbf{R}_A(\hat{\mathbf{B}}_i^b - \mathbf{b}^b)\|^2, \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad (13)$$

式中:  $\mathbf{R}_0$  为当地地磁场的幅值;  $\hat{\mathbf{B}}_i^b$  为传感器的输出矢量;  $i$  为测量序列;  $m$  为采样个数。将上述方程展开, 可以得到如下等式:

$$\begin{aligned} & a_1 x_i^2 + a_2 x_i y_i + a_3 x_i z_i + a_4 y_i^2 + a_5 y_i z_i + \\ & a_6 z_i^2 + a_7 x_i + a_8 y_i + a_9 z_i + a_{10} = 0, \\ & i = 1, 2, \dots, m, \end{aligned} \quad (14)$$

式中:  $x_i, y_i, z_i$  分别为  $\hat{\mathbf{B}}_i^b$  的 3 个分量;  $a_1 \sim a_{10}$  是由参数  $\mathbf{R}_A$  和  $\mathbf{b}^b$  构成的联合变量。将(14)式写成矩阵的形式, 有

$$\mathbf{H}\mathbf{X} = \mathbf{W}, \quad (15)$$

式中:

$$\begin{aligned} \mathbf{H} &= \begin{bmatrix} x_1^2 & x_1 y_1 & x_1 z_1 & y_1^2 & y_1 z_1 & x_1 & y_1 & z_1 & 1 \\ x_2^2 & x_2 y_2 & x_2 z_2 & y_2^2 & y_2 z_2 & x_2 & y_2 & z_2 & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_m^2 & x_m y_m & x_m z_m & y_m^2 & y_m z_m & x_m & y_m & z_m & 1 \end{bmatrix}; \\ \mathbf{X} &= \begin{bmatrix} \frac{a_1}{a_6} & \frac{a_2}{a_6} & \frac{a_3}{a_6} & \frac{a_4}{a_6} & \frac{a_5}{a_6} & \frac{a_7}{a_6} & \frac{a_8}{a_6} & \frac{a_9}{a_6} & \frac{a_{10}}{a_6} \end{bmatrix}^T; \\ \mathbf{W} &= [-z_1^2 \quad -z_2^2 \quad \dots \quad -z_m^2]^T. \end{aligned}$$

$\mathbf{H} \in \mathbb{R}^{m \times n}$ ,  $\mathbf{X} \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ ,  $\mathbf{W} \in \mathbb{R}^{m \times 1}$ ; 一般情况下有  $m > n$ , 因此上述方程是超定的。假定矩阵  $\mathbf{H}$  是精确的,  $\mathbf{W}$  含有噪声, 根据 Gauss-Markov 定理, 可以得到  $\mathbf{X}$  的最小二乘估计为

$$\mathbf{X}_{LS} = (\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{W}. \quad (16)$$

以上是 Two-Step 算法中的第一步, 随后算法根据中间变量  $\mathbf{X}$  的定义, 可以代数地求解出  $\mathbf{R}_A$  和  $\mathbf{b}^b$  的估计值。

实际上, 无论矩阵  $\mathbf{H}$  还是  $\mathbf{W}$ , 它们的元素都是由观测量的分量组成的, 因此不可避免地含有误差量, 并且量级相当。当传感器的测量值被严重污染

时, 数据矩阵  $\mathbf{H}$  的误差影响将不可忽略。此时, LS 估计将是有偏的, 而以 LS 估计作为初值的传感器标定与磁补偿算法有可能增大发散的风险。

### 2.2 基于 TLS 的算法

TLS 的原理是利用扰动矩阵和扰动向量同时干扰  $\mathbf{H}$  和  $\mathbf{W}$ , 以便校正二者内在的扰动。因此, 在处理形如(15)式的超定方程时, TLS 比 LS 更具有优势, 它的参数估计精度更高<sup>[14]</sup>。假设  $\mathbf{H}$  和  $\mathbf{W}$  含有测量误差, 分别记为  $\mathbf{E}$  和  $\mathbf{e}$ , (15)式可以改写成如下形式:

$$(\mathbf{H} + \mathbf{E})\mathbf{X} = \mathbf{W} + \mathbf{e}. \quad (17)$$

TLS 将其转化为约束最优化问题进行求解, 即

$$\begin{aligned} \min \quad & \|\begin{bmatrix} \mathbf{E} & \mathbf{e} \end{bmatrix}\|_F^2 \\ \text{s. t.} \quad & (\mathbf{W} + \mathbf{e}) \in \text{Range}(\mathbf{H} + \mathbf{E}), \end{aligned} \quad (18)$$

$\|\cdot\|_F$  为 Frobenius 范数。(18)式的物理意义是在干扰最小的情况下, 寻找一个解估计  $\mathbf{X}_{TLS}$ , 使得(15)式是相容的。

满足(18)式的约束最优解即为 TLS 解  $\mathbf{X}_{TLS}$ , 这可以通过对扩展矩阵  $\mathbf{G} = [-\mathbf{W} \quad \mathbf{H}]$  进行奇异值分解得到<sup>[10]</sup>。

$$\mathbf{G} = \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^T, \quad (19)$$

式中:  $\mathbf{U} \in \mathbb{R}^{m \times n}$ ;  $\mathbf{\Sigma} \in \mathbb{R}^{m \times (n+1)}$ ;  $\mathbf{V} \in \mathbb{R}^{(n+1) \times (n+1)}$ .  $\mathbf{U}$  和  $\mathbf{V}$  均为正交矩阵,  $\mathbf{\Sigma}$  为由奇异值组成的对角矩阵, 并且其奇异值按照顺序  $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_{n+1}$  排列, 对应的右奇异向量为  $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_{n+1}$ .  $\mathbf{X}_{TLS}$  可以表示为

$$\mathbf{X}_{TLS} = \frac{1}{v_{n+1}(1)} \begin{bmatrix} v_{n+1}(2) \\ v_{n+1}(3) \\ \vdots \\ v_{n+1}(n+1) \end{bmatrix}, \quad (20)$$

式中  $v_{n+1}(i)$  为右奇异向量  $\mathbf{v}_{n+1}$  的第  $i$  个元素。利用(20)式求解得到的  $\mathbf{X}_{TLS}$  代替  $\mathbf{X}_{LS}$ , 然后计算可得到  $\mathbf{R}_A$  和  $\mathbf{b}^b$  的估计值。

## 3 仿真研究

利用仿真数据对上述算法进行研究。假定三轴磁力仪捷联在陆用导航载体上, 并尽量地远离铁磁性组件, 以减小硬磁误差、软磁误差和杂散磁场的影响; 安装误差角分别设定为  $[1.8^\circ, -1.65^\circ, 0.1^\circ]^T$ ; 磁力仪的器件误差参数选择依据可参考其产品说

明。(1)式相关参数的取值分别如下:

$$C_M = \begin{bmatrix} 1 & -0.0017 & -0.0287 \\ & 1 & -0.0314 \\ & & 1 \end{bmatrix},$$

$$C_{N0} = \begin{bmatrix} 0.9996 & 0.00907 & 0.02355 \\ & 0.99959 & 0.02844 \\ & & 1 \end{bmatrix},$$

$$C_{SF} = \begin{bmatrix} 1.02 & & \\ & 0.97 & \\ & & 0.99 \end{bmatrix},$$

$$C_{SI} = \begin{bmatrix} 0.0001 & 0.0002 & 0.0002 \\ 0.0003 & 0.0003 & -0.0002 \\ -0.0004 & -0.00002 & 0.0004 \end{bmatrix},$$

$$b_0^b = \begin{bmatrix} 15 \\ -18 \\ 25 \end{bmatrix}, b_{HI}^b = \begin{bmatrix} 3000 \\ 6000 \\ 5000 \end{bmatrix}, B_e^c = \begin{bmatrix} 20000 \\ -22360 \\ 40000 \end{bmatrix}.$$

假设载体绕天向轴旋转几圈,同时俯仰角和滚动角的摇摆变化范围为  $\pm 20^\circ$ ,得到测量数据的三维显示如图 3 所示。

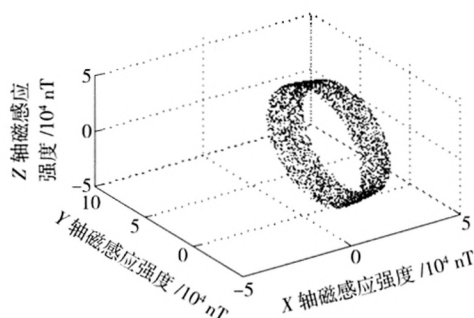


图 3 仿真数据的三维显示

Fig. 3 3D plot of the simulated measurements

采用如下均方根误差评价算法的性能

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{m} \sum_{i=1}^N (\hat{R}_i - R_0)^2}, \quad (21)$$

式中:  $\hat{R}_i$  是第  $i$  个测量数据经过校正后的模值;  $R_0$  的定义不变,为当地地磁场的模值。

为了分析 TLS 算法对参数估计的效果,定义参数估计误差如下:

$$S_1 = \|\hat{R}_A - \bar{R}_A\|_F, \quad (22)$$

$$S_2 = \|\hat{b}^b - \bar{b}^b\|_F, \quad (23)$$

式中:  $\bar{R}_A$  和  $\bar{b}^b$  为  $R_A$  和  $b^b$  的设定值,由上述设定的矩阵计算得出;  $\hat{R}_A$  和  $\hat{b}^b$  分别为算法对  $\bar{R}_A$  和  $\bar{b}^b$  的

估计值;  $S_1$  和  $S_2$  分别为参数估计误差的模度量,其值越小,表明估计值越接近设定值。

在测量数据的各分量上面添加高斯白噪声,用于模拟测量噪声,然后分别应用基于 TLS 的算法和 Two-Step 算法对上述仿真数据进行处理,其结果如图 4~图 6 所示。图中的曲线表示在不同信噪比水平的测量噪声下,算法的补偿精度和参数估计误差变化。从图 4 可看出,在低信噪比的情况(低于 20 dB),基于 TLS 算法的补偿精度高于 Two-Step 法,信噪比越低,其优势越明显;在高信噪比的情况,两种算法的补偿精度相当。图 5 和图 6 中的曲线变化趋势与图 4 的一致,表明基于 TLS 算法的参数估计误差小于 Two-Step 法。

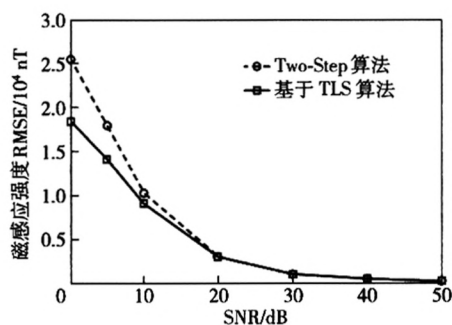


图 4 RMSE 对比

Fig. 4 Comparisons of the RMSE

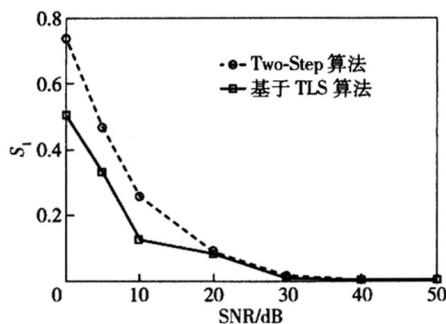
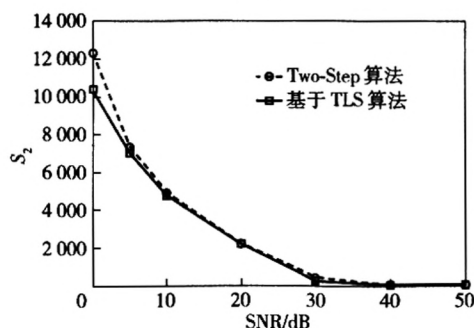


图 5 参数估计误差  $S_1$  对比

Fig. 5 Comparisons of the  $S_1$

## 4 实测数据

利用某次地磁场测量实验的 4 组数据对基于 TLS 的算法进行验证。实验数据的轨迹如图 7 所示,图 7(a)是第一组数据,它是载体绕某个轴旋转数圈得到的;图 7(b)~7(d)是在同等条件下,基于不同的转动姿态获得的 3 组测量数据,这些数据用

图 6 参数估计误差  $S_2$  对比Fig. 6 Comparisons of the  $S_2$ 

于检验参数估计的效果。

实验采用基于 TLS 算法和 Two-Step 算法对第 1 组实测数据进行处理,得到补偿效果对比和残差对比如图 8 所示,参数估计结果如表 1 所示。

表 1 参数估计结果对比

Tab. 1 Comparisons of the parameter estimates

算法	$\hat{R}_A$	$\hat{b}^b$
Two-Step 算法	$\begin{bmatrix} 1.013 & 0.014 & -0.005 \\ 0 & 1.025 & -0.012 \\ 0 & 0 & 1.009 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -933.2 \\ -2\,025.7 \\ -455.6 \end{bmatrix}$
基于 TLS 算法	$\begin{bmatrix} 1.008 & 0.009 & -0.005 \\ 0 & 1.015 & -0.013 \\ 0 & 0 & 1.006 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -738.4 \\ -1\,610.1 \\ -433.9 \end{bmatrix}$

如图 8(a) 所示,两种算法的磁补偿效果都非常明显,标定之前的地磁场测量值残差大于 1 000 nT,标定之后的残差则减小到 10 nT 以内。这表明之前建立的参数化模型是准确的,能够很好地描述地磁场测量过程。图 8(b) 是补偿之后的残差对比,Two-Step 算法的均方根误差为 2.07 nT,基于 TLS 算法为 2.06 nT,二者的补偿精度相当。

如表 1 所示两种算法的参数估计结果相差较大,尤其是对  $\hat{b}^b$  向量的估计。由于无法知道参数的真实值,因此直接判断何种算法的参数估计误差更小是比较困难的。为此,利用表 2 的估计参数校正另外 3 组实测数据,根据补偿后的效果判断哪组参数更优。3 组实测数据的残差对比如图 9 所示,残差结果统计如表 2 所示。从表 2 和图 9 可以看出,基于 TLS 的算法得出的估计参数对实测数据的补偿残差小于 Two-Step 算法的,表明前者的补偿效果好于后者。

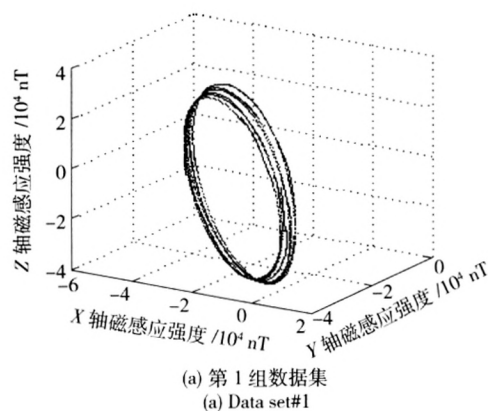
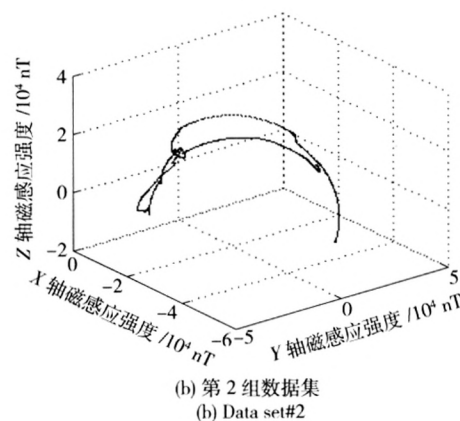
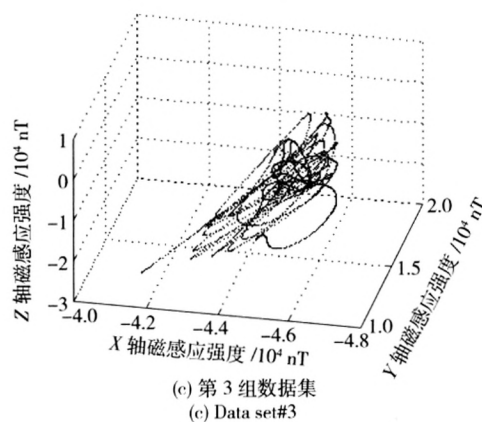
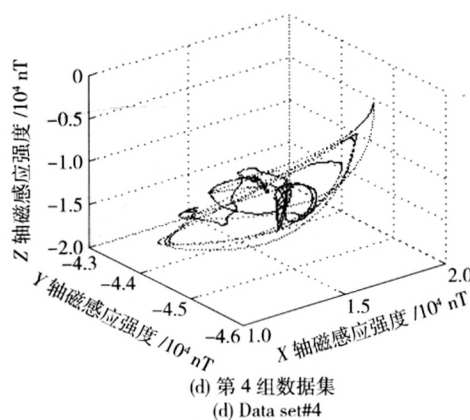
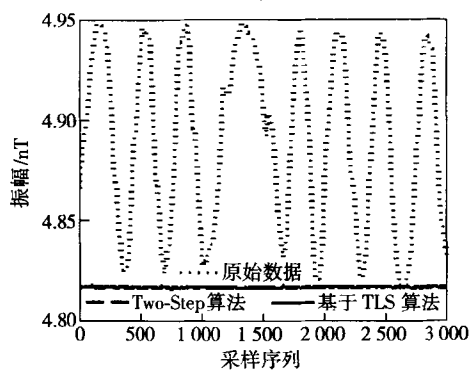
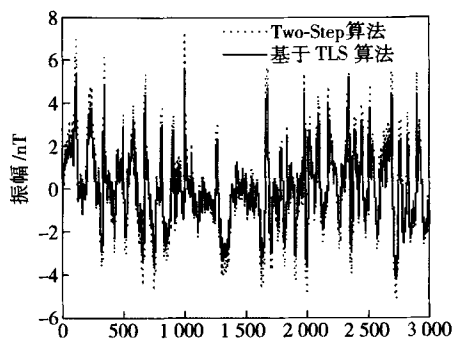
(a) 第 1 组数据集  
(a) Data set#1(b) 第 2 组数据集  
(b) Data set#2(c) 第 3 组数据集  
(c) Data set#3(d) 第 4 组数据集  
(d) Data set#4

图 7 测量数据的三维显示

Fig. 7 3D plot of raw measurements



(a) 补偿效果  
(a) Compensation results



(b) 残差  
(b) Residuals

图 8 补偿效果与残差对比(第 1 组数据集)

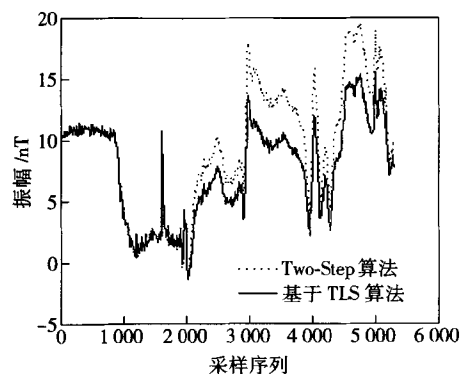
Fig. 8 Comparisons of compensation and residuals (data set #1)

表 2 标定残差的均方差统计对比

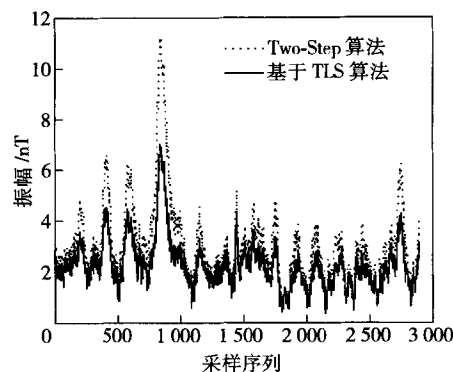
Tab. 2 Comparisons of the standard variances of residual

数据集	Two-Step 算法	基于 TLS 算法
第 2 组	10.73	8.70
第 3 组	3.41	2.46
第 4 组	2.45	1.93

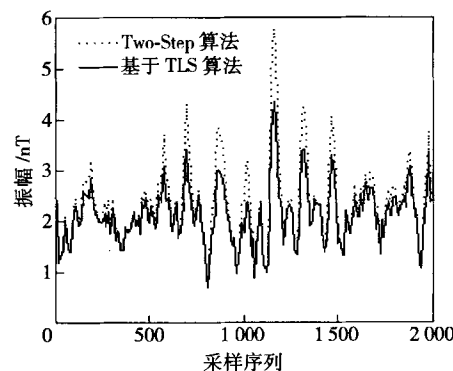
nT



(a) 残差(第 2 组数据集)  
(a) Residuals (data set #2)



(b) 残差(第 3 组数据集)  
(b) Residuals (data set #3)



(c) 残差(第 4 组数据集)  
(c) Residuals (data set #4)

图 9 残差对比(数据集#2,#3,#4)

Fig. 9 Comparisons of residuals (data set #2,#3,#4)

## 5 结论

本文应用基于 TLS 算法对捷联三轴磁力仪标定与地磁场补偿进行了研究。由于 TLS 同时考虑了超定方程等式两边系数矩阵的噪声影响,在干扰噪声较大的情况下,基于 TLS 算法比基于 LS 算法更具有优势。仿真结果和实测数据结果均证明了该算法的性能优于 Two-Step 法。TLS 解更为接近真实解,可以作为其他迭代算法的初始值。另外,基于 TLS 算法的标定精度随载体姿态的变化范围增大将会降低,因此算法适用于机动性强、具备姿态变动能

力的自主导航平台。当载体无法进行姿态变动时,由测量数据构成的超定方程存在一定程度的病态。下一步的工作将研究超定方程病态时,基于 TLS 算法解的稳定性问题。

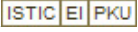
## 参考文献 (References)

- [1] 周军,葛致磊,施桂国,等. 地磁导航发展与关键技术[J]. 宇航学报, 2008, 29(5): 1467-1474.  
ZHOU Jun, GE Zhi-lei, SHI Gui-guo, et al. Key technique and

- development for geomagnetic navigation [J]. *Journal of Astronautics*, 2008, 29(5): 1467–1474. (in Chinese)
- [2] Gebre-Egziabher D, Elkaim G H, Powell J D, et al. A non-linear, two-step estimation algorithm for calibrating solid-state strapdown magnetometers [C] // In 8th International St. Petersburg Conference on Navigation Systems (IEEE/AIAA). Petersburg: IEEE, 2001: 290–297.
- [3] Foster C C, Elkaim G H. Extension of a non-linear, two-step calibration methodology to include non-orthogonal sensor axes [J]. *IEEE Journal of Aerospace Electronic Systems*, 2008, 44: 1070–1087.
- [4] Dorveaux E, Vissiere D, Martin A P, et al. Iterative calibration method for inertial and magnetic sensors [C] // Joint 48th IEEE Conference on Decision and Control and 28th Chinese Conference. Shanghai: IEEE, 2009: 8296–8303.
- [5] Vasconcelos J F, Elkaim G, Silvestre C, et al. Geometric approach to strapdown magnetometer calibration in sensor frame [J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2011, 47(2): 1293–1306.
- [6] Vasconcelos J F, Elkaim G, Silvestre C, et al. A geometric approach to strapdown magnetometer calibration in sensor frame [C] // IFAC Workshop on Navigation, Guidance and Control of Underwater Vehicles. Killaloe: IFAC, 2008: 1–11.
- [7] Gebre-Egziabher D, Elkaim G H, Powell J D, et al. Calibration of strapdown magnetometers in magnetic field domain [J]. *ASCE Journal of Aerospace Engineering*, 2006, 19(2): 1–16.
- [8] 黄学功, 王旻. 地磁信号检测系统误差分析与补偿方法研究 [J]. *兵工学报*, 2011, 32(1): 33–36.
- HUANG Xue-gong, WANG Jiong. Error analysis and compensation methods for geomagnetic signal detection system [J]. *Acta Armamentarii*, 2011, 32(1): 33–36. (in Chinese)
- [9] Val'erie R, Afzal M H, Lachapelle G. Complete triaxis magnetometer calibration in the magnetic domain [J]. *Journal of Sensors*, 2010, 20: 1–10.
- [10] Golub G H, Van Loan C F. An analysis of the total least squares problem [J]. *SIAM Journal on Numerical Analysis*, 1980, 17(6): 883–893.
- [11] Markovsky I, Van Huffel S. Overview of total least-squares methods [J]. *Signal Processing*, 2007, 87(10): 2283–2302.
- [12] 张贤达. 矩阵分析与应用 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2004.
- ZHANG Xian-da. *Matrix analysis and applications* [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2004. (in Chinese)
- [13] Horn R A, Johnson C R. *Matrix analysis* [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1985.
- [14] 张洪钺, 黄劲东, 范文雷. 全最小二乘法及其在参数估计中的应用 [J]. *自动化学报*, 1995, 21(1): 40–47.
- ZHANG Hong-yue, HUANG Jin-dong, FAN Wen-lei. Total least square method and its application to parameter estimation [J]. *Acta Automatica Sinica*, 1995, 21(1): 40–47. (in Chinese)



# 基于总体最小二乘的捷联三轴磁力仪标定与地磁场测量误差补偿

作者: 吴志添, 武元新, 胡小平, 吴美平, [WU Zhi-tian](#), [WU Yuan-xin](#), [HU Xiao-ping](#), [WU Mei-ping](#)  
作者单位: 国防科学技术大学机电工程与自动化学院, 湖南长沙, 410073  
刊名: 兵工学报   
英文刊名: [Acta Armamentarii](#)  
年, 卷(期): 2012, 33(10)

## 参考文献(14条)

1. 周军;葛致磊;施桂国 地磁导航发展与关键技术[期刊论文]-宇航学报 2008(05)
2. [Gebre-Egziabher D;Elkaim G H;Powell J D](#) A non-linear,two-step estimation algorithm for calibrating solid-state strapdown magnetometers 2001
3. [Foster C C;Elkaim G H](#) Extension of a non-linear,two-step calibration methodology to include non-orthogonal sensor axes 2008
4. [Dorveaux E;Vissiere D;Martin A P](#) Iterative calibration method for inertial and magnetic sensors 2009
5. [Vasconcelos J F;Elkaim G;Silvstre C](#) Geometric approach to strapdown magnetometer calibration in sensor frame 2011(02)
6. [Vasconcelos J F;Elkaim G;Silvestre C](#) A geometric approach to strapdown magnetometer calibration in sensor frame 2008
7. [Gebre-Egziabher D;Elkaim G H;Powell J D](#) Calibration of strapdown magnetometers in magnetic field domain 2006(02)
8. 黄学功;王昊 地磁信号检测系统误差分析与补偿方法研究[期刊论文]-兵工学报 2011(01)
9. [Val'erie R;Afzal M H;Lachapelle G](#) Complete triaxis magnetometer calibration in the magnetic domain 2010
10. [Golub G H;Van Loan C F](#) An analysis of the total least squares problem 1980(06)
11. [Markovsky I;Van Huffel S](#) Overview of total least-squares methods[外文期刊] 2007(10)
12. 张贤达 矩阵分析与应用 2004
13. [Horn R A;Johnson C R](#) Matrix analysis 1985
14. 张洪钺;黄劲东;范文雷 全最小二乘法及其在参数估计中的应用 1995(01)

本文链接: [http://d.wanfangdata.com.cn/Periodical\\_bgxb201210008.aspx](http://d.wanfangdata.com.cn/Periodical_bgxb201210008.aspx)