

Universidade Federal de Pernambuco

Professor: Andson Balieiro/Jordana Seixas/Lucas Farias/Maira Santana

Disciplina: Cálculo Numérico

Curso: Area 2

Aluno:

Matrícula: \_\_\_\_\_ Turma: T1, T2, T4, T6, T7


E T8

## Nota

---

Data: 25/10/2022

Prova de realização individual e sem consulta. Preencha o gararito com caneta esferográfica preta (preferencialmente) ou azul. Não Rasure o Gabarito ou o QR code.

Marque o gabarito preenchendo completamente a região de cada alternativa.																																																																	
	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 5%;"></td> <td style="width: 15%; text-align: center;">a</td> <td style="width: 15%; text-align: center;">b</td> <td style="width: 15%; text-align: center;">c</td> <td style="width: 15%; text-align: center;">d</td> <td style="width: 15%; text-align: center;">e</td> <td style="width: 15%; text-align: center;">f</td> <td style="width: 5%;"></td> </tr> <tr> <td>Q.1:</td> <td><input type="radio"/></td> <td><input type="radio"/></td> <td><input type="radio"/></td> <td><input type="radio"/></td> <td><input type="radio"/></td> <td><input type="radio"/></td> <td></td> </tr> <tr> <td>Q.2:</td> <td><input type="radio"/></td> <td><input type="radio"/></td> <td><input type="radio"/></td> <td><input type="radio"/></td> <td><input type="radio"/></td> <td><input type="radio"/></td> <td></td> </tr> <tr> <td>Q.3:</td> <td><input type="radio"/></td> <td><input type="radio"/></td> <td><input type="radio"/></td> <td><input type="radio"/></td> <td><input type="radio"/></td> <td><input type="radio"/></td> <td></td> </tr> <tr> <td>Q.4:</td> <td><input type="radio"/></td> <td><input type="radio"/></td> <td><input type="radio"/></td> <td><input type="radio"/></td> <td><input type="radio"/></td> <td><input type="radio"/></td> <td></td> </tr> <tr> <td>Q.5:</td> <td><input type="radio"/></td> <td><input type="radio"/></td> <td><input type="radio"/></td> <td><input type="radio"/></td> <td><input type="radio"/></td> <td><input type="radio"/></td> <td></td> </tr> <tr> <td>Q.6:</td> <td><input type="radio"/></td> <td><input type="radio"/></td> <td><input type="radio"/></td> <td><input type="radio"/></td> <td><input type="radio"/></td> <td><input type="radio"/></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td style="text-align: center;">a</td> <td style="text-align: center;">b</td> <td style="text-align: center;">c</td> <td style="text-align: center;">d</td> <td style="text-align: center;">e</td> <td style="text-align: center;">f</td> <td></td> </tr> </table>		a	b	c	d	e	f		Q.1:	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>		Q.2:	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>		Q.3:	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>		Q.4:	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>		Q.5:	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>		Q.6:	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>			a	b	c	d	e	f	
	a	b	c	d	e	f																																																											
Q.1:	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>																																																											
Q.2:	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>																																																											
Q.3:	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>																																																											
Q.4:	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>																																																											
Q.5:	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>																																																											
Q.6:	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>																																																											
	a	b	c	d	e	f																																																											
Prova: 753179.0																																																																	

**Q.1 (1.70)** - Sobre zero de funções,

(i) O teorema de Bolzano indica que se uma função é contínua num dado intervalo e troca de sinal nos pontos extremos do intervalo, logo existe uma única raiz real da função no intervalo.

(ii) Caso uma função seja contínua num intervalo e não troque de sinal nos extremos do intervalo, pelo Teorema de Bolzano não há raiz da função no intervalo.

(iii) O método da Bissecção é um método de quebra de intervalos, onde a quebra gera dois subintervalos de tamanhos iguais

(iv) Usando o método de Newton e partindo do ponto médio do intervalo  $[a, b] = [1, 2]$ , o valor aproximado do zero de função de  $f(x) = x \ln(x) - 1$  está compreendido no in-

intervalo  $[1,75; 1,8]$ , considerando um critério de parada de  $|x_{i+1} - x_i| \leq 10^{-3}$

(v) O método das secantes adota a derivada da função estudada para calcular as aproximações da(s) raiz(e)s da função.

Análise as afirmações acima e **assinale a alternativa correta.**

- a) ( ) Apenas (iii) e (iv) são verdadeiras  
b) ( ) Apenas a (iv) é verdadeira  
c) ( ) Existem duas afirmações falsas  
d) ( ) Apenas (i) e (v) são verdadeiras  
e) ( ) (v) e (ii) são verdadeiras  
f) ( ) Todas as afirmações são falsas

**Q.2 (1.50)** - Dado os seguintes sistemas lineares, que podem ser escritos na forma matricial  $Ax=b$ , onde  $A$  é a matriz dos coeficientes e  $b$  o vetor de termos independentes.

$$\mathbf{S} : \begin{cases} 2x_1 - 6x_2 = -12 \\ 5x_1 + 3x_2 = 17 \end{cases}$$

$$\mathbf{R} : \begin{cases} 5x_1 + x_2 + x_3 = 10 \\ 3x_1 + 6x_2 + 2x_3 = 7 \\ x_1 - 4x_2 - 4x_3 = -8 \end{cases}$$

$$\mathbf{T} : \begin{cases} 5x_1 - x_2 + x_3 = 12 \\ 3x_1 + 6x_2 + 2x_3 = 6 \\ x_1 - 4x_2 - 4x_3 = -4 \end{cases}$$

Têm-se as seguintes afirmações:

(i) A matriz  $\mathbf{A}$  de  $\mathbf{S}$  possui decomposição LU.

(ii) Embora as matrizes dos coeficientes ( $\mathbf{A}$ 's) dos sistemas  $\mathbf{R}$  e  $\mathbf{T}$  sejam iguais, a decomposição LU obtida para estes sistemas são diferentes, pois os vetores de termos independentes são diferentes.

(iii) Todos os três sistemas são ou podem ser tornar diagonais estritamente dominantes.

(iv) Na decomposição LU, a matriz  $\mathbf{L}$  define os valores das incógnitas  $x_i$  que se desejam ao passo que a matriz  $\mathbf{U}$  apresenta os valores dos termos independentes normalizados.

(v) Na resolução dos sistemas  $\mathbf{R}$  e  $\mathbf{T}$ , seria mais interessante adotar o método de Eliminação de Gauss em vez da decomposição LU, pois o primeiro manipula apenas a matriz de coeficientes.

Analisando as afirmações acima, **assinale a alternativa correta**

- a) ☐ Apenas (i) é verdadeira
- b) ☐ Todas são falsas
- c) ☐ Apenas (ii) e (iii) são verdadeiras
- d) ☐ Apenas (iv) e (v) são falsas
- e) ☐ Apenas (i) e (iii) são verdadeiras
- f) ☐ Apenas (i) e (ii) são verdadeiras

**Q.3 (1.70)** - Dada a integral  $\int_0^1 \frac{1}{(1+x^2)} dx$  e as seguintes afirmações (i) Considerando  $n=4$  subintervalos e arredondamento com 4 casas

decimais, o erro máximo cometido na aproximação da integral acima pelo **método dos trapézios é menor do que 0,1**

(ii) Utilizando o método dos **trapézios** e com 4 **casas decimais** de arredondamento, o menor valor de “n” subintervalos que garanta um erro inferior a  $10^{-6}$  é menor que **405**.

(iii) Considerando  $n=4$  subintervalos e arredondamento com 4 **casas decimais**, o erro máximo cometido na aproximação da integral pela regra de Simpson é **maior que 0,1**.

(iv) Utilizando o método de Simpson e com 4 casas decimais de arredondamento, o menor valor de “n” subintervalos que garanta um erro inferior a  $10^{-6}$  é menor que **22**

Baseado nas afirmações acima, **assinale a alternativa correta**.

- a) ☐ Somente (iii) é falsa
- b) ☐ Apenas (i) e (iv) são verdadeiras
- c) ☐ Todas as afirmações são verdadeiras
- d) ☐ Apenas (i), (ii) e (iv) são falsas
- e) ☐ Existem três alternativas verdadeiras
- f) ☐ Apenas a (i) é correta

**Q.4 (1.70)** - Considere a equação diferencial ordinária (EDO) no seguinte problema de valor inicial e analise as afirmações seguintes

$$xy' - x^2 - 2 = 0, \forall x \in [1; 5]$$

$$y(1) = 1,5$$

(i) Considerando 3 **casas decimais** de arredondamento, a solução aproximada da EDO em  $y(1,5)$  com  $h = 0,5$  pelo método de **Euler Modificado** é  $y(1,5) = 2,958$ .

(ii) Considerando 3 **casas decimais** de arredondamento, a solução aproximada da EDO pelo método de **Euler Simples** com  $h = 0,5$  é  $y(1,5) = 2,834$ .

(iii) Se comparado a solução analítica do problema em  $x = 1,5$ , que possui valor igual a  $y(1,5) = 2,935$ , o método de Runge-Kutta de 4ª ordem resultaria em um erro necessariamente maior do que o método de Euler simples. Considere 3 casas decimais de arredondamento

(iv) Sabendo que a solução analítica do problema é  $f(x) = y = \frac{x^2}{2} + 2\ln(x) + 1$ , o erro relativo associado a estimativa de  $y(1,5)$  com  $h = 0,5$  para o método de **Euler modificado** é menor que **0,05**, considerando **3 casas decimais** e arredondamento padrão

(v) Se assumirmos  $h = 0,1$ , a estimativa numérica obtida para  $y(1,5)$  pelo método de **Euler Modificado** seria pior do que com  $h = 0,5$ , visto que o primeiro está associado a uma menor quantidade de pontos ou subdivisões.

Baseado no julgamento das afirmações, **assinale a alternativa correta** da sequência verdadeiro (V) e falso (F) das setenças.

- a) ( ) FVFFV
- b) ( ) VFVFF
- c) ( ) VFFVV
- d) ( ) FFFVV
- e) ( ) VFFVF
- f) ( ) VFFFF

**Q.5 (1.70)** - Para planejar o corte das árvores de sua propriedade, um fazendeiro mediu o tempo que leva pra cortar uma árvore de acordo com o diâmetro da árvore, obtendo os seguintes dados.

$x_i(cm)$	10	12	15	17	20
$f(x_i)(min)$	0,95	1,05	1,25	1,41	1,73

(i) Considerando todos os dados da tabela, o polinômio interpolador obtido pelo método de Lagrange terá grau igual a **5** (igual ao número de pontos da tabela).

(ii) Utilizando a técnica de ajustamento via métodos de Mínimos Quadrados (MMQ) e os dados da tabela, temos que necessariamente a função obtida para representar os dados terá grau menor ou igual a **4**

(iii) No uso do método de ajustamento via MMQ busca-se encontrar os coeficientes da função desejada de modo que ela sempre passe pelos pontos da tabela

(iv) A duração de corte de uma árvore de **25 cm** de diâmetro está compreendida no inter-

valo **[1,9 ; 2,1 ]**. (Caso necessite usar ajustamento, use a reta definida via MMQ)

(v) Calculando o polinômio interpolador para os dados da tabela, temos que a soma dos resíduos (diferença entre o valor retornado pelo polinômio para o ponto  $x$  e o valor  $def(x)$  da tabela) será nula.

Dada as afirmações acima, assinale a **alternativa correta**

- a) ( ) Apenas (i) e (v) são falsas
- b) ( ) Apenas (ii) e (iv) são verdadeiras
- c) ( ) Apenas (i), (iv) e (v) são falsas
- d) ( ) Apenas a (iv) e (v) são verdadeiras
- e) ( ) Todas são falsas
- f) ( ) Apenas a (i) é falsa

**Q.6 (1.70)** - A conversão do número de base decimal  $x = 0,8$  para binário resulta numa dízima periódica  $x'$ . Seja  $x''$  a conversão da dízima de base binária para base decimal. Encontre para cada caso abaixo o valor de  $x''$ , calcule  $d = |x - x''|$  e avalie as seguintes afirmações (o simbolo \* representa o operador de multiplicação): (i) Considerando **TRÊS** casas decimais em  $x'$ . O resultado de  $1000 * d$  é menor que **10**.

(ii) Considerando **CINCO** casas decimais em  $x'$ . O resultado de  $1000 * d$  é maior que **10**.

(iii) Considerando **SEIS** casas decimais em  $x'$ . O resultado de  $1000 * d$  é maior que **5**.

(iv) Considerando **SETE** casas decimais em  $x'$ . O resultado de  $1000 * d$  é menor que **5**.

(v) Considerando **DEZ** casas decimais em  $x'$ . O resultado de  $1000 * d$  é maior que **1**.

Baseado no julgamento, **assinale a alternativa correta**.

- a) ( ) Há apenas uma afirmação verdadeira
- b) ( ) Todas as afirmações são verdadeiras
- c) ( ) (i), (ii) e (iii) são falsas
- d) ( ) (i) e (v) são falsas ao passo que (iii) é verdadeira
- e) ( ) Apenas (iv) é verdadeira
- f) ( ) Apenas (ii) e (iv) são verdadeiras

