$P^{(n)}$随n的变化

单色ω光入射下，

经典解释有运动方程

$$\frac{\mathrm{d}^2 r}{\mathrm{d}t^2}+2h\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}+\omega_0^2 r-Ar^2-Br^3=-\frac{e}{m}E_{光} \tag{2}$$

有微扰展开解

$r_1(t)=-\frac{e}{m}E(\omega)F(\omega)e^{-i\omega t}-\frac{e}{m}E^*(\omega)F(-\omega)e^{i\omega t}$
$r_2(t)=r_2'(t)+r_2''(t)=A\frac{e^2}{m^2}E^2(\omega)F^2(\omega)F(2\omega)e^{-i2\omega t}+A\frac{e^2}{m^2}E(\omega)E^*(\omega)F(\omega)F(-\omega)F(0)+c\cdot c$
$r_3(t)=-\frac{e^3}{m^3}E^3(\omega)\left[2A^2F(2\omega)+B\right]F(3\omega)F^3(\omega)e^{-i3\omega t}-\frac{e^3}{m^3}E^2(\omega)E^*(\omega)\left[2A^2F(2\omega)+\frac{4A^2}{\omega_0^2}+3B\right]F^3(\omega)F(-\omega)e^{-i\omega t}+c.c$

其中，$F(\omega)=\frac{1}{\omega_0^2-\omega^2-2ih\omega}$

当$\omega\ll\omega_0$时，$F(0)=F(\omega)=F(-\omega)=F(2\omega)=F(3\omega)=\frac{1}{\omega_0^2}$，有

$$\begin{aligned}\frac{r_2}{r_1}&=-\frac{Ae}{m\omega_0^4}E\\ \frac{r_3}{r_2}&=-\frac{e}{Am\omega_0^2}(8A^2F+4B)E\end{aligned}$$

又因为$B\ll A$，所以

$$\begin{aligned}\left|\frac{r_2}{r_1}\right|&\sim\left|\frac{Ae}{m\omega_0^4}E\right|\\ \left|\frac{r_3}{r_2}\right|&\sim\left|8\frac{Ae}{m\omega_0^4}E\right|\end{aligned}\qquad\rightarrow\qquad\left|\frac{r_n+1}{r_n}\right|\sim\left|\frac{Ae}{m\omega_0^4}E\right|$$

极化强度有

$$P^{(n)}=nqr^{(n)}$$

所以

$$\left|\frac{P^{(n+1)}}{P^{(n)}}\right|\sim\left|\frac{r_n+1}{r_n}\right|\sim\left|\frac{Ae}{m\omega_0^4}E\right|$$

对于核内束缚电子，当r很大时，认为简谐力与非简谐力有相同数量级，即

$$|eE_{atom}|\sim m\omega_0^2r\sim mar^2\sim\frac{m\omega_0^4}{A}$$

所以

$$\left|\frac{P^{(n+1)}}{P^{(n)}}\right|\sim\left|\frac{E}{E_{atom}}\right|$$

氢原子电离能13.6eV，波尔半径5.2917721067(12)×10−11m，

原子半径3.7*10^-11m

$$E=W/ql\sim10^{10}V/m$$

He-Ne聚焦光强

功率15mW，70%聚焦到$r=10\mu m$的圆内，问聚焦光强?

> 光度计测得的光强单位为W/cm2，是采用光电管将光能转化为电能后，测定光电流值而得到光强大小的相对值，通过校正即得到光强值。它实际上是光通量，用于描述发光体发出的光能大小，即在单位时间内通过某一截面的光能数量。

$$I=15\cdot10^{-3}\cdot0.7/\pi(10^{-6})^2=3.34\times10^9W/m^2$$

超短脉冲

100fs释放1mj

$$
\begin{aligned}
P &= \frac{E}{T} = 10^{12} W \\
I &= 0.7\frac{P}{S} = 2.23 \times 10^{23} W/m^2
\end{aligned}
$$

KDP二阶非线性极化率张量

$\bar{4}2m$晶类

四重旋转反演轴

$$s_{4z} \cdot i = j \qquad s_{4z} \cdot j = -i \qquad s_{4z} \cdot k = -k$$

有

$$\chi_{iiii} = \chi_{jjjj}$$

二重旋转轴

$$s_{2z} \cdot i = j \qquad s_{2z} \cdot j = -i \qquad s_{2z} \cdot k = k$$

有

$$
\begin{gathered}
\chi_{kiij} = -\chi_{kjji} = -\chi_{kiij} = 0 \\
\chi_{kkki} = \chi_{kkkj} = -\chi_{kkki} = 0 \\
\chi_{ikkj} = -\chi_{jkki} \qquad \chi_{jjkk} = \chi_{iikk} \\
\chi_{jkki} = -\chi_{ikkj} \qquad \chi_{jjii} = \chi_{iijj}
\end{gathered}
$$

坐标轮换有

$$\chi_{ijjk} = \chi_{jkki} = 0 \qquad \chi_{iiij} = \chi_{jjjk} = 0$$

综上，同时含有下标ijk的张量元都为0，同时含有3个一样下标的张量元都为0，

因此，二阶极化率共有$3^4 - 3 \times 20 = 21$个独立元

x										
x				y				z		
xxxx	0	0		0	xyxy	0		0	0	xzxz
0	xxyy	0		xyyx	0	0		0	0	0
0	0	xxzz		0	0	0		xzzx	0	0

其中11个独立元。。。

$$
\begin{array}{lll}
xxxx = yyyy & zzzz & \\
yyzz = xxzz & yzzy = xzzx & xxyy = yyxx \\
zzyy = zzxx & yzyz = xzxz & xyxy = yxyx \\
zyyz = zxxz & zyzy = zxzx & xyyx = yzzy
\end{array}
$$