1. 
$$P \Rightarrow Q$$
2.  $P \land R$ 
3.  $P \Rightarrow Q$ 
4.  $P \land R$ 
5.  $Q \Rightarrow Q \land R$ 
7.  $(P \land R) \Rightarrow (Q \land R)$ 

Assumption

Assumption

Simplification

Simplification

Modus Ponens

Conjunction

Conditional proof

8. 
$$(P \Rightarrow Q) \Rightarrow ((P \land R) \Rightarrow (Q \land R))$$

Conditional proof

1. 
$$(P \Rightarrow R) \land (Q \Rightarrow S)$$
  
2.  $P \Rightarrow R$   
3.  $Q \Rightarrow S$   
4.  $P \land Q$   
5.  $P \land Q$   
6.  $P \land Q$   
7.  $P \land Q$   
8.  $P \land S$   
10.  $(P \land Q) \Rightarrow (R \land S)$ 

11. 
$$((P \Rightarrow R) \land (Q \Rightarrow S)) \Rightarrow ((P \land Q) \Rightarrow (R \land S))$$

1. 
$$P \Rightarrow (Q \Rightarrow R)$$
  
2.  $Q$   
3.  $P$   
4.  $Q \Rightarrow R$   
5.  $R$   
6.  $P \Rightarrow R$   
7.  $Q \Rightarrow (P \Rightarrow R)$ 

8. 
$$(P \Rightarrow (Q \Rightarrow R)) \Rightarrow (Q \Rightarrow (P \Rightarrow R))$$

1. 
$$P \Rightarrow (P \Rightarrow Q)$$

3. 
$$P \Rightarrow Q$$

$$4.$$
  $Q$ 

5. 
$$P \Rightarrow Q$$

6. 
$$(P \Rightarrow (P \Rightarrow Q)) \Rightarrow (P \Rightarrow Q)$$

1. 
$$(P \Rightarrow Q) \Rightarrow Q$$
  
2.  $Q \Rightarrow P$   
3.  $-P$   
 $\neg P$   
 $\neg Q$   
 $\neg (P \Rightarrow Q)$   
6.  $P \land \neg Q$   
 $P$   
8.  $P$ 

10. 
$$((P \Rightarrow Q) \Rightarrow Q) \Rightarrow ((Q \Rightarrow P) \Rightarrow P)$$

 $(Q\Rightarrow P)\Rightarrow P$ 

9.