

1. $P \Rightarrow Q$

2. $P \wedge R$

3. P

4. R

5. Q

6. $Q \wedge R$

7. $(P \wedge R) \Rightarrow (Q \wedge R)$

8. $(P \Rightarrow Q) \Rightarrow ((P \wedge R) \Rightarrow (Q \wedge R))$

1. $(P \Rightarrow R) \wedge (Q \Rightarrow S)$

2. $P \Rightarrow R$

3. $Q \Rightarrow S$

4. $P \wedge Q$

5. P

6. Q

7. R

8. S

9. $R \wedge S$

10. $(P \wedge Q) \Rightarrow (R \wedge S)$

11. $((P \Rightarrow R) \wedge (Q \Rightarrow S)) \Rightarrow ((P \wedge Q) \Rightarrow (R \wedge S))$

1. $P \Rightarrow (Q \Rightarrow R)$

2. Q

3. P

4. $Q \Rightarrow R$

5. R

6. $P \Rightarrow R$

7. $Q \Rightarrow (P \Rightarrow R)$

8. $(P \Rightarrow (Q \Rightarrow R)) \Rightarrow (Q \Rightarrow (P \Rightarrow R))$

1. $P \Rightarrow (P \Rightarrow Q)$

2. P

3. $P \Rightarrow Q$

4. Q

5. $P \Rightarrow Q$

6. $(P \Rightarrow (P \Rightarrow Q)) \Rightarrow (P \Rightarrow Q)$

1. $(P \Rightarrow Q) \Rightarrow Q$

2. $Q \Rightarrow P$

3. $\neg P$

4. $\neg Q$

5. $\neg(P \Rightarrow Q)$

6. $P \wedge \neg Q$

7. P

8. $(Q \Rightarrow P) \Rightarrow P$

9. $((P \Rightarrow Q) \Rightarrow Q) \Rightarrow ((Q \Rightarrow P) \Rightarrow P)$