

1.	$P \Rightarrow Q$	Assumption
2.	$P \wedge R$	Assumption
3.	P	Simplification
4.	R	Simplification
5.	Q	Modus Ponens
6.	$Q \wedge R$	Conjunction
7.	$(P \wedge R) \Rightarrow (Q \wedge R)$	Conditional proof
8.	$(P \Rightarrow Q) \Rightarrow ((P \wedge R) \Rightarrow (Q \wedge R))$	Conditional proof

1.	$(P \Rightarrow R) \wedge (Q \Rightarrow S)$
2.	$P \Rightarrow R$
3.	$Q \Rightarrow S$
4.	$P \wedge Q$
5.	P
6.	Q
7.	R
8.	S
9.	$R \wedge S$
10.	$(P \wedge Q) \Rightarrow (R \wedge S)$
11.	$((P \Rightarrow R) \wedge (Q \Rightarrow S)) \Rightarrow ((P \wedge Q) \Rightarrow (R \wedge S))$

1.	$P \Rightarrow (Q \Rightarrow R)$
2.	Q
3.	P
4.	$Q \Rightarrow R$
5.	R
6.	$P \Rightarrow R$
7.	$Q \Rightarrow (P \Rightarrow R)$
8.	$(P \Rightarrow (Q \Rightarrow R)) \Rightarrow (Q \Rightarrow (P \Rightarrow R))$

1. $P \Rightarrow (P \Rightarrow Q)$
2. P
3. $P \Rightarrow Q$
4. Q
5. $P \Rightarrow Q$
6. $(P \Rightarrow (P \Rightarrow Q)) \Rightarrow (P \Rightarrow Q)$

1. $(P \Rightarrow Q) \Rightarrow Q$
2. $Q \Rightarrow P$
3. $\neg P$
4. $\neg Q$
5. $\neg(P \Rightarrow Q)$
6. $P \wedge \neg Q$
7. P
8. P
9. $(Q \Rightarrow P) \Rightarrow P$
10. $((P \Rightarrow Q) \Rightarrow Q) \Rightarrow ((Q \Rightarrow P) \Rightarrow P)$