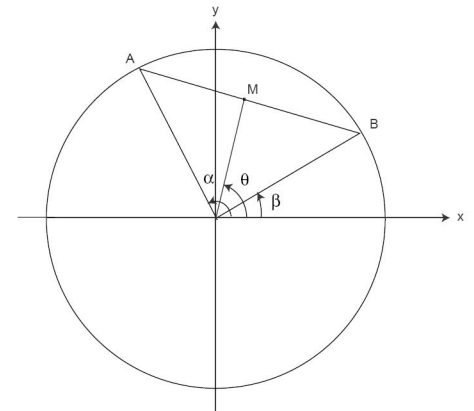


Día de entrega: Jueves 5 de octubre.

1. Una cuerda de un círculo es el segmento de recta cuyos dos extremos están sobre la circunferencia. Suponga que una cuerda es trazada aleatoriamente en el círculo unitario. ¿Cuál es la probabilidad que su longitud sea mayor que $\sqrt{3}$? Nótese que una cuerda de un círculo es perpendicular al radio que contiene el punto medio M de la cuerda. Podemos describir cada cuerda de las siguientes maneras (Ver figura):



- i) Coordenadas rectangulares (x, y) del punto medio M .
 - ii) Coordenadas polares (r, θ) del punto medio M .
 - iii) Coordenadas polares $(1, \alpha)$ y $(1, \beta)$ de los extremos A y B de la cuerda.
- a) Implemente un programa que simule y dibuje el trazado de las cuerdas para cada caso.
 - b) Simule 1000 cuerdas y realice un análisis de frecuencias para determinar la probabilidad que su longitud sea mayor que $\sqrt{3}$.
 - c) Deduzca las distribuciones de probabilidad de las longitudes de las cuerdas.

2. Se gestionan tres garajes para automóviles ubicados en las ciudades A, B y C, que ofrecen servicios de mantenimiento de vehículos y alquiler de automóviles. Los clientes tienen la opción de devolver los autos de alquiler en cualquiera de estos garajes. Sin embargo, debido al aumento reciente en la demanda y la limitación en la oferta de automóviles disponibles para este negocio, se ha tomado la decisión de adquirir más automóviles, con un límite máximo de cien unidades en total.

La limitación principal radica en que los garajes actuales no cuentan con capacidad suficiente para almacenar tal cantidad de vehículos. Por lo tanto, es necesario construir espacio de almacenamiento adicional. Para determinar la cantidad de espacio requerido en cada ciudad y su ubicación, se ha realizado un análisis de los datos relacionados con los automóviles alquilados y devueltos. Los resultados muestran que:

- Un automóvil alquilado en la ciudad A tiene una probabilidad del 80% de ser devuelto en esa misma ciudad, y una probabilidad del 10% de ser devuelto en las ciudades B o C.
- Si el automóvil se alquiló en la ciudad B, existe un 20% de probabilidad de que se devuelva allí, un 30% de probabilidad de ser devuelto en la ciudad A y un 50% de probabilidad de ser devuelto en la ciudad C.
- En el caso de un automóvil alquilado en la ciudad C, la probabilidad de devolverlo en la misma ciudad es del 20%, mientras que es del 20% para la ciudad A y del 60% para la ciudad B.

¿Cuál es la cantidad de espacio de almacenamiento necesario en cada una de las ciudades?

3. Cierta lotería tiene un juego en el que se paga \$1000 para comprar un boleto con un número de tres dígitos de su elección. Si en el sorteo al final del día, el número es ganador, se gana \$500.000 pesos.

- a) Suponga que compra un billete por semana durante un año. ¿Qué posibilidad tiene de resultar ganador en el año? (*Sugerencia:* Es más fácil calcular la probabilidad de resultar perdedor).
- b) ¿Puede mejorar sus posibilidades de resultar ganador este año comprando más de un boleto por semana? Calcule la probabilidad de salir ganador si se compran n boletos a la semana, para $n = 1, 2, 3, \dots, 9$.
- c) Supongamos que la lotería vende 1'000.000 de billetes esta semana. ¿Cuál es el rango de variación probable en la cantidad de dinero que la empresa de lotería ganará esta semana? ¿Qué probabilidades hay que la lotería pierda dinero esta semana? Use el teorema del límite central.

4. Una calle de sentido único tiene un desvío, y los autos que llegan al desvío pueden doblar a la derecha o a la izquierda. Un automóvil que llega al desvío doblará a la derecha con una probabilidad del 0.6 y doblará a la izquierda con una probabilidad del 0.4. Los autos llegan al desvío con una tasa de 8 autos por minuto.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que al menos cuatro autos doblen a la derecha en el desvío en 3 minutos?
- b) Dado que tres autos doblan a la derecha en el desvío en 3 minutos, ¿cuál es la probabilidad de que dos autos doblen a la izquierda en el desvío en 3 minutos?
- c) Dado que llegan 10 autos al desvío en 3 minutos, ¿cuál es la probabilidad de que cuatro de los autos doblen a la derecha en el desvío?

5. Un grupo de jóvenes ha decidido hacer un picnic al aire libre y ahora están sentados en el césped en algún lugar, luchando contra las moscas y, bueno, con esta lata de cerveza en particular. Porque el envase no quiere quedarse en posición vertical en el césped; en cambio, solo quiere volcarse y derramar su delicioso contenido para que las hormigas lo disfruten. ¿Que debemos hacer para que el envase no se vaya de lado y no se derrame la cerveza?

