



UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

FACULTAD DE CIENCIAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

MODELO SEIRD DE COVID-19

Autores:

Valeria Ramos
Nicolás Ruiz
Juan Felipe Cadena

Juan Diego Murcia
Carlos Nosa Guzmán

Profesora:
Alina Fedosova

Diciembre 2020

Modelo SEIRD de Covid-19

Este año, el 2020, la humanidad se vio enfrentada a una crisis a nivel mundial, una pandemia. La Covid-19¹ ha generado crisis a nivel político, económico y social; provocó la necesidad de un reenfoque en las instituciones de la salud y la forma con la que se convive diariamente (Infectio. 2020), (Sanchez, F. 2020) y (Serra, M. 2020). Por lo anterior es necesario crear medidas de prevención basadas en predicciones del desarrollo de una enfermedad, lo cual se logra a través de la modelación² matemática. En este trabajo se va a realizar un programa, en el lenguaje `C++`, que muestre una aplicación del modelo SEIRD³ a la problemática generada por la Covid-19.

El virus se originó en Wuhan, China, donde el primer caso fue registrado el 31 de diciembre de 2019, fecha desde la cual se ha propagado al resto del mundo (Organización Mundial de la Salud. 2020). Para inicios de febrero había, al menos, 25 países que registraban casos, entre ellos Estados Unidos, Tailandia, Japón, Corea, Singapur, Australia, Malasia, Francia, Alemania, Italia, Finlandia, Suecia, España, Rusia, Reino Unido, Emiratos Árabes, Vietnam, Canadá, Sri Lanka, India, Filipinas, Cambodia, Singapur y Nepal (Serra, M. 2020). Actualmente se estima que, para el 6 de diciembre del 2020, se han dado un total de 66.6 millones de casos registrados en el mundo, con 42.9 millones personas recuperadas y 1.53 millones de muertos⁴. Por lo anterior, es de esperarse que se generen consecuencias a nivel político social y económico, como veremos a continuación.

Como se mencionó anteriormente, la pandemia que estamos viviendo generará distintos inconvenientes a nivel mundial, dentro de los que cabe resaltar: inestabilidad económica de grandes potencias (como lo son China y Estados Unidos), extendiéndose a sus aliados comerciales; baja en el precio de las materias primas, afectando a los países que las producen; las cadenas de producción se vieron interrumpidas a nivel mundial, pues, por priorizar la salud, muchas actividades se vieron pausadas; baja la demanda en algunos sectores, como el turístico; devaluación de las monedas, producida por la crisis económica (Barría, C. 2020). Estos, y otros, problemas han afectado a Colombia; por facilidad nos enfocaremos en las consecuencias a nivel político, social y económico.

¹ Enfermedad causada por el virus 2019-nCoV (comúnmente denominado Coronavirus, por su forma al verse en el microscopio); el cual es de alta homología (“Relación de correspondencia que ofrecen entre sí partes que en diversos organismos tienen el mismo origen aunque su función pueda ser diferente”. Real Academia Española) con otros coronavirus patógenos, como los que son generados por zoonosis (“Enfermedad o infección que se da en los animales y que es transmisible a las personas en condiciones naturales”. Real Academia Española) con murciélagos (SARS-CoV) (Dieguez, R. et al. 2020) y (Serra, V. 2020).

² “Esquema teórico, generalmente en forma matemática, de un sistema o de una realidad compleja, como la evolución económica de un país, que se elabora para facilitar su comprensión y el estudio de su comportamiento”. (Real Academia Española)

³ El modelo SEIRD es un modelo epidemiológico, el cual amplía el modelo SIR (Susceptible-Infectious-Recovered), añadiendo variables, buscando ser más exacto véase (Gonçalves, B. 2020).

⁴ Datos sacados del centro de información de google.

La manera de organizar las distintas entidades para el funcionamiento del país ha tenido que cambiar radicalmente. Un ejemplo de ello es el sector de la salud, el cual se ha visto enfrentado a un gran número de casos de Covid-19, ocupando gran parte de la capacidad del mismo; por esto, se ha tenido que tomar medidas a nivel gubernamental para intentar reducir el impacto de la crisis. Además, se han realizado distintas campañas, a nivel nacional, buscando concientizar a las personas acerca del problema, para tomar medidas de precaución (Infectio. 2020).

La pandemia, especialmente el aislamiento social, ha pasado factura, en cuanto a consecuencias sociales se refiere; más específicamente, a nivel psicológico. Se han registrado grandes aumentos en problemáticas asociadas a la salud mental como son: el trastorno de estrés postraumático (TEPT), pues el aislamiento social propicia situaciones que pueden llegar a ser traumáticas (pues se generan eventos que llevan a altos niveles de estrés), como se ha visto en distintos estudios (no solo en Colombia, sino, también, en países como Canadá, China y Francia); depresión y ansiedad, pues, al igual que con el TEPT, hay momentos donde el estrés puede llegar a niveles no acostumbrados, llevando a episodios de ansiedad y depresión, lo que, a su vez, puede llevar a trastornos alimenticios y de sueño (Castro, D. et al. 2020).

A nivel económico, la pandemia genera grandes consecuencias, pues paraliza la economía. Más específicamente, detiene la producción y distribución de muchos bienes (especialmente si no son completamente esenciales); sectores completos, como el turístico, quedan bloqueados; el desempleo sube en grandes cantidades; y demás riesgos a la economía. Por más que se intente amortiguar, el daño económico es inevitable. Las consecuencias de este daño se van a ver, principalmente, en un futuro, pues muchas microempresas han quebrado, la tasa del desempleo subió enormemente, la producción bajó drásticamente, y demás factores que van a producir que Colombia tenga menos capacidad de competencia económica a nivel mundial (Mejía, F. 2020).

Como podemos ver, la crisis actual producida por la Covid-19 tiene impactos en muchos aspectos. Por lo anterior es importante buscar predecir cómo se va a dar el avance de la pandemia, con el propósito de buscar estrategias para reducir el impacto que tenga. Dentro de una problemática como esta se presta renovada atención a los modelos epidemiológicos, los cuales buscan predecir el avance de distintos factores de una pandemia.

Como vimos anteriormente, las epidemias son un problema que puede generar inconvenientes en la organización de la sociedad; por lo que fue necesario desarrollar modelos predictivos, empezando con el estudio de la epidemiología. A mediados del siglo XVIII, el matemático Daniel Bernoulli presentó, ante la Real Academia de Ciencias de París, un modelo matemático para caracterizar la viruela; aunque no fue hasta mediados del siglo XIX donde se empezó a desarrollar la epidemiología matemática (Pliego, E. 2011). Posteriormente, se fueron precisando los modelos, para incluir más variables que puedan afectar a la hora de intentar predecir el comportamiento de una epidemia; un ejemplo de esto es el modelo SIR (el cual se basa en un sistema de: susceptibles, infectados y recuperados) con el modelo

SIRD, pues el último tiene en cuenta, también, la cantidad de muertes. (Caro, M. et al. 2020). Ahora vamos a profundizar en las variables y las ecuaciones presentes en el modelo SEIRD, el modelo a trabajar en este artículo.

El código que se adjunta presenta una simulación de la pandemia en la ciudad de Bogotá, para una población de 9'000.000 de personas. Cabe destacar que un modelo de este tipo no pretende predecir con plena exactitud lo que sucederá en el transcurso de la pandemia, ya que hay muchas modificaciones imprevistas en el valor de las variables, que pueden afectar la exactitud del mismo. Simplemente pretende vislumbrar cómo avanzaría la pandemia (en un escenario ideal) luego de la llegada de la Covid-19 a la ciudad, y ver cuáles acciones se podrían realizar para mitigar su impacto en el sistema de salud, o en otros aspectos de la vida comunitaria.

Para la realización de este código, hemos utilizado el lenguaje de programación C++, junto con el compilador Dev C++. Usando el método Runge-Kutta de cuarto orden, se da una aproximación de la solución de un sistema de ecuaciones diferenciales (para ver más detalles, consulte (Gonçalves, 2020) o (Fedosova, 2020)), en un intervalo cerrado $[0, \text{dia final}]$ (donde “dia final” indica el último día para el que se imprimirán los valores) para las funciones dadas por el método SEIRD.

Modelo SEIRD

El modelo SEIRD funciona a partir de una asignación de la población a distintos grupos poblacionales (un poco más completa que en el modelo SIR) que se pueden generar a lo largo de una pandemia:

- Susceptibles, que representa a las personas que aún no han contraído el virus.
- Expuestos, que es el grupo de aquellos que contrajeron el virus, y aún están en tiempo de incubación (las personas de este grupo aún no son capaces de contagiar a otras).
- Infectados, que son las personas que poseen el virus, y son capaces de contagiar a otros. Este grupo se subdivide en sintomáticos y asintomáticos.
- Recuperados, que son aquellos que ya han contraído el virus, lo superaron, y poseen anticuerpos.
- Muertos, que es la cantidad de infectados sintomáticos que, desgraciadamente, no pudieron recuperarse de la enfermedad y fallecieron.

Además, para un cierto día t , declaramos las siguientes funciones:

- $S(t)$, que representa la cantidad de personas susceptibles para contraer el virus.
- $E(t)$, que representa el número de expuestos.
- $Ia(t)$, que representa la cantidad de infectados asintomáticos.
- $Is(t)$, que representa el número de infectados sintomáticos.
- $R(t)$, que representa a los recuperados.
- $D(t)$, que representa los fallecidos por Covid-19.

También, se declaran las siguientes tasas de cambio, que, en nuestra simulación, son constantes:

- β , que es 1/ la cantidad de días que demora una persona infectada en contagiar a otra.
- r_β , que es la razón, respecto a la tasa de contagio en general, en la que los casos asintomáticos contagian a la población.
- ε , que representa 1/ los días en los que una persona incuba el virus (pasa del grupo de expuestos a infectados).
- p_a , que representa la fracción de casos asintomáticos frente a los casos totales.
- μ , que es 1/la cantidad de días que demora una persona contagiada en recuperarse, o en fallecer.
- p_d , que es la probabilidad de que un caso sintomático fallezca.

Las siguientes son las ecuaciones diferenciales que se utilizan para la modelación de la epidemia, y representan la evolución de la misma:

- $dSt/dt = -(\beta r_\beta St Ia/N + \beta St Is/N)$
- $dE/dt = +\beta r_\beta St Ia/N + \beta St Is/N - (\varepsilon p_a Et + \varepsilon(1 - p_a)Et)$
- $dIa/dt = \varepsilon p_a Et - \mu Ia$
- $dIs/dt = \varepsilon(1 - p_a)Et - \mu(1 - p_d)Is - \mu p_d Is$
- $dR/dt = \mu(1 - p_d)Is + \mu Ia$
- $dD/dt = \mu p_d Is$

Note que estas ecuaciones se calculan a partir de la velocidad con la que a un grupo llegan y se van personas. Los signos de los sumandos de cada ecuación dependen de si el grupo al cual corresponde cada factor afectan en la llegada (+), o en en la salida (-) de personas del grupo correspondiente al diferencial de la izquierda. Por ejemplo, en nuestra ecuación diferencial para la cantidad de susceptibles, tomamos signos negativos para los diferenciales, ya que, para este grupo, solo hay personas que se infectan y se trasladan a la porción de los expuestos; sin embargo, no hay personas del resto de grupos que regresen a ser susceptibles. Tomamos los sumandos de cada ecuación dependiendo de los grupos que pueden afectar en cada diferencial. Para más detalles, vea (Gonçalves, 2020) y (Fedosova, 2020).

En nuestro caso, tomamos las tasas de cambio como:

- $\beta = 0.166$
- $r_\beta = 0.5$
- $\varepsilon = 1/5$
- $p_a = 0.8$
- $\mu = 1/21$
- $p_d = 0.03$

Además, partimos de un valor $t_0 = 0$, y los valores de las funciones en este punto como:

- $S(0) = 9'000.000$
- $E(0) = 5368.44$
- $Ia(0) = 1400$
- $Is(0) = 140$
- $R(0) = 3.486$
- $D(0) = 0$

Teniendo en cuenta lo anterior, el programa (explicado en la siguiente sección) realiza una serie de iteraciones para los valores de una partición regular de $[0, \text{día final}]$ en intervalos de longitud h (Generalmente, h tomará los valores 0.02 o 1).

Explicación del funcionamiento del programa⁵

El código que manejamos está dividido en módulos gracias a los comentarios de C++. En el principio, se declaran las funciones que utilizaremos en el programa. Puede llamar la atención que se use la biblioteca “<fstream>”. Gracias a ella, podemos usar la función “ofstream”, que nos permite imprimir los resultados en un formato .txt por fuera de la ventanilla, para tener mejor organizados los datos.

Después, declaramos las variables globales, las cuales pasarán a las funciones como valores de referencia, y nos ayudarán para declarar menos parámetros en cada función. La mayoría de estos valores se piden al inicio del programa, y se utilizan como constantes para las fórmulas. Sigue el prototipo de la función entrada (que luego explicaremos), y seguimos con las ecuaciones diferenciales iniciales, que nos servirán para realizar el método Runge-Kutta de cuarto orden.

El método Runge-Kutta lo aplicamos nombrando los parámetros por referencia, para cambiarlos después de aplicar la función, e imprimirlos en la función principal. Asignamos las variables x_1 , x_2 , x_3 y x_4 y aplicamos las fórmulas de Runge Kutta para cada función en el sistema de ecuaciones lineales, mientras que a la variable de tiempo la aumentamos en el diferencial h .

Llegamos después a la función main, en la que primero declaramos las variables locales, que el usuario asigna en el programa por medio de la función “entrada”, y asignamos los valores iniciales. Llamamos la función “ofstream”, que nos ayuda a imprimir los valores en formato tipo ENTERO en una tabla formato txt. Imprimimos primero los títulos de referencias, y los valores iniciales con $t=0$ ⁶. Aplicamos la función Runge-Kutta a estos valores, y repetimos el bucle hasta que t sea el día máximo (que pedimos en la función entrada).

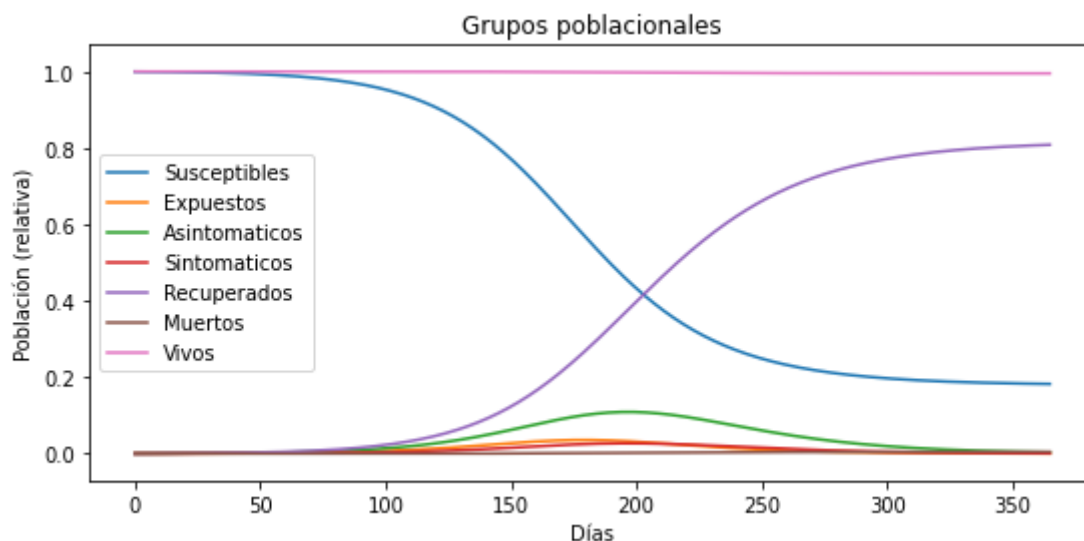
La función entrada simplemente presenta el programa, y pide datos como las tasas de cambio, el diferencial de tiempo, y el día final. Para evitar datos erróneos, restringimos la mayoría de tasas al dominio $[0,1]$.

⁵ El programa en el que profundizamos en esta sección es el que aparece en anexos como “Programa que imprime en un archivo de texto independiente”. Sin embargo, la única diferencia entre los dos programas presentados es la cantidad de valores iniciales que se pide, y la manera en la que salen los datos.

⁶ En nuestro modelo, tomamos N como una constante (9 '000.000). Ya que, en el Sistema de Ecuaciones Diferenciales de (Fedosova, 2020), $dN/dt=0$, y no varía con el pasar del tiempo. En vez de ello, tomamos un dato llamado “Población viva”. Que simplemente consiste en restarle a 9 '000.000 la cantidad de muertos totales.

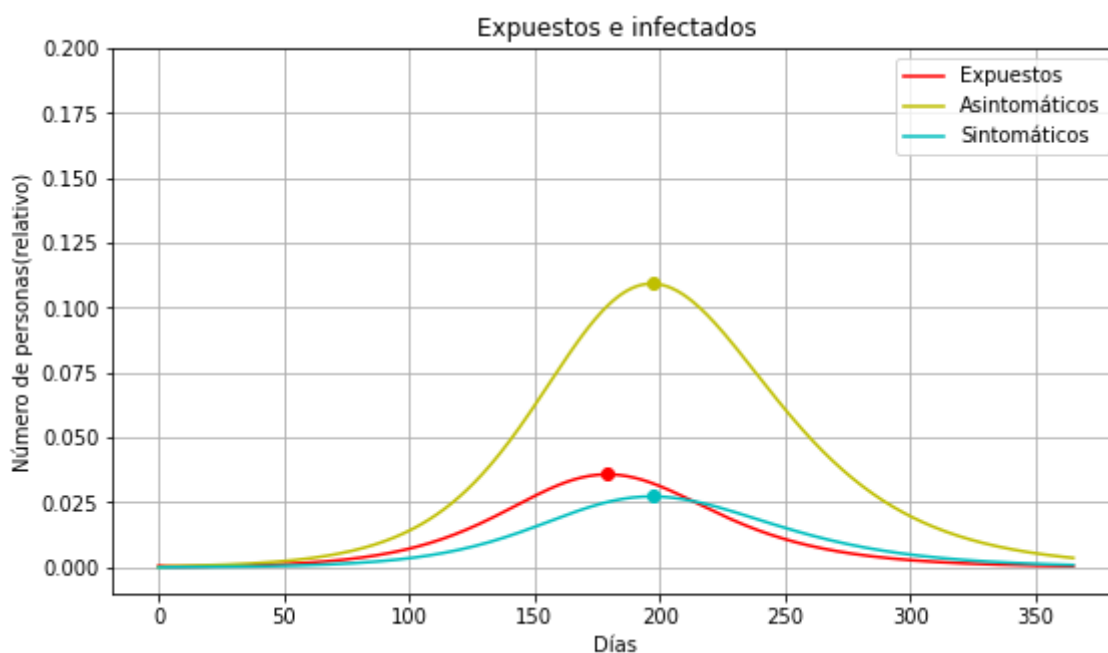
Resultados

Una vez ejecutado el programa, podemos ver en la siguiente gráfica el comportamiento general (relativo) de los grupos poblacionales tratados en el modelo SEIRD a lo largo de un año para la ciudad de Bogotá con los valores iniciales planteados anteriormente.



El análisis más detallado y específico de cada uno de estos grupos se encuentra a continuación.

Expuestos e Infectados:

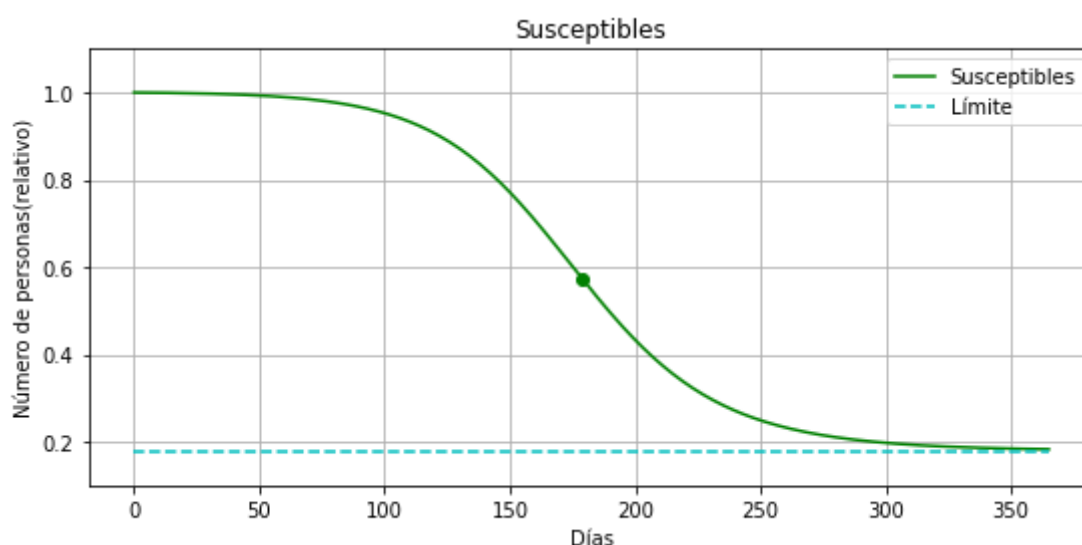


- En el principio, el aumento de los expuestos e infectados es muy lento; inclusive, los expuestos disminuyen durante los primeros días. Después comenzamos a ver el reconocido “crecimiento exponencial”: En el grupo de los expuestos, por ejemplo, entre el día 8 y el día 9 (que es cuando comienzan a aumentar), hay una diferencia de

2 expuestos de más; entre el día 50 y el 51, 417; entre el día 100 y el día 101, 2134; entre el día 150 y el 151, 4324. De manera similar sucede para el grupo de los infectados, tanto sintomáticos como asintomáticos.

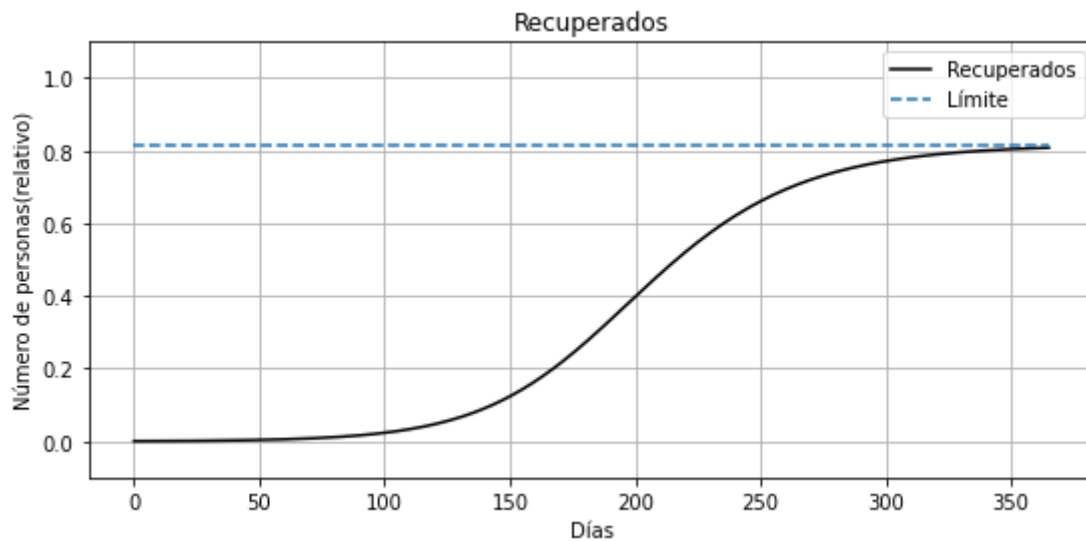
- El periodo conocido como “pico” de la pandemia inicia a partir del día 179 (de forma relativa), en el que el grupo de expuestos llega al máximo valor (322554) en toda la simulación, seguido del pico de infectados asintomáticos y sintomáticos (como debería ser: el pico de expuestos debe tener un ligero retraso respecto al de los sintomáticos), que llega en el día 197 (983549 asintomáticos, y 245887 sintomáticos).
- De allí en adelante, estos tres valores disminuyen de manera muy similar, aunque un poco más lenta a su crecimiento, hasta que llegamos al fin de la simulación, cuando los tres son nulos . En el día 500, por ejemplo, obtenemos 112 expuestos, 871 infectados asintomáticos, y 217 sintomáticos (valores relativamente bajos, que superan a los valores iniciales únicamente frente a los casos sintomáticos (140 respecto a 217)). En nuestro modelo, el fin de la pandemia llega en el día 777, cuando los tres valores son nulos.

Susceptibles:



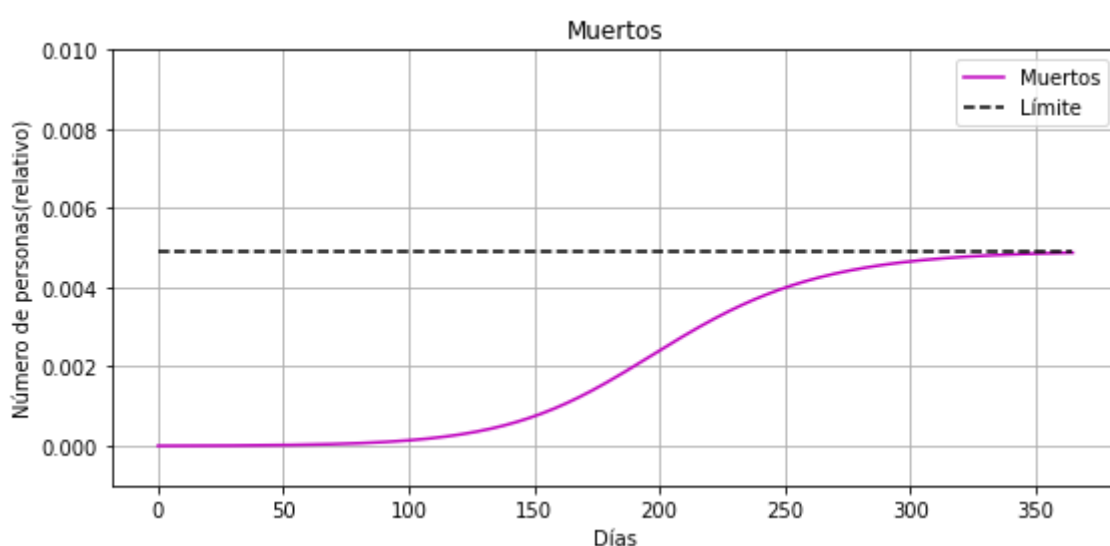
- Es un valor que disminuye a lo largo de todo el modelo, y tiene una relación intrínseca con el pico de los expuestos. Para que este valor aumente de manera “exponencial”, debe haber un decrecimiento muy similar en los susceptibles, que se trasladan a este grupo . Por ejemplo, entre los días 178 y 179 (En pleno pico del grupo de los expuestos), el grupo tiene una pérdida de 64625 personas. Cuando ya pasa el pico, las diferencias van disminuyendo, hasta que, entre los días 300 y 301 -cuando ya los picos se han vivenciado-, hay una diferencia de 4292. Como podrá imaginar el lector, llega un momento en el que este valor se estabiliza, dejando 1 '615.110 personas que no se contagiaron de Covid-19.

Recuperados:



- Es un valor que aumenta durante toda la simulación, y cambia de manera muy similar al grupo de los susceptibles (aunque esta vez, de manera creciente), pero que varía dependiendo de los picos de infectados. Cuando estos comienzan a aparecer, las diferencias diarias entre recuperados aumentan, pues hay una mayor cantidad de infectados que puede llegar a este grupo. Por ejemplo, entre el día 197 y 198 (en pleno pico de infectados), la diferencia es de 58185, y, a partir de allí, las diferencias van disminuyendo hasta que, por ejemplo, entre los días 300 y 301, llegan al grupo 10354 nuevas personas, y entre los días 350 y 351, arriban tan solo 2847. El valor se estabiliza hasta llegar en total a 7 '347.456 recuperados de Covid-19.

Muertes:



- Al conocer el carácter no muy letal del virus (tasa de letalidad 0.03), es de esperarse que en la gráfica general no se pueda evidenciar muy bien el comportamiento de los muertos. No obstante, este grupo cambia, de manera análoga a los recuperados,

dependiendo del pico de los infectados (específicamente, de los infectados sintomáticos que, según nuestro modelo, son el único grupo que contiene personas que pueden fallecer). La gráfica presentada al inicio de esta sección muestra mejor el comportamiento de este grupo.

La cantidad de fallecidos por día varía dependiendo de los casos sintomáticos: entre más casos hayan, más muertes se pueden presentar. Ello se puede evidenciar en que, en el día 100 hay 45 nuevas muertes; en el día 198 (en pleno pico de los infectados), se presentaron 352; y, a partir de allí, los decesos diarios comienzan a disminuir hasta que, en el día 350, tan solo se presentan 18 nuevos fallecidos. En nuestro modelo, en total la pandemia cobra 44346 vidas.

Tabulación

La tabulación se presenta en los anexos del proyecto (*Anexo 3*), en la cual se refleja el comportamiento numérico del modelo SEIRD a lo largo de un año, tomando como valores iniciales los datos por Fedosova (2020).

Conclusiones

- Los datos iniciales, y el método aplicado no son suficientes para hallar una aproximación suficientemente exacta para alguien exigente. Recordemos que un modelo no pretende hallar una aproximación fiel de lo que sucedería en una pandemia real. Sin embargo, es útil para hacer una predicción inicial acerca del comportamiento de la enfermedad en un territorio.
- Las tasas de cambio dadas se toman como constantes, afectando nuestros resultados. Esto no sucede en una pandemia real, ya que, por ejemplo, cuando se establece una cuarentena en la población, la tasa de contagio β disminuye. En cambio, cuando se realizan planes de re-aperturas económicas, aumenta. Ello también implica que en nuestro modelo haya únicamente un pico de infectados. En general, las pandemias se caracterizan por tener más de uno.
- Cuando nos referimos a la “capacidad hospitalaria” de cierto territorio, se trata de una “línea horizontal” que se puede trazar en nuestra gráfica general. Si a lo largo de la pandemia, los infectados sintomáticos con complicaciones en el desarrollo de su enfermedad (generalmente, llamados pacientes de UCI) sobrepasan esta recta, los médicos y personal de primera línea de atención se verían obligados a, literalmente, decidir cuáles vidas intentar salvar. Por ello, se intenta aplanar el pico de infectados: para que el sistema hospitalario de la ciudad no colapse, y todo enfermo de Covid pueda recibir una atención oportuna y eficiente.
- A largo plazo, las estrategias planteadas por los gobiernos para mitigar los efectos de la pandemia no buscan, directamente, disminuir el número de contagiados en la población. En cambio, buscan “aplanar la curva” de infectados, para no colmar la capacidad de los sistemas hospitalarios, y así tener menos muertes.

- Los fundamentos de las opiniones sobre una posible “inmunidad colectiva” son visibles en este modelo. El acumulado de personas contagiadas llega a superar el 80% de la población en el mismo. Así, cada día, un porcentaje cada vez mayor de la población obtendría inmunidad al Covid, y así el virus tiene un menor impacto en nuestras vidas. Esta teoría se arruina si tenemos en cuenta que hay personas recuperadas que contraen la enfermedad de nuevo, por lo que nuestra mejor esperanza está en la interrupción de la propagación del virus gracias a la producción de una vacuna.
- Gracias a los datos con los cuales contrastamos nuestros resultados, nos podemos dar cuenta de que, aunque se hayan implementado medidas para reactivar la economía, es importante tener presente que el virus no se ha ido, y, como vemos en el modelo, la cantidad de infectados (y, por ende, de pacientes UCI y muertos) puede aumentar repentinamente, debido a la fácil transmisión de la enfermedad.
- Es evidente que los datos que arroja nuestro modelo no concuerdan muy bien con lo que acontece actualmente en la ciudad de Bogotá. Reiteramos que era de esperarse, porque para realizar un modelo en forma, que ejecute estos valores, se requieren de muchas más variables, casos y grupos (recordemos que, cuando se aplica el mismo modelo a dos poblaciones que interactúan, es diferente a hacerlo con un único grupo poblacional); y, aún así, seguirán existiendo otro tipo de errores. Sin embargo, el presente modelo nos ayuda a comprender de manera más precisa cómo se desarrolla una pandemia de cualquier tipo en una población, y fue un buen ejercicio para comprender mejor el modelo SEIRD en todos sus aspectos.

Referencias

1. Baldoquín, W. Guinovart, R. y Morales, W. Vidal, M. (2020, junio). Modelos matemáticos para el control epidemiológico. Educación médica superior. Disponible en: http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0864-21412020000200026
2. Barría, C. (2020, abril 13). Coronavirus: 5 efectos devastadores que la pandemia tendrá en las economías de América Latina (y 1 motivo para la esperanza). Revista BBC mundo. Disponible en: <https://www.bbc.com/mundo/noticias-52251104>
3. Bustos, E. y Fernández, J. (2016, junio). Multimorbilidad: bases conceptuales, modelos epidemiológicos y retos de su medición. Biomédica. Disponible en: <https://www.redalyc.org/pdf/843/84345718005.pdf>
4. Campos, A. García, M. Jaramillo, C. Otoya, A. (2020, mayo 29). COVID-19: Generalidades, comportamiento epidemiológico y medidas adoptadas en medio de la pandemia en Colombia. ACORL. Disponible en: <http://52.32.189.226/index.php/acorl/article/view/519>
5. Caro, M. Niebles, L. y Peralta, J. (2020, junio 1). Dos enfoques matemáticos epidemiológicos para modelar el comportamiento de los decesos causados por el COVID-19. Investigación e Innovación en Ingenierías. Disponible en: <http://revistas.unisimon.edu.co/index.php/innovacioning/article/view/4257/4601>
6. Castro, D. Escobar, F. Lerma, C. Ramírez, J. y Yela, F. (2020, mayo 2). Consecuencias de la pandemia Covid-19 en la salud mental asociadas al aislamiento social. SciELO. Disponible en: <https://preprints.scielo.org/index.php/scielo/preprint/view/303>
7. Dieguez, R. Gómez, J. y Pérez, M. Características clínico-epidemiológicas de la COVID-19. (2020, marzo-abril). Revista Habanera de Ciencias Médicas. Disponible en: http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1729-519X2020000200005
8. Gonçalves, B. (2020, septiembre 9). Epidemic Modeling 101: Or why your CoVID19 exponential fits are wrong. Medium. Disponible en: <https://medium.com/data-for-science/epidemic-modeling-101-or-why-your-covid19-exponential-fits-are-wrong-97aa50c55f8>
9. Infectio. Consenso colombiano de atención, diagnóstico y manejo de la infección por SARS-COV-2/COVID-19 en establecimientos de atención de la salud Recomendaciones basadas en consenso de expertos e informadas en la evidencia. (2020, marzo).
10. Mejía, F. (2020, marzo 26). Choque dual y posibles efectos sobre la economía colombiana. Fedesarrollo. Disponible en: https://www.fedesarrollo.org.co/sites/default/files/DocumentosTrabajo/2020-03-26_c_hoque_dual_y_posibles_efectos_sobre_la_economia_colombiana.pdf
11. Organización mundial de la salud. Página oficial: <https://www.who.int/es>
12. Pliego, E. (2020, Junio). Modelos Epidemiológicos de Enfermedades Virales Infecciosas. Benemérita universidad Autónoma de Puebla. Disponible en: <https://www.fcfm.buap.mx/assets/docs/docencia/tesis/matematicas/EmileneCarmelitaPliegoPliego.pdf>

13. Real Academia Española. Página oficial: <https://www.rae.es/>
14. Sanchez, F. Soto, J. y Vanegas, S. (2020, junio 24). Relationship between social determinants of health and functioning profile of people with disabilities from Los Patios Municipality, Norte de Santander, Colombia. Revista de salud pública. Disponible en: http://www.scielo.org.co/scielo.php?pid=S0124-00642020000101102&script=sci_abstract&tlng=en
15. Serra, M. (2020, enero-febrero). Infección respiratoria aguda por COVID-19: una amenaza evidente. Universidad de Ciencias Médicas de La Habana. Facultad de Ciencias Médicas “Enrique Cabrera”. La Habana. Cuba. Disponible en: http://scielo.sld.cu/scielo.php?pid=S1729-519X2020000100001&script=sci_arttext&tlng=pt
16. Fedossova, A. (2020) Modelo SIR. Bogotá. Colombia.
17. Fedossova, A. (2020) El método de Runge-Kutta 4. Bogotá Colombia.

Anexos

Anexo 1. Programa que imprime directamente en pantalla:

```
#include<stdio.h>
#include<iostream>
#include<conio.h>
#include<string>
#include<locale>
using namespace std;
double N,beta,rb,eps,pa,u,pd,h,dia,Et, Ia, Is, R; //Asignación de
variables globales pedidas en función principal

void entrada();
//*****
// Ecuaciones diferenciales (Cuidado con el orden de los parámetros)
double dif_suc ( double St, double Et, double Ia, double Is)
{return -beta*rb*St*Ia/N - beta*St*Is/N;}
double dif_incub (double St, double Et, double Ia, double Is)
{return beta*rb*St*Ia/N + beta*St*Is/N - eps*pa*Et - eps*(1-pa)*Et;}
double dif_infectados_asint ( double St, double Et, double Ia, double
Is)
{return eps*pa*Et-u*Ia;}
double dif_infectados_sint ( double St, double Et, double Ia, double
Is)
{return eps*(1-pa)*Et-u*(1-pd)*Is-u*pd*Is;}
double dif_recuperados ( double St, double Et, double Ia, double Is)
{return u*(1-pd)*Is+u*Ia;}
double dif_muertos ( double St, double Et, double Ia, double Is)
{return u*pd*Is;}
//Función para Runge-Kutta
void Rungekutta (double &St, double &Et, double &Ia, double &Is, double
&R, double &D, double& t){
double
s1,e1,ia1,is1,r1,d1,n1,s2,e2,ia2,is2,r2,d2,n2,s3,e3,ia3,is3,r3,d3,n3,s4
,e4,ia4,is4,r4,d4,n4;
//funciones 1
s1 = dif_suc( St, Et,Ia, Is);
e1 = dif_incub(St, Et, Ia, Is);
ia1 = dif_infectados_asint(St, Et,Ia, Is);
is1 = dif_infectados_sint(St,Et,Ia,Is);
r1 = dif_recuperados(St,Et,Ia,Is);
d1 = dif_muertos(St,Et,Ia,Is);
//funciones 2
s2 = dif_suc(St+h/2*s1,Et+h/2*e1,Ia+h/2*ia1,Is+h/2*is1);
e2 = dif_incub(St+h/2*s1,Et+h/2*e1,Ia+h/2*ia1,Is+h/2*is1);
ia2 = dif_infectados_asint(St+h/2*s1,Et+h/2*e1,Ia+h/2*ia1,Is+h/2*is1);
is2 = dif_infectados_sint(St+h/2*s1,Et+h/2*e1,Ia+h/2*ia1,Is+h/2*is1);
r2 = dif_recuperados(St+h/2*s1,Et+h/2*e1,Ia+h/2*ia1,Is+h/2*is1);
d2 = dif_muertos(St+h/2*s1,Et+h/2*e1,Ia+h/2*ia1,Is+h/2*is1);
```

```

//funciones 3
s3 = dif_suc(St+h/2*s2,Et+h/2*e2,Ia+h/2*ia2,Is+h/2*is2);
e3 = dif_incub(St+h/2*s2,Et+h/2*e2,Ia+h/2*ia2,Is+h/2*is2);
ia3 = dif_infectados_asint(St+h/2*s2,Et+h/2*e2,Ia+h/2*ia2,Is+h/2*is2);
is3 = dif_infectados_sint(St+h/2*s2,Et+h/2*e2,Ia+h/2*ia2,Is+h/2*is2);
r3 = dif_recuperados(St+h/2*s2,Et+h/2*e2,Ia+h/2*ia2,Is+h/2*is2);
d3 = dif_muertos(St+h/2*s2,Et+h/2*e2,Ia+h/2*ia2,Is+h/2*is2);
//funciones 4
s4 = dif_suc(St+h*s3,Et+h*e3,Ia+h*ia3,Is+h*is3);
e4 = dif_incub(St+h*s3,Et+h*e3,Ia+h*ia3,Is+h*is3);
ia4 = dif_infectados_asint(St+h*s3,Et+h*e3,Ia+h*ia3,Is+h*is3);
is4 = dif_infectados_sint(St+h*s3,Et+h*e3,Ia+h*ia3,Is+h*is3);
r4 = dif_recuperados(St+h*s3,Et+h*e3,Ia+h*ia3,Is+h*is3);
d4 = dif_muertos(St+h*s3,Et+h*e3,Ia+h*ia3,Is+h*is3);
//Nuevas variables
t += h;
St = St+h*(s1+2*s2+2*s3+s4)/6;
Et = Et+h*(e1+2*e2+2*e3+e4)/6;
Ia = Ia+h*(ia1+2*ia2+2*ia3+ia4)/6;
Is = Is+h*(is1+2*is2+2*is3+is4)/6;
R = R+h*(r1+2*r2+2*r3+r4)/6;
D = D+h*(d1+2*d2+2*d3+d4)/6;
}

int main(){
    setlocale(LC_ALL, "spanish");
    double St, D, t;
    entrada();
    St=N;
    D = t = 0;
    printf("%15s %15s %15s %15s %15s %15s %15s %15s \n", "Dia",
    "Suceptibles", "Expuestos", "Inf asintomaticos", "Inf sintomaticos",
    "Recuperados", "Fallecidos", "Población viva");
    while(t<=dia){
        printf("%15.5lf %15.5lf %15.5lf %15.5lf %15.5lf %15.5lf
%15.5lf %15.5lf \n", t, St, Et, Ia, Is, R, D, N-D);
        Rungekutta(St, Et, Ia, Is, R, D, t);
    }
}

void entrada(){
    cout<<"Este programa calcula los valores del proyecto Modelo
Covid-19, y los imprime en la misma ventanilla (con 5 decimales de
presición).\n";
    cout<<"Por favor, ingrese los valores pedidos."<<endl;
    cout<<"Valores iniciales:"<<endl<<endl;
    cout<<"Población total: ";
    cin>>N;
    cout<<"Población inicial expuesta: ";
    cin>>Et;
    cout<<"Población inicial infectada asintomática: ";
    cin>>Ia;
}

```

```

cout<<"Población inicial infectada sintomática: ";
cin>>Is;
cout<<"Población inicial recuperada ";
cin>>R;
cout<<"Se toman inicialmente 0 fallecidos"<<endl;
cout<<"Valores de las tasas:\n";
do{
    cout<<"Tasa de contagio [0,1]: ";
    cin>>beta;
}while((beta<=0.0) || (beta>=1.0));

do{
    cout<<"Fracción de la tasa de contagio para los casos
asintomáticos: ";
    cin>>rb;
}while(rb<0 or rb>1);

do{
    cout<<"Tasa de incubación (1/días de incubación del virus)
[0,1]: ";
    cin>>eps;
}while(eps<0 or eps>1);

do{
    cout<<"Fracción de infectados asintomáticos [0,1]: ";
    cin>>pa;
}while(pa<0 or pa>1);

do{
    cout<<"Tasa de recuperación (1/días de la recuperación)
[0,1]: ";
    cin>>u;
}while(u<0 or u>1);

do{
    cout<<"Fracción de casos sintomáticos que fallecen [0,1]: ";
    cin>>pd;
}while(pd<0 or pd>1);

do{
    cout<<"Día máximo de la epidemia: ";
    cin>>dia;
}while(dia<=0);

cout<<"Diferencial del tiempo para evaluar Runge-Kutta (h): ";
cin>>h;
return;}

```


Anexo 2. Programa que imprime en un archivo de texto independiente:

```
#include<stdio.h>
#include<iostream>
#include<iomanip>
#include<conio.h>
#include<string>
#include<fstream>
#include<locale>
using namespace std;
double N=9000000,beta,rb,eps,pa,u,pd,h,dia; //Asignación de variables
globales pedidas en función principal

void entrada();
//*****
// Ecuaciones diferenciales (Cuidado con el orden de los parámetros)
double dif_suc ( double St, double Et, double Ia, double Is)
{return -beta*rb*St*Ia/N - beta*St*Is/N;}
double dif_incub (double St, double Et, double Ia, double Is)
{return beta*rb*St*Ia/N + beta*St*Is/N - eps*pa*Et - eps*(1-pa)*Et;}
double dif_infectados_asint ( double St, double Et, double Ia, double
Is)
{return eps*pa*Et-u*Ia;}
double dif_infectados_sint ( double St, double Et, double Ia, double
Is)
{return eps*(1-pa)*Et-u*(1-pd)*Is-u*pd*Is;}
double dif_recuperados ( double St, double Et, double Ia, double Is)
{return u*(1-pd)*Is+u*Ia;}
double dif_muertos ( double St, double Et, double Ia, double Is)
{return u*pd*Is;}
double dif_poblacion( double St, double Et, double Ia, double Is){
return(-u*pd*Is);
}
//Función para Runge-Kutta
void Rungekutta (double &St, double &Et, double &Ia, double &Is, double
&R, double &D, double& t){
double
s1,e1,ia1,is1,r1,d1,s2,e2,ia2,is2,r2,d2,s3,e3,ia3,is3,r3,d3,s4,e4,ia4,i
s4,r4,d4;
//funciones 1
s1 = dif_suc( St, Et,Ia, Is);
e1 = dif_incub(St, Et, Ia, Is);
ia1 = dif_infectados_asint(St, Et,Ia, Is);
is1 = dif_infectados_sint(St,Et,Ia,Is);
r1 = dif_recuperados(St,Et,Ia,Is);
d1 = dif_muertos(St,Et,Ia,Is);
//funciones 2
s2 = dif_suc(St+h/2*s1,Et+h/2*e1,Ia+h/2*ia1,Is+h/2*is1);
e2 = dif_incub(St+h/2*s1,Et+h/2*e1,Ia+h/2*ia1,Is+h/2*is1);
```

```

ia2 = dif_infectados_asint(St+h/2*s1,Et+h/2*e1,Ia+h/2*ia1,Is+h/2*is1);
is2 = dif_infectados_sint(St+h/2*s1,Et+h/2*e1,Ia+h/2*ia1,Is+h/2*is1);
r2 = dif_recuperados(St+h/2*s1,Et+h/2*e1,Ia+h/2*ia1,Is+h/2*is1);
d2 = dif_muertos(St+h/2*s1,Et+h/2*e1,Ia+h/2*ia1,Is+h/2*is1);
//funciones 3
s3 = dif_suc(St+h/2*s2,Et+h/2*e2,Ia+h/2*ia2,Is+h/2*is2);
e3 = dif_incub(St+h/2*s2,Et+h/2*e2,Ia+h/2*ia2,Is+h/2*is2);
ia3 = dif_infectados_asint(St+h/2*s2,Et+h/2*e2,Ia+h/2*ia2,Is+h/2*is2);
is3 = dif_infectados_sint(St+h/2*s2,Et+h/2*e2,Ia+h/2*ia2,Is+h/2*is2);
r3 = dif_recuperados(St+h/2*s2,Et+h/2*e2,Ia+h/2*ia2,Is+h/2*is2);
d3 = dif_muertos(St+h/2*s2,Et+h/2*e2,Ia+h/2*ia2,Is+h/2*is2);
//funciones 4
s4 = dif_suc(St+h*s3,Et+h*e3,Ia+h*ia3,Is+h*is3);
e4 = dif_incub(St+h*s3,Et+h*e3,Ia+h*ia3,Is+h*is3);
ia4 = dif_infectados_asint(St+h*s3,Et+h*e3,Ia+h*ia3,Is+h*is3);
is4 = dif_infectados_sint(St+h*s3,Et+h*e3,Ia+h*ia3,Is+h*is3);
r4 = dif_recuperados(St+h*s3,Et+h*e3,Ia+h*ia3,Is+h*is3);
d4 = dif_muertos(St+h*s3,Et+h*e3,Ia+h*ia3,Is+h*is3);
//Nuevas variables
t += h;
St = St+h*(s1+2*s2+2*s3+s4)/6;
Et = Et+h*(e1+2*e2+2*e3+e4)/6;
Ia = Ia+h*(ia1+2*ia2+2*ia3+ia4)/6;
Is = Is+h*(is1+2*is2+2*is3+is4)/6;
R = R+h*(r1+2*r2+2*r3+r4)/6;
D = D+h*(d1+2*d2+2*d3+d4)/6;
}

int main(){
    setlocale(LC_ALL, "spanish");
    double St, Et, Ia, Is, R, D, t;
    entrada();
    St=N;
    Et=5368.44;
    Ia=1400;
    Is =140;
    R=3.486;
    D = t = 0;
    ofstream modelo;
    modelo.open("ModeloSEIRD_COVID19.txt",ios::out);

    modelo<<setw(20)<<"Día"<<setw(20)<<"Susceptibles"<<setw(20)<<"Expuestos"
    "<<setw(20)<<"Inf asintomaticos"<<setw(20)<<"Inf
    sintomaticos"<<setw(20)<<"Recuperados"<<setw(20)<<"Fallecidos"<<setw(20)
    )<<"Población\n";

    while(t<=dia){
        setprecision(0);

        modelo<<setw(20)<<t<<setw(20)<<int(St)<<setw(20)<<int(Et)<<setw(20)<<in

```

```

t(Ia)<<setw(20)<<int(Is)<<setw(20)<<int(R)<<setw(20)<<int(D)<<setw(20)<
<int(N-D)<<"\n";
    Rungekutta(St, Et, Ia, Is, R, D, t);
}
modelo.close();
}
void entrada(){
    cout<<"Este programa calcula los valores del proyecto Modelo
Covid-19 en Bogotá (con los valores iniciales predeterminados), y los
imprime en una tabla formato .txt tipo entero.\n";
    cout<<"NOTA:La tabla se conserva donde usted haya guardado el
programa.\n";
    cout<<"Por favor, ingrese los valores pedidos."<<endl;
    do{
        cout<<"Tasa de contagio [0,1]: ";
        cin>>beta;
    }while((beta<=0.0) || (beta>=1.0));

    do{
        cout<<"Fracción de la tasa de contagio para los casos
asintomáticos: ";
        cin>>rb;
    }while(rb<0 or rb>1);

    do{
        cout<<"Tasa de incubación (1/días de incubación del virus)
[0,1]: ";
        cin>>eps;
    }while(eps<0 or eps>1);

    do{
        cout<<"Fracción de infectados asintomáticos [0,1]: ";
        cin>>pa;
    }while(pa<0 or pa>1);

    do{
        cout<<"Tasa de recuperación (1/días de la recuperación)
[0,1]: ";
        cin>>u;
    }while(u<0 or u>1);

    do{
        cout<<"Fracción de casos sintomáticos que fallecen [0,1]: ";
        cin>>pd;
    }while(pd<0 or pd>1);

    do{

```

```
        cout<<"Día máximo de la epidemia: ";
        cin>>dia;
    }while(dia<=0);

    cout<<"Diferencial del tiempo para evaluar Runge-Kutta (h): ";
    cin>>h;
    return;}

```



anexo 3. Tabla con los resultados encontrados:

Día	Susceptible(S)	Expuestos(E)	Asintomaticos(Ia)	Sintomaticos(Is)	Recuperados	Muertos	Vivos
0	9000000	5368	1400	140	3	0	9000000
1	8999814	4565	2107	327	99	0	9000000
2	8999548	3980	2674	478	232	1	8999999
3	8999216	3560	3137	602	395	2	8999998
4	8998830	3265	3522	707	584	3	8999997
5	8998399	3065	3852	797	795	4	8999996
6	8997928	2937	4141	877	1024	5	8999995
7	8997422	2864	4401	950	1270	6	8999994
8	8996883	2833	4641	1017	1531	8	8999992
9	8996315	2835	4867	1080	1805	9	8999991
10	8995718	2863	5086	1141	2094	11	8999989
11	8995093	2911	5300	1201	2395	12	8999988
12	8994440	2975	5513	1260	2709	14	8999986
13	8993760	3053	5728	1319	3037	16	8999984
14	8993052	3141	5945	1379	3377	18	8999982
15	8992316	3239	6167	1439	3730	20	8999980
16	8991552	3345	6395	1501	4097	22	8999978
17	8990758	3459	6629	1564	4478	24	8999976
18	8989933	3580	6871	1629	4873	26	8999974
19	8989078	3707	7120	1695	5283	29	8999971
20	8988190	3840	7379	1764	5708	31	8999969
21	8987269	3979	7647	1834	6149	34	8999966
22	8986314	4124	7924	1907	6606	37	8999963
23	8985323	4275	8212	1983	7080	39	8999961
24	8984296	4432	8510	2061	7571	42	8999958
25	8983230	4595	8820	2141	8081	45	8999955
26	8982124	4765	9141	2224	8609	48	8999952
27	8980978	4941	9474	2310	9157	52	8999948

28	8979789	5123	9820	2400	9725	55	8999945
29	8978556	5313	10178	2492	10314	58	8999942
30	8977278	5509	10550	2587	10925	62	8999938
31	8975952	5713	10937	2686	11559	66	8999934
32	8974577	5924	11337	2789	12215	70	8999930
33	8973151	6143	11753	2895	12896	74	8999926
34	8971673	6370	12184	3004	13602	78	8999922
35	8970140	6606	12631	3118	14334	82	8999918
36	8968551	6850	13095	3236	15094	87	8999913
37	8966903	7103	13576	3358	15881	92	8999908
38	8965194	7365	14075	3484	16697	97	8999903
39	8963422	7637	14593	3615	17544	102	8999898
40	8961585	7918	15129	3751	18421	107	8999893
41	8959681	8210	15686	3892	19331	112	8999888
42	8957706	8513	16263	4037	20275	118	8999882
43	8955659	8826	16861	4188	21254	124	8999876
44	8953537	9151	17482	4345	22268	130	8999870
45	8951336	9488	18125	4507	23320	136	8999864
46	8949055	9837	18792	4674	24411	143	8999857
47	8946690	10198	19483	4848	25542	150	8999850
48	8944239	10573	20200	5029	26715	157	8999843
49	8941698	10961	20943	5215	27931	164	8999836
50	8939063	11363	21713	5409	29192	172	8999828
51	8936333	11779	22512	5609	30499	179	8999821
52	8933503	12211	23339	5817	31855	188	8999812
53	8930569	12658	24197	6032	33260	196	8999804
54	8927528	13121	25085	6255	34717	205	8999795
55	8924377	13600	26007	6486	36228	214	8999786
56	8921111	14097	26961	6726	37794	223	8999777
57	8917726	14611	27950	6974	39417	233	8999767

58	8914218	15144	28975	7231	41101	243	8999757
59	8910583	15696	30037	7497	42846	254	8999746
60	8906816	16267	31138	7772	44655	265	8999735
61	8902912	16858	32278	8058	46530	276	8999724
62	8898868	17470	33459	8354	48474	288	8999712
63	8894677	18104	34682	8660	50489	300	8999700
64	8890334	18760	35949	8977	52578	313	8999687
65	8885836	19439	37262	9306	54743	326	8999674
66	8881175	20142	38622	9646	56987	339	8999661
67	8876347	20870	40030	9999	59313	353	8999647
68	8871346	21622	41488	10364	61724	368	8999632
69	8866165	22401	42998	10742	64223	383	8999617
70	8860799	23207	44562	11133	66813	398	8999602
71	8855241	24041	46181	11538	69497	415	8999585
72	8849485	24903	47858	11958	72278	431	8999569
73	8843523	25795	49593	12392	75160	449	8999551
74	8837350	26717	51389	12841	78147	467	8999533
75	8830958	27671	53249	13306	81242	485	8999515
76	8824340	28657	55173	13788	84449	505	8999495
77	8817488	29677	57165	14286	87772	525	8999475
78	8810394	30731	59226	14801	91214	546	8999454
79	8803050	31820	61359	15335	94781	567	8999433
80	8795448	32945	63566	15887	98476	589	8999411
81	8787580	34109	65849	16458	102304	613	8999387
82	8779438	35310	68210	17048	106269	636	8999364
83	8771011	36552	70653	17659	110377	661	8999339
84	8762291	37834	73179	18291	114631	687	8999313
85	8753269	39157	75791	18944	119038	714	8999286
86	8743934	40524	78492	19619	123601	741	8999259
87	8734278	41935	81284	20318	128327	770	8999230

88	8724290	43392	84171	21039	133221	799	8999201
89	8713959	44894	87154	21785	138289	830	8999170
90	8703276	46445	90237	22556	143536	861	8999139
91	8692228	48044	93423	23353	148969	894	8999106
92	8680806	49694	96715	24176	154593	928	8999072
93	8668997	51394	100115	25026	160415	963	8999037
94	8656791	53147	103627	25904	166442	1000	8999000
95	8644175	54954	107254	26811	172680	1037	8998963
96	8631137	56816	110999	27748	179136	1076	8998924
97	8617665	58734	114865	28714	185817	1117	8998883
98	8603747	60709	118855	29712	192731	1158	8998842
99	8589370	62742	122973	30741	199884	1201	8998799
100	8574520	64835	127222	31804	207285	1246	8998754
101	8559185	66988	131605	32900	214941	1292	8998708
102	8543351	69204	136126	34030	222861	1340	8998660
103	8527006	71482	140787	35195	231052	1390	8998610
104	8510134	73825	145593	36397	239523	1441	8998559
105	8492722	76232	150546	37635	248283	1494	8998506
106	8474756	78705	155650	38911	257341	1548	8998452
107	8456222	81245	160909	40226	266705	1605	8998395
108	8437106	83852	166325	41580	276385	1663	8998337
109	8417393	86528	171902	42974	286390	1724	8998276
110	8397069	89274	177644	44410	296730	1786	8998214
111	8376119	92089	183553	45887	307414	1851	8998149
112	8354528	94974	189632	47407	318453	1917	8998083
113	8332282	97931	195885	48970	329857	1986	8998014
114	8309367	100959	202315	50578	341636	2057	8997943
115	8285767	104058	208925	52230	353801	2131	8997869
116	8261468	107229	215717	53928	366363	2206	8997794
117	8236457	110472	222695	55673	379331	2285	8997715

118	8210717	113787	229860	57464	392718	2365	8997635
119	8184237	117173	237216	59303	406535	2449	8997551
120	8157000	120630	244764	61190	420793	2535	8997465
121	8128995	124158	252507	63126	435503	2624	8997376
122	8100207	127756	260447	65111	450677	2715	8997285
123	8070623	131423	268585	67146	466326	2810	8997190
124	8040231	135158	276923	69230	482463	2907	8997093
125	8009019	138959	285462	71365	499099	3008	8996992
126	7976974	142827	294203	73550	516247	3111	8996889
127	7944085	146758	303147	75786	533917	3218	8996782
128	7910343	150751	312295	78073	552123	3328	8996672
129	7875736	154803	321645	80411	570876	3441	8996559
130	7840255	158913	331199	82799	590188	3557	8996443
131	7803892	163078	340955	85238	610072	3677	8996323
132	7766638	167296	350912	87727	630539	3801	8996199
133	7728487	171562	361068	90267	651600	3928	8996072
134	7689432	175874	371423	92855	673269	4059	8995941
135	7649468	180228	381973	95493	695556	4193	8995807
136	7608592	184620	392717	98179	718473	4332	8995668
137	7566799	189047	403649	100912	742031	4474	8995526
138	7524088	193503	414767	103692	766242	4620	8995380
139	7480458	197985	426067	106516	791115	4770	8995230
140	7435910	202486	437543	109385	816663	4924	8995076
141	7390445	207003	449190	112297	842895	5083	8994917
142	7344066	211528	461002	115250	869820	5245	8994755
143	7296778	216058	472972	118243	897450	5412	8994588
144	7248586	220585	485093	121273	925792	5583	8994417
145	7199498	225104	497357	124339	954855	5759	8994241
146	7149522	229608	509756	127439	984648	5938	8994062
147	7098670	234090	522280	130570	1015179	6123	8993877

148	7046953	238544	534921	133730	1046454	6312	8993688
149	6994384	242961	547666	136916	1078480	6505	8993495
150	6940979	247336	560506	140126	1111263	6703	8993297
151	6886754	251660	573428	143357	1144808	6905	8993095
152	6831728	255927	586421	146605	1179120	7112	8992888
153	6775921	260127	599471	149868	1214202	7324	8992676
154	6719354	264254	612564	153141	1250058	7541	8992459
155	6662052	268300	625688	156422	1286689	7762	8992238
156	6604038	272256	638826	159706	1324098	7987	8992013
157	6545340	276116	651964	162991	1362284	8218	8991782
158	6485985	279870	665086	166271	1401247	8453	8991547
159	6426003	283512	678175	169544	1440985	8693	8991307
160	6365426	287033	691216	172804	1481496	8938	8991062
161	6304284	290426	704190	176047	1522777	9187	8990813
162	6242613	293684	717081	179270	1564824	9441	8990559
163	6180448	296799	729869	182467	1607630	9699	8990301
164	6117823	299764	742539	185635	1651189	9962	8990038
165	6054778	302573	755070	188767	1695494	10229	8989771
166	5991350	305219	767444	191861	1740536	10501	8989499
167	5927579	307695	779644	194911	1786305	10777	8989223
168	5863505	309997	791649	197912	1832790	11058	8988942
169	5799169	312119	803441	200860	1879979	11343	8988657
170	5734612	314055	815003	203751	1927859	11632	8988368
171	5669877	315802	826314	206578	1976416	11925	8988075
172	5605005	317354	837357	209339	2025635	12222	8987778
173	5540041	318709	848113	212028	2075498	12523	8987477
174	5475026	319864	858565	214641	2125989	12828	8987172
175	5410003	320815	868695	217174	2177088	13136	8986864
176	5345016	321561	878487	219622	2228778	13448	8986552
177	5280108	322100	887924	221981	2281036	13764	8986236

178	5215320	322431	896990	224247	2333841	14082	8985918
179	5150695	322554	905669	226417	2387172	14404	8985596
180	5086273	322470	913948	228487	2441004	14729	8985271
181	5022097	322178	921813	230453	2495314	15057	8984943
182	4958206	321680	929249	232312	2550077	15388	8984612
183	4894638	320978	936246	234062	2605267	15721	8984279
184	4831433	320074	942792	235698	2660857	16056	8983944
185	4768628	318972	948877	237219	2716821	16394	8983606
186	4706258	317674	954491	238623	2773132	16734	8983266
187	4644358	316185	959626	239907	2829760	17076	8982924
188	4582963	314508	964275	241069	2886678	17420	8982580
189	4522103	312649	968431	242108	2943856	17765	8982235
190	4461811	310612	972090	243022	3001266	18111	8981889
191	4402115	308404	975246	243811	3058877	18459	8981541
192	4343043	306030	977897	244474	3116660	18808	8981192
193	4284622	303496	980042	245010	3174585	19157	8980843
194	4226876	300809	981679	245420	3232621	19508	8980492
195	4169828	297976	982808	245702	3290740	19859	8980141
196	4113501	295003	983431	245858	3348910	20210	8979790
197	4057913	291898	983550	245887	3407103	20561	8979439
198	4003085	288668	983168	245792	3465287	20912	8979088
199	3949031	285321	982290	245572	3523434	21263	8978737
200	3895768	281864	980921	245230	3581515	21614	8978386
201	3843309	278304	979068	244767	3639501	21964	8978036
202	3791666	274650	976737	244184	3697362	22313	8977687
203	3740850	270909	973936	243484	3755072	22661	8977339
204	3690869	267089	970675	242669	3812602	23009	8976991
205	3641732	263196	966962	241741	3869926	23355	8976645
206	3593445	259239	962809	240702	3927017	23699	8976301
207	3546013	255224	958226	239557	3983850	24042	8975958

208	3499438	251159	953225	238306	4040399	24384	8975616
209	3453724	247052	947818	236955	4096640	24723	8975277
210	3408871	242908	942018	235504	4152550	25061	8974939
211	3364880	238734	935837	233959	4208105	25396	8974604
212	3321749	234538	929290	232323	4263283	25729	8974271
213	3279476	230325	922390	230598	4318064	26060	8973940
214	3238057	226101	915152	228788	4372426	26388	8973612
215	3197489	221871	907590	226897	4426351	26713	8973287
216	3157766	217643	899719	224930	4479818	27036	8972964
217	3118883	213420	891553	222888	4532812	27356	8972644
218	3080833	209208	883108	220777	4585313	27673	8972327
219	3043608	205011	874399	218600	4637307	27987	8972013
220	3007200	200835	865441	216360	4688779	28297	8971703
221	2971601	196683	856248	214062	4739713	28605	8971395
222	2936801	192559	846837	211709	4790097	28909	8971091
223	2902791	188467	837221	209305	4839918	29210	8970790
224	2869560	184411	827416	206854	4889165	29507	8970493
225	2837098	180393	817436	204359	4937826	29801	8970199
226	2805393	176417	807295	201824	4985891	30091	8969909
227	2774435	172486	797009	199252	5033353	30377	8969623
228	2744211	168602	786590	196647	5080202	30660	8969340
229	2714710	164767	776052	194013	5126430	30939	8969061
230	2685920	160983	765410	191352	5172032	31214	8968786
231	2657828	157252	754675	188669	5217002	31486	8968514
232	2630422	153576	743861	185965	5261334	31753	8968247
233	2603690	149957	732980	183245	5305024	32017	8967983
234	2577618	146394	722043	180511	5348069	32277	8967723
235	2552194	142891	711064	177766	5390465	32533	8967467
236	2527405	139447	700052	175013	5432211	32785	8967215
237	2503238	136063	689019	172255	5473304	33033	8966967

238	2479682	132741	677975	169494	5513744	33277	8966723
239	2456722	129479	666930	166732	5553531	33517	8966483
240	2434347	126280	655894	163974	5592665	33753	8966247
241	2412543	123142	644876	161219	5631146	33986	8966014
242	2391299	120067	633886	158471	5668975	34214	8965786
243	2370602	117053	622930	155733	5706156	34439	8965561
244	2350439	114101	612018	153005	5742690	34659	8965341
245	2330799	111211	601158	150289	5778579	34876	8965124
246	2311669	108383	590355	147589	5813828	35088	8964912
247	2293038	105615	579618	144904	5848439	35297	8964703
248	2274894	102908	568952	142238	5882417	35502	8964498
249	2257225	100261	558365	139591	5915767	35704	8964296
250	2240020	97673	547860	136965	5948492	35901	8964099
251	2223268	95144	537444	134361	5980599	36095	8963905
252	2206958	92674	527123	131781	6012092	36285	8963715
253	2191079	90260	516899	129225	6042977	36472	8963528
254	2175620	87904	506779	126695	6073260	36654	8963346
255	2160571	85603	496765	124191	6102948	36834	8963166
256	2145922	83357	486862	121715	6132046	37009	8962991
257	2131663	81165	477073	119268	6160562	37181	8962819
258	2117783	79026	467400	116850	6188502	37350	8962650
259	2104274	76940	457848	114462	6215873	37515	8962485
260	2091125	74905	448417	112104	6242683	37677	8962323
261	2078328	72921	439112	109778	6268939	37836	8962164
262	2065873	70986	429932	107483	6294647	37991	8962009
263	2053752	69099	420882	105220	6319816	38143	8961857
264	2041955	67260	411961	102990	6344454	38291	8961709
265	2030476	65468	403171	100793	6368568	38437	8961563
266	2019304	63721	394513	98628	6392165	38579	8961421
267	2008432	62020	385989	96497	6415254	38719	8961281

268	1997853	60361	377599	94400	6437843	38855	8961145
269	1987559	58746	369343	92336	6459940	38989	8961011
270	1977541	57173	361222	90306	6481552	39119	8960881
271	1967793	55640	353236	88309	6502687	39247	8960753
272	1958308	54147	345386	86346	6523354	39371	8960629
273	1949078	52694	337670	84417	6543560	39493	8960507
274	1940097	51278	330088	82522	6563314	39612	8960388
275	1931358	49900	322642	80660	6582623	39729	8960271
276	1922854	48558	315328	78832	6601496	39843	8960157
277	1914580	47252	308149	77037	6619940	39954	8960046
278	1906530	45980	301101	75275	6637963	40063	8959937
279	1898696	44742	294186	73546	6655573	40169	8959831
280	1891074	43537	287401	71850	6672777	40273	8959727
281	1883658	42364	280745	70186	6689584	40375	8959625
282	1876441	41222	274219	68555	6706001	40474	8959526
283	1869420	40111	267820	66955	6722036	40571	8959429
284	1862588	39029	261547	65387	6737696	40665	8959335
285	1855940	37977	255399	63850	6752988	40757	8959243
286	1849472	36952	249375	62344	6767921	40848	8959152
287	1843178	35956	243474	60868	6782500	40936	8959064
288	1837055	34986	237693	59423	6796734	41021	8958979
289	1831096	34042	232031	58008	6810630	41105	8958895
290	1825298	33124	226488	56622	6824193	41187	8958813
291	1819657	32230	221060	55265	6837433	41267	8958733
292	1814168	31360	215747	53937	6850354	41345	8958655
293	1808827	30514	210547	52637	6862965	41421	8958579
294	1803630	29691	205459	51365	6875271	41496	8958504
295	1798573	28890	200481	50120	6887280	41568	8958432
296	1793653	28111	195610	48903	6898997	41639	8958361
297	1788865	27353	190846	47711	6910429	41708	8958292

298	1784206	26615	186186	46547	6921583	41775	8958225
299	1779673	25897	181630	45408	6932463	41841	8958159
300	1775262	25199	177175	44294	6943077	41905	8958095
301	1770970	24520	172819	43205	6953431	41967	8958033
302	1766793	23859	168562	42140	6963530	42028	8957972
303	1762729	23215	164400	41100	6973379	42088	8957912
304	1758775	22590	160333	40083	6982986	42146	8957854
305	1754927	21981	156358	39090	6992354	42202	8957798
306	1751182	21389	152475	38119	7001490	42257	8957743
307	1747538	20813	148681	37170	7010399	42311	8957689
308	1743993	20252	144974	36244	7019085	42364	8957636
309	1740542	19707	141354	35338	7027556	42415	8957585
310	1737185	19176	137818	34454	7035814	42465	8957535
311	1733918	18660	134364	33591	7043866	42513	8957487
312	1730739	18158	130992	32748	7051715	42561	8957439
313	1727645	17669	127699	31925	7059368	42607	8957393
314	1724634	17194	124484	31121	7066828	42652	8957348
315	1721704	16731	121345	30336	7074100	42696	8957304
316	1718853	16281	118280	29570	7081188	42739	8957261
317	1716079	15843	115289	28822	7088098	42780	8957220
318	1713379	15417	112370	28092	7094832	42821	8957179
319	1710751	15003	109521	27380	7101396	42860	8957140
320	1708194	14600	106740	26685	7107794	42899	8957101
321	1705706	14208	104026	26007	7114029	42937	8957063
322	1703285	13826	101379	25345	7120105	42973	8957027
323	1700928	13454	98795	24699	7126026	43009	8956991
324	1698635	13093	96274	24069	7131797	43044	8956956
325	1696403	12742	93815	23454	7137420	43078	8956922
326	1694231	12400	91417	22854	7142899	43111	8956889
327	1692118	12067	89076	22269	7148239	43143	8956857

328	1690061	11743	86794	21698	7153441	43175	8956825
329	1688059	11428	84568	21142	7158511	43205	8956795
330	1686111	11121	82396	20599	7163450	43235	8956765
331	1684215	10823	80279	20070	7168262	43264	8956736
332	1682369	10533	78214	19553	7172950	43292	8956708
333	1680574	10250	76200	19050	7177518	43320	8956680
334	1678826	9976	74236	18559	7181968	43347	8956653
335	1677125	9708	72322	18080	7186304	43373	8956627
336	1675470	9448	70455	17614	7190527	43398	8956602
337	1673859	9195	68635	17159	7194642	43423	8956577
338	1672291	8948	66860	16715	7198650	43448	8956552
339	1670765	8709	65130	16283	7202554	43471	8956529
340	1669280	8475	63444	15861	7206358	43494	8956506
341	1667835	8249	61800	15450	7210063	43516	8956484
342	1666428	8028	60197	15049	7213672	43538	8956462
343	1665059	7813	58635	14659	7217187	43559	8956441
344	1663726	7604	57113	14278	7220611	43580	8956420
345	1662430	7400	55629	13907	7223946	43600	8956400
346	1661168	7202	54182	13546	7227194	43620	8956380
347	1659939	7009	52773	13193	7230358	43639	8956361
348	1658744	6822	51399	12850	7233440	43658	8956342
349	1657580	6639	50060	12515	7236441	43676	8956324
350	1656448	6462	48756	12189	7239364	43693	8956307
351	1655345	6289	47485	11871	7242211	43710	8956290
352	1654273	6121	46246	11561	7244984	43727	8956273
353	1653229	5957	45039	11260	7247684	43744	8956256
354	1652212	5798	43862	10966	7250314	43759	8956241
355	1651223	5643	42716	10679	7252875	43775	8956225
356	1650261	5492	41600	10400	7255370	43790	8956210
357	1649324	5345	40512	10128	7257799	43805	8956195

358	1648412	5203	39452	9863	7260164	43819	8956181
359	1647524	5064	38419	9605	7262468	43833	8956167
360	1646660	4928	37413	9353	7264711	43846	8956154
361	1645820	4797	36433	9108	7266895	43859	8956141
362	1645001	4669	35478	8869	7269022	43872	8956128
363	1644205	4544	34548	8637	7271094	43885	8956115
364	1643430	4423	33641	8410	7273111	43897	8956103
365	1642675	4304	32759	8190	7275075	43909	8956091