

# Herramientas Computacionales para la Astroinformática

Cristian A. Vega-Martínez  
Facundo A. Gómez





# Métodos Monte Carlo

Para análisis y simulaciones

# Métodos Monte Carlo

Son técnicas de simulación computacional que requieren realizar **muestreos aleatorios** para calcular el comportamiento de un sistema, entregando una comprensión estadística del resultado.

Para ello, estos métodos requieren incorporar **variables** en el modelo, las que toman **valores aleatorios** que deben seguir **distribuciones de probabilidad** establecidas y adecuadas al sistema a resolver.

Esta técnica es ampliamente utilizada en diversas disciplinas científicas (especialmente en astronomía).



# Métodos Monte Carlo

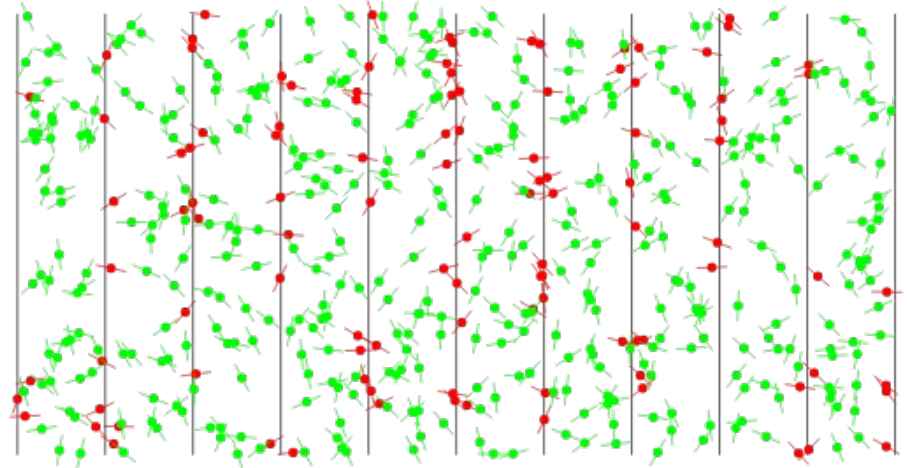
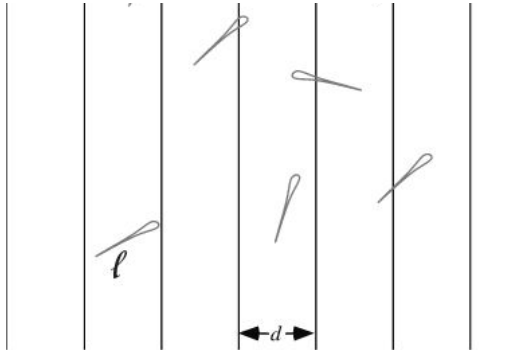
- No es un algoritmo en específico. Son métodos que utilizan números aleatorios.
- Son algoritmos **no deterministas**, pero no solo sirven para muestreos estadísticos sino que también permiten calcular valores.
- **Requieren un gran número de iteraciones** (método numérico computacional).
- Son apropiados en problemas que involucran un gran número de parámetros, cuando la complejidad del modelo no permite una solución directa, o cuando los elementos del problema no están bien determinados.

# Historia

El método fue impulsado por problemas abordados desde probabilidad y estadística de hace siglos.

## Ejemplo: La aguja de Buffon (1777)

La probabilidad de que una aguja, lanzada en un papel con líneas paralelas dibujadas, cruce una línea, permite estimar el valor de  $\pi$ .



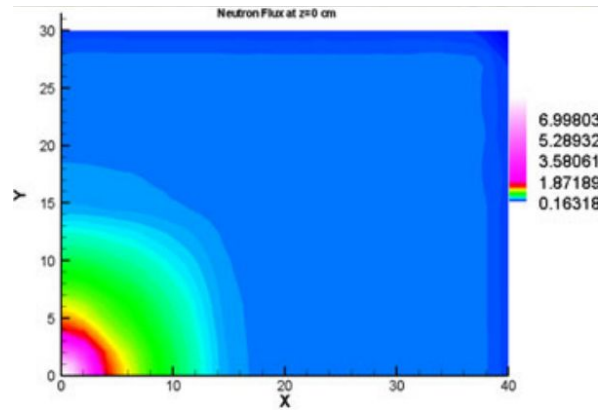
Source:

Desarrollo completo del problema en [wolfram.com](https://www.wolfram.com)

# Historia



La versión moderna del método fue inventada en los 40' por **Stanislaw Ulam**, mientras trabajaba en *Los Alamos Laboratory*, y se utilizó para calcular la difusión de neutrones en el desarrollo de armas.



## JOURNAL OF THE AMERICAN STATISTICAL ASSOCIATION

Number 247

SEPTEMBER 1949

Volume 44

### THE MONTE CARLO METHOD

NICHOLAS METROPOLIS AND S. ULAM

*Los Alamos Laboratory*

We shall present here the motivation and a general description of a method dealing with a class of problems in mathematical physics. The method is, essentially, a statistical approach to the study of differential equations, or more generally, of integro-differential equations that occur in various branches of the natural sciences.

El nombre Monte Carlo alude al casino de Mónaco.

Fue propuesto por N. Metropolis para mantener el secreto del trabajo en Los Alamos.

El método lo ideó mientras jugaba solitario, como alternativa a la dificultad matemática de calcular la probabilidad de obtener una carta.

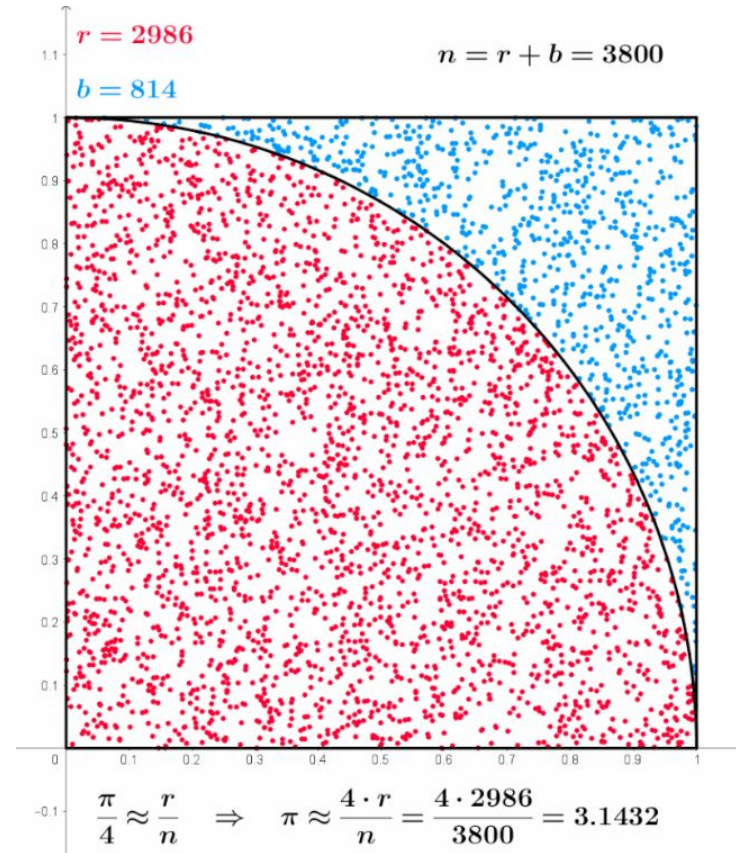
## Ejemplo: estimación de $\pi$

Considerar un círculo de  $r = 1$  circunscrito por un cuadrado. La razón entre sus áreas es:

$$f_A = \pi/4.$$

Utilizando dos variables aleatorias con distribución de probabilidad Uniforme entre 0 y 1, se puede samplear una colección  $n$  de puntos, de los cuales  $r$  quedan dentro del círculo. Entonces:

$$f_A \approx r/n$$



Source: Original gif from [WikiMedia](#)



# Aplicaciones

- Cálculo de **integrales** multidimensionales con condiciones de borde complejas.
- Resolución de problemas de **optimización** multidimensional (ej. [algoritmo simplex](#), [simulated annealing](#)).  
Problema ejemplar: [the travelling salesman problem](#).
- Estimación de *ray tracing* (y similares).
- Análisis de riesgo
- Muchas en astronomía: scattering en transferencia radiativa, generación de condiciones iniciales para N-cuerpos, etc.



$\chi^2$  es un algoritmo Montecarlo





# Monte Carlo: procedimiento

Los métodos Monte Carlo pueden ser muy diversos, pero tienden a seguir un patrón procedimental:

1. Definir un **dominio** de inputs posibles.
2. Generar inputs aleatorios siguiendo una **distribución de probabilidad** sobre el dominio.
3. Realizar **cálculos deterministas** en base a los inputs.
4. **Combinar** los resultados.



## A considerar.

- El corazón del método es la **utilización de distribuciones de probabilidad**, de modo que es necesario tener conocimientos sobre PDFs, cálculos con variables aleatorias y generación de números aleatorios.
- Conocer técnicas para **crear variables aleatorias con distribuciones no tradicionales**, utilizando distribuciones uniformes:  
[método de la transformada inversa](#),  
[método de aceptación/rechazo](#).
- Cuidar los cambios de coordenadas en las variables aleatorias (ej. crear una distribución uniforme de puntos que cubra la superficie de la esfera).