贪心分治

BZOJ 4391

- 一共有2N张卡牌，点数分别为1到2N，A和B都会分到N张卡牌。游戏一共分为N轮，A知道每回合B会出什么牌。
- 每轮游戏里，A和B分别出一张牌，点数大者获胜。
- 同时，A有一次机会选择了某一时刻，从那之后，点数小者获胜。
- A现在想知道，自己最多能获胜多少轮？

- N≤50,000

BZOJ 4391

- 仅考虑前i轮，并且规则为点数大的赢，最多获胜次数为f[i]。
- 这个可以直接用set，每轮考虑选择最小的可以获胜的牌，依次求出f数组。
- 同样，后i轮，点数小的赢，最多获胜次数为g[i]。
- 那么答案为max{f[i]+g[i+1]}。

- 如果某张牌a使用了2次，那么一定有一种牌b未使用，若a<b，将点数大获胜的a改成b，答案不会变劣。

BZOJ 2151

- 有一个长度为n的环，选择m个两两不相邻的位置。
- 每个位置都有一个价值Vi，如果选择这个位置就可以得到Vi的价值。
- 求最大的价值总和，或输出无解。

- N≤200,000

BZOJ 2151

- 把整个环用双向链表串起来。
- 每次贪心选择价值最大的位置x。
- 用V[nxt[x]]+V[pre[x]]-V[x]替代它，删去pre[x]和nxt[x]。

BZOJ 3709

- 有n只怪物，你的初始生命值为z。
- 为了打败第i只怪物，你需要消耗cost[i]点生命值，但怪物死后会使你恢复val[i]点生命值。
- 任何时候你的生命值都不能低于0。
- 问是否存在一种打怪顺序，使得你可以打完这n只怪物而不死掉。

- n≤100,000

BZOJ 3709

- 首先，先选择cost[i]<val[i]的，再选择cost[i]>val[i]的。
- 对于cost[i]<val[i]的，按照cost[i]从小到大选择。
- 对于cost[i]>val[i]的，按照val[i]从大到小选择。

BZOJ 4946

- 有n种蔬菜，每销售一单位第i种蔬菜，就可以获得ai的收益。
- 特别地，第一次销售第i种蔬菜时，还会额外得到si的额外收益。
- 开始时，第i种蔬菜的库存为ci单位。
- 对于第i种蔬菜，保鲜值为xi，每天结束时会有xi个单位的蔬菜变质，直到所有蔬菜都变质。每一单位蔬菜的变质时间是固定的。
- 同时，每天销售的蔬菜总量也是有限的，最多不能超过m个单位。
- 现在，小N有k个问题：对于已知的pi，如果需要销售pi天，最多能获得多少收益？
- n,pi≤1e5，m≤10

BZOJ 4946

- 首先si的限制，只需将每一个蔬菜分出一个价值为ai+si且过期时间为该蔬菜最晚的一天的蔬菜。
- 把时间倒序之后，问题转化为每个蔬菜会在第几天出现，每天贪心选择价值最大的即可。
- 先求出max{pi}的答案，然后递推[1,max{pi}-1]的答案：每次删除价值最小的m单位蔬菜，不难发现所有蔬菜的销售时间依然合法。

BZOJ 1124

- 有n个狙击手，一开始所有人都选定一个人瞄准，可能瞄准自己。
- 然后他们按某个顺序狙击被瞄准的人，死亡则不开枪。因此，对于不同的开枪顺序，最后死亡的人也可能不同。
- 求死亡数目的最小值和最大值。

- $n \le 1{,}000{,}000$

BZOJ 1124

- 先考虑最大值:
  - 一个自环，贡献1
  - 一个大于1的环，贡献size-1
  - 一个基环树，贡献size-num_leaf
- 最小值:
  - 入度为0的点，一定存活，将它们加入队列。
  - 从队列里取出节点，开枪，可能出现新的0入度的节点。
  - 最后剩下若干个环，每个环的贡献为ceil(size/2)。

APC 001 D

- 给出一个由n个点m条边构成的森林。
- 每个点有个权值val_i，加一条边(u,v)的花费是val_u+val_v。
- 每个点最多连接一条新加的边。
- 添加一些边使得图连通，求最小花费。

- n≤100,000

APC 001 D

- 特判掉连通的情况。
- 树的个数为x，则需要添加的边的数量为x-1条，需要使用的点的个数为2*(x-1)，所以只要n>=2*(x-1)则必定有解。
- 所以我们只要贪心的选出这2*(x-1)个点即可，故先在每个连通块选择一个权值最小的点，这样可以保证每个连通块都会有点和其它的连通块相连。
- 然后剩余的2*(x-1)-x个点可以随便选，所以只要把没有用过的点排个序，选择最小的2*(x-1)-x个点即可。

AGC 018 C

- 有X+Y+Z个人，每个人有Ai个金币，Bi个银币，Ci个铜币。现在选X个人提供金币，Y个人提供银币，Z个人提供铜币。
- 求最多提供多少币。

- $X+Y+Z \le 100{,}000$

AGC 018 C

- 假设只有A、B两种物品，则按照Ai-Bi从大到小排序，前X个选择A，后Y个选择B。
- 现加入物品C，所有不选择C的位置依然A在前，B在后。
- 枚举分界i，[1,i]选择A和C，[i+1,x+y+z]选择B和C。
- 两边的解按同样的贪心方法计算，可以用堆O(n*logn)处理。

BZOJ 3745

- 给定一个长度为n的正整数序列a。
- 求$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=i}^{n}(j-i+1)\min(a_i,a_{i+1},\dots,a_j)\max(a_i,a_{i+1},\dots,a_j)$

- n≤500,000

BZOJ 3745

- 分治解决[x,y]，计算穿过mid=(x+y)/2的区间，递归两边。
- 左端点l从mid枚举到x，同时维护[l,mid]的最小值a和最大值b。
- 两个单调指针p、q，分别指向使得[l,i]最小值/最大值为a/b的最大位置i。
- 对于r∈(mid,min{p,q}]，min=a，max=b。
- 对于r∈(min{p,q},max{p,q}]，假设p<q，预处理min，max=b，反之同理。
- 对于r∈(max{p,q},y]，预处理min*max。

BZOJ 2287

- 有n个物品，体积分别是W1、W2、…、Wn。
- 现在第i个物品丢失了。要使用剩下的n-1个物品装满容积为x的背包，方案数为Count(i,x)。
- 对于所有$i\in[1,n]$，$x\in[1,m]$，求Count(i,x)。

- $n,m\le 2e3$

BZOJ 2287

- solve(l,r)：此时用[1,l)和(r,n]的物品将背包处理好了，需要求i∈[l,r]的答案。
- 将[l,r]分为两段，如果要处理[l,mid]，就用(mid,r]的物品更新当前背包；处理(mid,r]，就用[l,mid]的物品去更新当前背包。
- l=r时，当前背包就是去掉物品l的答案了。

BZOJ 4367

- 有n个点在一条直线上，每天可以从i走向i+1或i-1，也可以停在i得到wi的收益。
- 每个点只能贡献一次收益。
- 从s出发，求经过m天的最大收益。

- n,m≤100,000

BZOJ 4367

- 只有4种可能：一直向左/右走；先向左/右走，然后返回s，再向右/左走。
- 预处理4个数组，分别表示：花i天向左/右走的最大收益；花i天向左/右走并返回的最大收益。四者求法类似。
- f[i]为向右走的最大收益，可以发现走到的最远点是单调不降的。
- solve(l,r,x,y)表示求出f[l~r]，最远点保证在[x,y]：从x到y暴力枚举mid=(l+r)/2的最远点，查询用主席树维护区间前k大值和，然后递归。

BZOJ 4449

- 给定一个n边形及其三角剖分，共2n−3条边，每条边的长度为1。
- q次询问，每次询问两个点的最短距离。

- n≤50000，q≤100000

BZOJ 4449

- 分治，每次选出一条对角线，使得当前多边形的两侧点数尽可能均匀。
- 对于一个询问(p,q)，设所选对角线为(a,b):
  - 当p,q在(a,b)的同侧，最短路显然不会经过另一侧的边，可以递归求。
  - 当p,q在(a,b)的两侧，最短路一定经过a或b。那么，以a和b为起点bfs，答案为min{dis(p,a)+dis(a,q),dis(p,b)+dis(b,q)}。

BZOJ 4059

- 一个序列被称为是好的，仅当它的每个子串里至少存在一个数字只出现一次。
- 给定一个整数序列，请你判断它是不是好的。

BZOJ 4059

- 首先双向链表处理出pre[i]和nxt[i]，很明显只要存在一个i，使得pre[i]<L并且nxt[i]>R，那么这个数在区间[L,R]上只出现了一次。
- 对于区间[l,r]，我们寻找一个i使所有包含i的区间满足条件，然后递归[l,i)和(i,r]，如果不存在即可退出。
- 这个划分不一定均匀，但我们按照l,r,l+1,r-1,l+2,r-2,…的顺序去检验，不难发现复杂度是O(n*log_n)。

BZOJ 2001

- n个点m条边的带权无向图，q次修改边权。
- 每次修改后询问最小生成树。

- $n \le 2e4$，$m, q \le 5e4$

BZOJ 2001

- 按时间分治，对于一个分治到的时间区间[l,r]，尝试减小图的规模。
  - 将所有在[l,r]被修改的边赋值为+∞，考虑所有在[l,r]内不变的边，如果不在mst里，那么无论如何修改都一定不会存在mst里，在子问题中可以删掉。
  - 将所有在[l,r]被修改的边赋值为-∞，考虑所有在[l,r]内不变的边，如果在mst里，那么无论如何修改都一定会存在mst里，在子问题中直接缩点。
- 分治区间[l,r]时，图的规模为O(在[l,r]内被修改的边数)。
- $O((m+q)\log m \log q)$

CF 833 D

- 一棵n个点的带边权的树，每条边要么是红色，要么是黑色。
- 定义一条路径的得分是路径上所有边权的乘积。
- 定义一条路径上红色边的数量为R，黑色边的数量为B，那么路径是合法的当且仅当$\max\{B,R\} \le 2*\min\{B,R\}$。
- 求所有合法路径的得分的乘积，对1e9+7取模。
- $n \le 1e5$

CF 833 D

- 点分治。
- 对于子树中一条(B1,R1)的路径和一条(B2,R2)的路径，那么这两条路径组合在一起是合法的，当且仅当：
  - $B1+B2 \le 2*R1+2*R2 \quad \therefore B1-2*R1 \le 2*R2-B2$
  - $R1+R2 \le 2*B1+2*B2 \quad \therefore R1-2*B1 \le 2*B2-R2$
- 不难发现两个不等式不会同时不满足，那么答案为所有路径，减掉不满足不等式1的路径、不满足不等式2的路径。
- 权值用线段树维护。