试卷名称　线性代数 第一章

班级　　　　　　　姓名　　　　　　　学号　　　　　　　　　　　成绩

一．　填空题 （5’ x 4=20’）

1. 已知 $f(x)=\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x & 2 & 3 \\ x^2 & 4 & 9 \end{vmatrix}=0$ ，　则 x=________.

2. 在 4 阶行列式中 $a_{11}a_{23}a_{34}a_{42}$ 的符号是________.

3. 若 $\mathrm{D}_n=|a_{ij}|=a$，那么 $\mathrm{D}=|-a_{ij}|=$ ________.

二．　计算题 （10’ x 3= 30’）

1.　计算行列式

（1） $D_1=\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$

（2） $D_2=\begin{vmatrix} x & y & y & y \\ z & x & y & y \\ z & z & x & y \\ z & z & z & x \end{vmatrix}$

（3） $D_3=\begin{vmatrix} a & b & b & b & b \\ b & a & b & b & b \\ b & b & a & b & b \\ b & b & b & a & b \\ b & b & b & b & a \end{vmatrix}$

（4）若 $D=\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ -1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 & 2 \end{vmatrix}$　　求 $A_{11}+A_{12}+A_{13}+A_{14}$

试卷名称　线性代数 第二章

班级　　　　　　　姓名　　　　　　　　学号　　　　　　　　　　　　成绩

一．　填空题 （5’ x 4=20’）

1. 已知 $A=\begin{pmatrix}1&0&1\\1&2&0\\-1&1&1\end{pmatrix},B=\begin{pmatrix}1&1\\3&0\\-1&1\end{pmatrix}$ 　则 $(AB)^T$ =________.

2. 若二阶方阵 A 满足 $A^2+2A+3E=0,$ 则 A 的逆矩阵为________.

3. 设 A 为三阶方阵， 且|A|=1， 则 $|(2A)^{-1}-5A^*|=$ ________.

4. 若 $A=\begin{pmatrix}0&0&1\\0&2&0\\3&0&0\end{pmatrix},$ ，那么 A^{-1} = ________.

二．　计算题 （10’ x 3= 30’）

（1）　已知 $AX-B=X$

其中 $A=\begin{pmatrix}3&1&2\\0&2&1\\0&0&2\end{pmatrix}$ 　$B=\begin{pmatrix}5&2\\2&0\\1&0\end{pmatrix}$ ， 求 X。

（2） 已知矩阵 A 和 B 是 3 阶矩阵，且满足 AB-2B=4A, 其中 $B=\begin{pmatrix}1&-2&0\\1&2&0\\0&0&2\end{pmatrix}$ ，求矩阵 A。

（3）求解下列矩阵方程 $\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix}X\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&1\\0&1&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&-4&3\\2&0&-1\\1&-2&0\end{pmatrix}$

（4）设方阵 A 满足 $A^2+A-4E=0,$ ，其中 E 为同阶单位矩，证明 A-E 可逆并求其逆矩阵。

试卷名称　线性代数 第三章

班级　　　　　　　姓名　　　　　　　学号　　　　　　　　　　　成绩

一．　填空题 （5’ x 4=20’）

1. 设 n 元线性方程去有无穷多解，且系数矩阵的秩为 r，则 r 和 n 的大小关系是_______.

2.已知方程组 $\begin{cases} x_1+x_2+x_3=0 \\ x_1+2x_2+3x_3=0 \\ 2x_1+3x_2+ax_3=0 \end{cases}$，有非零解，则常数 a 为_______.

3. 设 $\alpha=\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}$, $\beta=\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\end{pmatrix}$, $A=\alpha\beta$，则秩 R(A)为_______________.

4. 设 $A=\begin{pmatrix}1 & 1 & 1\\1 & -1 & 1\\1 & 1 & -1\end{pmatrix}$，则 AX=0 的通解是______________.

5. 若方程组 $\begin{cases} \lambda x_1+x_2=0 \\ 3x_1+\lambda x_2=0 \end{cases}$, 有非零解，那么 λ 为_______________.

二．　计算题 （10’ x 3= 30’）

1.求线性方程组 $\begin{cases} x_1+x_2+x_3=-2 \\ 3x_1+3x_2+3x_3+x_4=-6, \\ 2x_1+2x_2+2x_3=-4 \end{cases}$ 的通解。

2. 线性方程组 $\begin{cases} x_1-x_2+x_3=0 \\ x_1-ax_2+4x_3=b, \\ x_1-x_2+3x_3=5 \end{cases}$ 问 a，b 取何值时，方程组无解，有唯一解，

有无穷多解？在有无穷多解时，求通解

试卷名称　线性代数第四章

班级　　　　　　姓名　　　　　　学号　　　　　　　　　　成绩

一．　填空题　（5’ x 4=20’）

1.向量组 $\alpha_1=(1\quad 2\quad 3)^T$， $\alpha_2=(2\quad 3\quad 4)^T, \alpha_3=(4\quad 5\quad 6)^T$， 的秩 是________.

2.m 个 n 维向量组成的向量组，当 n ________ m 时一定线性相关。

3. 设 四元非齐次线性方程组 $Ax=b, r(A)=3$,其中$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 为其解向量，则方程组的通解为__________。

4.设向量 $\alpha_1=(1\quad 2\quad 3)^T$， $\alpha_2=(-1\quad 2\quad 3)^T$，则两向量的夹角$\langle\alpha_1,\alpha_2\rangle$ 是________.

二．　计算和证明

1. 设向量组线性方程组 $\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_s$ 为线性方程 Ax=0 的一个基础解系， 又

$$\beta_1=t_1\alpha_1+t_2\alpha_2, \beta_2=t_1\alpha_2+t_2\alpha_3, \cdots, \beta_s=t_1\alpha_s+t_2\alpha_1,$$

其中 t_1，t_2 为实数，试问 t_1，t_2 满足什么关系时，

$\beta_1, \beta_2, \cdots, \beta_s$ 为线性方程组 Ax=0 的一个基础解系。

2. 设向量组 $\alpha_1=(1\quad 2\quad 3)^T$， $\alpha_2=(2\quad -1\quad 1)^T$，

$$\alpha_3=(-1\quad -1\quad -2)^T, \alpha_4=(-2\quad 1\quad -1)^T,$$

求其极大线性无关组，并将其余向量用极大线性无关组线性表出。

试卷名称　线性代数第五章

班级　　　　　　　　姓名　　　　　　　　学号　　　　　　　　　　　　　　成绩

一．填空

1. 已知二次型 $f=x_1^2+x_2^2+2x_3^2+2\lambda x_1x_2$ 为正定二次型，则 λ 的取值范围是_____。

2. 若 3 元实二次型 $f(x_1,x_2,x_3)$ 的标准型是 $2y_1^2+4y_2^2-5y_3^2$，则其规范形是________________。

3. 设三阶矩阵 A 的特征值是 0,1,2，则 $|(A-3E)^{-1}|=$ ______________。

4. 设三阶矩阵的 3 个特征值为 1,2，-1，则 $\Phi(A)=A^3+2A+3E$ 的 3 个特征值为 ________。

5. 与向量 $\alpha=\begin{pmatrix}1 & 2 & -1\end{pmatrix},\beta=\begin{pmatrix}0 & 2 & -2\end{pmatrix}$ 都正交的单位向量为 ______________。

6. 已知向量 $\alpha=\begin{pmatrix}2 & a+1 & 1\end{pmatrix},\beta=\begin{pmatrix}a & 2 & -6\end{pmatrix}$ 正交，那么 a=____________。

二．

已知矩阵 $A=\begin{pmatrix}1 & -2 & -4\\ -2 & x & -2\\ -4 & -2 & 1\end{pmatrix}$ 与 $\Lambda=\begin{pmatrix}5 & 0 & 0\\ 0 & y & 0\\ 0 & 0 & -4\end{pmatrix}$ 相似，求 x,y 的值。

三．

已知二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=x_1^2+x_2^2+2x_3^2+2x_1x_2$，求正交变换 $x=Qy$ 把 $f(x_1,x_2,x_3)$ 化成标准形。

四．

设矩阵 $A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\ 2 & 1 & 3\\ 3 & 3 & 6\end{pmatrix}$ 求一个正交矩阵 Q，使得 $Q^{-1}AQ$ 成对角矩阵。

五．证明

设实对称矩阵 A 和 B 是相似矩阵，证明：存在正交矩阵 T，使得 $T^{-1}AT=B$。