

## Zufallsgröße, Wahrscheinlichkeitsverteilung und Erwartungswert

### Chuck-A-Luck

*Chuck-A-Luck* ist ein beliebtes Spiel bei Volksfesten, Wohltätigkeitsveranstaltungen und in vielen erstklassigen Casinos rund um die Welt. Es macht Spaß und ist leicht zu verstehen, deswegen spielen es Anfänger gern. Da diese Einfachheit aber auch erfahrene Spieler begeistert, und darüber hinaus hohe Gewinnauszahlungen bestehen, greifen viele Spieler immer wieder gerne auf dieses Spiel zurück.



In den USA wird das Glücksspiel *Chuck-A-Luck* wie folgt gespielt: Der Spieler leistet 1\$ Einsatz, darf sich eine der Zahlen 1,2,...,6 als Gewinnzahl wählen und dann drei Würfel werfen. Zeigt mindestens einer der Würfel seine Zahl, erhält er seinen Einsatz zurück und außerdem für jeden Würfel, der diese Zahl zeigt, noch zusätzlich einen Dollar. Erscheint seine Zahl nicht, so verfällt sein Einsatz.

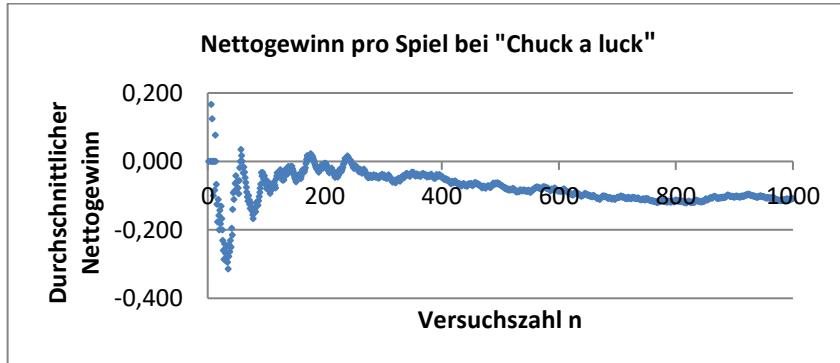
Ein Spieler wählt die Zahl 6.

#### Aufgabe 1:

- Führen Sie mit Ihrem Tischnachbarn jeweils zehnmal das Spiel durch und notieren Sie Ihre Gewinne und Verluste. Diskutieren Sie, wie „riskant“ das Spiel ist.
- In den folgenden Tabellen und Grafiken sehen Sie, wie sich der Nettogewinn bei 1000maliger Simulation verändert. Interpretieren Sie die Grafiken. Was bleibt gleich? Was ändert sich? Begründen Sie.

#### Simulation 1

k	-1	1	2	3
$h_{1000}(X=k)$	0,593	0,337	0,063	0,007



#### Simulation 2

k	-1	1	2	3
$h_{1000}(X=k)$	0,578	0,351	0,068	0,003



- Berechnen Sie jeweils den Nettogewinn pro Spiel mit Hilfe der beiden Tabellen.
- Schätzen Sie den Nettogewinn pro Spiel anhand der Grafiken.

**Zufallsgröße, Wahrscheinlichkeitsverteilung und Erwartungswert****Aufgabe 2:**

- a) Geben Sie das dem „chuck-a-luck“ zugrundeliegende Zufallsexperiment und die Ergebnismenge an.
- b) Untersuchen Sie, welche Auszahlungen möglich sind und mit welcher Wahrscheinlichkeit ein Spieler sie erhält.

**Aufgabe 3:**

- a) Geben Sie für das *Chuck-A-Luck* die Werte der zugehörigen Zufallsgröße  $X$  an.
- b) Geben Sie für das *Chuck-A-Luck* die zur Zufallsgröße  $X$  zugehörige Wahrscheinlichkeitsverteilung  $W$  an.
- c) Zeichnen Sie den Graphen von  $W$ .
- d) Begründen Sie, dass eine Wahrscheinlichkeitsverteilung  $W$  nie Funktionswerte kleiner als 0 und größer als 1 annimmt.

**Aufgabe 4:**

- a) Welchen theoretischen Gewinn kann ein Spieler im Mittel bei der Teilnahme am „*Chuck-A-Luck*“ erwarten?
- b) Bei Wikipedia erhält man folgende Informationen: „Zeigt ein Würfel die gesetzte Augenzahl, gewinnt der Spieler einfach; zeigen zwei Würfel die gesetzte Augenzahl, gewinnt der Spieler den doppelten Einsatz; zeigen alle drei Würfel die gesetzte Augenzahl, so gewinnt der Spieler den dreifachen Einsatz; zeigt kein Würfel die gesetzte Augenzahl, so ist der Einsatz verloren. Der Bankvorteil beträgt bei diesem Spiel 7,9%.“ Erklären Sie den Begriff Bankvorteil und überprüfen Sie diese Angabe.
- c) Ebenfalls bei Wikipedia findet sich folgende Information: „Manche Spielbanken zahlen im Fall, dass die gesetzte Augenzahl auf allen drei Würfeln erscheint, einen 12:1-Gewinn; der Bankvorteil reduziert sich so auf 3,7%.“ Überprüfen Sie auch diese Angabe.
- d) Ein Glücksspiel heißt **fair**, wenn der Erwartungswert des Gewinns null ist. Ändern Sie beim „*Chuck-a-Luck*“ die Auszahlung für den Fall, dass alle Würfel die gesetzte Augenzahl zeigen, so ab, dass das Spiel fair wird.

**Aufgabe 5:**

- a) Die Abbildung soll die Wirkungsweise der Zufallsgröße  $X$  aus der vorhergehenden Aufgabe verdeutlichen. Erklären Sie die Darstellung:

