Aufgabe 1:

Bestimme die Lagebeziehung der folgenden Ebenen zueinander.

$E_1\colon\ \vec{x} = \begin{pmatrix}1\\0\\2\end{pmatrix} + r\cdot\begin{pmatrix}1\\2\\4\end{pmatrix} + s\cdot\begin{pmatrix}5\\-5\\2\end{pmatrix},\ r\in R \wedge s\in R$ $E_2\colon\ \vec{x} = \begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix} + r\cdot\begin{pmatrix}2\\-1\\3\end{pmatrix} + s\cdot\begin{pmatrix}-1\\3\\-2\end{pmatrix},\ r\in R \wedge s\in R$

$E_3\colon\ \vec{x} = \begin{pmatrix}1\\0\\2\end{pmatrix} + \underset{k}{r}\cdot\begin{pmatrix}5\\-5\\8\end{pmatrix} + \underset{l}{s}\cdot\begin{pmatrix}1\\2\\1\end{pmatrix},\ r\in R \wedge s\in R$ $E_4\colon\ \vec{x} = \begin{pmatrix}-3\\7\\-5\end{pmatrix} + \underset{k}{r}\cdot\begin{pmatrix}2\\-1\\3\end{pmatrix} + \underset{l}{s}\cdot\begin{pmatrix}-1\\3\\-2\end{pmatrix},\ r\in R \wedge s\in R$

Aufgabe 2:

Erstelle eine Übersicht über die möglichen Lagebeziehungen zwischen zwei Ebenen anhand der Aufgabe 1.

	Ebene E_1 und Ebene E_3	Ebene E_3 und Ebene E_4	Ebene E_2 und Ebene E_4
Lösung mit *„solve“*	$r=l$ and $s=\frac{l}{2}$ and $k=\frac{l}{2}$	$r=\frac{k-l-3}{3}$ and $s=\frac{k+2\cdot l+3}{3}$	false, keine Lösung
Zugehöriges LGS	$1+r+5s = 1+5k+1l$ $\wedge\ 0+2r-5s = 0-5k+2l$ $\wedge\ 2+4r+2s = 2+8k+1l$	$1+5r+1s = -3+2k+-1\cdot l$ $0-5r+2s = 7+-1k+3l$ $2+8r+1s = -5+3k+-2l$	$1+2r+-1s = -3+2k+-1l$ $2+-1r+3s = 7+-1k+3l$ $3+3r+-2s = -5+3k+-2l$
Matrix für LGS	$\left[\begin{array}{cccc\|c}1&5&-5&-1&0\\2&-5&5&-2&0\\4&2&-8&-1&0\end{array}\right]$	$\left[\begin{array}{cccc\|c}5&1&-2&+1&-4\\-5&2&+1&-3&7\\8&1&-3&2&-7\end{array}\right]$	$\left[\begin{array}{cccc\|c}2&-1&-2&1&-4\\-1&3&1&-3&5\\3&-2&-3&2&-8\end{array}\right]$
Lösungsmatrix mit *„rref“*	$\left[\begin{array}{cccc\|c}1&0&0&-1&0\\0&1&0&\frac{-1}{2}&0\\0&0&1&\frac{-1}{2}&0\end{array}\right]$	$\left[\begin{array}{cccc\|c}1&0&\frac{-1}{3}&\frac{1}{3}&-1\\0&1&\frac{-1}{3}&\frac{-2}{3}&1\\0&0&0&0&0\end{array}\right]$	$\left[\begin{array}{cccc\|c}1&0&-1&0&0\\0&1&0&-1&0\\0&0&0&0&1\end{array}\right]$
Interpretation der Matrix	$r=l$ $s=\frac{l}{2}$ $k=\frac{l}{2}$	$r=\frac{1}{3}k-\frac{1}{3}l-1$ $s=\frac{1}{3}k+\frac{2}{3}l+1$ $0\cdot k = 0\cdot l$	$r=k$ $s=l$ nicht lösbar $0=1$
Geometrische Deutung	$\vec{x}=\begin{pmatrix}1\\0\\2\end{pmatrix}+l\cdot\begin{pmatrix}7\\-1\\10\end{pmatrix}$ Schnittgerade	unendlich viele Lösungen identisch	parallel/keine Lösung