Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Сибирский государственный университет геосистем и технологий»
(СГУГиТ)

ФИЗИКА

МЕХАНИКА. ЭЛЕКТРИЧЕСТВО. МАГНЕТИЗМ

Утверждено редакционно-издательским советом университета
в качестве практикума для обучающихся
по всем направлениям подготовки (уровень бакалавриата)
и специальностям (уровень специалитета)

Новосибирск
СГУГиТ
2019

УДК 53
Ф503

Авторский коллектив:
И. Н. Карманов, В. С. Корнеев, Д. С. Михайлова,
Д. М. Никулин, А. С. Сырнева, С. Л. Шергин

Рецензенты: доктор физико-математических наук, профессор НГТУ *В. Я. Костюченко*

доктор технических наук, доцент, СГУГиТ *В. С. Айрапетян*

Ф503 **Физика. Механика. Электричество. Магнетизм** [Текст] : практикум / И. Н. Карманов, В. С. Корнеев, Д. С. Михайлова, Д. М. Никулин, А. С. Сырнева, С. Л. Шергин ; под общ. ред. И. Н. Карманова. – Новосибирск : СГУГиТ, 2019. – 68 с.
ISBN 978-5-907052-80-2

Практикум подготовлен на кафедре физики СГУГиТ кандидатами технических наук, доцентами И. Н. Кармановым, В. С. Корнеевым, С. Л. Шергиным, Д. М. Никулиным, старшими преподавателемями Д. С. Михайловой, А. С. Сырневой.

Содержит описания пяти лабораторных работ: двух – по разделу «Механика», двух – по разделу «Электричество» и одной – по разделу «Магнетизм», выполняемых обучающимися в течение первого семестра изучения дисциплины «Физика». Текст каждой из лабораторных работ содержит краткое теоретическое введение, вопросы для допуска к работе, порядок проведения работы, контрольные вопросы.

Предназначен для обучающихся СГУГиТ всех направлений подготовки (уровень бакалавриата) и специальностей (уровень специалитета), для которых в учебном плане предусмотрена дисциплина «Физика»

Практикум рекомендован к изданию кафедрой физики СГУГиТ, Ученым советом Института оптики и оптических технологий СГУГиТ.

Печатается по решению редакционно-издательского совета СГУГиТ

УДК 53

ISBN 978-5-907052-80-2

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Настоящий лабораторный практикум по физике предназначен для обучающихся всех направлений и специальностей СГУГиТ, для которых в учебном плане предусмотрена дисциплина «Физика».

Лабораторный практикум включает в себя введение и описание пяти лабораторных работ, выполняемых обучающимися в течение одного семестра. Номера лабораторных работ в практикуме соответствует исторически сложившей общей нумерации работ на кафедре физики СГУГиТ.

Тексты лабораторных работ содержат краткое теоретическое введение, описание лабораторной установки и порядок проведения эксперимента, а также предусматривают перечень вопросов для самоподготовки и контроля знаний по изученным в ходе лабораторной работы темам.

Выполнение обучающимися каждой лабораторной работы, входящей в данный практикум, включает следующие этапы.

1. ***Теоретическая подготовка*** сводится к изучению соответствующих физических явлений и законов для ответа на вопросы для допуска и контрольные вопросы, изучению описания заданной лабораторной работы с целью ознакомления с методикой измерения и порядком выполнения работы. Подготовка проводится заранее, так как аудиторные занятия предназначены только для допуска к работе, проведения измерений, обработки результатов и защиты работы.

2. ***Допуск к работе*** заключается в проверке преподавателем готовности обучающихся к выполнению данной лабораторной работы. Обучающимся необходимо ответить на вопросы для допуска к работе, знать рабочие формулы и порядок выполнения данной лабораторной работы.

3. ***Наблюдения и измерения*** – главная часть эксперимента. Они требуют от обучающегося знания методов измерений, понимания принципа работы лабораторной установки, должного внимания и аккуратности при снятии отчетов и записи результатов измерений.

4. ***Обработка результатов измерений*** заключается в подстановке измеренных параметров в рабочие формулы и вычислении необходимых физических величин в единицах Международной системы единиц (СИ) и оценки погрешностей измерений.

5. ***Отчет о выполнении лабораторной работы*** оформляется индивидуально каждым обучающимся на отдельных листах формата А4 или на двойных листах в клетку.

Отчет должен содержать следующую информацию:

1) титульный лист (прил. 1);

2) цель работы;

3) приборы и принадлежности;

4) принципиальная схема или рисунок установки;

5) рабочие формулы;

6) таблица результатов измерений и вычислений с учетом математической обработки погрешностей;

7) графики зависимостей физических величин;

8) выводы по результатам работы.

6. ***Защита лабораторной работы*** сводится к устному или письменному изложению цели и порядка выполнения лабораторной работы, письменному или устному ответу на вопросы преподавателя, на контрольные вопросы и самостоятельному выводу рабочих формул, используемых в работе.

Обработка результатов измерений

В ходе выполнения лабораторных работ обучающиеся сначала проводят измерение физических величин, а затем вычисление и обработку результатов измерений.

Измерением физической величины называется операция сравнения этой величины с величиной, принятой за эталон. Различают два вида измерений: прямые и косвенные.

Прямыми называют измерения, при которых искомое значение измеряемой величины получают непосредственно, например, каким-либо прибором. Прямым или непосредственным образом можно измерить лишь некоторые физические величины, такие как длина, вес тела, промежутки времени, температура, напряжение, сила тока и др.

Косвенным называют измерение, когда искомое значение физической величины определяется на основании результатов прямых измерений других физических величин, функционально связанных с искомой величиной, например, определение мощности постоянного тока по формуле $P = IU$, или из графиков.

Измерения принципиально не могут быть абсолютно точными, а погрешности, возникающие в процессе измерений, делятся на систематические и случайные.

Систематические погрешности возникают вследствие неточности измерительных приборов, недостаточно разработанной методики эксперимента. Величина систематической погрешности одинакова во всех измерениях, проводимых одним и тем же методом, с помощью одних и тех же приборов и не зависит от количества проведенных измерений.

Случайные погрешности являются неизбежным следствием любых измерений и обусловлены: а) неточностью отсчетов по шкале приборов и инструментов; б) неидентичностью условий проведения экспериментов; в) беспорядочными изменениями внешних условий (температуры, давления, силового поля и т. д.), которые невозможно учесть заранее.

Величина случайной погрешности подчиняется, как правило, определенной закономерности. Закон нормального распределения случайных погрешностей впервые сформулировал К. Гаусс.

При обработке результатов измерений, число которых невелико, используется распределение Стьюдента. Необходимо отметить, что если число измерений 50 и более, то распределение Стьюдента переходит в нормальное распределение.

Если в результате n отдельных измерений некоторой физической величины x получен ряд значений этой величины $x_1, x_2, x_3, \ldots x_n$, то наиболее близким к действительному значению измеряемой величины будет $\langle x \rangle$ – среднее арифметическое значение n отдельных измерений:

$$\langle x \rangle = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}. \qquad \text{(В.1)}$$

Оценить степень приближения среднего арифметического значения $\langle x\rangle$ к действительному значению измеряемой величины можно по абсолютной погрешности измерений – Δx.

Зная абсолютную погрешность, можно указать доверительный интервал $\left[\langle x\rangle-\Delta x;\langle x\rangle+\Delta x\right]$, или $x=\langle x\rangle\pm\Delta x$, в котором находится истинное значение искомой величины x.

Величина доверительного интервала зависит от требуемой степени надежности измерений – α. Надежностью измерений называется вероятность того, что искомая величина попадает в указанный доверительный интервал. Надежность или доверительная вероятность обычно выражается в долях единицы либо в процентах.

Если выполнено n измерений некоторой физической величины x, средняя квадратичная погрешность σ_x определяется из следующего выражения:

$$\sigma_x=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-\langle x\rangle\right)^2}{n(n-1)}}. \tag{В.2}$$

Задача обработки результатов состоит в том, чтобы определить случайную погрешность измерений Δx по заданной заранее надежности измерений α

$$\Delta x=\pm\tau_S(\alpha,n)\sigma_x, \tag{В.3}$$

где $\tau_S(\alpha,n)$ – коэффициент Стьюдента, численное значение которого при заданных значениях α и n можно определить из справочных таблиц (прил. 2).

Таким образом, устанавливается следующий порядок обработки результатов:

1) вычисление среднего арифметического значения $\langle x\rangle$ по формуле (В.1);

2) вычисление средней квадратичной погрешности σ_x по формуле (B.2);

3) определение коэффициента Стьюдента $\tau_S(\alpha, n)$ с учетом числа измерений n и заданной надежности α;

4) расчет случайной погрешности Δx по формуле (B.3).

1. Лабораторная работа № 1

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СКОРОСТИ ПУЛИ ПРИ ПОМОЩИ БАЛЛИСТИЧЕСКОГО МАЯТНИКА

Цель работы

Определить скорость пули, используя законы сохранения импульса и механической энергии.

Приборы и принадлежности:

1) баллистический маятник;
2) пружинный пистолет;
3) отсчетная шкала;
4) набор пуль;
5) линейка.

Подготовка к работе

По лекциям и приведенному ниже списку литературы изучите следующие вопросы:

1) законы Ньютона;
2) понятие импульса системы, закон сохранения импульса;
3) консервативные и неконсервативные силы;
4) понятие энергии, закон сохранения механической энергии.

Вопросы для допуска к работе

1. Дайте определение импульса тела, импульса системы тел.
2. Запишите основной закон динамики поступательного движения.
3. Какие силы называются внешними, а какие – внутренними?
4. Какая система называется замкнутой?
5. Какие силы называются консервативными, какие – неконсервативными?

6. Сформулируйте закон сохранения импульса для одного тела и для системы тел.

7. Дайте понятия потенциальной энергии, кинетической энергии и полной механической энергии.

8. При каких условиях сохраняется полная механическая энергия системы?

Теоретическое введение.
Законы Ньютона

В основе классической динамики лежат три закона Ньютона.

Законы Ньютона справедливы только для инерциальных систем отсчета.

Инерциальная система отсчета – это система отсчета, в которой тела, не подверженные воздействию других тел, движутся прямолинейно и равномерно или покоятся.

Первый закон Ньютона

Всякое тело находится в состоянии покоя или равномерного и прямолинейного движения, пока воздействие со стороны других тел не заставит его изменить это состояние.

Второй закон Ньютона

Второй закон Ньютона называют основным законом динамики поступательного движения. Он формулируется так: скорость изменения импульса тела равна действующей на тело результирующей силе

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i. \qquad (1.1)$$

Сила $\vec{F} = \sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i$ – векторная сумма всех сил, действующих на данное тело со стороны других тел; $\vec{p} = m\vec{v}$ – импульс тела.

В частном случае, при $m = \text{const}$, второй закон Ньютона может быть записан в следующем виде:

$$\vec{F} = m\vec{a},$$

где $\vec{a}$ – ускорение тела.

Третий закон Ньютона

Силы, с которыми взаимодействуют два тела, равны по модулю и противоположны по направлению.

Подчеркнем, что эти силы приложены к разным телам (рис. 1.1).

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

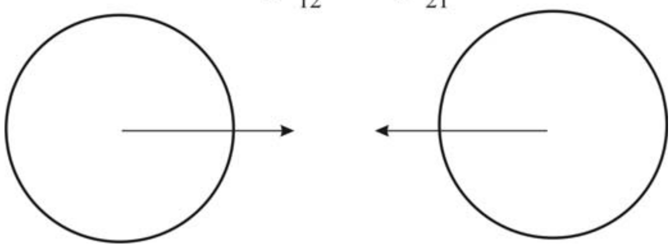


Рис. 1.1. Взаимодействие двух тел

Закон сохранения импульса

Используя второй и третий законы Ньютона, можно получить закон сохранения импульса.

Рассмотрим систему из n тел. К каждому из тел можно применить второй закон Ньютона (1.1). В правой части этого уравнения стоит результирующая сила, действующая на тело. Среди сил различают внутренние и внешние силы.

Внутренними силами называются силы, действующие на тела системы со стороны других тел этой системы.

Внешними называются силы, действующие на тела системы со стороны других тел, не входящих в систему.

Если уравнение (1.1) записать для каждого тела, входящего в рассматриваемую систему из n тел, то получим систему из n уравнений. Если сложить левые и правые части этих уравнений, получим уравнение, которое представляет собой в левой части сумму производных импульсов тел по времени, а в правой части – сумму всех сил, действующих на тела системы. По третьему закону Ньютона, сумма внутренних сил равна нулю. Если система замкнута (внешние силы отсутствуют), или внешние силы компенсируют друг друга, то векторная сумма внешних сил равна нулю, следовательно:

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{d\vec{p}_i}{dt} = 0,$$

а поскольку сумма производных равна производной от суммы, то

$$\frac{d}{dt} \sum_{i=1}^{n} \vec{p}_i = 0.$$

Введем понятие импульса системы как векторную сумму импульсов всех тел, входящих в эту систему

$$\vec{P} = \sum_{i=1}^{n} \vec{p}_i.$$

Тогда производная по времени от импульса системы равна нулю, т. е.

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = 0.$$

Отсюда следует, что $\vec{P} = \text{const}$.

Таким образом, закон сохранения импульса формулируется так: *импульс системы сохраняется тогда и только тогда, когда векторная сумма внешних сил, действующих на тела системы, равна нулю.*

Консервативные и неконсервативные силы

В механике рассматриваются консервативные и неконсервативные силы. Консервативными называются силы, работа которых не зависит от траектории, а определяется только начальным и конечным положением материальной точки. Силы, не обладающие таким свойством, называются неконсервативными.

Например, сила тяжести и упругая сила – это консервативные силы, а сила трения – неконсервативная сила.

Энергия. Закон сохранения механической энергии

В классической механике рассматривают энергию двух видов: кинетическую и потенциальную.

Кинетической энергией $W_\text{К}$ называется энергия, которой тело обладает вследствие своего движения. Она зависит от скорости и в классической механике (при скоростях, малых по сравнению со скоростью света в вакууме) для поступательно движущегося тела вычисляется по следующей формуле:

$$W_\text{К} = \frac{mv^2}{2}.$$

Потенциальная энергия $W_\text{П}$ – это энергия, обусловленная взаимным расположением тел или их частей. Она зависит от координат тела и определяется следующим образом.

Потенциальная энергия – это функция координат, разность значений которой в двух точках равна работе консервативной силы, совершаемой при перемещении тела из одной точки в другую

$$W_\text{П1} - W_\text{П2} = A_{1\to 2}.$$

Подчеркнем, что понятие потенциальной энергии имеет смысл только для консервативного поля сил!

Между потенциальной энергией тела в поле консервативной силы и самой силой существует связь (вытекающая из приведенного выше определения): *минус градиент потенциальной энергии в каждой точке пространства равен вектору силы, действующей на тело*

$$-\text{grad}\, W_\text{П} = \vec{F}.$$

Важно помнить, что абсолютное значение потенциальной энергии имеет смысл, только если задано начало ее отсчета. В качестве примера приведем выражение для потенциальной энергии тела, поднятого в однородном поле силы тяжести на высоту h

$$W_{\Pi} = mgh\,.$$

Полная механическая энергия равна сумме кинетической и потенциальной энергий

$$W = W_{\text{K}} + W_{\Pi}\,.$$

Полная механическая энергия системы тел сохраняется, если силы, действующие на тела системы, консервативны. Это утверждение и представляет собой закон сохранения полной механической энергии.

Если же в системе есть неконсервативные силы (типа сил трения), работа которых, как правило, отрицательна, то механическая энергия системы будет убывать, переходя в тепло

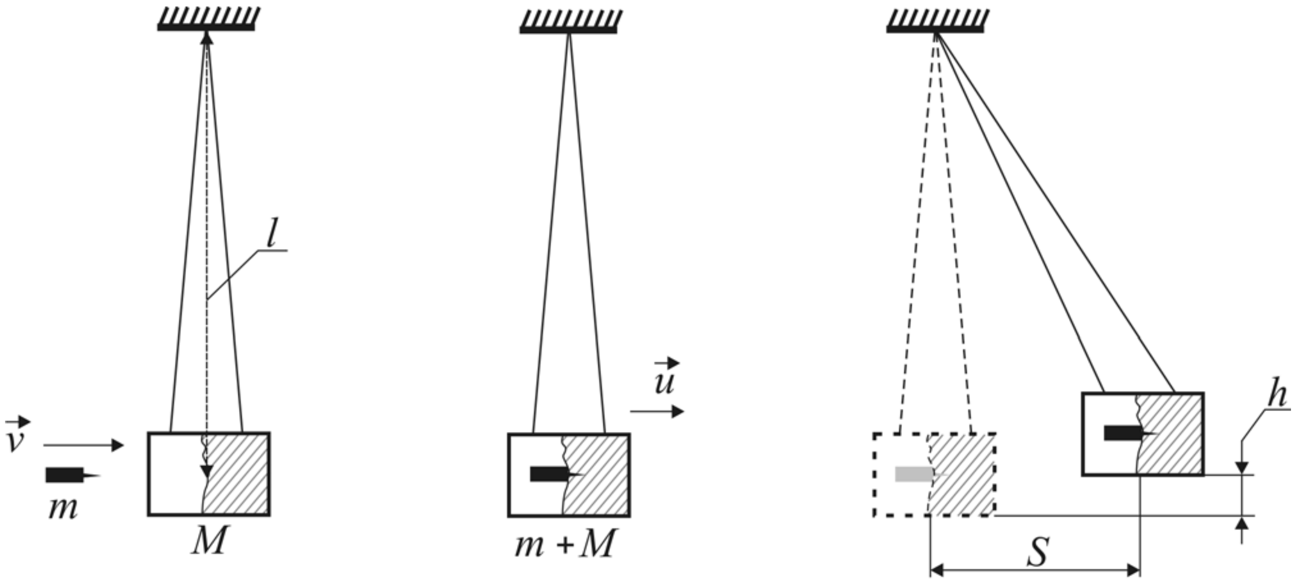
$$W_1 - W_2 = Q_{1\to 2}\,.$$

В данной работе для определения скорости пули используется баллистический маятник. Баллистический маятник – это массивное тело, подвешенное на длинных нитях. В лабораторной работе этим телом является полый металлический цилиндр, частично заполненный пластилином. Обозначим массу этого цилиндра буквой M. В цилиндр стреляют из пружинного пистолета пулей массой m. Пуля, летящая со скоростью v, попадает в цилиндр баллистического маятника и застревает в пластилине. Цилиндр маятника, висевший неподвижно, получает вследствие удара пули некоторый импульс и отклоняется от положения равновесия. Законы сохранения импульса и энергии позволяют связать скорость пули v с максимальным отклонением маятника. На рис. 1.2 изображена система «пуля – маятник» в трех важных для установления этой связи состояниях.

Состояние 1 – пуля вылетела из пистолета, но еще не долетела до цилиндра. Цилиндр неподвижен.

Состояние 2 – пуля попала в цилиндр, цилиндр вместе с пулей начали движение со скоростью *u*, отклонение маятника приближенно равно нулю.

Состояние 3 – маятник отклонился на максимальный угол.



1 — $\vec{p}_1 = m\vec{v}$, $W_1 = \dfrac{mv^2}{2} = W_{\text{К}1}$

2 — $\vec{p}_2 = (m+M)\vec{u}$, $W_2 = \dfrac{(m+M)u^2}{2} = W_{\text{К}2}$

3 — $\vec{p}_3 = 0$, $W_3 = (m+M)gh = W_{\text{П}}$

Рис. 1.2. Импульс и механическая энергия маятника в трех состояниях

В процессе перехода системы из первого состояния во второе (процесс 1–2) сохраняется проекция полного импульса системы на горизонтальную ось, так как в момент удара горизонтальных внешних сил нет (сопротивлением воздуха пренебрегаем). Таким образом, горизонтальная проекция полного импульса системы до попадания пули в маятник $p_1 = mv$ будет равна горизонтальной проекции полного импульса системы $p_2 = (m+M)u$ сразу после попадания пули в маятник

$$mv = (m+M)u. \tag{1.2}$$

Таким образом, закон сохранения импульса связывает состояние 1 и состояние 2. Полная механическая энергия системы «пуля – маятник» в процессе 1–2 не сохраняется, так как при движении пули в пластилине действуют неконсервативные силы (силы трения и силы, возникающие при неупругой деформации пластилина).

Убыль механической энергии равна работе неконсервативных сил и, в конечном итоге, выделившемуся в системе теплу

$$Q = \frac{mv^2}{2} - \frac{(m+M)u^2}{2}. \qquad (1.3)$$

В процессе 2–3 (перехода из второго состояние в третье) неконсервативные силы отсутствуют (сопротивлением воздуха и трением в подвесе можно пренебречь), поэтому к процессу 2–3 можно применить закон сохранения полной механической энергии

$$W_2 = W_3,$$

где $W_2 = \frac{(m+M)u^2}{2}$ – полная механическая энергия системы «пуля – маятник» в состоянии 2;

$W_3 = (m+M)gh$ – полная механическая энергия системы «пуля – маятник» в состоянии 3.

Приравнивая W_2 и W_3, получим

$$\frac{(m+M)u^2}{2} = (m+M)gh.$$

После сокращения на $(m+M)$ и очевидных преобразований имеем

$$u = \sqrt{2gh}. \qquad (1.4)$$

Таким образом, равенства (1.2) и (1.4) связывают между собой первое и третье состояние. Исключая из них скорость маятника u, получим

$$v = \frac{m+M}{m}\sqrt{2gh}. \qquad (1.5)$$

Высоту подъема h маятника измерить труднее, чем горизонтальное смещение S (см. рис. 1.2), поэтому выразим эту величину через S и l, которые можно легко измерить (l – длина подвеса маятника). Пусть φ – угол отклонения маятника от вертикали, тогда

$$h = l - l\cos\varphi = l(1-\cos\varphi) = 2l\sin^2\frac{\varphi}{2}.$$

Если $l >> S$, то $\sin\frac{\varphi}{2} \approx \frac{\varphi}{2} \approx \frac{S}{2l}$,

тогда $h = \frac{S^2}{2l}$.

Следовательно, можно получить рабочую формулу для определения скорости пули

$$v = \frac{m+M}{m} S \sqrt{\frac{g}{l}}. \qquad (1.6)$$

Здесь g = 9,81 м/с^2 – ускорение свободного падения.

В процессе любого измерения за счет различных воздействий неизбежно появляются ***случайные ошибки.***

Среднее значение скорости пули рассчитываем по формуле

$$< v >= \frac{\sum_{i=1}^{n} v_i}{n}, \qquad (1.7)$$

где n – число экспериментов, выполненных при одинаковых значениях начальных параметров;

v_i – значение скорости, рассчитанное для каждого такого эксперимента.

Среднеквадратичная погрешность для скорости σ_v вычисляется по формуле

$$\sigma_v = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(v_i - < v >)^2}{n(n-1)}}. \qquad (1.8)$$

Порядок выполнения работы

1. Измерьте длину подвеса маятника (расстояние по вертикали от центра цилиндра маятника до горизонтальной прямой, проходящей через точки, в которых крепится нить), значение массы маятника указано на цилиндре.

2. Отметьте по шкале отсчетной линейки положение указателя x_0 при неподвижном маятнике.

3. Оттяните поршень пистолета до конца, тем самым его зафиксировав. Вставьте пулю в ствол пистолета до упора таким образом, чтобы острый ее конец был обращен к маятнику.

4. Произведите выстрел из пистолета, для чего опустите курок вниз. Определите положение указателя x при максимальном отклонении маятника. Найдите смещение цилиндра $S = x - x_0$.

5. Опыт произведите три раза. Перед повторными выстрелами систему необходимо привести в исходное положение (т. е. выстрел производить по неподвижно висящему маятнику).

6. Повторите пункты 1–5 с пулями другой массы.

7. Вычислите скорость пули по формуле (1.6).

8. Результаты измерений и расчетов занесите в табл. 1.1.

9. Вычислите погрешности измерений.

10. Сформулируйте и запишите вывод по данной лабораторной работе.

Контрольные вопросы

1. Изобразите лабораторную установку в трех важных для вывода рабочей формулы состояниях.

2. Под каждым рисунком напишите формулы для полного импульса и полной энергии системы «пуля – маятник» в соответствующем состоянии.

3. Что называется полным импульсом системы? При каком условии полный импульс системы сохраняется? В каком из процессов нашей лабораторной работы полный импульс сохраняется?

4. Что называется полной механической энергией системы? При каком условии полная механическая энергия системы сохраняется? В каком

из процессов нашей лабораторной работы полная механическая энергия сохраняется?

5. Используя ответы на предыдущие вопросы, выведите формулу, связывающую скорость пули с высотой поднятия маятника.

Таблица 1.1

<table>
<tr><td colspan="10">Масса маятника М = кг, длина подвеса l = м</td></tr>
<tr><td>№ пули</td><td>масса пули</td><td>№ выстрела</td><td>x_0, мм</td><td>x, мм</td><td>S, м</td><td>v_i, м/с</td><td>$\langle v\rangle$, м/с</td><td>Δv, м/с</td><td>σ, м/с</td></tr>
<tr><td rowspan="3">1</td><td rowspan="3"></td><td>1</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td rowspan="3"></td><td></td><td rowspan="3"></td></tr>
<tr><td>2</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>3</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="3">2</td><td rowspan="3"></td><td>1</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td rowspan="3"></td><td></td><td rowspan="3"></td></tr>
<tr><td>2</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>3</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="3">3</td><td rowspan="3"></td><td>1</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td rowspan="3"></td><td></td><td rowspan="3"></td></tr>
<tr><td>2</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>3</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

Список литературы

1. Тюшев А. Н., Вылегжанина В. Д. Курс лекций по физике. Ч. 1. Механика : учеб. пособие. – Новосибирск : СГГА, 2011. – 144 с.

2. Трофимова Т. И. Курс физики : учеб. пособие. – М. : Академия, 2015. – 560 с.

3. Савельев И. В. Курс общей физики. В 3 т. Т. 1. Механика. Молекулярная физика [Электронный ресурс] : учеб. пособие. – СПб. : Лань, 2016. – 436 с. – Режим доступа : http://e.lanbook.com/books/ element.php?pl1_id=71760.

2. Лабораторная работа № 2
ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТА ИНЕРЦИИ МАЯТНИКА ОБЕРБЕКА

Цель работы

Изучить зависимость момента инерции маятника Обербека от расположения масс на стержнях, используя закон сохранения энергии, и определить момент инерции маятника.

Приборы и принадлежности:

1) маятник Обербека;
2) набор грузов;
3) штангенциркуль;
4) линейка;
5) секундомер.

Подготовка к работе

По лекциям и приведенному ниже списку литературы изучите следующие вопросы:

1) кинематика вращательного движения (величины и их размерности);
2) момент инерции твердого тела относительно оси вращения;
3) кинетическая энергия вращающегося твердого тела;
4) основное уравнение динамики вращательного движения;
5) теорема Штейнера.

Вопросы для допуска к работе

1. Дайте определения угловой скорости и углового ускорения.
2. Запишите основное уравнение динамики вращательного движения.
3. Сформулируйте закон сохранения момента импульса.
4. Сформулируйте определения следующих величин: момент импульса, момент инерции, момент силы.
5. Сформулируйте теорему Штейнера.

Теоретическое введение
Понятия момента силы и момента импульса

Из опыта известно, что результат действия силы на тело, имеющее конечные размеры, зависит не только от величины и направления силы, но и от места (точки), к которому она приложена. ***Моментом силы*** $\vec{F}$ относительно неподвижной точки O (начала координат) называется вектор $\vec{M}$, определяемый векторным произведением (рис. 2.1)

$$\vec{M} = \left[\vec{r}, \vec{F}\right], \tag{2.1}$$

где $\vec{r}$ – радиус-вектор, проведенный от точки O к точке приложения силы (точка A на рис. 2.1).

Как всякое векторное произведение, момент силы перпендикулярен обоим образующим его сомножителям, т. е. векторам $\vec{r}$ и $\vec{F}$, а значит и плоскости, в которой они лежат, и направлен по правилу правого винта («буравчика»). При этом величина (модуль) вектора момента силы определяется по формуле

$$M = rF\sin\alpha, \tag{2.2}$$

где α – угол между векторами $\vec{r}$ и $\vec{F}$.

Из рис. 2.1 видно, что расстояние от точки O до прямой, вдоль которой действует сила $\vec{F}$,

$$l = r\sin\alpha. \tag{2.3}$$

Это расстояние часто называют «плечом» силы $\vec{F}$ и говорят, что «момент равен силе, умноженной на плечо», так как получается, что $M = Fl$.

Заметим, что момент силы относительно точки равен нулю не только, если сила приложена прямо к этой точке (когда $\vec{r} = 0$), но и если прямая, вдоль которой действует сила, проходит через эту точку (тогда $\vec{r} \parallel \vec{F}$, $\alpha = 0$ и $l = 0$).

Совершенно аналогично определяется ***момент импульса*** материальной точки относительно неподвижной точки O (рис. 2.2)

$$\vec{L} = [\vec{r}, \vec{p}]. \tag{2.4}$$

где $\vec{r}$ – радиус-вектор материальной точки;

$\vec{p}$ – ее импульс.

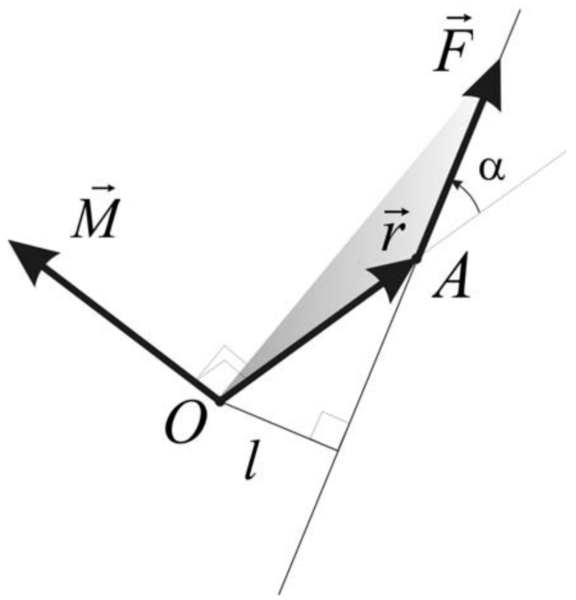


Рис. 2.1. Момент силы $\vec{F}$ относительно точки O

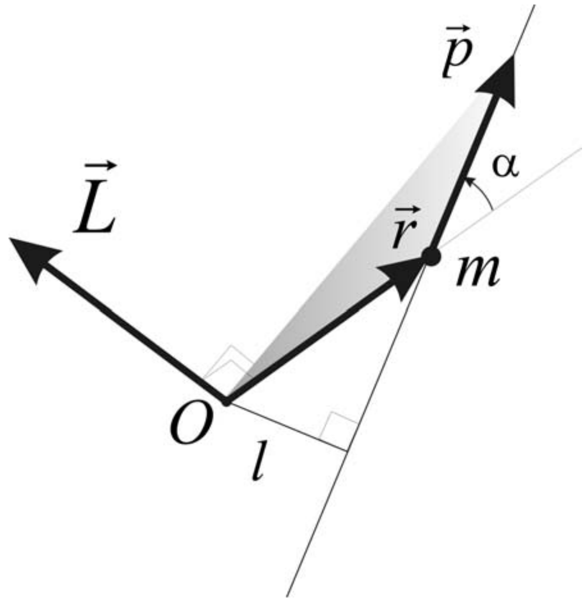


Рис. 2.2. Момент импульса материальной точки m относительно точки O

Если вспомнить определение импульса

$$\vec{p} = m\vec{v}, \tag{2.5}$$

где m – масса точки;

$\vec{v}$ – ее скорость,

получим

$$\vec{L} = m[\vec{r}, \vec{v}]. \tag{2.6}$$

Вектор момента импульса материальной точки перпендикулярен радиусу-вектору и вектору скорости точки, а значит и плоскости, в которой они лежат, направлен по правилу правого винта («буравчика»). Его величина (модуль) определяется по формуле

$$L = rp\sin\alpha = rmv\sin\alpha = lmv, \tag{2.7}$$

где α – угол между векторами $\vec{r}$ и $\vec{p}$, то есть между радиусом-вектором и касательной к траектории точки.

Основное уравнение динамики вращательного движения

Между моментом силы, действующим на тело, и моментом импульса тела существует фундаментальная связь. Дифференцируя момент импульса материальной точки по времени в соответствии с формулой производной произведения, получаем

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\left[\vec{r},\vec{p}\right]\right) = \left[\frac{d\vec{r}}{dt},\vec{p}\right] + \left[\vec{r},\frac{d\vec{p}}{dt}\right]. \tag{2.8}$$

Но, по определению скорости тела $\vec{v}$

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v}, \tag{2.9}$$

а по второму закону Ньютона

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \sum_i \vec{F}_i, \tag{2.10}$$

где $\sum\limits_i \vec{F}_i$ – векторная сумма всех сил, действующих на нашу точку.

Таким образом, имеем

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \left[\vec{v},\vec{p}\right] + \left[\vec{r},\sum_i \vec{F}_i\right]. \tag{2.11}$$

Но векторы скорости и импульса точки всегда параллельны друг другу, поэтому всегда $\left[\vec{v},\vec{p}\right]=0$! Второе же слагаемое в правой части уравнения (2.11) есть векторная сумма моментов всех сил (см. (2.1))

$$\left[\vec{r},\sum_i \vec{F}_i\right]=\sum_i\left[\vec{r},\vec{F}_i\right]=\sum_i \vec{M}_i.$$

Остается признать, что

$$\frac{d\vec{L}}{dt}=\sum_i \vec{M}_i, \tag{2.12}$$

то есть *скорость изменения момента импульса точки равна результирующему моменту сил.* Это и есть основное уравнение динамики вращательного движения. Сравните с вторым законом Ньютона (2.10)!

Закон сохранения момента импульса

Используя уравнение (2.12) и третий закон Ньютона, можно получить закон сохранения момента импульса.

Рассмотрим систему из n материальных точек. Для каждой из точек можно записать свое уравнение (2.12). Мы получим систему из n таких уравнений. Если сложить левые и правые части этих уравнений, то получим уравнение, в левой части которого стоит сумма производных моментов импульса всех тел по времени, а в правой части – сумма всех моментов сил, действующих на все тела системы:

$$\sum_i \frac{d\vec{L}_i}{dt}=\sum_{i,j}\vec{M}_{ij}.$$

Напоминаем, что среди сил различают внутренние и внешние. Из третьего закона Ньютона следует, что в любой системе равна нулю не только векторная сумма всех внутренних сил, но и векторная сумма их моментов. Это становится понятно, если вспомнить, что внутренние силы всегда возникают парами. Силы в такой паре не только одинаковы по величине и противоположны по направлению, но и действуют вдоль одной прямой, а значит, имеют одинаковое плечо. Это приводит к тому, что их моменты также будут одинаковы по величине, но противоположны по направлению и в сумме дадут нуль. Поэтому, как и в случае с законом сохранения импульса, нас интересуют только внешние силы

$$\sum_i \frac{d\vec{L}_i}{dt} = \sum_{i,j} \vec{M}_{ij\,\text{внеш.}}$$

Если векторная сумма моментов внешних сил, стоящая в правой части этого равенства, равна нулю (так будет, если система замкнута, то есть внешние силы отсутствуют, либо действие моментов внешних сил взаимно компенсируется), то

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{d\vec{L}_i}{dt} = 0,$$

а поскольку сумма производных равна производной от суммы, то

$$\frac{d}{dt}\sum_{i=1}^{n} \vec{L}_i = 0.$$

Введем понятие момента импульса системы как векторную сумму моментов импульсов всех тел, входящих в эту систему

$$\vec{L} = \sum_{i=1}^{n} \vec{L}_i.$$

Тогда производная по времени от момента импульса системы равна нулю, т. е.

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = 0.$$

Отсюда следует, что $\vec{L} = \text{const}$, то есть момент импульса системы не изменяется.

Таким образом, закон сохранения момента импульса формулируется так: *момент импульса системы остается постоянным тогда и только тогда, когда векторная сумма моментов внешних сил, действующих на систему, равна нулю.*

Момент силы относительно оси и момент импульса относительно оси

Уравнение (2.12) – векторное. Также как и (2.10), оно верно в проекциях на любую координатную ось, а значит, в нашем трехмерном пространстве оно равносильно системе из трех независимых скалярных уравнений

$$\begin{cases} \dfrac{dL_x}{dt} = \sum\limits_i M_{xi}, \\ \dfrac{dL_y}{dt} = \sum\limits_i M_{yi}, \\ \dfrac{dL_z}{dt} = \sum\limits_i M_{zi}; \end{cases}$$

где L_x, L_y, L_z, – проекции вектора момента импульса тела на оси координат x, y и z соответственно;

$\sum\limits_i M_{xi}$ – алгебраическая сумма проекций моментов сил на ось x и т. п.

Проекцию вектора момента силы на некоторую ось называют моментом силы относительно этой оси (например: M_z – «момент силы относительно оси z»).

Аналогично, проекцию вектора момента импульса тела на некоторую ось называют моментом импульса тела относительно этой оси (например: L_z – «момент импульса тела относительно оси z»).

Обратите внимание: момент относительно оси – это уже не вектор, а число, которое может быть как положительным, так и отрицательным.

Таким образом, *скорость изменения момента импульса тела относительно некоторой оси равна алгебраической сумме моментов сил относительно данной оси.*

Вращение твердого симметричного тела вокруг неподвижной оси

Тело, которое при движении не деформируется, т. е. сохраняет свою форму и размеры, называется абсолютно твердым телом. У такого тела расстояние между любыми двумя точками со временем не меняется.

Кинетическая энергия твердого тела, вращающегося вокруг оси z, вычисляется по формуле

$$W_к = \frac{I_z \omega^2}{2}, \tag{2.13}$$

где I_Z – ***момент инерции*** тела относительно оси вращения;

ω – угловая скорость вращения.

Моментом инерции тела относительно оси z называется скалярная величина

$$I_Z = \sum_{i=1}^{N} \Delta m_i \cdot r_i^2.$$

Здесь считается, что мы мысленно разбили тело на очень большое число N очень маленьких кусочков, каждый из которых можно считать материальной точкой, при этом:

– Δm_i – масса i-го кусочка;

– r_i – расстояние от i-го кусочка до оси z.

На самом деле, момент инерции тела относительно оси z есть тройной интеграл, вычисляемый по всему объему тела

$$I = \iiint\limits_V \rho(x, y, z)(x^2 + y^2) dxdydz,$$

где $\rho(x, y, z)$ – плотность тела, в общем случае зависящая от декартовых координат x, y, z.

Момент инерции – величина аддитивная, то есть момент инерции системы из N тел относительно оси равен сумме моментов инерции всех тел системы относительно той же оси:

$$I_Z = \sum_{i=1}^{N} I_{Zi}.$$

Момент инерции материальной точки относительно оси z, очевидно, равен

$$I_Z = mr^2,$$

где m – масса материальной точки;

r – расстояние от точки до данной оси.

Формулы для вычисления моментов инерции простейших симметричных абсолютно твердых тел приведены в табл. 2.1.

Таблица 2.1

Тело	Параметры тела	Ось z, относительно которой вычислен момент инерции	Момент инерции
Тонкий однородный стержень	m – масса; l – длина	Ось, проходящая перпендикулярно к стержню через его середину	$I_z = \frac{1}{12}ml^2$
		Ось, проходящая перпендикулярно к стержню через его конец	$I_z = \frac{1}{3}ml^2$
Тонкий обруч	m – масса; R – радиус	Ось, проходящая через центр перпендикулярно плоскости обруча	$I_z = mR^2$
Полый тонкостенный цилиндр	m – масса; R – радиус	Ось цилиндра	$I_z = mR^2$
Диск	m – масса; R – радиус	Ось, проходящая через центр перпендикулярно плоскости диска	$I_z = \frac{1}{2}mR^2$
Сплошной цилиндр	m – масса; R – радиус	Ось цилиндра	$I_z = \frac{1}{2}mR^2$
Сплошной шар	m – масса; R – радиус	Любая ось, проходящая через центр	$I_z = \frac{2}{5}mR^2$

При вычислении моментов инерции часто используется ***теорема Штейнера***

$$I_{O'} = I_O + ma^2, \tag{2.14}$$

где I_O – момент инерции тела относительно оси O, проходящей через центр масс тела;

$I_{O'}$ – момент инерции тела относительно параллельной оси O', не проходящей через центр масс;

m – масса тела;

a – расстояние между осями O и O'.

В случае, если твердое тело вращается вокруг оси z, его момент импульса относительно этой оси можно вычислить по формуле

$$L_z = I_z \omega,$$

где ω – угловая скорость вращения тела.

Можно показать, что при вращении тела вокруг неподвижной оси под действием силы элементарная работа силы определяется скалярным произведением вектора момента силы $\vec{M}$ на вектор угла поворота тела $d\vec{\varphi}$

$$dA = \vec{M} \cdot d\vec{\varphi} = M_z d\varphi,$$

где M_z – момент силы относительно оси вращения.

Следовательно, при повороте на конечный угол φ

$$A = \int_0^{\varphi} M_z d\varphi,$$

а если момент силы постоянен $(M_z = \text{const})$, то

$$A = M_z \varphi. \qquad (2.15)$$

Экспериментальная установка и метод измерения

На рис. 2.3 представлен маятник Обербека, состоящий из двух стержней и шкива радиусом R, закрепленных на горизонтальной оси вращения. По стержням могут перемещаться и симметрично закрепляются в нужном положении два (по одному на каждом стержне) груза одинаковой массы.

На шкив наматывается нить, к концу которой крепится платформа с грузом. Примем массу платформы m_1, а массу груза m_2, в результате общая масса $m = m_1 + m_2$.

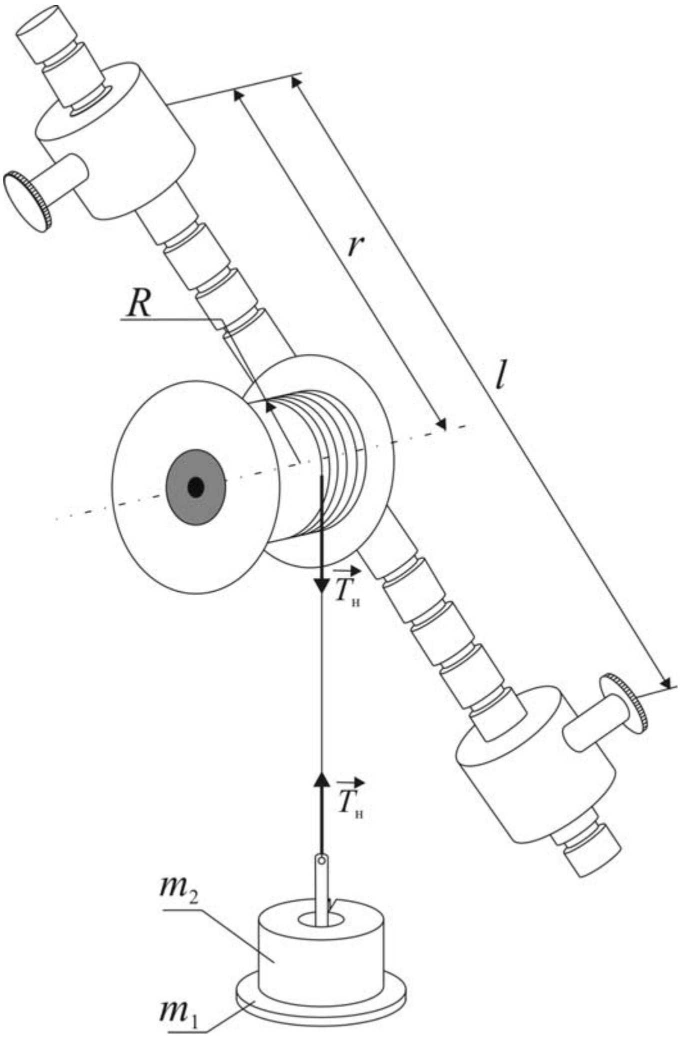


Рис. 2.3. Маятник Обербека

Если груз m поднять, намотав нить на шкив, на некоторую высоту h_1 и отпустить, то груз придет в движение, а сила натяжения $\vec{T}_н$ разматывающейся со шкива нити создаст вращающий момент сил $\vec{M}$. При симметричном расположении грузов на крестовине можно считать, что действующая на маятник сила тяжести приложена к точке на оси вращения, а значит ее момент относительно этой оси равен нулю.

На рис. 2.4 представлены три основных состояния маятника Обербека. Пусть в начальный момент времени ($t = 0$) неподвижная платформа с грузом находится на высоте h_1. Полная механическая энергия груза будет определяться потенциальной энергией

$$W_1 = mgh_1. \tag{2.16}$$

При движении груза потенциальная энергия переходит в кинетическую энергию платформы с грузом и кинетическую энергию вращения маятника. В момент времени t_1, когда платформа с грузом подходит к нижнему положению, механическая энергия системы «маятник Обербека и платформа с грузом» равна

$$W_2 = \frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2}, \tag{2.17}$$

где $\frac{mv^2}{2}$ – кинетическая энергия поступательного движения платформы с грузом;

$\frac{I\omega^2}{2}$ – кинетическая энергия вращения маятника Обербека;

I – момент инерции маятника относительно оси вращения;

ω – угловая скорость вращения;

v – скорость движения платформы с грузом.

В крайнем нижнем положении (когда нить полностью размотана) груз с платформой меняет направление скорости на противоположное. При этом мы полагаем, что модуль скорости, а значит и кинетическая энергия платформы с грузом не меняется, так как считаем нить абсолютно упругой.

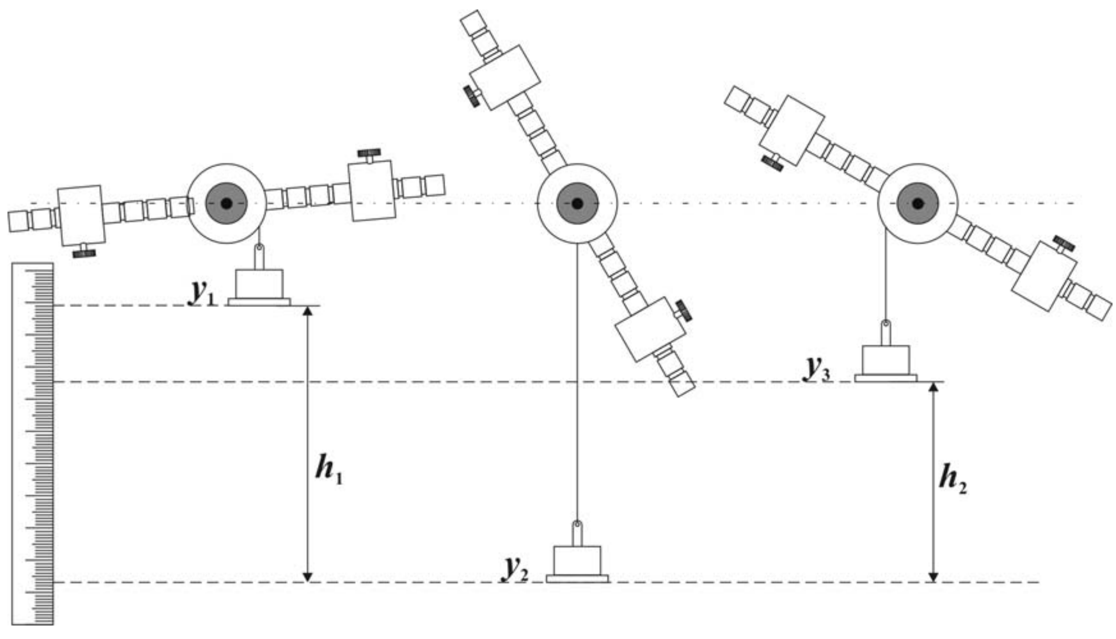


Рис. 2.4. Маятник Обербека в трех основных положениях

При вращении маятника и движении груза действует сила сопротивления воздуха, а в подшипниках действуют силы трения. Сопротивлением воздуха мы пренебрегаем и считаем, что силы трения дают постоянный тормозящий момент $M_{\text{ТР}}$. Наличие сил трения приводит к тому, что при движении маятника часть механической энергии постоянно переходит во внутреннюю энергию.

Работа момента силы трения при спуске платформы с грузом, в соответствии с (2.15), равна

$$A = -M_{\text{ТР}}\varphi_1, \tag{2.18}$$

где φ_1 – угол поворота шкива при перемещении платформы с грузом на расстояние h_1;

$$\varphi_1 = \frac{h_1}{R}, \tag{2.19}$$

где R – радиус шкива.

Убыль механической энергии системы при спуске платформы равна работе момента неконсервативной силы трения

$$\Delta W = A, \tag{2.20}$$

где $\Delta W = W_2 - W_1$. Отсюда, с учетом (2.16), (2.17), (2.18) и (2.19), получим

$$\left(\frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2}\right) - mgh_1 = -M_{TP}\frac{h_1}{R}. \tag{2.21}$$

После того, как груз достигает нижней точки, маятник продолжает вращаться в ту же сторону и поднимает платформу с грузом на высоту h_2, причем $h_2 < h_1$. При этом система будет обладать механической энергией

$$W_3 = mgh_2. \tag{2.22}$$

Убыль механической энергии системы равна работе момента сил трения при вращении маятника на всем пути движения груза вниз и вверх

$$W_3 - W_1 = -M_{\text{ТР}}\varphi, \tag{2.23}$$

где $\varphi = \dfrac{h_1 + h_2}{R}$ – угол поворота маятника при движении груза вниз на расстояние h_1 и вверх на расстояние h_2, исходя из того что $\varphi_2 = \dfrac{h_2}{R}$, а $\varphi = \varphi_1 + \varphi_2$.

С учетом (2.22) и (2.16), выражение (2.23) записывается так:

$$mgh_2 - mgh_1 = -M_{\text{ТР}}\frac{h_1 + h_2}{R}. \tag{2.24}$$

Отсюда

$$M_{TP} = \frac{h_1 - h_2}{h_1 + h_2} mgR. \tag{2.25}$$

Так как движение груза вниз – равноускоренное с начальной скоростью, равной нулю, то в низшей точке скорость груза:

$$v = at_1; \tag{2.26}$$

$$h_1 = \frac{at_1^2}{2}, \tag{2.27}$$

где a – ускорение платформы с грузом;

t_1 – время опускания груза.

Из уравнений (2.26) и (2.27) можно получить

$$v = \frac{2h_1}{t_1}. \tag{2.28}$$

Поскольку нить при движении груза разматывается со шкива без скольжения, линейная скорость точек, лежащих на поверхности шкива, равна скорости движения груза. Известно, что модуль угловой скорости связан с модулем линейной скорости движения точки по окружности равенством

$$\omega = \frac{v}{R}. \qquad (2.29)$$

Подставив значение линейной скорости (2.28) в (2.29), получим

$$\omega = \frac{2h_1}{Rt_1}. \qquad (2.30)$$

Подставив в уравнение (2.21) значения $M_{\text{ТР}}$ (2.25), υ (2.28), ω (2.30), после преобразований получим расчетную формулу для вычисления момента инерции маятника Обербека

$$I = mR^2\left[\frac{gt_1^2 h_2}{h_1(h_1+h_2)} - 1\right]. \qquad (2.31)$$

Порядок выполнения лабораторной работы

1. Закрепите грузы на крестовинах на одинаковых расстояниях $r = \frac{l}{2}$ от оси вращения (см. рис. 2.3).

2. Измерьте штангенциркулем радиус шкива, с которого разматывается нить.

3. На вертикальной шкале определите верхнее положение платформы с грузом y_1 и нижнее положение платформы с грузом при полном разматывании нити y_2. Определите высоту опускания груза с платформой $h_1 = y_2 - y_1$ (см. рис. 2.4).

4. Отпустите платформу с грузом, засекая время.

5. Измерьте время t_1 движения платформы с грузом до полного разматывания нити и высоту поднятия груза с платформой $h_2 = y_2 - y_3$ (результаты занесите в табл. 2.2).

Таблица 2.2

$h_1 =$ м			$R =$ м			$m =$ кг	
№ опыта	l, м	r, м	t, с	h_2, м	I, кг · м^2	r^2, м^2	I_0, кг · м^2
1							
2							
3							
4							

6. Измените симметрично расположение грузов на стержнях, поменяв расстояние r.

7. Повторите опыт четыре раза (пункты 4–6).

8. По формуле (2.31) вычислите момент инерции маятника в каждом опыте.

9. Результаты измерений и вычислений занесите в табл. 2.2.

10. Постройте в масштабе график зависимости момента инерции маятника Обербека I от квадрата расстояния r^2 закрепленных грузов до оси вращения (рис. 2.5).

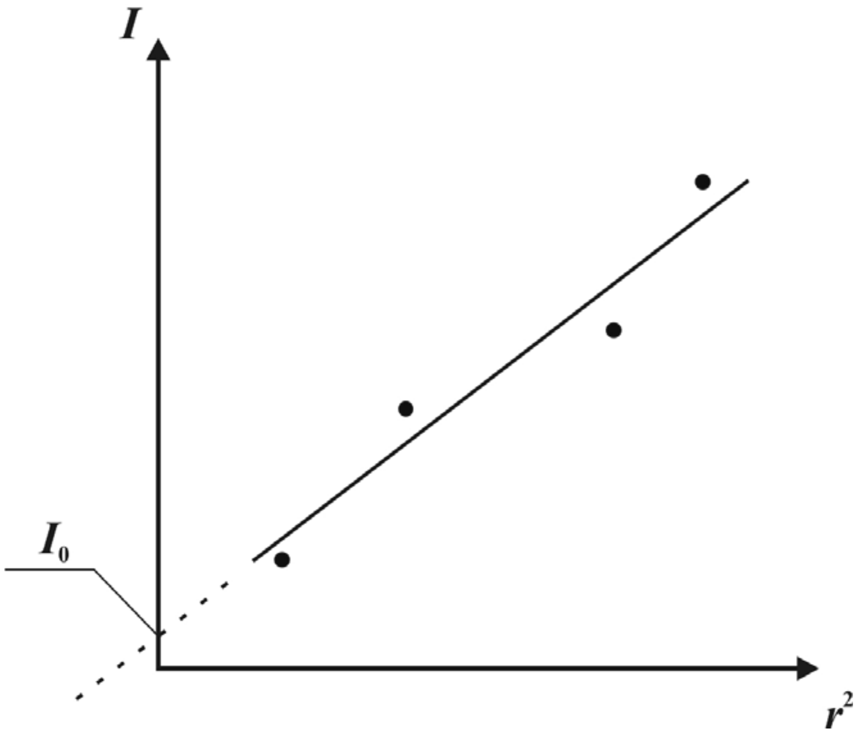


Рис. 2.5. График зависимости $I\,(r^2)$

11. Экспериментальные точки должны располагаться примерно вдоль прямой, но из-за случайных погрешностей будут присутствовать отклонения. Проведите прямую так, чтобы отклонения всех точек от нее в среднем были минимальны. Далее, продлите прямую до пересечения с осью ординат. Точка пересечения покажет I_0 – момент инерции маятника Обербека.

12. Сделайте вывод по проделанной работе и полученному результату.

Контрольные вопросы

1. Объясните зависимость момента инерции маятника от расположения грузов на стержнях.

2. Каким было бы движение маятника при отсутствии трения?

3. Чему равна работа при вращательном движении?

4. Укажите значение полной механической энергии для трех важных состояний маятника Обербека (см. рис 2.4).

5. Выведите расчетную формулу для момента инерции I.

Список литературы

1. Тюшев А. Н., Вылегжанина В. Д. Курс лекций по физике. Ч. 1. Механика : учеб. пособие. – Новосибирск : СГГА, 2011. – С. 53–74.

2. Савельев И. В. Курс общей физики. В 3 т. Т. 1. Механика. Молекулярная физика [Электронный ресурс] : учеб. пособие. – СПб. : Лань, 2016. – 436 с. – Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/113944.

3. Трофимова Т. И. Курс физики : учеб. пособие. – М. : Академия, 2015. – 560 с.

3. Лабораторная работа № 21
ИССЛЕДОВАНИЕ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОГО ПОЛЯ

Цели работы:

1) экспериментально исследовать квазистационарное электрическое поле, построить картину эквипотенциальных поверхностей и линий напряженности этого поля;

2) определить значение модуля напряженности электрического поля в указанных точках.

Приборы и принадлежности:

1) электролитическая ванна;

2) источник переменного напряжения;

3) потенциометр с зондом.

Подготовка к работе

По лекциям и приведенному ниже списку литературы изучите следующие вопросы:

1) закон Кулона;

2) понятие электрического поля;

3) напряженность электрического поля, линии напряженности;

4) потенциал электрического поля, эквипотенциальные линии;

5) связь между напряженностью поля и потенциалом.

Вопросы для допуска к работе

1. Что называется напряженностью электрического поля?
2. Что такое силовая линия электрического поля?
3. Что называется потенциалом электростатического поля?
4. Как расположены друг относительно друга в пространстве линии напряженности и эквипотенциальные поверхности?

5. Как связаны между собой напряженность и потенциал в данной точке?

6. Каковы условия равновесия зарядов на проводнике в электростатическом поле?

Теоретическое введение

Электрическое поле возникает в пространстве при наличии заряженных тел. Неподвижные заряды создают поле, которое называется электростатическим. В природе существуют электрические заряды двух знаков: положительные «+» и отрицательные «–», это наименование условно. Наименьшим зарядом обладают элементарные частицы, например: электрон – частица, входящая в состав атома, – имеет отрицательный заряд $-e$ (здесь $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл – «элементарный заряд»), а протоны, входящие в состав ядра атома, заряжены положительно ($+e$). Заряды одинакового знака отталкиваются друг от друга, заряды противоположных знаков – притягиваются.

По закону Кулона, силы взаимодействия двух точечных неподвижных зарядов q_1 и q_2 направлены вдоль прямой, их соединяющей, прямо пропорциональны величинам зарядов и обратно пропорциональны квадрату расстояния r_{12} между зарядами

$$\overrightarrow{F_{12}} = -\overrightarrow{F_{21}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\frac{q_1 \cdot q_2}{r_{12}^2}\overrightarrow{e_{12}}, \tag{3.1}$$

где $\overrightarrow{e_{12}}$ – единичный вектор, направленный от одного заряда к другому;

$\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м – электрическая постоянная;

ε – диэлектрическая проницаемость среды.

Эти силы являются центральными и, следовательно, консервативными.

Отношение силы, действующей на пробный заряд, к величине этого заряда не зависит от величины заряда и называется *напряженностью электрического поля*

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}. \tag{3.2}$$

Напряженность $\vec{E}$ – векторная величина, ее направление совпадает с направлением силы $\vec{F}$, действующей на пробный положительный заряд q_0, находящийся в данной точке пространства.

Электростатическое поле можно представить графически с помощью системы линий напряженности (силовых линий), начинающихся на положительных зарядах и заканчивающихся на отрицательных или уходящих в бесконечность. Вектор напряженности $\vec{E}$ в каждой точке силовой линии направлен по касательной к ней и совпадает с ней по направлению. Густота силовых линий пропорциональна модулю вектора напряженности $|\vec{E}|$.

Сила, действующая на произвольный точечный заряд, помещенный в данную точку поля, определяется произведением величины этого заряда на напряженность электрического поля в данной точке

$$\vec{F} = q \cdot \vec{E}. \tag{3.3}$$

Работа консервативных электростатических сил по перемещению заряда в электростатическом поле не зависит от траектории движения, а определяется лишь начальным и конечным положением заряда. Эта работа может быть выражена через изменение потенциальной энергии заряда со знаком «–»

$$A_{12} = -\Delta W = W_1 - W_2. \tag{3.4}$$

Потенциальная энергия W точечного заряда q в электростатическом поле может быть выражена через энергетическую характеристику этого поля, называемую *потенциалом* φ, как произведение $W = q \cdot \varphi$, следовательно, разность потенциалов $(\varphi_1 - \varphi_2) = -\Delta\varphi$ между точками 1 и 2 можно определить через отношение работы сил поля A_{12} к величине заряда q

$$-\Delta\varphi = \frac{A_{12}}{q}. \tag{3.5}$$

При бесконечно малом перемещении $\vec{dl}$ заряда q под действием силы $\vec{F}$ в произвольном направлении совершается элементарная работа

$dA = \vec{F} \cdot \vec{dl}$. Тогда из (3.5), с учетом (3.3), получим, что для электростатического поля малая разность потенциалов связана с напряженностью выражением

$$d\varphi = -\frac{dA}{q} = -\frac{F \cdot dl \cdot \cos\alpha}{q} = -\frac{E \cdot q \cdot dl \cdot \cos\alpha}{q} = -E \cdot \cos\alpha \cdot dl = -E_{dl} \cdot dl, \quad (3.6)$$

где $E_{dl} = E \cdot \cos\alpha$ – проекция вектора $\vec{E}$ на перемещение $\vec{dl}$.

Следовательно,

$$E_{dl} = -\frac{d\varphi}{dl}. \quad (3.7)$$

В декартовой системе вектор напряженности электростатического поля может быть выражен через свои проекции E_x, E_y, E_z на оси x, y, z соответственно

$$\vec{E} = E_x \vec{i} + E_y \vec{j} + E_z \vec{k}, \quad (3.8)$$

где $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$ – орты координатных осей.

Из математического определения частной производной функции многих переменных, применительно к функции $\varphi(x, y, z)$ и уравнения (3.7) следует

$$E_x = -\frac{\partial\varphi}{\partial x}; \quad E_y = -\frac{\partial\varphi}{\partial y}; \quad E_z = -\frac{\partial\varphi}{\partial z}. \quad (3.9)$$

Это означает, что напряженность электростатического поля в любой точке может быть выражена через градиент потенциала в этой точке

$$\vec{E} = -\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial\varphi}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial\varphi}{\partial z}\vec{k}\right) = -\mathrm{grad}\,\varphi. \quad (3.10)$$

Напомним, что градиентом функции в векторной алгебре называется вектор, проекции которого на координатные оси равны частным производным от данной функции по соответствующим координатам. Градиент функции направлен в сторону ее наиболее быстрого возрастания, поэтому формула (3.10) показывает, что вектор напряженности направлен в сторону максимального убывания потенциала.

Поверхности равного потенциала $\varphi = \text{const}$ называются *эквипотенциальными.* Из соотношения (3.6) следует, что при перемещении заряда вдоль эквипотенциальной поверхности ($d\varphi = 0$) работа электростатического поля равна нулю, и это возможно только в том случае, когда вектор напряженности $\vec{E}$ перпендикулярен этой поверхности ($\cos\alpha = 0$). Следовательно, силовые линии электростатического поля пересекают эквипотенциальные поверхности под прямым углом (рис. 3.1).

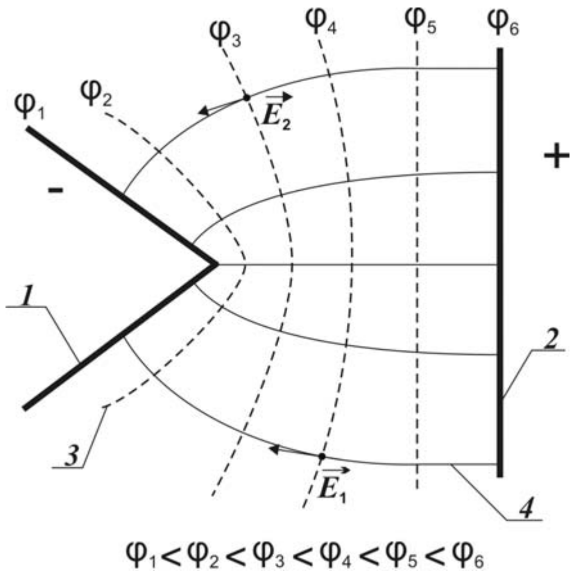


Рис. 3.1. Взаимное расположение в пространстве силовых линий и эквипотенциальных поверхностей:

1, *2* – проводники; *3* – эквипотенциальная поверхность; *4* – линия напряженности

Внутри проводника всегда имеются свободные заряженные частицы, поэтому при внесении проводника во внешнее электростатическое поле свободные положительные заряды $+q$ начинают двигаться в направлении вектора $\vec{E}$, а отрицательные – в противоположную сторону, на поверхности проводника образуются так называемые индуцированные заряды. Поле этих зарядов направлено противоположно внешнему полю. Перераспределение зарядов на проводнике будет происходить до тех пор, пока не будут выполнены следующие условия:

$$\begin{aligned} &а)\ \overrightarrow{E_{\text{вн}}} = 0; \\ &б)\ \vec{E}_{\text{пов}} = \overrightarrow{E_n}, \end{aligned} \tag{3.11}$$

то есть: а) напряженность электрического поля внутри проводника равна 0; б) на поверхности проводника существует только нормальная составляющая электрического поля $\vec{E}_n$. Следовательно, поверхность проводника является эквипотенциальной, и линии напряженности внешнего электрического поля перпендикулярны этой поверхности (см. рис. 3.1).

Электрическое поле, напряженность которого одинакова во всех точках

$$\vec{E}(x,\ y,\ z) = \text{const},$$

называют *однородным*. Очевидно, что линии напряженности такого поля представляют собой параллельные прямые. Соответственно, эквипотенциальными поверхностями будут перпендикулярные к ним параллельные плоскости. Однородное поле возникает, например, между двумя параллельными плоскими заряженными проводниками, размеры которых велики по сравнению с расстоянием между ними (рис. 3.2). Напомним, что такая система проводников называется плоским конденсатором.

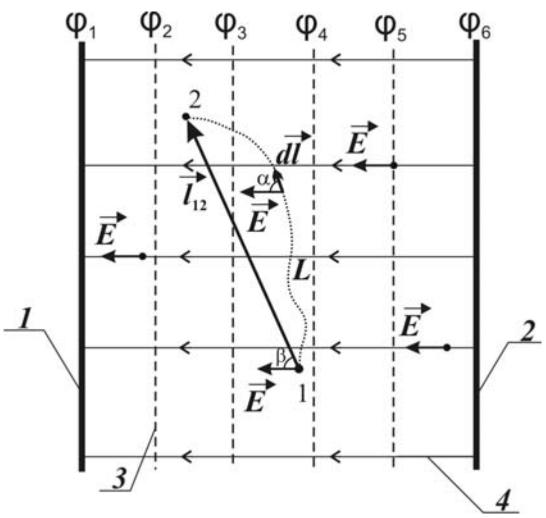


Рис. 3.2. Однородное электрическое поле:

1, *2* – параллельные проводники; *3* – эквипотенциальнаяповерхность; *4* – линия напряженности

В однородном поле очень легко проинтегрировать уравнение (3.6), чтобы получить разность потенциалов между любыми двумя точками 1 и 2. Если учесть, что постоянный вектор напряженности $\vec{E}$ можно вынести за знак интеграла, как любой постоянный множитель, то, интегрируя по произвольному пути **L** (см. рис. 3.2), получим:

$$\Delta\varphi_{12} = -\int_1^2 E \cdot \cos\alpha \cdot dl = -\int_1^2 \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\vec{E} \cdot \int_1^2 d\vec{l} = -\vec{E} \cdot \vec{l}_{12} = -E \cdot l_{12} \cdot \cos\beta, \quad (3.12)$$

где $\vec{l}_{12}$ – вектор, проведенный от точки 1 к точке 2;

β – угол между векторами $\vec{E}$ и $\vec{l}_{12}$.

Если точки 1 и 2 лежат на одной линии напряженности, то есть векторы $\vec{E}$ и $\vec{l}_{12}$ параллельны, то угол $\beta = 0$ или 180°, и формула (3.12) превращается в следующую:

$$\left|\Delta\varphi_{12}\right| = E \cdot l_{12}. \quad (3.13)$$

Эта формула позволяет приближенно вычислить напряженность электрического поля в точке, в окрестности которой оно мало отличается от однородного. Достаточно провести через данную точку линию напряженности и измерить вдоль нее расстояние l_{12} между ближайшими эквипотенциальными поверхностями с потенциалами φ_1 и φ_2, после чего найти величину напряженности по формуле

$$E = \frac{\left|\Delta\varphi_{12}\right|}{l_{12}}. \quad (3.14)$$

Экспериментальная установка

Изучение электростатического поля состоит в определении величины и направления вектора напряженности $\vec{E}$. Но на практике гораздо проще исследовать пространственное распределение потенциалов $\varphi = \varphi(x, y, z)$, построить картину эквипотенциальных поверхностей, и, используя взаимную перпендикулярность линий напряженности и эквипотенциальных поверхностей, воссоздать картину силовых линий электростатического поля.

В данной лабораторной работе (рис. 3.3) исследуется *квазистационарное электрическое поле*, которое возникает в слабопроводящей среде (водопроводная вода), в которую помещены электроды – металлические проводники, подсоединенные к источнику переменного напряжения. Так как проводимость такой среды намного меньше проводимости проводника, то поверхность проводника с большой степенью точности можно считать эквипотенциальной, при этом топография поля в пространстве между электродами будет аналогична топографии электростатического поля заряженных проводников в непроводящей среде. Известно, что водопроводная вода содержит в небольших количествах молекулы солей металлов, которые в электрическом поле распадаются на ионы металлов и ионы оснований, и, в дальнейшем, могут выделяться в виде осадка вблизи электродов. Для исключения такого электролиза используется переменное напряжение $U_{\sim}$ с частотой 50 Гц. В этом случае внутри электролитической ванны, между электродами, возникает квазистационарное электрическое поле с распределением потенциалов, аналогичным случаю электростатического поля неподвижных заряженных тел. Токи, возникающие в слабопроводящей среде, тоже являются переменными, и мы измеряем действующее значение этих токов.

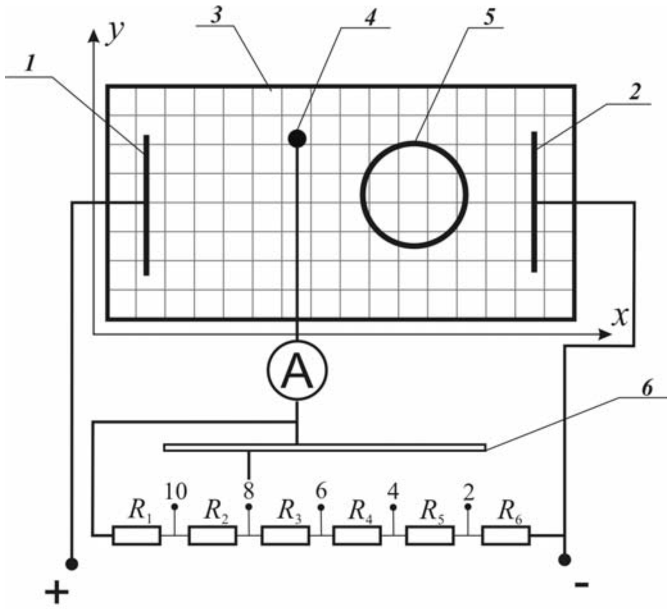


Рис. 3.3. Схема лабораторной установки для исследования электростатического поля:

1, *2* – электроды; *3* – электролитическая ванна; *4* – зонд; *5* – металлическое тело; *6* – переключатель потенциометра

Порядок выполнения лабораторной работы

1. Согласуйте с преподавателем расположение электродов в электролитической ванне и подключите электроды к разъемам лабораторной установки.

2. Налейте воду в электролитическую ванну и включите установку в сеть переменного напряжения.

3. Начертите на тетрадном листе в клетку схему расположения электродов в масштабе, точно воспроизведя при этом координатную сетку, имеющуюся на дне ванны.

4. Переключатель потенциометра установите в положение «2 В» и опустите зонд в электролитическую ванну. Во всех точках с тем же потенциалом показание амперметра, включенного последовательно, будет минимально. С помощью зонда необходимо определить положение нескольких (8–10) точек указанного потенциала и координаты этих точек перенести на схему.

5. Переведите переключатель потенциометра в последующие положения «4В, 6В,…» и определите координаты точек других потенциалов.

6. Постройте картину эквипотенциальных линий, соединив на схеме точки одинаковых потенциалов.

7. Используя свойство взаимной перпендикулярности линий напряженности и эквипотенциальных линий, постройте картину силовых линий электрического поля с указанием направления вектора $\vec{E}$.

8. По требованию преподавателя поместите между электродами предложенное им металлическое тело и повторите пункты 3–7, сделав чертеж на новом листе. Сравните результаты с предыдущим опытом.

9. Определите значение модуля вектора напряженности электрического поля в указанных преподавателем точках.

Контрольные вопросы

1. Если известно, что напряженность электрического поля в какой либо точке равна нулю, значит ли это, что потенциал в этой точке равен нулю?

2. Почему при внесении незаряженного проводника в электрическое поле изменяется картина силовых линий?

3. В чем заключается метод моделирования электрического поля в среде со слабым электролитом?

4. Куда направлена действующая на ионы кулоновская сила внутри ванны с электролитом? Покажите на схеме с указанными силовыми линиями.

Список литературы

1. Тюшев А. Н., Вайсберг А. И. Курс лекций по физике : учеб. пособие. Ч. 2. Электричество и магнетизм. – Новосибирск : СГГА, 2011. – С. 10–39.

2. Трофимова Т. И. Курс физики : учеб. пособие. – М. : Академия, 2015. – Гл. 11.

3. Савельев И. В. Курс общей физики. В 3 т. Том 2. Электричество и магнетизм. Волны. Оптика [Электронный ресурс] : учеб. пособие. – СПб. : Лань, 2016. – 500 с. – Режим доступа: http://e.lanbook.com/books /element. php?pl1_id=71761. – §1–9, 18.

4. Лабораторная работа № 22
ПРОВЕРКА СПРАВЕДЛИВОСТИ ЗАКОНА ОМА. ОПРЕДЕЛЕНИЕ УДЕЛЬНОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ ПРОВОЛОКИ

Цели работы:

1) проверить справедливость закона Ома;

2) определить удельное сопротивление проволоки.

Приборы и принадлежности:

1) лабораторная установка, включающая в себя штатив с измерительной линейкой, амперметр и вольтметр;

2) проволока из неизвестного материала.

Подготовка к работе

По лекциям и приведенному ниже списку литературы изучите следующие вопросы:

1. Электрический ток, сила и плотность тока.
2. Электродвижущая сила (ЭДС), условные обозначения элементов электрической цепи.
3. Разность потенциалов, напряжение.
4. Закон Ома для однородного участка цепи, закон Ома в дифференциальной форме, сопротивление, удельное сопротивление, проводимость.

Вопросы для допуска к работе

1. Что называется электрическим током, силой и плотностью тока?
2. Дайте определение ЭДС. В каких единицах она измеряется? Почему для поддержания стационарного электрического тока необходимо наличие источника ЭДС?
3. Что называется разностью потенциалов, напряжением? В каких единицах они измеряются?
4. Запишите закон Ома для однородного участка цепи, закон Ома в дифференциальной форме.

Теоретическое введение

Упорядоченное движение электрических зарядов называют *электрическим током.* В проводниках носители заряда перемещаются под действием приложенного электрического поля: положительные – по полю, отрицательные – против поля, то есть в проводниках возникает так называемый *ток проводимости*. Если упорядоченное движение электрических зарядов в пространстве происходит вместе с перемещением заряженных тел или частей тела, то возникают так называемые конвекционные токи.

Для возникновения и существования электрического тока необходимо наличие свободных носителей заряда (электронов, ионов и т. д.) и наличие электрического поля, которое бы приводило к направленному движению этих носителей. За направление тока условно принимают направление скорости движения положительных зарядов $+q$.

Количественной мерой электрического тока является *сила тока* I – скалярная физическая величина, численно равная заряду, протекающему через поперечное сечение проводника в единицу времени. В общем случае сила тока есть производная от величины заряда по времени

$$I = \frac{dq}{dt}. \tag{4.1}$$

Если сила тока и его направление не изменяются с течением времени, то такой ток называют постоянным. Для постоянного тока

$$I = \frac{q}{t}, \tag{4.2}$$

где q – электрический заряд, протекающий через поперечное сечение проводника за время t.

Физическая величина, определяемая силой тока, протекающего через единицу площади поперечного сечения, перпендикулярного направлению тока, называется *плотностью тока*

$$j = \frac{dI}{dS_\perp}. \tag{4.3}$$

Направление вектора плотности тока $\vec{j}$ связано с направлением вектора средней скорости $\langle\vec{v}\rangle$ положительных зарядов

$$\vec{j} = ne\langle\vec{v}\rangle, \tag{4.4}$$

где n – концентрация зарядов; e – элементарный заряд.

Сила тока через произвольную поверхность S определяется как поток вектора $\vec{j}$, то есть

$$I = \int\limits_S \vec{j}\overrightarrow{dS}. \tag{4.5}$$

Для поддержания тока в проводнике необходимо поддерживать разность потенциалов на концах проводника, для этого используют силы неэлектрической природы, их называют *сторонними силами*. Природа сторонних сил может быть различна: в гальванических элементах эти силы возникают за счет химической реакции между электродами и электролитами, в генераторах переменного тока – за счет механической энергии вращения ротора генератора. Под действием создаваемого поля сторонних сил электрические заряды внутри источника тока движутся в сторону, противоположную направлению электростатического поля, создавая необходимую разность потенциалов на концах проводника, присоединенного к этому источнику.

Величина, численно равная отношению работы сторонних сил к величине перемещаемого в единицу времени заряда, называется *электродвижущей силой*

$$\varepsilon = \frac{A_{cm}}{q}. \tag{4.6}$$

Напряжением U на участке проводника называется физическая величина, определяемая работой, совершаемой суммарным полем электростатических и сторонних сил при перемещении единичного положительного заряда на данном участке проводника $U = (\varphi_1 - \varphi_2) + \varepsilon_{12}$.

Понятие «напряжение» является обобщенным понятием разности потенциалов: напряжение на концах проводника равно разности потенциалов в том случае, если нет сторонних сил $\left(\varepsilon_{12} = 0\right)$.

Немецкий физик Георг Ом экспериментально установил, что сила тока I, текущего по однородному металлическому проводнику, пропорциональна напряжению U на концах проводника

$$I = \frac{U}{R}, \tag{4.7}$$

где R – *электрическое сопротивление* проводника.

Уравнение (4.7) выражает закон Ома для однородного участка цепи.

Формально, сопротивление проводника R – это коэффициент пропорциональности между силой тока I в проводнике и напряжением U на его концах. С физической точки зрения, сопротивление проводников обусловлено взаимодействием упорядоченно движущихся носителей заряда с кристаллической решеткой (в твердых проводниках) либо с хаотически движущимися молекулами среды (в жидкостях и газах).

Сопротивление проводников зависит от их размеров и формы, а также от материала, из которого проводник изготовлен. Для однородного линейного проводника длины l и площади поперечного сечения S сопротивление равно

$$R = \rho\frac{l}{S}, \tag{4.8}$$

где $\rho\left[\text{Ом} \cdot \text{м}\right]$ – удельное сопротивление материала проводника.

Удельное сопротивление линейно зависит от температуры окружающей среды t

$$\rho = \rho_0\left(1 + \alpha t\right),$$

где ρ_0 – удельное сопротивление при температуре $t = 0\ ^\circ\text{C}$.

Закон Ома в дифференциальной форме может быть получен на основании вышеизложенного материала, а также теории электростатического поля, изложенной в лабораторной работе № 21, в следующем виде:

$$\vec{j} = \sigma \vec{E}, \tag{4.9}$$

где σ – удельная проводимость материала проводника;

$\vec{E}$ – напряженность электростатического поля, которая находится через градиент потенциала;

$$\begin{gathered} \vec{E} = -\mathrm{grad}(\varphi); \\ E = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{l_{12}}, \end{gathered} \tag{4.10}$$

где $(\varphi_1 - \varphi_2)$ – разность потенциалов на концах проводника;

l_{12} – длина проводника.

Задание 1
Проверка влияния измерительных приборов на результаты измерений

Измерительные приборы – вольтметр и амперметр – должны включаться так, чтобы включение их в электрическую цепь как можно меньше влияло на результаты измерений. По этой причине внутреннее сопротивление вольтметра выбирается большим, а амперметра – минимальным. На рис. 4.1 показаны два разных способа включения амперметра и вольтметра в электрическую цепь.

Если приборы включены по схеме (рис. 4.1, *а*), то миллиамперметр *mA* измеряет сумму токов, протекающих как по резистору *R*, так и по цепи вольтметра. Эти токи в случае, когда *R* соизмеримо по величине с внутренним сопротивлением вольтметра r_V, будут соизмеримы между собой, что приводит к большим ошибкам при измерении силы тока через резистор. Поэтому вольтметр *V* должен включаться по схеме (рис. 4.1, *б*).

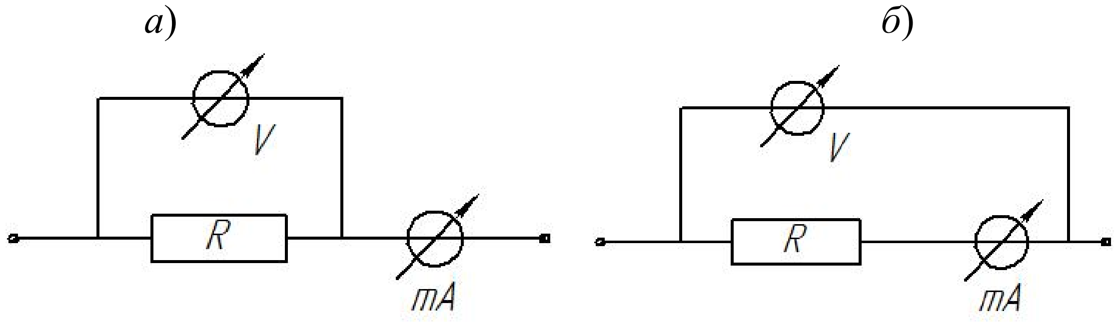


Рис. 4.1. Две схемы включения электроизмерительных приборов

Если же сопротивление R мало и соизмеримо с внутренним сопротивлением миллиамперметра r_{mA}, то и напряжения на резисторе R и на миллиамперметре будут соизмеримы между собой. Следовательно, при включении по схеме (см. рис. 4.1, *б*) будут большие ошибки при измерении напряжения на сопротивлении, и вольтметр нужно включать по схеме (см. рис. 4.1, *а*) в положение 1 переключателя.

Чтобы сделать выбор в пользу первой или второй схемы, необходимо провести измерения зависимости напряжения от тока при первом и втором положениях переключателя. Схема, при которой показания вольтметра дают наименьшую разницу значений U, должна быть выбрана основной.

Задание 2
Проверка справедливости закона Ома
для однородного участка цепи

Г. Ом установил свой закон на основе экспериментальных данных. Цель задания 2 – повторить результаты Ома и экспериментально подтвердить справедливость формулы (4.7).

Если менять силу тока через проводник и откладывать по координатным осям соответствующие значения силы тока $I(x)$ и напряжения $U(y)$, то экспериментальные точки должны располагаться вдоль прямой. Из-за случайных погрешностей экспериментальные точки могут отклоняться от прямой, поэтому прямая линия проводится так, чтобы отклонения всех точек от нее в среднем были минимальны (рис. 4.2).

Значение сопротивления проводника R определяется следующим образом. На проведенной прямой произвольным образом выбираем две точки 1, 2. Их абсциссы равны I_1 и I_2, а ординаты равны U_1 и U_2, соответственно.

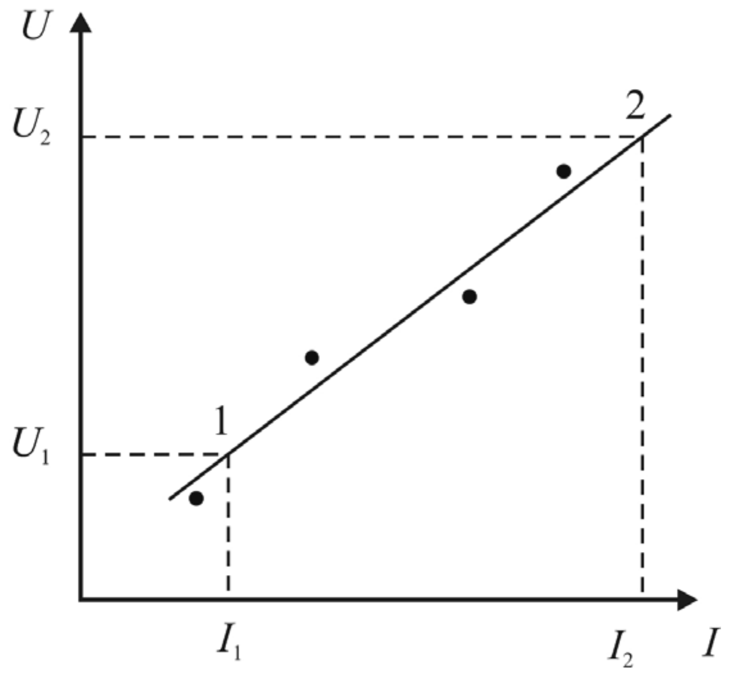


Рис 4.2. График зависимости напряжения на проводнике от силы тока

На основании формулы (4.7) имеем:

$$U_1 = R \cdot I_1;$$
$$U_2 = R \cdot I_2. \tag{4.11}$$

Значение сопротивления R определяется разностным методом

$$R = \frac{U_2 - U_1}{I_2 - I_1}. \tag{4.12}$$

При этом методе влияние систематических ошибок измерения напряжения и силы тока будет минимально.

Задание 3
Определение удельного сопротивления проводника

Как следует из формулы (4.8), сопротивление проводника линейно зависит от его длины $R = f(l)$. Поэтому для определения удельного сопротивления проводника ρ необходимо по методике второго задания определить сопротивления проводника R_1 и R_2 при разных длинах l_1 и l_2.

Удельное сопротивление определяется по следующей формуле:

$$\rho = \frac{R_2 - R_1}{l_2 - l_1} S. \tag{4.13}$$

В табл. 4.1 приведены значения удельных сопротивлений некоторых распространенных металлов и сплавов.

Таблица 4.1

Металл	ρ, мкОм$\cdot$м, при $t = 20$ °С	Сплав	ρ, мкОм$\cdot$м, при $t = 20$ °С
1. Медь	0,017	6. Хромель	0,66
2. Алюминий	0,027	7. Нихром	1,1
3. Железо	0,097	8. Хромаль	1,5
4. Свинец	0,2	9. Алюмель	3
5. Титан	0,55	10. Копель	4,6

Порядок выполнения лабораторной работы

1. Составьте таблицу для записи результатов измерения напряжения U и тока I (табл. 4.2)

2. Определите площадь сечения проволоки по формуле

$$S = \frac{\pi D^2}{4},$$

где D – диаметр сечения проволоки, указанный на корпусе прибора.

3. С помощью ползунка на кронштейне установите длину проволоки l. Включите прибор в сеть. Изменяя силу тока, снимите зависимость $U = U(I)$ (не менее четырех точек). Результаты занесите в табл. 4.2.

Таблица 4.2

№	l (м)	I (А)	U (В)	R (Ом)	ρ (Ом·м)
1					
2					

4. Повторите измерения п. 3 для другого значения длины проволоки l.

5. Постройте графики зависимостей напряжения от силы тока для двух длин l_1 и l_2 и убедитесь в прямой пропорциональности значений U и I.

6. Определите удельное сопротивление ρ проводника по формуле (4.13) и по данным табл. 4.1 определите материал, из которого изготовлена проволока.

7. Взяв необходимые данные из табл. 4.2, проведите расчеты значений плотности тока, протекающего по проводнику, по формулам

$$j = \frac{I}{S}; \qquad j = \frac{U}{l\rho}.$$

и сравните полученные результаты.

Контрольные вопросы

1. По результатам выполнения задания № 1 обоснуйте, какая из измерительных схем дает меньшую погрешность.

2. Дайте определение силы тока. В каких единицах она измеряется?

3. Запишите закон Ома для однородного участка цепи.

4. Объясните роль источников ЭДС в электрических цепях.

5. Что такое сопротивление проводника? В каких единицах оно измеряется?

6. От каких физических величин зависит сопротивление проводника?

7. Как вычисляется сопротивление проводников при параллельном и последовательном соединении?

8. Запишите закон Ома в дифференциальной форме.

Список литературы

1. Трофимова Т. И. Курс физики : учеб. пособие. – М. : Академия, 2015. – 560 с.

2. Тюшев А. Н., Вайсберг А. И. Курс лекций по физике : учеб. пособие. – 2-е изд., испр. и доп. Ч. 2. Электричество и магнетизм. – Новосибирск : СГГА, 2011. – 175 с.

3. Савельев И. В. Курс общей физики. В 3 т. Т. 2. Электричество и магнетизм. Волны. Оптика [Электронный ресурс] : учеб. пособие. – СПб. : Лань, 2016. – 500 с. – Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/113945.

5. Лабораторная работа № 41
ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ СОСТАВЛЯЮЩЕЙ МАГНИТНОГО ПОЛЯ ЗЕМЛИ

Цель работы

Экспериментально определить горизонтальную составляющую вектора напряженности магнитного поля Земли.

Приборы и принадлежности

Лабораторная установка «Тангенс-гальванометр» с катушками Гельмгольца, источником и регулятором постоянного тока.

Подготовка к работе

По лекциям и приведенному ниже списку литературы изучите следующие вопросы:

1) магнитное поле и его характеристики;
2) закон Био – Савара – Лапласа;
3) принцип суперпозиции магнитных полей;
4) магнитное поле витка с током;
5) магнитное поле Земли и его составляющие.

Вопросы для допуска к работе

1. Как связаны между собой индукция и напряженность магнитного поля в среде (например, в воздухе)?
2. Чему равна напряженность магнитного поля между катушками Гельмгольца на оси системы в точке, равноудаленной от обеих катушек?
3. Укажите составляющие магнитного поля Земли.
4. Изложите методику определения горизонтальной составляющей магнитного поля Земли.
5. Как изменяются составляющие магнитного поля Земли при переходе от экватора к полюсам?

Теоретическое введение

В пространстве, окружающем электрические токи и постоянные магниты, возникает силовое поле, называемое магнитным. Оно обнаруживается по силовому действию на внесенные в него проводники с током или на намагниченные тела. Силовой характеристикой этого магнитного поля является *вектор магнитной индукции* $\vec{B}$.

Магнитное поле изображают с помощью *линий магнитной индукции* – линий, касательные к которым в каждой точке совпадают с направлением вектора $\vec{B}$. Линии магнитной индукции всегда замкнуты и охватывают проводники с током, этим они отличаются от линий напряженности электростатического поля. Замкнутость линий индукции обусловлена отсутствием в природе «магнитных зарядов».

Магнитное поле в пространстве могут создавать как макротоки (токи, текущие в проводниках), так и микротоки (атомные и молекулярные токи в магнитных материалах). Поэтому вектор магнитной индукции $\vec{B}$ характеризует результирующее магнитное поле.

Вектор напряженности $\vec{H} = \left(\vec{B} / \mu_0\mu\right)$ количественно характеризует поле макротоков ($\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м – магнитная постоянная; μ – магнитная проницаемость среды).

Закон Био – Савара – Лапласа позволяет определить магнитную индукцию $\overrightarrow{dB}$, создаваемую малым однородным элементом $\overrightarrow{dl}$ проводника с током I на расстоянии $\vec{r}$ от него. Этот закон может быть записан в векторной и скалярной формах

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0\mu}{4\pi}\frac{I \cdot \left[\overrightarrow{dl}, \vec{r}\right]}{r^3}; \tag{5.1}$$

$$dB = \frac{\mu_0\mu}{4\pi}\frac{Idl}{r^2}\sin\alpha, \tag{5.2}$$

где α – угол между векторами $\overrightarrow{dl}$ и $\vec{r}$, вектор $\overrightarrow{dl}$ равен по модулю длине участка проводника и совпадает по направлению с током (рис. 5.1).

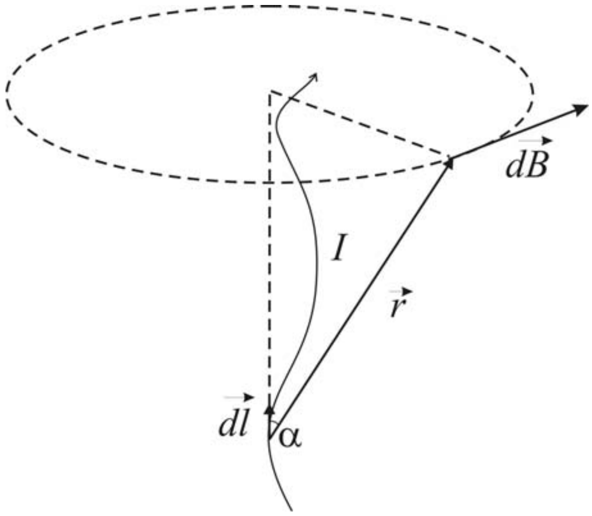


Рис. 5.1. Взаимное расположение в пространстве векторов $\overrightarrow{dB}$, $\overrightarrow{dl}$ и $\vec{r}$

Для того чтобы определить в некоторой точке магнитную индукцию $\vec{B}$, создаваемую всем проводником, необходимо определить магнитную индукцию, создаваемую отдельными участками проводника $\overrightarrow{dB}$, и проинтегрировать по всему проводнику

$$\vec{B} = \int_{l} d\vec{B}. \tag{5.3}$$

Каждый элемент тока, согласно закону Био – Савара – Лапласа, создает магнитное поле с индукцией $\overrightarrow{dB}$, определяемой формулой (5.1).

Чтобы найти поле в центре тонкого кольца с током, мысленно разобьем его на множество малых участков $\overrightarrow{dl}$ с током I (рис. 5.2).

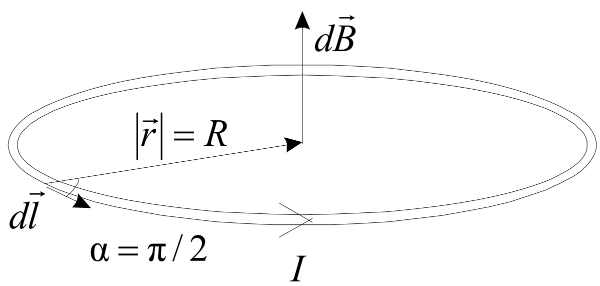


Рис. 5.2. Магнитная индукция в центре кольца с током

Прежде всего, проверим, как направлены векторы $\overrightarrow{dB}$, создаваемые каждым участком. Пользуясь *правилом правого винта* для определения направления $\overrightarrow{dB}$, легко убедиться, что в центре кольца все векторы $\overrightarrow{dB}$ направлены в одну сторону, перпендикулярно плоскости кольца. Следовательно, векторную сумму $\sum_{i=1}^{n} \overrightarrow{dB}$ можно заменить арифметической $\sum_{i=1}^{n} dB$, и для магнитной индукции в центре кольца получим выражение

$$B = \oint_l \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{I \sin\alpha}{r^2} dl. \tag{5.4}$$

Из геометрии задачи видно, что $\alpha = \frac{\pi}{2}$; $\sin\alpha = 1$; $r = R = \text{const}$. Вынося из-под знака интеграла постоянные величины, получаем

$$B = \frac{\mu_0 \mu I}{4\pi R^2} \oint_l dl. \tag{5.5}$$

Так как интеграл $\oint_l dl = 2\pi R$, то индукция в центре кольца находится как

$$B = \frac{\mu_0 \mu I}{2R}. \tag{5.6}$$

Направление вектора магнитной индукции $\vec{B}$ на оси кольца с током показано на рис. 5.3.

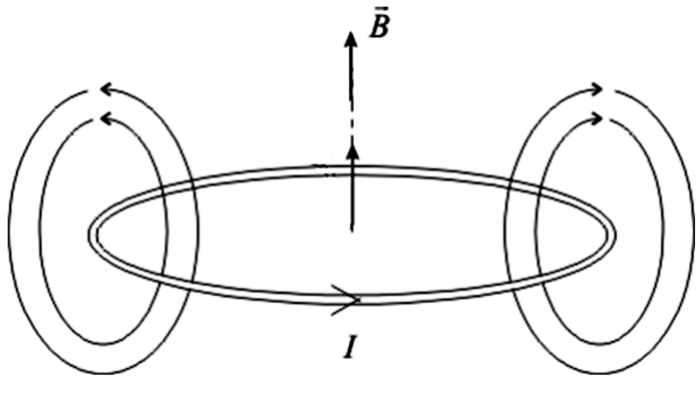


Рис. 5.3. Линии магнитной индукции кольца с током

Вектор магнитной индукции $\vec{B}$ направлен перпендикулярно плоскости кольца, направление вектора $\vec{B}$ определяется *по правилу правого винта* для кольцевого тока.

Методика определения магнитного поля Земли

Существование магнитного поля у Земли объясняется токами, протекающими по поверхности жидкого металлического ядра Земли, а также намагниченностью горных пород. Положение магнитных полюсов Земли не совпадает с положением географических полюсов: вблизи северного географического полюса находится южный магнитный полюс *S*, а северный магнитный полюс *N* находится в Антарктиде вблизи южного географического полюса. Линии напряженности магнитного поля Земли показаны на рис. 5.4.

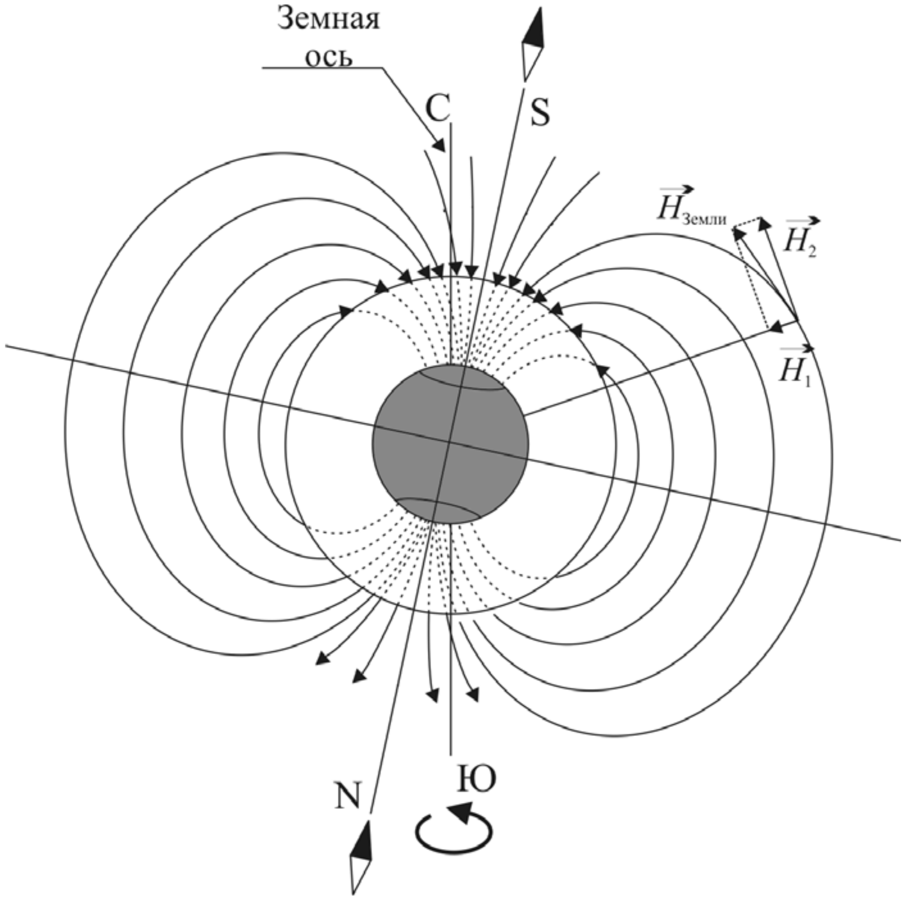


Рис. 5.4. Линии напряженности магнитного поля Земли:

$\vec{H_1}$ – вертикальная составляющая вектора напряженности; $\vec{H_2}$ – горизонтальная составляющая вектора напряженности

Плоскость, перпендикулярная к поверхности Земли, в которой устанавливается магнитная стрелка компаса, называют плоскостью геомагнитного меридиана данного места, а линию, по которой поверхность Земли пересекается с плоскостью меридиана, называют геомагнитным меридианом. Угол между геомагнитным и географическим меридианами называют магнитным склонением, эта величина зависит от географической широты местности и указана на картах.

На практике с помощью магнитной стрелки наиболее удобно определять горизонтальную составляющую вектора напряженности $\overrightarrow{H_2}$, направленную по касательной к геомагнитному меридиану.

Лабораторная установка для определения горизонтальной составляющей $\overrightarrow{H_2}$ магнитного поля Земли (рис. 5.5) состоит из двух катушек с одинаковым числом витков *N*, расположенных соосно на расстоянии друг от друга, равном радиусу катушки (катушки Гельмгольца), и компаса, установленного в центре системы на осевой линии. До включения тока в катушках необходимо сориентировать систему так, чтобы катушки располагались параллельно плоскости магнитного меридиана (рис. 5.5, *а*).

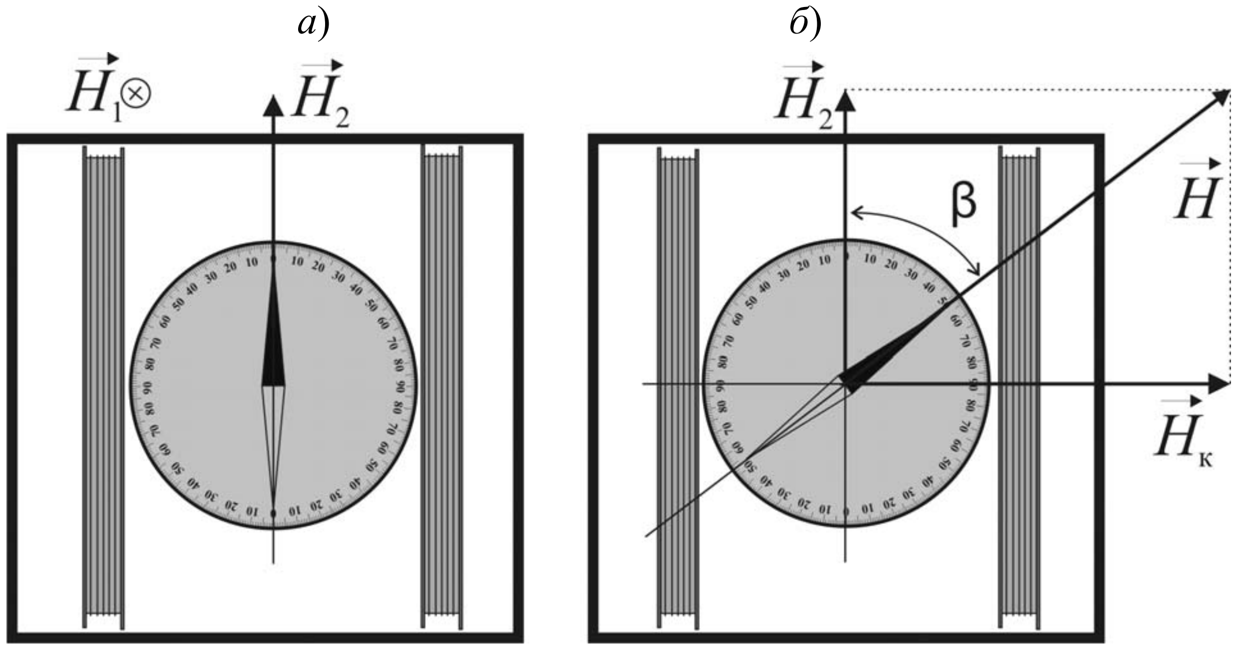


Рис. 5.5. Лабораторная установка для определения горизонтальной составляющей магнитного поля Земли (вид сверху)

При включении тока магнитное поле катушек $\overrightarrow{H_к}$, направленное горизонтально, отклоняет магнитную стрелку компаса от плоскости магнитного меридиана на угол β (рис. 5.5, *б*). Суммарное магнитное поле $\vec{H}$, вдоль которого устанавливается магнитная стрелка, может быть найдено как

$$\vec{H} = \overrightarrow{H_2} + \overrightarrow{H_к}.$$

Из геометрических соображений можно выразить величину горизонтальной составляющей H_2 через известные величины $H_к$ и β (рис. 5.5, *б*)

$$H_2 = \frac{H_к}{\operatorname{tg}\beta}. \tag{5.7}$$

Магнитное поле катушек $H_к$ на оси, проходящей через центры катушек в точке, равноудаленной от плоскостей обеих катушек, вычисляется по формуле

$$H_к = \left(\frac{4}{5}\right)^{3/2} \frac{N \cdot I}{R}, \tag{5.8}$$

где N – число витков в катушке; I – протекающий по катушке ток; R – радиус катушки.

Чтобы повысить точность измерений, угол отклонения магнитной стрелки компаса измеряют дважды, изменяя направление тока в катушках на противоположное, при этом магнитная стрелка сначала отклоняется в одну сторону на угол β_1, а затем – в противоположную сторону на угол β_2. Окончательно горизонтальная составляющая магнитного поля Земли может быть определена из выражения

$$H_2 = \left(\frac{4}{5}\right)^{3/2} \frac{N \cdot I}{R \cdot \operatorname{tg}\left(\frac{\beta_1 + \beta_2}{2}\right)}. \tag{5.9}$$

Порядок выполнения работы

1. При отсутствии тока в катушках сориентируйте установку так, чтобы магнитная стрелка компаса была параллельна плоскостям катушек (установка должна находиться вдали от массивных металлических предметов и проводов с электрическим током).

2. Включите прибор и установите переключателем на передней панели минимальное значение тока в катушках, при этом стрелка компаса отклонится на некоторый угол β_1, измерьте значение этого угла в градусах, результаты измерений занесите в табл. 5.1.

3. Переключателем измените направление тока в катушках и измерьте значение угла β_2, результаты измерений занесите в табл. 5.1.

4. Проведите измерения углов отклонения магнитной стрелки β_1 и β_2 при других значениях тока в катушках и результаты измерений занесите в табл. 5.1.

5. Вычислите значение $\operatorname{tg}\left(\frac{\beta_1+\beta_2}{2}\right)$ и значение горизонтальной составляющей напряженности магнитного поля H_2 по формуле (5.9).

6. Определите среднее значение горизонтальной составляющей напряженности магнитного поля $\langle H_2 \rangle$ и среднеквадратичную погрешность σ_H по формулам из введения.

Таблица 5.1

I, мА	80	110	140	170	200
β_1					
β_2					
$\operatorname{tg}\left(\frac{\beta_1+\beta_2}{2}\right)$					
H_2					
$\langle H_2 \rangle$					
ΔH_2					
σ_H					

Контрольные вопросы

1. Сформулируйте закон Био – Савара – Лапласа для участка проводника с током в векторной и скалярной форме. Ответ проиллюстрируйте.

2. Получите выражение для магнитной индукции в центре кругового тока.

3. Получите рабочую формулу для определения горизонтальной составляющей напряженности магнитного поля Земли.

4. Что такое магнитное склонение и как оно зависит от географической широты местности?

Список литературы

1. Тюшев А. Н., Дикусар Л. Д. Курс лекций по физике. Часть 3 : учеб. пособие. – Новосибирск : СГГА, 2011. – С. 93–102.

2. Трофимова Т. И. Курс физики : учеб. пособие. – М. : Академия, 2015. – С. 207–222, гл. 14.

3. Савельев И. В. Курс общей физики в 5 кн. Кн. 2. Электричество и магнетизм : учеб. пособие для втузов – М. : Астрель, 2016. – С. 137–142, гл. 6.2, 6.3.

Приложение 1

Образец оформления титульного листа

Сибирский государственный университет геосистем и технологий
Кафедра физики

Лабораторная работа №
«*Название лабораторной работы*»

Институт: *ИОиОТ*	Преподаватель:
Группа: *ОК–12*	*Петров П. П.*
Обучающийся: *Иванов И. И.*	

Новосибирск
2019 г.

Приложение 2

Таблица коэффициентов Стьюдента

n	τ_S		
	$\alpha = 0,9$	$\alpha = 0,95$	$\alpha = 0,99$
2	6,3	12,7	63,7
3	2,9	4,3	9,9
4	2,4	3,2	5,8
5	2,1	2,8	4,6
6	2,0	2,6	4,0
7	1,9	2,4	3,7
8	1,9	2,4	3,5
9	1,9	2,3	3,4
10	1,8	2,3	3,3
11	1,7	2,0	2,6
∞	1,65	1,96	2,59

Учебное издание

Карманов Игорь Николаевич
Корнеев Владимир Станиславович
Михайлова Дарья Сергеевна
Никулин Дмитрий Михайлович
Сырнева Александра Сергеевна
Шергин Сергей Леонидович

ФИЗИКА

МЕХАНИКА. ЭЛЕКТРИЧЕСТВО. МАГНЕТИЗМ

Редактор *Е. К. Деханова*

Компьютерная верстка *О. И. Голикова*

Изд. лиц. ЛР № 020461 от 04.03.1997.
Подписано в печать 03.12.2019. Формат 60 × 84 1/16.
Усл. печ. л. 3,95. Тираж 275 экз. Заказ 189.
Гигиеническое заключение
№ 54.НК.05.953.П.000147.12.02. от 10.12.2002.

Редакционно-издательский отдел СГУГиТ
630108, Новосибирск, ул. Плахотного, 10.

Отпечатано в картопечатной лаборатории СГУГиТ
630108, Новосибирск, ул. Плахотного, 8.