

Taller Final

Álgebra en ciencia de datos

Universidad EAFIT

Fecha de Entrega: Noviembre 10 de 2023

Problema 1

1. Sea Ω un conjunto finito. Demuestre que la distancia Jaccard en $\wp(\Omega)$ definida como

$$d(A, B) := \frac{|A \Delta B|}{|A \cup B|},$$

define una métrica.

2. Sea Q una matriz tal que $Q^t Q = I$, demuestre que Q preserva magnitudes y ángulos respecto al producto punto.
3. Demuestre que la norma matricial inducida por la norma euclidiana es igual a el mayor valor singular.

Problema 2

1. Implemente un algoritmo para calcular los valores y vectores propios de una matriz simétrica A a partir de la siguiente idea:

Inicie con $A_0 = A$, en el paso k calcule la descomposición QR de $A_k = Q_k R_k$ y defina $A_{k+1} = R_k Q_k$.

¿Por qué funciona este algoritmo?

2. Calcule los valores propios y los valores singulares para las siguientes matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0.001 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Problema 3

Encuentre un conjunto de datos que contengan una valoración de ítems por parte de usuarios y entrene un modelo de filtrado colaborativo sobre ese conjunto de datos. Adapte uno de los siguientes tutoriales fast AI o TensorFlow a los datos elegidos. Califique de acuerdo a sus gustos 10 ítems elegidos aleatoriamente, y en base a las predicciones del modelo encuentre los 5 ítems más y menos recomendados para usted.

Problema 4

Elija un problema de cada uno de los talleres anteriores y solucínelo de una forma significativamente distinta a la que presentó anteriormente.

Problema 5

Grabe un video de menos de 5 minutos, en el cual usted explique la definición, calcule un ejemplo y mencione una posible aplicación para uno de los siguientes conceptos:

- Distancia de Mahalanobis.
- Solución de mínimos cuadrados.
- Factorización LU.