

Parcial 2 - Camilo Oberndorfer Mejia

Pregunta 1 (2.5 puntos)

Para el siguiente conjunto de datos experimentales (las columnas corresponden a $[t, u, y]$), aplicar el método de mínimos cuadrados para (i) calcular la función de transferencia con la estructura indicada (indicar todas las operaciones matemáticas intermedias, pero se pueden realizar con Matlab), (ii) calcular la desviación estándar de los parámetros aplicando las propiedades estadísticas del método de mínimos cuadrados, (iii) validar los resultados comparando la respuesta temporal a partir del modelo obtenido con la respuesta experimental.

arx122

0	1.0000	0.0049
1.0000	1.0000	0.0078
2.0000	1.0000	1.1252
3.0000	1.0000	1.4378
4.0000	1.0000	1.6006
5.0000	1.0000	1.6803
6.0000	1.0000	1.7287
7.0000	1.0000	1.7471

$$\text{ARX121} \quad \Phi = \begin{bmatrix} \phi^T(1) \\ \phi^T(2) \\ \phi^T(3) \\ \phi^T(4) \\ \phi^T(5) \\ \phi^T(6) \\ \phi^T(7) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y(0) & u(-1) & u(-2) \\ y(1) & u(0) & u(-1) \\ y(2) & u(1) & u(0) \\ y(3) & u(2) & u(1) \\ y(4) & u(3) & u(2) \\ y(5) & u(4) & u(3) \\ y(6) & u(5) & u(4) \end{bmatrix}$$

```
%arx 122
clf
Datos = [-2 0 0;
        -1 0 0;
        0 1 0.0049;
        1 1 0.0078;
        2 1 1.1252;
        3 1 1.4378;
        4 1 1.6006;
        5 1 1.6803;
        6 1 1.7287;
```

```

    7 1 1.7471];
[phi, Y, param, cova] = OLS(Datos, 1, 2, 2);
%Notar que phi no esta bien definida, por lo que phi'*phi no tiene inversa
phi, inv(phi'*phi)

```

```

phi = 7x3
    -0.0049         0         0
    -0.0078     1.0000         0
    -1.1252     1.0000     1.0000
    -1.4378     1.0000     1.0000
    -1.6006     1.0000     1.0000
    -1.6803     1.0000     1.0000
    -1.7287     1.0000     1.0000
ans = 3x3
     4.1973     0.0327     6.3242
     0.0327     1.0003    -0.9507
     6.3242    -0.9507    10.7288

```

```

G = tf([param(2:end)'],[1 param(1)'],'ts',1, 'InputDelay', 2)

```

G =

$$z^{(-2)} * \frac{1.121 z - 0.2635}{z - 0.5158}$$

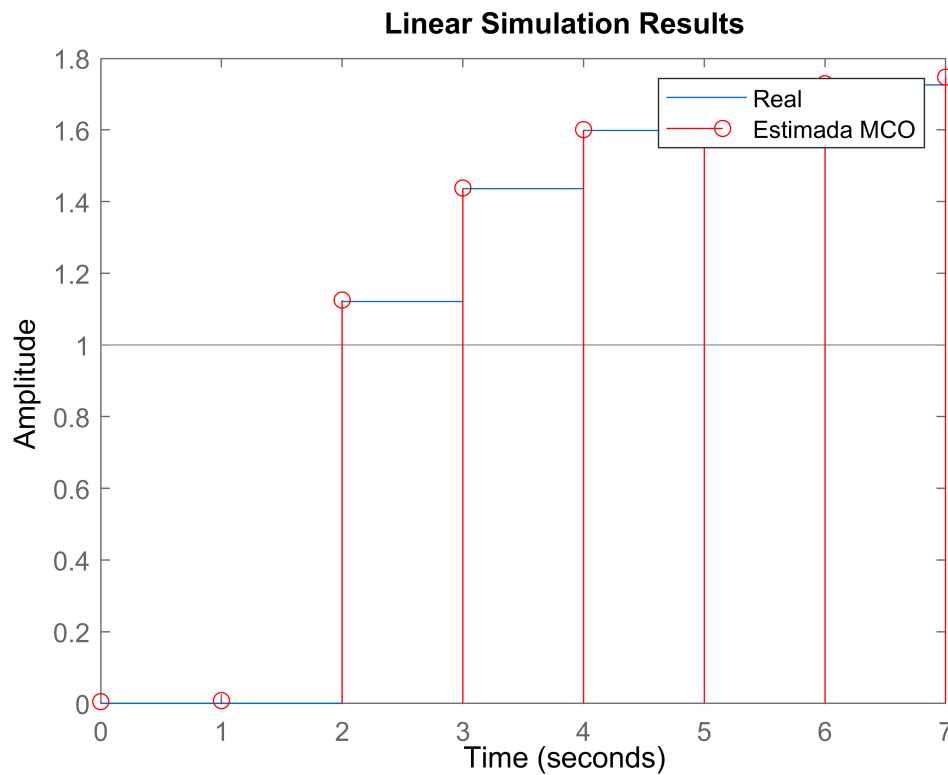
Sample time: 1 seconds
Discrete-time transfer function.

```

lsim(G,ones(8,1),linspace(0,7,8))
hold on
stem(Datos(2:end,1),Datos(2:end,3),"Color",'r')

legend({"Real","Estimada MCO"})

```



```
stdParam = sqrt(diag(cova)) %Desviacio estandar de los parametros
```

```
stdParam = 3x1
    0.0072
    0.0035
    0.0115
```

```
data = iddata(Y,phi(:,end),1);
orden_excit = pexcit(data)%orden de excitacion del modelo
```

```
orden_excit = 2
```

Pregunta 2 (2.5 puntos)

Especificar las ecuaciones y el código en Matlab del filtro de Kalman para el siguiente sistema, con medición de una de las variables de estado y estimación de las restantes:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -x_1 + ax_2(1 + x_1) \\ \dot{x}_2 = -bx_1(1 + x_1) + u \end{cases}$$

```
clear all, clf, clc
```

```

syms x1 x2 u a b
a = 1; b = 2; %Constantes definidas por el usuario

ode1 = -x1 +a*x2*(1+x1);
ode2 = -b*x1*(1+x1)+u;
y = x2;

odes = [ode1; ode2]; vars = [x1, x2];

[A, B, C, D] = linealizacion(odes,y,vars,u)

```

```

A =

$$\begin{pmatrix} x_2 - 1 & x_1 + 1 \\ -4x_1 - 2 & 0 \end{pmatrix}$$

B =

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

C = (0 1)
D = 0

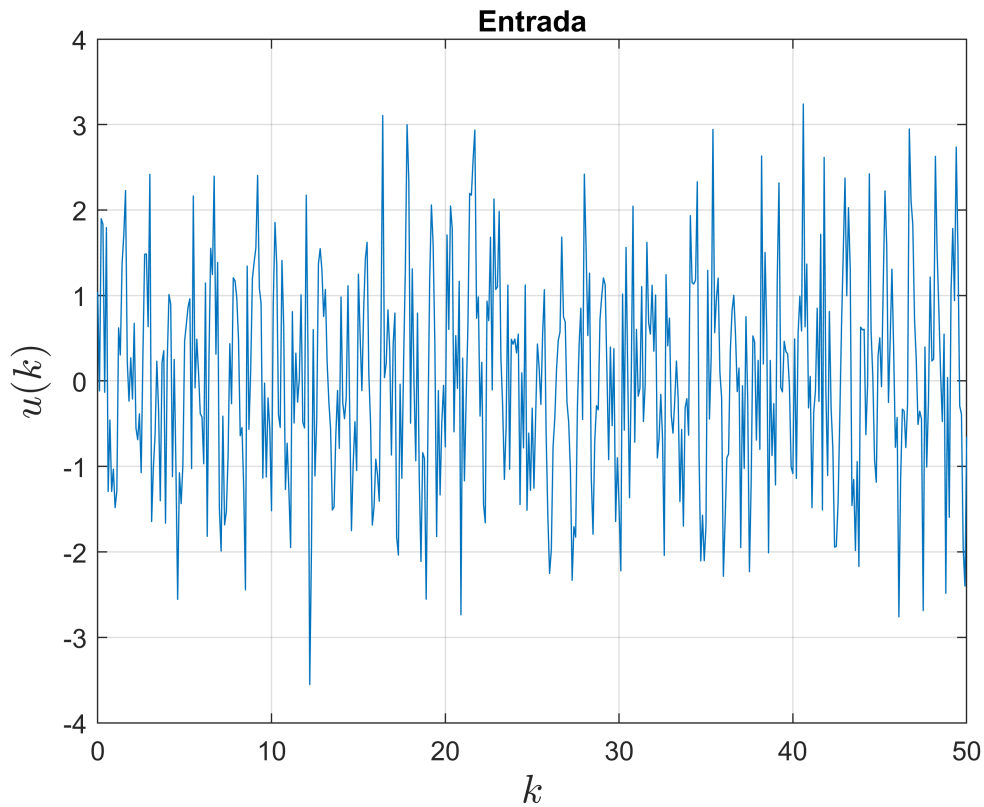
```

```

Ts = 0.1; % tiempo de muestreo T.
tiempo = 0:Ts:50; % periodo de tiempo a usar.
u = sin(5*tiempo) + randn(1,length(tiempo)); %ones(1, length(tiempo));

plot(tiempo, u)
title('Entrada');
xlabel('$k$', 'Interpreter', 'Latex', 'FontSize', 15);
ylabel('$u(k)$', 'Interpreter', 'Latex', 'FontSize', 15);
grid on

```



% Condiciones iniciales dados por el usuario:

M = 0.001*eye(2); R=10; P0 = M; x0 = [1 1]'; Ts = 0.1;

odes = matlabFunction(odes);

%Obtenemos los valores de y reales en cada tiempo t

[t, x] = ode45(@(t,x) ode(t, x, u, tiempo, odes), tiempo, x0);

y = x(:,2);

V = 0.1*randn(length(y),2);

y1 = y + V;

[P_trace, K_norm, x_est] = KalmanExtended(A,C,odes,t,x,u,y1,x0,M,R,P0,Ts,V);

clf

plot(t, x(:,1), t, x_est(:,1))

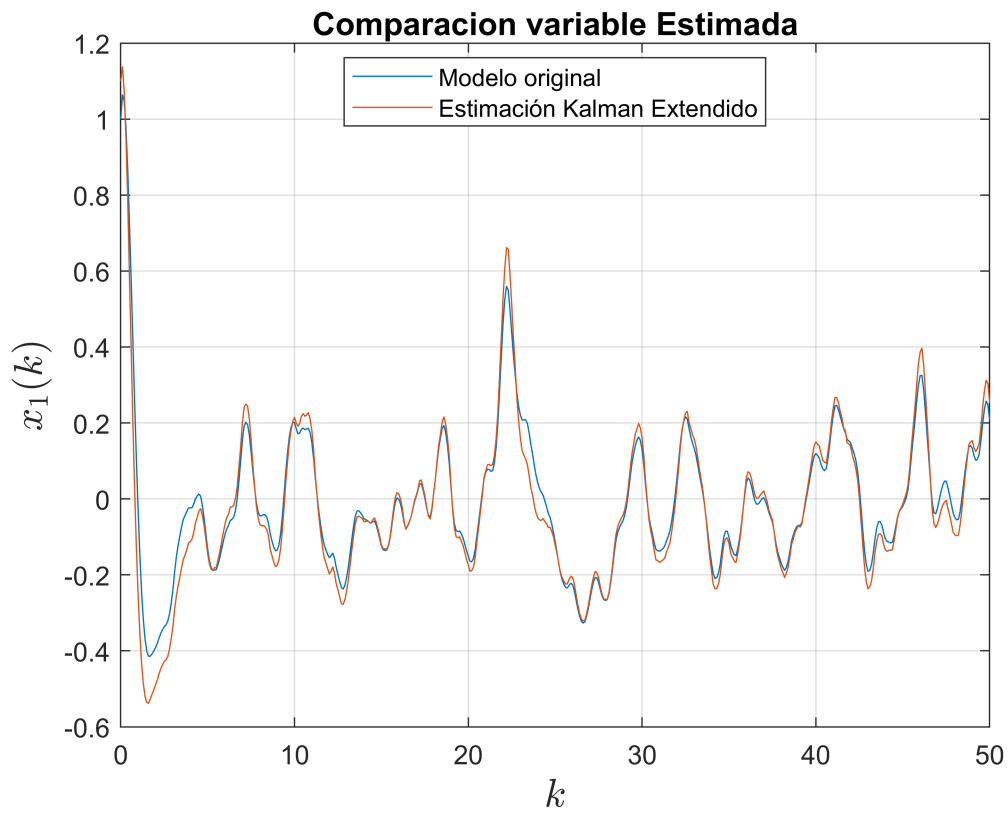
legend({'Modelo original', 'Estimación Kalman Extendido'}, 'Location', 'best');

xlabel('\$k\$', 'Interpreter', 'Latex', 'FontSize', 15);

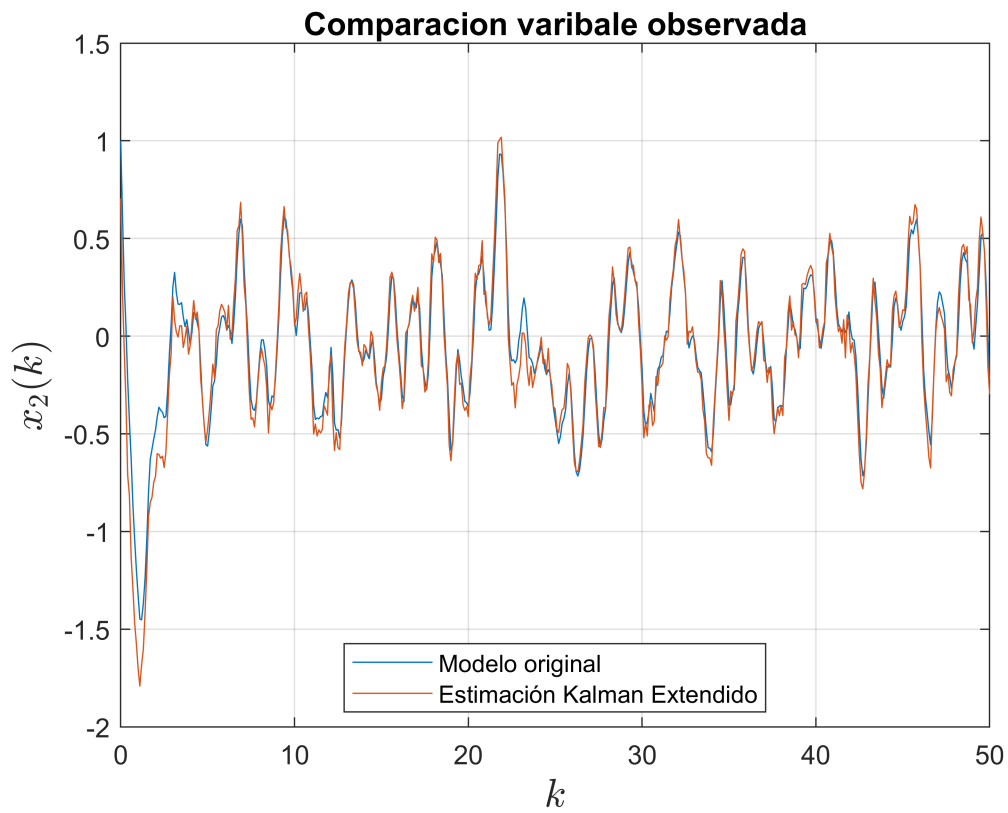
ylabel('\$x_{1}(k)\$', 'Interpreter', 'Latex', 'FontSize', 15);

title('Comparacion variable Estimada', 'FontSize', 12);

grid on



```
clf
plot(t, x(:,2), t, x_est(:,2))
legend({'Modelo original', 'Estimación Kalman Extendido'}, 'Location', 'best');
xlabel('$k$', 'Interpreter', 'Latex', 'FontSize', 15);
ylabel('$x_{2}(k)$', 'Interpreter', 'Latex', 'FontSize', 15);
title('Comparacion variable observada', 'FontSize', 12);
grid on
```



```

plot(t, P_trace)
legend({'Traza  $P$ '}, 'Interpreter', 'Latex', 'Location', 'best');
xlabel('$Error$', 'Interpreter', 'Latex', 'FontSize', 15);
ylabel('$x(k)$', 'Interpreter', 'Latex', 'FontSize', 15);
title('Error cometido en la estimacion', 'FontSize', 12);
grid on

```

