

Sistemi lineari

Matteo Cocciniglia

02/03/2022

1 matrici simmetriche

look at pag 167

Ricordando che:

- Una matrice quadrata A è simmetrica se $A = A^T$.
- Per memorizzare una matrice in modo ottimizzato è richiesto $\simeq \frac{n^2}{2}$ locazioni di memoria.

1.1 Teorema di fattorizzazione di Gauss per matrici simmetriche

Se A è simmetrica e tutti i suoi minori principali sono diversi da zero, allora esistono una matrice triangolare inferiore L una diagonale D con elementi $\neq 0$ tali che $A = LDL^T$

1.2 dimostrazione

Sfruttando l'ipotesi che tutti i minori di A sono $\neq 0$ dai risultati del **teorema di fattorizzazione di Gauss** si ottiene che $A = LU$ dove L è una matrice triangolare inferiore con diagonale unitaria e U matrice diagonale superiore.

Si definisce $D = \begin{pmatrix} u_{11} & 0 & \cdots \\ 0 & u_{22} & & \\ \vdots & & \ddots & \\ & & & u_{nn} \end{pmatrix}$, quindi si ha che $A = LDD^{-1}U$

dato che DD^{-1} è la matrice identità il risultato non è alterato.

Provare che $D^{-1}U \stackrel{?}{=} L^T$. Sfruttando la simmetria della matrice $A = A^T$ si ottiene $A = (LDD^{-1}U)^T$.