# Approche pratique de la théorie des langages formels. Oral de TIPE

Charlotte THOMAS

5 juin 2022

#### Résumé

Les erreurs de compilation peuvent coûter cher, et parfois se compter en vies humaines, il est donc nécessaire de développer des outils et des théories dans le domaine de la théorie des langages formels pour prévenir les bugs en amont, et protéger des vies et la société.

Pour illustrer ceci cette présentation se concentre sur le Baguette# (à prononcer "Baguette Sharp") un langage de programmation exotique avec une syntaxe proche d'un BASIC, basé sur des pâtisseries. Le REPL est disponible sur OPAM opam install baguette-sharp, le code source est sur GitHub sous licence MIT, enfin le site web est disponible à cette adresse https://www.baguettesharp.fr

#### Résumé

Les erreurs de compilation peuvent coûter cher, et parfois se compter en vies humaines, il est donc nécessaire de développer des outils et des théories dans le domaine de la théorie des langages formels pour prévenir les bugs en amont, et protéger des vies et la société.

Pour illustrer ceci cette présentation se concentre sur le *Baguette#* (à prononcer "Baguette Sharp") un langage de programmation exotique avec une syntaxe proche d'un BASIC, basé sur des pâtisseries. Le REPL est disponible sur OPAM opam install baguette-sharp, le code source est sur GitHub sous licence MIT, enfin le site web est disponible à cette adresse

https://www.baguettesharp.fr

#### Tableau des matières

- 1. Présentation du langage
  - 1.1 Présentation Générale
  - 1.2 Lexer
    - Lexer
    - Lexer Algorithme
  - 1.3 Parser
    - Parser/AST
    - Parser Algorithme
    - Parser Parenthèse ouvrante
    - Parser version complète
- 2. Machine de Turing Universelle Binaire
  - 2.1 Définition
  - 2.2 Implémentation
  - 2.3 Implémentation en B#
  - 2.4 Exemples et résultats
    - ▶ Bit-Shift
    - Binary Adder
    - Overflow

- L'absence d'opérateurs INFIX (par exemple 1+2)
- ► Toutes les instructions ont un nom de pâtisserie (pour le rendre moins simple et plus éxotique)
- ► Chaque structure (condition, boucle, fonction) a une syntaxe complètement différente que les autres
- Enfin, tous les algorithmes ainsi que leurs implémentations ont été codées à la main sans avoir recours aux bibliothèques en OCaml (telles que OCamlLex et Menhir).

- L'absence d'opérateurs INFIX (par exemple 1+2)
- ► Toutes les instructions ont un nom de pâtisserie (pour le rendre moins simple et plus éxotique)
- ► Chaque structure (condition, boucle, fonction) a une syntaxe complètement différente que les autres
- ▶ Enfin, tous les algorithmes ainsi que leurs implémentations ont été codées à la main sans avoir recours aux bibliothèques en OCaml (telles que OCamlLex et Menhir).

- L'absence d'opérateurs INFIX (par exemple 1+2)
- ► Toutes les instructions ont un nom de pâtisserie (pour le rendre moins simple et plus éxotique)
- ► Chaque structure (condition, boucle, fonction) a une syntaxe complètement différente que les autres
- ► Enfin, tous les algorithmes ainsi que leurs implémentations ont été codées à la main sans avoir recours aux bibliothèques en OCaml (telles que OCamlLex et Menhir).

- L'absence d'opérateurs INFIX (par exemple 1+2)
- Toutes les instructions ont un nom de pâtisserie (pour le rendre moins simple et plus éxotique)
- ► Chaque structure (condition, boucle, fonction) a une syntaxe complètement différente que les autres
- Enfin, tous les algorithmes ainsi que leurs implémentations ont été codées à la main sans avoir recours aux bibliothèques en OCaml (telles que OCamlLex et Menhir).

# Algorithmes

Le B# est pour l'instant uniquement interprété il passe donc par plusieurs étapes standard afin d'être évalué correctement

- Le fichier source / la ligne de code est lue est passée par le **lexer** pour en former une liste de token
- ▶ La liste de Token est passée par le parser pour former un arbre de syntaxe abstraite (AST)
- L'AST est ensuite interprété en suivant la structure de l'arbre en profondeur (un algorithme sensiblement proche d'un DFS)

# Algorithmes

# Le B# est pour l'instant uniquement interprété il passe donc par plusieurs étapes standard afin d'être évalué correctement

- Le fichier source / la ligne de code est lue est passée par le **lexer** pour en former une liste de token
- ► La liste de Token est passée par le **parser** pour former un arbre de syntaxe abstraite (AST)
- L'AST est ensuite interprété en suivant la structure de l'arbre en profondeur (un algorithme sensiblement proche d'un DFS)

# Algorithmes

# Le B# est pour l'instant uniquement interprété il passe donc par plusieurs étapes standard afin d'être évalué correctement

- Le fichier source / la ligne de code est lue est passée par le **lexer** pour en former une liste de token
- ▶ La liste de Token est passée par le parser pour former un arbre de syntaxe abstraite (AST)
- L'AST est ensuite interprété en suivant la structure de l'arbre en profondeur (un algorithme sensiblement proche d'un DFS)

#### Lexer

La liste complète des tokens est disponible dans base/token.ml,

```
LEFT PARENTHESIS
RIGHT PARENTHESIS
KEYWORD of string
SEMI COLON
INT TOKEN of int
FLOAT TOKEN of float
STRING TOKEN of string
BOOL TOKEN of bool
ARRAY BEGIN
PARAM BEGIN
ARRAY END
PARAM END
COMMENT
COMMA;;
```

Figure - Type des tokens

#### 1. Le fichier d'entrée est lu et les sauts de ligne sont enlevés

- La chaîne de caractère est coupée en une liste de mot (à chaque blanc)
- Chaque mot est injecté à un algorithme de reconnaissance des tokens
- 4. On construit récursivement comme ceci la liste des tokens
- 5. On renvoie la liste renversée (pour conserver l'ordre de lecture

```
string > Token.token_type list
let generate_token input_string =
let lst = String.split_on_char ' ' input_string in
let rec aux acc quotes lst = match lst with
| [] -> List.rev acc
| t::q -> let token,add = read_token t ((quotes mod 2) = 1)
| in aux (token::acc) (quotes+add) q
| in aux [] 0 lst;;
```

Figure – Implémentation du lexer principal

- Le fichier d'entrée est lu et les sauts de ligne sont enlevés
- 2. La chaîne de caractère est coupée en une liste de mot (à chaque blanc)
- Chaque mot est injecté à un algorithme de reconnaissance des tokens
- 4. On construit récursivement comme ceci la liste des tokens
- 5. On renvoie la liste renversée (pour conserver l'ordre de lecture)

```
string > Token.token_type list
let generate_token input_string =
let lst = String.split_on_char ' ' input_string in
let rec aux acc quotes lst = match lst with
let lst = String.split_on_char ' ' input_string in
let rec aux acc quotes lst = match lst with
let lst = String.split_on_char ' ' input_string in
let lst = String.split_on_char ' input_string in
let lst = String.split_on_char
let lst = String.split_on_char ' ' input_string in
let lst = String.split_on_char
let lst = String.split_on_char
let lst = String.split_on_char ' ' input_string in
let lst =
```

Figure – Implémentation du lexer principal

- Le fichier d'entrée est lu et les sauts de ligne sont enlevés
- La chaîne de caractère est coupée en une liste de mot (à chaque blanc)
- 3. Chaque mot est injecté à un algorithme de reconnaissance des *tokens*
- 4. On construit récursivement comme ceci la liste des tokens
- 5. On renvoie la liste renversée (pour conserver l'ordre de lecture)

```
string > Token.token_type list
let generate_token input_string =
let lst = String.split_on_char ' ' input_string in
let rec aux acc quotes lst = match lst with
let lst = String.split_on_char ' ' input_string in
let rec aux acc quotes lst = match lst with
let lst = String.split_on_char ' ' input_string in
let lst = String.split_on_char ' input_string in
let lst = String.split_on_char
let lst = String.split_on_char ' ' input_string in
let lst = String.split_on_char
let lst = String.split_on_char
let lst = String.split_on_char ' ' input_string in
let lst =
```

Figure – Implémentation du lexer principal

- 1. Le fichier d'entrée est lu et les sauts de ligne sont enlevés
- 2. La chaîne de caractère est coupée en une liste de mot (à chaque blanc)
- Chaque mot est injecté à un algorithme de reconnaissance des tokens
- 4. On construit récursivement comme ceci la liste des tokens
- 5. On renvoie la liste renversée (pour conserver l'ordre de lecture)

Figure – Implémentation du lexer principal

- Le fichier d'entrée est lu et les sauts de ligne sont enlevés
- 2. La chaîne de caractère est coupée en une liste de mot (à chaque blanc)
- Chaque mot est injecté à un algorithme de reconnaissance des tokens
- 4. On construit récursivement comme ceci la liste des tokens
- 5. On renvoie la liste renversée (pour conserver l'ordre de lecture)

Figure – Implémentation du lexer principal

# Parser/AST

L'AST en lui-même est un arbre à n-enfant défini comme ceci en OCaml, bien que générique dans la définition, le type utilisé en pratique est un *parameters ast* 

Figure – Type de l'AST et des paramètres

# Parser - Algorithme

L'algorithme du *parser* est assez classique, bien qu'il ne soit pas exactement un algorithme connu (pour tout faire depuis zéro sans utiliser d'algorithme connu/classiques) il mémorise le *dernier token* lu pour pouvoir calculer le contexte, ci-après l'implémentation du parsing des parenthèses ouvrantes, qui va être présenté en détail

Figure – Handler de la lecture du token de parenthèse ouvrante

```
-> CROISSANT CHOUQUETTE PARISBREST test PARISBREST CLAFOUTIS
Read code:
CROISSANT CHOUQUETTE PARISBREST test PARISBREST CLAFOUTIS
Lexed code:
[{String "CROISSANT"} {{\} {*} {String "test"} {*} {\} } } Parsed code:
(Fonction: CROISSANT)
[{String: test}
Runtime:
```

Figure – Lexer/Parser/Interpreter en action = = > = > < > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > < > > <

- 1. On lit une parenthèse ouvrante, on match le token précédent
- Si c'est une chaîne de caractère on décide que c'est une instruction, une call expression
  - On relance l'algorithme de parsing avec un accumulateur vide (pour avoir les paramètres de l'expression)
  - On supprime la tête de la liste (qui est généralement le nom de l'instruction) si la liste est non-vide
  - On continue l'algorithme sur la suite de la liste de token en ajoutant une Node *call expression* à l'arbre accumulé
- 3. Si le dernier token est une accolade fermante (qui signifie la fin des paramètres d'une déclaration de fonction) alors on relance l'algorithme et on renvoie l'accumulateur et le reste de la liste de token
- 4. Sinon on continue l'algorithme en sautant la parenthèse

- 1. On lit une parenthèse ouvrante, on match le token précédent
- 2. Si c'est une chaîne de caractère on décide que c'est une instruction, une *call expression* 
  - On relance l'algorithme de parsing avec un accumulateur vide (pour avoir les paramètres de l'expression)
  - On supprime la tête de la liste (qui est généralement le nom de l'instruction) si la liste est non-vide
  - On continue l'algorithme sur la suite de la liste de token en ajoutant une Node *call expression* à l'arbre accumulé
- 3. Si le dernier token est une accolade fermante (qui signifie la fin des paramètres d'une déclaration de fonction) alors on relance l'algorithme et on renvoie l'accumulateur et le reste de la liste de token
- 4. Sinon on continue l'algorithme en sautant la parenthèse



- 1. On lit une parenthèse ouvrante, on match le token précédent
- 2. Si c'est une chaîne de caractère on décide que c'est une instruction, une *call expression* 
  - On relance l'algorithme de parsing avec un accumulateur vide (pour avoir les paramètres de l'expression)
  - On supprime la tête de la liste (qui est généralement le nom de l'instruction) si la liste est non-vide
    - On continue l'algorithme sur la suite de la liste de token en ajoutant une Node *call expression* à l'arbre accumulé
- 3. Si le dernier token est une accolade fermante (qui signifie la fin des paramètres d'une déclaration de fonction) alors on relance l'algorithme et on renvoie l'accumulateur et le reste de la liste de token
- 4. Sinon on continue l'algorithme en sautant la parenthèse

- 1. On lit une parenthèse ouvrante, on match le token précédent
- Si c'est une chaîne de caractère on décide que c'est une instruction, une call expression
  - On relance l'algorithme de parsing avec un accumulateur vide (pour avoir les paramètres de l'expression)
  - On supprime la tête de la liste (qui est généralement le nom de l'instruction) si la liste est non-vide
  - On continue l'algorithme sur la suite de la liste de token en ajoutant une Node call expression à l'arbre accumulé
- 3. Si le dernier token est une accolade fermante (qui signifie la fin des paramètres d'une déclaration de fonction) alors on relance l'algorithme et on renvoie l'accumulateur et le reste de la liste de token
- 4. Sinon on continue l'algorithme en sautant la parenthèse



### Parser version complète I

(À sauter sauf si demande du jury). En réalité l'algorithme est bien plus gros, la parenthèse ouvrante n'est qu'un moment clef parmi d'autre, l'algorithme entier est expliqué ci-dessous si besoin.

- 1. On vérifie les conditions de sortie (liste vide)
- 2. Si on lit une parenthèse ouvrante
  - 2.1 On match le token précédent
  - 2.2 Si c'est une chaîne de caractère on décide que c'est une instruction, une *call expression* 
    - On relance l'algorithme de parsing avec un accumulateur vide (pour avoir les paramètres de l'expression)
    - On supprime la tête de la liste (qui est généralement le nom de l'instruction) si la liste est non-vide
    - On continue l'algorithme sur la suite de la liste de token en ajoutant une Node *call expression* à l'arbre accumulé

### Parser version complète II

- 2.3 Si le dernier token est une accolade fermante (qui signifie la fin des paramètres d'une déclaration de fonction) alors on relance l'algorithme et on renvoie l'accumulateur et le reste de la liste de token
- 2.4 Sinon on continue l'algorithme en sautant la parenthèse
- 3. Si on lit une accolade ouvrante (paramètre de fonction)
  - 3.1 On match le token précédent
  - 3.2 Si c'est une chaîne de caractère
    - On relance l'algorithme de parsing avec un accumulateur vide (pour avoir les paramètres de l'expression)
    - On supprime la tête de la liste (qui est généralement le nom de l'instruction) si la liste est non-vide
    - On continue l'algorithme sur la suite de la liste de token en ajoutant une Node call expression à l'arbre accumulé
  - 3.3 Sinon on continue en sautant l'accolade
- 4. Si on est sur une accolade fermante on sort avec l'accumulateur et la liste restante



### Parser version complète III

- Si on est sur un début de tableau (crochet ouvrant) alors on appelle le parser en profondeur et on continue en ajoutant une Node de type Array à l'accumulateur
- 6. Si on tombe sur une parenthèse fermante on sort avec l'accumulateur et la liste restante
- 7. Si on tombe sur une fin de tableau (crochet fermant) idem
- 8. Si on tombe sur un point virgule, idem
- Si on tombe sur une virgule, on la saute (pour prendre en compte le lexer secondaire)
- Si on tombe sur un IF alors on appelle le parser en profondeur et on ajoute une Node IF à l'accumulateur
- 11. Si on tombe sur un BEGIN on vérifie que le token précédent est un keyword et on continue
- 12. Si on tombe sur un THEN on vérifie qu'on a un IF avant et si oui on ajoute une node de type condition



# Parser version complète IV

- 13. Si on tombe sur un LABEL alors on part en profondeur pour le nom du label et son contenu et on ajoute une node de type label
- Si on tombe sur un GOTO alors on vérifie le nom et on ajoute une node de type GOTO
- 15. Idem pour un LOAD
- 16. Si on tombe sur un QUOTE alors on construit la chaîne de caractère jusqu'à tomber sur le quote fermant
- 17. Si on tombe sur un string, idem
- 18. Si on tombe sur un int, on ajoute une node de type argument de type int
- 19. Si on tombe sur un float, on ajoute une node de type argument de type float
- 20. Si on tombe sur un boolean, on ajoute une node de type argument de type boolean
- 21. Sinon on sort en renvoyant la liste et l'accumulateur



# Machine de Turing Universelle Binaire - Définition

Bien entendu créer un langage s'avère uniquement utile si on est capable d'écrire une quantité intéressante d'algorithme dans ce langage, pour cela l'outil théorique de la *Machine de Turing Universelle* est très utile.

Une machine de Turing est un *modèle abstrait*, pensé originellement par le précurseur des sciences de l'informatique et mathématicien **Alan Turing** lors de ses recherches sur la *calculabilité*, une définition intuitive d'une telle machine est par une tête de lecture et un ruban de longueur infini à droite, la tête de lecture lit la "case" et d'après un tableau d'action bouge à droite/gauche/pas, écris quelque chose sur la case (ou pas) et change la machine d'état.

# Machine de Turing Universelle Binaire - Définition

Bien entendu créer un langage s'avère uniquement utile si on est capable d'écrire une quantité intéressante d'algorithme dans ce langage, pour cela l'outil théorique de la *Machine de Turing Universelle* est très utile.

Une machine de Turing est un *modèle abstrait*, pensé originellement par le précurseur des sciences de l'informatique et mathématicien **Alan Turing** lors de ses recherches sur la *calculabilité*, une définition intuitive d'une telle machine est par une tête de lecture et un ruban de longueur infini à droite, la tête de lecture lit la "case" et d'après un tableau d'action bouge à droite/gauche/pas, écris quelque chose sur la case (ou pas) et change la machine d'état.

# Machine de Turing Universelle Binaire - Définition

Une définition formelle est énoncé par Lewis dans *Elements of the* Theory of Computation en 1982, il définit une machine de Turing comme un 5-uplet  $(K, \Sigma, \delta, s, H)$  avec K l'ensemble fini d'états possible de la machine,  $\Sigma$  est l'alphabet qui contient le caractère nul et le caractère marquant le début du ruban,  $s \in K$  est l'état initial de la machine,  $\delta$  est la fonction de transition des états formellement  $(K - H) \times \Sigma \to K \times (\Sigma \cup \{\leftarrow, \rightarrow\})$  (elle prend en entrée un couple formé d'un état non sortant et d'un état du ruban lu et renvoi un couple du nouvel état de la machine et du nouvel état à écrire ou s'il faut bouger à gauche ou à droite, ce qui revient à un nouvel état à écrire ET s'il faut bouger à gauche/droite), et enfin  $H \subset K$  est l'ensemble des états finaux dit "de halte". (Elements of the Theory of Computation, Chapter 4, Definition 4.1.1, p. 181)

# Machine de Turing Universelle Binaire - Implémentation I

lci est utilisé une machine de Turing dites, binaire, avec le caractère 2 comme caractère vide, il y a un seul état sortant dénoté  $\bar{H}$  (pour éviter de le confondre avec le H de la définition, ils sont ensuite confondu) les autres états sont des entiers. Les caractères r, l, \* respectivement signifient aller à droite, aller à gauche, et ne pas bouger. Enfin la fonction  $\delta$  est découpé en trois fonctions  $\delta_1, \delta_2, \delta_3$  donnant respectivement le nouvel état, ce qu'il faut écrire sur le ruban, et comment il faut bouger la tête on a donc quelque chose comme ci-dessous. On utilise des matrices pour les fonctions (matrice de tailles (n,3)), un nombre pour

# Machine de Turing Universelle Binaire - Implémentation II

l'étape actuelle et une chaîne de caractère pour le ruban, tout ceci pour pouvoir être implémenté en Baguette#!

$$K = H \cup Q$$
  $Q \subset \mathbb{N}$   
 $\Sigma = \{0, 1, 2\}$   
 $s = 0$   
 $H = \{\overline{H}\}$   
 $\delta_1 : Q \times \Sigma \to K$   
 $\delta_2 : Q \times \Sigma \to \Sigma$   
 $\delta_3 : Q \times \Sigma \to \{r, l, *\}$ 

# Machine de Turing Universelle Binaire - Implémentation en B# I

En omettant la boucle lisant l'entrée clavier pour le programme l'important est la partie étape dont le code en B# est disponible sur le compte Github dans le fichier examples/turing.baguette à la ligne 26 La boucle principale de runtime s'éxécute juste après la lecture du programme qui a lieu après l'initialisation, et ce, tant que l'état de la machine n'est pas H

```
I/Turing machine initialization

//Turing machine initialization to represent the transition decision

//Turing machine initialization of represent the transition decision

//Turing machine initialization of the log with the seal at the first bir of the logat

//Turing machine initialization of the log with the seal at the first bir of the logat

//Turing machine initialization initialization of the log with the seal at the first bir of the logation decision of the logation of the logation
```

Figure - Initialisation de la machine

# Machine de Turing Universelle Binaire - Implémentation en B# II

```
STORMER MORRHALT OF MOTORISTS

AND TRANSPORT OF MORRHALT HAS PROSPECT OF MORRHALT PROSPECT STATE PROSPECT OF ANGINEST IN PROSPECT IN PROSPECT OF ANGINEST OF ANGIN
```

Figure - Runtime

#### Résultats - Bitshift

Maintenant on peut présenter quelques programmes qui tourne sur cette machine de Turing. Sous la forme d'algorithme et l'automate d'état associé. Ici un bitshift,

- ➤ Si on est dans l'état 0 et qu'on lit un 0 on écrit un 0, on bouge à droite, et on reste dans l'état 0
- ➤ Si on est dans l'état 1 et qu'on lit un 1 on écrit un 1, on bouge à droite, et on reste dans l'état 0
- Si on est dans l'état 0 et qu'on lit un 2 on écrit un 0, on ne bouge pas et passe en état "H"

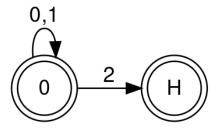


Figure - Automate d'état du bitshift



#### Résultats - Bitshift

Maintenant on peut présenter quelques programmes qui tourne sur cette machine de Turing. Sous la forme d'algorithme et l'automate d'état associé. Ici un bitshift,

- ➤ Si on est dans l'état 0 et qu'on lit un 0 on écrit un 0, on bouge à droite, et on reste dans l'état 0
- ➤ Si on est dans l'état 1 et qu'on lit un 1 on écrit un 1, on bouge à droite, et on reste dans l'état 0
- Si on est dans l'état 0 et qu'on lit un 2 on écrit un 0, on ne bouge pas et passe en état "H"

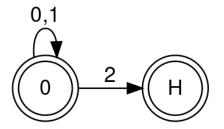


Figure - Automate d'état du bitshift



#### Résultats - Bitshift

Maintenant on peut présenter quelques programmes qui tourne sur cette machine de Turing. Sous la forme d'algorithme et l'automate d'état associé. Ici un bitshift,

- ➤ Si on est dans l'état 0 et qu'on lit un 0 on écrit un 0, on bouge à droite, et on reste dans l'état 0
- ➤ Si on est dans l'état 1 et qu'on lit un 1 on écrit un 1, on bouge à droite, et on reste dans l'état 0
- ➤ Si on est dans l'état 0 et qu'on lit un 2 on écrit un 0, on ne bouge pas et passe en état "H"

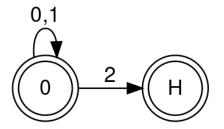


Figure - Automate d'état du bitshift



#### Résultats - Adder

Ou encore un binary adder qui en automate d'état rend

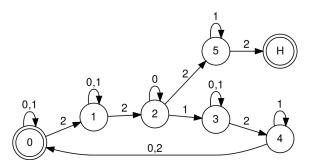


Figure – Automate d'état du binary adder