3. 복잡한 회로망 해석법

E-mail: hogijung@hanyang.ac.kr
http://web.yonsei.ac.kr/hgjung

3.1. 회로망 용어

① 메쉬 : 다른 폐회로를 포함하지 않는 폐회로이다. 메쉬는 회로망을 보면 누구나 쉽게 알 수 있으며 이 메쉬의 수가 바로 KVL에 의하여 그 회로망을 해석하는데 필요한 독립적인 전압 방정식의 수와 같다.

② 노드(절점) : 3개 이상의 가지가 연결된 접합점을 말한다. 노드의 수보다 1개 작은 수가 KCL에 의한 그 회로망에서의 독립적인 전류 방정식의 수와 같다.

③ 가지(branch, 지로) : 노드와 노드를 연결하는 1개의 소자로 연결된 통로를 말한다. 따라서 모든 회로망은 노드와 가지 및 이들로 구성된 메쉬로 이루어진다.

그러나 위에서 언급한 방법으로 KVL 또는 KCL에 의한 방정식의 수를 구하려면 다음 사항을 정확하게 적용해야 한다.

① 전류 전원과 병렬로 연결된 저항만 있는 가지는 무시한다.

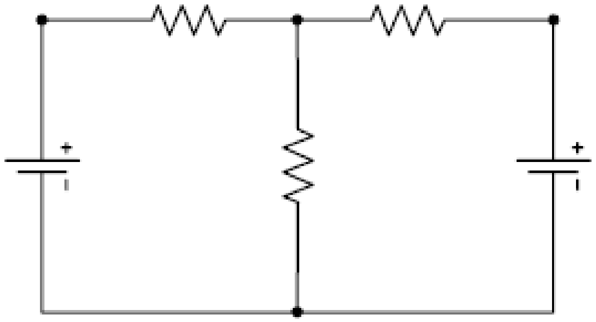
② 전압 전원과 직렬로 연결된 저항으로 구성된 가지는 1개의 가지로 취급한다.

③ 저항 사이의 직렬연결, 전류전원과 저항의 직렬연결, 기타 소자들 사이의 직렬연결은 1개의 가지로 취급한다. 따라서 위의 3가지 경우에 포함되는 노드는 무시해야 한다.

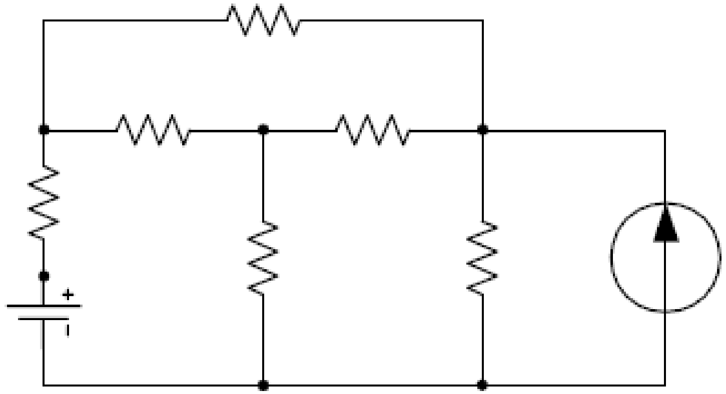
E-mail: hogijung@hanyang.ac.kr
http://web.yonsei.ac.kr/hgjung

3.1. 회로망 용어

[예제 3-1] 그림 3-1에서 메쉬, 노드 및 가지의 수를 구하시오.



(a)



(b)

그림 3-1

E-mail: hogijung@hanyang.ac.kr
http://web.yonsei.ac.kr/hgjung

3.2. 메쉬 해석법

그림 3-2(a)에서 6Ω의 저항에 흐르는 전류를 구해보자.

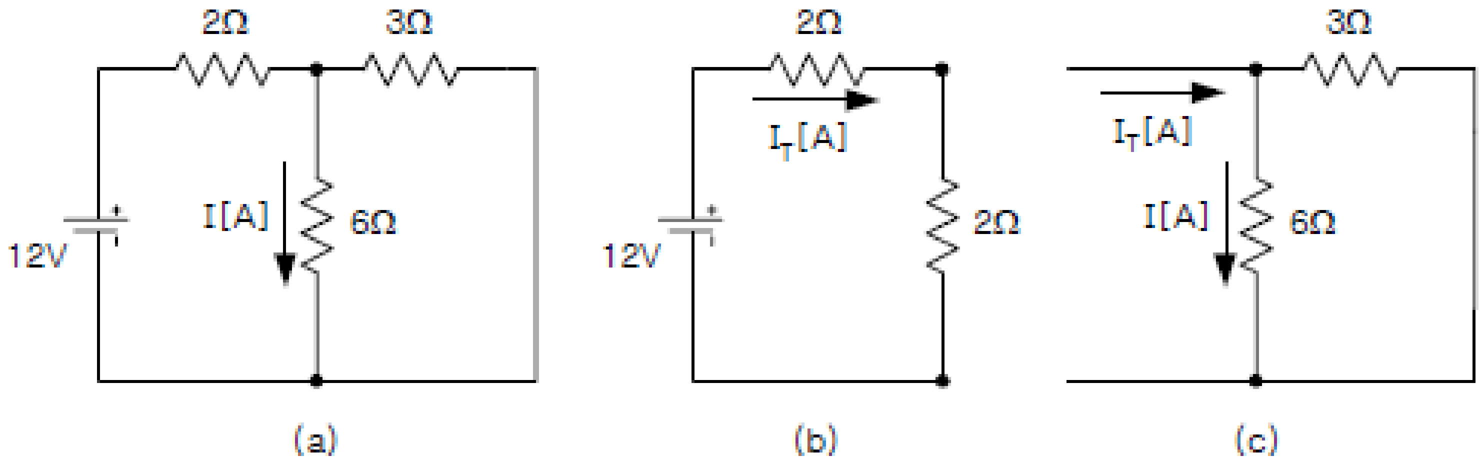


그림 3-2

$$I_T = \frac{12}{2+2} = 3[A]$$

$$I = \frac{3}{3+6} \times 3 = 1[A]$$

E-mail: hogijung@hanyang.ac.kr
http://web.yonsei.ac.kr/hgjung

3.2. 메쉬 해석법

그림 3-3에서 저항 R_3에 흐르는 전류를 구해보자.

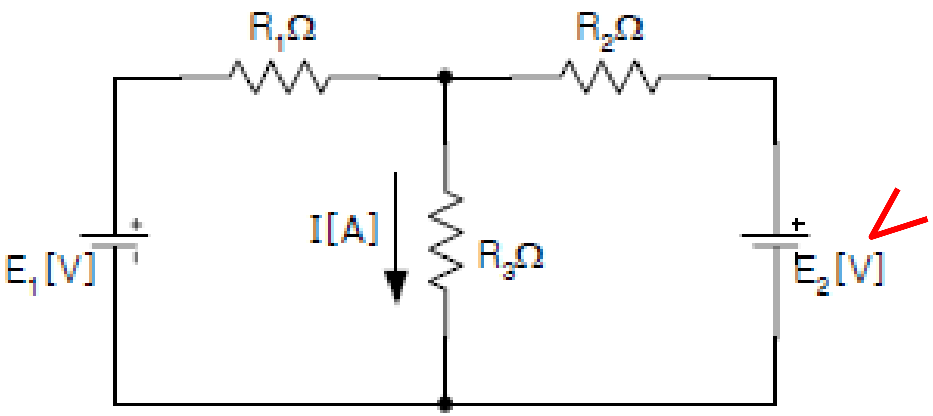


그림 3-3

회로망이 복잡해지면서 메쉬가 2개 이상 되는 경우, 각 메쉬마다 전압전원이 있다면 합성저항을 구할 수 없기 때문에 회로해석이 복잡해진다.

E-mail: hogijung@hanyang.ac.kr
http://web.yonsei.ac.kr/hgjung

3.2. 메쉬 해석법

메쉬 전류를 정의하고,

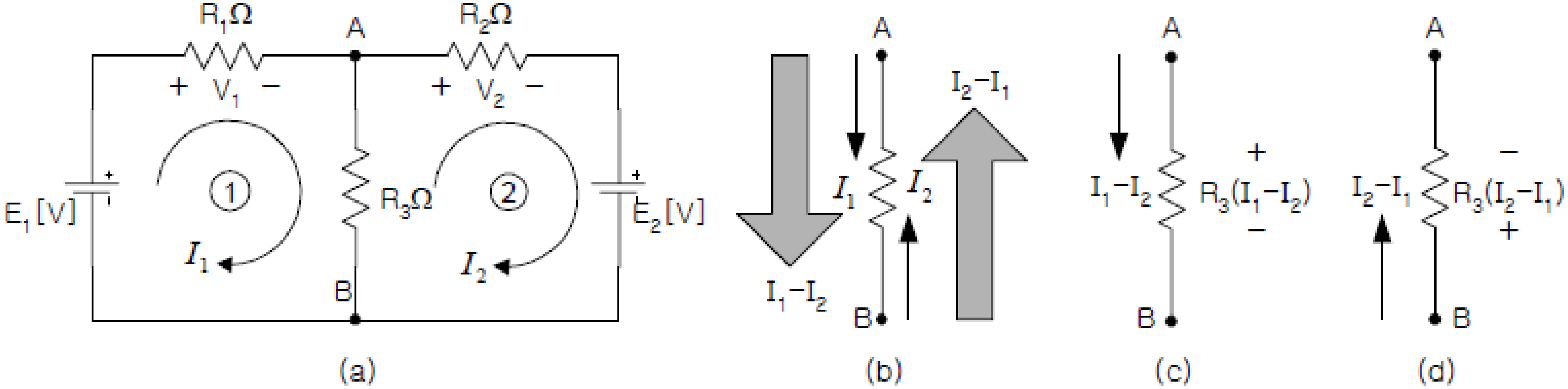
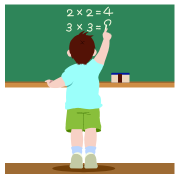


그림 3-4



E-mail: hogijung@hanyang.ac.kr
http://web.yonsei.ac.kr/hgjung

3.2. 메쉬 해석법

메쉬마다 KVL을 적용하면,

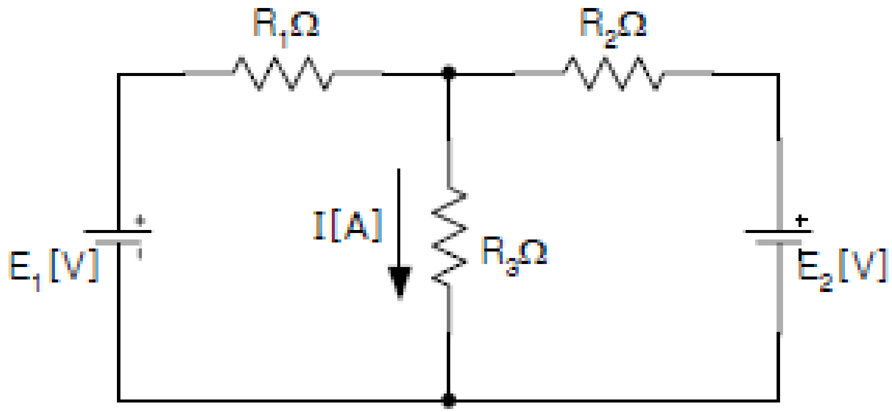


그림 3-3

$$E_1 = V_1 + (I_1\text{이 기준일 때 } R_3\text{에서의 전압강하}) = R_1 I_1 + R_3(I_1 - I_2)$$

$$(I_2\text{가 기준일 때 } R_3\text{에서의 전압강하}) + V_2 + E_2 = R_3(I_2 - I_1) + R_2 I_2 + E_2 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{aligned} (R_1 + R_3) I_1 - R_3 I_2 &= E_1 \\ -R_3 I_1 + (R_2 + R_3) I_2 &= -E_2 \end{aligned}$$

E-mail: hogijung@hanyang.ac.kr
http://web.yonsei.ac.kr/hgjung

3.2. 메쉬 해석법

메쉬 해석법은 회로망이 전압 전원과 저항만으로 구성된 경우 전류 방정식을 **기계적으로** 세워서 필요한 전류나 전압을 구할 수 있는 대표적인 방법이다.

메쉬가 2개인 회로는 정리하면 언제나 식(3-4)와 같은 형태가 된다.

$$R_{11}I_1 + R_{12}I_2 = \sum V_1 \qquad \cdots\cdots \ (3\text{-}4)$$

$$R_{21}I_1 + R_{22}I_2 = \sum V_2$$

R_{11} : 메쉬 전류 I_1이 흐르는 메쉬의 저항을 모두 더한 값

R_{22} : 메쉬 전류 I_2가 흐르는 메쉬의 저항을 모두 더한 값

$R_{12} = R_{21}$: 메쉬 전류 I_1과 I_2가 동시에 흐르는 가지에 있는 저항을 모두 더한 값으로 그 결과에 항상 (–) 부호를 붙인다.

$\sum V_1$: 메쉬 전류 I_1이 흐르는 메쉬에 있는 전압 전원을 시계 방향으로 일주하면서 전압상승인 전원은 (+), 전압 강하인 전원은 (–)로 해서 더한 값

$\sum V_2$: 메쉬 전류 I_2가 흐르는 메쉬에 있는 전압 전원을 시계 방향으로 일주하면서 전압 상승인 전원은 (+), 전압 강하인 전원은 (–)로 해서 더한 값

E-mail: hogijung@hanyang.ac.kr
http://web.yonsei.ac.kr/hgjung

3.2. 메쉬 해석법

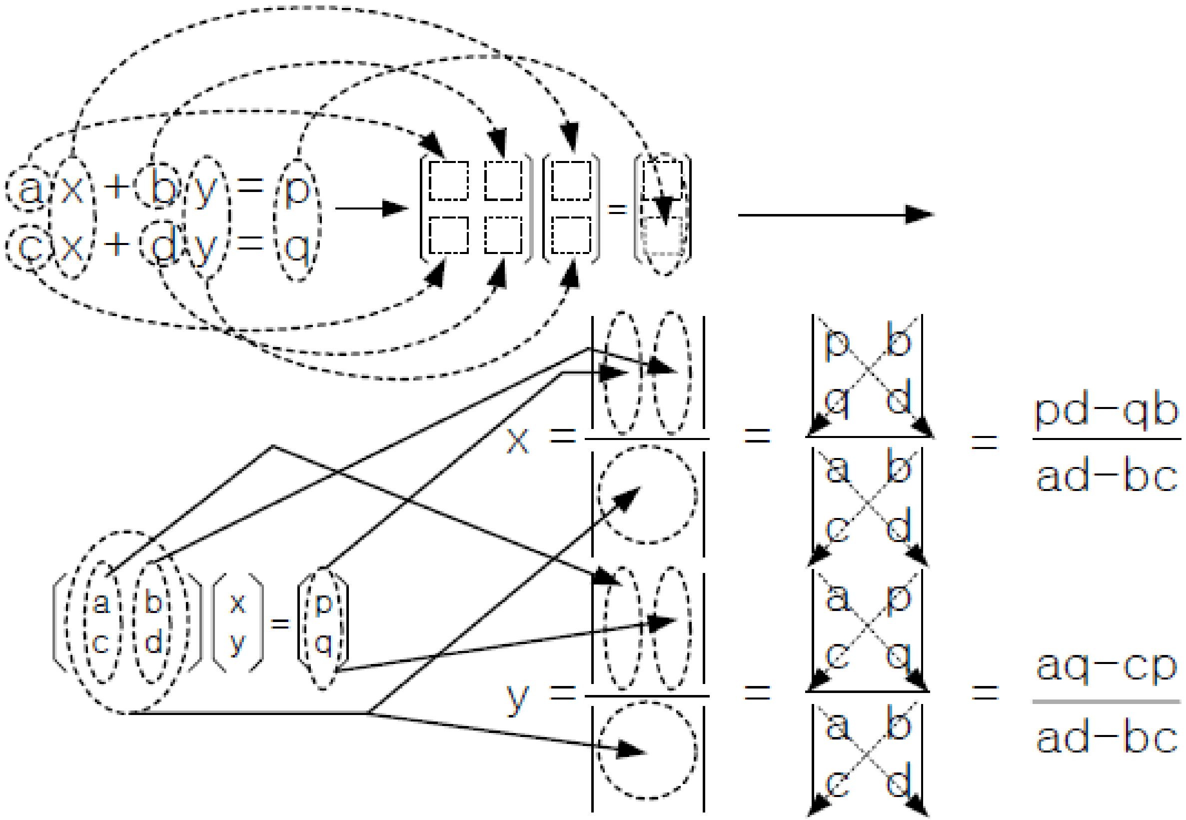


그림 3-5 크래머의 공식

E-mail: hogijung@hanyang.ac.kr
http://web.yonsei.ac.kr/hgjung

3.2. 메쉬 해석법

[예제 3-2] 그림 3-6 회로에서 전류 $I[A]$를 구하시오.

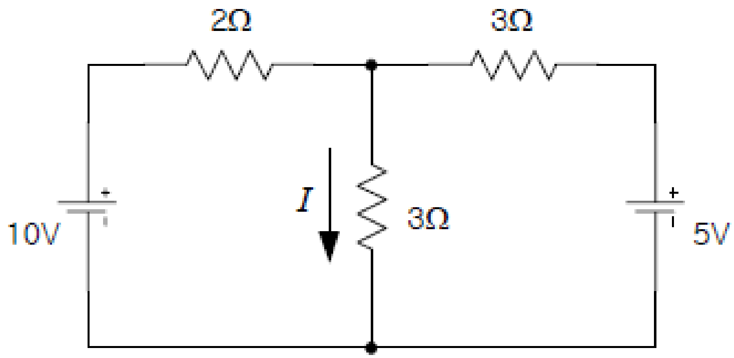
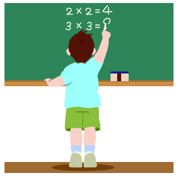


그림 3-6



3.2. 메쉬 해석법

메쉬가 3개인 경우,

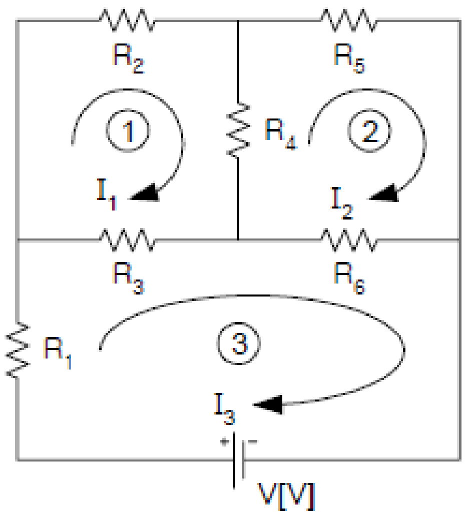


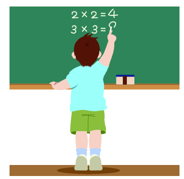
그림 3-8

메쉬 ① : $R_2 I_1 + R_3 (I_1 - I_3) + R_4 (I_1 - I_2) = 0$

메쉬 ② : $R_5 I_2 + R_6 (I_2 - I_3) + R_4 (I_2 - I_1) = 0$

메쉬 ③ : $V = R_1 I_3 + R_3 (I_3 - I_1) + R_6 (I_3 - I_1)$

$$
\begin{aligned}
(R_2 + R_3 + R_4)\, I_1 - \quad & R_4 I_2 - \quad & R_3 I_3 &= 0 \\
-R_4 I_1 + (R_3 + R_4 + R_5) I_2 - \quad & & R_6 I_3 &= 0 \\
-R_3 I_1 - \quad & R_6 I_2 + (R_1 + R_3 + R_4) I_3 & &= V
\end{aligned}
$$



3.2. 메쉬 해석법

$$R_{11}I_1 + R_{12}I_2 + R_{13}I_3 = \sum V_1$$

$$R_{21}I_1 + R_{22}I_2 + R_{23}I_3 = \sum V_2$$

$$R_{31}I_1 + R_{32}I_2 + R_{33}I_3 = \sum V_3$$

R_{ii} : i 번째 전류가 흐르는 메쉬의 저항을 모두 더한 값

$R_{ij}(i \neq j)$: i 번째 메쉬와 j 번째 메쉬가 겹치는 가지에 있는 저항의 합으로 그 결과에 항상 (–)부호를 붙인다.

$\sum V_i$: i 번째 메쉬를 시계 방향으로 일주하면서 전압 상승인 전원은 (+), 전압 강하인 전원은 (–)로 더한 값

E-mail: hogijung@hanyang.ac.kr
http://web.yonsei.ac.kr/hgjung

3.2. 메쉬 해석법

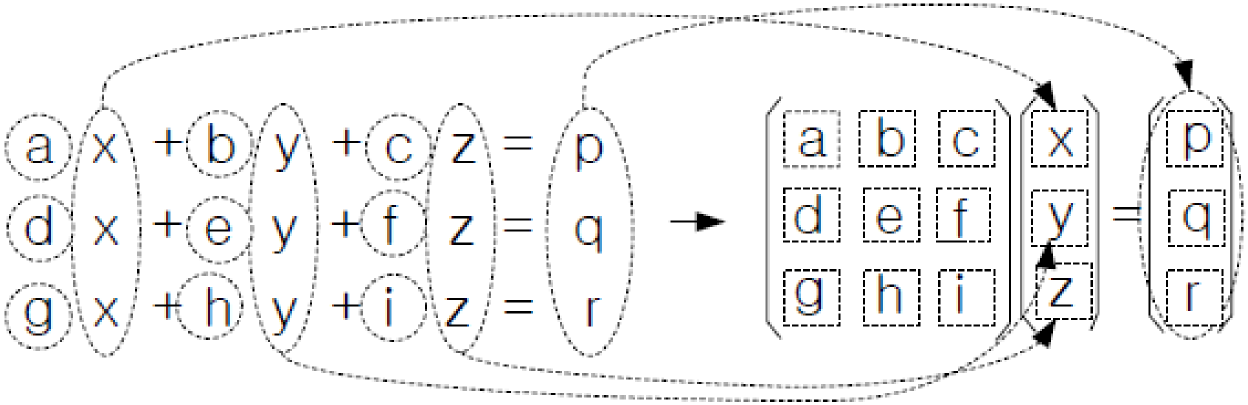


그림 3-9 3원 1차 연립방정식의 행렬 변환 방법

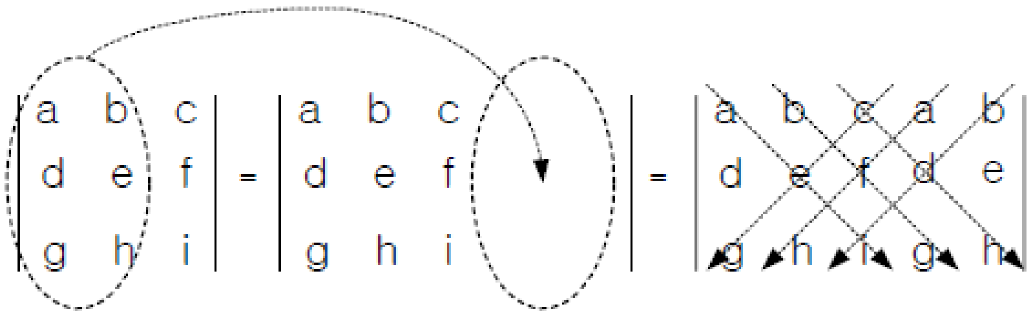


그림 3-10 3×3 행렬식 계산 방법

E-mail: hogijung@hanyang.ac.kr
http://web.yonsei.ac.kr/hgjung

3.2. 메쉬 해석법

[예제 3-3] 그림 3-11에서 전류 $I[A]$를 구하시오.

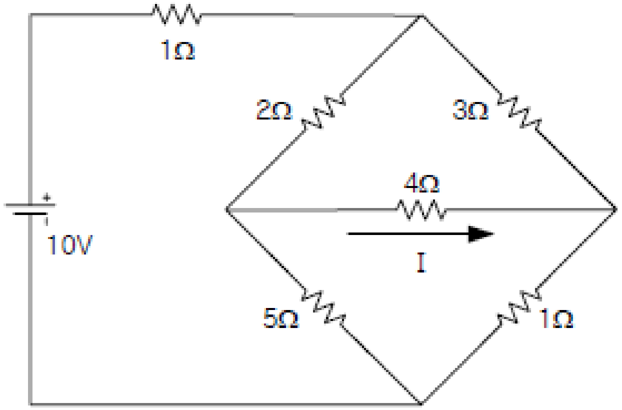
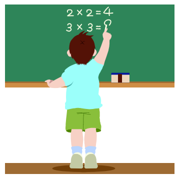


그림 3-11



E-mail: hogijung@hanyang.ac.kr
http://web.yonsei.ac.kr/hgjung

3.3. 노드 해석법

회로가 전류 전원과 컨덕턴스만으로 구성된 경우 전압 방정식을 기계적으로 세울 수 있는 대표적인 방법.

[예제 3-4] 그림 3-13(a)의 회로를 전류 전원과 컨덕턴스의 회로로 변환하시오.

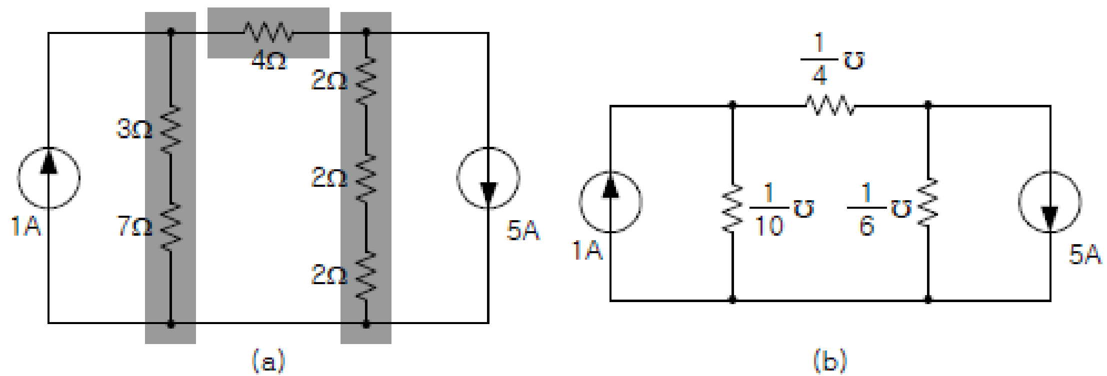
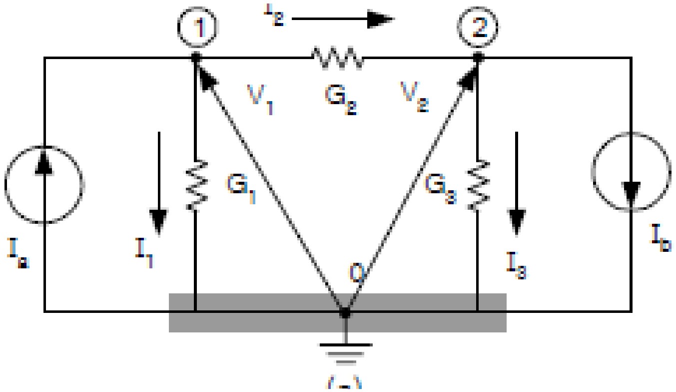


그림 3-13

E-mail: hogijung@hanyang.ac.kr
http://web.yonsei.ac.kr/hgjung

3.3. 노드 해석법

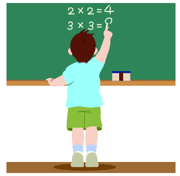


노드 ① : $I_a = I_1 + I_2$

노드 ② : $I_2 = I_3 + I_b$

$$(G_1 + G_2)V_1 \quad - G_2 V_2 = I_a$$

$$- G_2 V_1 + (G_2 + G_3) V_2 = - I_b$$



$$G_{11} V_1 + G_{12} V_2 = \sum I_1$$

$$G_{21} V_1 + G_{22} V_2 = \sum I_2$$

G_{11} : 노드 ①에 연결된 가지에 있는 컨덕턴스의 합

G_{22} : 노드 ②에 연결된 가지에 있는 컨덕턴스의 합

$G_{12} = G_{21}$: 노드 ①과 ②를 다른 노드를 거치지 않고 직접 연결해 주는 가지에 있는 컨덕턴스의 합으로 그 결과에 항상 (–) 부호를 붙인다.

$\sum I_1$: 노드 ①에 연결된 전류 전원 중 노드 ①로 들어오는 방향으로 연결된 전류 전원은 (+), 나가는 방향으로 연결된 전류 전원은 (–)로 해서 더한 값

$\sum I_2$: 노드 ②에 연결된 전류 전원 중 노드 ②로 들어오는 방향으로 연결된 전류 전원은 (+), 나가는 방향으로 연결된 전류 전원은 (–)로 해서 더한 값

3.3. 노드 해석법

[예제 3-5] 그림 3-15에서 전류 $I[A]$를 구하시오.

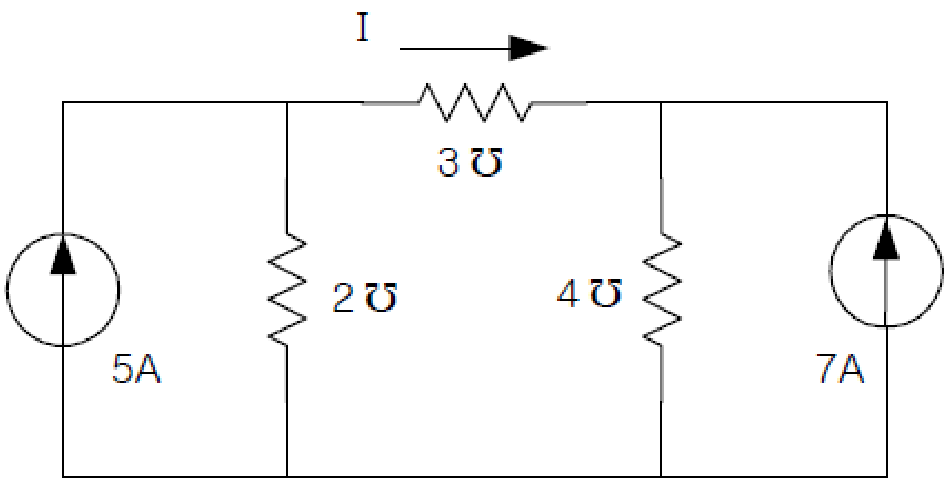
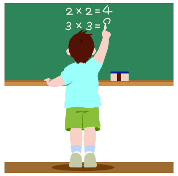
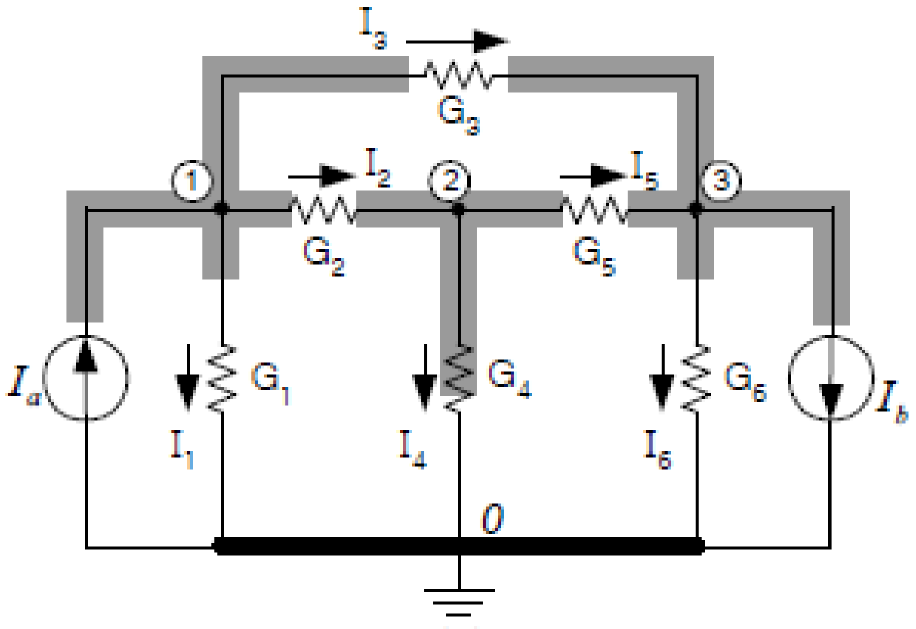


그림 3-15



E-mail: hogijung@hanyang.ac.kr
http://web.yonsei.ac.kr/hgjung

3.3. 노드 해석법



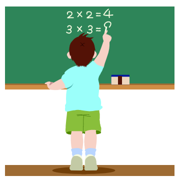
(a)

노드 ①: $I_a = I_1 + I_2 + I_3$

노드 ②: $I_2 = I_4 + I_5$

노드 ③: $I_3 + I_5 = I_6 + I_b$

$$\begin{aligned}
(G_1+G_2+G_3)V_1 \quad & - G_2V_2 & - G_3V_3 &= I_a \\
-G_2V_1 \quad & + (G_2+G_4+G_5)V_2 & - G_5V_3 &= 0 \\
-G_3V_1 \quad & - G_5V_2 & + (G_3+G_5+G_6)V_3 &= -I_b
\end{aligned}$$



E-mail: hogijung@hanyang.ac.kr
http://web.yonsei.ac.kr/hgjung

3.3. 노드 해석법

$$G_{11}V_1 + G_{12}V_2 + G_{13}V_3 = \sum I_1$$

$$G_{21}V_1 + G_{22}V_2 + G_{23}V_3 = \sum I_2$$

$$G_{31}V_1 + G_{32}V_2 + G_{33}V_3 = \sum I_3$$

G_{ii}: i번째 노드에 연결된 가지의 컨덕턴스의 합

$G_{ij}(i \neq j)$: i 번째 노드와 j 번째 노드를 다른 노드를 거치지 않고 직접 연결하는 가지에 있는 컨덕턴스를 더한 값으로 그 결과에 항상 (−)부호를 붙인다.

$\sum I_i$: i 번째 노드에 연결된 전류 전원 중에서 들어오는 방향의 전원은 (+), 나가는 방향의 전원은 (−)로 더한 값

E-mail: hogijung@hanyang.ac.kr
http://web.yonsei.ac.kr/hgjung

3.3. 노드 해석법

[예제 3-6] 그림 3-18 회로에 노드 해석법을 이용하여 전류 $I[A]$를 구하시오.

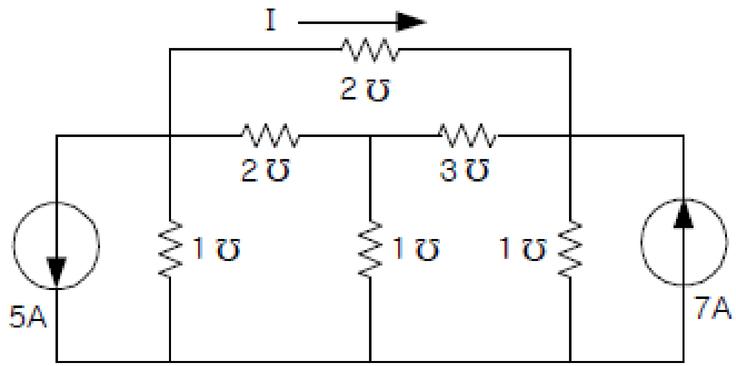
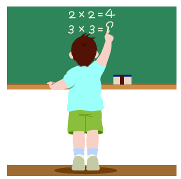


그림 3-18



한양대학교 HANYANG UNIVERSITY

E-mail: hogijung@hanyang.ac.kr
http://web.yonsei.ac.kr/hgjung

3.3. 노드 해석법

[예제 3-7] 그림 3-20에서 전류 $I[A]$를 노드 해석법을 이용하여 구하시오.

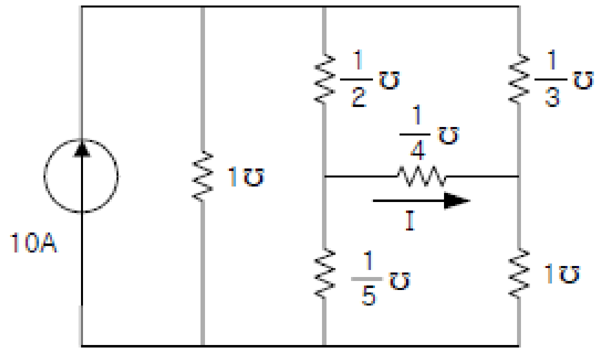
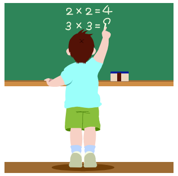


그림 3-20



E-mail: hogijung@hanyang.ac.kr
http://web.yonsei.ac.kr/hgjung

3.4. 이상적인 전원

- 이상적인 전압 전원인 경우는 그 내부 저항이 0이 되어야 한다.

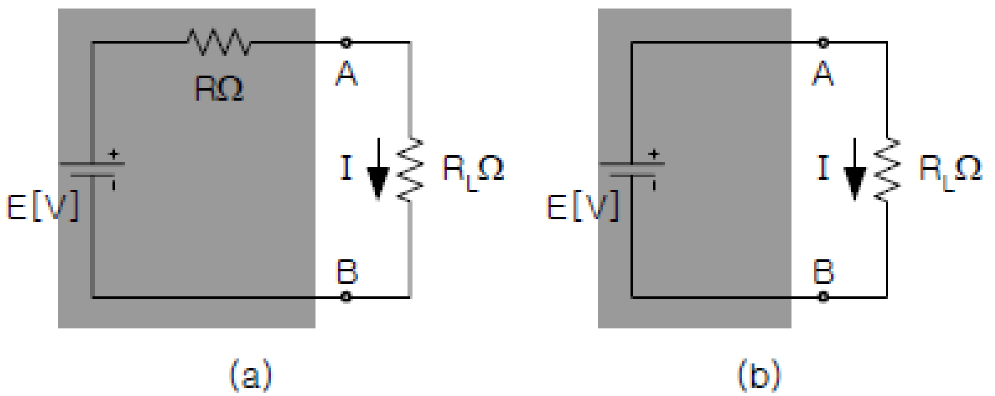


그림 3-22 (a) 실제 전압전원 (b) 이상 전압전원

$$V_L = \frac{R_L}{R + R_L} E[V]$$

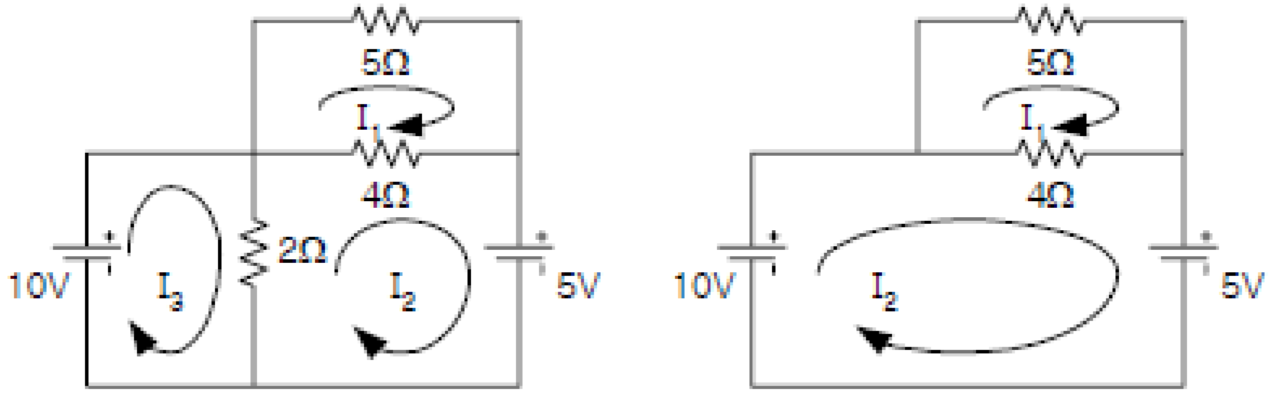
$$R << R_L$$

$$V_L = E$$

E-mail: hogijung@hanyang.ac.kr
http://web.yonsei.ac.kr/hgjung

3.4. 이상적인 전원

[예제 3-8] 그림 3-23(a), (b) 회로에 표시된 전류 중 I_1과 I_2를 각각 구하고 비교하시오.

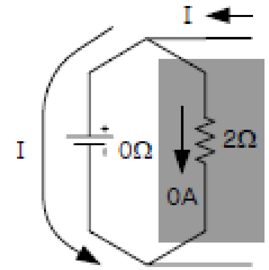


(a) (b)

그림 3-23

$$\begin{aligned} 9I_1 - 4I_2 \quad\quad &= 0 \quad , \quad I_1 = 1[A],\ I_2 = 2.25[A] \\ -4I_1 + 6I_2 - 2I_3 &= -5 \\ -2I_2 + 2I_3 &= 10 \end{aligned}$$

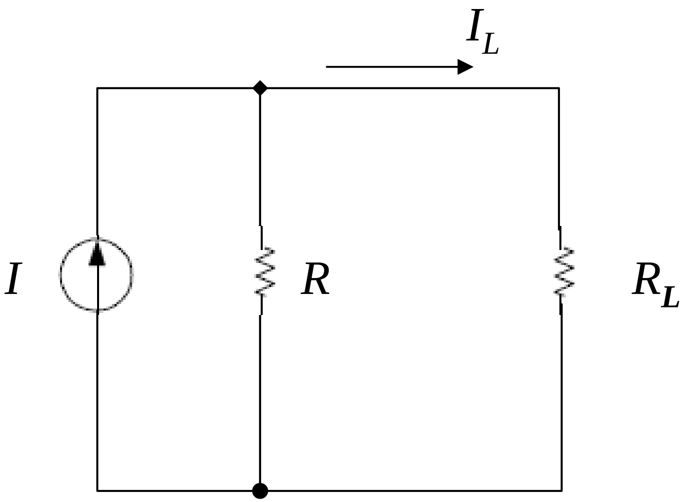
$$\begin{aligned} 9I_1 - 4I_2 &= 0 \quad , \quad I_1 = 1[A],\ I_2 = 2.25[A] \\ -4I_1 + 4I_2 &= 10 - 5 \end{aligned}$$



E-mail: hogijung@hanyang.ac.kr
http://web.yonsei.ac.kr/hgjung

3.4. 이상적인 전원

- 이상적인 전류 전원인 경우는 그 내부 저항이 ∞가 되어야 한다.



$$I_L = \frac{R}{R + R_L} I$$

$$R >> R_L$$

$$I_L = I$$

E-mail: hogijung@hanyang.ac.kr
http://web.yonsei.ac.kr/hgjung

3.4. 이상적인 전원

[예제 3-9] 그림 3-24에서 각 저항에 흐르는 전류 I_1 및 $I_2[A]$를 구하시오.

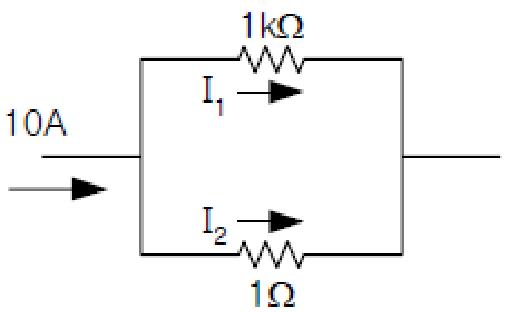


그림 3-24

$$I_1 = \frac{1}{1000+1} \times 10 = 0.001,\ I_2 = \frac{1000}{1000+1} \times 10 = 9.999[A]$$

두 저항 중 한 저항이 전류원이라면 내부 저항이 커서 회로의 다른 전원에 의한 전류의 영향을 전혀 받지 않는 1kΩ의 저항이 유리할 것이다.

E-mail: hogijung@hanyang.ac.kr
http://web.yonsei.ac.kr/hgjung

3.5. 전원의 변환법

메쉬 해석법과 노드 해석법을 배우면 전압 전원과 저항 또는 전류 전원과 컨덕턴스로 구성된 회로를 해석하는데 필요한 방정식을 비교적 쉽게 세울 수 있다.

전압 전원과 전류 전원이 혼합되어 나오는 경우가 자주 있는데, 필요에 따라서 두 종류의 전원은 서로 변환될 수 있다.

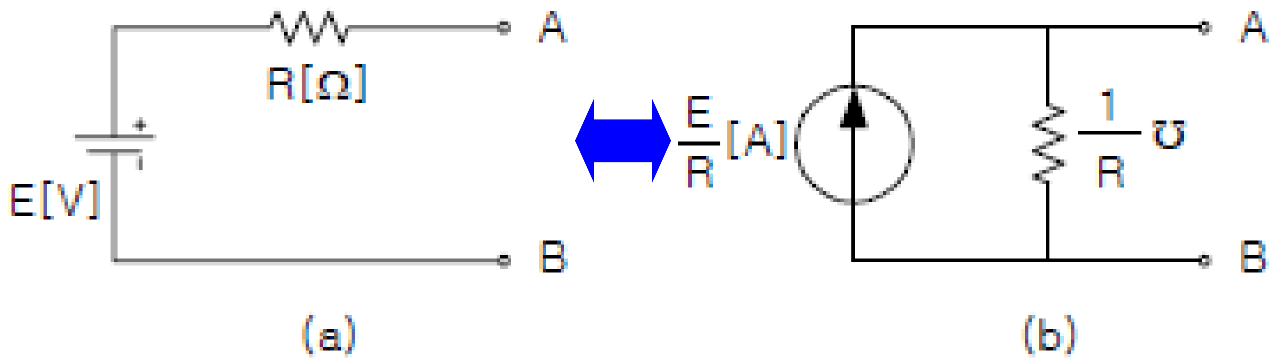


그림 3-25

E-mail: hogijung@hanyang.ac.kr
http://web.yonsei.ac.kr/hgjung

3.5. 전원의 변환법

[예제 3-10] 그림 3-26 회로를 등가 전류원 또는 전압원으로 변환하시오.

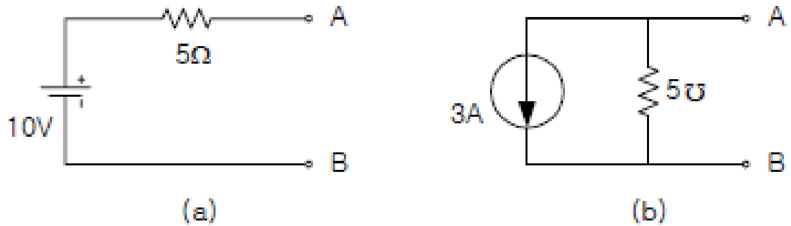
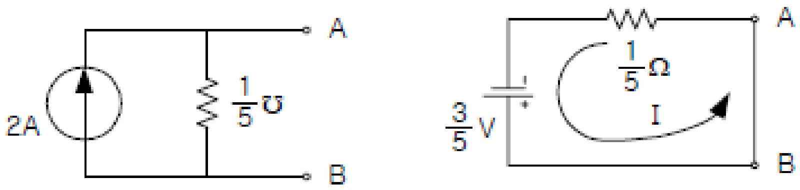


그림 3-26



E-mail: hogijung@hanyang.ac.kr
http://web.yonsei.ac.kr/hgjung

3.5. 전원의 변환법

[예제 3-11] 그림 3-28회로를 전압전원으로 변환한 다음 메쉬 해석법을 이용하여 전류 $I[A]$를 구하시오.

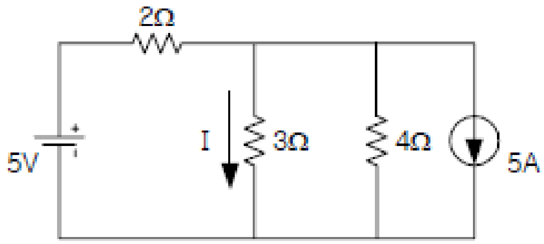
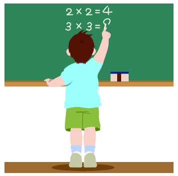


그림 3-28



E-mail: hogijung@hanyang.ac.kr
http://web.yonsei.ac.kr/hgjung

3.5. 전원의 변환법

[예제 3-12] 그림 3-28회로를 전류 전원으로 변환한 다음 노드 해석법을 이용하여 전류 $I[A]$를 구하시오.

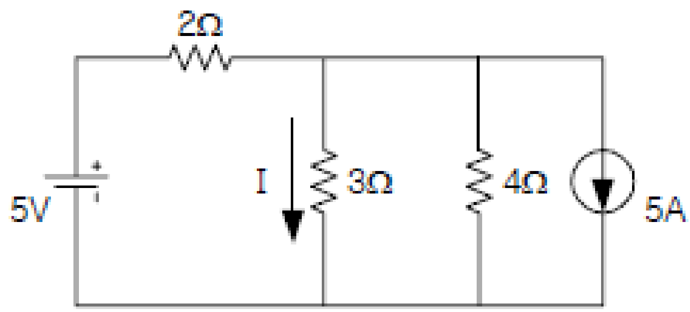


그림 3-28

3.6. 밀만의 정리

전압 전원과 직렬 연결된 저항이 있는 가지가 여러 개 병렬로 연결된 회로를 편하게 해석할 수 있는 방법.

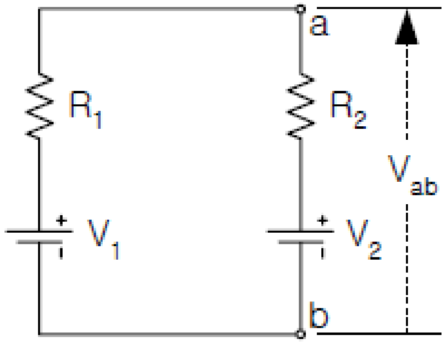


그림 3-31

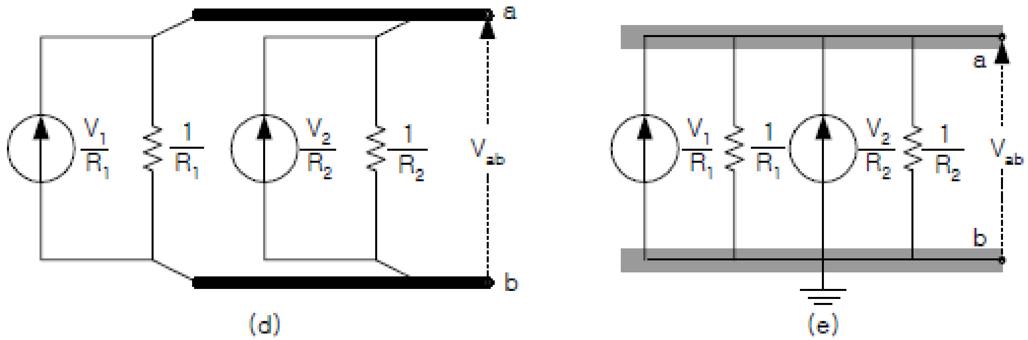


그림 3-32

$$R_{11}I_1 = \sum V_1 \rightarrow (R_1 + R_2)I = V_1 - V_2 \rightarrow I = \frac{V_1 - V_2}{R_1 + R_2}[A]$$

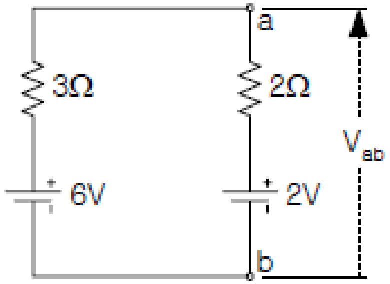
$$G_{11}V_1 = \sum I_1 \rightarrow \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)V_{ab} = \frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} \rightarrow V_{ab} = \frac{\frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}[V]$$

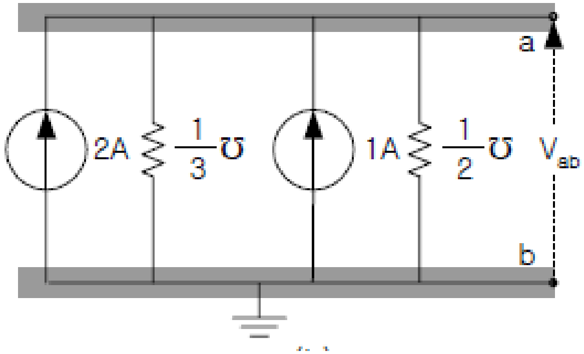
밀만의 정리

E-mail: hogijung@hanyang.ac.kr
http://web.yonsei.ac.kr/hgjung

3.6. 밀만의 정리

[예제 3-13] 그림 3-33(a)에서 단자 전압 $V_{ab}[V]$를 구하시오.





$$\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\right)V_{ab}=2+1 \rightarrow V_{ab}=\frac{3}{\frac{1}{3}+\frac{1}{2}}=\frac{3}{\frac{2}{6}+\frac{3}{6}}=\frac{18}{5}=3.6[V]$$

E-mail: hogijung@hanyang.ac.kr
http://web.yonsei.ac.kr/hgjung

3.6. 밀만의 정리

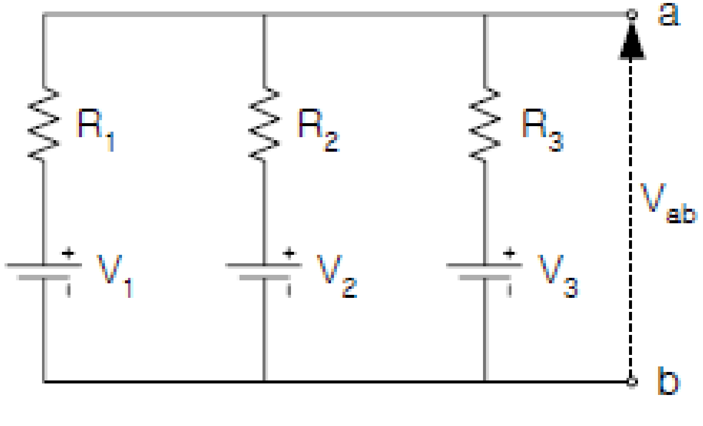
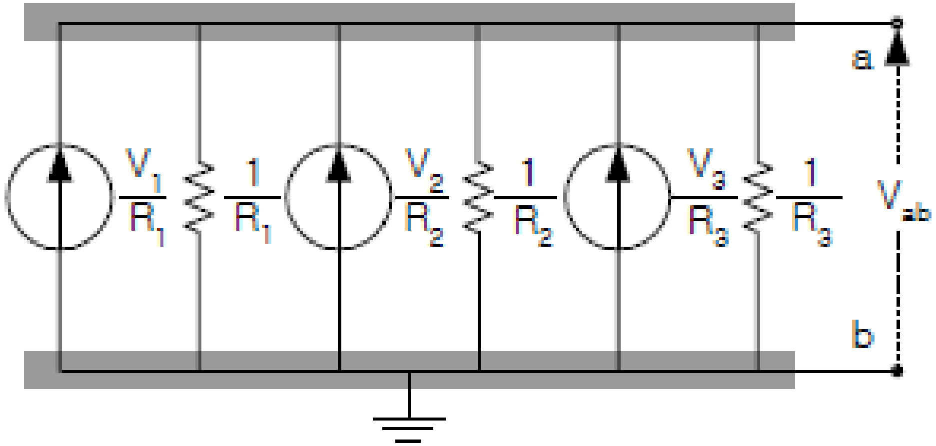


그림 3-34



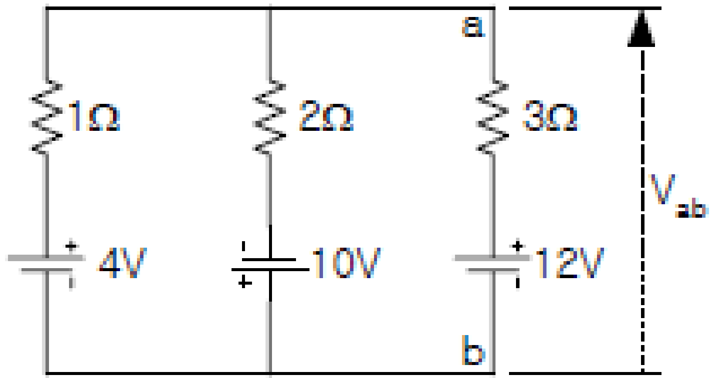
$$\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}\right)V_{ab}=\frac{V_1}{R_1}+\frac{V_2}{R_2}+\frac{V_3}{R_3}$$

$$V_{ab}=\frac{\frac{V_1}{R_1}+\frac{V_2}{R_2}+\frac{V_3}{R_3}}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}}[V]$$

E-mail: hogijung@hanyang.ac.kr
http://web.yonsei.ac.kr/hgjung

3.6. 밀만의 정리

[예제 3-14] 그림 3-36(a)에서 단자 전압 V_{ab}를 구하시오.



E-mail: hogijung@hanyang.ac.kr
http://web.yonsei.ac.kr/hgjung

3.7. 중첩의 원리

물리적인 가능성과는 관계 없이 전류 전원과 직렬로 연결된 가지 또는 전압 전원과 병렬로 연결된 회로가 나타나서 전원의 등가 변환을 곤란하게 만드는 경우가 있다.

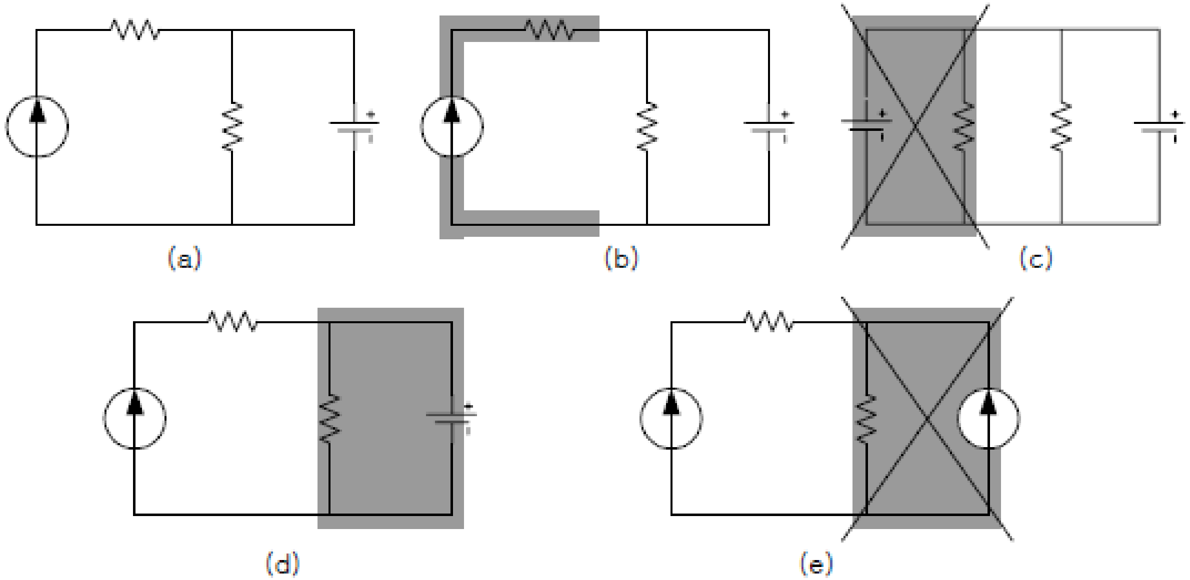


그림 3-39

(b)와 (d)의 경우, 전류 전원에 직렬 연결된 저항회로나 전압 전원에 병렬 연결된 저항회로는 등가 전압 전원이나 전류 전원으로 변환할 수 없다. 그 이유는 이상적인 전압 전원과 전류 전원의 내부 저항이 각각 0 및 ∞ 임을 기억하면 알 수 있을 것이다.

E-mail: hogijung@hanyang.ac.kr
http://web.yonsei.ac.kr/hgjung

3.7. 중첩의 원리

여러 개의 전원이 동시에 존재하는 선형 회로망에서 임의의 가지에 흐르는 전류 또는 임의의 노드에 걸리는 전압은 각각 전원이 개별적으로 작용할 때의 전류 또는 전압을 더한 것과 같다.

이것을 중첩의 원리라고 하며 전원이 개별적으로 작용한다는 것은 한 전원을 선택하면 나머지 전원 중에서 전압 전원은 단락하고 전류 전원은 개방한다는 것을 의미한다.

E-mail: hogijung@hanyang.ac.kr
http://web.yonsei.ac.kr/hgjung

3.7. 중첩의 원리

[예제 3-15] 그림 3-40에 중첩의 원리를 이용하여 전류 $I[A]$를 구하시오.

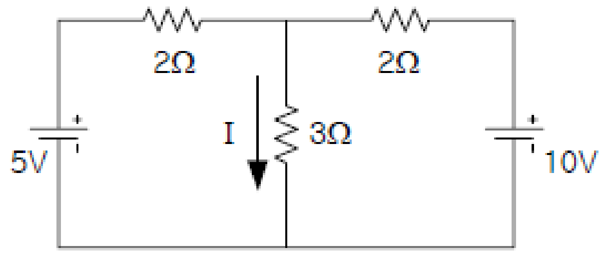
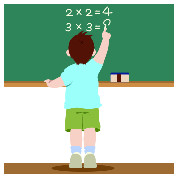


그림 3-40



E-mail: hogijung@hanyang.ac.kr
http://web.yonsei.ac.kr/hgjung

3.7. 중첩의 원리

[예제 3-16] 그림 3-42에 중첩의 원리를 이용하여 전류 $I[A]$를 구하시오.

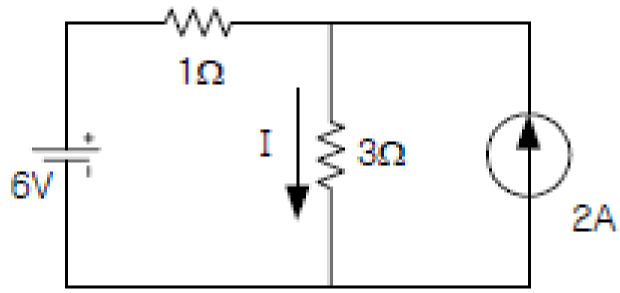
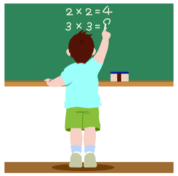


그림 3-42



E-mail: hogijung@hanyang.ac.kr
http://web.yonsei.ac.kr/hgjung

3.7. 중첩의 원리

[예제 3-17] 그림 3-45에 중첩의 원리를 이용하여 전류 $I[A]$를 구하시오.

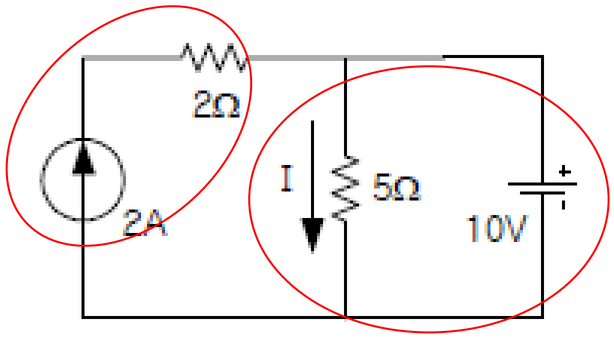
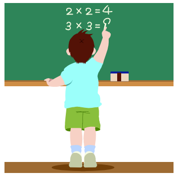


그림 3-45



E-mail: hogijung@hanyang.ac.kr
http://web.yonsei.ac.kr/hgjung

3.7. 중첩의 원리

[예제 3-18] 그림 3-47에서 $2[\Omega]$의 저항에 걸리는 전압 $V[V]$를 구하시오.

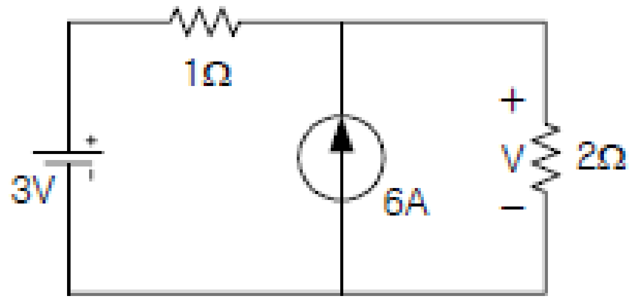
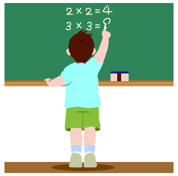


그림 3-47



3.8. 테브난의 정리와 노턴의 정리

특정한 가지의 전압이나 전류를 구할 경우.

회로 내의 특정 두 단자 AB가 정해지면 AB 왼쪽의 회로는 등가인 전압 전원 V_0와 등가 저항 R_0이 직렬로 연결된 회로로 변환할 수 있다는 것이다.

등가 전압원 V_0는 AB 오른쪽의 소자를 없애고 측정한 전압이고, 등가 저항 R_0는 AB사이를 개방한 채로 왼쪽 회로망 내의 모든 전압원을 단락하고, 전류 전원은 개방한 상태에서 측정한 저항이다.

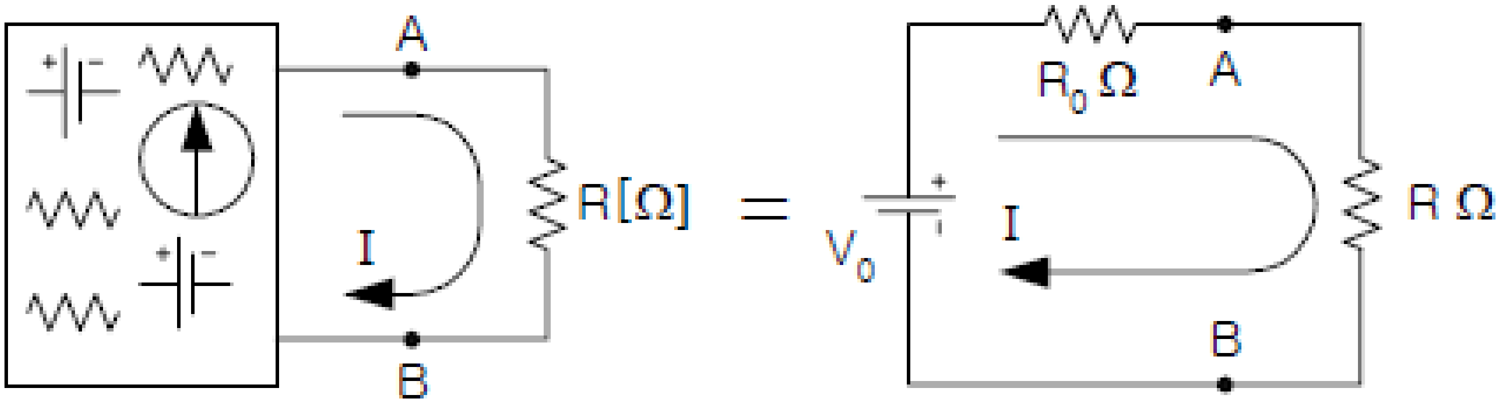
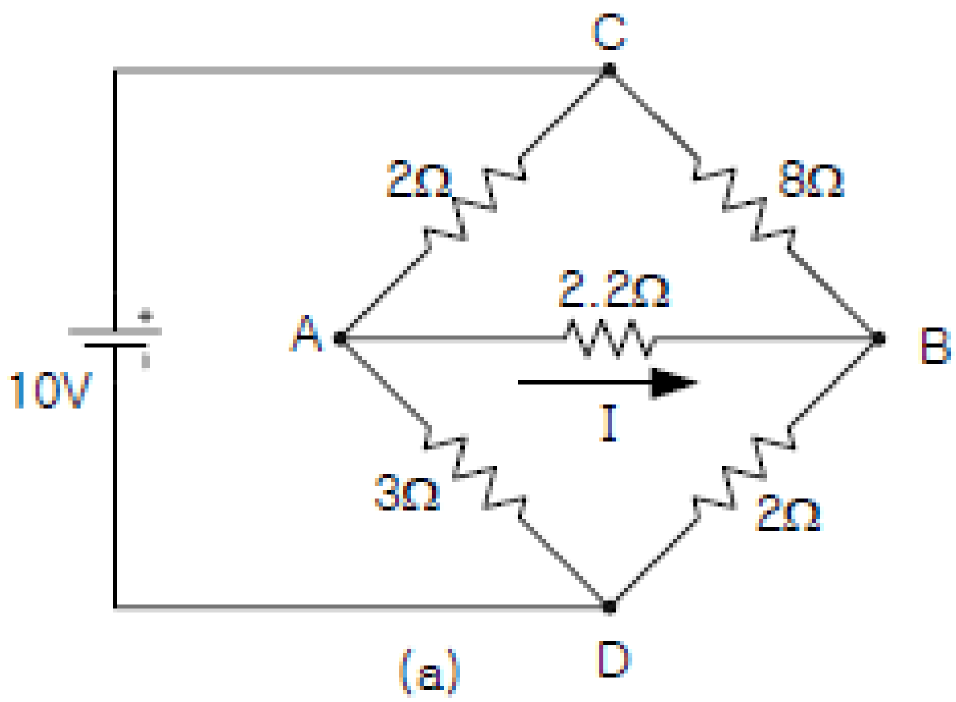


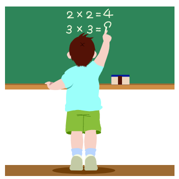
그림 3-49

E-mail: hogijung@hanyang.ac.kr
http://web.yonsei.ac.kr/hgjung

3.8. 테브난의 정리와 노턴의 정리

[예제 3-19] 그림 3-51(a) 회로를 AB 단자에 대한 테브난의 등가회로로 변환하고 2.2[Ω]의 저항에 흐르는 전류 $I[A]$를 구하시오.





E-mail: hogijung@hanyang.ac.kr
http://web.yonsei.ac.kr/hgjung

3.8. 테브난의 정리와 노턴의 정리

[예제 3-20] 그림 3-54 회로를 노턴의 등가회로로 변환하고 5[Ω]의 저항에 흐르는 전류를 구하시오.

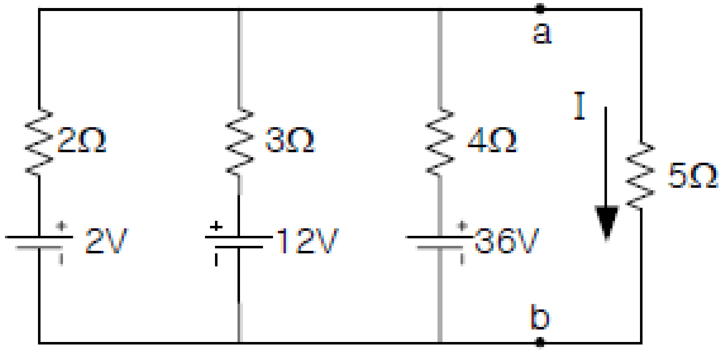
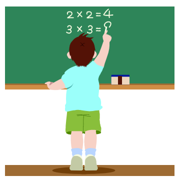


그림 3-54



3.9. 접지와 기준 전위

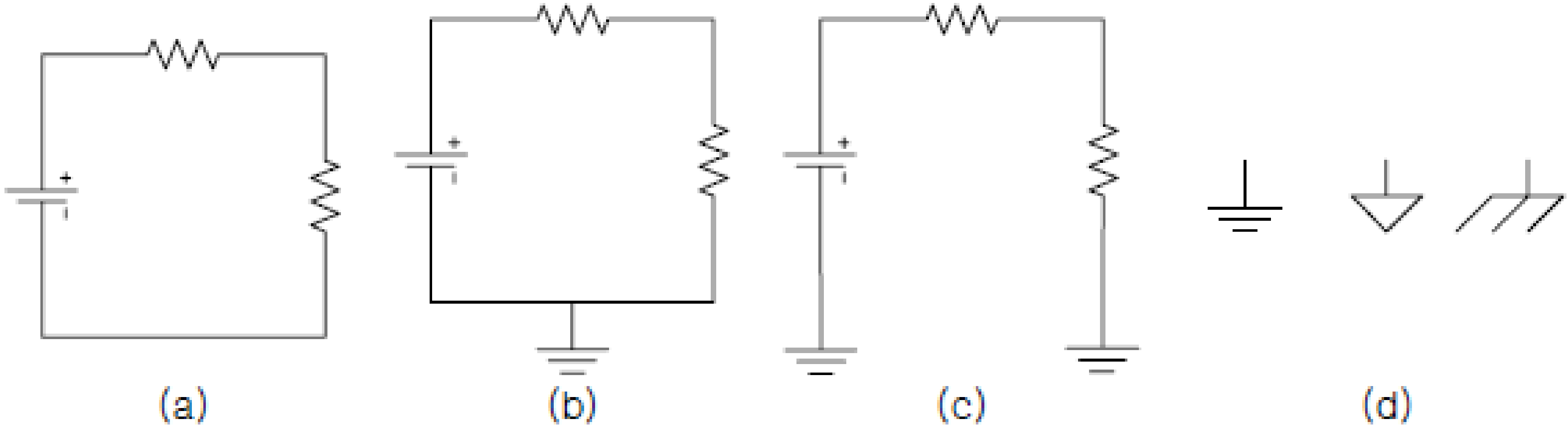


그림 3-56

E-mail: hogijung@hanyang.ac.kr
http://web.yonsei.ac.kr/hgjung