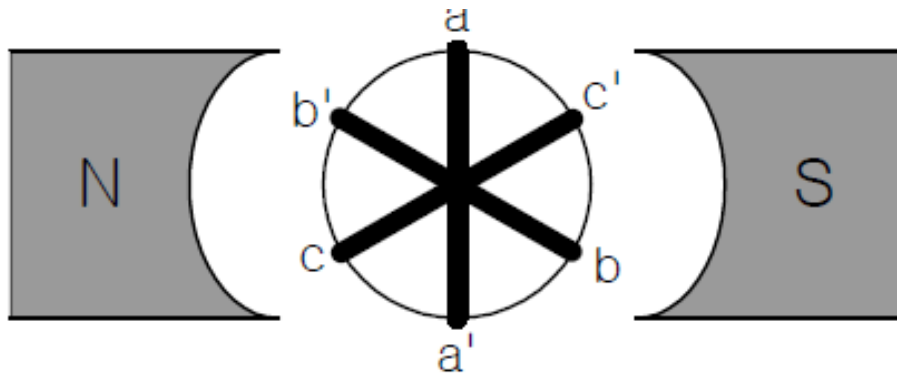


---

# 3상 교류 회로

## 11.1. 3상 교류의 발생

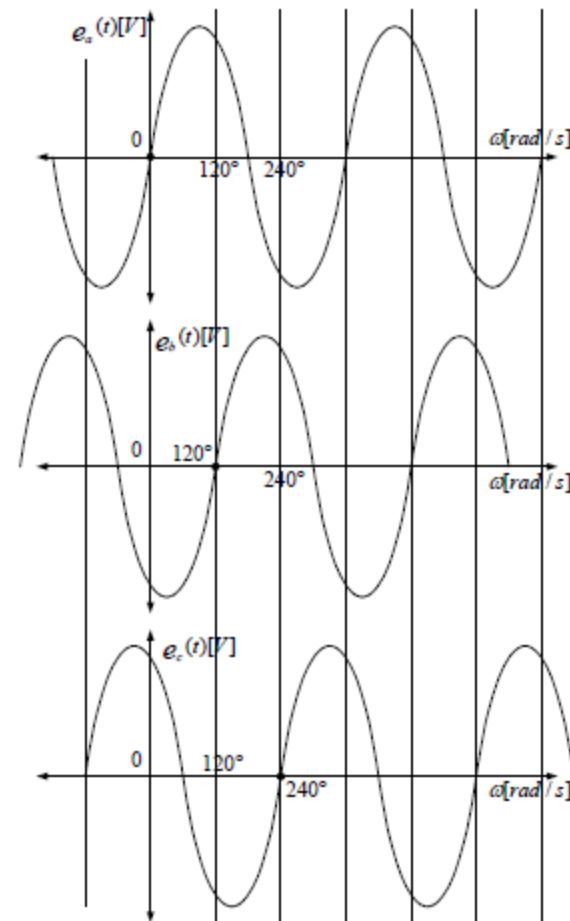
평등 자계 중에 놓인 회전자 철심에 기계적으로  $120^\circ$ 씩 차이가 나게 감은 코일  $aa'$ ,  $bb'$ ,  $cc'$ 를 배치하고 각속도  $\omega$ 의 속도로 회전하면 각 코일의 양단에는 다음 식으로 표현되는 **기전력**이 발생하게 된다.



$$e_a = \sqrt{2} E \sin \omega t [V]$$

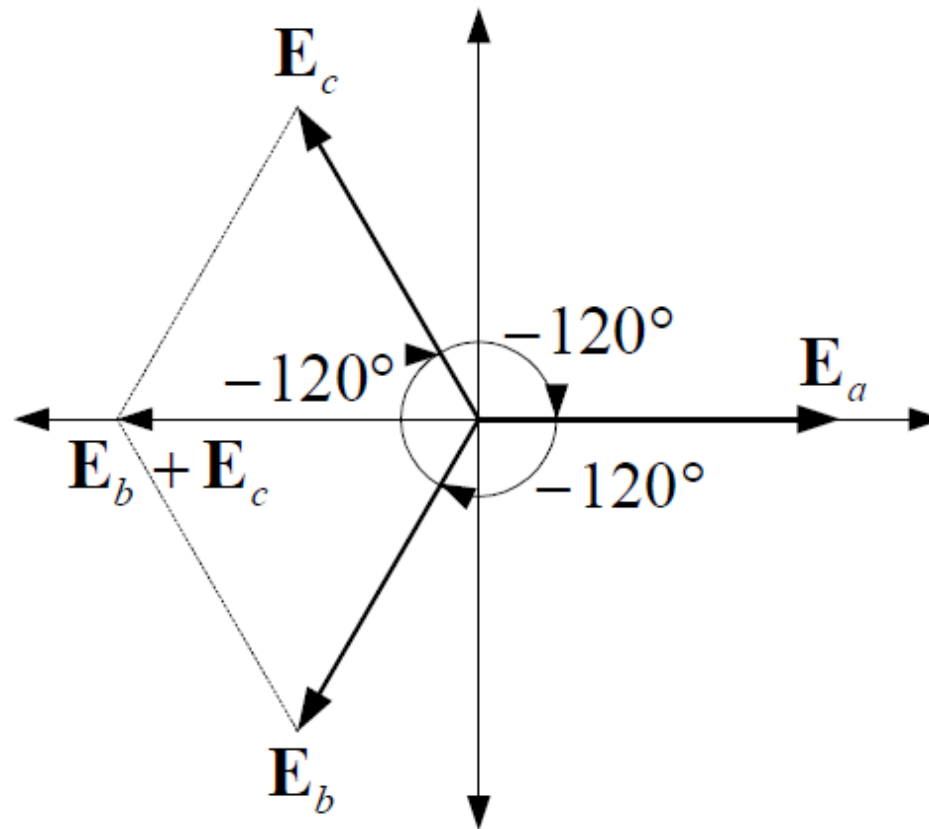
$$e_b = \sqrt{2} E \sin (\omega t - 120^\circ) [V]$$

$$e_c = \sqrt{2} E \sin (\omega t - 240^\circ) [V]$$



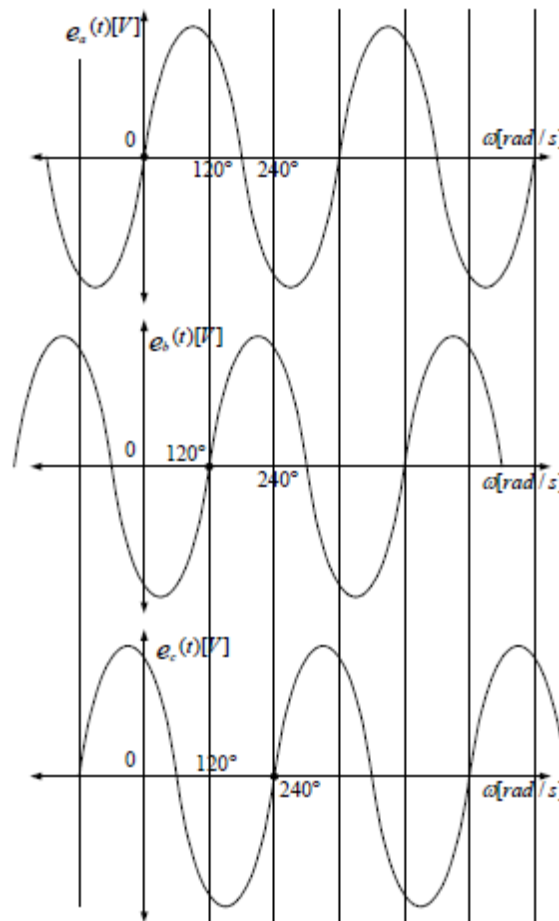
## 11.1. 3상 교류의 발생

여기서  $e_a, e_b, e_c$ 는 각각 코일  $aa', bb', cc'$  양단에서 얻어지는 전압의 순시치 식이며, 각각을 **상(phase)**이라 한다. 이와 같이 전압의 크기는 같고 위상이  $120^\circ$  다른 3상 기전력을 **대칭 3상 기전력**이라 한다.



## 11.1. 3상 교류의 발생

전압의 최대값은  $e_a$ ,  $e_b$ ,  $e_c$ 의 순서로 나타나게 된다. 일반적으로 이 순서  $abc$ 를 이 3상 전원의 **상순**이라 한다.



## 11.1. 3상 교류의 발생

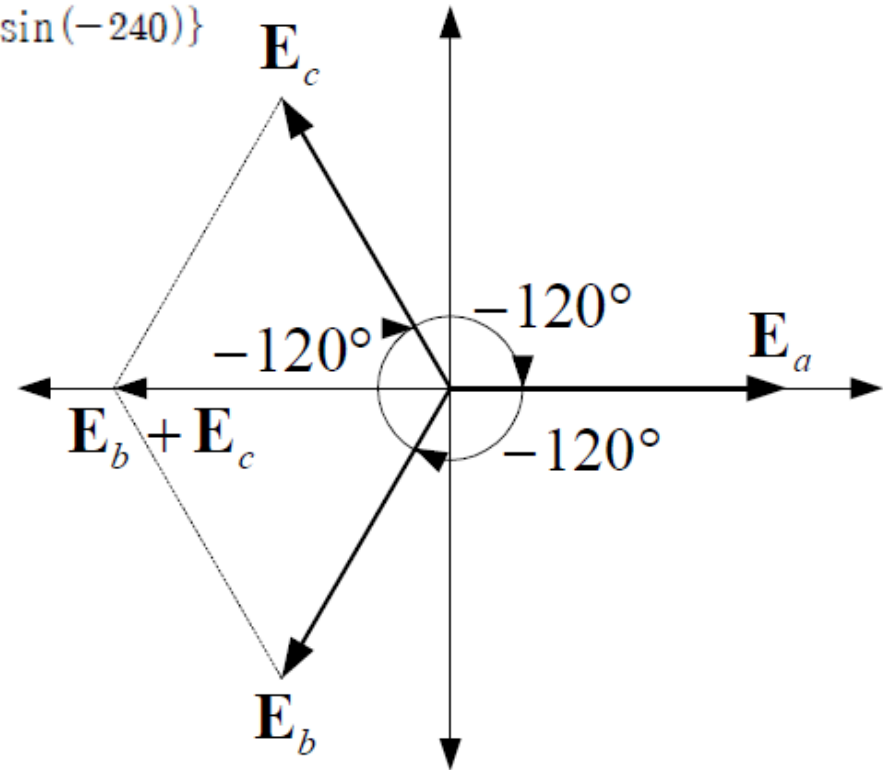
기전력의 합은 0이 됨을 알 수 있다.

$$E_a + E_b + E_c$$

$$= E + E \angle -120^\circ + E \angle -240^\circ$$

$$= E + E\{\cos(-120) + j\sin(-120)\} + E\{\cos(-240) + j\sin(-240)\}$$

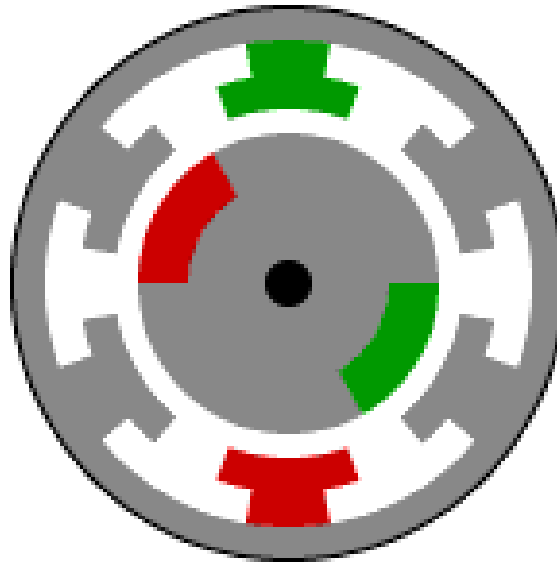
$$= E + E\left(-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + E\left(-\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 0$$



# 11.1. 3상 교류의 발생

---

## 3상 교류의 활용

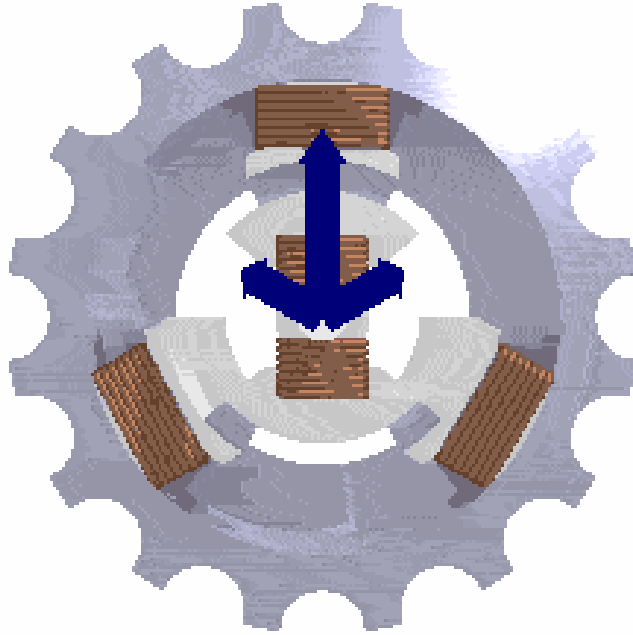


BLDC(BrushLess DC) Motor의 원리

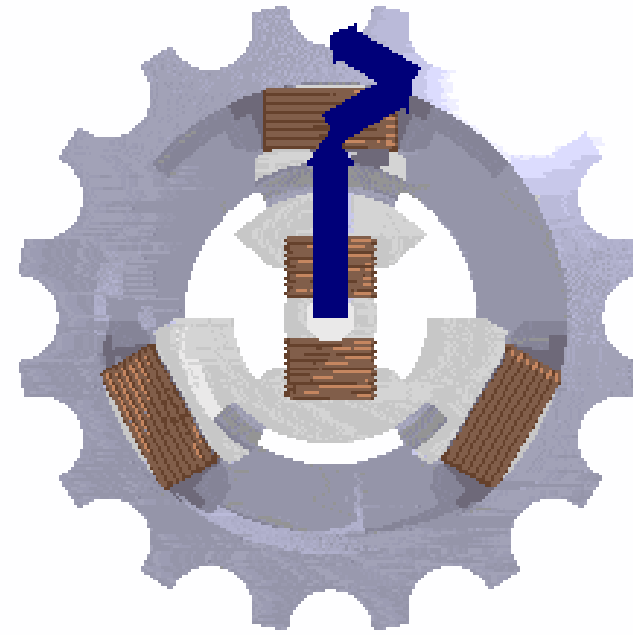
<http://ccie-accreditation.org/anonymizer-wind-inrunner-blhc/>

# 11.1. 3상 교류의 발생

## 3상 교류의 활용



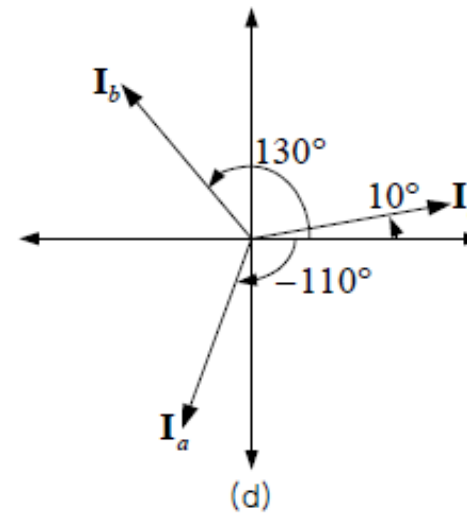
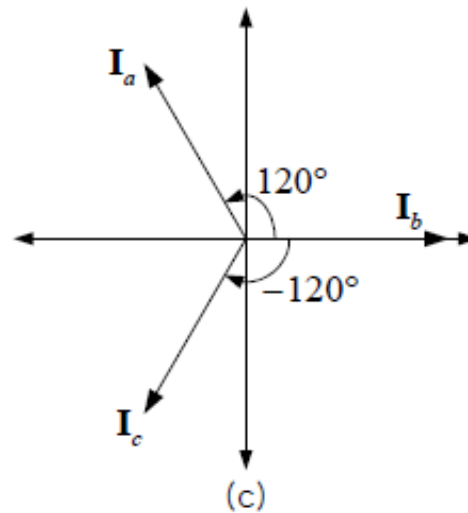
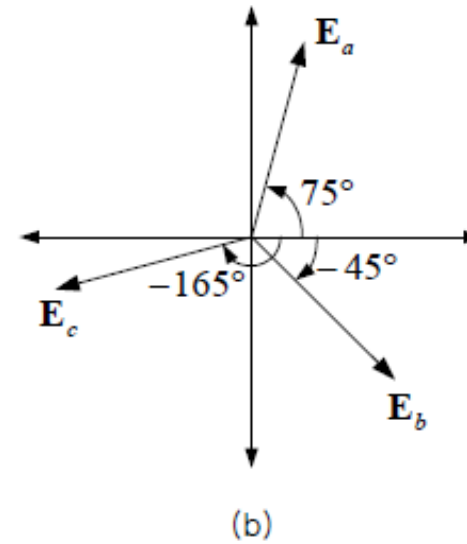
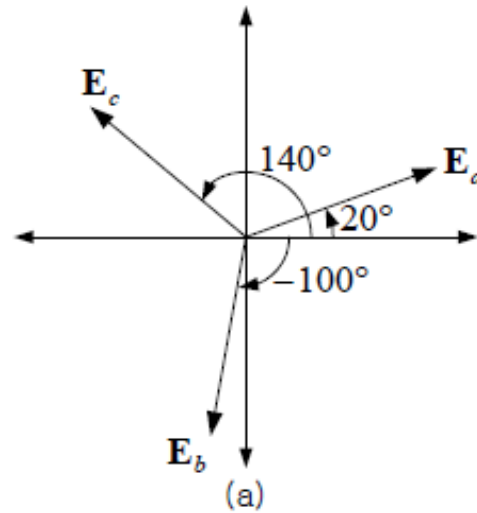
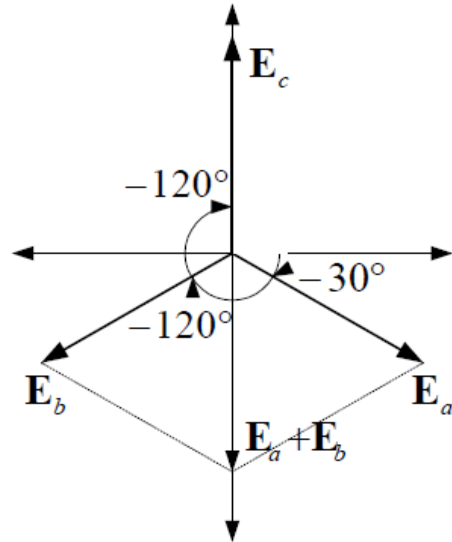
Sine wave current in each of the coils produces sine varying magnetic field on the rotation axis. Magnetic fields add as vectors.



Vector sum of the magnetic field vectors of the stator coils produces **a single rotating vector** of resulting rotating magnetic field.

[http://en.wikipedia.org/wiki/Rotating\\_magnetic\\_field](http://en.wikipedia.org/wiki/Rotating_magnetic_field)

# 11.1. 3상 교류의 발생





## 11.1. 3상 교류의 발생

---

다음 3차 방정식을 풀어보자.

$$a^3 = 1, a^3 - 1 = 0, (a-1)(a^2 + a + 1) = 0$$

$$\therefore a = 1, \frac{-1 + j\sqrt{3}}{2} = 1 \angle 120^\circ, \frac{-1 - j\sqrt{3}}{2} = 1 \angle 240^\circ = 1 \angle -120^\circ$$

이 세 근 각각의 3제곱은 물론 1이고, 복소수로 표시된 두 근을 각각 제곱하면 서로 같다.

$$a = \frac{-1 + j\sqrt{3}}{2} = 1 \angle 120^\circ \longrightarrow a^2 = 1 \angle 240^\circ = \frac{-1 - j\sqrt{3}}{2} = 1 \angle -120^\circ$$

## 11.1. 3상 교류의 발생

---

3상 기전력은 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$E_a = E \angle \theta [V]$$

$$E_b = E \angle \theta - 120^\circ = (E \angle \theta)(1 \angle -120) = a^2 E_a [V]$$

$$E_c = E \angle \theta - 240^\circ = (E \angle \theta)(1 \angle 120) = a E_a [V]$$

**[예제 11-3]** 복소수  $a = \frac{-1 + j\sqrt{3}}{2}$  일 때  $a^{33} + a^{22} + a^{11}$ 을 구하라.

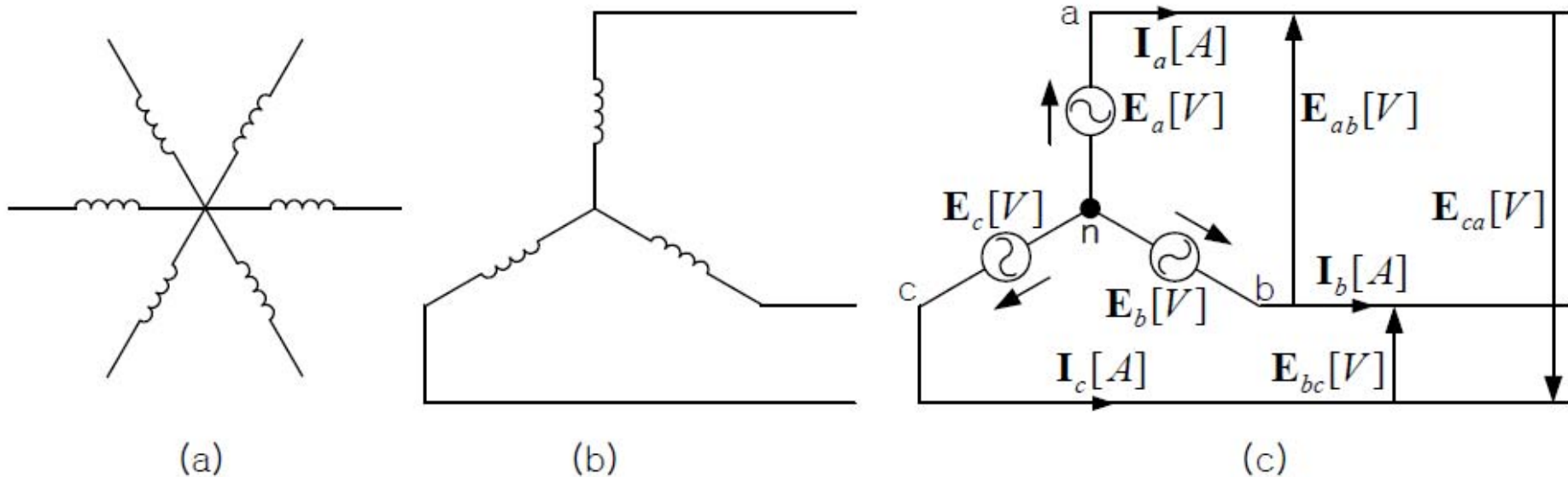
$$a^3 = 1 \text{ 이므로}$$

$$a^{33} + a^{22} + a^{11} = (a^3)^{11} + (a^3)^7 a + (a^3)^3 a^2 = a^2 + a + 1 = 0$$

## 11.2. 3상 회로의 결선법

3상 회로에서 전원 및 부하는 일반적으로 2 가지 방법으로 결선해서 사용한다.

### 성형 결선(star connection)



대칭 6상

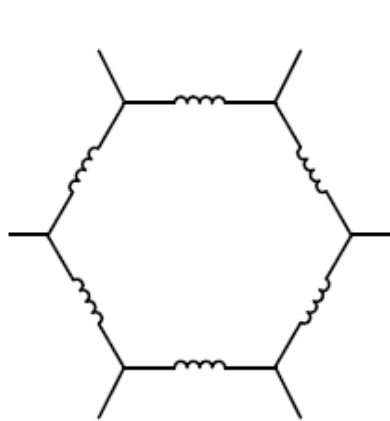
대칭 3상 → Y결선

$n$ : 중성점(neutral point)  
이에 연결된 선을 중성선

## 11.2. 3상 회로의 결선법

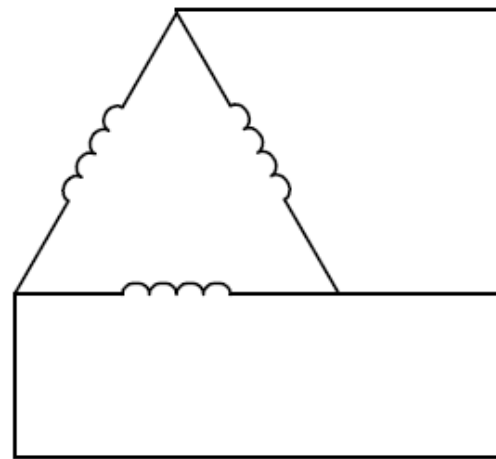
3상 회로에서 전원 및 부하는 일반적으로 2 가지 방법으로 결선해서 사용한다.

### 환형 결선(ring connection)



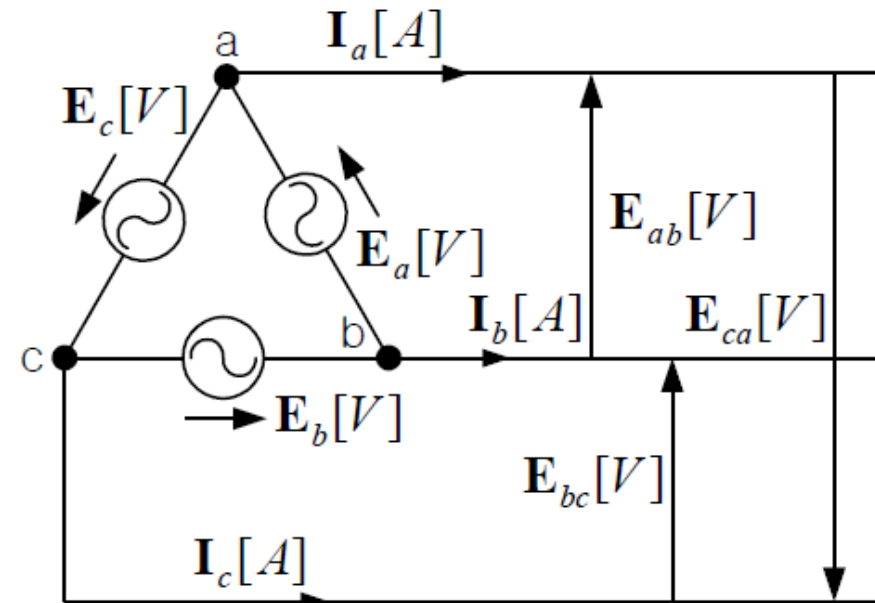
(a)

대칭 6상



(b)

대칭 3상 →  $\Delta$ 결선



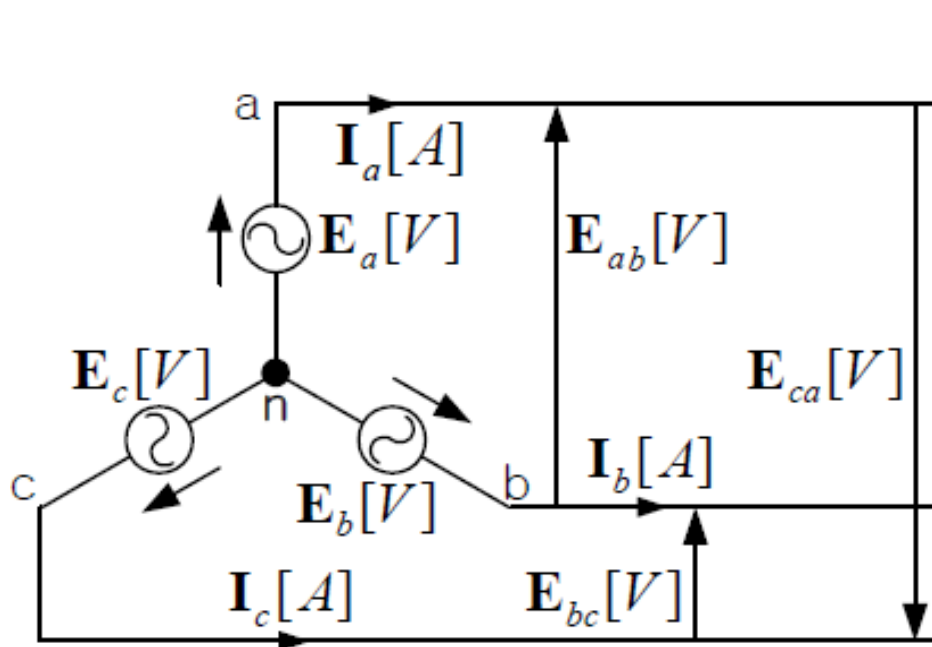
(c)

## 11.2. 3상 회로의 결선법

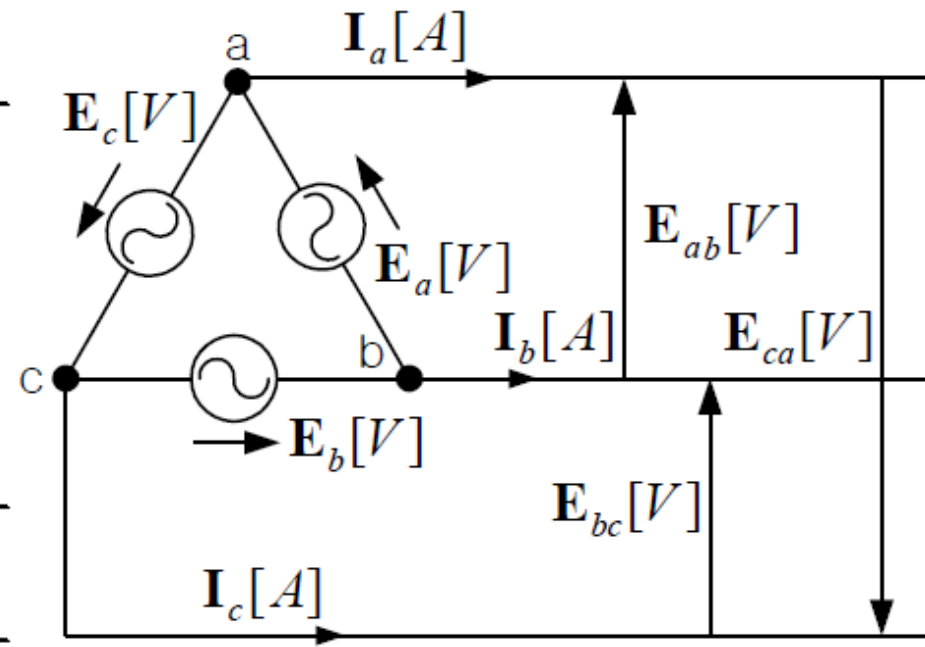
전압 전원 → **상전압(phase voltage)**, 이 상에 흐르는 전류를 **상전류(phase current)**

각 상과 부하를 연결하는 연결하는 선에 흐르는 전류를 **선전류(line current)**,

두 선 사이의 전압을 **선간 전압(line voltage)**



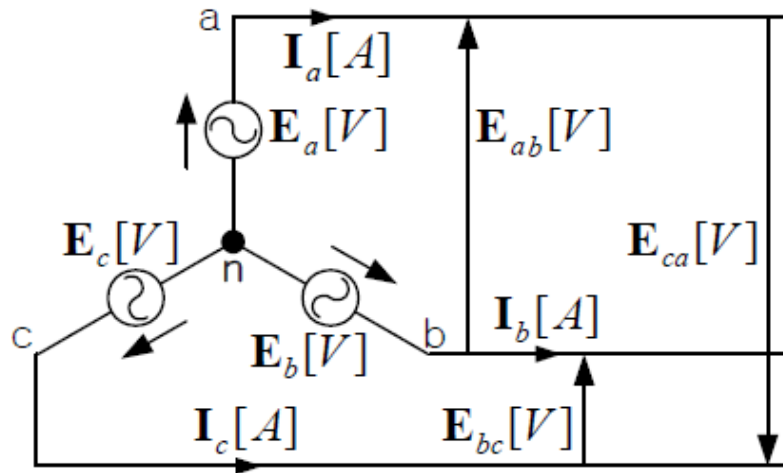
선전류와 상전류가 같다.



선전압과 상전압이 같다.

## 11.2. 3상 회로의 결선법

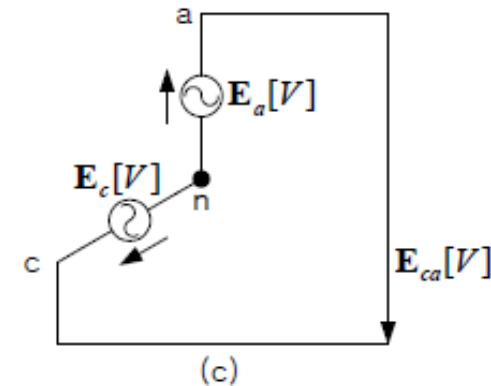
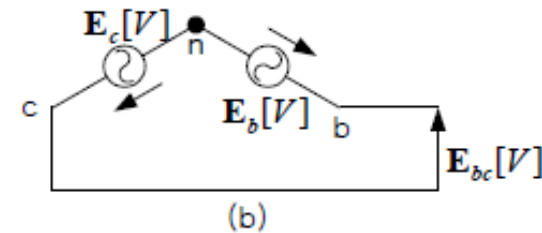
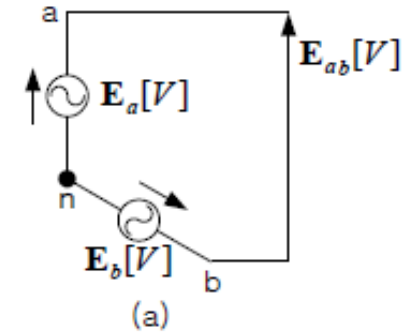
### Y결선 선전압



$$E_a = E_{ab} + E_b \rightarrow E_{ab} = E_a - E_b$$

$$E_b = E_{bc} + E_c \rightarrow E_{bc} = E_b - E_c$$

$$E_c = E_{ca} + E_a \rightarrow E_{ca} = E_c - E_a$$



## 11.2. 3상 회로의 결선법

### Y결선 선전압

$$E_{ab} = E_a - E_b$$

$$E_{bc} = E_b - E_c$$

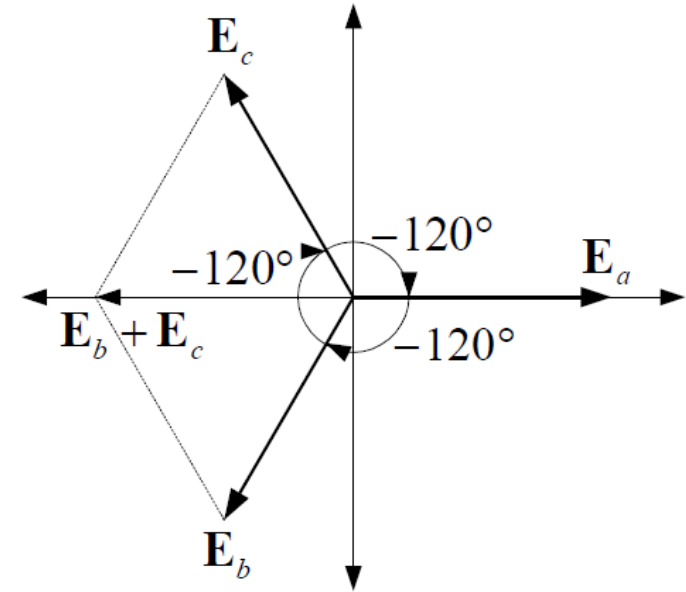
$$E_{ca} = E_c - E_a$$

대칭 3상 전원의 기전력은  $E_a, E_b=a^2E_a, E_c=aE_a$ 이므로

$$E_{ab} = (1 - a^2)E_a = \sqrt{3} \left( -\frac{\sqrt{3}}{2} + j\frac{1}{2} \right) E_a = \sqrt{3} E_a \angle 30^\circ [V]$$

$$E_{bc} = (a^2 - a)E_a = -j\sqrt{3} E_a = \sqrt{3} E_b \angle 30^\circ [V]$$

$$E_{ca} = (a - 1)E_a = \sqrt{3} \left( -\frac{\sqrt{3}}{2} + j\frac{1}{2} \right) E_a = \sqrt{3} E_a \angle 150^\circ = \sqrt{3} E_c \angle 30^\circ [V]$$



## 11.2. 3상 회로의 결선법

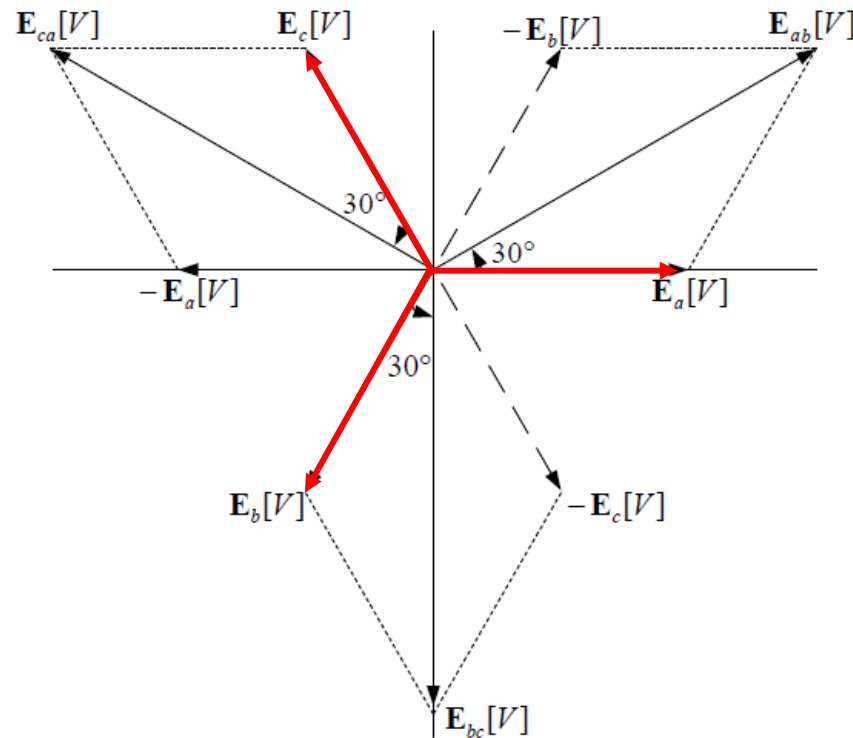
### Y결선 선전압

Y결선된 대칭 3상 전원에 대한 선간 전압은 각 상전압보다 크기는  $\sqrt{3}$  배이고, 위상은  $30^\circ$  앞서게 된다.

$$E_{ab} = E_a - E_b$$

$$E_{bc} = E_b - E_c$$

$$E_{ca} = E_c - E_a$$





## 11.2. 3상 회로의 결선법

---

[예제 11-4] Y결선되어 있는 대칭 3상 전원 한 상의 전압이  $E_a = 110 \angle 30^\circ [V]$ 라면 선간 전압  $[V]$ 은 얼마인가?

$$E_{ab} = \sqrt{3} 110 \angle 30 + 30 = 110 \sqrt{3} \angle 60^\circ [V]$$

$$E_{bc} = \sqrt{3} 110 \angle 30 - 120 + 30 = 110 \sqrt{3} \angle -60^\circ [V]$$

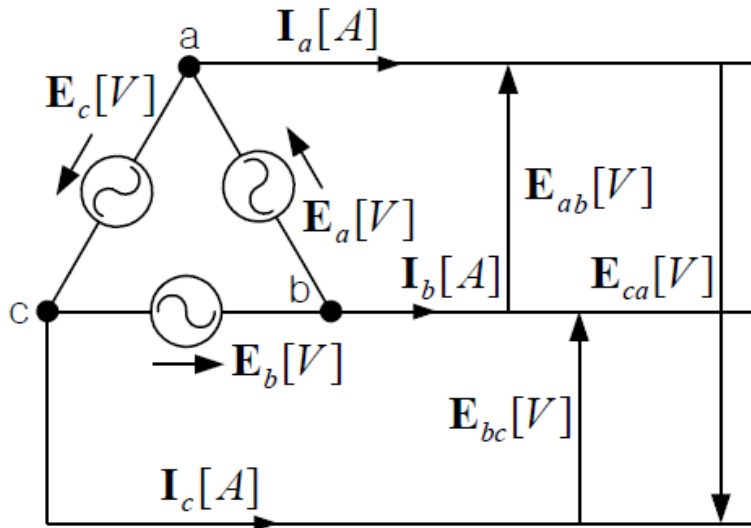
$$E_{ca} = \sqrt{3} 110 \angle 30 - 240 + 30 = 110 \sqrt{3} \angle -180^\circ [V]$$

$$E_{bc} = E_{ab} \angle -120 = 110 \sqrt{3} \angle -60^\circ [V]$$

$$E_{ca} = E_{ab} \angle -240 = 110 \sqrt{3} \angle -180^\circ [V]$$

## 11.2. 3상 회로의 결선법

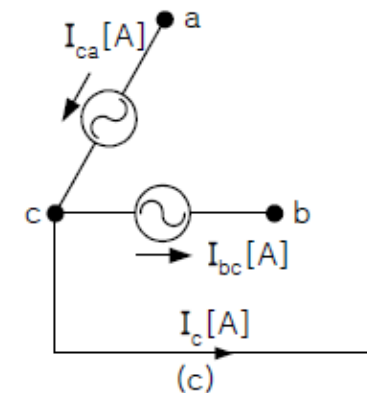
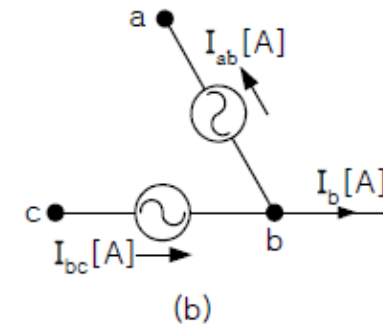
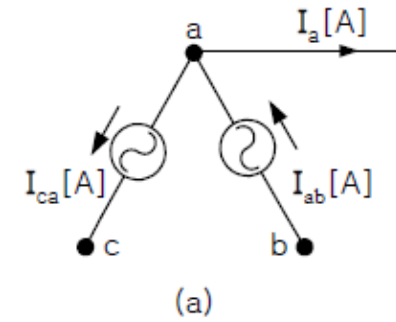
### Δ결선 선전류



$$I_{ab} = I_a + I_{ca} \rightarrow I_a = I_{ab} - I_{ca}$$

$$I_{bc} = I_b + I_{ab} \rightarrow I_b = I_{bc} - I_{ab}$$

$$I_{ca} = I_c + I_{ab} \rightarrow I_c = I_{ca} - I_{bc}$$



## 11.2. 3상 회로의 결선법

---

### Δ결선 선전류

$$I_a = I_{ab} - I_{ca}$$

$$I_b = I_{bc} - I_{ab}$$

$$I_c = I_{ca} - I_{bc}$$

대칭 3상 전원의 전류는  $I_{ab}, I_{bc}=a^2I_{ab}, I_{ca}=aI_{ab}$  이므로

$$I_a = (1 - a)I_{ab} = \frac{\sqrt{3}}{2}(\sqrt{3} - j)I_{ab} = \sqrt{3}I_{ab} \angle -30^\circ [A]$$

$$I_b = (a^2 - 1)I_{ab} = -\frac{\sqrt{3}}{2}(\sqrt{3} + j)I_{ab} = \sqrt{3}I_{ab} \angle -150 = \sqrt{3}I_{bc} \angle -30^\circ$$

$$I_c = (a - a^2)I_{ab} = j\sqrt{3}I_{ab} = \sqrt{3}I_{ab} \angle 90 = \sqrt{3}I_{ca} \angle -30^\circ [A]$$

## 11.2. 3상 회로의 결선법

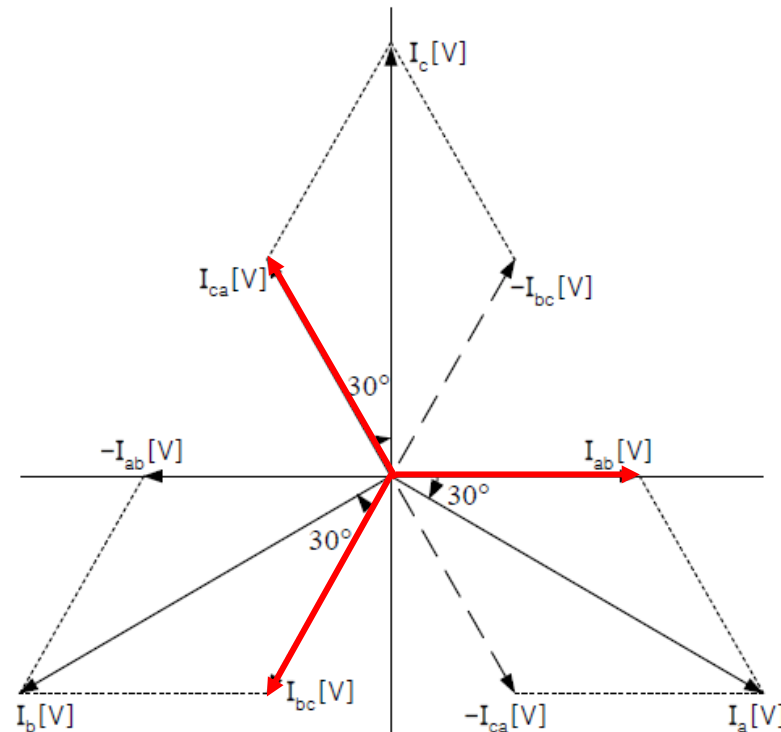
### Δ결선 선전류

Δ결선된 대칭 3상 전원에 대한 선전류는 각 상전류보다 크기는  $\sqrt{3}$  배이고, 위상은  $30^\circ$  뒤지게 된다.

$$I_a = I_{ab} - I_{ca}$$

$$I_b = I_{bc} - I_{ab}$$

$$I_c = I_{ca} - I_{bc}$$



## 11.2. 3상 회로의 결선법

---

[예제 11-5]  $\Delta$  결선된 회로의 선전류가  $I_a = 225 \angle 30^\circ [A]$ 라면 상전류  $[A]$ 는 얼마가 되는가?

$$I_{ab} = \frac{1}{\sqrt{3}} I_a \angle 30^\circ = \frac{225}{\sqrt{3}} \angle 60^\circ [A]$$

$$I_{bc} = I_{ab} \angle -120 = \frac{225}{\sqrt{3}} \angle -60^\circ [A]$$

$$I_{ca} = I_{ab} \angle -240 = \frac{225}{\sqrt{3}} \angle -180^\circ [A]$$

## 11.3. 평형 3상회로의 해석법

---

평형 3상 회로: 전원의 크기는 같고 각 상이  $120^\circ$ 씩 위상차가 나는 대칭 전원에 연결되는 3개 부하의 크기와 위상각이 모두 같은 경우

전원과 부하의 결선 상태에 따라서,

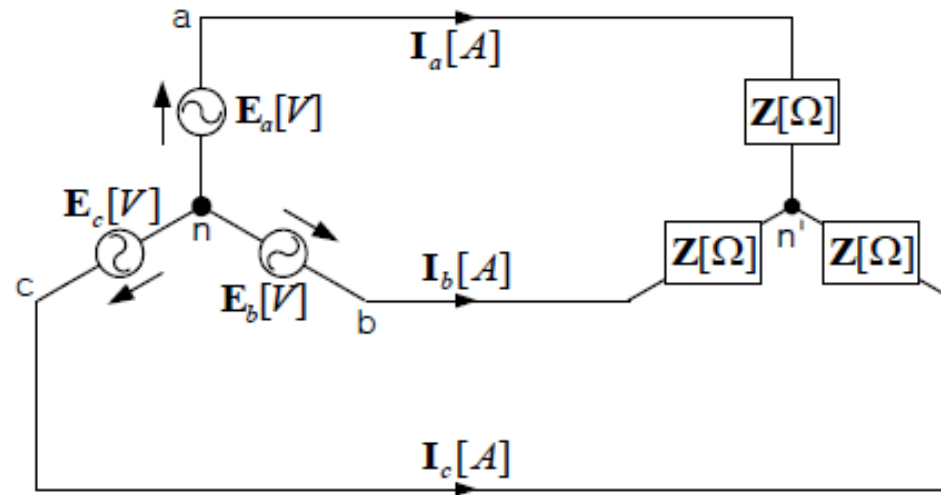
- Y-Y
- Y- $\Delta$ ,
- $\Delta$ -Y
- $\Delta$ - $\Delta$

메쉬법 등을 적용할 수 있지만, 전원의 크기는 같고 위상만  $120^\circ$  차이 나는 조건이 있기 때문에, **한 상의 결과를 이용하여 나머지 두 상에 대한 결과를 쉽게 구할 수 있다.**

## 11.3. 평형 3상회로의 해석법

### 11.3.1. Y-Y 회로

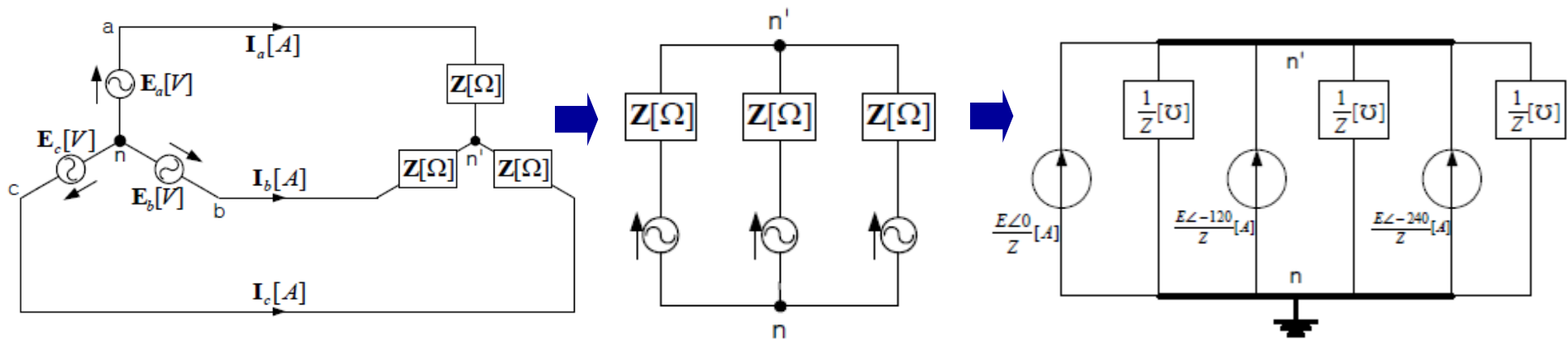
평형 3상회로 해석에 가장 기본적으로 사용되는 방법



# 11.3. 평형 3상회로의 해석법

## 11.3.1. Y-Y 회로

전원 측 중성점  $n$ 과 부하 측 중성점  $n'$  사이 전압  $V_{n'n}$ 을 구해보자.



밀만의 정리를 이용하면,

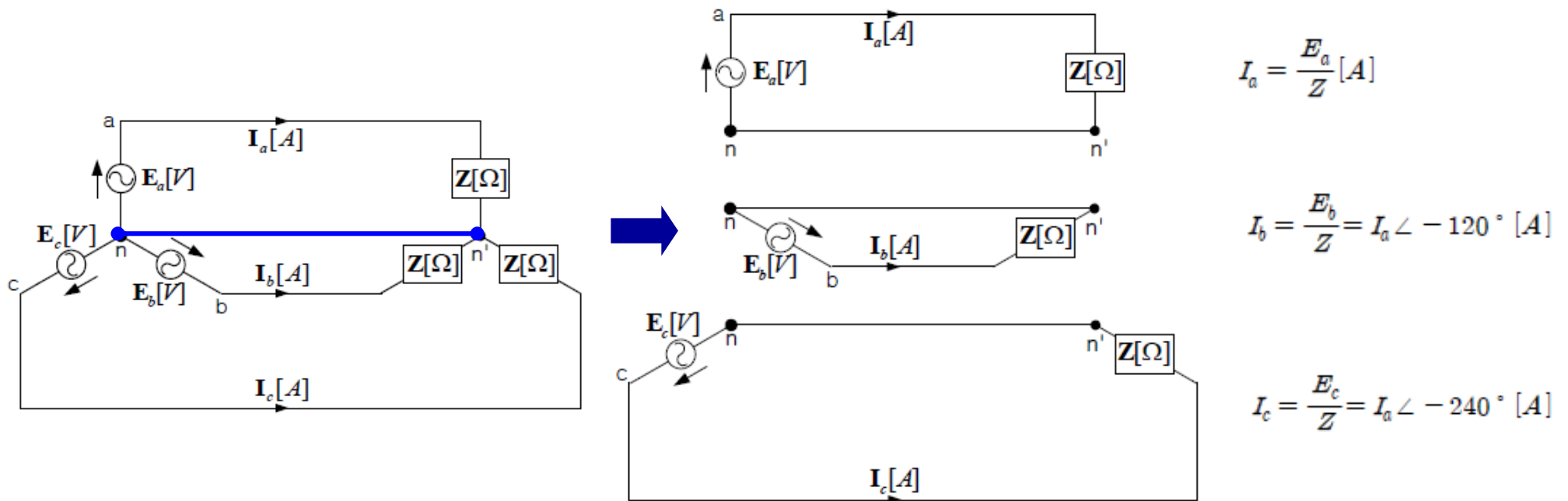
$$V_{n'n} = \frac{\frac{E \angle 0}{Z} + \frac{E \angle -120}{Z} + \frac{E \angle -240}{Z}}{\frac{1}{Z} + \frac{1}{Z} + \frac{1}{Z}} = \frac{1}{3} (E \angle 0 + E \angle -120 + E \angle -240) = 0$$

➔ 평형 결선된 Y-Y회로에서, 중성점 사이 전압은 0이다.



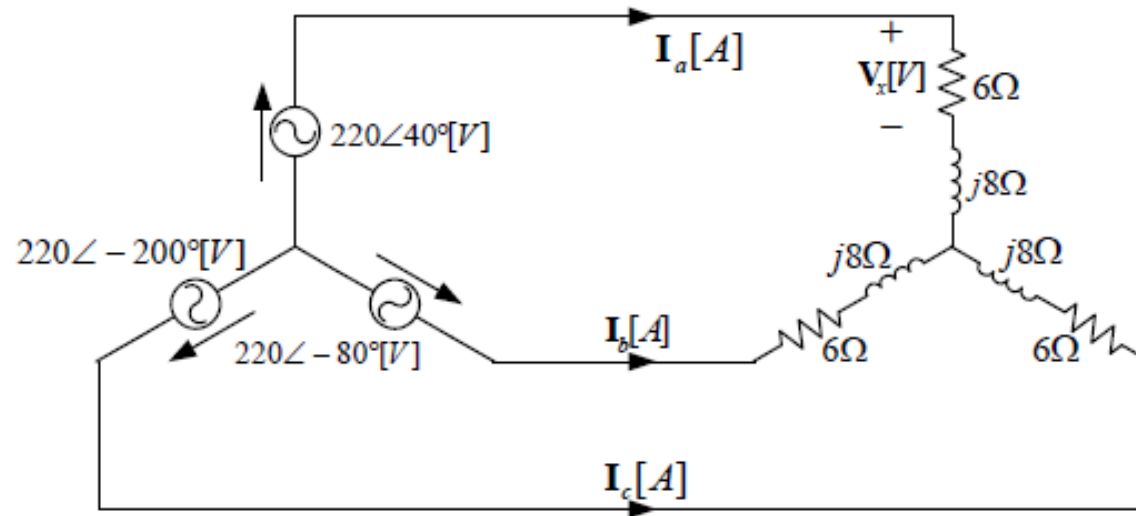
# 11.3. 평형 3상회로의 해석법

## 11.3.1. Y-Y 회로



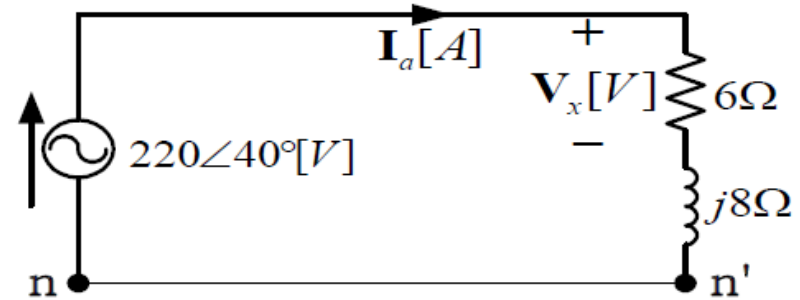
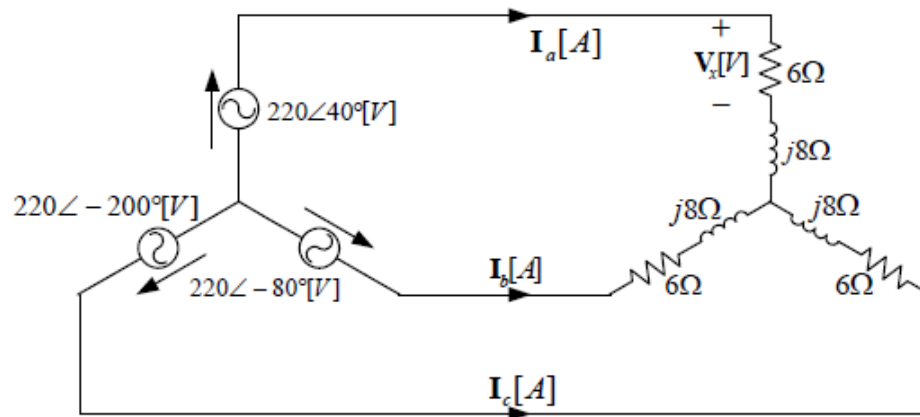
## 11.3. 평형 3상회로의 해석법

[예제 11-6] 그림 11-12와 같은 Y-Y회로에서 선전류  $I[A]$  및 전압  $V_x[V]$ 를 구하라.



## 11.3. 평형 3상회로의 해석법

[예제 11-6]



$$I_a = \frac{220 \angle 40}{6 + j8} = \frac{220 \angle 40}{10 \angle 53.1} = 22 \angle -13.1^\circ [A]$$

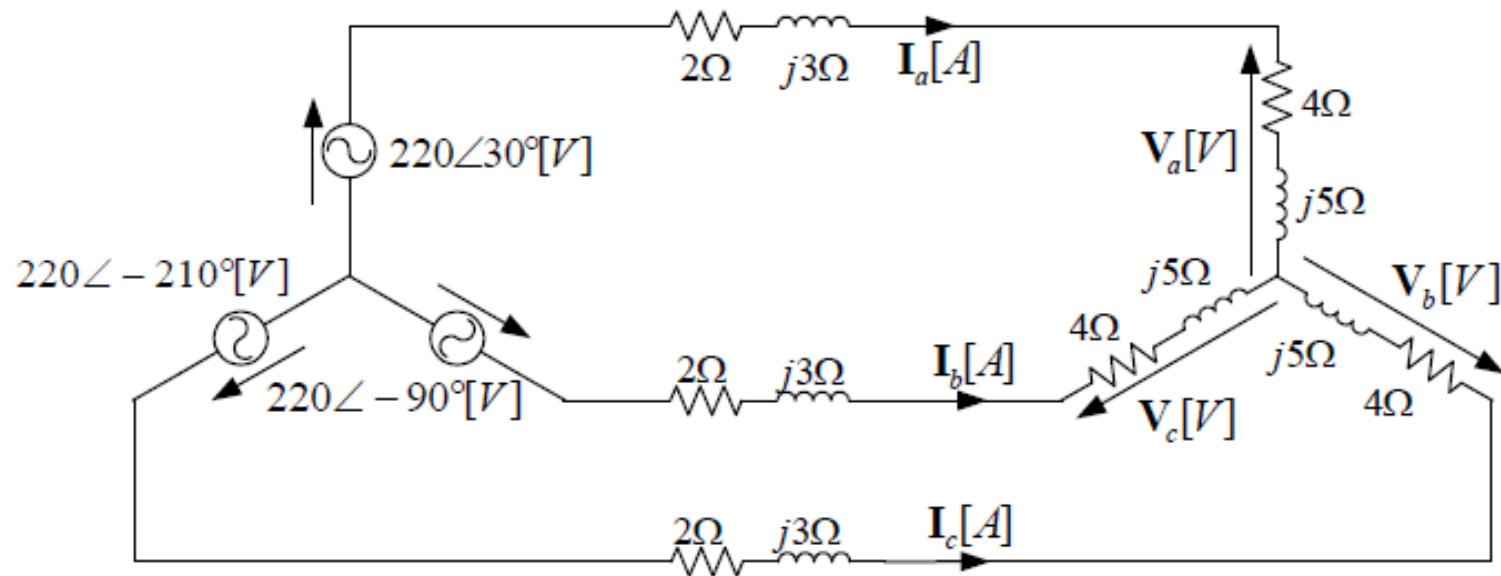
$$I_b = 22 \angle -13.1 - 120 = 22 \angle -133.1^\circ [A]$$

$$I_c = 22 \angle -13.1 - 240 = 22 \angle -253.1^\circ [A]$$

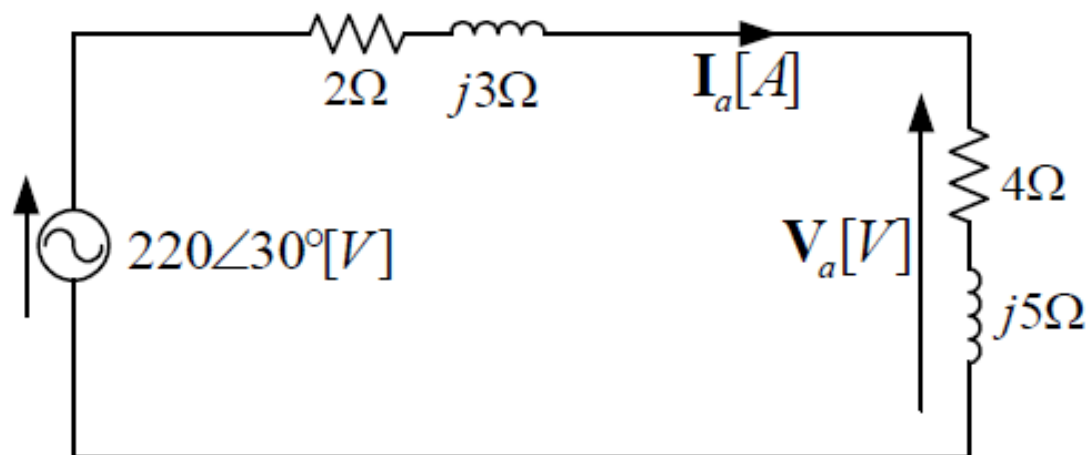
$$V_x = 6 \times I_a = 6 \times 22 \angle -13.1 = 132 \angle -13.1^\circ [V]$$

## 11.3. 평형 3상회로의 해석법

[예제 11-7] 그림 11-14와 같이 선로 임피던스가  $2 + j3[\Omega]$ 이고 부하 임피던스가  $4 + j5[\Omega]$ 일 때 회로의 선전류  $[A]$  및 부하에 걸리는 전압  $[V]$ 을 구하라.



## 11.3. 평형 3상회로의 해석법



$$I_a = \frac{220 \angle 30}{2 + j3 + 4 + j5} = 22 \angle -23.1^\circ [A]$$

$$I_b = I_a \angle -120 = 22 \angle -143.1^\circ [A]$$

$$I_c = I_a \angle -240 = 22 \angle -263.1^\circ [A]$$

$$V_a = (4 + j5)I_a = 140.8 \angle 28.24^\circ [V]$$

$$V_a = 220 \angle 30 \times \frac{4 + j5}{2 + j3 + 4 + j5} = 140.8 \angle 28.24^\circ [V]$$

$$V_b = V_a \angle -120 = 140.8 \angle -91.76^\circ [V]$$

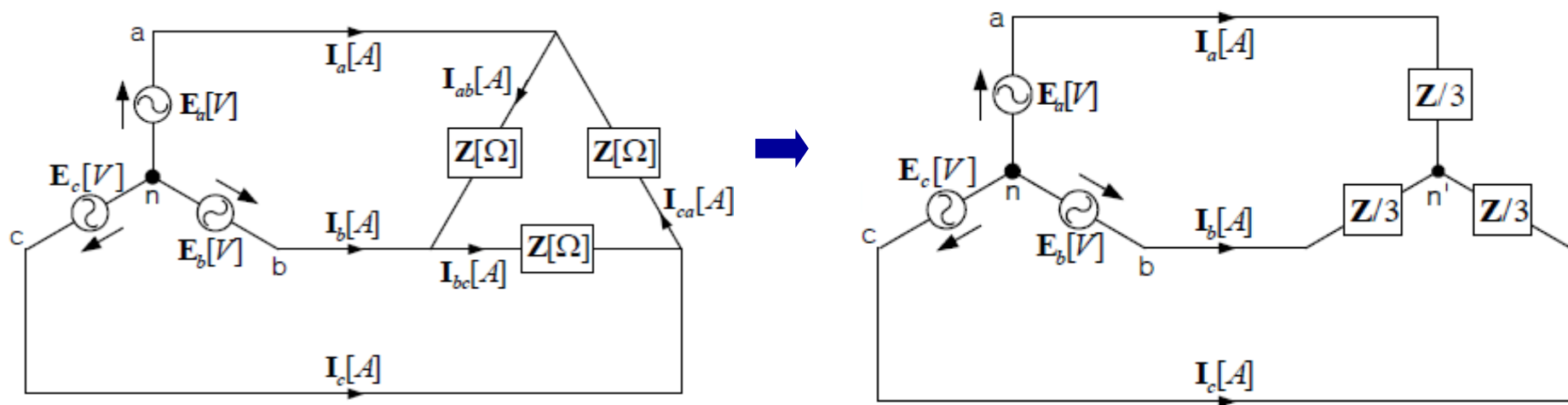
$$V_c = V_a \angle -240 = 140.8 \angle -211.76^\circ [V]$$

## 11.3. 평형 3상회로의 해석법

### 11.3.2. Y- $\Delta$ 회로

전원은 Y결선이고 부하는  $\Delta$ 결선인 회로.

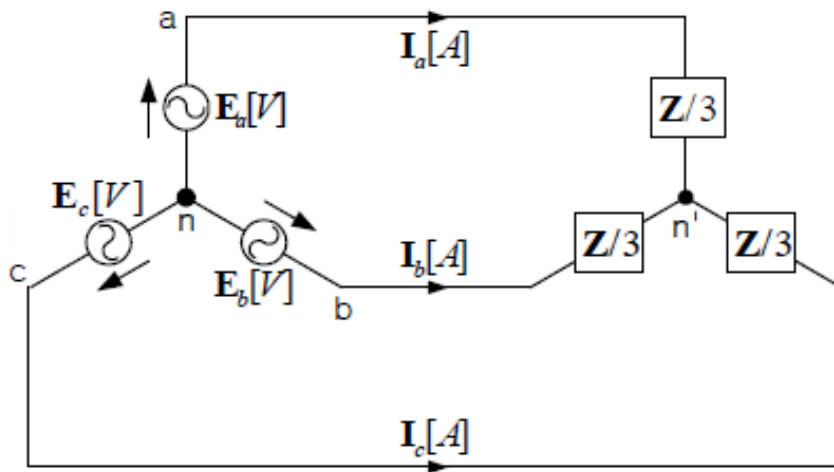
일반적으로  $\Delta$ 결선인 부하를 등가의 Y결선으로 변환하여 Y-Y회로로 해석하게 된다.



$\Delta$ 결선된 부하를 등가의 Y결선으로 변환하면  $Z/3$ 이 된다.

## 11.3. 평형 3상회로의 해석법

### 11.3.2. Y- $\Delta$ 회로



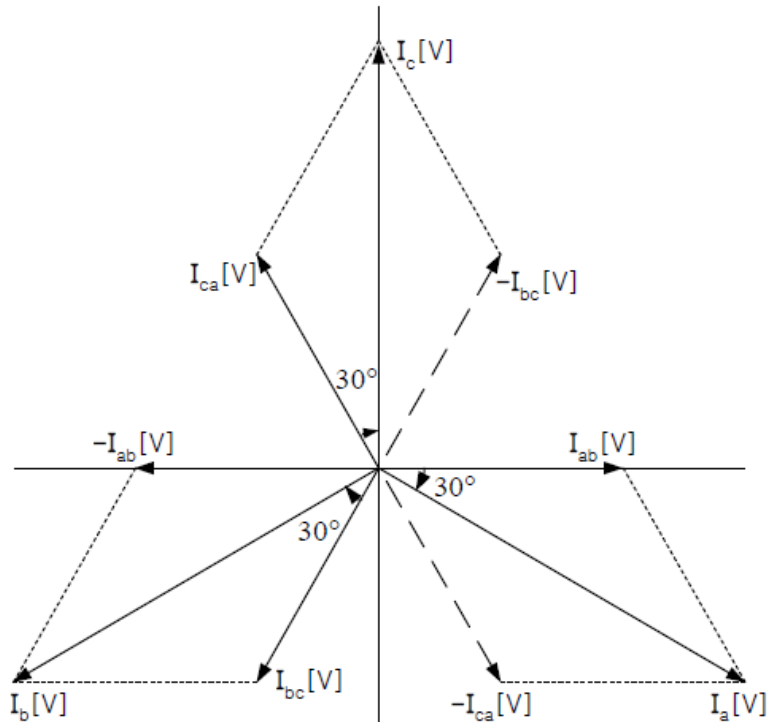
$$I_a = \frac{E_a}{Z/3} = \frac{3E_a}{Z} [A]$$

$$I_b = I_a \angle -120^\circ [A]$$

$$I_c = I_a \angle -240^\circ [A]$$

## 11.3. 평형 3상회로의 해석법

### 11.3.2. Y-Δ 회로



$$I_a = \sqrt{3} I_{ab} \angle -30^\circ [A]$$

$$I_b = \sqrt{3} I_{bc} \angle -30^\circ = I_a \angle -120^\circ [A]$$

$$I_c = \sqrt{3} I_{ca} \angle -30^\circ = I_a \angle -240^\circ [A]$$

따라서, 원래 회로의 부하를 흐르는 전류를 구하면, 다음과 같다.

$$I_{ab} = \frac{1}{\sqrt{3}} I_a \angle 30^\circ [A]$$

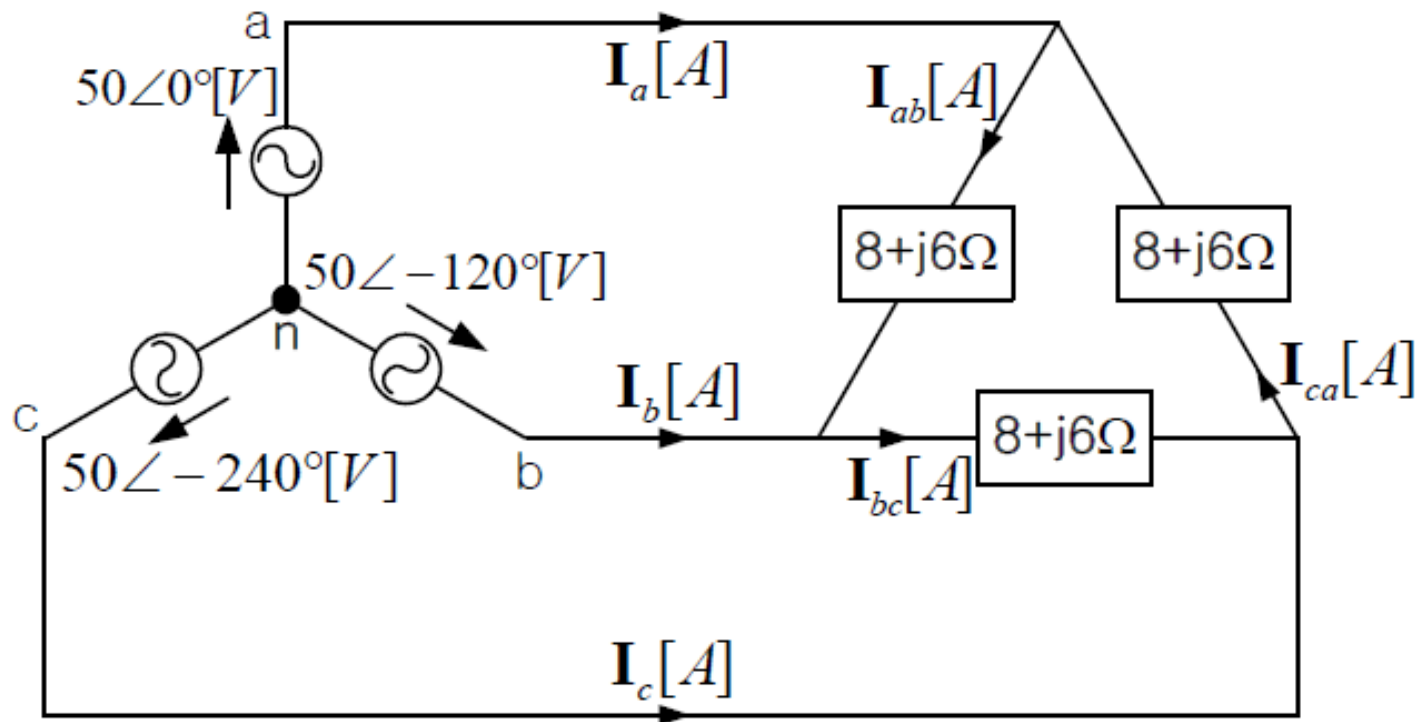
$$I_{bc} = \frac{1}{\sqrt{3}} I_b \angle 30^\circ = I_{ab} \angle -120^\circ [A]$$

$$I_{ca} = \frac{1}{\sqrt{3}} I_c \angle 30^\circ = I_{ab} \angle -240^\circ [A]$$



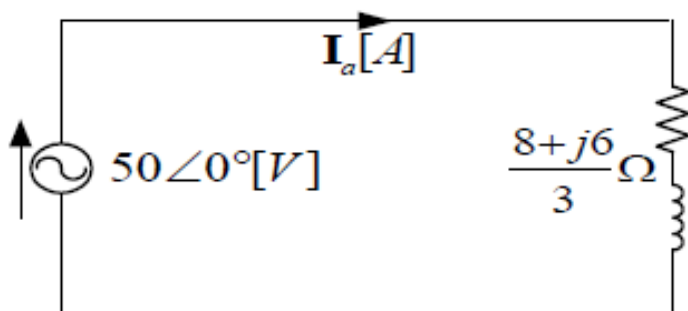
## 11.3. 평형 3상회로의 해석법

[예제 11-8] 그림 11-17 회로에서 부하에 흐르는 전류  $[A]$ 를 구하라.



## 11.3. 평형 3상회로의 해석법

[예제 11-8]



$$Z_p = \frac{Z}{3} = \frac{8 + j6}{3} = \frac{10}{3} \angle 36.9^\circ [\Omega]$$

$$I_a = \frac{50 \angle 0}{\frac{10 \angle 36.9}{3}} = 15 \angle -36.9^\circ [A]$$

$$I_b = 15 \angle -36.9 - 120 = 15 \angle -156.9^\circ [A]$$

$$I_c = 15 \angle -36.9 - 240 = 15 \angle -276.9^\circ [A]$$

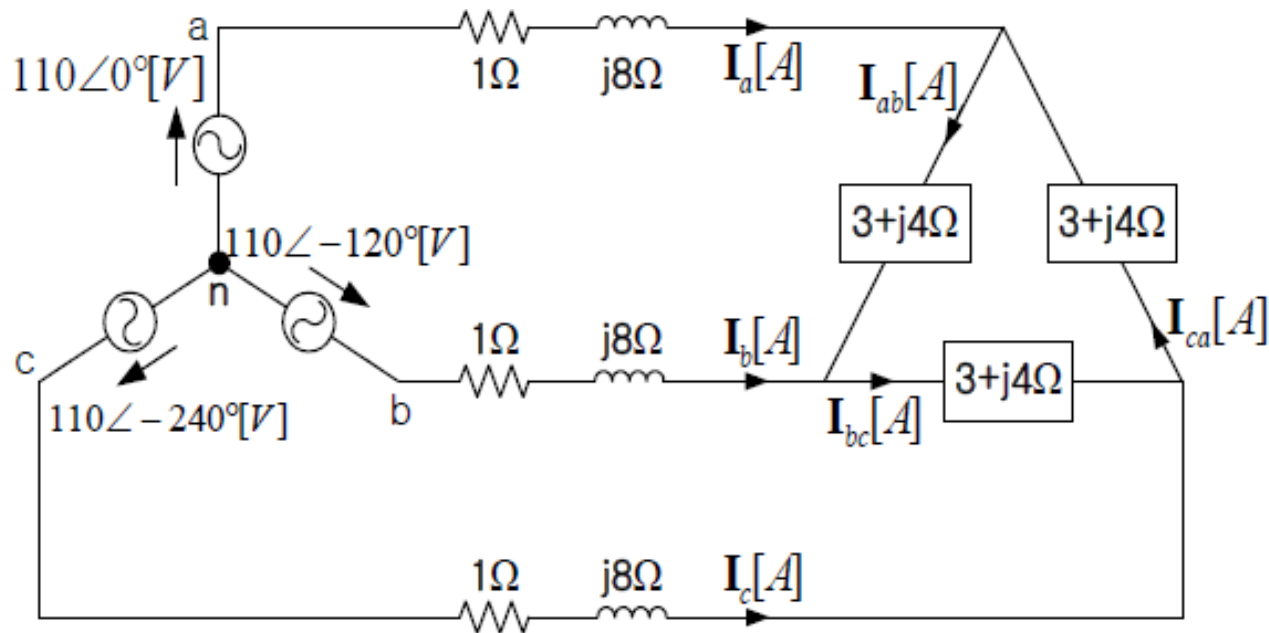
$$I_{ab} = \frac{1}{\sqrt{3}} I_a \angle 30^\circ = 8.66 \angle -6.9^\circ [A]$$

$$I_{bc} = 8.66 \angle -6.9 - 120 = 8.66 \angle -126.9^\circ [A]$$

$$I_{ca} = 8.66 \angle -6.9 - 240 = 8.66 \angle -246.9^\circ [A]$$

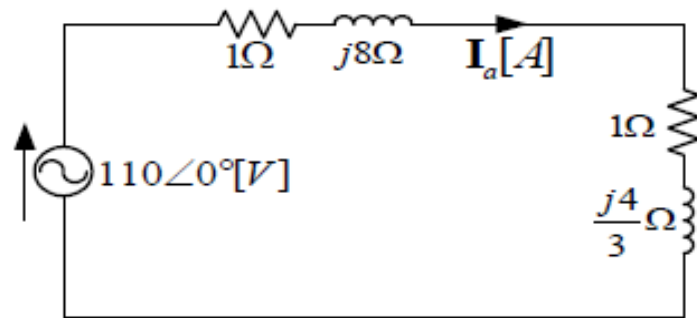
## 11.3. 평형 3상회로의 해석법

[예제 11-9] 그림 11-19 회로에서  $3+j4[\Omega]$ 의 부하에 흐르는 전류  $[A]$ 를 구하라.



## 11.3. 평형 3상회로의 해석법

[예제 11-9]



$$I_a = \frac{110}{1 + j8 + 1 + j\frac{4}{3}} = 11.52 \angle -78^\circ [A]$$

$$I_{ab} = \frac{1}{\sqrt{3}} I_a \angle 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} \times 11.52 \angle -78^\circ \angle 30^\circ \\ = 6.65 \angle -48^\circ [A]$$

$$I_{bc} = I_{ab} \angle -120^\circ = 6.65 \angle -168^\circ [A]$$

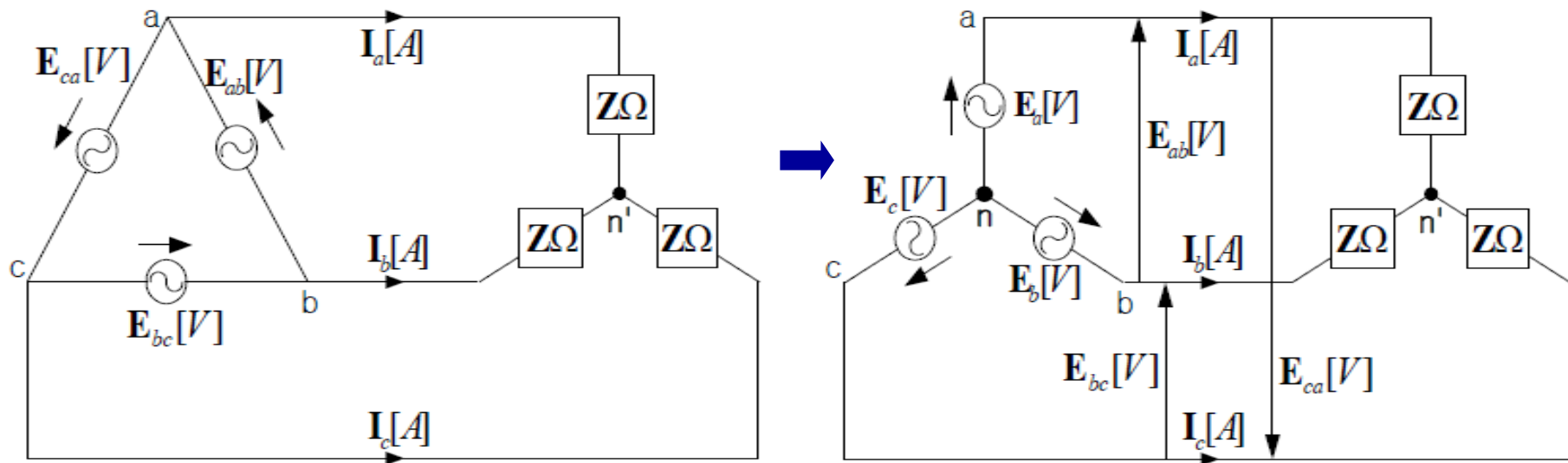
$$I_{ca} = I_{ab} \angle -240^\circ = 6.65 \angle -288^\circ [A]$$

## 11.3. 평형 3상회로의 해석법

### 11.3.3. $\Delta$ -Y 회로

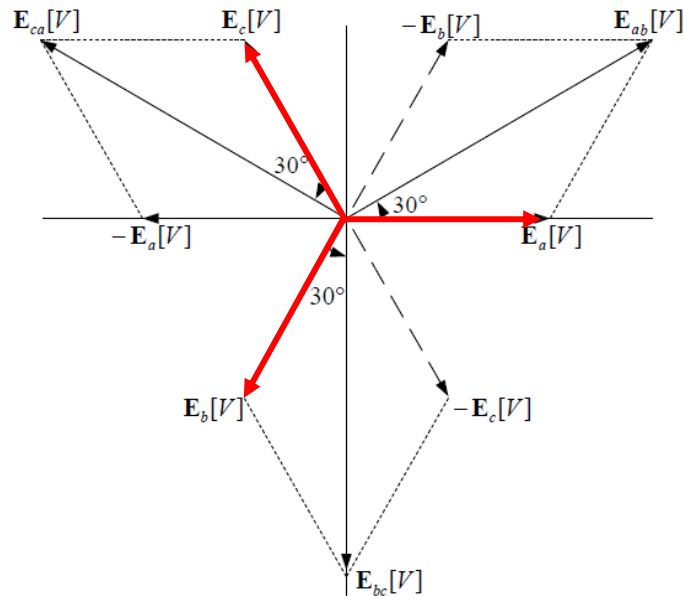
전원은  $\Delta$ 결선이고 부하는 Y결선인 회로.

일반적으로  $\Delta$ 결선인 전원을 등가인 Y결선으로 변환하여 Y-Y회로로 해석하게 된다.



# 11.3. 평형 3상회로의 해석법

## 11.3.3. $\Delta$ -Y 회로



$$E_{ab} = \sqrt{3} E_a \angle 30^\circ \rightarrow E_a = \frac{1}{\sqrt{3}} E_{ab} \angle -30^\circ [V]$$

$$E_{bc} = \sqrt{3} E_b \angle 30^\circ \rightarrow E_b = \frac{1}{\sqrt{3}} E_{bc} \angle -30^\circ [V]$$

$$E_{ca} = \sqrt{3} E_c \angle 30^\circ \rightarrow E_c = \frac{1}{\sqrt{3}} E_{ca} \angle -30^\circ [V]$$

따라서, 선전류를 구해보면,

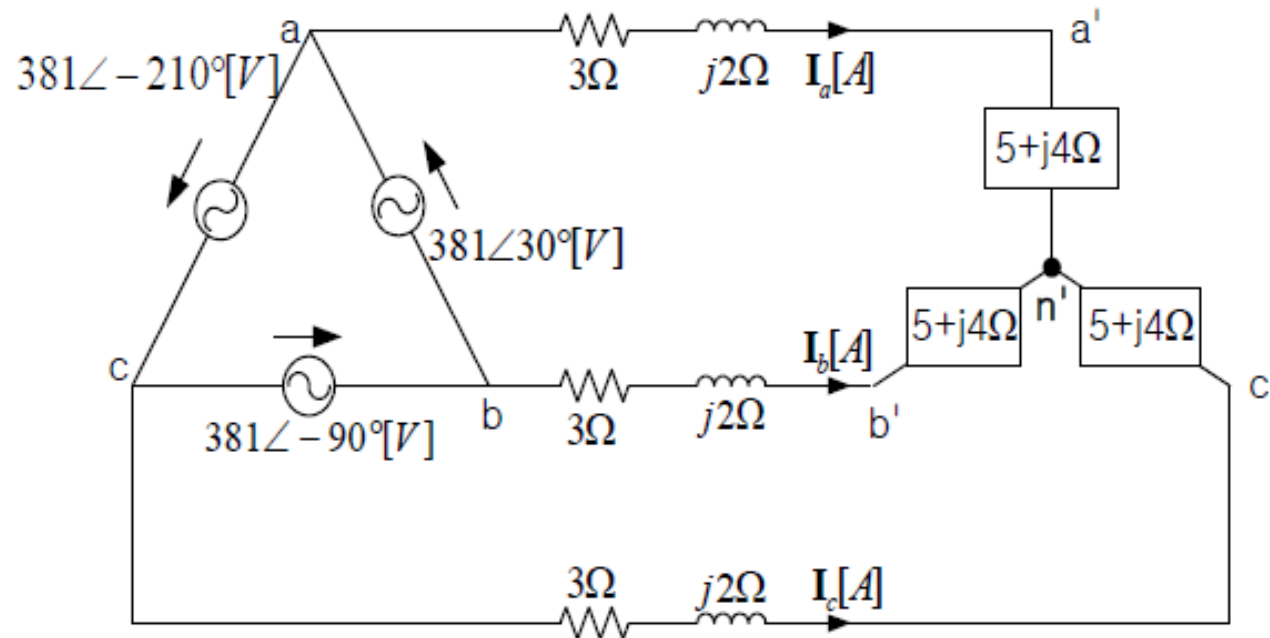
$$I_a = \frac{E_a}{Z} = \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{E_{ab}}{Z} \angle -30^\circ [A]$$

$$I_b = \frac{E_b}{Z} = \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{E_{bc}}{Z} \angle -30^\circ = I_a \angle -120^\circ [A]$$

$$I_c = \frac{E_c}{Z} = \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{E_{ca}}{Z} \angle -30^\circ = I_b \angle -240^\circ [A]$$

## 11.3. 평형 3상회로의 해석법

[예제 11-10] 그림 11-22에서 선전류와 부하  $5 + j4[\Omega]$ 에 걸리는 전압  $[V]$ 을 구하라.

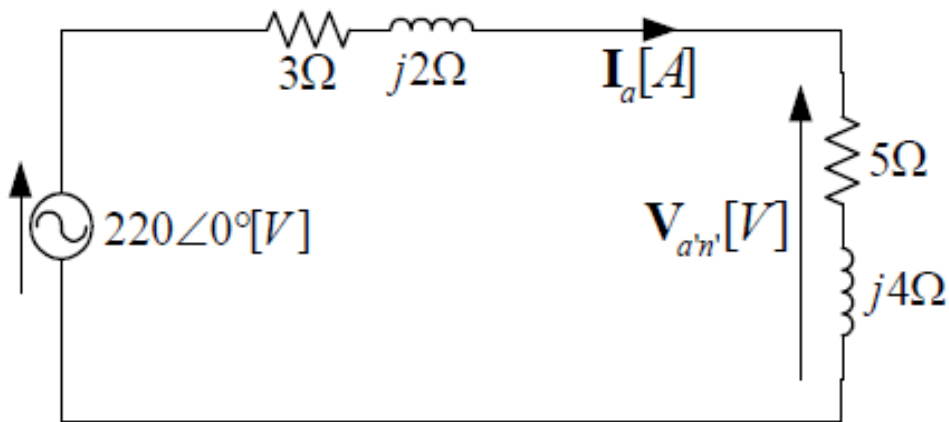


## 11.3. 평형 3상회로의 해석법

[예제 11-10]

$$E_a = \frac{1}{\sqrt{3}} \times 381 \angle 30^\circ - 30 = 220 \angle 0^\circ [V]$$

$$E_b = E_a \angle -120^\circ [V], E_c = E_a \angle -240^\circ [V]$$



$$I_a = \frac{E_a}{3 + j2 + 5 + j4} = 22 \angle -36.9^\circ [A]$$

$$I_b = I_a \angle -120^\circ = 22 \angle -156.9^\circ [A]$$

$$I_c = I_a \angle -240^\circ = 22 \angle -276.9^\circ [A]$$

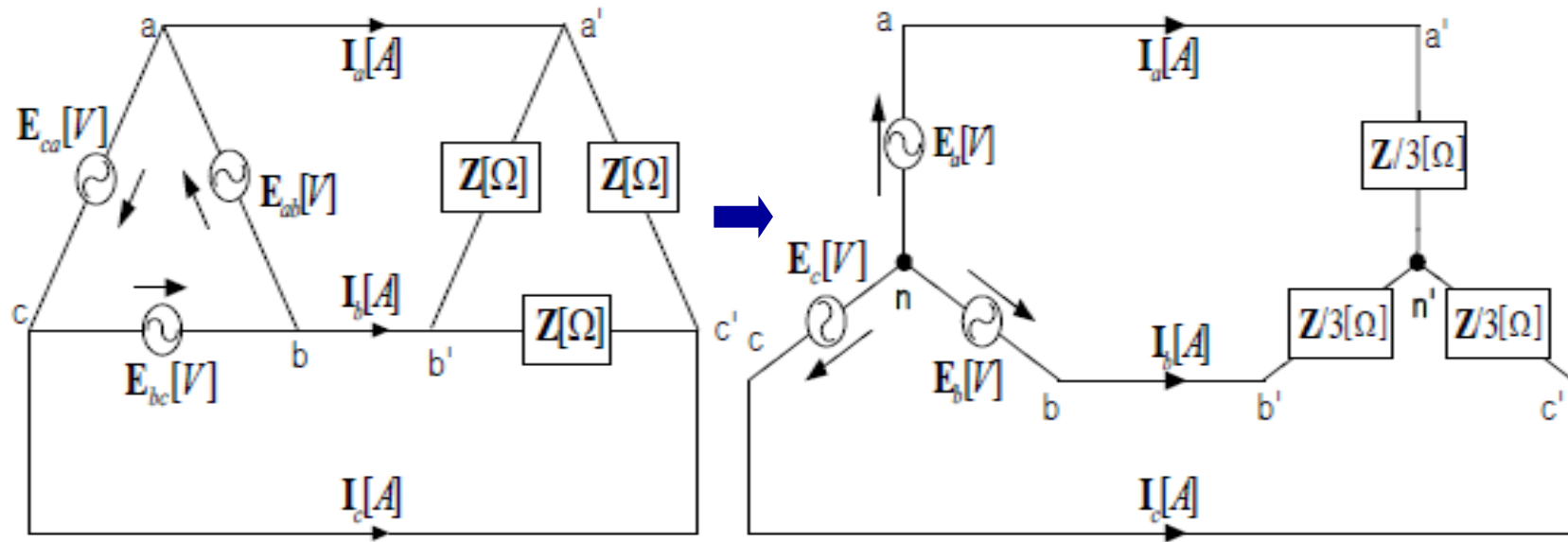


## 11.3. 평형 3상회로의 해석법

### 11.3.4. $\Delta$ - $\Delta$ 회로

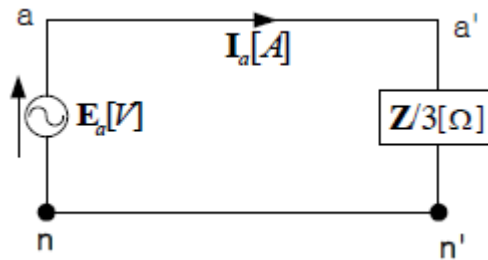
전원과 부하가  $\Delta$ 결선인 회로.

Y-Y회로로 변환하여 해석하게 된다.



## 11.3. 평형 3상회로의 해석법

### 11.3.4. $\Delta$ - $\Delta$ 회로



$\Delta$ 결선에서 선전류와 상전류의 관계를 이용하면 원래 회로에서 부하에 흐르는 상전류를 구할 수 있다.

$$I_{a'b'} = \frac{1}{\sqrt{3}} I_a \angle 30^\circ = \frac{E_{ab}}{Z} [A]$$

$$I_{b'c'} = \frac{1}{\sqrt{3}} I_b \angle 30^\circ = \frac{E_{bc}}{Z} = I_{a'b'} \angle -120^\circ [A]$$

$$I_{c'a'} = \frac{1}{\sqrt{3}} I_c \angle 30^\circ = \frac{E_{ca}}{Z} = I_{a'b'} \angle -240^\circ [A]$$

$$I_a = \frac{E_a}{Z/3} = \frac{\frac{1}{\sqrt{3}} E_{ab} \angle -30^\circ}{Z/3} = \sqrt{3} \frac{E_{ab}}{Z} \angle -30^\circ [A]$$

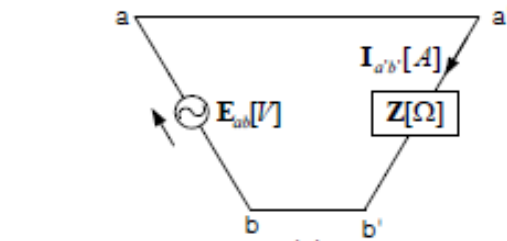
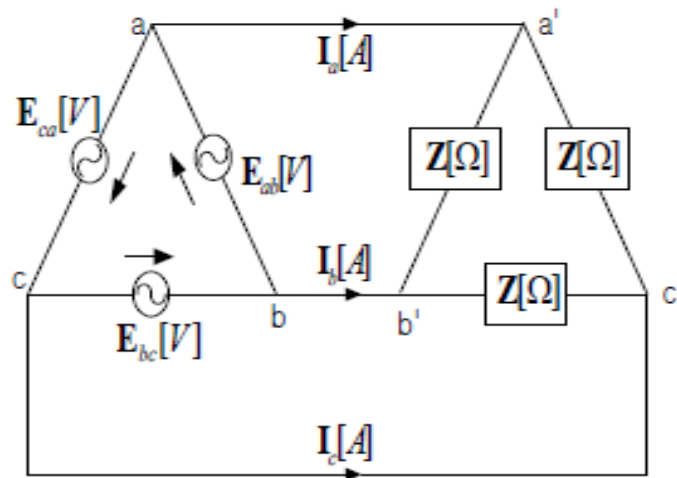
$$I_b = \frac{E_b}{Z/3} = \sqrt{3} \frac{E_{ab}}{Z} \angle -30^\circ = I_a \angle -120^\circ [A]$$

$$I_c = \frac{E_c}{Z/3} = \sqrt{3} \frac{E_{ab}}{Z} \angle -30^\circ = I_a \angle -240^\circ [A]$$

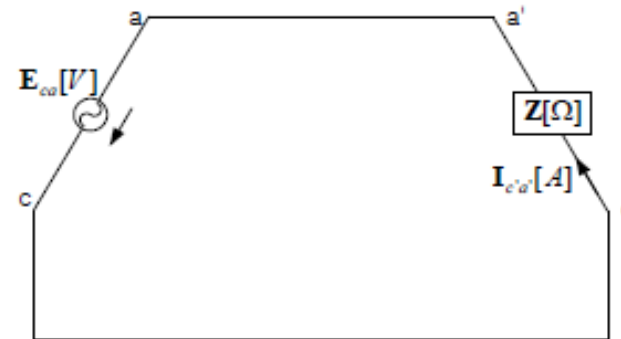
# 11.3. 평형 3상회로의 해석법

## 11.3.4. $\Delta$ - $\Delta$ 회로

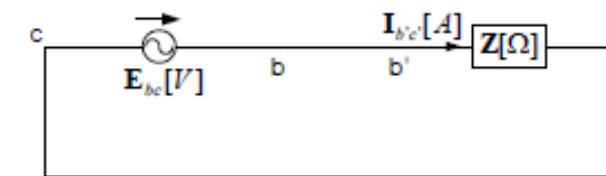
만일 선로 임피던스를 무시할 수 있다면,



$$I_{a'b'} = \frac{E_{ab}}{Z}$$



$$I_{b'c'} = \frac{E_{bc}}{Z} = I_{a'b'} \angle -120^\circ$$



$$I_{c'a'} = \frac{E_{ca}}{Z} = I_{a'b'} \angle -240^\circ$$

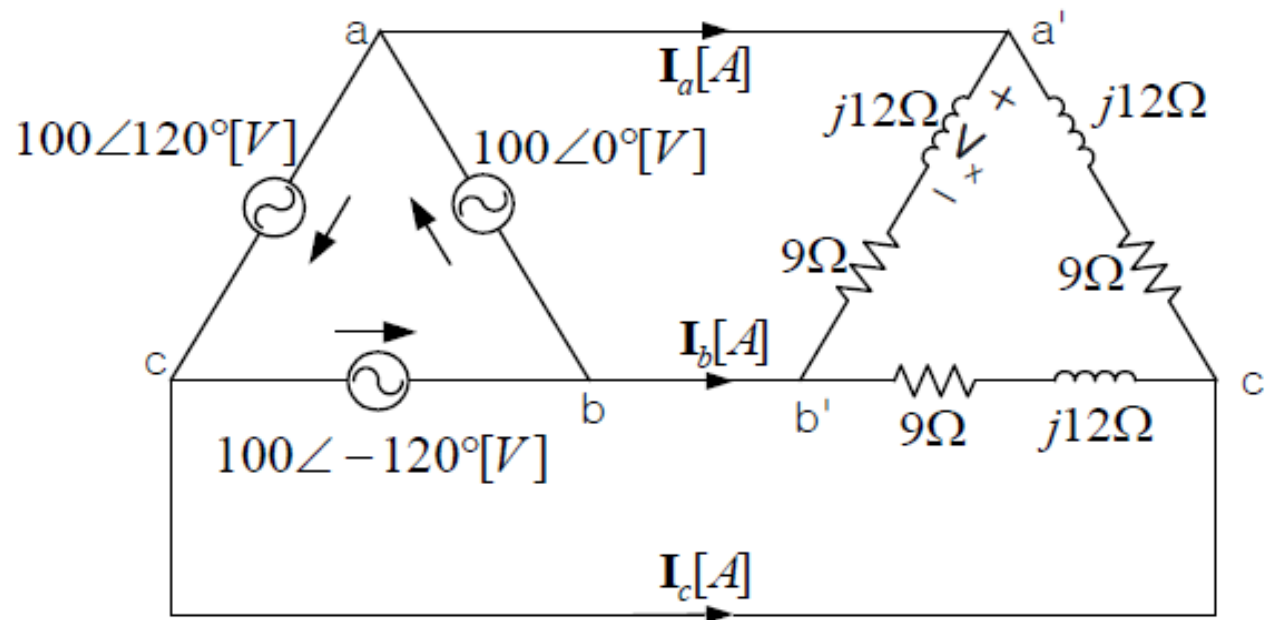
구해진 상전류로부터 선전류는  $I_a = \sqrt{3} I_{a'b'} \angle -30^\circ = \sqrt{3} \frac{E_{ab}}{Z} \angle -30^\circ [A]$

$$I_b = \sqrt{3} I_{b'c'} \angle -30^\circ = I_a \angle -120^\circ [A]$$

$$I_c = \sqrt{3} I_{c'a'} \angle -30^\circ = I_a \angle -240^\circ [A]$$

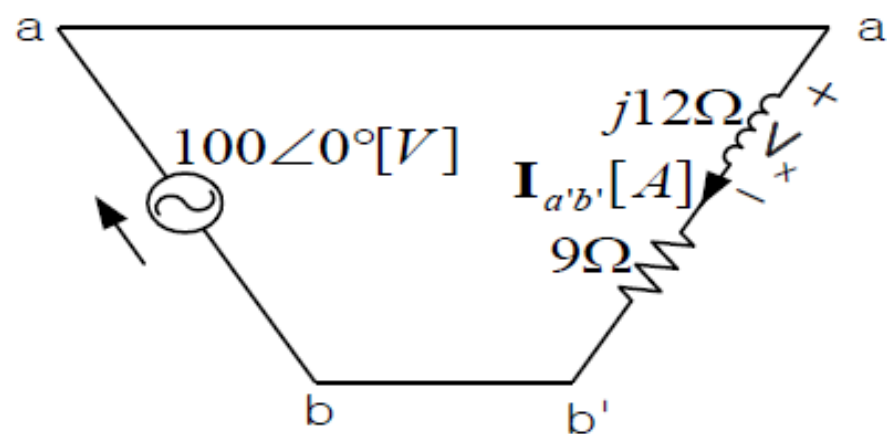
## 11.3. 평형 3상회로의 해석법

[예제 11-11] 그림 11-26 회로에서 선전류  $I_a[A]$ 와 부하  $j12[\Omega]$ 에 걸리는 전압  $V_x[V]$ 를 구하라.



## 11.3. 평형 3상회로의 해석법

[예제 11-11]



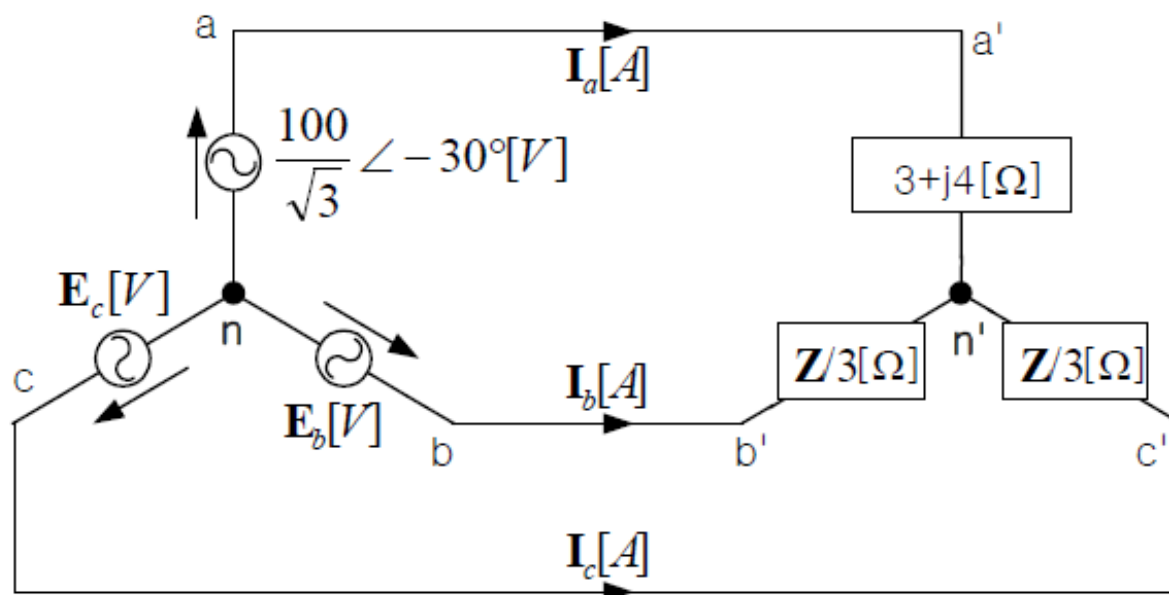
$$I_{a'b'} = \frac{100 \angle 0}{9 + j12} = \frac{100}{15 \angle 53.1} = 6.67 \angle -53.1^\circ [A]$$

$$I_a = \sqrt{3} I_{a'b'} \angle -30 = 11.55 \angle -83.1^\circ [A]$$

$$V_x = j12 \times I_{a'b'} = 80 \angle 36.9^\circ [V]$$

## 11.3. 평형 3상회로의 해석법

[예제 11-11]



$$Z = \frac{9 + j12}{3} = 3 + j4[\Omega]$$

$$E_a = \frac{1}{\sqrt{3}} E_{ab} \angle -30^\circ = \frac{100}{\sqrt{3}} \angle -30^\circ [V]$$

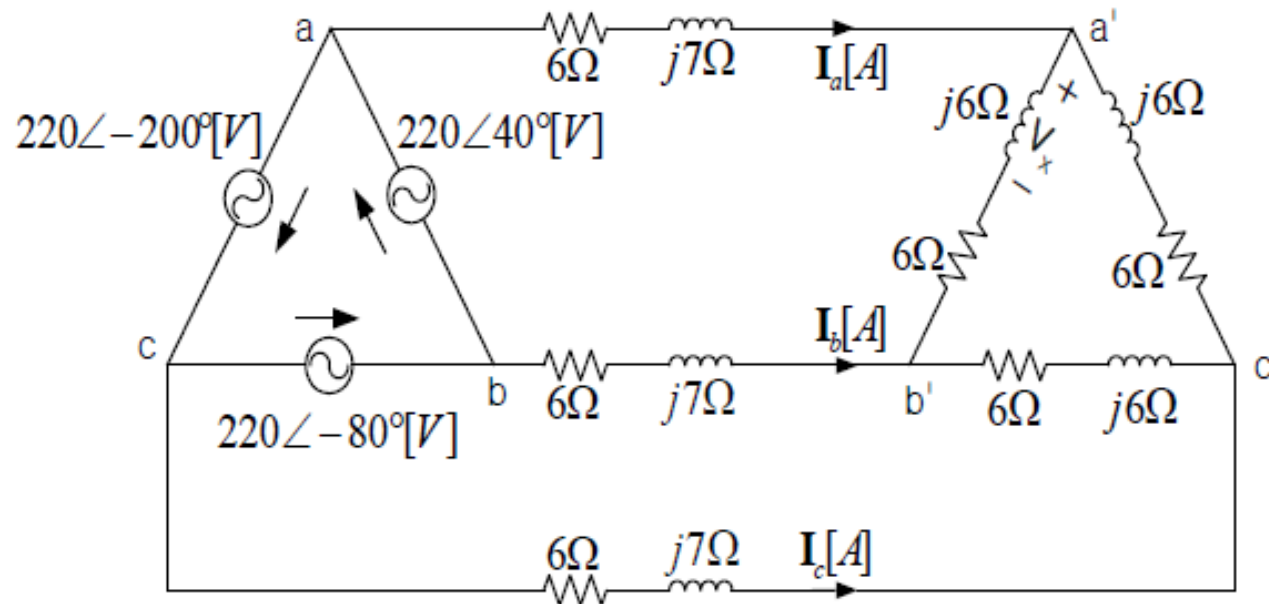
$$I_a = \frac{E_a}{Z} = \frac{100/\sqrt{3} \angle -30^\circ}{3 + j4} = 11.55 \angle -83.1^\circ [A]$$

$$I_{a'b'} = \frac{1}{\sqrt{3}} I_a \angle 30^\circ = 6.67 \angle -53.1^\circ [A]$$

$$V_x = j12 \times I_{a'b'} = 80 \angle 36.9^\circ [V]$$

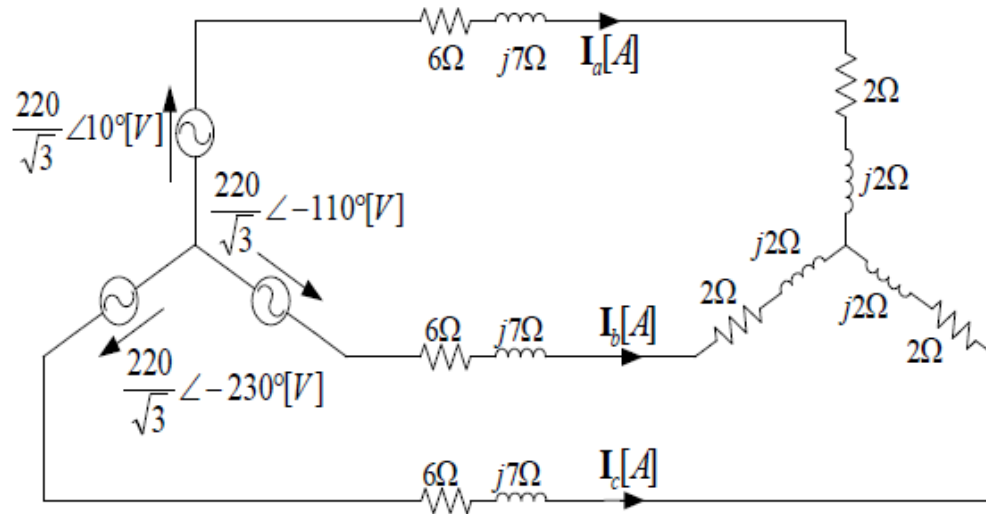
## 11.3. 평형 3상회로의 해석법

[예제 11-12] 그림 11-29 회로에서  $E_{ab} = 220 \angle 40^\circ [V]$ 인 평형 3상 전원에 연결된 부하  $j6[\Omega]$ 에 걸리는 전압  $V_x[V]$ 를 구하라.



## 11.3. 평형 3상회로의 해석법

[예제 11-12]



$$E_a = \frac{1}{\sqrt{3}} E_{ab} \angle -30^\circ = \frac{220}{\sqrt{3}} \angle 10^\circ [V]$$

$$E_b = E_a \angle -120^\circ = \frac{220}{\sqrt{3}} \angle -110^\circ [V]$$

$$E_c = E_a \angle -240^\circ = \frac{220}{\sqrt{3}} \angle -230^\circ [V]$$

$$I_a = \frac{E_a}{6 + j7 + 2 + j2} = 10.55 \angle -38.37^\circ [A]$$

$$I_b = 10.55 \angle -158.37^\circ [A], I_c = 10.55 \angle -278.37^\circ [A]$$

$$I_{a'b'} = \frac{1}{\sqrt{3}} I_a \angle 30^\circ = 6.09 \angle -8.37^\circ [A]$$

$$I_{b'c'} = 6.09 \angle -128.37^\circ [A], I_{c'a'} = 6.09 \angle -248.37^\circ [A]$$

$$V_x = j6 \times I_{a'b'} = 36.54 \angle 81.63^\circ [V]$$



## 11.4. 불평형 3상회로의 해석법

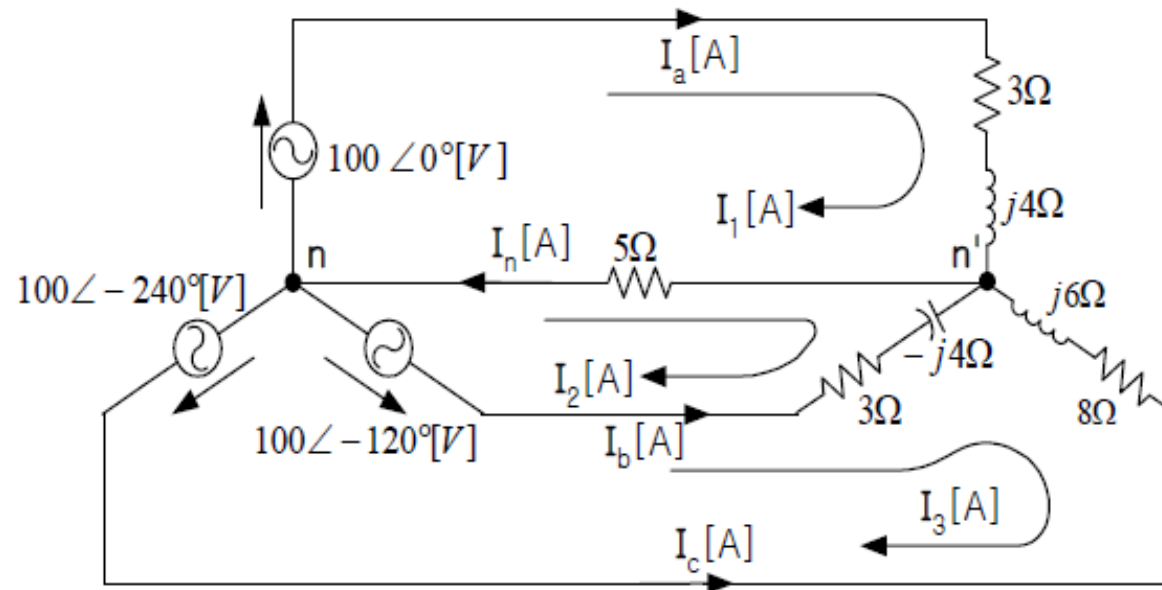
---

일반적인 경우 전원은 단락, 단선, 지락 등의 사고가 일어나지 않는 한 평형상태가 유지되며, 부하도 평형을 이루도록 사용하는 것이 보통이다.

불평형 회로를 쉽게 해석할 수 있는 특별한 방법은 없다. 메쉬법, 노드법 등 일반적인 회로해석법을 적용하여 해석한다.

## 11.4. 불평형 3상회로의 해석법

[예제 11-13] 그림 11-31의 3상 4선식 회로에서 선전류[A]를 구하라.



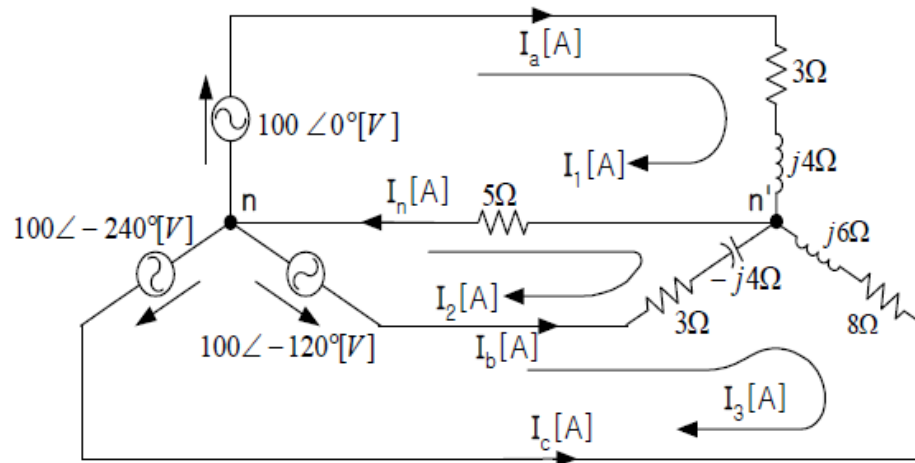
$$\begin{bmatrix} 8 + j4 & -5 & 0 \\ -5 & 8 - j4 & -3 + j4 \\ 0 & -3 + j4 & 11 + j2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 100 \\ -100 \angle -120^\circ \\ 100 \angle -120^\circ - 100 \angle -240^\circ \end{bmatrix}$$

$$I_a = I_1, I_n = I_2 - I_1, I_b = I_3 - I_2, I_c = -I_3$$

## 11.4. 불평형 3상회로의 해석법

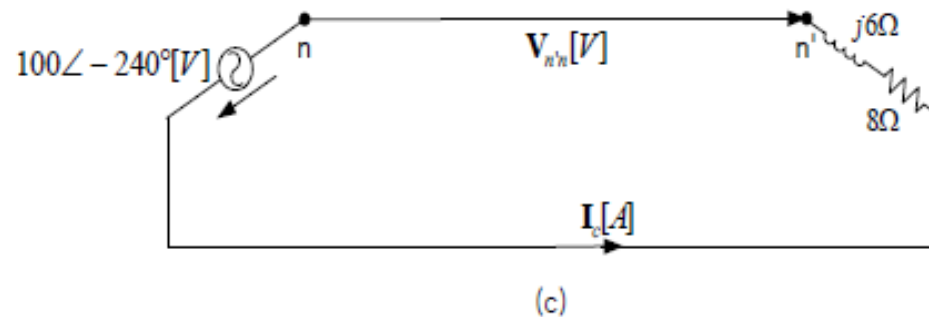
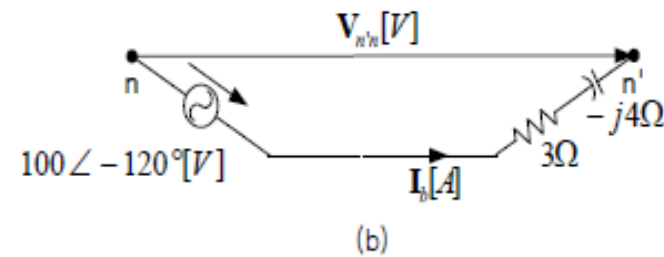
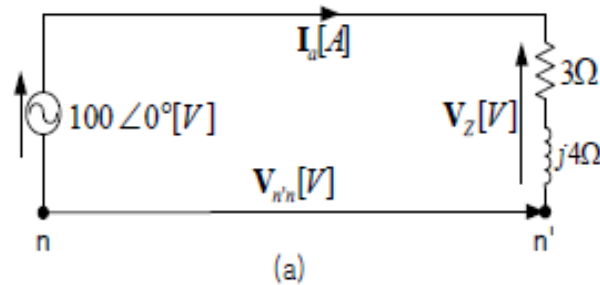
### [예제 11-13]

밀만의 정리를 이용하여  $V_{n'n}$ 을 먼저 구하고,



$$\begin{aligned}
 V_{n'n} &= \frac{\frac{100}{3+j4} + \frac{100\angle-120}{3-j4} + \frac{100\angle-240}{8+j6}}{\frac{1}{3+j4} + \frac{1}{3-j4} + \frac{1}{8+j6} + \frac{1}{5}} \\
 &= \frac{(12-j16) + (7.86-j18.39) + (1.2+j9.93)}{(0.12-j0.16) + (0.12+j0.16) + (0.08-j0.06) + 0.2} \\
 &= \frac{21.05-j24.46}{0.52-j0.06} = 61.66\angle-42.7 = 45.31-j41.82[V]
 \end{aligned}$$

## 11.4. 불평형 3상회로의 해석법



$$100 \angle 0 = V_Z + V_{n'n} \rightarrow V_Z = 100 \angle 0 - V_{n'n} = 54.69 + j41.82$$

$$= 68.85 \angle 37.4^\circ [V]$$

$$I_a = \frac{V_Z}{3 + j4} = \frac{100 \angle 0 - V_{n'n}}{3 + j4} = 13.77 \angle -15.73^\circ [A]$$

$$I_b = \frac{100 \angle 120 - V_{n'n}}{3 - j4} = 21.06 \angle 258.3^\circ [A]$$

$$I_c = \frac{100 \angle -240 - V_{n'n}}{8 + j6} = 15.99 \angle 89.71^\circ [A]$$

$$I_n = \frac{V_{n'n}}{5} = 9.06 - j8.36 = 12.33 \angle -42.7^\circ [A]$$

## 11.5. 평형 3상회로의 전력

---

상전압  $\mathbf{E}_a, \mathbf{E}_b, \mathbf{E}_c$

상전류  $\mathbf{I}_a, \mathbf{I}_b, \mathbf{I}_c$

상전압과 상전류의 위상차  $\theta_a, \theta_b, \theta_c$

$$P = |E_a||I_a|\cos\theta_a + |E_b||I_b|\cos\theta_b + |E_c||I_c|\cos\theta_c [W]$$

평형 3상 회로인 경우는 각 상에서의 전압과 전류의 위상차가 동일하므로,

$$\theta_a = \theta_b = \theta_c = \theta, |E_a| = |E_b| = |E_c| = E_p, |I_a| = |I_b| = |I_c| = I_p$$

$$P = 3E_p I_p \cos\theta [W]$$

측정하기 쉬운 선전류  $\mathbf{I}_l$ 과 선간전압  $\mathbf{E}_l$ 을 이용하면,

$$\Delta\text{결선} : I_p = \frac{1}{\sqrt{3}} I_l, E_p = E_l$$

$$\Rightarrow P = \sqrt{3} E_l I_l \cos\theta [W] \quad \Rightarrow \quad P = R I^2 \times 3 [W]$$

$$Y\text{결선} : I_p = I_l, E_p = \frac{1}{\sqrt{3}} E_l$$

## 11.5. 평형 3상회로의 전력

**[예제 11-14]** 선간 전압이  $220[V]$ 이고 Y결선된 부하 1상의 임피던스가  $3+j4[\Omega]$ 인 평형 3상 부하의 전력을 구하라.

선간전압과 선전류를 이용하기 위하여, Y결선된 부하를  $\Delta$ 결선으로 변환하면

$$Z_{\Delta} = 3Z_Y = 9 + j12 = 15 \angle 53.13^\circ [\Omega]$$

$$I_p = \frac{E_a}{Z_{\Delta}} = \frac{220}{15} [A]$$

3상 전력은  $P = 3RI_p^2 = 3 \times 9 \times \left(\frac{220}{15}\right)^2 = 5808 [W]$

$$P = \sqrt{3} E_l I_l \cos \theta [W]$$

$$P = \sqrt{3} \times \frac{220}{E_l} \times \left( \sqrt{3} \times \frac{220}{I_p} \right) \times \cos 53.1^\circ = 5808 [W]$$

Y결선된 경우로 하면,

$$P = 3 \times \frac{220}{\sqrt{3}} \times \left( \sqrt{3} \times \frac{220}{15} \right) \times \cos 53.1^\circ = 5808 [W]$$

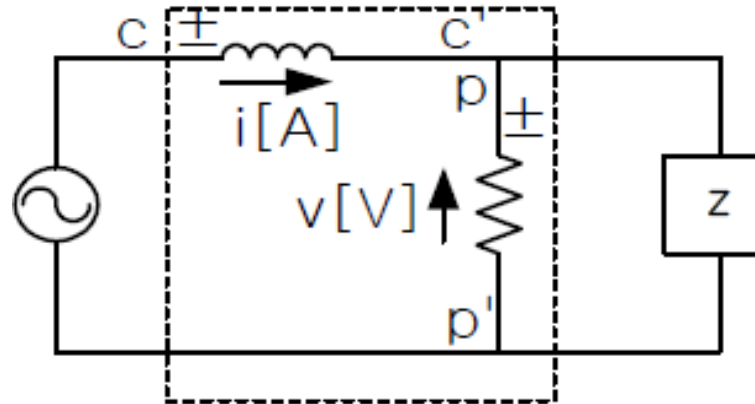
$$|E_a| = E_a = \frac{1}{\sqrt{3}} E_{ab} = \frac{220}{\sqrt{3}} [V]$$

$$|I_a| = \frac{220/\sqrt{3}}{|3+j4|} = \frac{44}{\sqrt{3}} [A]$$

$$P = 3 \times RI_a^2 = 5808 [W]$$

## 11.6. 3상 전력의 측정

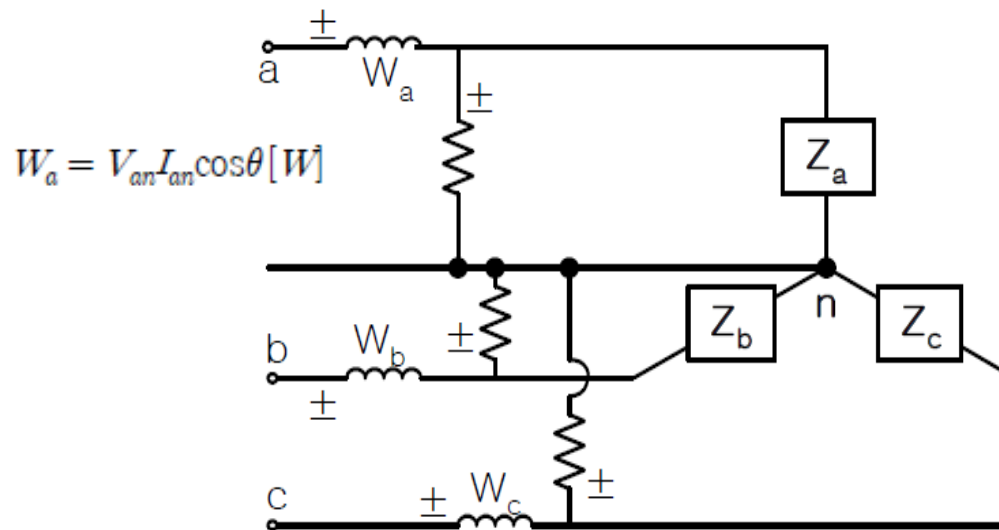
전력계:  $vi$ 의 평균값에 비례하여 회전하는 지침이 있다.



$$W = P = \frac{1}{T} \int_0^T v i dt = VI \cos \theta [W]$$

## 11.6. 3상 전력의 측정

중성선을 사용하는 3상 4선식 회로에는 단상 전력계 3대를 각각 중성선과 각 상에 연결하여 각 전력계의 지시값을 더하면 된다.

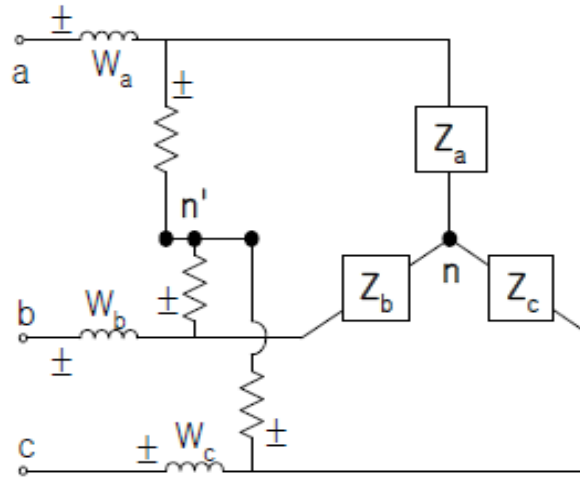


만약 **평형 부하**라면, 3전력계의 지시값은 모두 같으며 **한 전력계가 나타내는 지시값의 3배**가 3상 부하의 전력이 된다.



## 11.6. 3상 전력의 측정

중성선이 없는 경우,



$W_a = (v_{an} + v_{nn'}) i_{an}$ 의 평균값

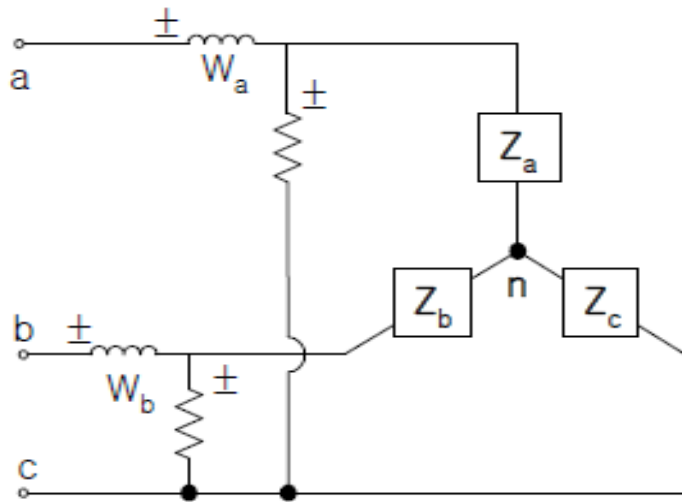
$W_b = (v_{bn} + v_{nn'}) i_{bn}$ 의 평균값

$W_c = (v_{cn} + v_{nn'}) i_{cn}$ 의 평균값

$$\begin{aligned} W_a + W_b + W_c &= v_{an} i_{an} + v_{bn} i_{bn} + v_{cn} i_{cn} + v_{nn'} (i_{an} + i_{bn} + i_{cn}) \\ &= v_{an} i_{an} + v_{bn} i_{bn} + v_{cn} i_{cn} \end{aligned}$$

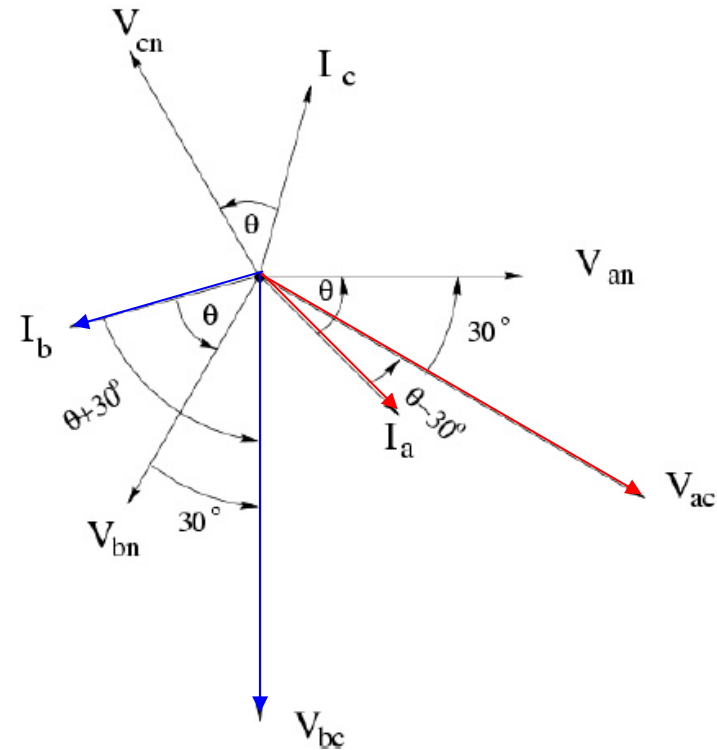
## 11.6. 3상 전력의 측정

$n'$ 의 전위와 무관하므로, 아래와 같이 연결하면 전력계  $c$ 가 불필요하게 된다.  
이런 방식을 **2전력계법**이라 한다.



$$W_a = V_{ac} I_{an} \cos(V_{ac} \text{와 } I_{an} \text{의 위상차}) = V_L I_L \cos(30^\circ - \theta)$$

$$W_b = V_{bc} I_{bn} \cos(V_{bc} \text{와 } I_{bn} \text{의 위상차}) = V_L I_L \cos(30^\circ + \theta)$$



≡ 사이 위상 차

$$P_1 = V_{ac} I_a \cos(\theta - 30^\circ)$$

$$P_2 = V_{bc} I_b \cos(\theta + 30^\circ)$$

<http://www.scribd.com/doc/7252617/2-Watt-Meter-Method>

## 11.6. 3상 전력의 측정

---

$$\begin{aligned}W_a + W_b &= V_L I_L [\cos(30^\circ - \theta) + \cos(30^\circ + \theta)] \\&= V_L I_L [\cos 30 \cos \theta + \sin 30 \sin \theta + \cos 30 \cos \theta - \sin 30 \sin \theta] \\&= \sqrt{3} V_L I_L \cos \theta\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}W_a - W_b &= V_L I_L [\cos(30 - \theta) - \cos(30 + \theta)] \\&= V_L I_L \sin \theta\end{aligned}$$

$$Q = \sqrt{3} V_L I_L \sin \theta = \sqrt{3} (W_a - W_b)$$

$$\tan \theta = \frac{Q}{P} = \frac{\sqrt{3} (W_a - W_b)}{W_a + W_b}$$

$$\cos \theta = \cos \left( \tan^{-1} \left[ \frac{\sqrt{3} (W_a - W_b)}{W_a + W_b} \right] \right) = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 \theta}} = \frac{W_a + W_b}{2 \sqrt{W_a^2 + W_b^2 - W_a W_b}}$$

## 11.6. 3상 전력의 측정

---

[예제 11-15] 같은 방향으로 접속한 두 전력계의 지시값  $W_a$  및  $W_b$ 가 각각 800, 600[W]일 경우 부하에 공급되는 전력, 무효전력 및 역률을 구하라.

$$\text{유효전력 } P = 800 + 600 = 1400 [W]$$

$$\text{무효전력 } Q = \sqrt{3} (800 - 600) = 200 \sqrt{3} [var]$$

$$\tan \theta = \frac{Q}{P} = \frac{\sqrt{3}}{7}, \quad \theta = 13.9^\circ$$

$$\therefore \cos \theta = 0.97$$