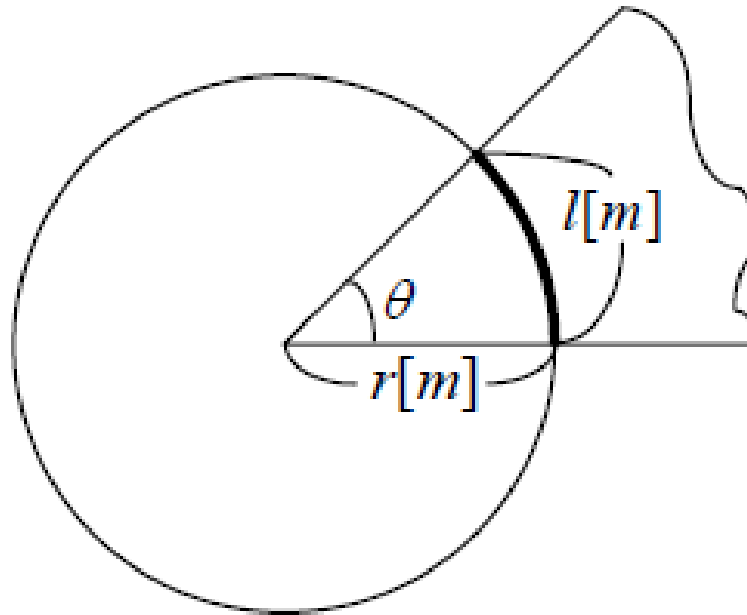

5. 정현파 교류회로의 기초

5.1. 호도법 (Circular Method)



$$\theta = \frac{l}{r} ([m/m] =) [rad] \text{ “radian”}$$

$$360 [^\circ] = \frac{2\pi r}{r} = 2\pi [rad]$$

Angular velocity

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} [rad/s]$$

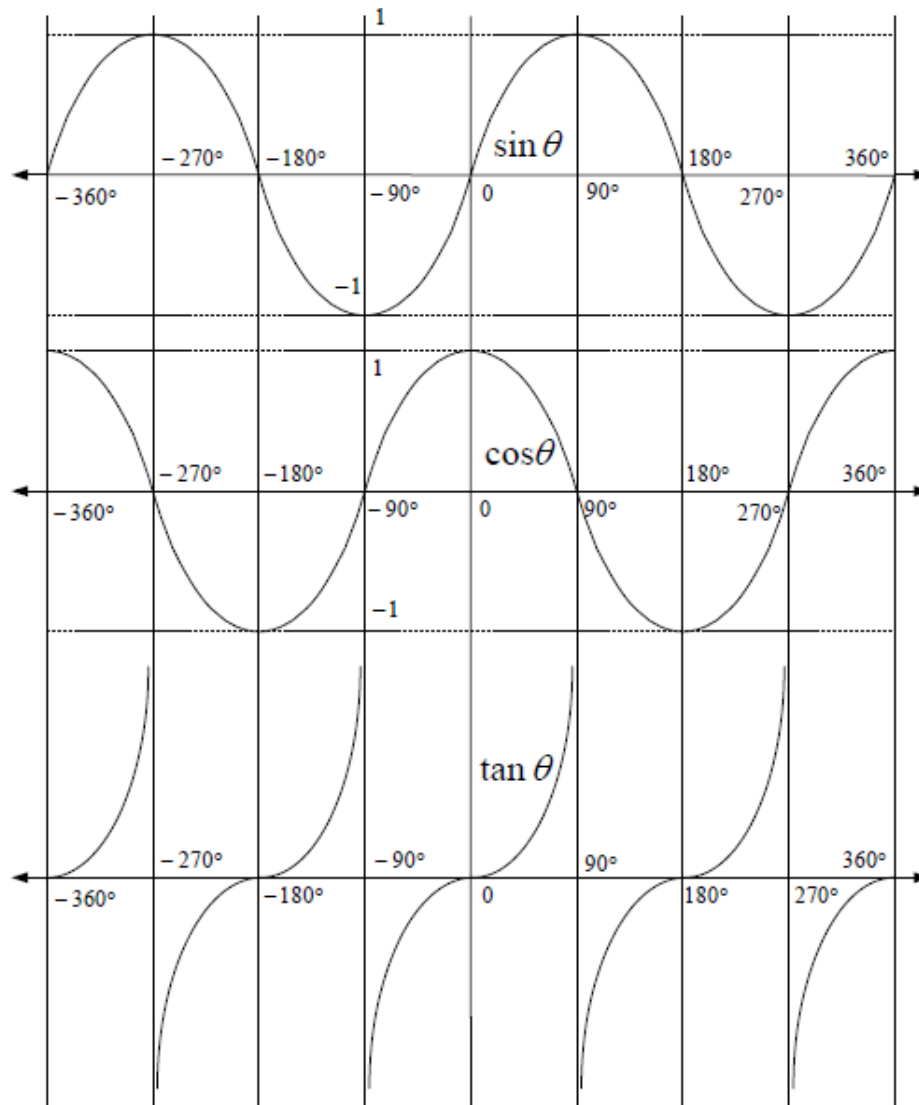
물리적으로 회전체의 각속도는 전기적으로는 각주파수(angular frequency)와 같은 값이다.

5.1. 호도법 (Circular Method)

표 5-1 호도법에 의한 삼각함수의 값

각도[°]	<i>rad</i>	<i>sin</i>	<i>cos</i>	<i>tan</i>
0	0	0	1	0
30	$\pi/6$	$1/2$	$\sqrt{3}/2$	$1/\sqrt{3}$
45	$\pi/4$	$1/\sqrt{2}$	$1/\sqrt{2}$	1
60	$\pi/3$	$\sqrt{3}/2$	$1/2$	$\sqrt{3}$
90	$\pi/2$	1	0	∞
180	π	0	-1	0
270	$3\pi/2$	-1	0	∞
360	2π	0	1	0

5.1. 호도법 (Circular Method)



- n 이 홀수인 경우,

$$\sin(\pm\theta \pm \frac{\pi}{2}n) = (\text{부호})\cos\theta$$

$$\cos(\pm\theta \pm \frac{\pi}{2}n) = (\text{부호})\sin\theta$$

- n 이 짝수인 경우,

$$\sin(\pm\theta \pm \frac{\pi}{2}n) = (\text{부호})\sin\theta$$

$$\cos(\pm\theta \pm \frac{\pi}{2}n) = (\text{부호})\cos\theta$$

부호는 $(\pm\theta \pm \frac{\pi}{2}n)$ 이 어떤 사분면에 속하는지를 보면 판단할 수 있다.

1사분면의 사인, 코사인은 모두 양수.

5.1. 호도법 (Circular Method)

[예제 5-2] 다음 표시된 삼각함수의 값을 구하시오.

① $\sin 135^\circ$ ② $\cos 120^\circ$ ③ $\sin 210^\circ$ ④ $\cos 330^\circ$

① 2 상한에서 사인의 부호는 (+)이므로 $\sin 135 = \sin(45 + 90) = \cos 45 = 1/\sqrt{2}$

② 2 상한에서 코사인의 부호는 (-)이므로 $\cos 120 = \cos(30 + 90) = -\sin 30 = -1/2$

③ 3 상한에서 사인의 부호는 (-)이므로 $\sin 210 = \sin(30 + 180) = -\sin 30 = -1/2$

④ 4 상한에서 코사인의 부호는 (+)이므로 $\cos 330 = \cos(360 - 30) = \cos 30 = \sqrt{3}/2$

5.2. 정현파 교류의 순시치

주기파(periodic wave): 같은 모양이 계속 반복되는 파형

사이클(cycle): 주기파의 임의값에서 출발하여 다시 그 값으로 되는 과정

주기(period) T : 1 사이클에 걸리는 시간

주파수(frequency) f : 1초 동안에 포함되는 사이클의 수

$$T = \frac{1}{f} [s] \quad \text{또는} \quad f = \frac{1}{T} [Hz]$$

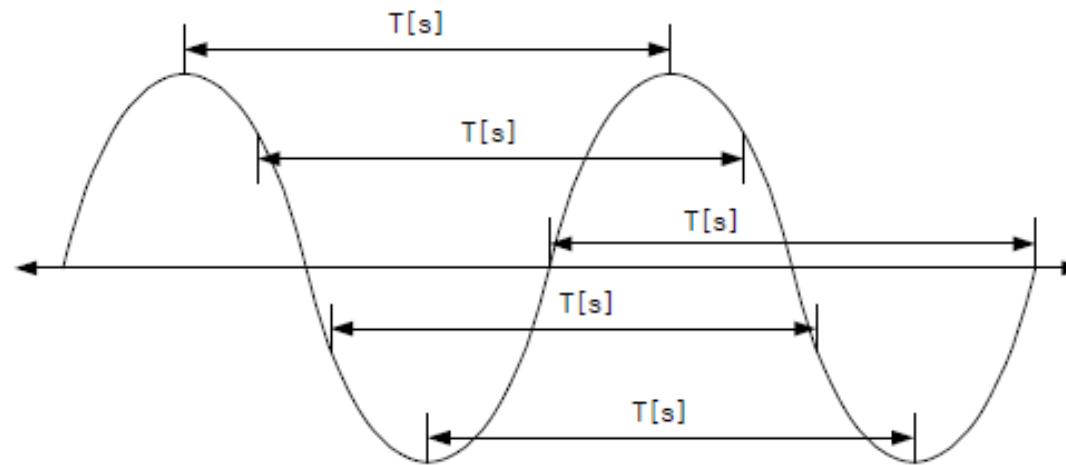


그림 5-6

5.2. 정현파 교류의 순시치

주파수가 f [Hz]인 정현파는 1초 동안에 $2\pi f$ [rad] 만큼 변하며, 각속도 또는 각주파수 ω [rad/s]와 주파수 f [Hz]의 관계식은 다음과 같다.

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} [\text{rad/s}]$$

순시값 또는 순시치(instantaneous value): 임의 시간에서의 전압 및 전류의 값

$$v = V_m \sin(\omega t + \theta) = V_m \sin(2\pi f t + \theta) [V]$$

$$i = I_m \sin(\omega t + \varphi) = I_m \sin(2\pi f t + \varphi) [A]$$

V_m, I_m : 최대값 (maximum value)

$\pm V_m, \pm I_m$: 진폭 (amplitude)

θ, ϕ : 위상 (phase)

5.2. 정현파 교류의 순시치

정현파 그리는 법

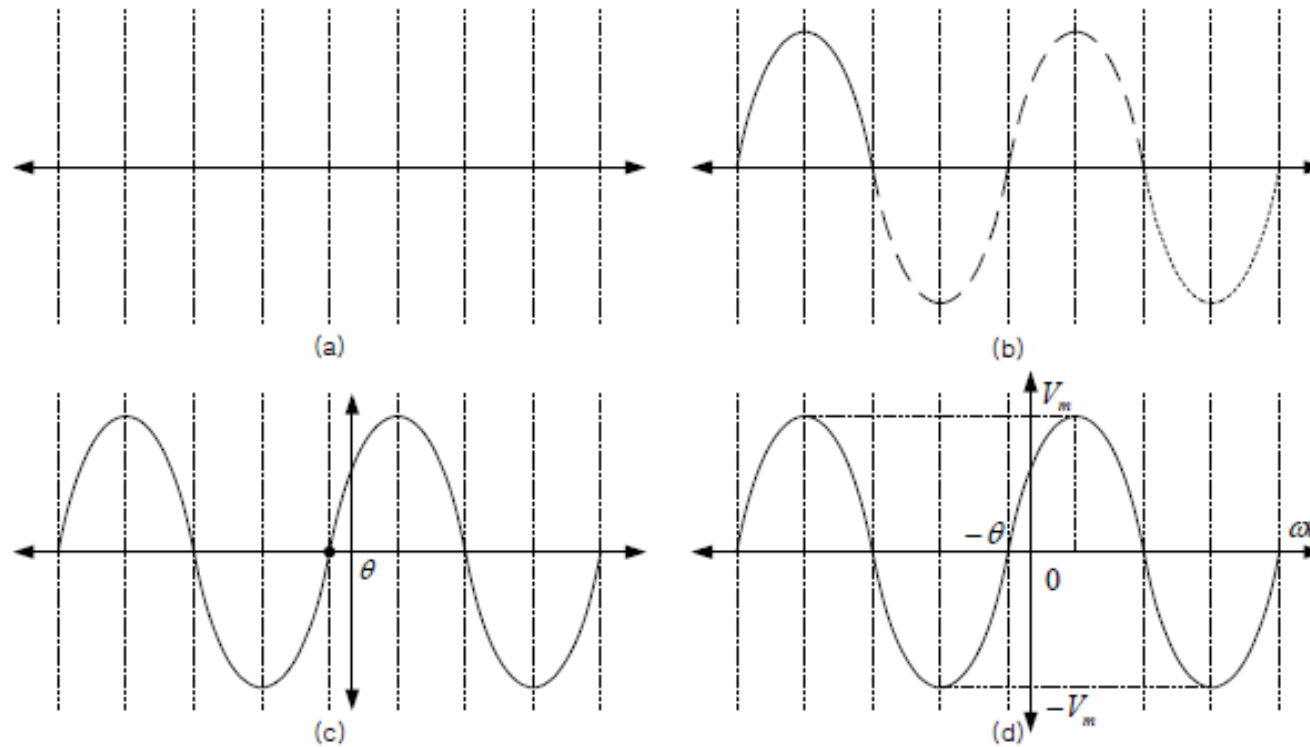


그림 5-7

5.2. 정현파 교류의 순시치

[예제 5-3] $v = 120\sin(377t + \frac{\pi}{6})$ [V]인 전압의 그림을 그리고, 최대값[V], 최소값[V], 주파수[Hz], 주기[s] 및 $t = 1/720$ [s]

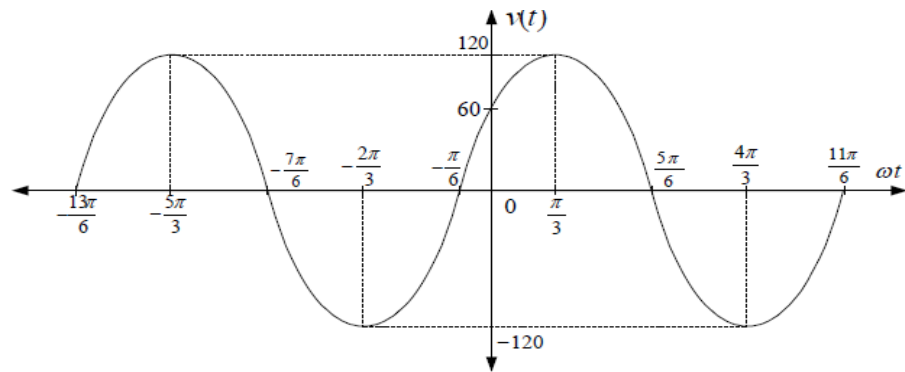
에서의 전압[V]을 각각 구하시오.

최대값 : $V_m = 120$ [V], 최소값 : $-V_m = -120$ [V]

$377t + \frac{\pi}{6} = 0 \rightarrow \omega t = \theta = -\frac{\pi}{6}$ 가 되어, 이 함수는 $-\frac{\pi}{6}$ [rad]에서 시작하는 사인함수이다.

$$\omega = 2\pi f \text{에서 } f = \frac{\omega}{2\pi} = 60 [\text{Hz}], T = \frac{1}{f} = 0.01667 [\text{s}]$$

$$v\left(\frac{1}{720}\right) = 120\sin\left(377 \times \frac{1}{720} + \frac{\pi}{6}\right) = 120\sin\frac{\pi}{3} = 60\sqrt{3} [\text{V}]$$

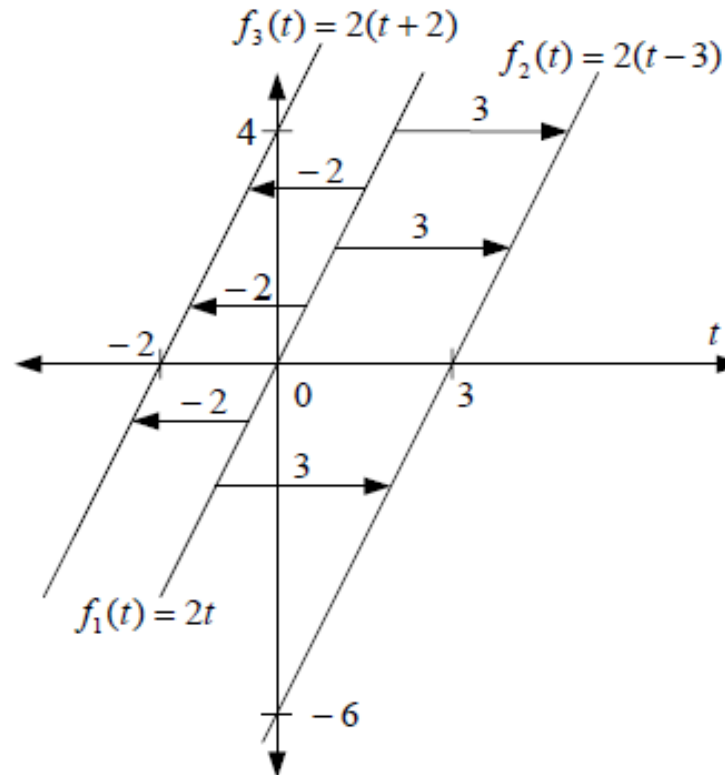


5.3. 교류의 위상차

$$f_1(t) = 2t$$

$$f_2(t) = 2(t - 3)$$

$$f_3(t) = 2(t + 2)$$

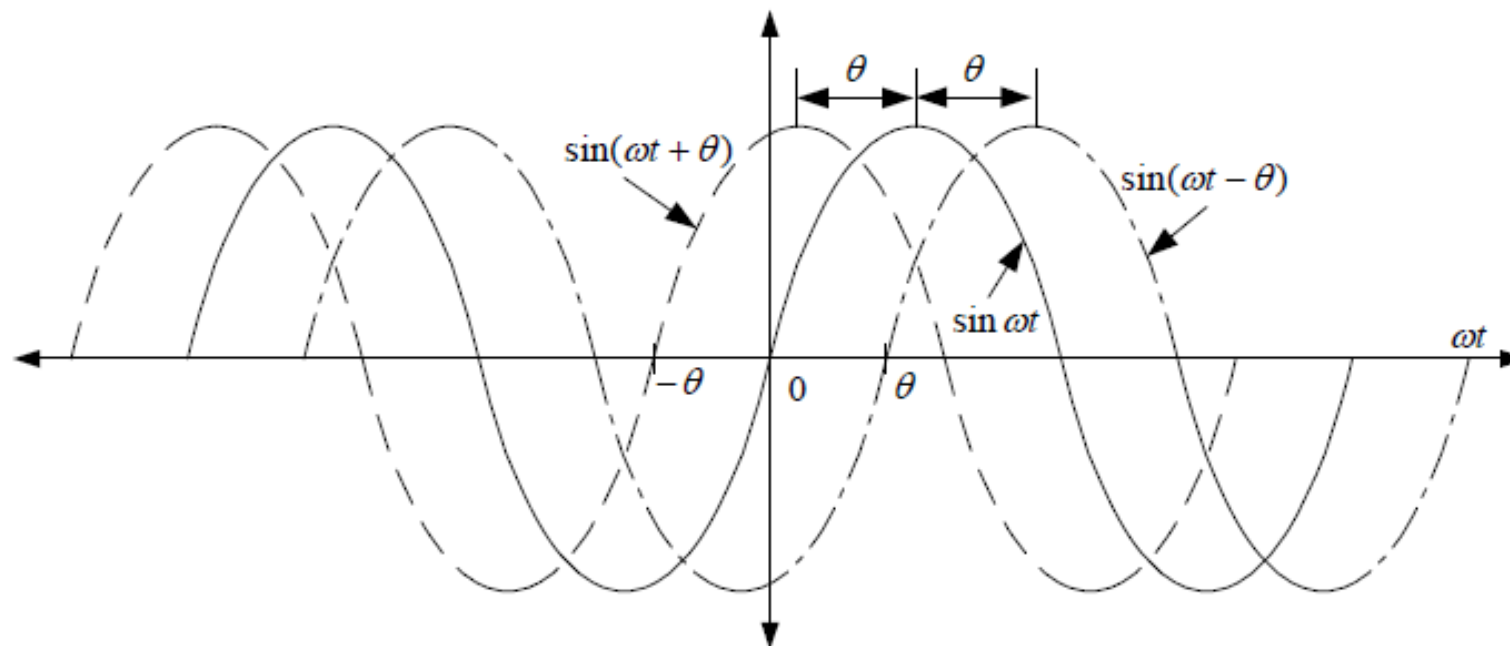


5.3. 교류의 위상차

$\sin \omega t$

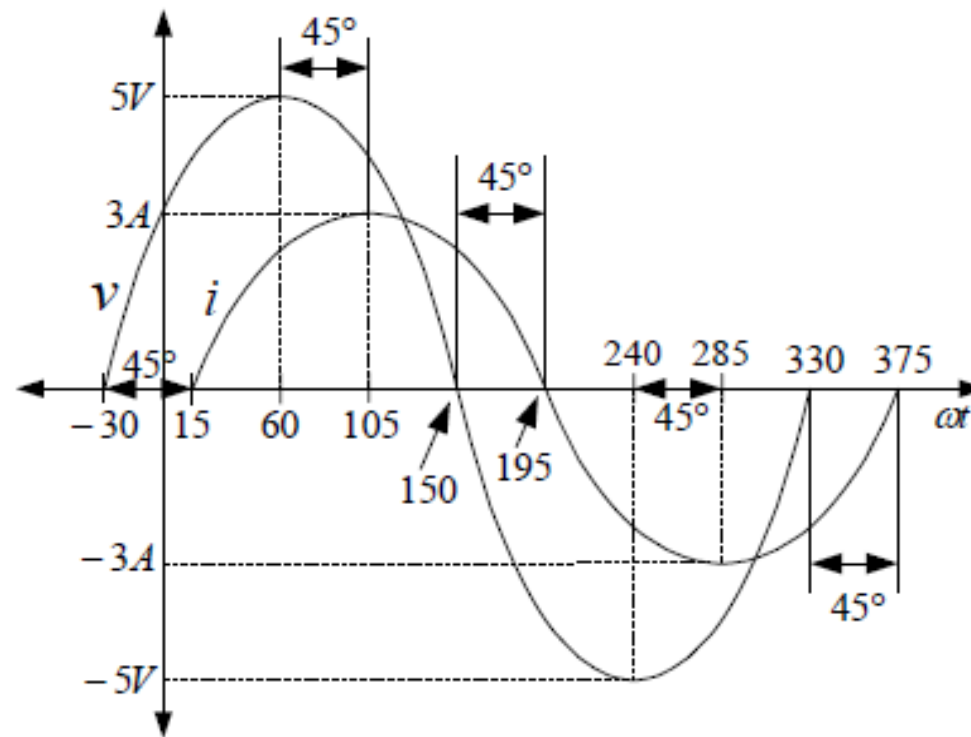
$\sin(\omega t - \theta)$

$\sin(\omega t + \theta)$



5.3. 교류의 위상차

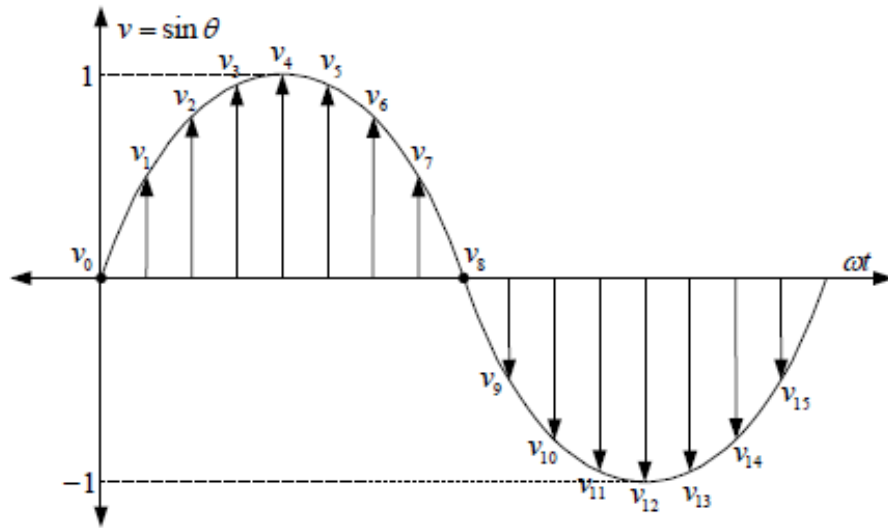
[예제 5-4] $v = 5\sin(\omega t + 30^\circ)[V]$, $i = 3\sin(\omega t - 15^\circ)[A]$ 를 가로축이 ωt 인 평면에 그려라.



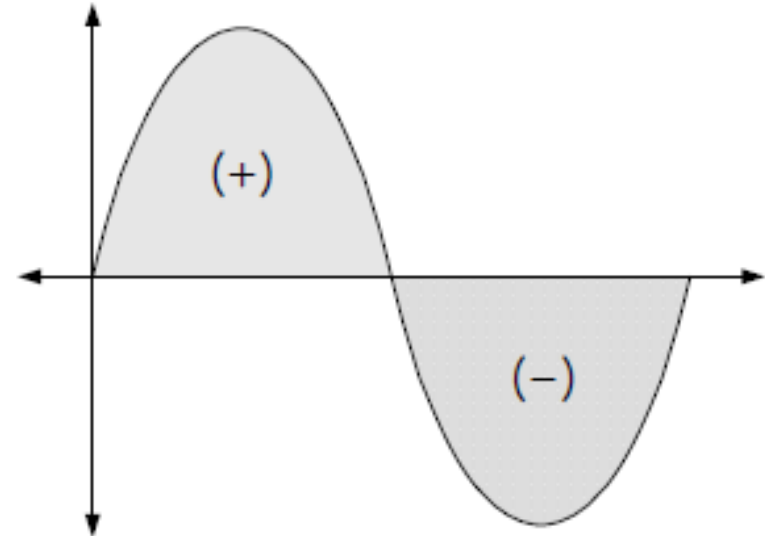
위상이 앞선다 (leading: 진상): v 가 i 를 45° 앞선다.

위상이 뒤진다 (lagging: 지상): i 가 v 보다 45° 뒤진다.

5.4. 정현파 교류의 평균값과 실효값



$$V_a = \frac{v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_{15}}{16}$$



$$V_a = \frac{1}{T} \int_0^T v dt [V]$$

정현파 교류는 원점 대칭이므로 (+)부분의 면적과 (-)부분의 면적이 똑같아 한 주기에 대한 평균값은 항상 0이 되어 대표값으로 사용할 수 없다.

5.4. 정현파 교류의 평균값과 실효값

정현파 교류의 평균값은 (+)의 반주기에 대한 것으로 대신한다.

즉, $v=V_m \sin \theta$ 의 평균값은

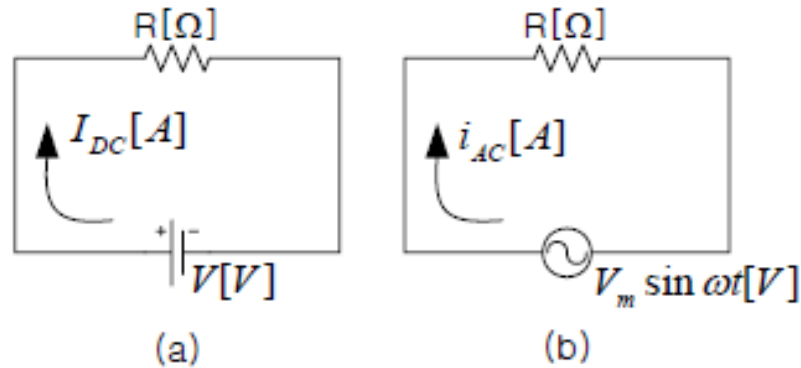
$$V_a = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} V_m \sin \theta d\theta = -\frac{V_m}{\pi} [\cos \theta]_0^{\pi} = \frac{2}{\pi} V_m = 0.637 V_m [V] \quad \dots\dots (5-14)$$

평균값은 1 주기의 교류의 영향을 모두 포함하지 않기 때문에 교류의 크기를 대표하는 값이 되지 못한다.

5.4. 정현파 교류의 평균값과 실효값

정현파 실효전압: 동등 전력의 직류전원 전압

일반적으로 110 또는 220V라는 교류 전압의 크기는 그 회로에 직류 110 또는 220V의 전압을 인가할 때 발생하는 것과 같은 크기의 열이 발생하도록 만드는 교류 전압을 의미한다.



$$P_{DC} = I_{DC}^2 R [W] \quad P_{AC} = \frac{1}{T} \int_0^T i_{AC}^2 R dt [W]$$

$$I = I_{DC} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i_{AC}^2 R dt} [A]$$

RMS
(Root Mean Square)

$$V = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T v^2 dt} [V]$$

5.4. 정현파 교류의 평균값과 실효값

$v=V_m \sin \theta$ 인 교류의 실효값을 구해보자.

$$\begin{aligned} V &= \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} (V_m \sin \theta)^2 d\theta} = \sqrt{\frac{V_m^2}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{1}{2} (1 - \cos 2\theta) d\theta} \\ &= \sqrt{\frac{V_m^2}{4\pi} [\theta - \frac{1}{2} \sin 2\theta]_0^{2\pi}} = \frac{V_m}{\sqrt{2}} = 0.707 V_m [V] \end{aligned}$$

[예제 5-5] 어떤 정현파 교류의 평균값이 $450[V]$ 일 때 이 전압의 최대값 및 실효값 $[V]$ 을 구하시오.

$$V_a = \frac{2}{\pi} V_m \text{ 에서 최대값 } V_m = \frac{\pi}{2} V_a = 225\pi [V] \text{ 가 된다. 또 } V = \frac{1}{\sqrt{2}} V_m \text{ 이므로 실효값은 } V = \frac{225\pi}{\sqrt{2}} [V] \text{ 가 된다.}$$

5.5. 저항과 정현파 교류

회로에 $v=V_m\sin\omega t$ 의 전압을 인가할 경우 흐르는 전류 i 는

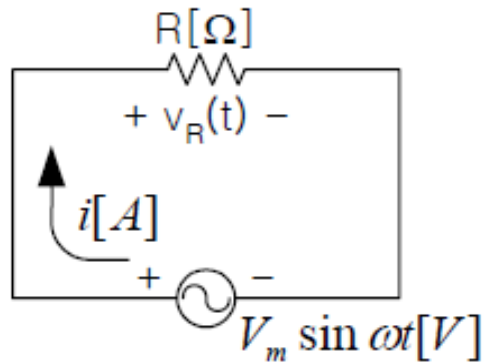


그림 5-15

$$i = \frac{v}{R} = \frac{V_m}{R} \sin \omega t = I_m \sin \omega t [A]$$

$$I_m = \frac{V_m}{R} [A] (\text{전류의 최대값})$$

$$\sqrt{2} I = \frac{\sqrt{2} V}{R} \quad \therefore I = \frac{V}{R} [A]$$

5.5. 저항과 정현파 교류

[예제 5-6] $R = 100[\Omega]$ 의 양단에 $200[V]$, $60[Hz]$ 의 정현파 교류 전압을 가했을 때 회로에 흐르는 전류의 순시값 $[A]$ 을 구하시오.

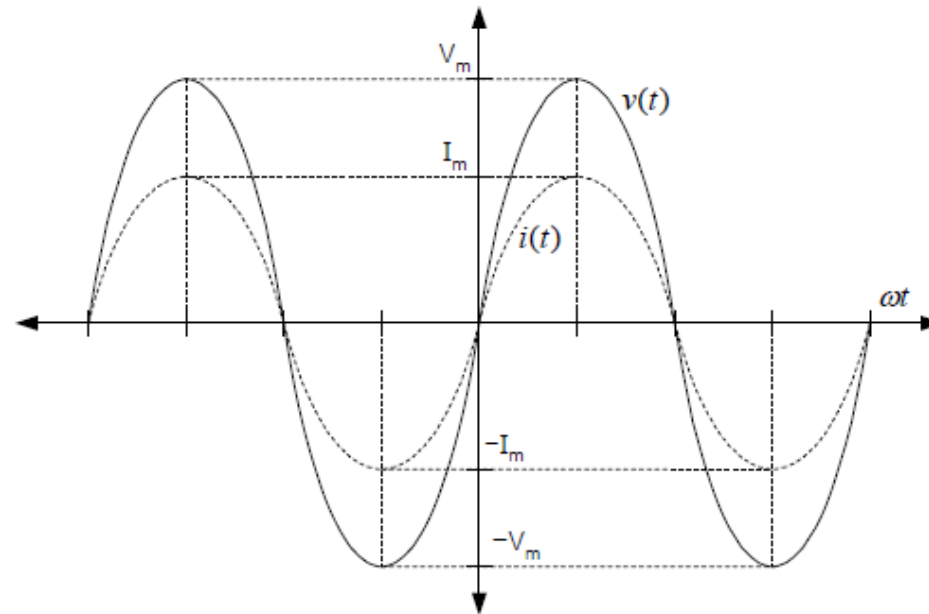


그림 5-16

$$I = \frac{V}{R} = 2[A], \text{ 또 } \omega = 2\pi f = 377[\text{rad/s}] \quad i = 2\sqrt{2} \sin 377t [A] \text{가 된다.}$$

5.6. 인덕턴스와 정현파 교류

L 의 인덕턴스에 $i=I_m\sin\omega t$ 의 전류가 흐른다면 이 때 인덕터 양단의 유기 전압 v 는

$$\begin{aligned} v &= L \frac{di}{dt} = L \frac{d(I_m \sin \omega t)}{dt} = \omega L I_m \cos \omega t \\ &= \omega L I_m \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right) \\ &= X_L I_m \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right) = V_m \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right) [\text{V}] \end{aligned}$$

여기서, $V_m = \omega L I_m = X_L I_m$ [V] 및 $X_L = \omega L$ [Ω]이며,

전압의 위상이 전류의 위상보다 90° 앞서는 것을 알 수 있다.

$$\sqrt{2} V = X_L \sqrt{2} I = \omega L \sqrt{2} I \quad \therefore V = X_L I = \omega L I [\text{V}]$$

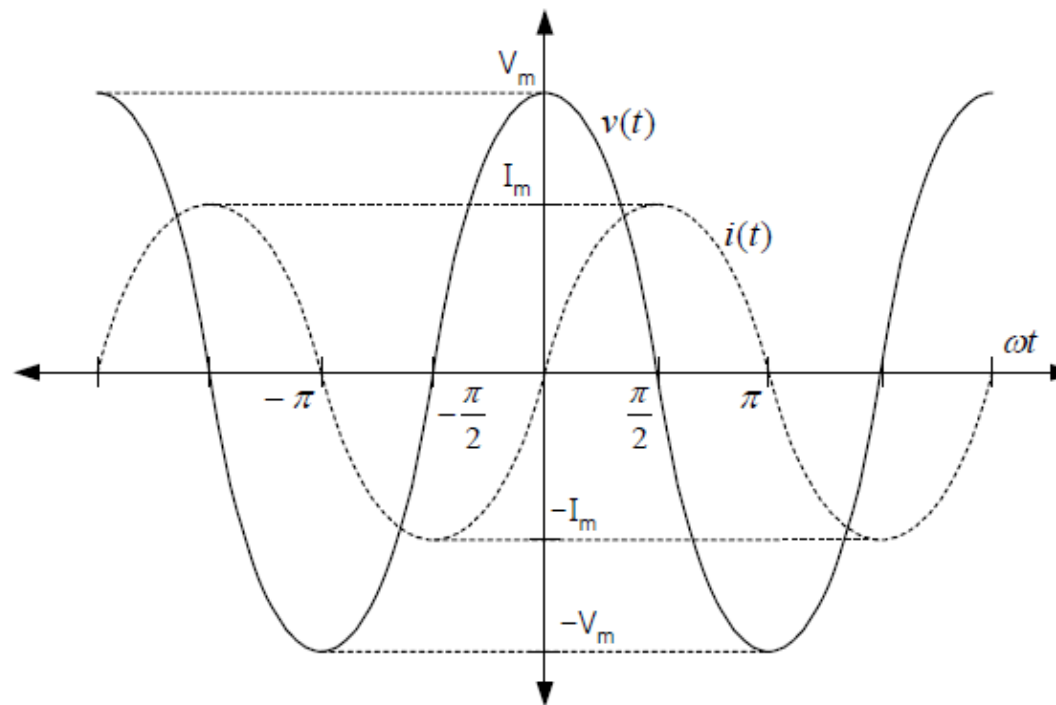
[주의] 전원이 단일 주파수 정현파인 경우에 대해서만 다루고 있다.

5.6. 인덕턴스와 정현파 교류

유도성 리액턴스 (inductive reactance)

$$X_L = \frac{V_m}{I_m} = \frac{V}{I} = \omega L = 2\pi f L [\Omega]$$

이때, 전압의 위상이 전류보다 90° 앞선다



5.6. 인덕턴스와 정현파 교류

[예제 5-7] $5.3[mH]$ 인덕터에 $5[A]$, $60[Hz]$ 의 전류가 흐를 때 전압의 순시값 $[V]$ 을 구하시오.

$$i = \sqrt{2} I \sin \omega t = 5 \sqrt{2} \sin 377t [A]$$

$$X_L = 2\pi \times 60 \times 5.3 \times 10^{-3} = 2[\Omega] \quad \therefore V = X_L I = 10 [V]$$

$$v = 10 \sqrt{2} \sin(377t + \frac{\pi}{2}) [V]$$

[예제 5-8] $L[H]$ 인덕터에 $v = V_m \sin \omega t [V]$ 의 전압이 인가될 경우 흐르는 전류 $[A]$ 를 구하시오.

$$v = L \frac{di}{dt} \text{에서}$$

$$i = \frac{1}{L} \int v dt = \frac{V_m}{L} \int \sin \omega t dt = -\frac{V_m}{\omega L} \cos \omega t = I_m \sin(\omega t - \frac{\pi}{2}) [A]$$

5.6. 인덕턴스와 정현파 교류

[예제 5-9] $14.6[mH]$ 인덕터에 $110[V]$, $120[Hz]$ 의 전압을 인가할 경우 흐르는 전류의 순시값 $[A]$ 을 구하시오.

$$v = \sqrt{2} V \sin \omega t = 110 \sqrt{2} \sin 754t [V]$$

$$X_L = 754 \times 14.6 \times 10^{-3} = 11 [\Omega] \quad \therefore I = \frac{V}{X_L} = 10 [A]$$

$$i = 10 \sqrt{2} \sin \left(754t - \frac{\pi}{2} \right) [A]$$

5.7. 커패시턴스와 정현파 교류

직류 전원 회로에서와는 달리 교류 전원 회로에서는 전압의 극성이 반주기마다 반대로 변하기 때문에 커패시터 역시 반주기마다 충전과 방전을 계속하게 되어 계속 전류가 흐르는 것으로 생각할 수 있다.

$v=V_m \sin \omega t$ 의 전압이 인가된다면 이 때 커패시터에 흐르는 전류 i 는

$$\begin{aligned} i &= C \frac{dv}{dt} = C \frac{d(V_m \sin \omega t)}{dt} = \omega C V_m \cos \omega t = \omega C V_m \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right) \\ &= I_m \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right) [V] [V] \end{aligned} \quad \dots\dots (5-22)$$

여기서, $I_m = \omega C V_m = V_m / X_C$ [A] 및 $X_C = 1 / \omega C$ [Ω]이며,

전압의 위상이 전류의 위상보다 **90°** 뒤지는 것을 알 수 있다.

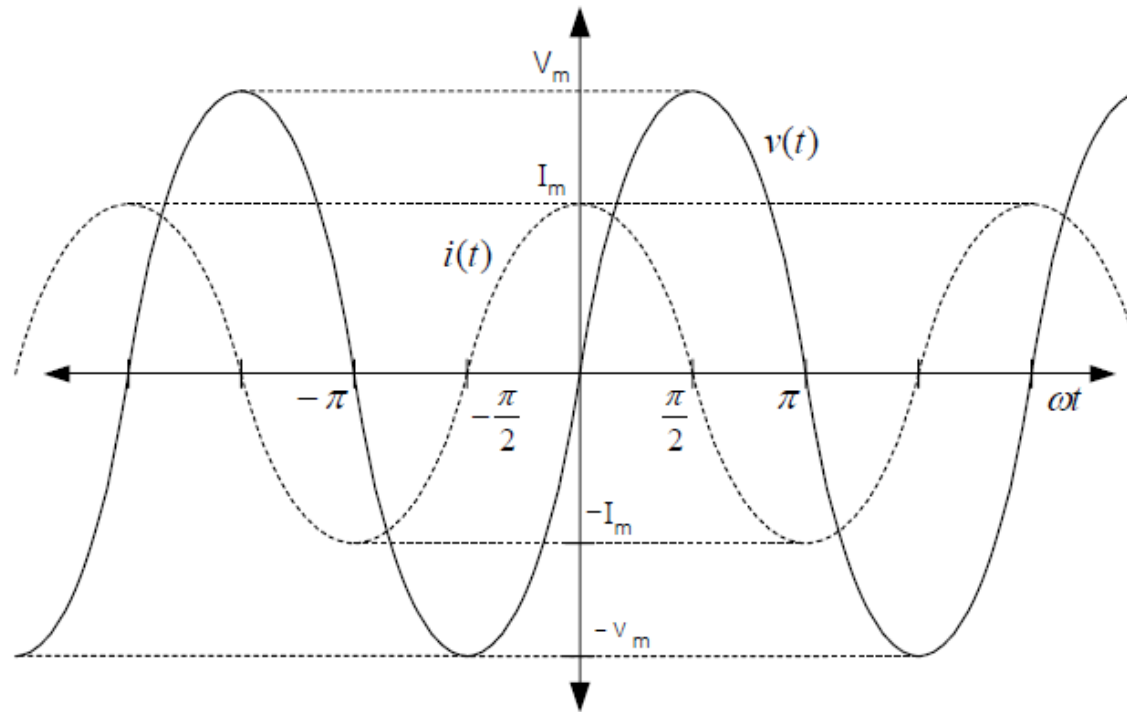
$$\sqrt{2} V = X_C \sqrt{2} I = \frac{\sqrt{2} I}{\omega C} \quad \therefore V = X_C I = \frac{I}{\omega C} [V]$$

5.7. 커패시턴스와 정현파 교류

용량성 리액턴스 (capacitive reactance)

$$X_C = \frac{V_m}{I_m} = \frac{V}{I} = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C} [\Omega]$$

이때, 전압의 위상이 전류보다 90° 뒤진다



5.7. 커패시턴스와 정현파 교류

[예제 5-10] $132.63[\mu F]$ 커패시터에 $110[V]$, $60[Hz]$ 의 전압을 인가할 때 흐르는 전류의 순시값 $[A]$ 을 구하시오.

$$v = \sqrt{2} V \sin \omega t = 110 \sqrt{2} \sin 377t [V]$$

$$X_C = \frac{1}{2\pi \times 60 \times 132.633 \times 10^{-6}} = 20[\Omega] \quad \therefore I = \frac{V}{X_C} = 5.5[A]$$

$$i = 5.5 \sqrt{2} \sin(377t + \frac{\pi}{2})[A]$$

[예제 5-11] $C[F]$ 의 커패시터에 $i = I_m \sin \omega t [A]$ 의 전류가 흐르는 경우 그 양단의 전압 $[V]$ 을 구하시오.

$$i = C \frac{dv}{dt} \text{에서}$$

$$v = \frac{1}{C} \int i dt = \frac{I_m}{C} \int \sin \omega t dt = -\frac{I_m}{\omega C} \cos \omega t = V_m \sin(\omega t - \frac{\pi}{2}) [V]$$

5.7. 커패시턴스와 정현파 교류

[예제 5-12] $6.63[\mu F]$ 커패시터에 $10[A]$, $12[kHz]$ 의 전류가 흐르는 경우 그 양단에 걸리는 전압의 순시값 v 을 구하시오.

$$i = \sqrt{2} I \sin \omega t = 10 \sqrt{2} \sin 75398.2t [A]$$

$$X_C = \frac{1}{75398.2 \times 6.63 \times 10^{-6}} = 2[\Omega] \quad \therefore V = I \times X_C = 20[V]$$

$$v = 20 \sqrt{2} \sin(75398.2t - \frac{\pi}{2}) [V]$$

5.8. RL 직렬회로

저항 R 과 인덕터 L 이 직렬로 연결된 회로에 $i = I_m \sin \omega t$ 인 전류가 흐른다.

KVL을 적용하면,

$$v = v_R + v_L$$

$$v_R = Ri = RI_m \sin \omega t, \quad v_L = L \frac{di}{dt} = \omega LI_m \cos \omega t$$

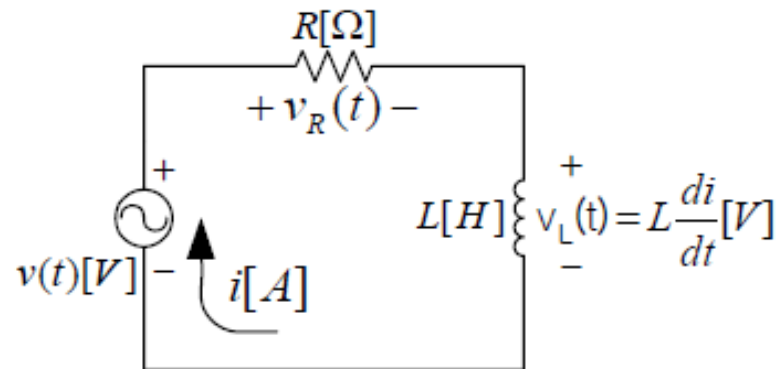


그림 5-21

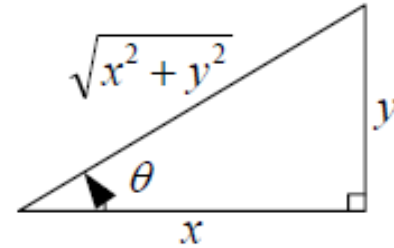


5.8. RL 직렬회로

$$v = I_m(R\sin\omega t + \omega L\cos\omega t)$$



???



$$\sin\theta = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}, \quad \cos\theta = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}, \quad \tan\theta = \frac{y}{x}$$

$$x\sin\alpha + y\cos\alpha$$

$$= \sqrt{x^2 + y^2} \left\{ \sin\alpha \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} + \cos\alpha \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} \right\}$$

$$= \sqrt{x^2 + y^2} (\sin\alpha \cos\theta + \cos\alpha \sin\theta)$$

$$= \sqrt{x^2 + y^2} \sin(\alpha + \theta), \quad \text{단 } \theta = \tan^{-1} \frac{y}{x}$$

5.8. RL 직렬회로

[예제 5-13] $f(\omega t) = 4\sin\omega t + 3\cos\omega t$ 를 구하시오.

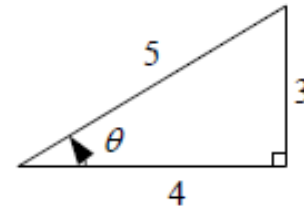


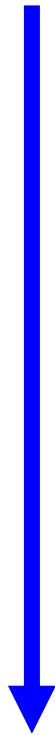
그림 5-23

$$\theta = \tan^{-1} \frac{3}{4} = 36.9^\circ$$

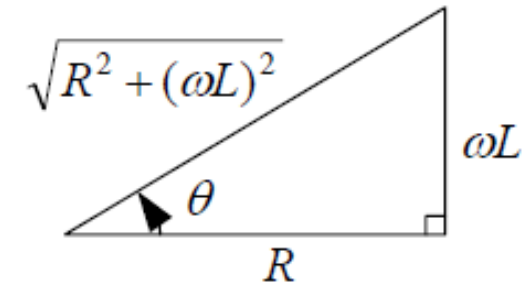
$$\begin{aligned} f(\omega t) &= \sqrt{4^2 + 3^2} \left(\sin\omega t \times \frac{4}{5} + \cos\omega t \times \frac{3}{5} \right) \\ &= 5(\sin\omega t \cos\theta + \cos\omega t \sin\theta) \\ &= 5\sin(\omega t + \theta) = 5\sin(\omega t + 36.9^\circ) \end{aligned}$$

5.8. RL 직렬회로

$$v = I_m(R\sin\omega t + \omega L\cos\omega t)$$



$$v = I_m \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2} \sin(\omega t + \theta), \text{ 단 } \theta = \tan^{-1} \frac{\omega L}{R}$$



$$\begin{aligned} v &= I_m \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} \left\{ \sin\omega t \frac{R}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} + \cos\omega t \frac{\omega L}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} \right\} \\ &= I_m \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} (\sin\omega t \cos\theta + \cos\omega t \sin\theta) \end{aligned}$$

5.8. RL 직렬회로

$$v = I_m \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2} \sin(\omega t + \theta), \text{ 단 } \theta = \tan^{-1} \frac{\omega L}{R}$$

$$\sqrt{2} V = \sqrt{2} I \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}, \therefore V = I \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} = ZI [V]$$

$$Z = \frac{V_m}{I_m} = \frac{V}{I} = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} [\Omega]$$

Z 는 순저항 성분과 리액턴스 성분이 합해진 것으로 **임피던스(impedence)**라 하며 단위는 $[\Omega]$ 이다.

전압은 순저항과 리액턴스의 크기에 따라 0에서 90° 사이로 전류에 앞서게 된다.

5.8. RL 직렬회로

[예제 5-14] $R = 8.66[\Omega]$, $L = 13.26[mH]$ 가 직렬 연결된 회로에 $i = 10\sqrt{2}\sin 377t[A]$ 의 전압을 인가할 경우 각 소자에 걸리는 전압 및 전체 전압 $[V]$ 을 구하시오.

$$v_R = Ri = 86.6\sqrt{2}\sin 377t[V]$$

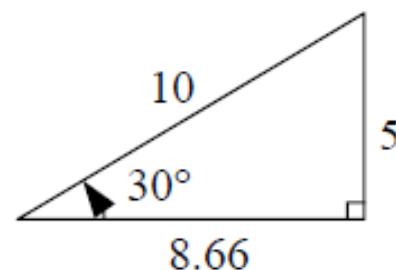
$$v_L = L\frac{di}{dt} = 13.26 \times 10^{-3} \times 10\sqrt{2} \times 377 \cos 377t = 50\sqrt{2}\cos 377t[V]$$

$$v = v_R + v_L = 86.6\sqrt{2}\sin 377t + 50\sqrt{2}\cos 377t$$

$$= \sqrt{2}\sqrt{86.6^2 + 50^2} \left\{ \sin 377t \frac{86.6}{\sqrt{86.6^2 + 50^2}} + \cos 377t \frac{50}{\sqrt{86.6^2 + 50^2}} \right\}$$

$$= 100\sqrt{2} \{ \sin 377t \cos 30^\circ + \cos 377t \sin 30^\circ \}$$

$$= 100\sqrt{2} \sin(377t + 30^\circ)[V]$$



5.8. RL 직렬회로

[예제 5-14] $R = 8.66[\Omega]$, $L = 13.26[mH]$ 가 직렬 연결된 회로에 $i = 10\sqrt{2}\sin 377t[A]$ 의 전압을 인가할 경우 각 소자에 걸리는 전압 및 전체 전압 $[V]$ 을 구하시오.

$$v_R = Ri = 86.6\sqrt{2}\sin 377t[V]$$

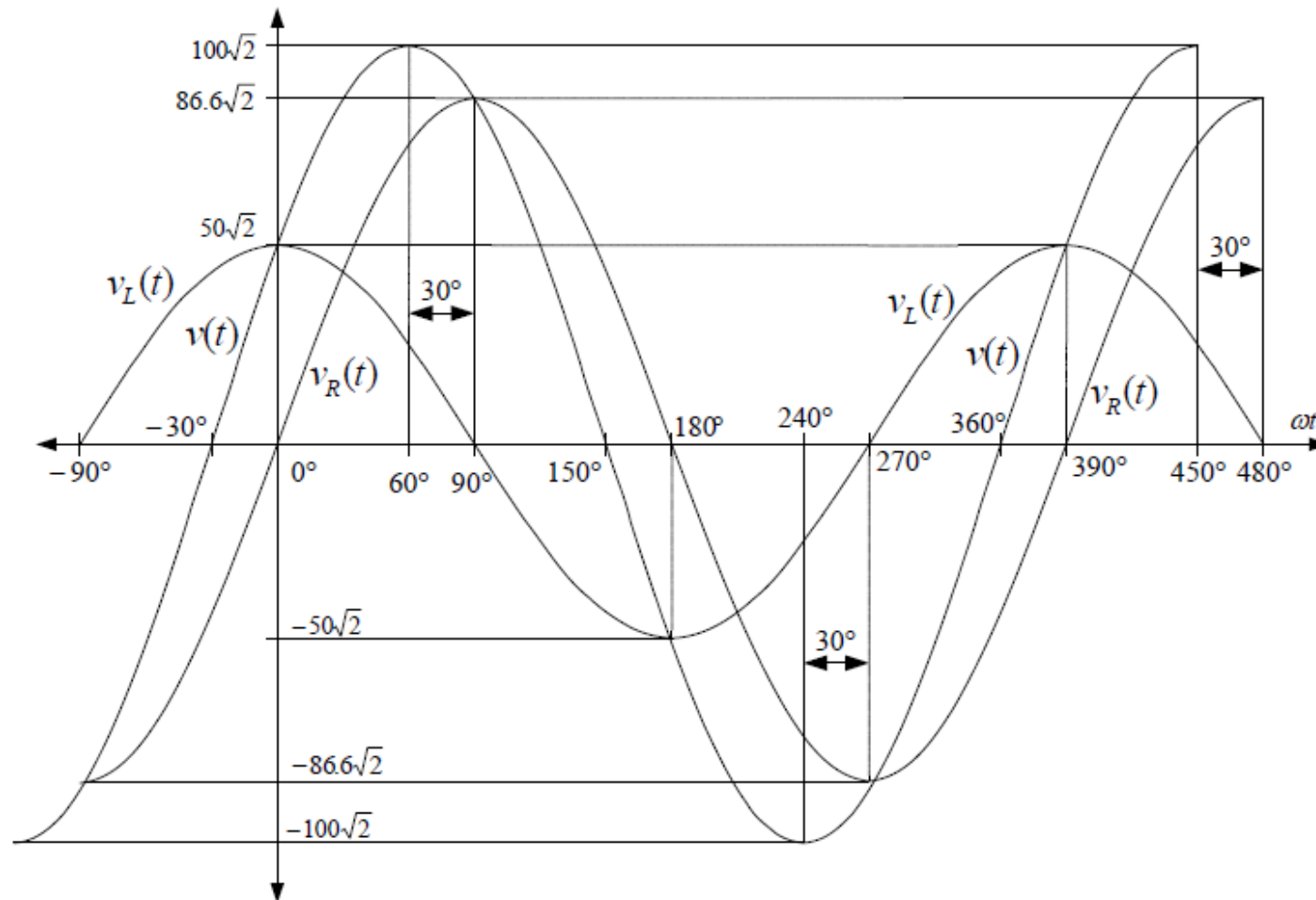
$$X_L = \omega L = 5[\Omega], \quad V_L = X_L I = 50[V]$$

$$v_L = 50\sqrt{2}\sin(377t + 90^\circ) = 50\sqrt{2}\cos 377t[V]$$

$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} = 10[\Omega], \quad V = ZI = 100[V], \quad \theta = \tan^{-1} \frac{5}{8.66} = 30^\circ$$

$$v = 100\sqrt{2}\sin(377t + 30^\circ)[V]$$

5.8. RL 직렬회로



5.8. RL 직렬회로

```
clear all;  
close all;  
clc;
```

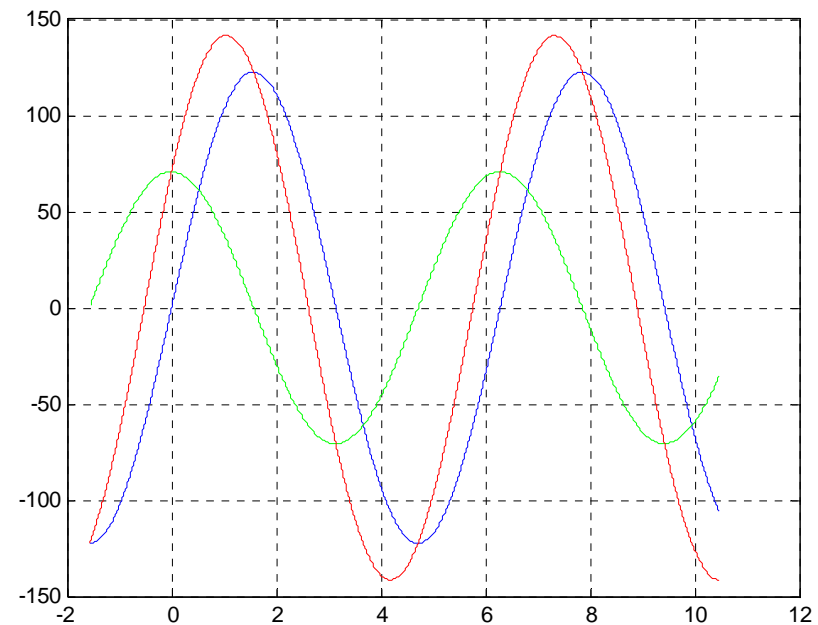
```
R=8.66; L=13.26*0.001; w=377; I=10;
```

```
t=(-pi/2)/w:0.00001:(10/3*pi)/w;  
theta=linspace(-pi/2,10/3*pi,length(t));
```

```
i=I*sqrt(2)*sin(w*t);  
i_leading=I*sqrt(2)*sin(w*t+pi/2);
```

```
vr=R*i;  
vl=w*L*i_leading;  
v=vr+vl;
```

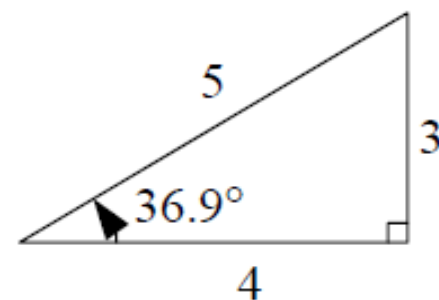
```
figure;  
plot(theta,vr,'b',theta,vl,'g',theta,v,'r'); grid on;
```



5.8. RL 직렬회로

[예제 5-15] $R = 4[\Omega]$, $L = 7.96[mH]$ 가 직렬 연결된 회로에 $v = 120\sqrt{2}\sin 377t[V]$ 의 전압을 인가할 경우 각 소자에 걸리는 전압 $[V]$ 및 전류 $[A]$ 를 구하시오.

$$X_L = \omega L = 3[\Omega], \quad Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} = 5[\Omega], \quad \theta = \tan^{-1} \frac{3}{4} = 36.9^\circ$$



$$I = \frac{V}{Z} = 24[A]$$

$$i = 24\sqrt{2}\sin(377t - 36.9^\circ)[A]$$

$$V_R = RI = 96[V], \quad v_R = 96\sqrt{2}\sin 377t[V]$$

$$V_L = X_L I = 72[V]$$

$$v_L = 72\sqrt{2}\sin(377t - 36.9^\circ + 90) = 72\sqrt{2}\sin(377t + 53.1^\circ)[V]$$