

---

# 주파수 변동 회로

## 10.1. RLC 직렬 공진회로

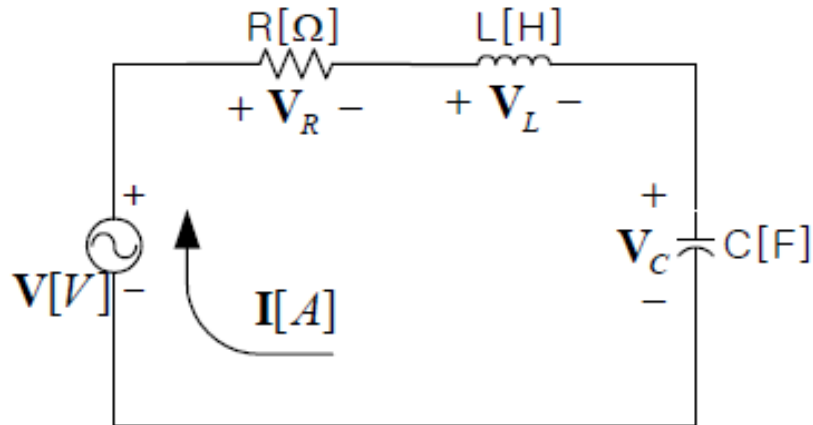
---

In physics, **resonance** (공진) is the tendency of a system to oscillate at a greater amplitude at some frequencies than at others. These are known as the system's **resonant frequencies** (or *resonance frequencies*) (공진 주파수).

<http://en.wikipedia.org/wiki/Resonance>

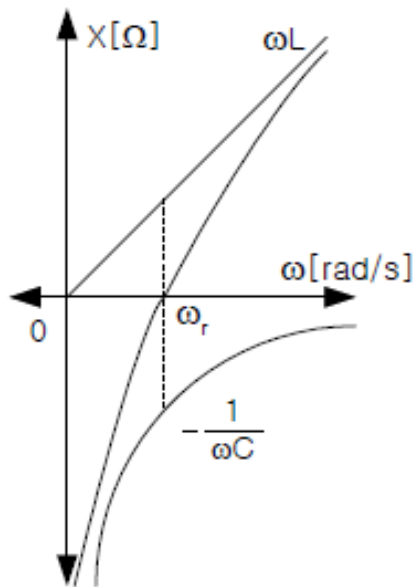
- $RLC$  회로에서 공진이 일어날 때는  $L$ 과  $C$  사이 에너지 교환이 발생한다.
- 용도: 특정 주파수를 선택하거나 최대 전력을 얻기 위한 임피던스 변환

# 10.1. RLC 직렬 공진회로



합성 임피던스  $\mathbf{Z}$

$$Z = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) = R + jX = \sqrt{R^2 + X^2} \angle \tan^{-1} \frac{X}{R} [\Omega]$$



주파수가 변함에 따라 리액턴스  $X$ 도 변함.

$X$ 가 0이 되는 주파수

공진 각주파수  $\omega_r$ [rad/s] 또는

공진 주파수  $f_r$ [Hz]

## 10.1. RLC 직렬 공진회로

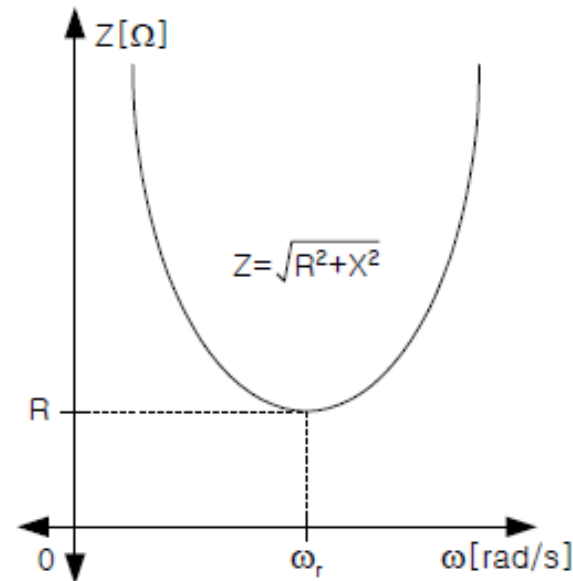
RLC 직렬회로의 합성 임피던스  $Z$

$$Z = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) = R + jX = \sqrt{R^2 + X^2} \angle \tan^{-1} \frac{X}{R} [\Omega]$$

이 회로의 공진 각주파수  $\omega_r L = \frac{1}{\omega_r C}$

$$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}} [\text{rad/s}], \quad f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} [\text{Hz}]$$

따라서, 공진 시 임피던스  $Z_r = R [\Omega]$   
와 같이 순저항 성분만으로 되며,  
이때의 임피던스가 최소 임피던스이다.



## 10.1. RLC 직렬 공진회로

---

[예제 10-1]  $R = 20[\Omega]$ ,  $L = 0.25[mH]$ ,  $C = 281.4[\mu F]$ 인 직렬회로에서 공진 주파수[Hz]는 얼마인가? 또 공진시 각 소자의 임피던스 및 전체 임피던스[ $\Omega$ ]를 구하시오.

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{0.25 \times 10^{-3} \times 281.4 \times 10^{-6}}} = 600[Hz]$$

$$R_r = R = 20[\Omega]$$

$$X_{Lr} = 2\pi \times 600 \times 0.25 \times 10^{-3} = 0.94[\Omega],$$

$$X_{Cr} = \frac{1}{2\pi \times 600 \times 281.4 \times 10^{-6}} = 0.94[\Omega]$$

$$\therefore Z_r = R + jX_{Lr} - jX_{Cr} = 20 + j0.94 - j0.94 = 20[\Omega] = R$$

## 10.1. RLC 직렬 공진회로

공진 시 전류는  $I_r = \frac{V}{Z_r} = \frac{V}{R} [A]$

가 되어 인가전압과 동상이 되며, 그 회로에서 흐를 수 있는 최대의 크기가 된다.

공진 시 각 소자에 걸리는 전압

$$V_{Rr} = RI_r = V[V] \rightarrow V_{Rr} = V[V]$$

$$V_{Lr} = j\omega_r LI_r = \frac{j\omega_r L}{R} V[V] \rightarrow V_{Lr} = \frac{\omega_r L}{R} V[V]$$

$$V_{Cr} = \frac{1}{j\omega_r C} I_r = \frac{1}{j\omega_r CR} V[V] \rightarrow V_{Cr} = \frac{1}{\omega_r CR} V[V]$$

크기가 같고 위상이 반대  
→ 전체 회로에 작용하는 전압은 0

하지만,  $L$ 과  $C$ 에 걸리는 전압은 각각,  $\frac{\omega_r L}{R}$ 와  $\frac{1}{\omega_r CR}$ 배 된다.

공진 시 리액턴스의 저항에 대한 비율인 이 값을 **전압 확대율  $Q$  (quality factor)**라 한다.

이런 이유로 직렬공진을 **전압 공진**이라고도 부른다.

## 10.1. RLC 직렬 공진회로

**[예제 10-2]** 그림 10-1 회로에서  $E=2\angle 30^\circ [V]$ ,  $f=500[Hz]$ ,  $R=10[\Omega]$ ,  $C=3[\mu F]$  및  $L[mH]$ 이다 이 회로가 전원주파수에서 공진을 일으키려면  $L[mH]$ 은 얼마가 되어야 하는가? 또, 그 때  $L$  양단에서의 전압 $[V]$ 은 얼마가 되겠는가?

$$L = \frac{1}{4\pi^2 C f^2} = \frac{1}{4\pi^2 \times 3 \times 10^{-6} \times (500)^2} = 33.8[mH] \quad R_r = 10[\Omega]$$

$$X_{Lr} = 2\pi \times 500 \times 33.8 \times 10^{-3} = 106.2[\Omega]$$

$$X_{Cr} = \frac{1}{2\pi \times 500 \times 3 \times 10^{-6}} = 106.1[\Omega]$$

$$\therefore Z_r = R + jX_{Lr} - jX_{Cr} = 10 + j106.1 - j106.1 = 10[\Omega] = R$$

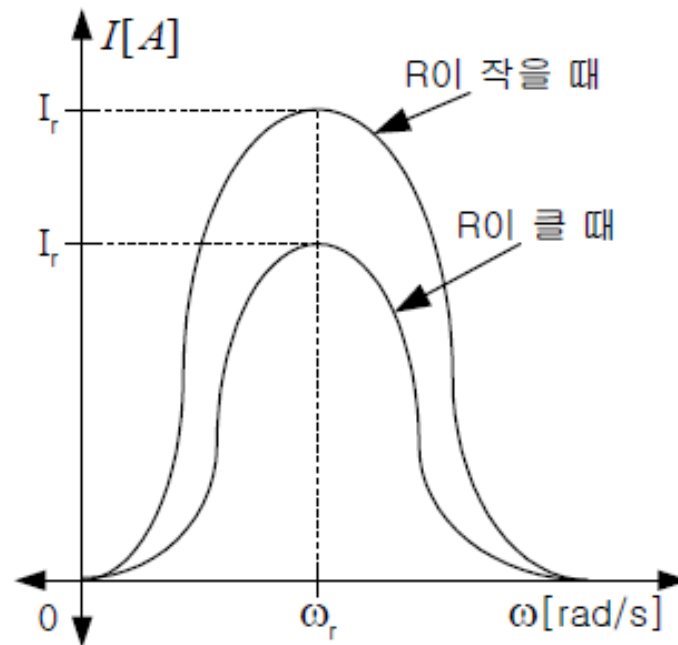
$$\text{전압 확대율 } Q = \frac{1}{\omega_r C R} = \frac{\omega_r L}{R} = 10.62$$

$$10.62 \times 2 = 21.24[V]$$

## 10.2. 공진 곡선과 선택도

공진곡선: 주파수에 따른 전류의 크기를 그린 것.

- 공진 전류  $I_r$ 은 순저항  $R$ 에 반비례



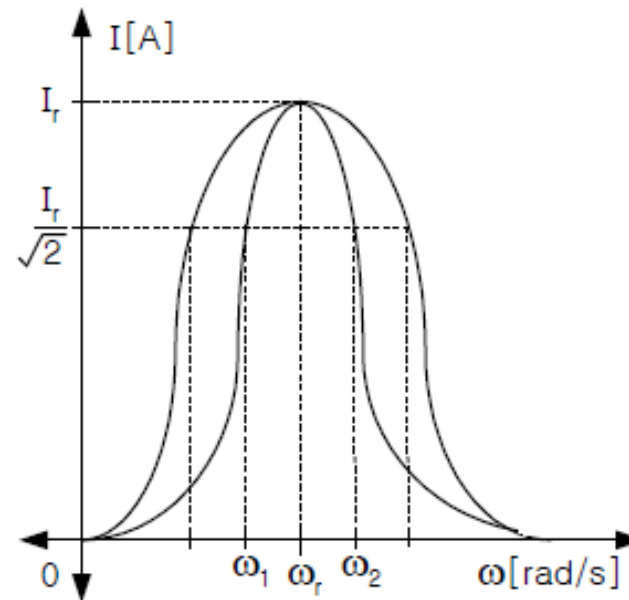


## 10.2. 공진 곡선과 선택도

공직 주파수에 대한 상대적인 선택도(selectivity) 또는 날카로운 정도(첨예도: sharpness):

- 공진 주파수에서의 전력의 ½이 되는 주파수(반전력 주파수)  $\omega_1, \omega_2$

$$S = \frac{\omega_r}{\omega_2 - \omega_1} = \frac{f_r}{f_2 - f_1}$$



$P = RI^2 = \frac{V^2}{R}$  이기 때문에, 전력이 ½이 되는 전압, 전류는

$$I' = \frac{1}{\sqrt{2}} I \quad \text{또는} \quad V' = \frac{1}{\sqrt{2}} V$$

## 10.2. 공진 곡선과 선택도

반전력 주파수를 구해보자. 이때, 전류는 공진시 전류의  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  이므로,

$$\left| \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{V}{R} \right| = \left| \frac{V}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}} \right|, \quad R^2 = (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2$$

$$\omega L - \frac{1}{\omega C} = \pm R \longrightarrow LC\omega^2 \mp RC\omega - 1 = 0$$

$$\longrightarrow \omega = \frac{\mp RC \pm \sqrt{R^2 C^2 + 4LC}}{2LC} \longrightarrow \text{이때, } R^2 C^2 < R^2 C^2 + 4LC \longrightarrow RC < \sqrt{R^2 C^2 + 4LC}$$

$\omega$ 가 양수인 점을 고려하면,

$$\therefore \omega_1 = \frac{-RC + \sqrt{R^2 C^2 + 4LC}}{2LC}, \quad \omega_2 = \frac{RC + \sqrt{R^2 C^2 + 4LC}}{2LC}$$

$$\longrightarrow S = \frac{\omega_r}{\omega_2 - \omega_1} = \frac{\omega_r}{\frac{2RC}{2LC}} = \frac{\omega_r L}{R} = Q$$

선택도  $S$ 와 전압 확대율  $Q$ 는 같은 값이다.

## 10.2. 공진 곡선과 선택도

**[예제 10-3]**  $R = 20[\Omega]$ ,  $L = 50[mH]$ 인 코일과 가변 콘덴서를  $3.9[kHz]$ ,  $3[mV]$ 인 전원과 연결하여 공진시키고 있다. 이 때 가변콘덴서의 크기  $[\mu F]$ 를 구하시오. 또 콘덴서에 걸리는 전압과 반전력 주파수  $[Hz]$ 를 구하시오.

$$C = \frac{1}{4\pi^2 L f^2} = \frac{1}{4\pi^2 \times 50 \times 10^{-3} \times (3900)^2} = 0.0333[\mu F]$$

$$Q = \frac{1}{\omega_r C R} = \frac{\omega_r L}{R} = 61.26$$

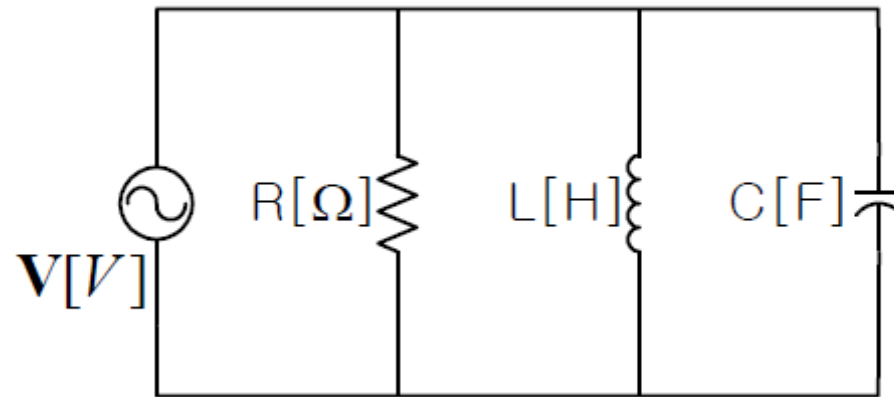
$$61.26 \times 3 = 183.78[mV]$$

$$f_2 - f_1 = \frac{f_r}{Q} = 63.66[Hz]$$

$$\therefore f_2 = 3900 + \frac{63.66}{2} = 3931.8[Hz], f_1 = 3900 - \frac{63.66}{2} = 3868.2[Hz]$$

## 10.3. 병렬 공진회로

공진이 되기 위해서는 합성 임피던스의 리액턴스 또는 합성 어드미턴스의 서셉턴스를 0으로 하면 된다.



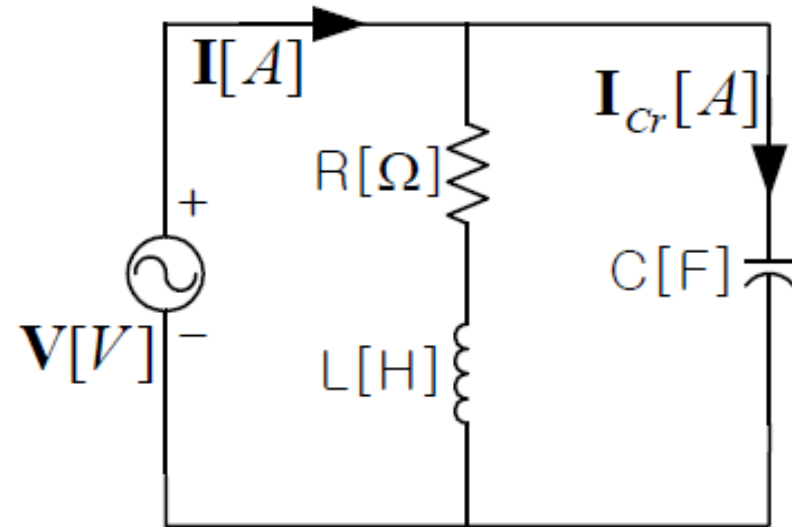
$$Y = \frac{1}{R} + j\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right) \rightarrow \omega_r C - \frac{1}{\omega_r L} = 0$$

$$\therefore \omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}} [\text{rad/s}],$$

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} [\text{Hz}]$$

## 10.3. 병렬 공진회로

많이 사용되는 병렬회로에선,



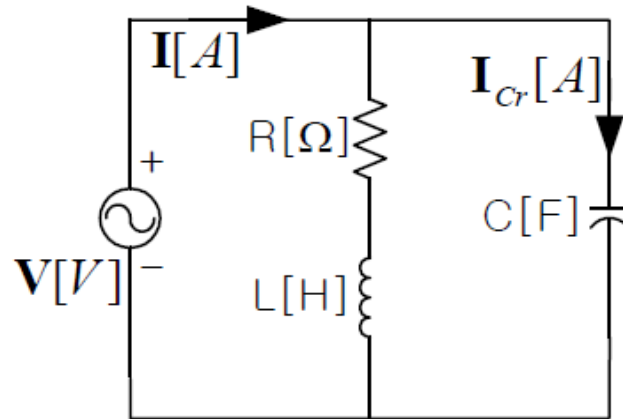
$$Y = \frac{1}{R + j\omega L} + j\omega C = \frac{R}{R^2 + \omega^2 L^2} + j\omega \left( C - \frac{L}{R^2 + \omega^2 L^2} \right)$$

$$C - \frac{L}{R^2 + \omega_r^2 L^2} = 0 \rightarrow \omega_r = \sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{L}\right)^2}$$

코일의 저항  $R$ 이 매우 작아서 무시할 수 있다면,

$$\omega_r \approx \sqrt{\frac{1}{LC}} [\text{rad/s}]$$

## 10.3. 병렬 공진회로



이 회로가 공진 시,

$$Y_r = \frac{R}{R^2 + \omega_r^2 L^2} = \frac{R}{R^2 + \frac{L}{C} - R^2} = \frac{RC}{L} [\text{S}]$$

$$Z_r = \frac{1}{Y_r} = \frac{L}{RC} [\Omega]$$

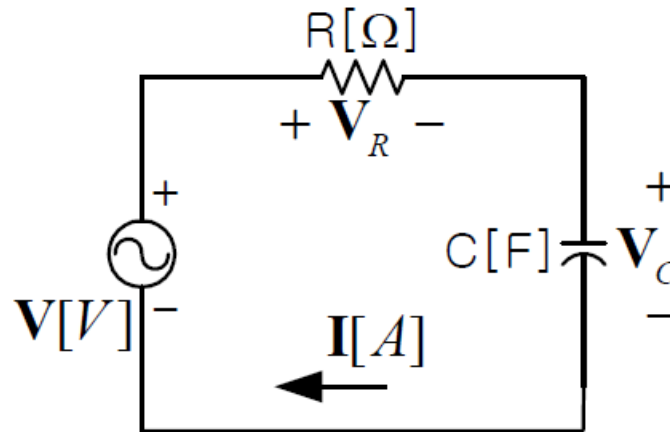
이때, 전원 전류는  $I_r = Y_r V = \frac{RC}{L} V[A] \rightarrow I_r = \frac{RC}{L} V[A]$

커패시터에 흐르는 전류는  $I_C = j\omega_r CV = j\omega_r C \frac{L}{RC} I_r = \frac{j\omega_r L}{R} I_r \rightarrow I_C = \frac{\omega_r L}{R} I_r = Q I_r [A]$

와 같이 전원 전류의  $Q$ 배가 된다.

➔ 병렬 공진을 **전류 공진** 또는 탱크회로라고 부른다.

## 10.4. 주파수 응답



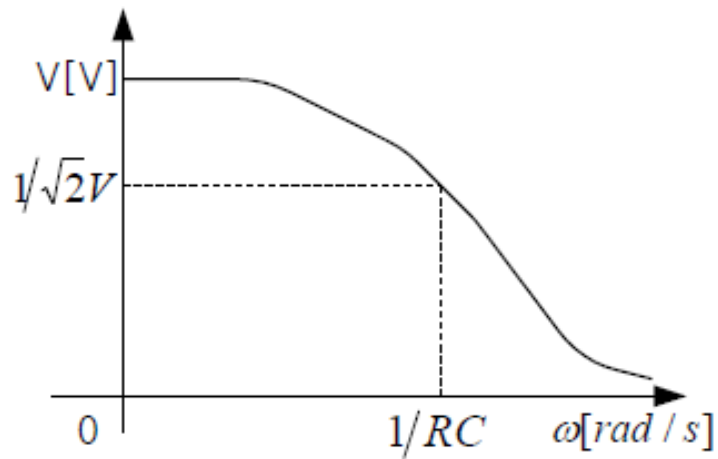
커패시터에 걸리는 전압  $V_C$

$$V_C = \frac{1/j\omega C}{R + 1/j\omega C} V = \frac{1}{1 + j\omega CR} V \rightarrow V_C = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 C^2 R^2}} V \angle \phi [V]$$

$$\phi = -\tan^{-1} \omega CR \quad \text{전원 전압과 커패시터 전압의 위상차}$$

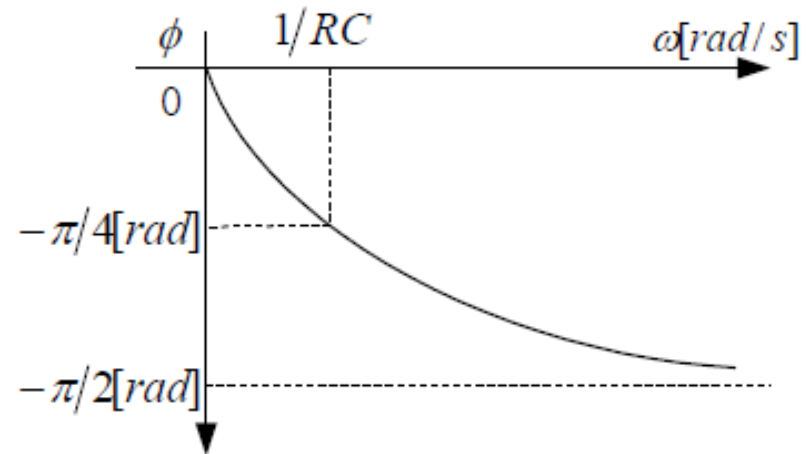
## 10.4. 주파수 응답

주파수를 변화시키면서 출력 전압의 크기와 입출력 전압 사이 위상차를 그리면,



$$\frac{1}{\sqrt{1+\omega^2 C^2 R^2}} V$$

진폭 응답곡선(amplitude response curve)



$$\phi = -\tan^{-1} \omega CR$$

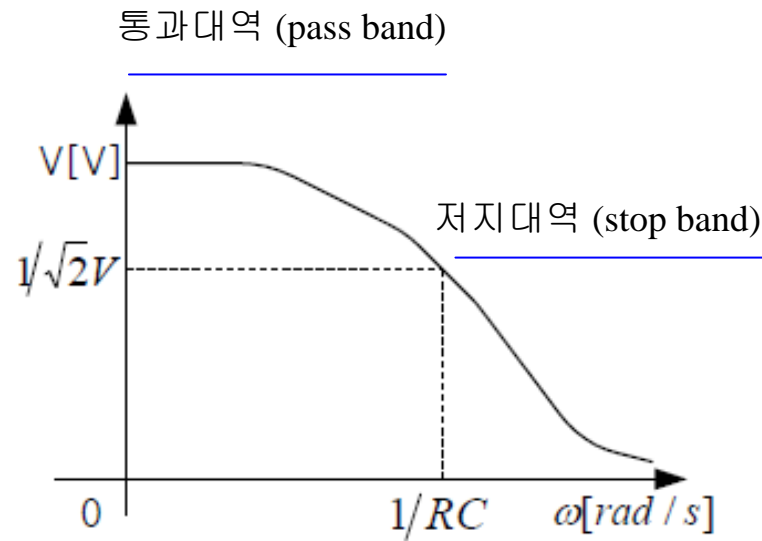
위상 응답곡선(phase response curve)

주파수 응답곡선(frequency response curve)



## 10.4. 주파수 응답

다양한 주파수를 갖는 전압 신호가 입력된다면,



## 10.4. 주파수 응답

주파수 선택성이 있는 회로 즉, 필터는 일반적으로 다음과 같이 4가지 형태가 있다.

(a) 저역통과회로(low-pass network)

: 낮은 주파수 신호는 통과시키고 높은 주파수의 신호는 저지하는 회로

(b) 고역통과회로(high-pass network)

: 높은 주파수 신호는 통과시키고 낮은 주파수의 신호는 저지하는 회로

(c) 대역통과회로(band-pass network)

: 특정 범위의 주파수 신호는 통과시키고 그 이외 주파수의 신호는 저지하는 회로

(d) 대역저지회로(band-stop network)

: 특정 범위의 주파수 신호는 저지하고 그 이외 범위의 주파수의 신호는 통과하는 회로

