정현파 교류회로의 페이저 해석

한양대학교
HANYANG UNIVERSITY

E-mail: hogijung@hanyang.ac.kr
http://web.yonsei.ac.kr/hgjung

수업 목표

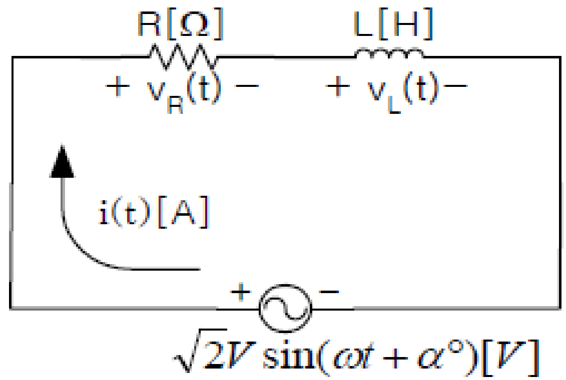
페이저로 표시된 정현파 교류 회로에는 옴의 법칙, KVL, KCL 뿐만 아니라 3장에서 배운 모든 정리를 그대로 사용할 수 있다.

E-mail: hogijung@hanyang.ac.kr
http://web.yonsei.ac.kr/hgjung

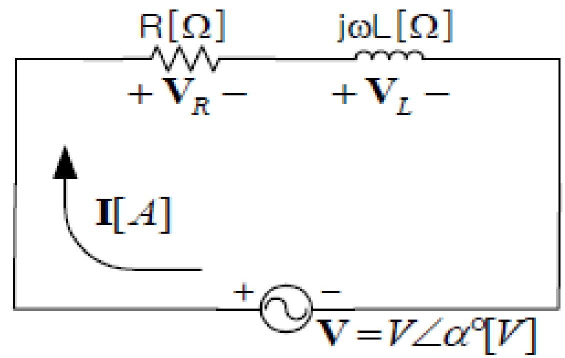
7.1. RL 회로

아래 회로에서 전류를 구해보자.

순시값 식



페이저 식



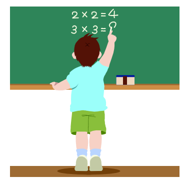
$$V = V_R + V_L$$

$$V_R = RI, \;\; V_L = j\omega LI$$

$$V = V_R + V_L = RI + j\omega LI = (R + j\omega L)I = ZI \; [V]$$

$$\therefore I = \frac{V}{Z}[A]$$

여기서, $\mathbf{Z}=R+j\omega L$ [Ω]이며, 저항과 리액턴스의 합성이므로 복소 임피던스(complex impedance) 또는 합성 임피던스라 한다.



E-mail: hogijung@hanyang.ac.kr
http://web.yonsei.ac.kr/hgjung

7.1. RL 회로

합성 임피던스는 직류회로에서와 같이 두 임피던스 값을 더하기만 하면 된다. 따라서, 직류 저항회로에서처럼 합성 임피던스를 구하고 전류를 구하면 된다.

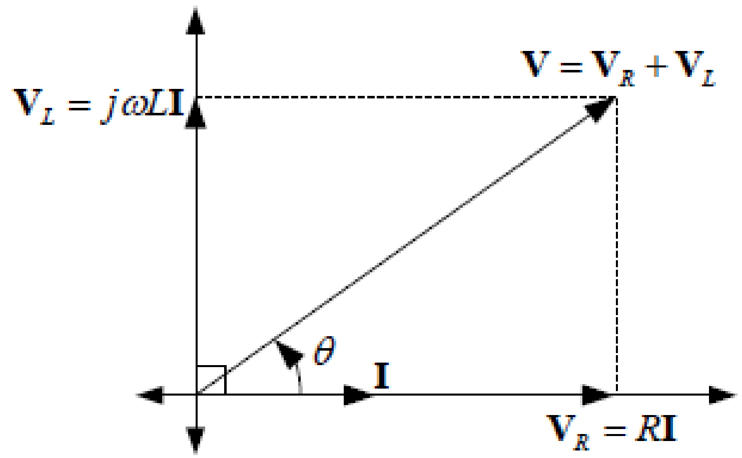
$$Z = R + j\omega L = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}\angle \tan^{-1}\frac{\omega L}{R} = Z\angle\theta\,[\Omega]$$

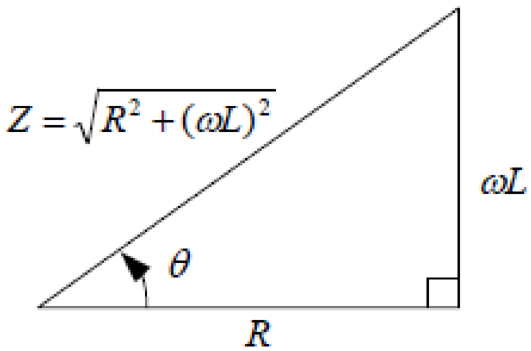
$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2},\quad \theta = \tan^{-1}\frac{\omega L}{R}$$

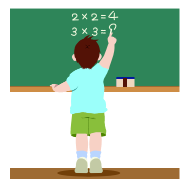
$$I = \frac{V}{Z} = \frac{V\angle\alpha}{Z\angle\theta} = \frac{V}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}}\angle\alpha - \theta = I\angle\beta$$

$$I = \frac{V}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}},\quad \beta = \alpha - \theta = \alpha - \tan^{-1}\frac{\omega L}{R}$$

$$V_R = RI,\quad V_L = j\omega LI\,[V]$$

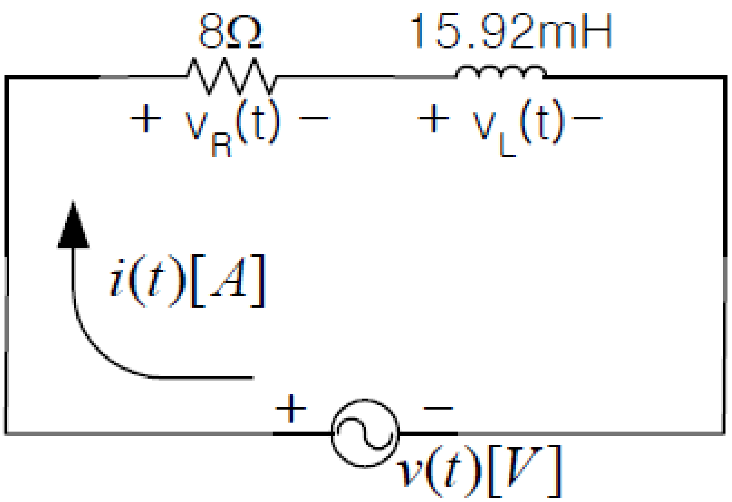


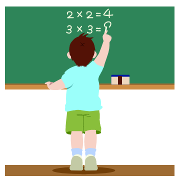




7.1. RL 회로

[예제 7-1] 그림 7-3 회로에서 전원전압이 $v = 100\sqrt{2}\,sin(377t + 30°)[V]$일 때 흐르는 전류$[A]$ 및 각 소자에 걸리는 전압의 순시값식$[V]$을 구하시오.

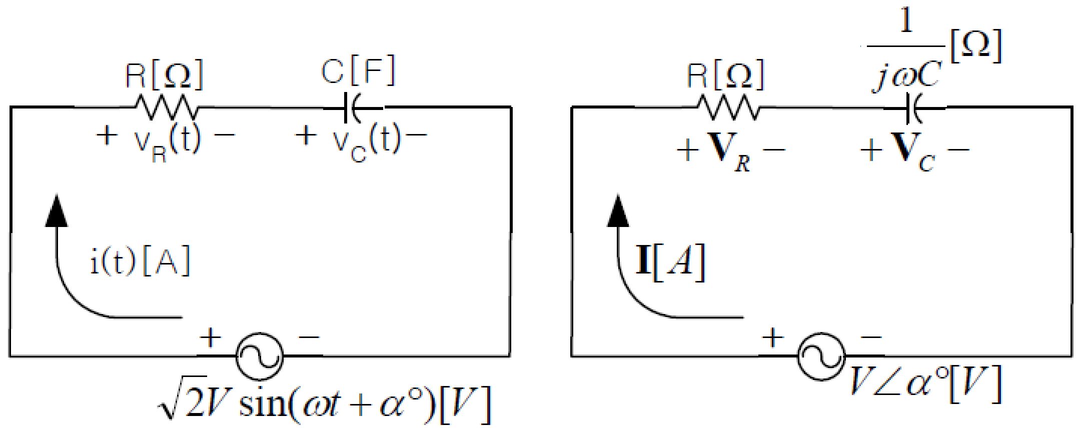




E-mail: hogijung@hanyang.ac.kr
http://web.yonsei.ac.kr/hgjung

7.2. RC 직렬회로

전류 및 각 소자에 걸리는 전압을 구해보자.



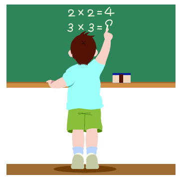
(a) (b)

$$V = V_R + V_C = RI - j\frac{1}{\omega C}I = (R - j\frac{1}{\omega C})I = ZI,\ \ Z = R - j\frac{1}{\omega C}[\Omega]$$

$$Z = R - j\frac{1}{\omega C} = \sqrt{R^2 + (\frac{1}{\omega C})^2}\angle \tan^{-1}\frac{(-\frac{1}{\omega C})}{R} = Z\angle\theta[\Omega]$$

$$I = \frac{V}{Z} = \frac{V\angle\alpha}{Z\angle\theta} = \frac{V}{\sqrt{R^2 + (\frac{1}{\omega C})^2}}\angle\alpha - \theta[A]$$

$$V_R = RI,\ \ V_C = -j\frac{1}{\omega C}I = \frac{1}{\omega C}I\angle -90^\circ\ [V]$$



E-mail: hogijung@hanyang.ac.kr
http://web.yonsei.ac.kr/hgjung

7.2. RC 직렬회로

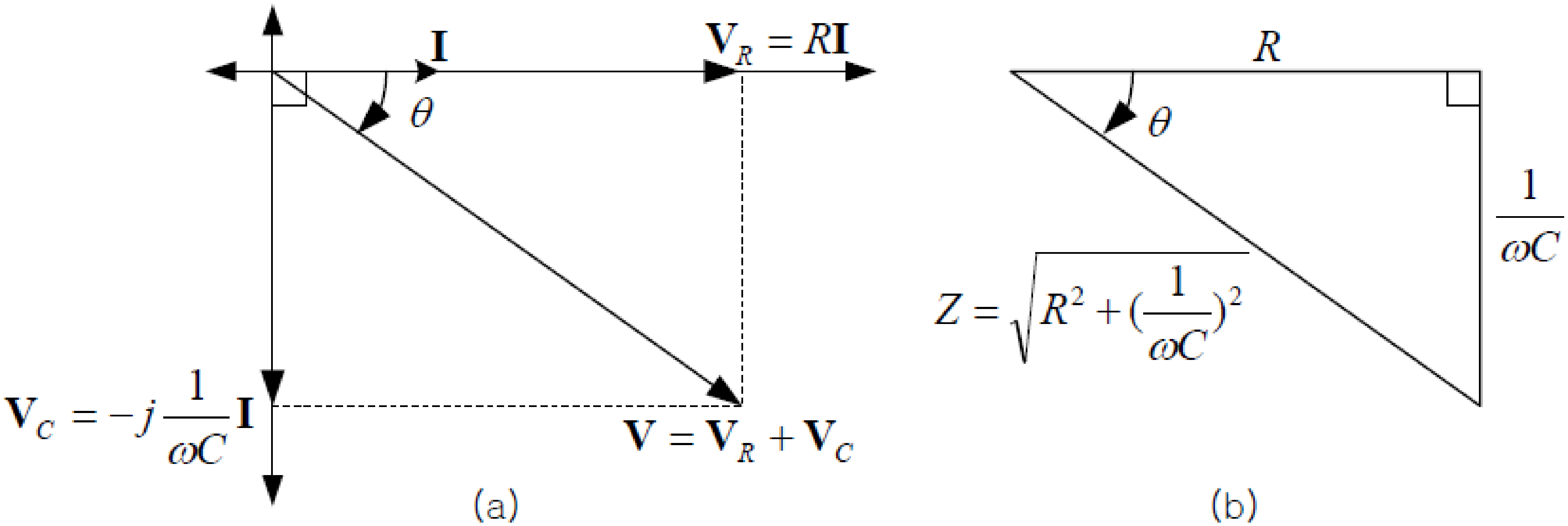
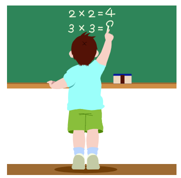


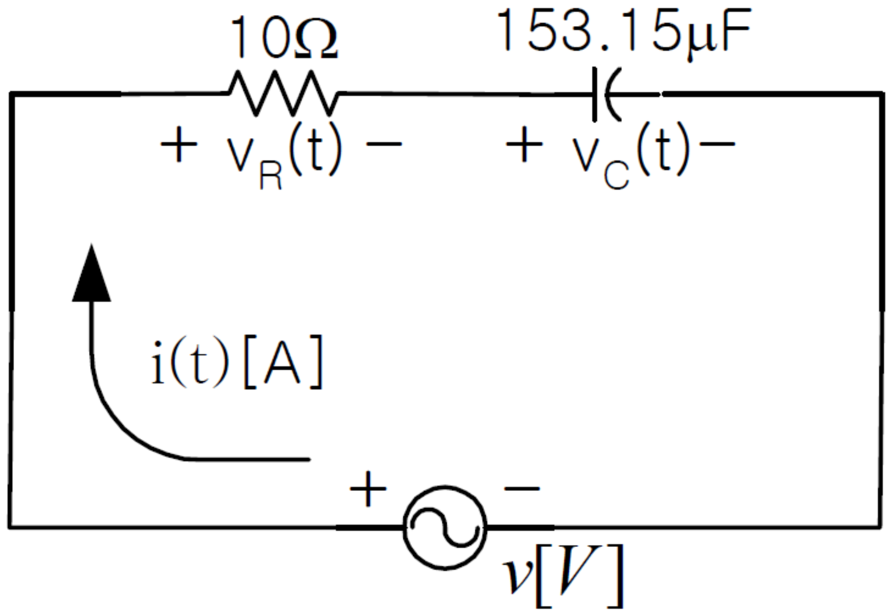
그림 7-6

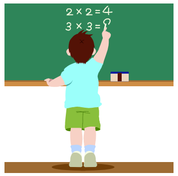


E-mail: hogijung@hanyang.ac.kr
http://web.yonsei.ac.kr/hgjung

7.2. RC 직렬회로

[예제 7-2] $v = 100\sqrt{2}\,sin(\omega t - 60^\circ)[V]$이고 $60[Hz]$인 전원이 그림 7-7 회로에 인가되었을 때, 흐르는 전류$[A]$와 각 소자에 걸리는 전압$[V]$을 구하시오.

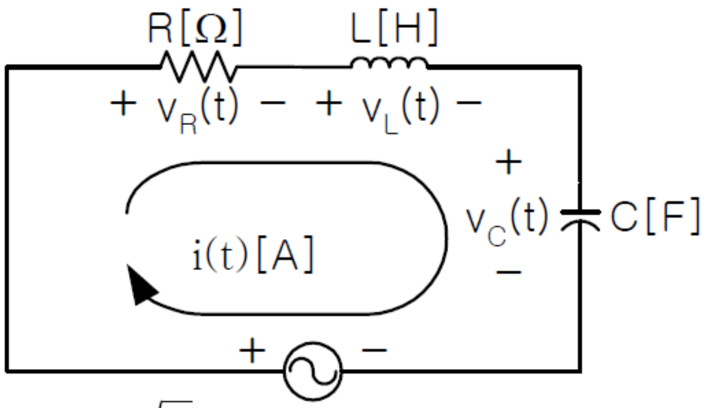




E-mail: hogijung@hanyang.ac.kr
http://web.yonsei.ac.kr/hgjung

7.3. RLC 직렬회로

다음 RLC 직렬회로에 흐르는 전류와 각 소자에 걸리는 전압을 구하라.



$$\sqrt{2}V\sin(\omega t+\alpha)[V]$$

$$Z = R + j\omega L - j\frac{1}{\omega C} = \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}\,\angle\tan^{-1}\frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} = Z\angle\theta[\Omega]$$

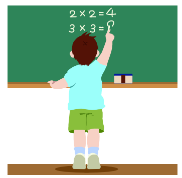
$$I = \frac{V}{Z} = \frac{V\angle\alpha}{Z\angle\theta} = \frac{V}{Z}\angle\alpha-\theta = I\angle\alpha-\theta[A]$$

$$I = \frac{V}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}}[A],\ \ \alpha-\theta = \alpha - \tan^{-1}\frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$$

$$V_R = RI = RI\angle\alpha-\theta[V]$$

$$V_L = j\omega LI = \omega LI\angle\alpha-\theta+90^\circ[V]$$

$$V_C = -j\frac{1}{\omega C}I = \frac{1}{\omega C}I\angle\alpha-\theta-90^\circ[V]$$



E-mail: hogijung@hanyang.ac.kr
http://web.yonsei.ac.kr/hgjung

7.3. RLC 직렬회로

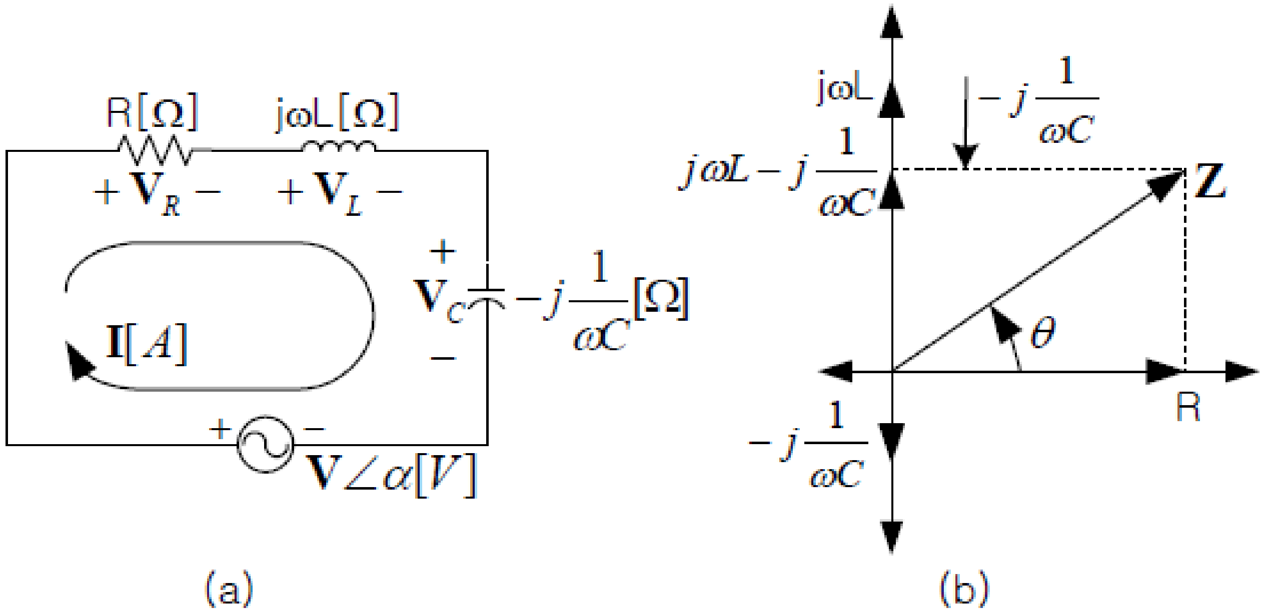
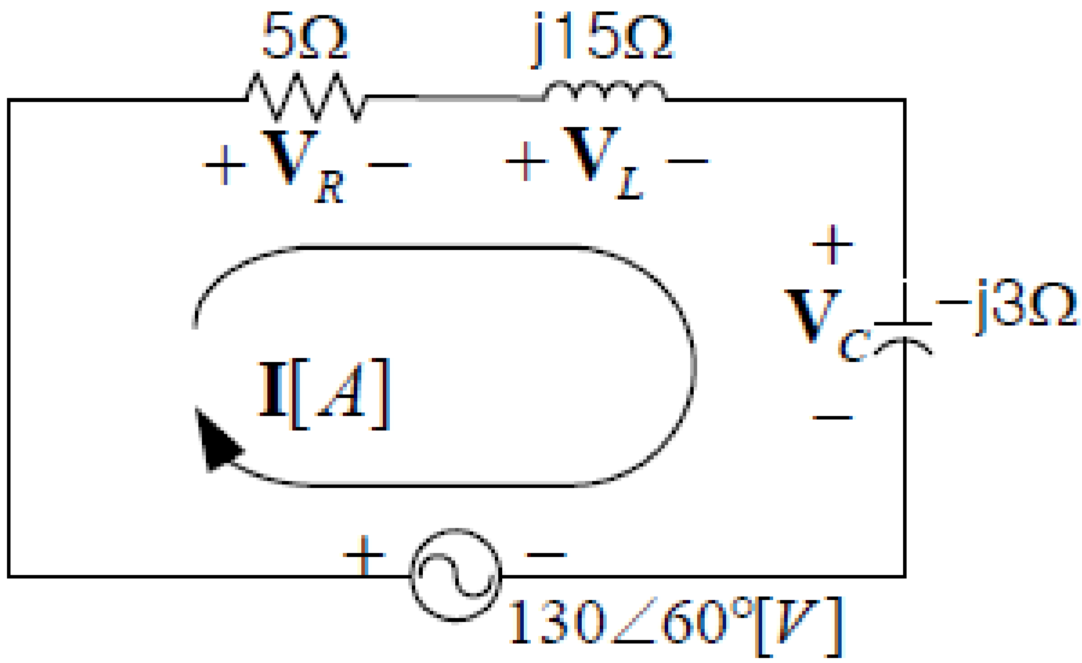


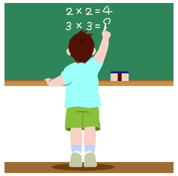
그림 7-10

E-mail: hogijung@hanyang.ac.kr
http://web.yonsei.ac.kr/hgjung

7.3. RLC 직렬회로

[예제 7-3] 그림 7-11 회로에서 전류와 각 소자에 걸리는 전압[V]을 구하시오.

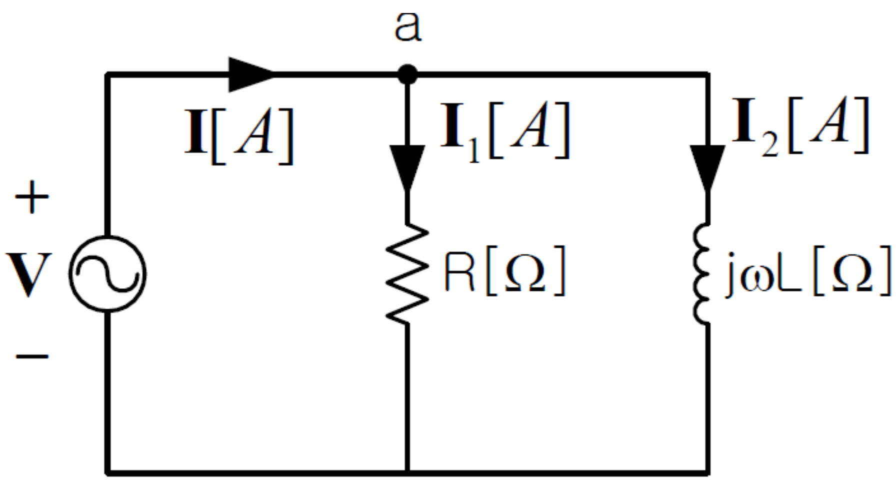




E-mail: hogijung@hanyang.ac.kr
http://web.yonsei.ac.kr/hgjung

7.4. 병렬회로의 합성 임피던스

전원 전류 **I**와 합성 임피던스를 구하라.

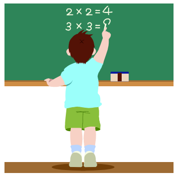


$$I = I_1 + I_2$$

$$I_1 = \frac{V}{R},\ I_2 = \frac{V}{j\omega L}$$

$$I = I_1 + I_2 = \frac{V}{R} + \frac{V}{j\omega L} = \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{j\omega L}\right)V = \frac{V}{Z}[A]$$

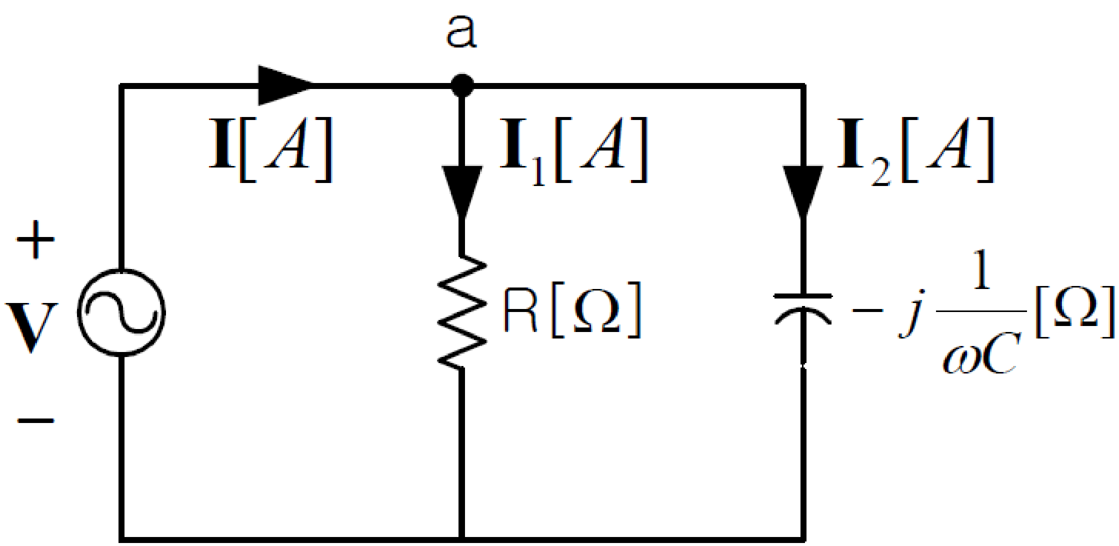
$$Z = \frac{1}{\frac{1}{R} + \frac{1}{j\omega L}}[\Omega]$$



E-mail: hogijung@hanyang.ac.kr
http://web.yonsei.ac.kr/hgjung

7.4. 병렬회로의 합성 임피던스

전원 전류 **I**와 합성 임피던스를 구하라.



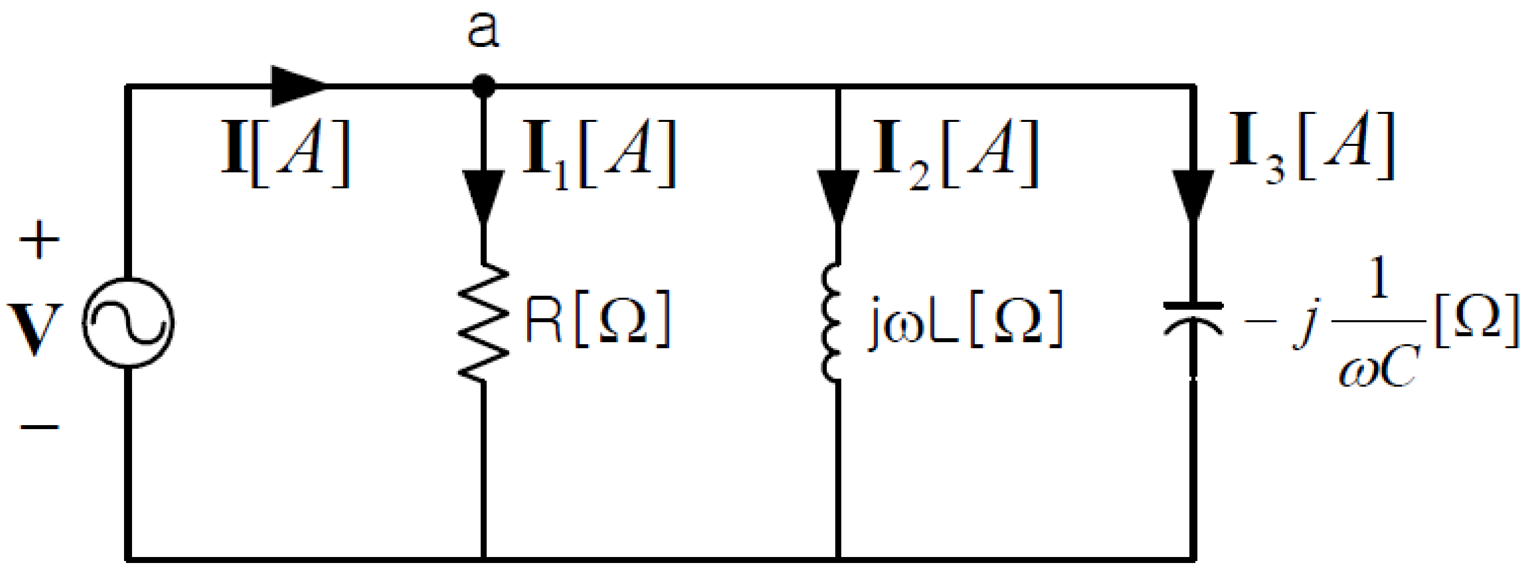
$$I = I_1 + I_2 = \frac{V}{R} + \frac{V}{-j\frac{1}{\omega C}} = \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{-j\frac{1}{\omega C}}\right)V = \frac{V}{Z}[A]$$

$$Z = \frac{1}{\frac{1}{R} + \frac{1}{-j\frac{1}{\omega C}}}[\Omega]$$

E-mail: hogijung@hanyang.ac.kr
http://web.yonsei.ac.kr/hgjung

7.4. 병렬회로의 합성 임피던스

전원 전류 **I**와 합성 임피던스를 구하라.



$$I = I_1 + I_2 + I_3 = \frac{V}{R} + \frac{V}{j\omega L} + \frac{V}{-j\frac{1}{\omega C}}$$

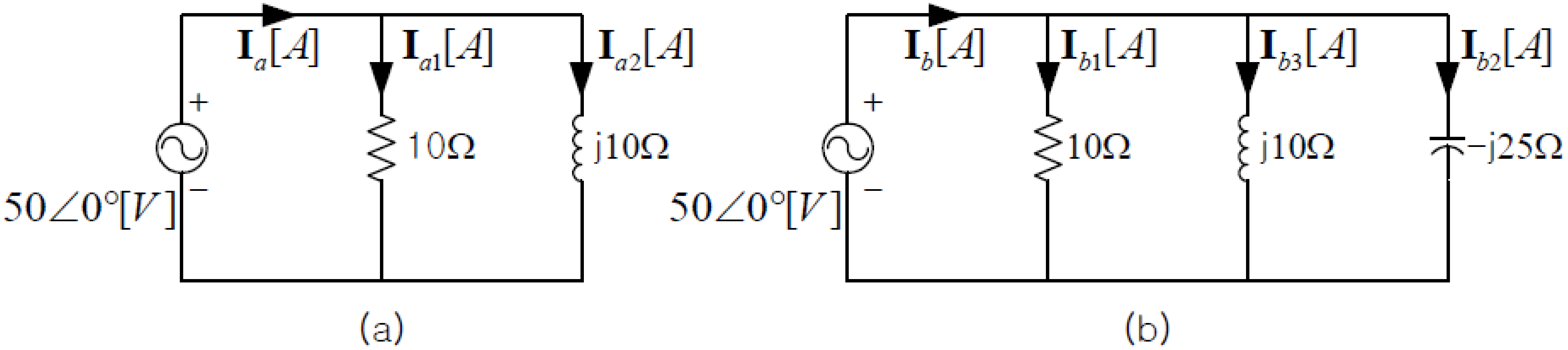
$$= \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{j\omega L} + \frac{1}{-j\frac{1}{\omega C}}\right)V = \frac{V}{Z}[A]$$

$$Z = \frac{1}{\frac{1}{R} + \frac{1}{j\omega L} + \frac{1}{-j\frac{1}{\omega C}}}[\Omega]$$

E-mail: hogijung@hanyang.ac.kr
http://web.yonsei.ac.kr/hgjung

7.4. 병렬회로의 합성 임피던스

[예제 7-4] 그림 7-16(a), (b)에서 전원을 흐르는 전류의 크기를 비교하시오.



7.5. 어드미턴스

직류 저항회로의 컨덕턴스 ➔ 교류 임피던스회로의 어드미턴스(admittance)

합성 임피던스가 **Z**일 때, 합성 어드미턴스 $Y=\frac{1}{Z}=\frac{1}{Z}\angle-\theta[\mho]$

$$I=\frac{V}{Z}=YV\,[A]$$

$$Y=\frac{1}{Z}=\frac{1}{R+jX}=\frac{R}{R^2+X^2}-j\frac{X}{R^2+X^2}=G+jB[\mho]$$

어드미턴스

- 컨덕턴스 $G=\frac{R}{R^2+X^2}[\mho]$
- 서셉턴스(susceptance) $B=-\frac{X}{R^2+X^2}[\mho]$

임피던스

- 저항
- 리액턴스

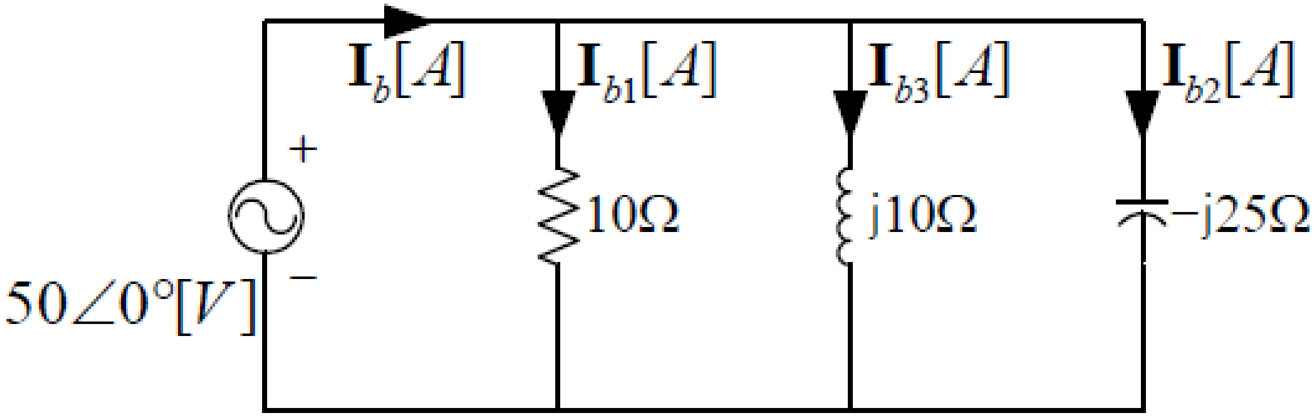
$$\boldsymbol{Z}=R+jX \;\cancel{\longrightarrow}\; Y=\frac{1}{R}+\frac{1}{jX}$$

합성 어드미턴스는 합성 임피던스의 역수로 구해야 함에 주의할 것.

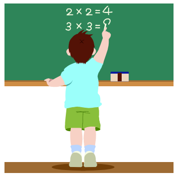
E-mail: hogijung@hanyang.ac.kr
http://web.yonsei.ac.kr/hgjung

7.5. 어드미턴스

[예제 7-5] 그림 7-16(b) 회로에서 합성 어드미턴스를 이용하여 전원을 흐르는 전류를 구하시오.

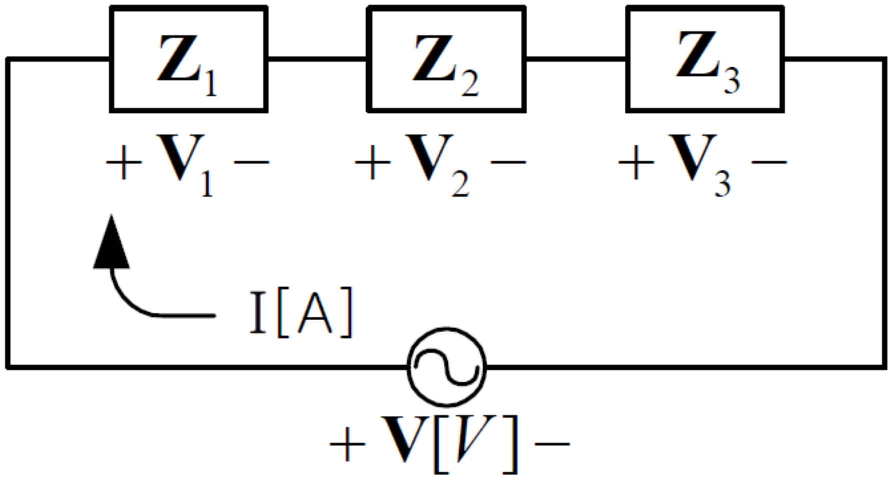


(b)



E-mail: hogijung@hanyang.ac.kr
http://web.yonsei.ac.kr/hgjung

7.6. 복잡한 교류 회로망의 해석법



$$V = V_1 + V_2 + V_3 = Z_1 I + Z_2 I + Z_3 I \quad = (Z_1 + Z_2 + Z_3) I = ZI$$

$$I = \frac{V}{Z} = \frac{V}{Z_1 + Z_2 + Z_3} [A] \longrightarrow$$

$$V_1 = Z_1 I = \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2 + Z_3} V\,[V]$$

$$V_2 = Z_2 I = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2 + Z_3} V\,[V]$$

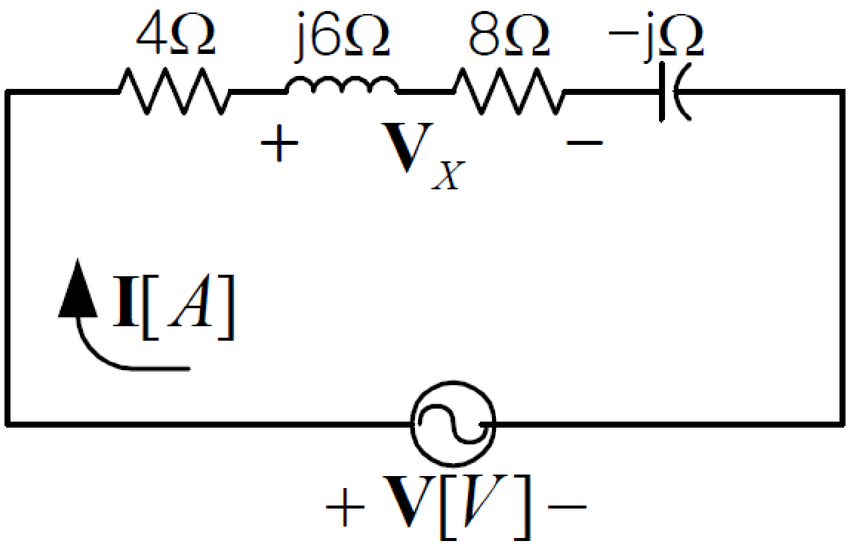
$$V_3 = Z_3 I = \frac{Z_3}{Z_1 + Z_2 + Z_3} V\,[V]$$

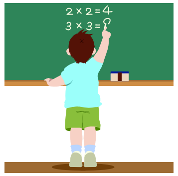
임피던스 직렬연결의 전압분배

E-mail: hogijung@hanyang.ac.kr
http://web.yonsei.ac.kr/hgjung

7.6. 복잡한 교류 회로망의 해석법

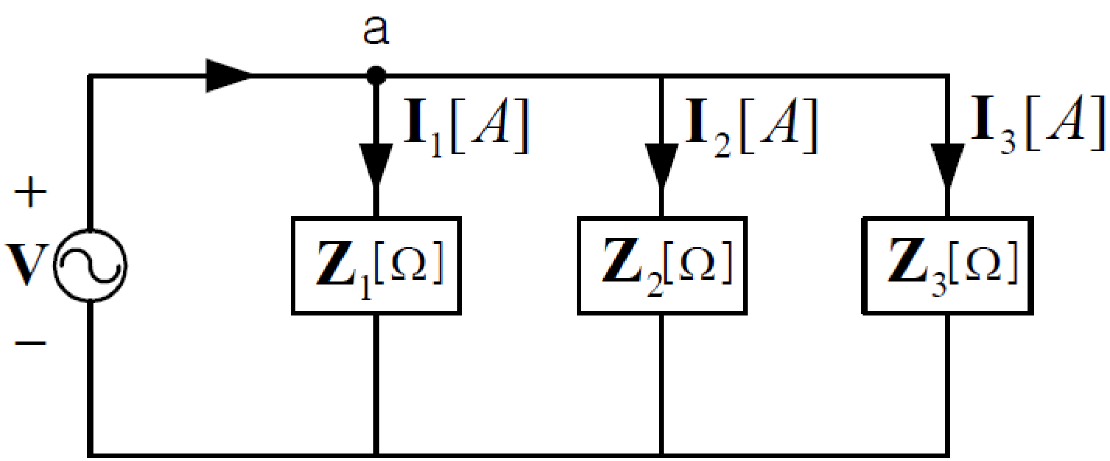
[예제 7-6] 그림 7-18 회로에서 $V = 130\angle 60°\,[V]$일 때 흐르는 전류와 $j6+8$의 임피던스에 걸리는 전압 $V_x[V]$를 구하시오.





E-mail: hogijung@hanyang.ac.kr
http://web.yonsei.ac.kr/hgjung

7.6. 복잡한 교류 회로망의 해석법



$$I = I_1 + I_2 + I_3 = \frac{V}{Z_1} + \frac{V}{Z_2} + \frac{V}{Z_3} = \left(\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3}\right) V$$

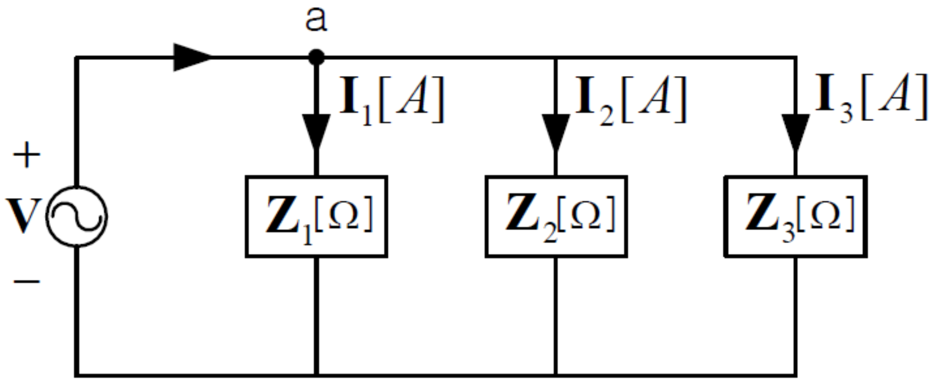
$$\therefore Z = \frac{V}{I} = \frac{1}{\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3}} [\Omega]$$

$$I = I_1 + I_2 + I_3 = \frac{V}{Z_1} + \frac{V}{Z_2} + \frac{V}{Z_3} = (Y_1 + Y_2 + Y_3)\, V\, [A]$$

$$Y = Y_1 + Y_2 + Y_3 [\mho]$$

E-mail: hogijung@hanyang.ac.kr
http://web.yonsei.ac.kr/hgjung

7.6. 복잡한 교류 회로망의 해석법



$$I_1 = \frac{V}{Z_1} = \frac{\frac{1}{Z_1}}{\frac{1}{Z_1}+\frac{1}{Z_2}+\frac{1}{Z_3}} I = \frac{Y_1}{Y_1+Y_2+Y_3} I\ [A]$$

$$V = \frac{1}{\frac{1}{Z_1}+\frac{1}{Z_2}+\frac{1}{Z_3}} I\ [V]$$

$$I_2 = \frac{V}{Z_2} = \frac{\frac{1}{Z_2}}{\frac{1}{Z_1}+\frac{1}{Z_2}+\frac{1}{Z_3}} I = \frac{Y_2}{Y_1+Y_2+Y_3} I\ [A]$$

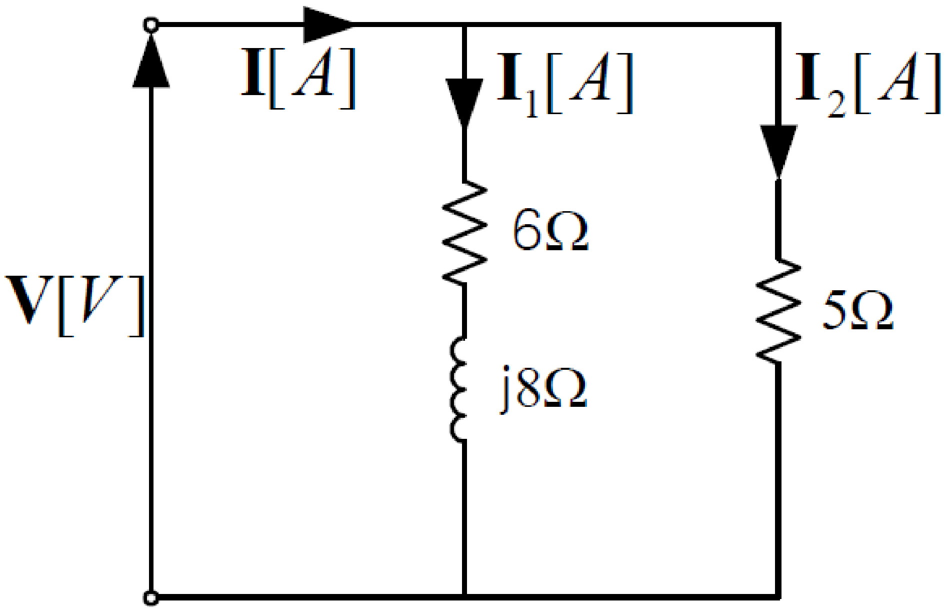
$$I_3 = \frac{V}{Z_3} = \frac{\frac{1}{Z_3}}{\frac{1}{Z_1}+\frac{1}{Z_2}+\frac{1}{Z_3}} I = \frac{Y_3}{Y_1+Y_2+Y_3} I\ [A]$$

임피던스 병렬연결의
전류분배

E-mail: hogijung@hanyang.ac.kr
http://web.yonsei.ac.kr/hgjung

7.6. 복잡한 교류 회로망의 해석법

[예제 7-7] 그림 7-21 회로에서 $I = 30\angle 30^\circ\,[A]$일 때 전원 전압 $V\,[V]$를 구하시오.



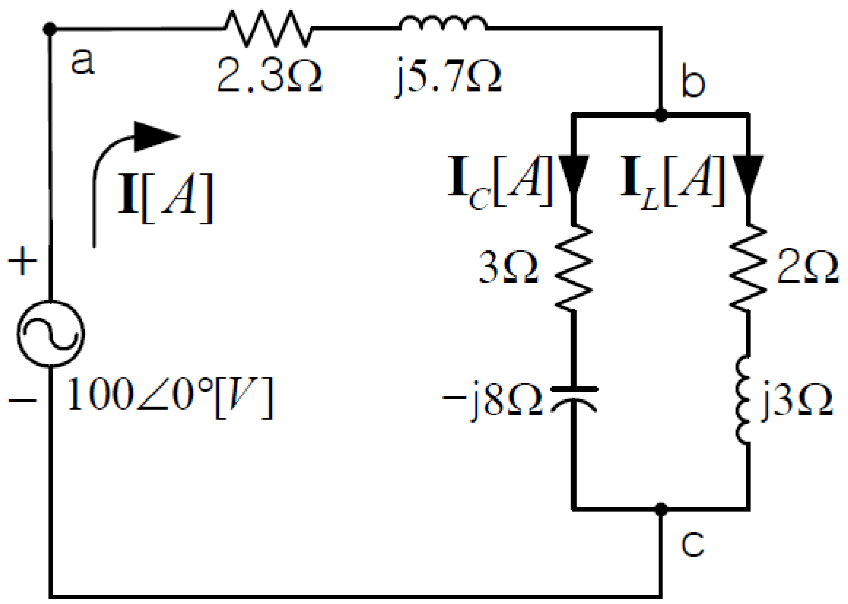
E-mail: hogijung@hanyang.ac.kr
http://web.yonsei.ac.kr/hgjung

7.6. 복잡한 교류 회로망의 해석법

7.6.2 임피던스 직병렬회로

임피던스가 직병렬로 연결된 회로는 우선 직렬연결된 가지의 임피던스를 구하고, 병렬 연결된 가지의 합성 임피던스를 구한 다음 전체 합성 임피던스를 구하면 된다.

[예제 7-8] 그림 7-22에서 V_{ab}, $V_{bc}[V]$, I, I_C 및 $I_L[A]$을 구하시오.



7.7. 각종 회로망 정리의 적용

직류회로와 같이 페이저로 표시된 정현파 교류회로에서 나오는 R, L, C 등도 그 소자에 흐르는 전류나 양단에 걸리는 전압이 서로 비례하는 선형 소자이며, 이렇게 구성된 정현파 교류회로 역시 선형 회로(linear circuit)이다.

따라서, KVL, KCL 및 옴의 법칙 등 3장에서 배웠던 각종 회로망 정리들이 그대로 적용된다.

E-mail: hogijung@hanyang.ac.kr
http://web.yonsei.ac.kr/hgjung

7.7. 각종 회로망 정리의 적용

전원의 등가 변환

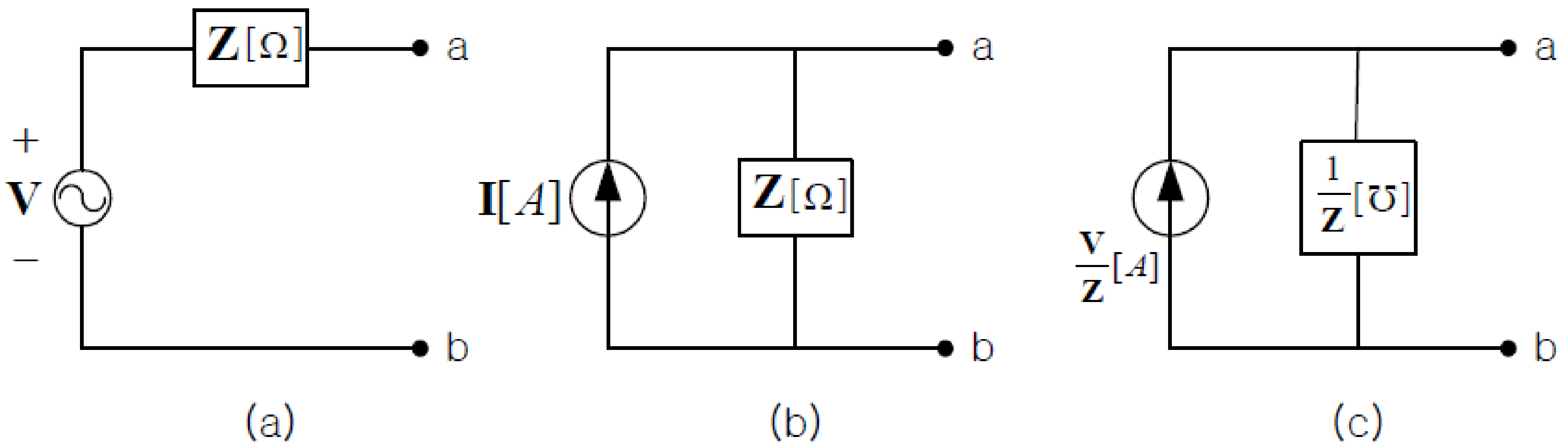
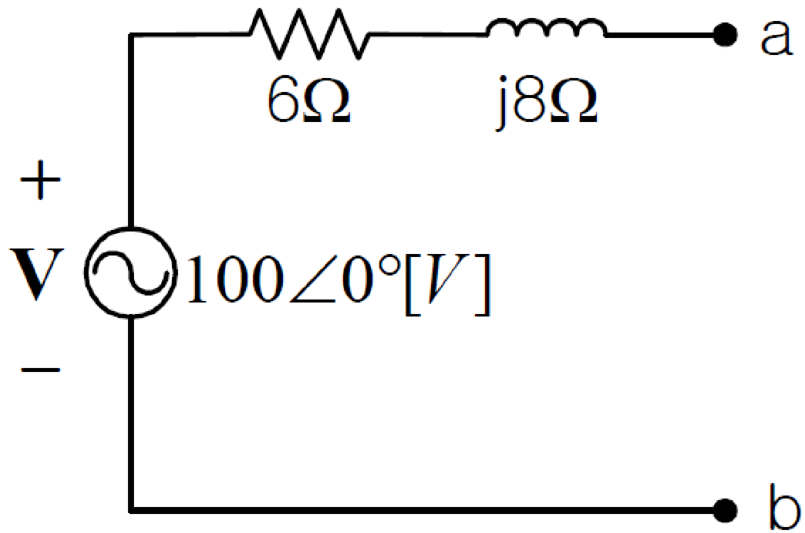


그림 7-24

E-mail: hogijung@hanyang.ac.kr
http://web.yonsei.ac.kr/hgjung

7.7. 각종 회로망 정리의 적용

[예제 7-9] 그림 7-25 회로를 등가 전류원과 어드미턴스로 변환하시오.



E-mail: hogijung@hanyang.ac.kr
http://web.yonsei.ac.kr/hgjung

7.7. 각종 회로망 정리의 적용

[예제 7-10] 그림 7-27 회로를 등가 전압원과 임피던스로 변환하시오.

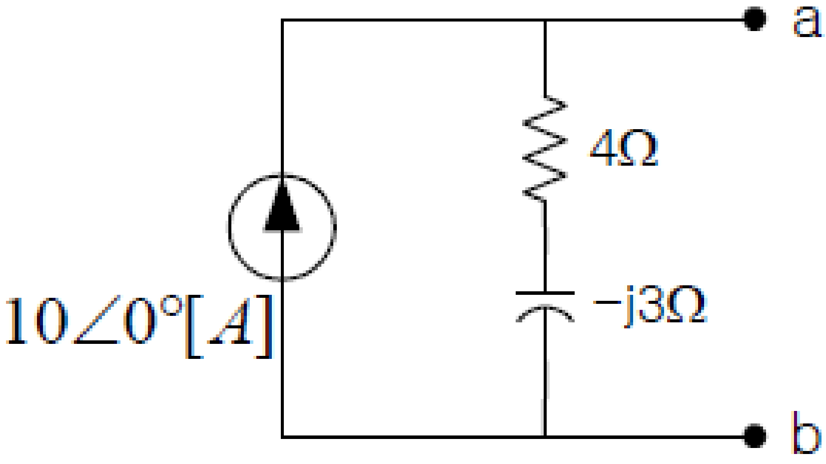
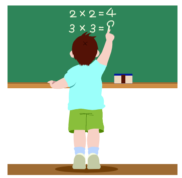


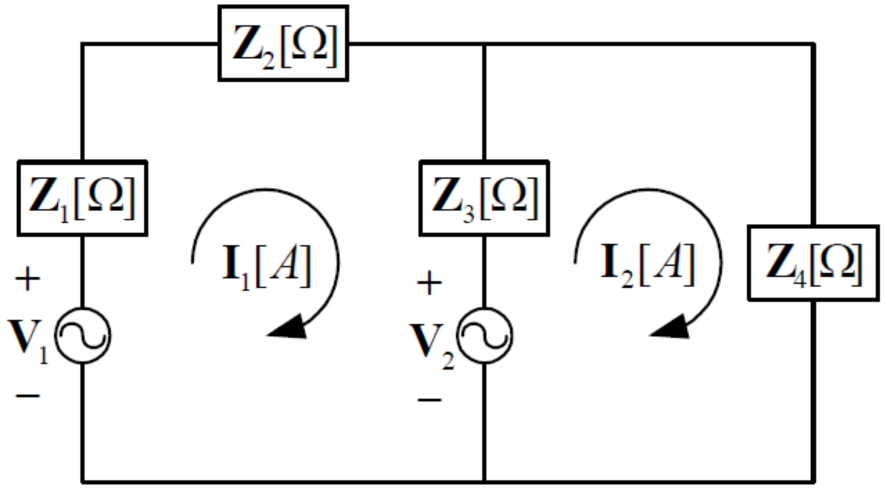
그림 7-27



E-mail: hogijung@hanyang.ac.kr
http://web.yonsei.ac.kr/hgjung

7.7. 각종 회로망 정리의 적용

메쉬 해석법



$$V_1 = Z_1 I_1 + Z_2 I_1 + Z_3(I_1 - I_2) + V_2$$

$$V_2 = Z_3(I_2 - I_1) + Z_4 I_2$$

$$(Z_1 + Z_2 + Z_3)I_1 - Z_3 I_2 = V_1 - V_2$$

$$-Z_3 I_1 + (Z_2 + Z_4)I_2 = V_2$$

E-mail: hogijung@hanyang.ac.kr
http://web.yonsei.ac.kr/hgjung

7.7. 각종 회로망 정리의 적용

<u>메쉬 해석법</u>

$$Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2 + Z_{13}I_3 = \sum V_1 \qquad \cdots\cdots \ (7-27)$$

$$Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2 + Z_{23}I_3 = \sum V_2$$

$$Z_{31}I_1 + Z_{32}I_2 + Z_{33}I_3 = \sum V_3$$

Z_{ii} : i번째 전류가 흐르는 메쉬의 임피던스를 모두 더한 값

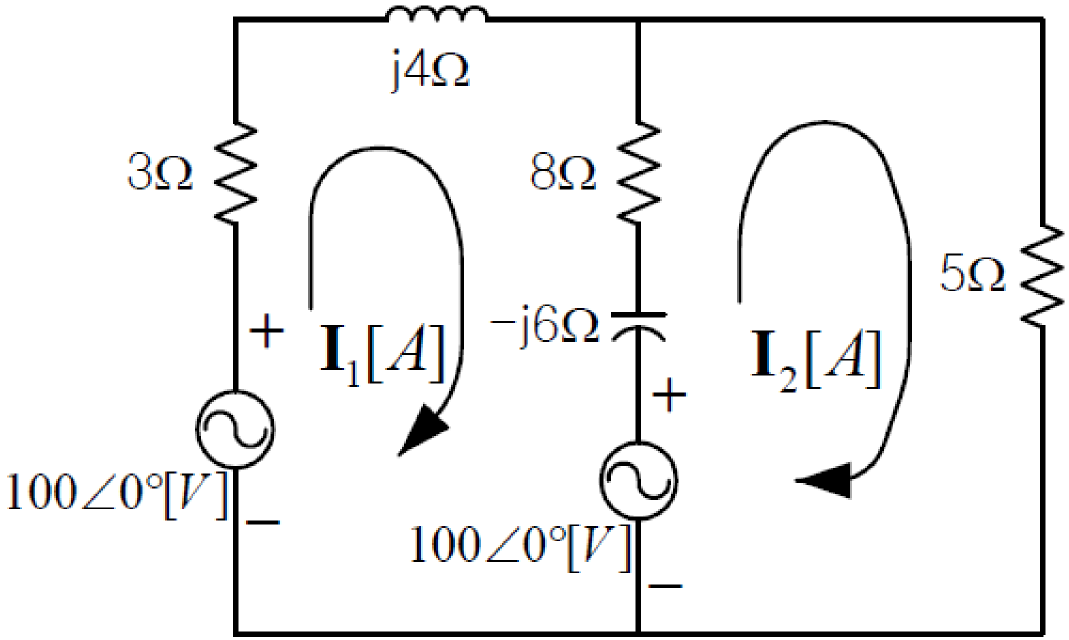
$Z_{ij}(i \neq j)$: i번째 메쉬와 j번째 메쉬가 겹치는 가지에 있는 임피던스의 합으로 그 결과에 항상 (−) 부호를 붙인다.

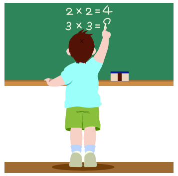
$\sum V_i$: i번째 메쉬를 시계 방향으로 일주하면서 전압 상승인 전원은 (+), 전압 강하인 전원은 (−)로 더한 값

E-mail: hogijung@hanyang.ac.kr
http://web.yonsei.ac.kr/hgjung

7.7. 각종 회로망 정리의 적용

[예제 7-11] 그림 7-30 회로에 메쉬법을 적용하여 5[Ω]의 저항에 흐르는 전류를 구하시오.





E-mail: hogijung@hanyang.ac.kr
http://web.yonsei.ac.kr/hgjung

7.7. 각종 회로망 정리의 적용

노드 해석법과 밀만의 정리

$$Y_{11}V_1 + Y_{12}V_2 + Y_{13}V_3 = \sum I_1 \qquad \cdots\cdots \ (7-28)$$

$$Y_{21}V_1 + Y_{22}V_2 + Y_{23}V_3 = \sum I_2$$

$$Y_{31}V_1 + Y_{32}V_2 + Y_{33}V_3 = \sum I_3$$

Y_i : i번째 노드에 연결된 가지의 어드미턴스의 합

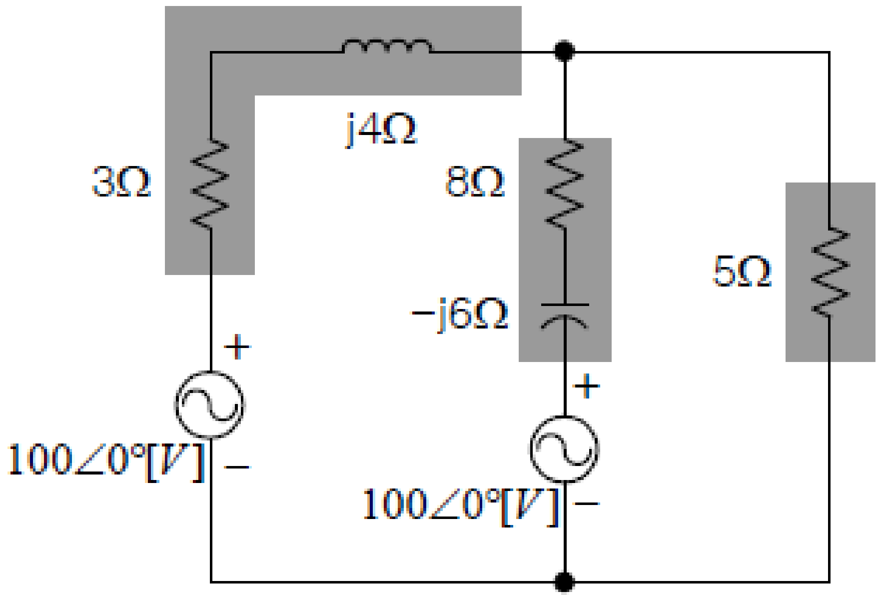
$Y_{ij}(i \neq j)$: i번째 노드와 j번째 노드를 다른 노드를 거치지 않고 직접 연결하는 가지에 있는 어드미턴스를 더한 값으로 그 결과에 항상 (–)부호를 붙인다.

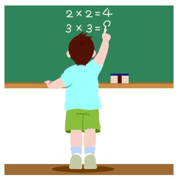
$\sum I_i$: i번째 노드에 연결된 전류 전원 중에서 들어오는 방향의 전원은 (+), 나가는 방향의 전원은 (–)로 더한 값

E-mail: hogijung@hanyang.ac.kr
http://web.yonsei.ac.kr/hgjung

7.7. 각종 회로망 정리의 적용

[예제 7-12] 그림 7-30 회로에 노드법을 적용하여 5[Ω]의 저항에 흐르는 전류 $I_2[A]$를 구하시오.

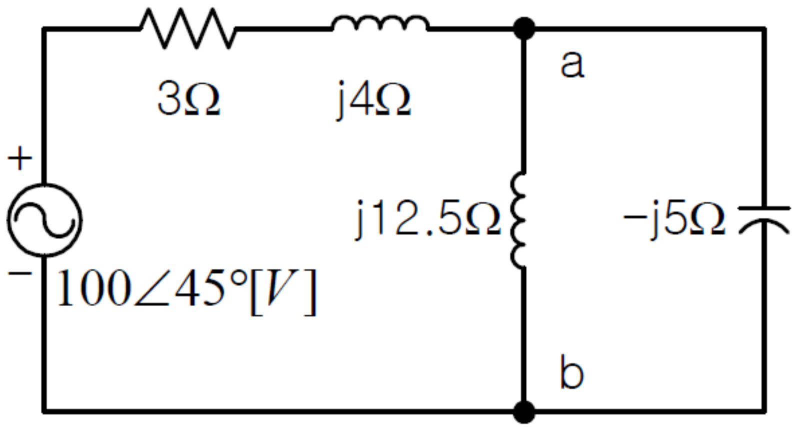


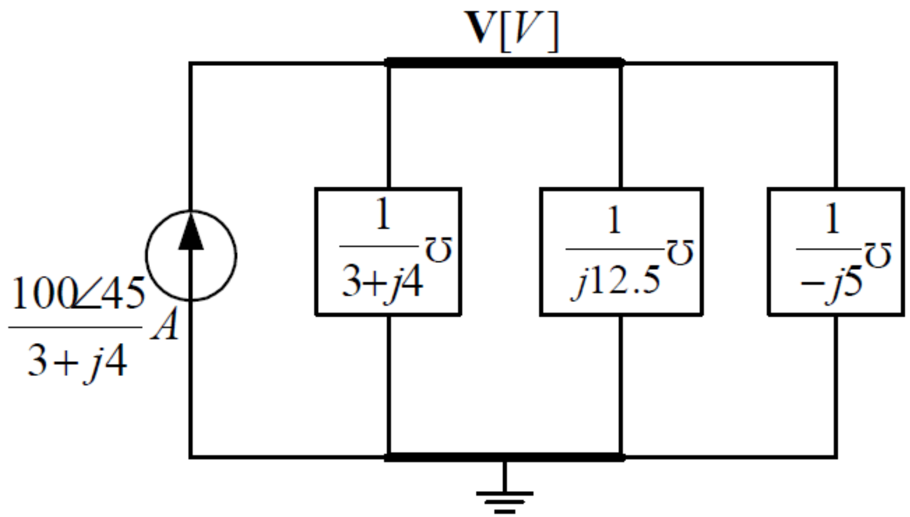


E-mail: hogijung@hanyang.ac.kr
http://web.yonsei.ac.kr/hgjung

7.7. 각종 회로망 정리의 적용

노드 해석법과 밀만의 정리





$$\left(\frac{1}{3+j4}+\frac{1}{j12.5}+\frac{1}{-j5}\right)V_{ab}=\frac{100\angle 45}{3+j4}$$

$$\therefore V=V_{ab}=50\sqrt{10}\angle 10.3^{\circ}\,[V]$$

한양대학교 HANYANG UNIVERSITY
E-mail: hogijung@hanyang.ac.kr
http://web.yonsei.ac.kr/hgjung

7.7. 각종 회로망 정리의 적용

중첩의 원리

[예제 7-13] 그림 7-30 회로에 중첩의 원리를 적용하여 $5[\Omega]$의 저항에 흐르는 전류 $I_2[A]$를 구하시오.

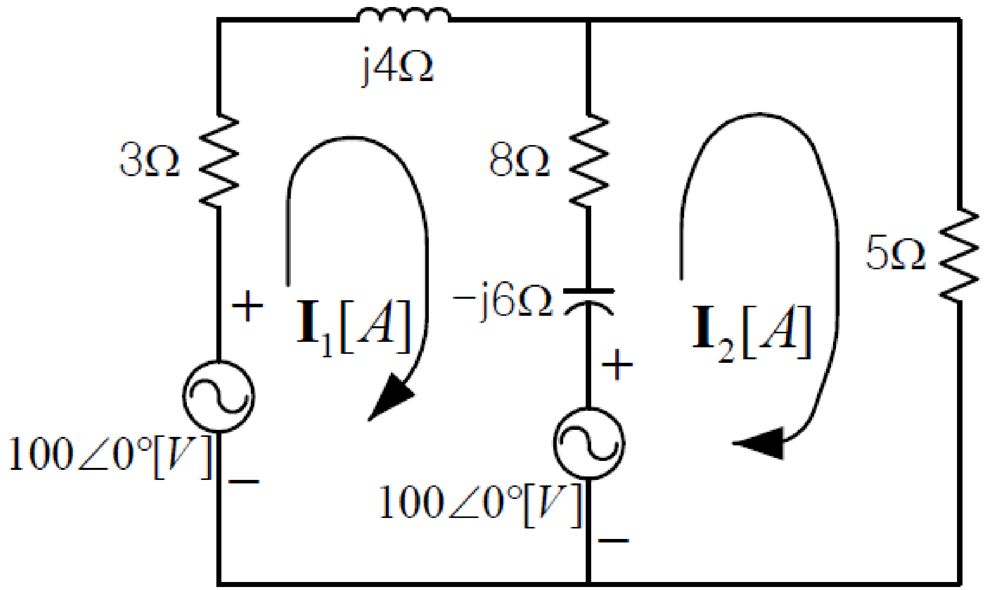
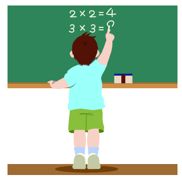


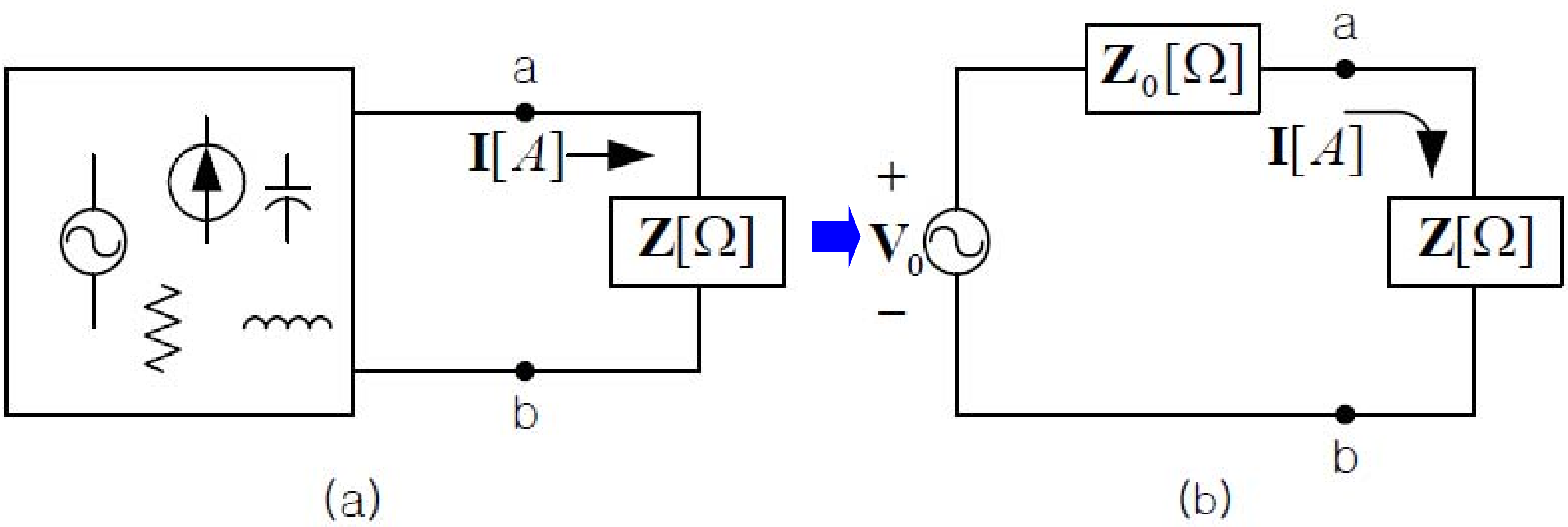
그림 7-30



E-mail: hogijung@hanyang.ac.kr
http://web.yonsei.ac.kr/hgjung

7.7. 각종 회로망 정리의 적용

테브난의 정리와 노턴의 정리



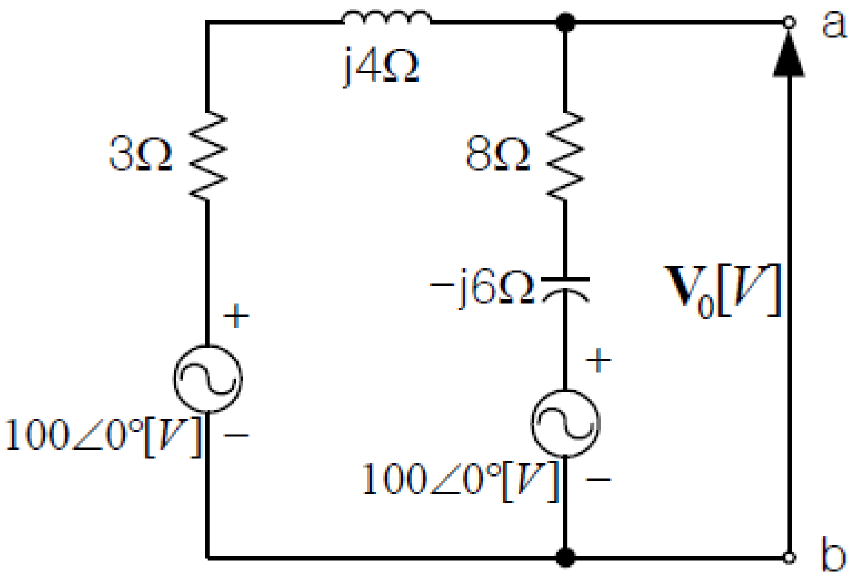
$\mathbf{V}_0$: 단자 ab 오른쪽의 소자를 없애고 측정한 전압

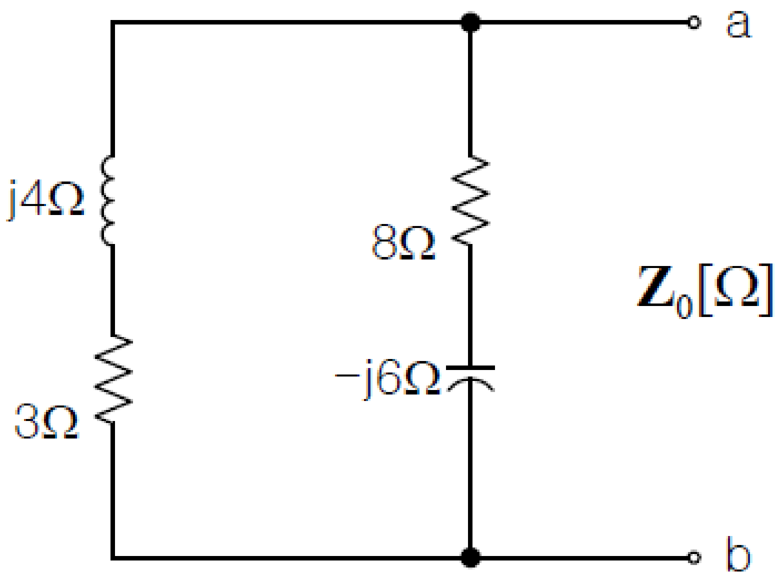
$\mathbf{Z}_0$: ab사이를 개방한 채로 왼쪽 회로망 내의 모든 전압원은 단락하고, 전류 전원은 개방한 상태에서 측정한 임피던스

E-mail: hogijung@hanyang.ac.kr
http://web.yonsei.ac.kr/hgjung

7.7. 각종 회로망 정리의 적용

[예제 7-14] 그림 7-30 회로를 5[Ω]의 저항에 대한 테브난의 등가회로로 변환하고 흐르는 전류 [A]를 구하시오





$$\left(\frac{1}{3+j4}+\frac{1}{8-j6}\right)V_{ab}=\frac{100\angle 0}{3+j4}+\frac{100\angle 0}{8-j6}$$

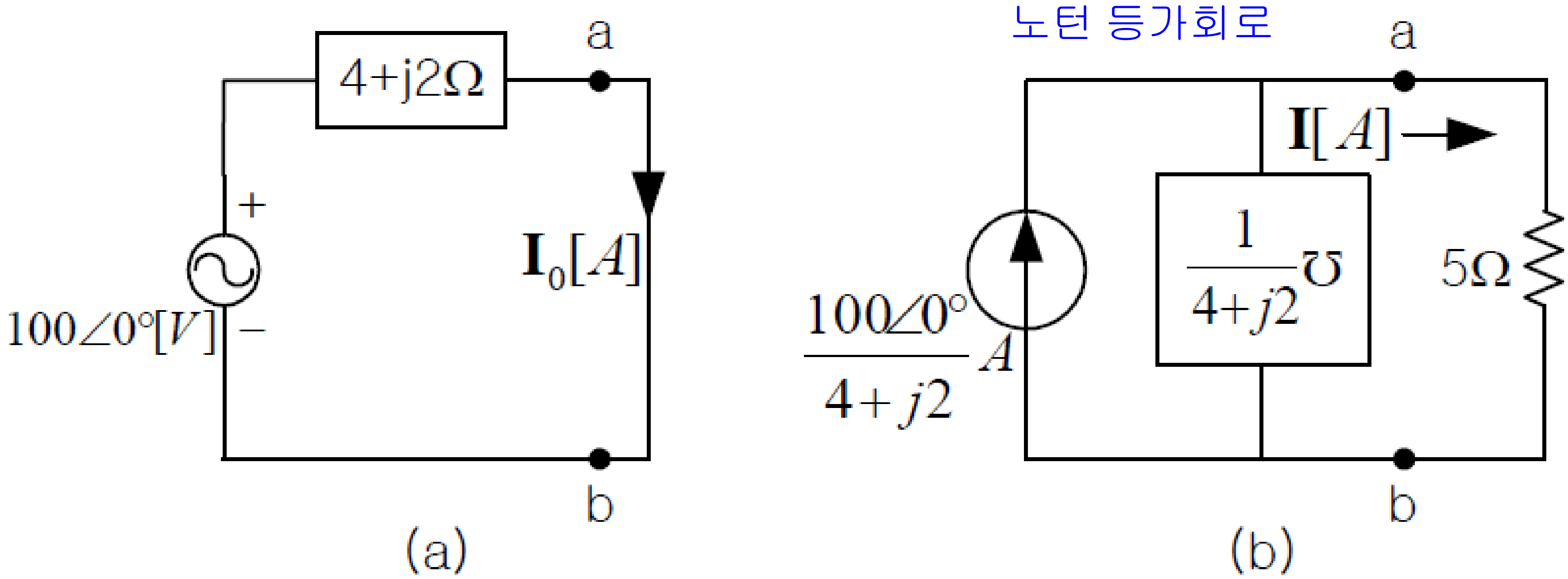
$$Z_0=\frac{(3+j4)(8-j6)}{3+j4+8-j6}=\frac{500+j250}{125}=4+j2\,[\Omega]$$

$$V_{ab}=V_0=100\angle 0^\circ\,[V]$$

$$\therefore I=\frac{100}{4+j2+5}=\frac{100}{\sqrt{85}\angle 12.53}=10.85\angle -12.53^\circ\,[A]$$

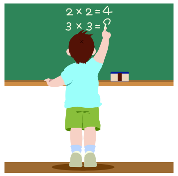
7.7. 각종 회로망 정리의 적용

[예제 7-14] 그림 7-30 회로를 5[Ω]의 저항에 대한 테브난의 등가회로로 변환하고 흐르는 전류 [A]를 구하시오



$$I_0 = \frac{100}{4+j2}[A]$$

$$I = \frac{4+j2}{4+j2+5} \times \frac{100}{4+j2} = 10.85\angle -12.53^\circ\ [A]$$



한양대학교 HANYANG UNIVERSITY

E-mail: hogijung@hanyang.ac.kr
http://web.yonsei.ac.kr/hgjung