



Masarykova univerzita  
Přírodovědecká fakulta  
BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

Marek Bryša

**Tvorba agentových a  
systémově-dynamických simulátorů  
pro podporu výuky**

Vedoucí práce: Ing. Michal Kvasnička, Ph.D.

Studijní program: Aplikovaná matematika

Studijní obor: Matematika-ekonomie

2011

pisemne zadani

Děkuji panu Ing. Michalu Kvasničkovi, Ph.D. za rady a připomínky cenné nejen při tvorbě této práce.

Děkuji paní Kateřině Kšicové za poskytnutí informací o fungování prodejní sítě Oriflame.

Prohlašuji, že jsem svou bakalářskou práci napsal samostatně a výhradně s použitím citovaných pramenů.

V Brně, dne 27. května 2011

Marek Bryša

## Abstrakt

**Název práce:** Tvorba agentových a systémově-dynamických simulátorů pro podporu výuky

**Autor:** Marek Bryša, Ústav matematiky a statistiky Přírodovědecké fakulty, MU

**Vedoucí bakalářské práce:** Ing. Michal Kvasnička, Ph.D., Katedra ekonomie Ekonomicko-správní fakulty, MU

**Abstrakt:** Cílem této práce je analýza síťového marketingu z ekonomického pohledu, zejména šíření prodejní sítě a vlastností prodejců, dále odvození příjmových a nákladových funkcí provozovatele sítě. Byl zvolen konkrétní systém používaný firmou Oriflame. Metodou je vytvoření agentového modelu, běh simulací na něm a interpretace získaných dat pomocí ekonometrických a statistických nástrojů. Ukázalo se, že výdělková očekávání prodejců jsou naplněna jen v přibližně čtvrtině případů. Byly identifikovány společné vlastnosti stabilních prodejců i tzv. slabých článků, které brání šíření prodejní sítě. Byly nalezeny zjednodušené příjmové a nákladové funkce firmy Oriflame a z nich dána doporučení k parametrickým úpravám vedoucím k maximalizaci jejího zisku.

**Klíčová slova:** síťový marketing, agentový model, ekonometrie

## Abstract

**Title:** Agent-based Computational and System Dynamics Simulators for E-learning of Microeconomics Principles

**Author:** Marek Bryša, Department of Mathematics and Statistics, Faculty of Science, MU

**Supervisor:** Ing. Michal Kvasnička, Ph.D., Department of Economics, Faculty of Economics and Administration, MU

**Abstract:** The objective of this thesis is the analysis of the economic aspects of multi-level marketing, namely of the spreading process of the sale network, properties of the sellers and the derivation of revenue and cost functions of the network's operator. A specific system used by Oriflame, Czech Republic has been chosen. The method used is creation of an agent-based model, running of simulations and interpretation of the resulting data using econometric and statistical tools. We have identified common properties of stable sellers as well as so-called bottlenecks which prevent the sale network from spreading. We have found simplified revenue and cost functions of the company Oriflame and given recommendations for parametric changes which could lead to the maximalization of its profit.

**Keywords:** multi-level marketing, agent-based model, econometrics

# Obsah

<b>Úvod</b>	<b>6</b>
<b>1 Prodejní síť Oriflame</b>	<b>7</b>
1.1 Historie firmy Oriflame . . . . .	7
1.2 Podmínky síťového prodeje . . . . .	7
<b>2 Popis modelu</b>	<b>11</b>
2.1 Základní prvky . . . . .	11
2.2 Generování sociálních vazeb . . . . .	12
2.3 Prostředí . . . . .	13
2.4 Vlastnosti agenta <b>person</b> . . . . .	13
2.5 Chování agenta <b>person</b> . . . . .	14
2.6 Šíření prodejní sítě . . . . .	15
2.7 Průběh kola a výpočty . . . . .	16
2.8 Rozdíly modelu a skutečnosti . . . . .	18
<b>3 Analýza výsledků simulací</b>	<b>19</b>
3.1 Šíření sítě . . . . .	19
3.2 Vliv náborových akcí . . . . .	21
3.3 Slabé články . . . . .	23
3.4 Optimální margin a monthly-fee . . . . .	24
<b>Závěr</b>	<b>28</b>

# Úvod

Tato bakalářská práce se zabývá studiem síťového marketingu z ekonomického pohledu. To je systém, kde se samotní spotřebitelé mohou stát za určitých podmínek prodejci a distribuovat výrobky. K tomu a zejména k přivedení dalších lidí se je provozovatel prodejní sítě snaží finančně motivovat. Ušetří naopak drtivou většinu nákladů na vybudování kamenných provozoven. Cílem práce je analýza vzniku takové sítě, průběhu jejího šíření a její výsledné struktury. Pokusíme se také nalézt příjmové a nákladové funkce provozovatele a z nich pro něj odvodit doporučení vedoucí k optimalizaci jeho chování a maximalizaci zisku.

Metodou zvolenou k dosažení těchto cílů je vytvoření počítačového multiagentového modelu se snahou o co nejvěrnější napodobení skutečnosti. Na něm pak budeme provádět simulace a experimenty, jejichž výsledky interpretujeme pomocí statistických a ekonometrických nástrojů. Z důvodu reálné využitelnosti získaných závěrů bude tato práce konkrétně modelovat systémem síťového marketingu, který používá firma Oriflame<sup>1</sup>. Ten byl zvolen pro svou relativní jednoduchost, úzké zaměření na kosmetické výrobky, což usnadní ekonomické úvahy, a autorovu blízkost k současným členům sítě. Informace o přesném fungování systému byly získány z interních materiálů firmy a osobních rozhovorů se zaměstnanci a členy prodejní sítě.

První kapitola poskytne úvod do fungování sítě firmy Oriflame. Seznámíme se s konkrétními parametry, na kterých je postavena, a s motivací, kterou firma svým prodejcům poskytuje. Ve druhé kapitole se budeme zabývat tvorbou sociálních vazeb, ekonomickými úvahami o prodejní síti a implementací obojího do počítačového modelu. Třetí kapitola bude věnována samotné analýze chování sítě a jejích členů, provádění multiagentových simulací a interpretaci získaných dat.

---

<sup>1</sup>Oriflame — Přírodní švédská kosmetika, <http://cz.oriflame.com/index.jhtml>

# Kapitola 1

## Prodejní síť Oriflame

Tato kapitola nabízí úvod do fungování prodejní sítě Oriflame a jejích parametrů. Poslouží jako základ k vybudování počítačového modelu v příští kapitole. Zde se ze začátku seznámíme s historií Oriflame a sortimentem produktů. Dále se budeme věnovat struktuře katalogu, tvorbě cen a podrobně podmínkám, na základě kterých mohou si lidé s Oriflame přivydělat. Závěrem je uveden obrázek s příkladem, jehož účelem je objasnění na první pohled komplikovaného systému.

### 1.1 Historie firmy Oriflame

Firma Oriflame byla založena v roce 1967 ve Švédsku bratry Jonasem a Robertem Jochnick. Cílem bylo nabídnout lidem přirozenou a přírodní péči o svou pleť. Místo aby nákladně budovali kamenné obchody, rozhodli se dostat prodej přímo do domovů a využít tak vrozenou podnikavost lidí. Tento základní koncept zůstává po více než čtyřicet let nezměněn. V roce 1990, po pádu železné opony, firma expandovala po střední a východní Evropě a založila pobočku i v České republice. V roce 2001 dosáhl počet prodejců zapojených v síti Oriflame na celém světě jednoho miliónu a obrát téměř 450 miliónů EUR.

Sortiment je opravdu široký, katalog obsahuje přes 1 500 výrobků v cenách přibližně od 50 do 1 000 Kč. Většina typů produktů obsahuje několik cenou a kvalitou odlišených řad. Celkově lze říci, že zákazník má možnost nákupu komplexní péče s téměř libovolným rozpočtovým omezením.

### 1.2 Podmínky síťového prodeje

V této části popíšeme fungování sítě Oriflame na českém trhu. V jiných zemích se mohou zejména parametry mírně lišit.

Každému výrobku jsou v ceníku přiděleny čtyři hodnoty:

**PC** Doporučená prodejní cena spotřebitelům, která je uvedena v katalogu.

**NC** Nákupní cena včetně DPH. Za tu prodejci mohou zboží zakoupit v centrech Oriflame a na internetu. V České republice se nyní nachází tři *hlavní centra* (Praha, Brno, Ostrava) a tři *centra* (České Budějovice, Olomouc, Plzeň).

**OO** Obchodní obrat. Typicky je roven nákupní ceně bez DPH. V případě produktů, které nemají daný objem (např. kartáč na vlasy, houba na mytí), je ještě přibližně poloviční.

**BO** Bodové ohodnocení. Na inflaci nezávislý počet bodů, které prodejce nákupem zboží získá. Jestliže cena výrobku důsledkem inflace stoupne, bodové ohodnocení zůstává, a tím se poměr mezi nimi v čase mění. V současnosti jeden bod obdrží za přibližně 13,80 Kč obchodního obratu.

Výjimku tvoří např. tiskoviny, vzorky a oblečení s logem Oriflame, které mají pouze nákupní cenu, nejsou určeny k dalšímu prodeji a slouží jen jako pomůcka pro prodejce.

Rok firma rovnoměrně rozdělila na 17 období, které odpovídají vydáním katalogů výrobků. Prodejce, který podal v předchozích třech obdobích alespoň jednu objednávku, obdrží sadu tiskovin zdarma, jinak je pro něj téměř nutnost si tištěný katalog zakoupit za 15 Kč.

Prodejce dále získá body všech lidí které přivedl, těch pod nimi atd. Na konci každého katalogového období dochází k vyhodnocení. Sečtou se všechny body a podle tabulky 1.1 se určí procentní úroveň. Toto se provede i pro všechny podskupiny. Prodejce

body	$\geq 200$	$\geq 600$	$\geq 1200$	$\geq 2400$	$\geq 4000$	$\geq 6600$	$\geq 10000$
úroveň	3%	6%	9%	12%	15%	18%	21%

Tabulka 1.1: Určení procentní úrovně

pak získá za každou podskupinu:

$$\text{obchodní obrat skupiny} \cdot (\text{procentní úroveň prodejce} - \text{procentní úroveň skupiny}). \quad (1.1)$$

Tím je zajištěno, že člověk, který se stal prodejcem Oriflame později, ale je schopnější, může dosáhnout vyššího výdělku než ten, kdo jej přivedl.

Prodejcem (v terminologii Oriflame *poradcem*) se zájemce stane vyplněním jednoduchého formuláře a zaplacením poplatku 99 Kč. Tím získá možnost výdělku následujícími způsoby:

1. Nákupem kosmetických výrobků v centrech Oriflame nebo na objednávkou přes internet za nákupní ceny, které jsou nižší než prodejní ceny, přičemž platí, že

$$PC = 1.3 \cdot NC \Leftrightarrow NC = 0.769 \cdot PC. \quad (1.2)$$

Prodejce tak realizuje 30% marži z nákupních cen při prodeji sobě a svým zákazníkům (typicky rodině a známým).



2. Ziskem plné hodnoty tzv. *slevy z obrátu* svého vlastního prodeje, tj.

$$\text{procentní úroveň prodejce} \cdot \text{obchodní obrát prodejce.} \quad (1.3)$$

3. Budováním skupiny prodejců, které k Oriflame přivedl, tzv. *sponzoroval*. Pak mu náleží obnos vypočtený podle rovnice 1.1.

Peníze z bodů 2. a 3. prodejce dostane bezhotovostně na začátku následujícího katalogového období. Podmínkou je, že jeho vlastní prodej musí dosáhnout 100 bodů. To firma zdůvodňuje tím, že prodejce musí být sám schopným prodejcem, aby mohl učit ostatní.

Na obrázku 1.1 je uveden příklad skupiny prodejců. Daným parametrem pro každého prodejce je osobní OO, zbytek je dopočítán. Postupujme zezdola. Eva nedosahuje hranice 100 BO, takže její výdělek tvoří pouze okamžitý zisk z prodeje. Daniela má vysoký osobní OO, čímž se sama dostává na 6% úroveň. Kromě okamžitého zisku tak dostane i 6% z osobního OO. Podobná situace je u Boba, který má ovšem nižší osobní OO a dosahuje jen 3% úrovně. Cyril přivedl k Oriflame Danielu a Evu. K jeho osobnímu OO a BO se tak přičtou OO a BO těchto dvou. Díky tomu Cyril povýšil na 6% úroveň a tím dostane 6% z osobního OO a 6% z Evina OO. Daniela má ale vyšší OO než Cyril a rozdíl procentních úrovní mezi nimi je 0. Z Danielina OO tedy Cyril neobdrží nic. Alice dosáhla 9% úrovně, získá 9% ze svého OO, 3% z Cyrilova skupinového OO a 6% z Bobova skupinového OO.

Při dosažení 12% úrovně se prodejce stává tzv. manažerem, při 21% direktorem. Za to má možnost získat věcné i finanční prémie, účast na školeních zdarma aj. V případě, že osoba na 21% úrovni sponzoruje někoho, kdo jí dosáhl také, stanovuje se procentní rozdíl úrovní na 3%.

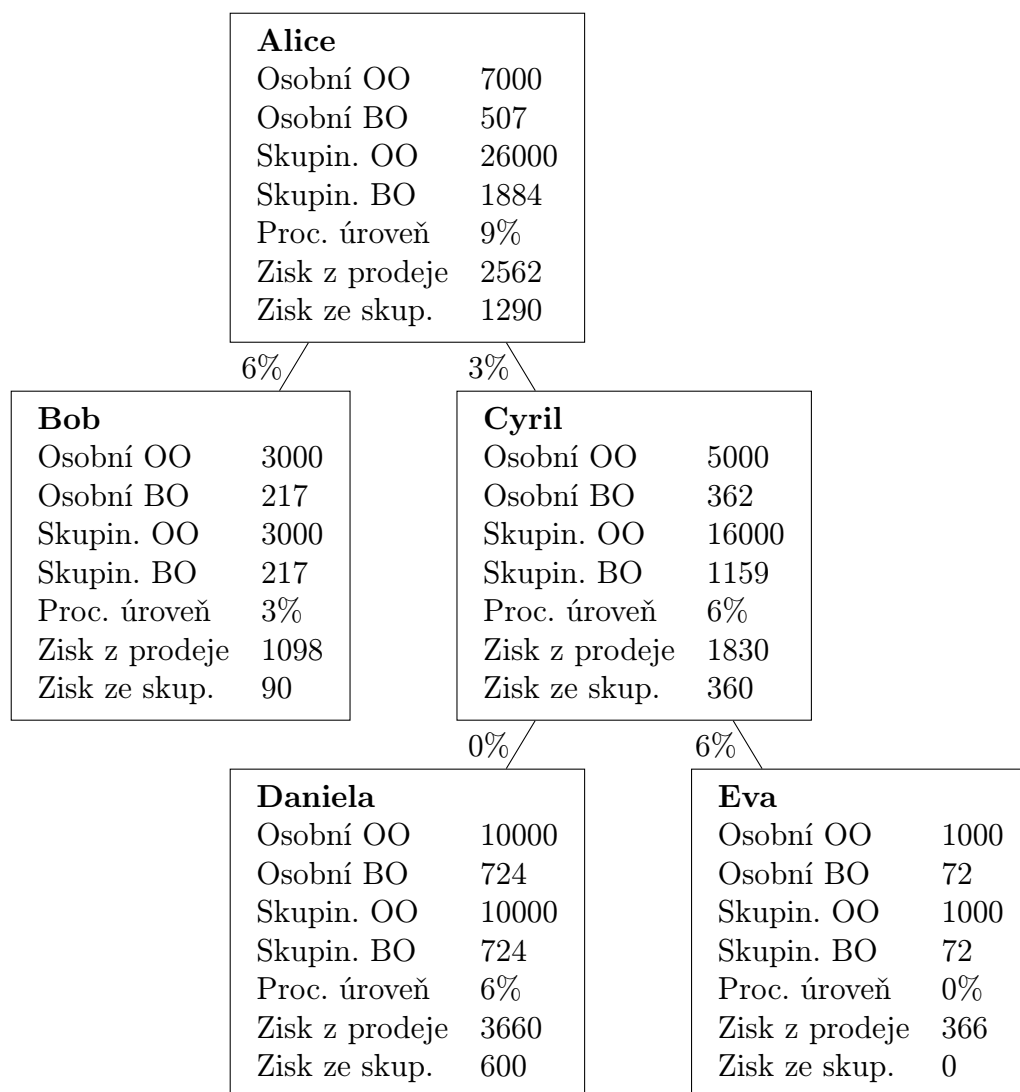
V případě, že je prodejce 12 měsíců neaktivní, tj. nepodal žádnou objednávku, je mu členství zrušeno a přichází o svou podskupinu. Ta je napojena na prodejce nad ním. Pokud se rozhodne opět k Oriflame přidat, začíná zcela od začátku.

Tento systém slouží jako motivace lidí pro rozšíření prodejní sítě. Je založen na očekávání vysokého výdělku v budoucnosti. Firma ve svých materiálech jako příklad uvádí lineární růst výdělku pro prodejce z přímého prodeje a exponenciální ze sponzorování – přivádění dalších lidí.

Firma dále nabízí pro začínající prodejce ve čtyřech krocích motivaci ve formě věcných darů za splnění určitých objemů obrátu, např. v prvním kroku za obrát 1 250 Kč tašku, průvodce péčí o pleť a krém v celkové hodnotě 510 Kč.

Také jsou k dispozici úvěry do výše 7 000 Kč na zaplacení za zboží, které hodlá prodejce dodat zákazníkům a nemusí tak od nich vybírat peníze předem.

Oriflame poskytuje garanci vrácení peněz do 30 dnů od nákupu výrobku bez udání důvodu a to i v případě, že výrobek obsahuje aspoň 80% původního objemu.



Obrázek 1.1: Příklad grafu skupiny. Na spojnicích jsou uvedeny rozdíly procentních úrovní.

# Kapitola 2

## Popis modelu

V této kapitole se budeme věnovat popisu modelu sítě Oriflame. Nejdříve se seznámíme jeho s technickým zázemím a základními prvky. Dále se budeme věnovat generování sociálních vztahů a vlastnostem zvoleného postupu. Pak podrobně rozebereme jednotlivé prvky a objasníme jejich chování. Závěrem se budeme zabývat výpočetními algoritmy a rozdíly mezi modelem a skutečností.

### 2.1 Základní prvky

Pro vytvoření modelu bylo zvoleno prostředí NetLogo[7] ve verzi 4.1.3. Je to otevřený a volně šiřitelný software umožňující snadnou tvorbu multiagentových a systémově-dynamických modelů. Pod pojmem agent si můžeme představit jednu osobu s naprogramovaným chováním. Na jeho základě mezi sebou agenti provádí interakce. Tím se jejich chování promítá do celého modelu, na němž pak můžeme měřit různé parametry. Tato měření budou předmětem příští kapitoly. Výsledný model je uložen v souboru `oriflame.nlogo` na přiloženém CD.

Tento model pracuje s jediným agentem – **person**. Mezi nimi mohou vznikat vztahy, v našem případě obousměrný **friend** značící přátelství mezi dvěma osobami a jednosměrný **sponsor** udávající kdo koho do sítě přivedl. Platí, že

$$A \text{ je přítel } B \iff A \xleftrightarrow{\text{friend}} B,$$

$$A \text{ přivedl } B \iff A \xleftrightarrow{\text{sponsor}} B,$$

přičemž vztahy **sponsor** tvoří hrany stromu, vztahy **friend** obecný graf.

Běh modelu zahrnuje dvě části:

1. Inicializace (setup). Zde se nastaví všechny proměnné na výchozí hodnoty, většinou také dojde k vygenerování náhodných parametrů a vztahů pro jednotlivé agenty.
2. Vlastní běh. Ten probíhá v opakovaných oddělených krocích. V každém z nich dojde k projevu chování agentů a tím změně proměnných, vztahů mezi agenty atd.

## 2.2 Generování sociálních vazeb

Je nutné, aby model zachytil sociální vztahy ve společnosti. Každý agent má jistý okruh přátel, kterým může prodávat kosmetické výrobky a nabídnout jim členství v prodejní síti. Dále je třeba, aby graf tvořil jednu komponentu, protože na světě prakticky neexistují uzavřené a s nikým nekomunikující skupiny lidí. Model obsahuje konstanty `number-of-persons` a `number-of-friendships`. První značí počet vygenerovaných osob, druhá počet přidanych náhodných přátelství mezi nimi. Lze jimi tedy určovat velikost sítě a hustotu přátelství. Po vygenerování všech lidí každý postupně vytvoří přátelství s někým, kdo už nějaké má, následně se vytvoří dodatečná přátelství. Tento postup je uveden v algoritmu 1. Tím vzniká mírné vychýlení oproti jinak normálnímu

---

**Algoritmus 1** Generování přátelství

---

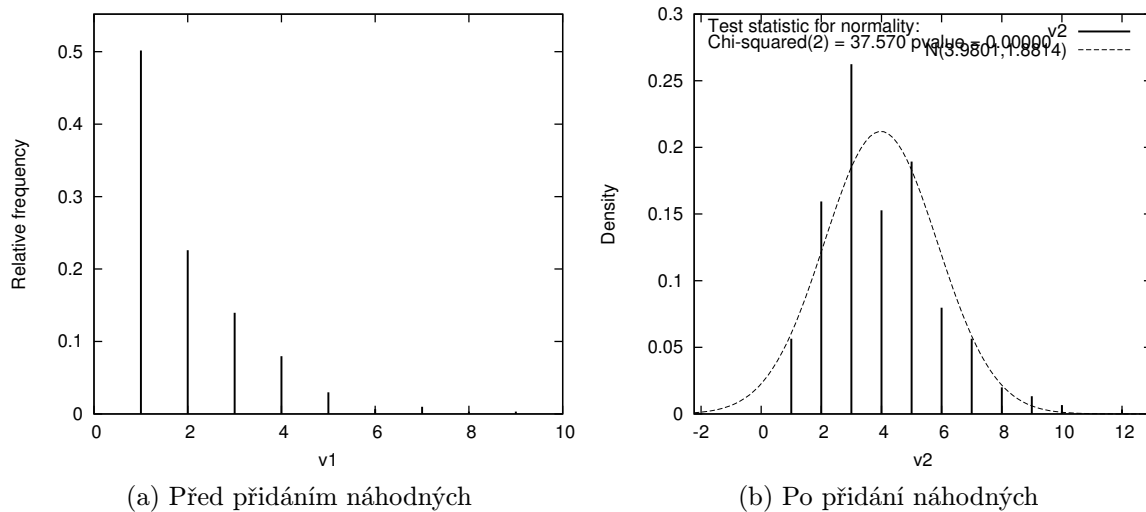
```
vygeneruj number-of-persons agentů person
vytvoř jedno přátelství mezi dvěma náhodnými osobami
for all  $p \in \text{persons}$  do
    vytvoř jedno přátelství mezi  $p$  a jinou osobou, která již nějaké přátelství má
end for
for  $i = 0$  to number-of-friendships do
    vytvoř jedno přátelství mezi dvěma náhodnými osobami
end for
```

---

rozdělení počtu přátelství na osobu, které je ale vzhledem k počtu dále přidanych přátelství zanedbatelné. Na obrázku 2.1 jsou histogramy jednoho běhu generování přátelství pro

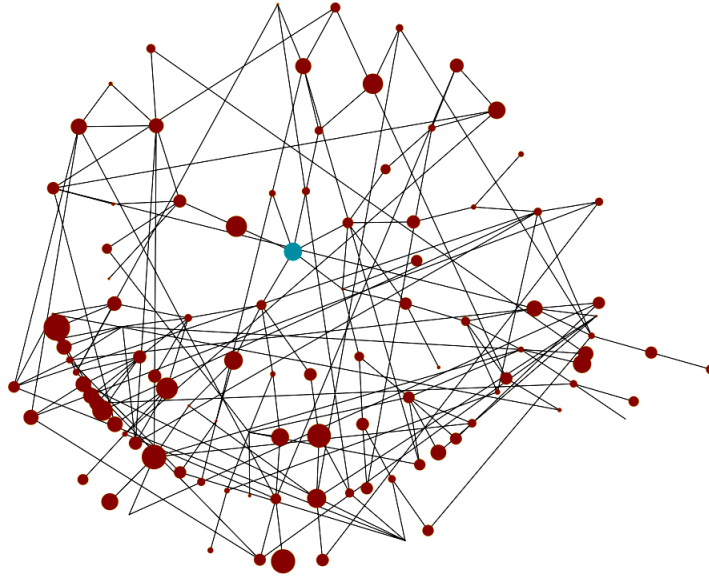
$$\text{number-of-persons} = \text{number-of-friendships} = 300$$

před a po přidání náhodných přátelství. Na obrázku 2.2 vidíme výslednou vygenerova-



Obrázek 2.1: Histogram počtu přátelství

nou sociální síť pro 100 osob a 60 přidaných přátelství – nižší hodnoty byly zvoleny z důvodu přehlednosti.



Obrázek 2.2: Příklad výsledné sociální sítě pro 100 osob a 60 přidaných přátelství. Velikost vrcholu odpovídá dále vysvětlenému parametru `consumption`.

## 2.3 Prostředí

Agenti jsou generováni v izolovaném prostředí. Jsou přítomny tyto za běhu měnitelné konstanty:

**margin** Marže pro prodejce z prodejní ceny. Nabývá reálných hodnot  $(0, 1)$ .

**monthly-fee** Poplatek za členství placený v každém kole. Firma Oriflame jej nevybírání, je tedy určen spíše pro účely simulací.

**manufacturing-cost** Podíl výrobních nákladů na prodejní ceně produktů. Nabývá reálných hodnot  $(0, 1)$ .

## 2.4 Vlastnosti agenta person

Agent **person** představuje v modelu jednoho člověka. Má tyto důležité vlastnosti:

**consumption** Celé číslo udávající množství peněz, které daná osoba během jednom období může utratit za kosmetické výrobky, které je možno koupit v síti Oriflame. Je to část osobního rozpočtového omezení a považuje se za konstantní. Ve výchozím nastavení je generováno jako

$$\max\{100, \text{random-normal}(1000, 500)\},$$

tj. náhodná hodnota z normálního rozdělení se střední hodnotou 1000, rozptylem 500, zdola omezená 100. Lidé s nižší spotřebou kosmetických výrobků ve skutečnosti samozřejmě existují, ale z pohledu této práce nejsou významní.

**be-point** Celé číslo znamenající bod ukončení činnosti. Za běhu se nemění. Členstvím v síti vznikají každému náklady. Tvoří je explicitní např. výdaje za cestu k zákazníkům a implicitní za čas obětovaný této práci. Obecně lze říci, že implicitní složka bude tím vyšší, čím lépe placené hlavní zaměstnání daný člověk má. A tím se také zvyšuje jeho rozpočtové omezení. Proto existuje závislost mezi **consumption** a **be-point** vyjádřená

$$\max\{0.5 \cdot \text{consumption}, \text{consumption} \cdot \text{random-normal}(1, 0.5)\},$$

což znamená minimálně polovina měsíční spotřeby, jinak násobek spotřeby se střední hodnotou 1 a rozptylem 0.5.

**netmember?** Příznak určující, zda je agent členem sítě – prodejcem. Při inicializaci je nastaven na nepravdu a za běhu dojde k jeho změně, pokud se agent rozhodne vstoupit do prodejní sítě nebo z ní naopak vystoupit.

Výše uvedené konstanty byly odhadnuty na základě zkušeností reálných prodejců firmy Oriflame.

## 2.5 Chování agenta person

Chování vychází z jednoduché úvahy – vyplatí se do sítě vstoupit a zůstat v ní? Lze jej tedy rozdělit na dvě části: podmínku vstupní a podmínku setrvání. Předpokládá se, že pokud se agent stane prodejcem, bude on a jeho přátelé svou potřebu kosmetických výrobků uspokojovat přednostně nákupem u něj. Ostatním agentům zboží neprodává.

### Vstupní podmínka

Pokud je agentovi nabídnuto členství, přijme ho jestliže jeho očekávaný příjem převyší celkové ekonomické náklady. První část příjmů tvoří očekávaný výdělek z přímého prodeje, který lze přesně vypočítat, neboť agent zná spotřebu svou a svého bezprostředního okolí a tuto sumu pak jen vynásobí prodejní marží. Druhou částí je očekávaný příjem z budování skupiny prodejců, tj. přivádění dalších lidí k Oriflame. Jeho velikost může agent zpočátku pouze odhadnout, protože nevidí hlouběji do struktury sítě přátelství. Zde je určen podle vzorce, který přibližně odpovídá výpočtu uváděnému skutečnými prodejci Oriflame. Příjmová strana je ještě vynásobena diferencí mezi současnou prodejní marží a tou, která byla platná při posledním odchodu agenta ze sítě. Pokud se v běhu simulace zvýší parametr **margin**, budou agenti reagovat zvýšením příjmových očekávání a naopak. Celkem je podmínka daná takto:

$$(\text{my-rev-exp} + \text{avg-srev-exp}) \cdot (1 + \text{d-margin}) \geq \text{be-point} + \text{monthly-fee}$$

**my-rev-exp** je očekávaný příjem z přímého prodeje přátelům agenta. Pokud některému z nich může zboží dodávat více prodejců, je spotřeba rozdělena rovnoměrně mezi ně. Přesný postup je uveden v algoritmu 2.

---

#### Algoritmus 2 Výpočet **my-rev-exp**

---

```

my-rev-exp  $\leftarrow$  moje spotřeba  $\cdot$  margin
for all  $f \in$  moji přátelé do
   $n \leftarrow 1 +$  počet přátel osoby  $f$ , kteří jsou prodejci
  my-rev-exp  $\leftarrow$  my-rev-exp  $+$  (spotřeba osoby  $f \cdot$  margin)/ $n$ 
end for

```

---

**avg-srev-exp** je očekávaný příjem ze sponzoringu a skupin. Protože v rozhodování člověka je jistá setrvačnost, je dán jako průměr posledních deseti skutečných příjmů z této činnosti. Agent **person** má tedy 10 prvkovou frontu **exp-srev-list**, na jejíž konec se v každém kole přidá skutečný příjem ze skupin a vypadne poslední prvek. **avg-srev-exp** je pak roven průměru hodnot v této frontě. Při inicializaci je fronta naplněna hodnotami

$$0.09 \cdot \text{suma spotřeby mých přátel} \cdot \text{počet mých přátel}^{1.3}.$$

To odpovídá odhadu uváděnému při nabídce členství v síti, tedy přítomnosti na 9% úrovni a mocnině počtu přátel z důvodu větvení stromu.

**d-margin** je rozdíl mezi současnou **margin** a tou při posledním odchodu agenta ze sítě.

### Podmínka setrvání

Vychází ze stejných úvah a je dána velmi podobně:

$$\text{my-rev} + \text{avg-srev-exp} \geq \text{be-point} + \text{monthly-fee}$$

**my-rev** v tomto případě již není odhad, ale skutečná hodnota příjmu z přímého prodeje. Tím jak se fronta **exp-srev-list** naplňuje skutečnými velikostmi výdělku ze skupin může dojít ke snížení jejího průměru a agentovi se pak vyplatí nebýt nadále prodejcem.

## 2.6 Šíření prodejní sítě

Na začátku je jeden agent **person** určen jako zakladatel, je mu nastaveno **netmember?** na pravdu a **be-point** na 0, čímž je zajištěno, že nikdy nepřestane být prodejcem a prodejní síť se bude mít vždy odkud šířit. V každém kole je všem přátelům prodejců nabídnuto členství a dojde k vyhodnocení vstupní podmínky. Toto se děje nikoliv paralelně, ale postupně v náhodném pořadí, tj. pokud některé osobě mohou členství nabídnout dva nebo více prodejců, je zvolen jeden náhodný a ten si jej v případě splnění vstupní podmínky zařadí do svého podstromu grafu vztahů **sponsor**.

Je možné také zapnout volbu `random-join?`, která znamená, že v každém kole jeden náhodný agent nabídne členství jednomu náhodnému nečlenovi i mimo okruh svých přátel. To modeluje případ, kdy se prodejci snaží o nábor lidí např. na náměstích a u stánků v nákupních centrech.

Pokud není splněna podmínka setrvání, přestane agent být prodejcem a všechny jeho vztahy `sponsor` jsou převedeny na agenta ve stromu nad ním.

## 2.7 Průběh kola a výpočty

Nejprve se seznámíme s nejdůležitějšími body, pak se jim budeme věnovat podrobně. V každém kole probíhají tyto kroky:

1. Výpočet skutečného `my-rev` pro každého prodejce – algoritmus 3.
2. Výpočet výdělků ze skupin – algoritmus 4 a funkce *SubnetRev*.
3. Vyhodnocení podmínky setrvání pro každého prodejce postupně v náhodném pořadí.
4. Vyhodnocení vstupní podmínky postupem popsaným v podkapitole 2.6.
5. V případě zapnuté volby `random-join?` vyhodnocení vstupní podmínky pro náhodnou osobu.

---

### Algoritmus 3 Výpočet skutečného `my-rev` pro každého prodejce

---

```

for all  $s \in$  prodejci do
  my-rev  $s \leftarrow$  spotřeba  $s \cdot$  margin
  {velmi podobně jako při výpočtu očekávání}
  for all  $f \in$  přátelé  $s$  do
     $n \leftarrow$  počet přátel osoby  $f$ , kteří jsou prodejci
    my-rev  $s \leftarrow$  my-rev  $s +$  (spotřeba osoby  $f \cdot$  margin)/ $n$ 
  end for
end for

```

---



---

**Algoritmus 4** Výpočet výdělků ze skupin

---

```
function SubnetRev(p)  
if p nikoho nepřivedl then  
    srev-level p  $\leftarrow$  podle my-rev p odečti z tabulky 1.1 procentní úroveň  
    {nikoho nepřivedl, základ pro výdělek ze skupin tvoří pouze vlastní prodej}  
    my-srev p  $\leftarrow$  srev-level  $\cdot$  my-rev  
    return my-rev  
else  
    {spočítáme sumu spotřeby osoby p a podstromu}  
    sum  $\leftarrow$  my-rev p  
    for all s  $\in$  osoby, které p přivedl do  
        sum  $\leftarrow$  sum + SubnetRev(s) {rekurzivní volání}  
    end for  
    srev-level p  $\leftarrow$  podle sum odečti z tabulky 1.1 procentní úroveň  
    for all s  $\in$  osoby, které p přivedl do  
        dperc  $\leftarrow$  srev-level p – srev-level s {rozdíl procentních úrovní}  
        my-srev p  $\leftarrow$  my-srev p + dperc  $\cdot$  (my-rev s / margin) {spotřeba podstromu  
        vynásobená rozdílem procentních úrovní}  
    end for  
    return sum  
end if  
end  
spuštění SubnetRev(zakladatel)
```

---

## 2.8 Rozdíly modelu a skutečnosti

Zde shrneme zjednodušení použita při vytváření modelu:

- Tvorba sítě sociálních vztahů je nepostihuje v celé rozmanitosti, která je v reálné společnosti přítomna. Tato problematika může být předmětem zvláštního zkoumání.
- Samotný rozsah sítě je z důvodu výpočetní kapacity omezen.
- Chování agenta **person** je založeno na jednoduché ekonomické úvaze. Skutečný člověk se rozhoduje mnohem komplexněji. Také rozhodování probíhá okamžitě, v realitě lze očekávat jistá zpoždění.
- Model neuvažuje limit 100 bodů pro zisk výdělků ze skupin. To je odůvodněno tím, že člověk, který má možnost vysokého výdělků se jím nenechá odradit a vždy tuto podmínku nějakým způsobem splní, např. zvýšením své vlastní spotřeby kosmetických výrobků – o tomto hovoří zkušenosti skutečných prodejců Oriflame. Zde však považujeme spotřebu za konstantní.
- Explicitně nepočítáme se vstupním poplatkem 99 Kč. Považuje se za zahrnutý do **be-point**.
- Neuvažujeme dárkové balíčky pro nové prodejce. Jejich vliv vzhledem k jiným očekáváním nominálně malý a pouze krátkodobý, přibližně 4 katalogová období.
- Neuvažujeme dary a finanční prémie, které prodejce dostává za postup nad 21% úrovní.
- Předpokládáme, že všichni agenti mají dostatek likvidity na nákup výrobků. Tím zde nemají krátkodobé půjčky pro tyto účely smysl.

# Kapitola 3

## Analýza výsledků simulací

V této kapitole budeme provádět multiagentové simulace na modelu prodejní sítě Oriflame a analyzovat jejich výsledky. Pokud nebude uvedeno jinak, pracujeme s výchozím modelem a základními parametry:

`number-of-persons` = `number-of-friendships` = 300 – omezení z důvodu výpočetní kapacity

`margin` = 0.23 – marže vycházející z rovnice 1.2

`monthly-fee` = 100 – arbitrárně stanoveno

vlastnosti agenta `person` uvedené v sekci 2.4

Data budou získána pomocí nástroje BehaviorSpace obsaženého v programu NetLogo. Ten umožňuje opakovaný běh modelu při různých parametrech, čímž lze získat rozsáhlé a statisticky významné datové soubory.

K měření budou sloužit mimo jiné tyto veličiny:

`network-fee-revenue` Příjem firmy z poplatků.

`network-sale-revenue` Příjem firmy z prodeje výrobků (za nákupní ceny).

`revenue` Součet předchozích dvou.

`scost` Náklady na výplatu sponzoringu a skupin.

`mcost` Výrobní náklady.

`network-profit` Celkový účetní zisk provozovatele sítě Oriflame bez fixních nákladů.

Ke statistické analýze bude využit ekonometrický software GRETL[1] verze 1.9.1 a tabulkový procesor Gnumeric<sup>1</sup> 1.10.14.

### 3.1 Šíření sítě

Zde se budeme zkoumat šíření sítě a její výsledné vlastnosti.

---

<sup>1</sup>Gnumeric — The Gnome Office Spreadsheet, <http://projects.gnome.org/gnumeric/>

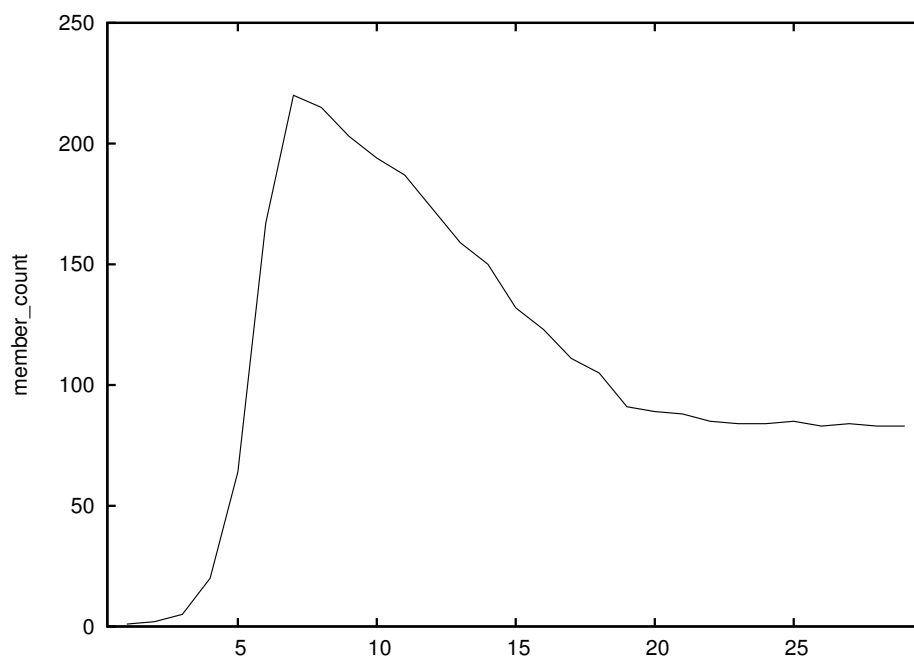
## Průběh šíření

Bylo provedeno 100 nezávislých náhodných běhů pro výchozí parametry z úvodu kapitoly. Podmínkou ukončení je stabilizace sítě, tj. rovnost dvou po sobě následujících `network-profit`. Získaná data jsou v příloženém souboru `spread1.csv`. Z nich odvozené popisné statistiky jsou v tabulce 3.1. Vidíme, že průměrný běh trval 24 kol.

Statistika	Počet členů na konci	Maximum členů	Počet kol do stabilizace
Průměr	81.47	217.2	24.17
Medián	82	218	24
Std. odchylka	3.83	6.67	2.09
Minimum	72	202	20
Maximum	92	234	29

Tabulka 3.1: Popisné statistiky pro `spread1`

Členy sítě se v průběhu stalo maximálně 217 osob z 300 a nakonec zůstalo 81, tedy přibližně čtvrtina. Časová řada počtu členů jednoho vybraného běhu je vidět na grafu 3.1. Je patrné, že síť se z počátku rychle rozrůstá díky vysokým očekáváním. Ta ale



Obrázek 3.1: Vybraný běh simulace `spread1`

nejsou většinou naplněna a dochází k postupnému úbytku. Z toho lze učinit závěr, že výdělková očekávání, která Oriflame poskytuje jsou příliš vysoká, resp. platí pouze pro menší část lidí.

## Vlastnosti agentů

Nabízí se otázka, jakou vlastnost mají agenti, kteří v síti zůstali. Jedním důvodem může být nadprůměrný počet přátel. Za stejných podmínek jako v předchozím případě sestavíme simulaci. Výsledkem běhu je průměrný počet přátel pro člena sítě a pro všechny osoby. Data jsou k dispozici v souboru `spread2.csv`. Popisné statistiky jsou v tabulce 3.2.

Statistika	Průměrný počet přátel pro člena	Průměrný počet přátel pro všechny
Průměr	5.44	3.98
Variance	0.03	0.00

Tabulka 3.2: Popisné statistiky `spread2`

Hypotéza:  $M_1 = M_2$  proti  $M_1 > M_2$

P-hodnota testové statistiky  $T = 9.51 \cdot 10^{-97}$

Jednoznačně tedy zamítáme nulovou hypotézu a je zřejmé, že stálí členové sítě mají nadprůměrný počet přátel.

Druhým důvodem může být malý **be-point**, což způsobí výhodnost členství. Simulaci provedeme stejným způsobem jako u počtu přátel. Statistiky vidíme v tabulce 3.3. Výsledky lze nalézt v souboru `spread3.csv`.

Statistika	Průměrný <b>be-point</b> pro člena	Průměrný <b>be-point</b> pro všechny
Průměr	533.45	1051.82
Variance	1279.18	1896.18

Tabulka 3.3: Popisné statistiky `spread3`

Hypotéza:  $M_1 = M_2$  proti  $M_1 > M_2$

P-hodnota testové statistiky  $T = 3.06 \cdot 10^{-109}$

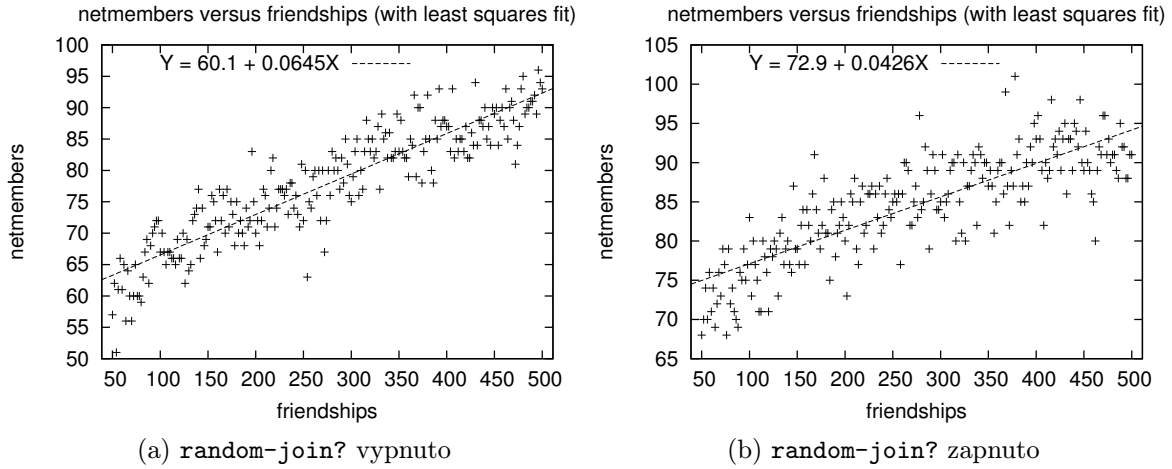
Nade vši pochybnost opět zamítáme možnost rovnosti průměrů. Členové tedy mají obecně podprůměrný **be-point**.

Z těchto dvou simulací je patrné, že prodejci se rekrutují z řad lidí s nižším příjmem a velkým počtem přátel. Model z tohoto pohledu vystihuje realitu, neboť ve společnosti tuto skupinu tvoří převážně studenti a např. rodiče na mateřské dovolené – největší část skutečných prodejců Oriflame.

## 3.2 Vliv náborových akcí

Jak již bylo uvedeno, někteří prodejci z vlastní iniciativy pořádají náborové akce, kde se snaží přivést k Oriflame i lidi mimo své přátele. Model to simuluje tak, že v každém kole náhodný prodejce nabídne členství jednomu náhodnému nečlenovi. Budeme zjišťovat,

zda-li to má význam pro počet členů po stabilizaci. Provedeme dvě simulace, první s `random-join?` vypnutým a druhý se zapnutým. V obou bude celkem 226 běhů modelu s `number-of-friendships` zvyšujícím se od 50 do 500 po krocích velikosti 2. Data jsou uložena v souborech `random-join1.csv` a `random-join2.csv`. Výsledné bodové grafy jsou na obrázku 3.2. Metodou nejmenších čtverců byly nalezeny tyto regresní přímky:



Obrázek 3.2: Bodový graf simulací `random-join` s OLS přímkou

- `random-join?` vypnuto

$$\widehat{\text{netmembers}} = 60.0865 + 0.0644801 \text{ friendships}$$

(0.61341)                      (0.0020152)

$$T = 226 \quad \bar{R}^2 = 0.8197 \quad F(1, 224) = 1023.8 \quad \hat{\sigma} = 3.9530$$

Test for normality of residual –

Null hypothesis: error is normally distributed

Test statistic:  $\chi^2(2) = 2.93214$

with p-value = 0.230831

Breusch-Pagan test for heteroskedasticity –

Null hypothesis: heteroskedasticity not present

Test statistic: LM = 1.77929

with p-value =  $P(\chi^2(1) > 1.77929) = 0.182237$

- `random-join?` zapnuto

$$\widehat{\text{netmembers}} = 72.8508 + 0.0426021 \text{ friendships}$$

(0.62107)                      (0.0020404)

$$T = 226 \quad \bar{R}^2 = 0.6591 \quad F(1, 224) = 435.94 \quad \hat{\sigma} = 4.0024$$

Test for normality of residual –

Null hypothesis: error is normally distributed

Test statistic:  $\chi^2(2) = 1.1743$

with p-value = 0.555909

Breusch-Pagan test for heteroskedasticity –

Null hypothesis: heteroskedasticity not present

Test statistic: LM = 0.0174692

with p-value =  $P(\chi^2(1) > 0.0174692) = 0.894849$

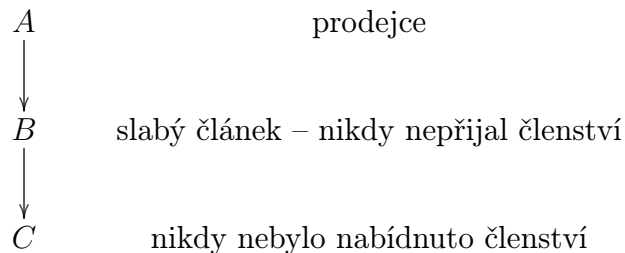
V závorkách jsou uvedeny standardní chyby. Testy o normalitě reziduí a nepřítomnosti heteroskedasticity ve všech případech na 5% hladině významnosti nulovou hypotézu nezamítají.

Z rovnic vidíme, že náborové akce jsou zvlášť výhodné pro skupiny lidí s nižšími počty přátel. Při `number-of-friendships` = 50 a využití náborových akcí je počet prodejců o téměř 13 osob (20%) vyšší než bez nich. Existuje tam možnost vzniku slabých článků, které zabrání dalšímu šíření sítě. Koeficient u `friendships` je naopak nižší. Tím dojde k průniku regresních přímek při `number-of-friendships` = 584, což přibližně odpovídá průměrnému počtu přátel na osobu 5,84. Pro prodejce z toho plyne doporučení, že pokud je počet přátelství v jejich okolí (za předpokladu jisté homogenity) vyšší než tato hodnota, není pro ně výhodné pořádat nábor, protože síť si ke všem najde cestu sama.

### 3.3 Slabé články

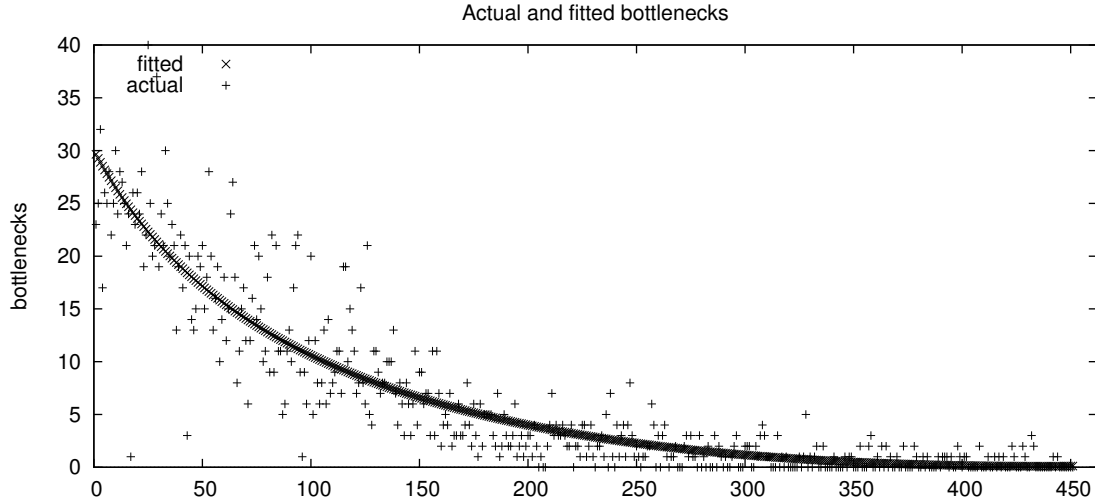
V předchozí části jsme zjistili existenci slabých článků, tj. agentů, přes které síť neprojde a její šíření se zastaví. Zde se je pokusíme identifikovat a objevit jejich společné vlastnosti. Slabý článek (bottleneck) bude určen tímto postupem:

1. Všem agentům se inicializujeme vlastnost `invited?` na nepravdu.
2. Necháme síť šířit standardním způsobem bez náhodných náborových akcí do stabilizace, přičemž všem agentům, kterým bylo nabídnuto členství nastavíme `invited?` na pravdu.
3. Projdeme všechny přátele všech agentů, kterým nebylo nabídnuto členství, a za slabý článek jsou označeni ti, kterým bylo nabídnuto členství.



Šipka značí směr šíření prodejní sítě.

Zkoumejme nejprve, zda-li existuje závislost mezi `number-of-friendships` a počtem slabých článků. Sestavíme simulaci, který bude `number-of-friendships` v každém běhu v rozmezí 50 až 500 zvyšovat o 1. Data jsou uložena v souboru `bottleneck-count.csv`.



Obrázek 3.3: Běh simulace `bottleneck-count` s regresní křivkou

$$\widehat{\text{bottlenecks}} = \underset{(6.2059)}{111.272} - \underset{(1.3764)}{21.43071} \cdot \text{friendships} + \underset{(0.0052075)}{0.0440456} \cdot \text{friendships}$$

$$T = 451 \quad \bar{R}^2 = 0.8278 \quad F(2, 448) = 591.45 \quad \hat{\sigma} = 3.3252$$

Vzhledem k přítomnosti heteroskedasticity byl použit estimátor HC1.

`l.friendships` značí přirozený logaritmus hodnot `friendships`.

Vidíme, že s houstnoucí sítí vcelku logicky dochází k rychlému poklesu počtu slabých článků. Ideální hodnotou `number-of-friendships` pro další zkoumání se jeví 150, kdy již není počet slabých článků tak rozptýlen, ale stále je dost vysoký.

Provedeme simulaci se 100 běhy při `number-of-friendships` = 150. Zkoumáme průměrný počet přátel a `be-point` pro všechny a pro slabé články. Výsledné hodnoty jsou v souboru `bottleneck1.csv`. Popisné statistiky obsahuje tabulka 3.4. Z ní je patrné, že slabé články mají podprůměrný počet přátel a velmi nadprůměrný `be-point`. Doporučením pro prodejce v případě, že se s někým takovým setkají, je pokusit se od něj získat alespoň kontakt na jeho známé a tím jej v síti přeskočit.

### 3.4 Optimální margin a monthly-fee

Zde se budeme věnovat optimálnímu chování provozovatele prodejní sítě vzhledem k maximalizaci jeho zisku. Budeme předpokládat, že může stanovovat `margin` a `monthly-fee`, naopak podíl výrobních nákladů na prodejní ceně je v krátkém období daný. Cílem bude nalézt funkci, která firmě v závislosti na jejích výrobních nákladech `manufacturing-cost`



	Prům. počet přátel		Prům. be-point	
	všichni	slabé články	všichni	slabé články
Průměr	3.00	2.50	1051.30	1778.86
Std. odchylka	0.01	0.23	35.17	260.47
Minimum	2.98	2.00	979.53	867.00
Maximum	3.00	4.00	1142.78	2440.33

Tabulka 3.4: Popisné statistiky `bottleneck1`

pomůže stanovit `margin` a `monthly-fee`. Zisk je stanoven jako rozdíl příjmových na nákladových veličin takto:

$$\text{zisk} = \text{network-fee-revenue} + \text{network-sale-revenue} - \text{scost} - \text{mcost}$$

Přičemž platí funkční závislosti:

$$\text{network-fee-revenue} = f_1(\text{fee}, \text{margin})$$

$$\text{network-sale-revenue} = f_2(\text{fee}, \text{margin})$$

$$\text{scost} = f_3(\text{fee}, \text{margin})$$

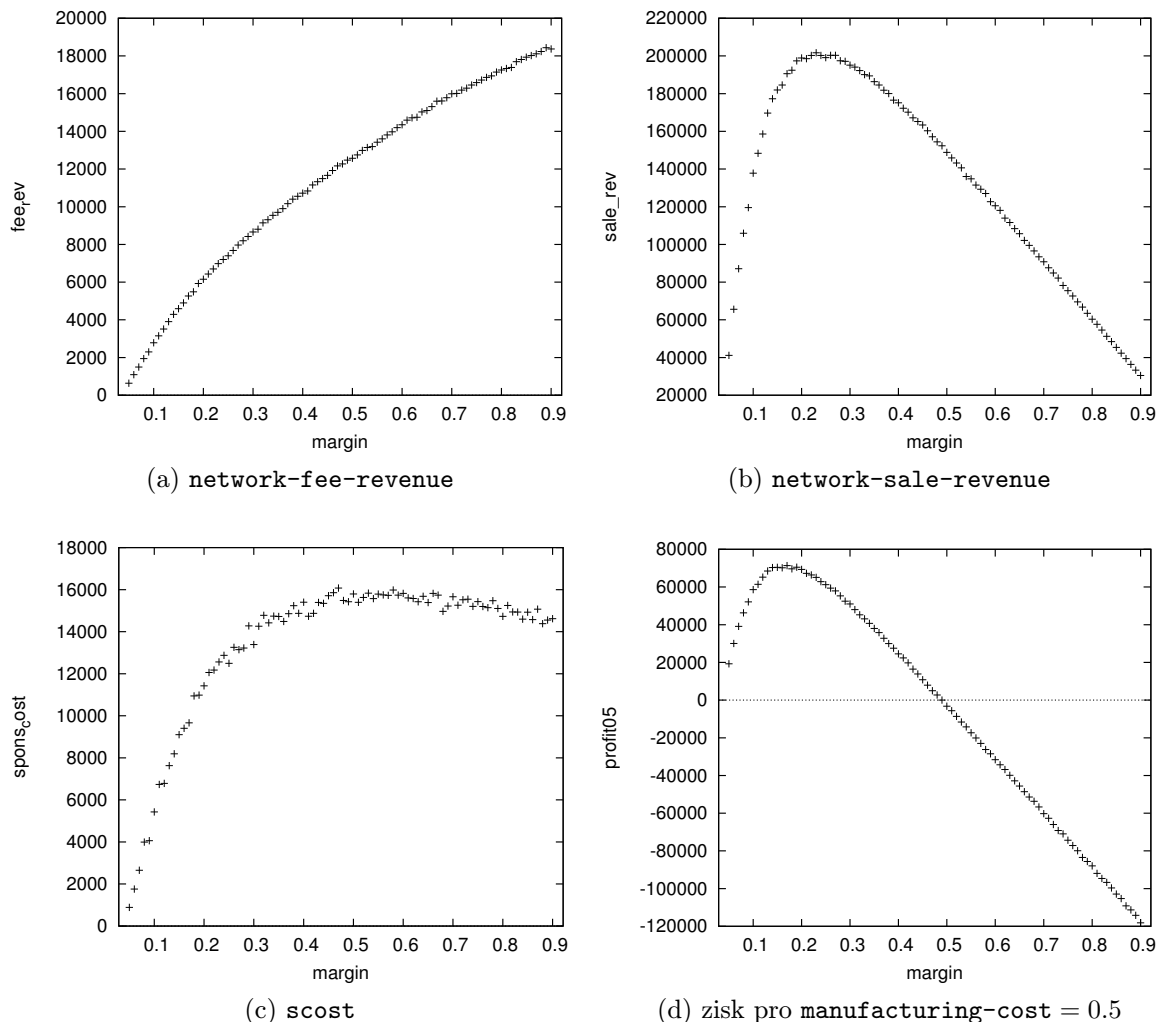
$$\text{mcost} = \frac{\text{network-sale-revenue}}{1 - \text{margin}} \cdot \text{manufacturing-cost}$$

Funkce  $f_i$  zjistíme experimentálně. Budeme měnit `margin` v rozsahu 0.05 až 0.9 po kroku velikosti 0.01 a `monthly-fee` na množině  $\{0, 50, 100, 150, 200, 250, 300, 350, 400\}$ . Pro každou iteraci provedeme 100 běhů modelu, celkem 77100 běhů. Pak z nich vypočítáme průměry jednotlivých veličin. Získaná data jsou přiloženém souboru `max-profit.csv`<sup>2</sup>. Ke zpracování průměrů byl vytvořen skript `max-profit.py` v jazyce Python<sup>3</sup> a výsledek je uložen v souboru `max-profit-avg.tsv`. Na obrázku 3.4 vidíme bodové grafy funkcí  $f$  pro `monthly-fee` = 100 a zisku pro `manufacturing-cost` = 0.5. Tabulka 3.5 je hledanou pomůckou pro stanovení optimálních `margin` a `monthly-fee` podle `manufacturing-cost`. Např. pro `manufacturing-cost` = 0.4 je predikován maximální zisk při `margin` = 0.18 a `monthly-fee` = 50. Nicméně zisk pro `monthly-fee` = 0 je pouze o 92 jednotek nižší, což by firmě jistě nepokrylo administrativní náklady spojené s jeho výběrem, a je tak lepší jej zrušit a stanovit `margin` = 0.16. Na obrázku 3.5 vidíme bodový graf zisku v závislosti na `margin` pro `monthly-fee` = 0 a `manufacturing-cost`=0.4. Firmou Oriflame stanovený `margin` = 0.23 je těsně na hranici, kde už začíná zisk rychle klesat. Predikovaný zisk je přibližně o 10% nižší než maximum. Firma však takto může tvrdit, že prodejce bude mít výdělek 30% (byť z nákupních cen). To je zřejmě pro mnohé psychologická hranice, což tento model do vstupní podmínky nezahrnuje.

Nyní se na tabulku 3.5 podívejme z toho pohledu, že firma z psychologických a marketingových důvodů chce stanovit `margin` = 0.23. Pak z ní odečteme, že pro

<sup>2</sup>Pozor, soubor má velikost 5.5MB, jeho otevření v tabulkovém procesoru je poměrně náročná operace.

<sup>3</sup>Python, <http://www.python.org/download/releases/3.2/>

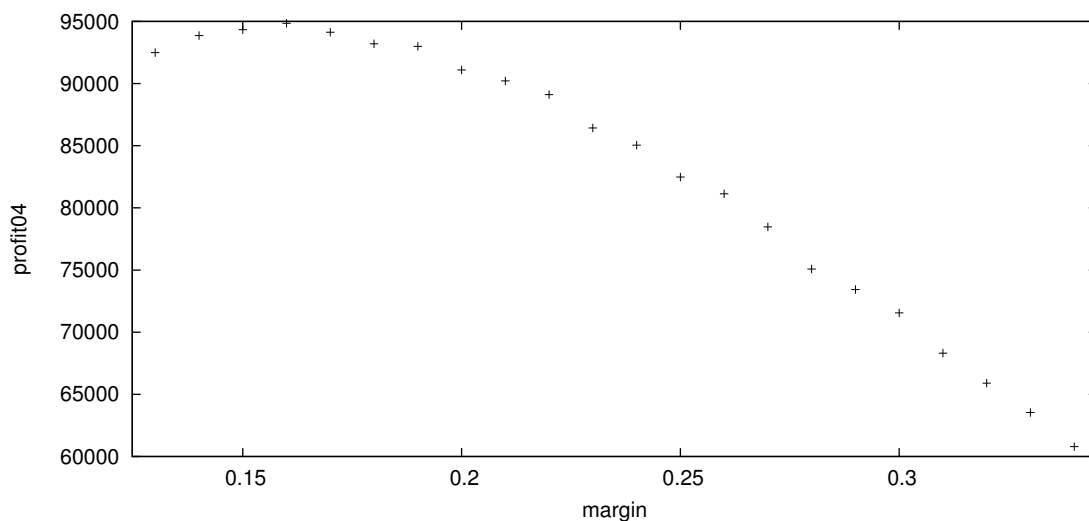


Obrázek 3.4: Bodové grafy max-profit-avg pro monthly-fee = 100

manufacturing-cost = 0.4 je nejziskovější vybírat monthly-fee = 350. Jak bylo uvedeno v kapitole 1, existuje hranice 100 BO (což odpovídá přibližně 1380 Kč obchodního obratu) pro výplatu výtěžku ze sponzorování. Toto a další faktory jako rozsáhlost katalogu, snadnost nákupu atd. vedou prodejce ke zvýšení spotřeby kosmetických výrobků prokázanému zkušeností, což model nezahrnuje z důvodu složitě kvantifikovatelnosti. Tento jev lze však vnímat jako jistý skrytý poplatek. Zda dodatečný zisk ze zvýšené spotřeby dosahuje měsíční výše 350 zde není možné určit. Tato otázka může být předmětem dalšího zkoumání.

fee	mc 0.1	mc 0.2	mc 0.3	mc 0.4	mc 0.5	mc 0.6	mc 0.7
0	0.19 169666	0.19 144109	0.16 118721	0.16 94848	0.14 71341	0.12 49294	0.11 29318
50	0.22 170435	0.19 144191	0.18 119404	0.18 94950	0.15 71435	0.14 49328	0.11 29609
100	0.23 169886	0.2 143896	0.19 119212	0.19 94845	0.17 71374	0.14 49700	0.13 29440
150	0.22 168971	0.22 143790	0.22 118608	0.2 94225	0.17 71077	0.17 48896	0.13 29131
200	0.26 168857	0.23 142715	0.23 117718	0.19 93675	0.19 70882	0.17 48485	0.14 28298
250	0.25 167459	0.25 142190	0.22 117126	0.22 93269	0.19 69527	0.18 48065	0.14 27933
300	0.29 166961	0.27 141178	0.24 115795	0.22 91791	0.22 68810	0.19 47289	0.16 27183
350	0.29 166893	0.29 140992	0.29 115092	0.23 91208	0.23 68273	0.19 46403	0.18 27071
400	0.3 165112	0.28 139664	0.28 114750	0.24 90501	0.24 67643	0.21 46177	0.18 27058

Tabulka 3.5: Optimální margin a z nich vypočítaný zisk pro dané manufacturing-cost a různé monthly-fee



Obrázek 3.5: Zisk pro monthly-fee = 0 a manufacturing-cost = 0.4

# Závěr

Primárním cílem práce byla analýza vzniku prodejní sítě, průběhu jejího šíření a její výsledné struktury. Ukázali jsme, že zpočátku dochází k bouřlivému nárůstu počtu prodejců. Ten se ale postupně snižuje až dojde k jeho stabilizaci. Důvodem je vysoké očekávání výdělku, které se ovšem naplní jen pro přibližně čtvrtinu lidí. Stabílními prodejci zůstávají zejména osoby s relativně nízkými celkovými ekonomickými náklady plynoucími z členství v prodejní síti a vysokým počtem sociálních kontaktů, kterým mohou výrobky distribuovat. Identifikovali jsme tzv. slabé články – osoby, které zabrání šíření prodejní sítě. Těmi jsou naopak lidé s nízkým počtem přátel a vysokými ekonomickými náklady na členství. Analyzovali jsme účinnost náborových akcí, kdy se někteří prodejci snaží rozšířit prodejní síť mimo okruh svých přátel. Mají smysl zejména pro řídké sociální sítě s průměrným počtem přátelství na osobu méně než 5,84.

Dalším cílem bylo nalezení příjmových a nákladových funkcí provozovatele sítě Oriflame a odvození doporučení vedoucích k optimalizaci jeho chování a maximalizaci zisku. Pro danou sociální síť jsou příjmy funkcí prodejní marže prodejců a pravidelně vybíraného poplatku. Tyto parametry totiž mají významný vliv na počet osob, kterým se vyplatí být prodejci. Variabilní náklady jsou funkcí stejných parametrů a navíc výrobních nákladů, které ovšem nejsou pro Oriflame známy a je tak možno je v modelu měnit. Fixní náklady nejsou uvažovány, neboť nemají vliv na polohu maxima zisku. Výsledkem je, že maximálního zisku by bylo za daného 40% podílu výrobních nákladů na prodejní ceně výrobků dosaženo při prodejní marži 16% a nevybírání pravidelných poplatků. Firma Oriflame v současnosti pracuje s marží 23%, což je při pohledu na graf funkce zisku na hranici, po které již začíná rychle klesat.

Další výzkum se může zaměřit zejména na dvě oblasti. První je tvorba rozmanitější sítě sociálních vztahů, což umožní přesnější analýzu šíření prodejní sítě. Druhou je zahrnutí více faktorů do rozhodovacího procesu agentů. Jde např. o variabilitu spotřeby kosmetických výrobků a možnost, že se prodej stane hlavním zaměstnáním, což změní jeho pohled na implicitní náklady.

# Literatura

- [1] COTTRELL, Allin; LUCCHETTI, Riccardo. Gnu Regression, Econometrics and Time-series Library [online]. Květen 2011 [cit. 2011-05-20]. Gretl User's Guide. Dostupné z WWW: <http://sourceforge.net/projects/gretl/files/manual/>
- [2] EPSTEIN, Joshua M.; AXTELL, Robert. Growing artificial societies : social science from the bottom up. Cambridge, Mass. : MIT Press, 1996. 208 s. ISBN 0262550253.
- [3] GILBERT, G. Nigel. Agent-based models. Los Angeles : Sage Publications, c2008. xiii, 98 s. ISBN 9781412949644.
- [4] KOOP, Gary. Introduction to econometrics. Chichester : John Wiley & Sons, 2008. 371 s. ISBN 9780470032701.
- [5] MANKIW, N. Gregory; SOJKA, Milan. Zásady ekonomie. 1. vyd. Praha : Grada, 1999. 763 s. ISBN 8071698911.
- [6] Manuál kosmetického poradce Oriflame. Interní dokument. Aktualizace prosinec 2009. [s.l.] : [s.n.], [2009]. 31 s. Katalogové číslo Oriflame 91571.
- [7] NetLogo Home Page [online]. 2011-04-03 [cit. 2011-05-20]. NetLogo User Manual. Dostupné z WWW: <http://ccl.northwestern.edu/netlogo/docs/>