Teorie portfolia

- Teorie portfolia je mikroekonomickou disciplínou, která zkoumá, jaké kombinace aktiv je vhodné držet, aby takto vytvořené portfolio mělo předem určené vlastnosti. [1, str. 1]
    - očekávaný výnos
    - riziko, že se skutečný výnos od očekávaného odchýlí

Výnosnost jako náhodná veličina

- konečná množina aktiv $\{A_1, A_2, \ldots, A_n\}$
- známe minulý vývoj
- ceny a výnosy v budoucnosti neznáme
- na budoucí výnosnosti aktiv nahlížíme jako na náhodné veličiny
- stejně tak je náhodnou veličinou budoucí výnosnost celého portfolia
- neznáme pravděpodobnostní rozdělení těchto náhodných veličin
- riziko měříme pomocí směrodatné odchylky náhodné veličiny představující budoucí výnosnost aktiva

Výnosnost portfolia

- portfolio tvořené aktivy $A_1, A_2, \dots, A_n$
- váha aktiva A_i v portfoliu je w_i
- váhy musí splňovat následující omezení:

$$\sum_{i=1}^{n} w_i = 1, \tag{1}$$

$$0 \leq w_i \leq 1, \quad i \in \{1, \dots, n\}. \tag{2}$$

- R_i ... výnosnost aktiva A_i, $i \in \{1, \dots, n\}$
- R výnosnost celého portfolia
- pak

$$R = w_1 R_1 + w_2 R_2 + \dots + w_n R_n = \sum_{i=1}^{n} w_i R_i.$$

Výnosnost portfolia a riziko

- hodnoty výnosností aktiv neznáme $\Rightarrow$ budou nás zajímat jejich očekávané hodnoty
- z linearity střední hodnoty:

$$E\left(\sum_{i=1}^{n} w_i R_i\right) = \sum_{i=1}^{n} w_i E(R_i). \qquad (3)$$

- riziko měříme pomocí rozptylu, či směrodatné odchylky
- k výpočtu rozptylu náhodné veličiny R potřebujeme kovariance náhodných veličin

$$cov(R_i, R_j) = E\left((R_i - E(R_i))(R_j - E(R_j))\right), \quad i, j \in \{1, \dots, n\}.$$

- Pro rozptyl náhodné veličiny R platí

$$D(R) = D\left(\sum_{i=1}^{n} w_i R_i\right) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} w_i w_j cov(R_i, R_j).$$

Maximalizace očekávaného výnosu

- uvažme investora, který chce najít portfolio přinášející maximální očekávaný výnos
- hledá konstanty $w_1, w_2, \ldots, w_n$ splňující podmínky (1) a (2), pro něž nabývá střední hodnota $E(R)$ maxima, tj. řeší úlohu

$$\max \left\{ E\left(\sum_{i=1}^{n} w_i R_i \right) \middle| \sum_{i=1}^{n} w_i = 1 \wedge w_i \in \mathbb{R}, 0 \leq w_i \leq 1, i \in \{1, \ldots, n\} \right\}. \tag{4}$$

- řešením úlohy (4) je

$$w_j = 1, \quad j = \arg \max_{1 \leq i \leq n} E(R_i),$$
$$w_i = 0, \quad i \in \{1, \ldots, n\}, i \neq j,$$

  - za předp., že mezi $E(R_1), E(R_2), \ldots, E(R_n)$ existuje jediné maximum
  - portfolio z jediného aktiva - bez diverzifikace

Metody kvantifikace očekávaného výnosu a rizika

- budoucí výnosnosti aktiv neznáme
- neznáme ani pravděpodobnostní rozdělení těchto náhodných veličin
- odhady charakteristik těchto náhodných veličin
  - historická metoda

$$\overline{r_i} = \frac{1}{T}\sum_{j=1}^{T} r_{ij}, \quad s_i = \sqrt{\frac{1}{T-1}\sum_{j=1}^{T}(r_{ij} - \overline{r_i})^2},$$

$$s_{ik} = \frac{1}{T-1}\sum_{j=1}^{T}(r_{ij} - \overline{r_i})(r_{kj} - \overline{r_k})$$

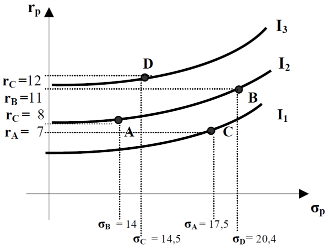
  - expertní metoda

Markowitzův model

- Harry MARKOWITZ: *Portfolio Selection.* 1952.
- maximalizace očekávaného výnosu portfolia a současně minimalizace rizika
  - protichůdné cíle
  - odpor k riziku je velmi subjektivní
- o vztahu investora k riziku vypovídají indiferenční křivky
- pouze některých kombinací výnosnosti a rizika lze dosáhnout
- není potřeba uvažovat všechny kombinace - některé můžeme vyloučit

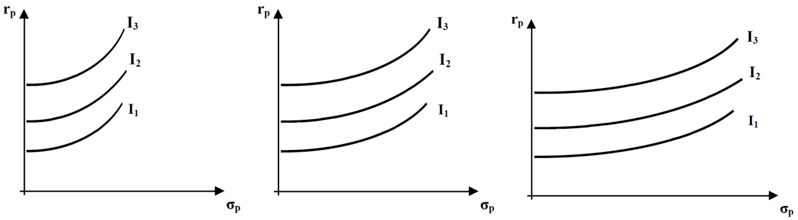
Indiferenční křivky

- portfolio = bod v kartézské soustavě souřadnic
  - osa x: riziko měřené směrodatnou odchylkou
  - osa y: očekávaná výnosnost
- IC - všechny kombinace portfolií, které investor považuje za stejně žádoucí



Obrázek: Příklad indiferenčních křivek, zdroj: [1]

Indiferenční křivky dle míry odporu k riziku



(a) Investor s vysokým odporem k riziku

(b) Investor s mírným odporem k riziku

(c) Investor s nepatrným odporem k riziku

Obrázek: Indiferenční křivky investora dle míry odporu k riziku, zdroj: vlastní vyobrazení

Efektivní množina

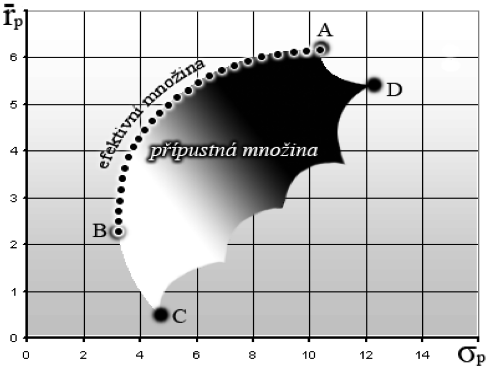
- nekonečně mnoho portfolií
- *přípustná množina* - mn. všech portfolií složených z aktiv $A_1, A_2, \ldots, A_n$
- stačí se omezit na efektivní množinu

Efektivní množina

Efektivní množina je množina všech portfolií z přípustné množiny, které splňují obě dvě následujících podmínky:

- v přípustné množině neexistuje portfolio se stejným rizikem a vyšším očekávaným výnosem,
- v přípustné množině neexistuje portfolio se stejným očekávaným výnosem a nižším rizikem.

Efektivní množina - příklad



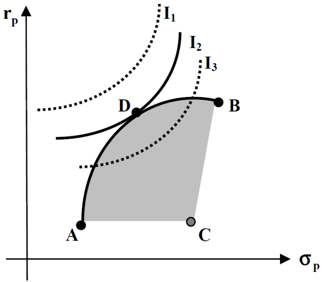
Obrázek: Přípustná a efektivní množina, zdroj: [1]

Hledání efektivní množiny

- Hledání efektivní množiny můžeme popsat následovně:
  - pro každou fixní úroveň rizika nalezneme všechna dostupná portfolia s maximální očekávanou výnosností,
  - pro každou fixní úroveň očekávané výnosnosti nalezneme všechna dostupná portfolia s minimálním rizikem,
  - do efektivní množiny zařadíme právě ta portfolia, která byla vybrána v obou předchozích krocích.

Výběr optimálního portfolia

- výběr z efektivní množiny na základě indiferenčních křivek
- investor vybere portfolio z efektivní množiny ležící na nejvyšší indiferenční křivce



Obrázek: Výběr optimálního portfolia, zdroj: [1]

Seznam použité literatury

- ČÁMSKÝ, František. *Teorie portfolia.* 2. přeprac. a rozš. vyd. Brno : Masarykova univerzita, 2007. 115 s. ISBN 9788021042520.
- MARKOWITZ, Harry. *Portfolio Selection.* The Journal of Finance. Mar., 1952, Vol. 7, No. 1, s. 77-91.