

Sada: 1

Jméno: Marek Bryša

UČO: 323771

1. Redukcí z 3-SAT. Stroj  $M$  pro jazyk  $H$  má jako vstup kódování 3-SAT formule  $\varphi$ . Vyzkouší všech  $2^n$  vstupů na formuli  $\varphi$ , a pokud je pro některý splněna, akceptuje, jinak cyklí. To samo o sobě nemá polynomiální složitost, ale redukční funkce pouze  $f$  generuje kód stroje  $M$  a to zvládne lineárně vzhledem k velikosti formule  $\varphi$ . QED
- 2.
3. Problém černého cyklu (BC) je NP-úplný.
  - $BC \in NP$ : Analogicky jako HAM se algoritmus nedeterministicky rozhodne pro počáteční vrchol a navazující vrcholy a kontroluje splnění podmínky.
  - BC je NP-těžký: Redukcí z HAM  
 $f$  přidá ke grafu  $G(v, e)$   $|v|$  dalších samostatně ležících vrcholů, popř. k některému vrcholu připojí "had" délky  $|v|$ .  $f$  je lineární vzhledem k velikosti  $G$ .  
 $G \in HAM \Rightarrow f(G) \in BC$ : Pokud byl v  $G$  ham. cyklus, bude v  $f(G)$  zřejmě právě jeden černý cyklus, a to ten, který byl v  $G$  hamiltonovský.  
 $G \in HAM \Leftarrow f(G) \in BC$ : Ten jediný černý cyklus v  $f(G)$  bude zároveň hamiltonovský v  $G$ .
- QED
- 4.
5.  $f$  přidá ke  $G$  kliku velikosti 6 a spojí 3 její vrcholy se všemi vrcholy  $G$ . Pro každý vrchol  $G$  tedy zbudou právě 3 možné barvy.  $f$  je lineární vzhledem k velikosti  $G$ . Implikace " $\Rightarrow$ " i " $\Leftarrow$ " zřejmě platí. QED
- 6.