Masarykova univerzita

Přírodovědecká fakulta

Marek Bryša, Jan Kovář

Teorie portfolia

PŘÍPADOVÁ STUDIE

2011

Obsah

Úvod **2**

1 Teoretická část **3**

1.1 Výnosnost jako náhodná veličina . . . 3
1.2 Metody kvantifikace očekávaného výnosu a rizika . . . 5
1.2.1 Historická metoda . . . 5
1.2.2 Expertní metoda . . . 6
1.3 Markowitzův model . . . 8
1.3.1 Indiferenční křivky . . . 8
1.3.2 Efektivní množina . . . 9
1.3.3 Výběr optimálního portfolia . . . 11

2 Praktická část **12**

2.1 Hardware . . . 12
2.2 Software a internetové služby . . . 15
2.3 Výrobci farmaceutik . . . 17
2.4 Finanční sektor . . . 19
2.5 Průmysl . . . 21
2.6 Nejcennější značky . . . 23
2.7 Deset nejziskovějších titulů . . . 25
2.8 Celý S&P500 . . . 27

Seznam použité literatury **28**

Úvod

Teorie portfolia se zabývá hledáním vhodných kombinací aktiv tak, aby výsledné portfolio mělo požadované vlastnosti, především jsou kladeny požadavky na očekávaný výnos a riziko, že se skutečný výnos od očekávaného odchýlí. První část práce je úvodem do teorie portfolia se zaměřením na Markowitzovu metodu. Ve druhé části tuto teorii aplikujeme na několik výběrů akciových titulů a nalezneme jejich optimalizaci. K tomu využijeme matematický software.

Nejprve se zaměříme na chápání budoucího výnosu v teorii portfolia. Jelikož budoucí výnos aktiv není známý a závisí na mnoha ekonomických i jiných jevech, považujeme jej za náhodnou veličinu. S využitím teorie pravděpodobnosti a matematické statistiky budeme zkoumat vlastnosti budoucí výnosnosti jako náhodné veličiny. Popíšeme vztahy mezi náhodnou veličinou reprezentující výnosnost celého portfolia a náhodnými veličinami reprezentující výnosnosti jednotlivých aktiv obsažených v portfoliu.

Ve druhé podkapitole ukážeme dvě metody, jak získat odhady očekávané výnosnosti a rizika. Jedná se o historickou metodu, kdy k odhadům využijeme známý historický vývoj výnosností aktiv, a expertní metodu, při níž odhady získáme na základě několika nezávislých expertních odhadů.

Dále se zaměříme na Markowitzův model. Vysvětlíme, jak indiferenční křivky popisují vztah investora k riziku. Zavedeme pojmy přípustná a efektivní množina a ukážeme postup nalezení optimálního portfolia.

Kapitola 1

Teoretická část

Teorie portfolia je dle [1, str. 1] mikroekonomickou disciplínou, která zkoumá, jaké kombinace aktiv je vhodné držet, aby takto vytvořené portfolio mělo předem určené vlastnosti. Portfolio je souborem různých investic, které investor vytváří se záměrem minimalizovat riziko spojené s investováním a současně maximalizovat výnos z těchto investic.

1.1 Výnosnost jako náhodná veličina

Předpokládejme, že máme k dispozici konečnou množinu aktiv $\{A_1, A_2, \ldots, A_n\}$, do kterých můžeme investovat. O těchto aktivech víme, jak se jejich výnosnost vyvíjela v minulosti, avšak jejich ceny a výnosy v budoucnosti neznáme. V rámci teorie portfolia nahlížíme na budoucí výnosnosti aktiv jako na náhodné veličiny. Stejně tak je náhodnou veličinou budoucí výnosnost celého portfolia. Jejich hodnoty závisí na mnoha ekonomických i neekonomických vlivech, a proto neznáme pravděpodobnostní rozdělení těchto náhodných veličin. Kromě očekávaného budoucího výnosu nás ovšem také zajímá riziko, že se skutečný výnos od očekávaného výnosu odchýlí. Toto riziko měříme pomocí směrodatné odchylky náhodné veličiny představující budoucí výnosnost aktiva. Charakteristiky jako střední hodnotu, rozptyl a směrodatnou odchylku můžeme odhadnout na základě minulého vývoje, anebo na základě expertních odhadů.

Uvažme portfolio tvořené aktivy $A_1, A_2, \ldots, A_n$, kde váha aktiva A_i v portfoliu je w_i. Váhou aktiva A_i rozumíme podíl množství finančních prostředků investovaných do aktiva A_i a celkového množství finančních prostředků investovaných do portfolia. Zřejmě musí váhy splňovat následující omezení:

$$\sum_{i=1}^{n} w_i = 1, \tag{1.1}$$

$$0 \leq w_i \leq 1, \quad i \in \{1, \ldots, n\}. \tag{1.2}$$

Pro $i \in \{1, \ldots, n\}$ označme R_i výnosnost aktiva A_i a R výnosnost celého portfolia. Pak náhodná veličina R je následující funkcí náhodných veličin $R_1, R_2, \ldots, R_n$:

$$R = w_1 R_1 + w_2 R_2 + \cdots + w_n R_n = \sum_{i=1}^{n} w_i R_i.$$

Tedy výnosnost portfolia je váženým průměrem výnosností aktiv v něm obsažených.

Jelikož skutečné hodnoty výnosností aktiv neznáme, budou nás zajímat jejich očekávané hodnoty. Přímo z linearity střední hodnoty náhodné veličiny dostáváme pro střední hodnotu výnosnosti portfolia vztah

$$E\left(\sum_{i=1}^{n} w_i R_i\right) = \sum_{i=1}^{n} w_i E(R_i). \tag{1.3}$$

Kromě očekávané výnosnosti nás však bude zajímat také riziko, že se skutečná skutečná výnosnost od očekávané odchýlí. Toto riziko měříme pomocí rozptylu, či směrodatné odchylky. Jelikož náhodné veličiny $R_1, R_2, \ldots, R_n$ nejsou nezávislé, potřebujeme k výpočtu rozptylu náhodné veličiny R znát kovariance náhodných veličin

$$cov(R_i, R_j) = E\left((R_i - E(R_i))\,(R_j - E(R_j))\right), \quad i, j \in \{1, \ldots, n\}.$$

Pro rozptyl náhodné veličiny R platí

$$D(R) = D\left(\sum_{i=1}^{n} w_i R_i\right) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} w_i w_j cov(R_i, R_j).$$

Uvažme investora, který chce najít portfolio přinášející maximální výnos. Vycházejme přitom z [2] .Takový investor hledá konstanty $w_1, w_2, \ldots, w_n$ splňující podmínky (1.1) a (1.2), pro něž nabývá střední hodnota $E(R)$ maxima, tj. řeší úlohu

$$\max\left\{E\left(\sum_{i=1}^{n} w_i R_i\right) \,\middle|\, \sum_{i=1}^{n} w_i = 1 \wedge w_i \in \mathbb{R}, 0 \le w_i \le 1, i \in \{1, \ldots, n\}\right\}. \tag{1.4}$$

S využitím linearity střední hodnoty, tj. platnosti vztahu (1.3), snadno vidíme, že řešením úlohy (1.4) je

$$\begin{aligned} w_j &= 1, \quad j = \arg\max_{1 \le i \le n} E(R_i), \\ w_i &= 0, \quad i \in \{1, \ldots, n\}, i \ne j, \end{aligned}$$

a to za předpokladu, že mezi hodnotami $E(R_1), E(R_2), \ldots, E(R_n)$ existuje jediná maximální hodnota. Toto řešení odpovídá situaci, kdy investor složí své portfolio z jediného aktiva, a to z toho s nejvyšší výnosností. V takové situaci však nedochází k žádné diverzifikaci. Investor sice maximalizuje očekávaný výnos portfolia, avšak bez ohledu na riziko. V případě, že mezi hodnotami $E(R_1), E(R_2), \ldots, E(R_n)$ existuje více maximální hodnot, dochází k maximalizaci očekávaná výnosnosti portfolia právě tehdy, když je portfolio libovolnou kombinací aktiv s maximální očekávanou výnosností. I v tomto případě je diverzifikace omezena.

V části 1.3 se budeme zabývat rozhodováním investora, který se snaží maximalizovat zisk a současně minimalizovat riziko.

1.2 Metody kvantifikace očekávaného výnosu a rizika

Jak jsme ukázali v předchozí části, budoucí výnosnosti aktiv neznáme a považujeme je za náhodné veličiny. Nicméně neznáme ani pravděpodobnostní rozdělení těchto náhodných veličin. V této části se zaměříme na metody, jak odhadnout charakteristiky těchto náhodných veličin, zejména střední hodnotu a rozptyl, respektive směrodatnou odchylku. Tyto charakteristiky představují očekávanou výnosnost aktiva a riziko.

1.2.1 Historická metoda

Jednou z možností je využití historických dat k odhadu budoucí výnosnosti. Předpokládejme, že máme k dispozici výnosnosti aktiva A_i v obdobích $1, 2, \ldots, T$, označme je $r_{i1}, r_{i2}, \ldots, r_{iT}$. Tyto hodnoty považujeme za realizace náhodných veličin $R_{i1}, R_{i2}, \ldots, R_{iT}$. Dále předpokládáme, že tyto náhodné veličiny tvoří náhodný výběr, tedy předpokládáme, že výnosnosti v jednotlivých obdobích jsou nezávislé a mají stejné rozdělení pravděpodobnosti. Jako nestranný odhad střední hodnoty dostáváme výběrový průměr

$$\overline{R_i} = \frac{1}{T}\sum_{j=1}^{T} R_{ij}.$$

Jelikož máme k dispozici realizace náhodných veličin $R_{i1}, R_{i2}, \ldots, R_{iT}$, můžeme vypočítat realizaci výběrové průměru

$$\overline{r_i} = \frac{1}{T}\sum_{j=1}^{T} r_{ij}.$$

Za očekávanou hodnotou budoucí výnosnosti aktiva tedy považujeme realizaci tohoto odhadu.

Podobně můžeme na základě historických dat odhadnout riziko. Jako nestranný odhad směrodatné odchylky využijeme výběrovou směrodatnou odchylku

$$S_i = \sqrt{\frac{1}{T-1}\sum_{j=1}^{T}(R_{ij} - \overline{R_i})^2}.$$

Jak jsme ukázali v předchozí části, k výpočtu rizika celého portfolia potřebujeme kovariance náhodných veličin $cov(R_i, R_k)$ pro $i, k \in \{1, 2, \ldots, n\}$. Kovariance odhadneme pomocí výběrových kovariancí

$$S_{ik} = \frac{1}{T-1}\sum_{j=1}^{T}(R_{ij} - \overline{R_i})(R_{kj} - \overline{R_k}).$$

Při výpočtu rizika jednotlivých aktiv a celého portfolia využijeme realizace těchto odhadů

$$s_i = \sqrt{\frac{1}{T-1}\sum_{j=1}^{T}(r_{ij} - \overline{r_i})^2}$$

a

$$s_{ik} = \frac{1}{T-1}\sum_{j=1}^{T}(r_{ij} - \overline{r_i})(r_{kj} - \overline{r_k}).$$

1.2.2 Expertní metoda

Další metodou, jak získat odhady budoucích výnosností a rizik, je využití expertních odhadů. Vycházíme z [1]. Předpokládejme, že máme k dispozici N expertů, z nichž každý provede odhad pro každý z cenných papírů $A_1, A_2, \ldots, A_n$. Konkrétně každý expert provede pro každý cenný papír A_i odhad, jakých hodnot může jeho výnosnost nabývat, a dále odhad, s jakými pravděpodobnostmi může těchto hodnot nabývat[1].

Předpokládejme že výnosnost cenných papírů A_i může nabýt hodnot $r_{i1}, r_{i2}, \ldots, r_{im}$, tj. jedná se o všechny možné hodnoty výnosnosti, které jsou některou z odhadovaných hodnot alespoň jednoho z expertů. Každé hodnotě

$$r_{ik}, \qquad k \in \{1, 2, \ldots, m\}.$$

přiřadí expert j pravděpodobnost[2] p_{ijk}, že výnosnost cenného papíru A_i dosáhne hodnoty r_{ik}. Máme tedy k dispozici čísla

$$p_{ijk}, \qquad i \in \{1, 2, \ldots, n\}, j \in \{1, 2, \ldots, N\}, k \in \{1, 2, \ldots, m\}$$

splňující

$$\sum_{k=1}^{m} p_{ijk} = 1, \qquad i \in \{1, 2, \ldots, n\}, j \in \{1, 2, \ldots, N\}.$$

Pro každou hodnotu

$$r_{ik}, \qquad k \in \{1, 2, \ldots, m\}.$$

vypočteme průměrnou pravděpodobnost přiřazenou experty, tj.

$$p_{ik} = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N} p_{ijk}, \qquad i \in \{1, 2, \ldots, n\}, k \in \{1, 2, \ldots, m\}.$$

Očekávanou výnosnost cenného papíru A_i pak vypočteme jako vážený průměr všech hodnot, kterých může výnosnost nabývat. Jako váhy použijeme vypočtené průměrné

[1] Přesněji expert odhadne tržní cenu cenného papíru v okamžiku realizace portfolia a dividendový výnos. Ze známé aktuální ceny pak dopočítáme výnosnost cenného papíru odpovídající expertovým odhadům.

[2] V případě, že r_{ik} není mezi odhadovanými hodnotami experta j, klademe $p_{ijk} = 0$.

pravděpodobnost p_{ik}. Tedy jako odhad očekávané výnosnosti cenného papíru A_i použijeme

$$\overline{r_i} = \sum_{k=1}^{m} p_{ik} r_{ik}.$$

Jako odhad rizika využijeme (viz [1])

$$s_i = \sqrt{\left(\sum_{k=1}^{m} p_{ik} \left(r_{ik}\right)^2\right) - \left(\sum_{k=1}^{m} p_{ik} r_{ik}\right)^2}.$$

Příklad (převzato z [1, str. 13])

Uvažme cenný papír A_i, pro který 3 experti odhadli 6 různých hodnot očekávané výnosnosti a příslušné pravděpodobnosti. Pravděpodobnosti spolu s průměrnými pravděpodobnostmi a dalšími pomocnými hodnotami najdeme v následující tabulce.

k	r_{ik}	p_{i1k}	p_{i1k}	p_{i1k}	$p_{ik} = \frac{1}{3}\sum_{j=1}^{3} p_{ijk}$	$p_{ik} r_{ik}$	$p_{ik}(r_{ik})^2$
1	-0,1	0,05	0	0	$0,05/3 = 0,1\overline{6}$	$-0,001\overline{6}$	$0,0001\overline{6}$
2	0	0,8	0,2	0	$1/3 = 0,\overline{3}$	0	0
3	0,1	0,05	0,3	0,5	$0,85/3 = 0,28\overline{3}$	$0,028\overline{3}$	$0,0028\overline{3}$
4	0,3	0	0,4	0,2	$0,6/3 = 0,2$	$0,06$	$0,018$
5	0,6	0,1	0,1	0,2	$0,4/3 = 0,1\overline{3}$	$0,08$	$0,048\overline{3}$
6	0,8	0	0	0,1	$0,1/3 = 0,0\overline{3}$	$0,02\overline{6}$	$0,021\overline{3}$

Jako odhad očekávané výnosnosti cenného papíru A_i použijeme

$$\overline{r_i} = \sum_{k=1}^{6} p_{ik} r_{ik} = 0,19\overline{3},$$

tedy cca 19,33 % a jako odhad rizika

$$s_i = \sqrt{\left(\sum_{k=1}^{6} p_{ik} \left(r_{ik}\right)^2\right) - \left(\sum_{k=1}^{6} p_{ik} r_{ik}\right)^2} = \sqrt{0,090\overline{3} - 0,19\overline{3}^2} \doteq 0,2301.$$

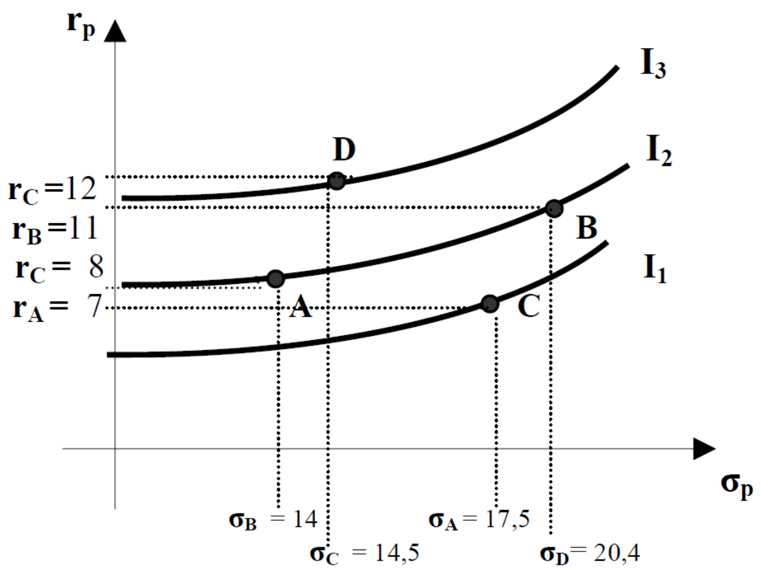
1.3 Markowitzův model

Zaměřme se nyní na investora, který chce maximalizovat očekávaný výnos portfolia a současně minimalizovat riziko. Tyto dva cíle jsou protichůdné. Odpor k riziku je velmi subjektivní a míra rizika, které je investor ochoten podstoupit za účelem zvýšení očekávaného výnosu, se mezi investory značně liší. O vztahu investora k riziku vypovídají indiferenční křivky. Pouze některých kombinací výnosnosti a rizika lze dosáhnout prostřednictvím portfolií tvořených danou množinou aktiv.

1.3.1 Indiferenční křivky

Každé portfolio můžeme zakreslit jako bod v kartézské soustavě souřadnic, kde na osu y vynášíme očekávanou výnosnost portfolia a na osu x riziko měřené směrodatnou odchylku.

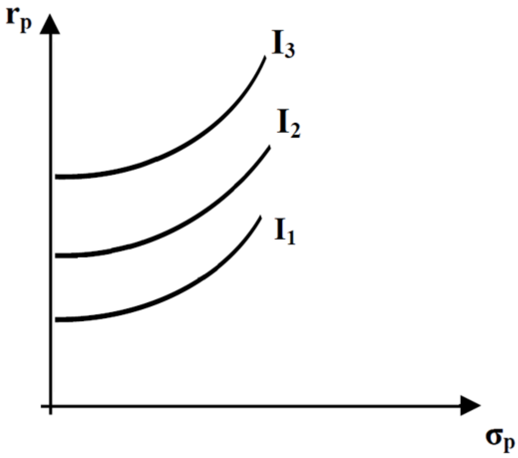
Pro každého investora sestavme množinu indiferenčních křivek. Indiferenční křivka reprezentuje všechny kombinace portfolií, které by investor považoval za stejně žádoucí [1]. Příklad indiferenčních křivek je zakreslen na obrázku 1.1.



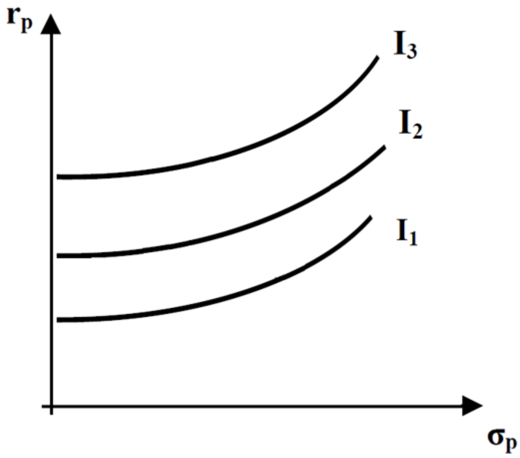
Obrázek 1.1: Příklad indiferenčních křivek, zdroj: [1]

Na obrázku 1.1 je očekávaná výnosnost portfolia, respektive směrodatná odchylka, označena r_p, respektive σ_p. Investorovi je jedno, zda investuje do portfolia A, či B, přestože mají různé očekávané výnosnosti a směrodatné odchylky. Investor je ochoten u portfolia B podstoupit vyšší riziko, avšak požaduje za to vyšší očekávanou výnosnost. Naopak u portfolia A je ochoten přijmout nižší očekávaný výnos výměnou za nižší riziko. Investor preferuje portfolia ležící na vyšších indiferenčních křivkách, neboť je schopen dosáhnout vyššího výnosu při stejném riziku, či naopak, stejného výnosu při nižším riziku. Např. portfolio D ležící na I_3 je preferováno před portfoliem A ležícím na I_2. Tvar indiferenčních křivek je odvozen od axiomů *nenasycenosti* a *odporu k riziku* [1].

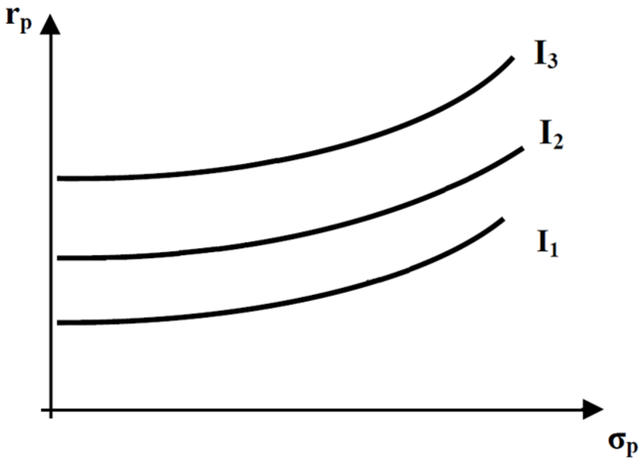
Odpor k riziku se u jednotlivých investorů může značně lišit. V důsledku toho mohou indifereční křivky nabývat různých podob. Vždy se však jedná o konvexní rostoucí křivky, neboť s rostoucím rizikem požaduje investor vyšší výnos. Indiferenční křivky pro různé typy investorů podle míry odporu k riziku jsou znázorněny na obrázku 1.2.



(a) Investor s vysokým odporem k riziku



(b) Investor s mírným odporem k riziku



(c) Investor s nepatrným odporem k riziku

Obrázek 1.2: Indiferenční křivky investora dle míry odporu k riziku, zdroj: vlastní vyobrazení

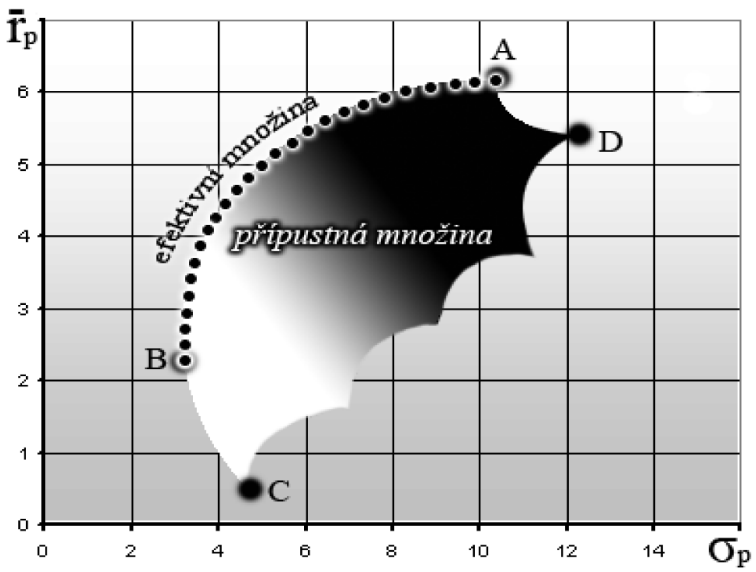
1.3.2 Efektivní množina

Z konečné množiny aktiv může investor poskládat nekonečně mnoho portfolií. Existuje totiž nekonečně mnoho n-tic reálných čísel $w_1, w_2, \ldots, w_n$ splňujících podmínky (1.1) a (1.2). Množinu všech portfolií složených z aktiv $A_1, A_2, \ldots, A_n$ nazýváme *přípustná množina*. Přípustná množina je množinou všech dostupných portfolií. Při výběru portfolia se však investor může omezit pouze na podmnožinu všech portfolií, tzv. efektivní množinu.

Efektivní množina je množina všech portfolií z přípustné množiny, které splňují obě dvě následujících podmínky:

- v přípustné množině neexistuje portfolio se stejným rizikem a vyšším očekávaným výnosem,
- v přípustné množině neexistuje portfolio se stejným očekávaným výnosem a nižším rizikem.

Je zřejmě, že investor, který chce maximalizovat výnos a minimalizovat riziko, si nevybere žádné portfolio neležící v efektivní množině. V opačném případě, by totiž změnou portfolia mohl dosáhnout vyššího očekávaného výnosu při neměnném riziku, anebo stejného očekávaného výnosu při nižším riziku. Proto se při hledání optimálního portfolia stačí omezit právě na efektivní množinu.



Obrázek 1.3: Přípustná a efektivní množina, zdroj: [1]

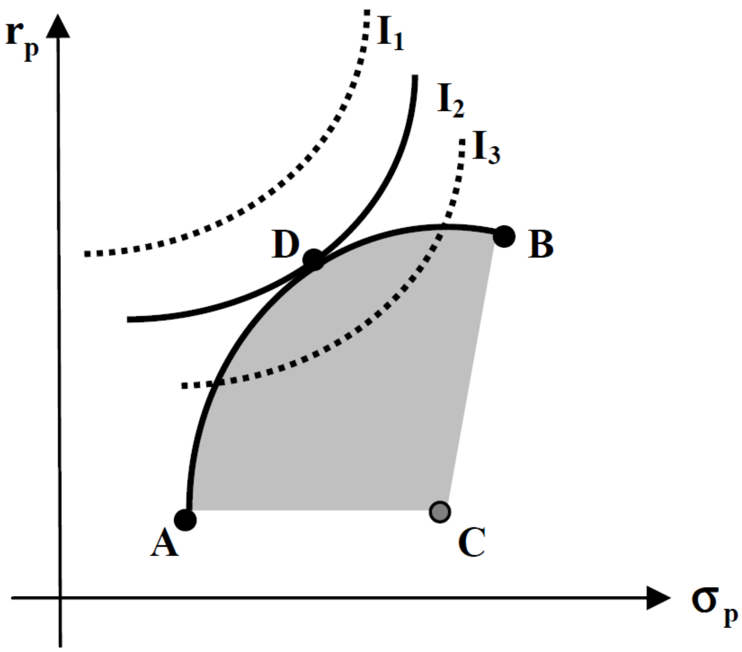
Hledání efektivní množiny můžeme popsat následovně:

- pro každou fixní úroveň rizika nalezneme všechna dostupná portfolia s maximální očekávanou výnosností,
- pro každou fixní úroveň očekávané výnosností nalezneme všechna dostupná portfolia s minimálním rizikem,
- do efektivní množiny zařadíme právě ta portfolia, která byla vybrána v obou předchozích krocích.

Příklad přípustné a efektivní množiny je znázorněn na obrázku 1.3. Dle předchozího postupu bychom v tomto případě hledali efektivní množinu následovně. Portfoliím s maximální očekávanou výnosností při dané úrovni rizika odpovídají právě body ležící na hranici přípustné množiny mezi body B, A a A,D. Portfoliím s minimálním rizikem při dané úrovni očekávané výnosnosti odpovídají právě body ležící na hranici přípustné množiny mezi body C, B a B,A. Body spadající do obou těchto kategorií, tedy právě body ležící na hranici přípustné množiny mezi body B, A, tvoří efektivní množinu.

1.3.3 Výběr optimálního portfolia

V předchozí části jsme ukázali, že investor si vybere portfolio z efektivní množiny. Které konkrétní portfolio si vybere, však záleží na jeho preferencích. V efektivní množině jsou portfolia s různými očekávanými výnosnostmi a různými riziky. Investorův postoj k riziku popisují indiferenční křivky. Zakreslíme-li tedy indiferenční křivky spolu s efektivní množinou do jednoho obrázku, můžeme porovnat jednotlivá portfolia v efektivní množině podle investorových preferencí.



Obrázek 1.4: Výběr optimálního portfolia, zdroj: [1]

Jak již víme, čím vyšší indiferenční křivka, na které portfolio leží, tím víc investor portfolio preferuje. Investor si proto vybere to portfolio z efektivní množiny ležící na nejvyšší indiferenční křivce. Takovou křivkou je právě ta indiferenční křivka, která je tečnou efektivní množiny. Na obrázku 1.4 se jedná o indiferenční křivku I_2 a investor zvolí portfolio D.

Kapitola 2

Praktická část

V této kapitole se budeme věnovat praktické aplikaci Markowitzovy teorie potrfolia. Jako nástroj ke zpracování dat poslouží rozšířený a několika chyb zbavený skript Travise Vaughta[3]. Je napsán v jazyce Python a využívá knihoven NumPy. Zdrojový kód původní verze je dostupný na internetu[4].

Software je založen na Markowitzově teorii a k analýze aktiv historickou metodou používa metrik z CAPM. Samotný výpočet optima probíhá numerickou iterativní metodou převzatou z práce Williama Sharpa[5].

Zdrojem dat je Yahoo! Finance[6]. Byly použity výhradně akcie z indexu S&P500, protože obsahuje známé a stabilní společnosti, do kterých je zároveň snadné investovat. Historický obdobím pro získání metrik je 1.1.2010 až 1.11.2011. Jako tolerance k risku pro finální optimalizaci byla zvolena poměrně nízká hodnota 0,05 ročně, která zajistí vyšší pestrost portfolia. Bezrizikové aktivum má nulový výnos a není povoleno obchodování na krátko.

2.1 Hardware

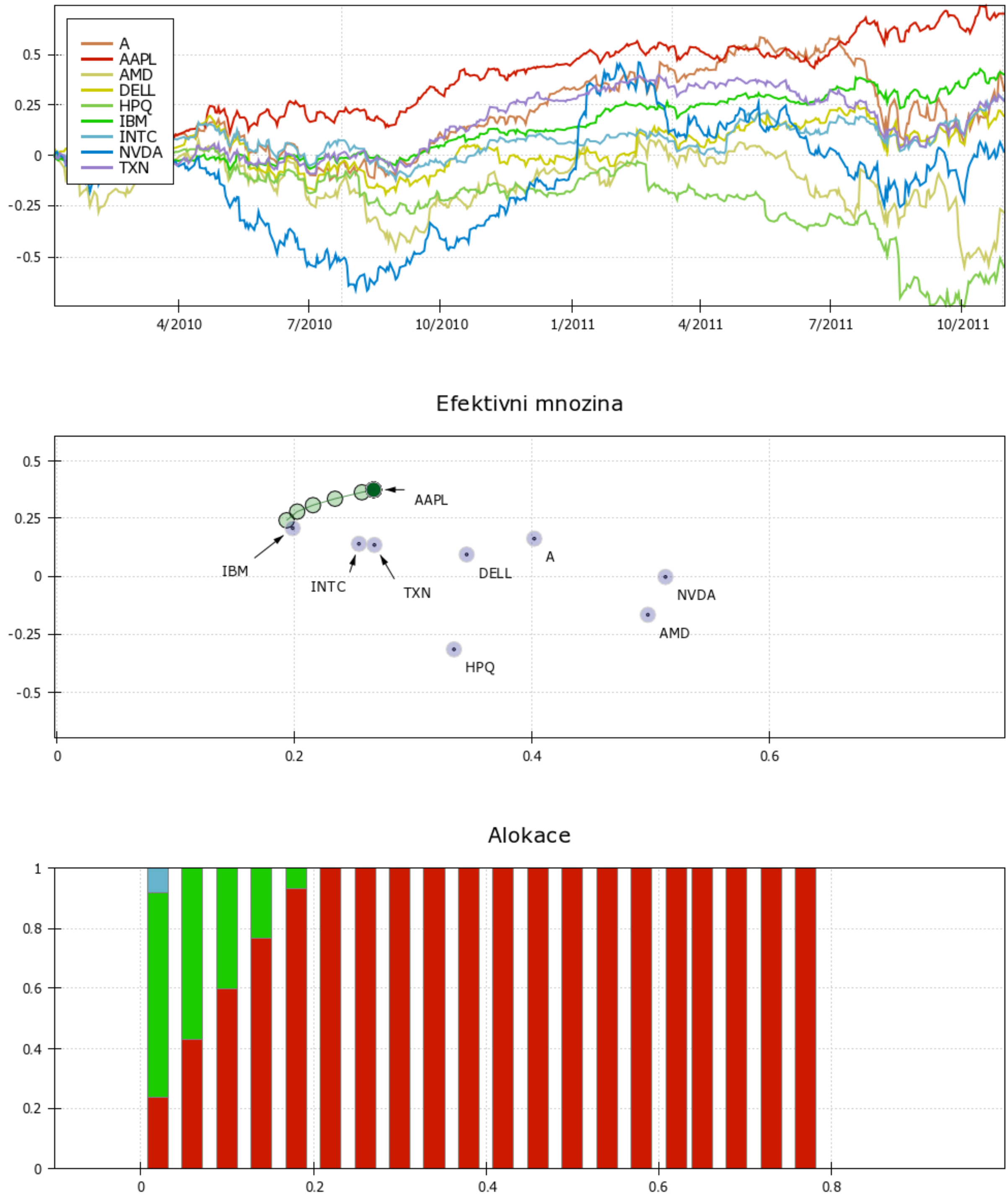
Toto portfolio obsahuje významné výrobce počítačového hardware. Z tabulek je patrno, že největšího ročního výnosu dosahuje Apple Inc. a nejnižšího rizika IBM, přičemž si stále zachovává slušný růst. Optimalizované portfolio obsahuje právě tyto dvě akcie a dále ještě nepatrný podíl Intel Corporation. Jeho volatilita je 0.193, což je méně než obě hlavní akcie. Roční výnos dosahuje 24.37%, tedy více než má samostatně nejméně riziková akcie.

Symbol	Název	Volatilita	Roční výnos
A	Agilent Technologies	0.402	16.43%
AAPL	Apple Inc.	0.266	37.57%
AMD	Advanced Micro Devices	0.497	-16.46%
DELL	Dell Inc.	0.345	9.585%
HPQ	Hewlett-Packard	0.334	-31.4%
IBM	International Bus. Machines	0.198	20.96%
INTC	Intel Corp.	0.254	14.2%
NVDA	Nvidia Corporation	0.512	-0.09651%
TXN	Texas Instruments	0.267	13.72%

Tabulka 2.1: Akcie pro porfolio hardware

Symbol	Název	Alokace
AAPL	Apple Inc.	0.346
IBM	International Bus. Machines	0.648
INTC	Intel Corp.	0.0069

Tabulka 2.2: Optimální portfolio hardware



Obrázek 2.1: Grafické zobrazení portfolia hardware

2.2 Software a internetové služby

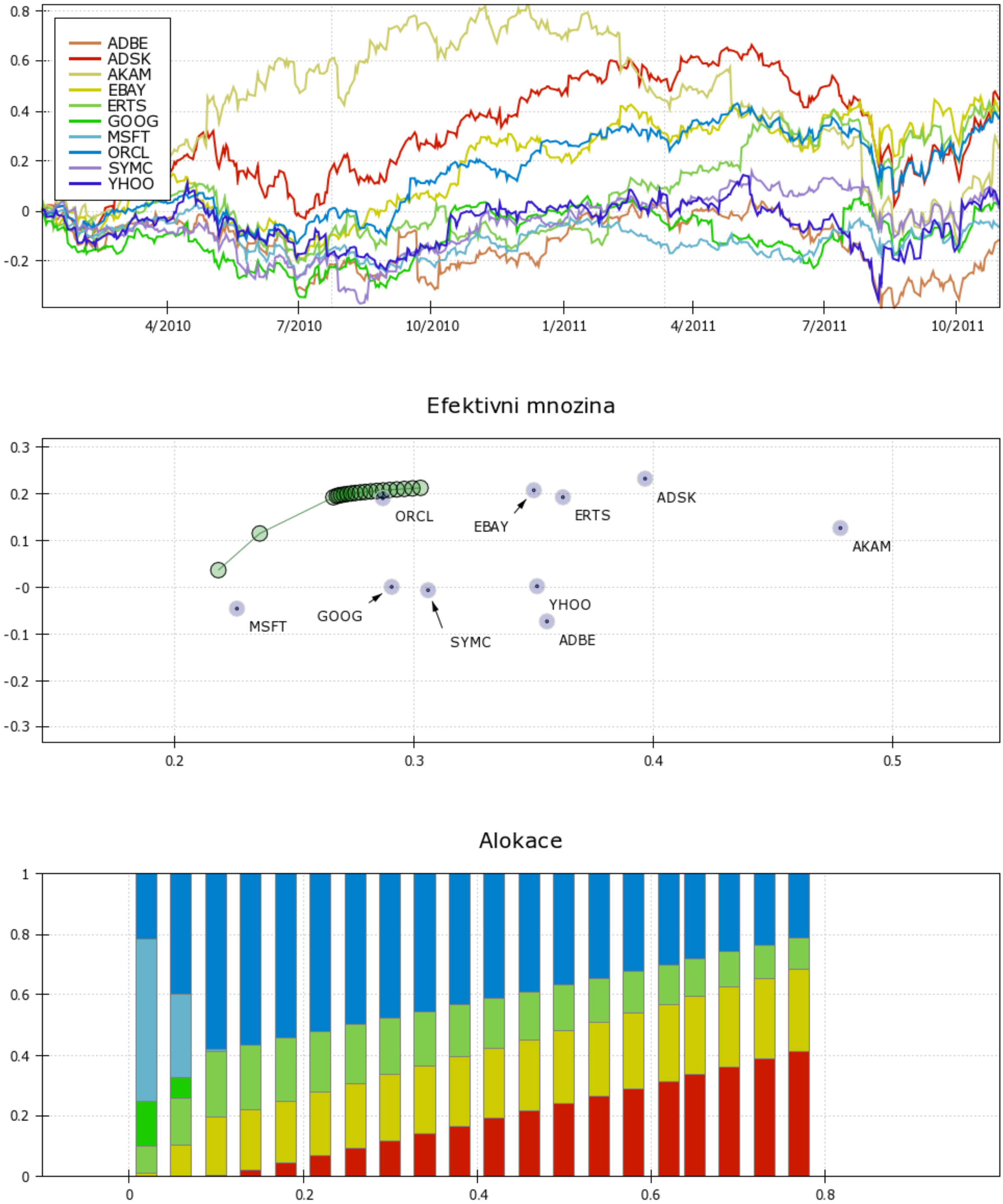
Zde se zabýváme velkými softwarovými firmami a poskytovateli elektronických služeb. Z metrik je vidět, že tyto akcie dosahují nemalých zhodnocení, ovšem často za cenu vysoké volatility. Optimalizované portfolio má nízký roční výnos 3,736% a poměrně vysokou volatilitu 0.218, která je ovšem menší než u jakékoliv jednotlivé akcie ze sektoru. Je to způsobeno tím, že akcie firmy Microsoft má záporný roční výnos -4.513%, ale přesto tvoří více než polovinu potfolia, neboť je vnímána jako konkurent k v podstatě všem ostatním, což způsobuje silnou zápornou korelaci.

Symbol	Název	Volatilita	Roční výnos
ADBE	Adobe Systems	0.356	-7.255%
ADSK	Autodesk Inc.	0.397	23.36%
AKAM	Akamai Technologies Inc	0.478	12.77%
EBAY	eBay Inc.	0.35	20.87%
ERTS	Electronic Arts	0.362	19.38%
GOOG	Google Inc.	0.291	0.1524%
MSFT	Microsoft Corp.	0.226	-4.513%
ORCL	Oracle Corp.	0.287	19.16%
SYMC	Symantec Corp.	0.306	-0.5626%
YHOO	Yahoo Inc.	0.351	0.2939%

Tabulka 2.3: Akcie pro porfolio software

Symbol	Název	Alokace
EBAY	eBay Inc.	0.0129
ERTS	Electronic Arts	0.0888
GOOG	Google Inc.	0.149
MSFT	Microsoft Corp.	0.534
ORCL	Oracle Corp.	0.216

Tabulka 2.4: Optimální portfolio software



Obrázek 2.2: Grafické zobrazení portfolia software

2.3 Výrobci farmaceutik

Dalším sektorem jsou výrobci farmaceutik. Z tabulek ihned vidíme, že všechny akcie mají v podstatě stejný charakter – nízký výnos i volatilitu. Přesto se optimalizací podařilo dosáhnout volatility 0.137, což je méně než má kterákoliv akcie. Výnos 3.359% je přibližně aritmetický průměr výnosů v sektoru.

Symbol	Název	Volatilita	Roční výnos
ABT	Abbott Labs	0.16	3.525%
BAX	Baxter International Inc.	0.244	1.14%
JNJ	Johnson & Johnson	0.15	3.236%
MRK	Merck & Co.	0.213	1.664%
PFE	Pfizer Inc.	0.226	6.494%

Tabulka 2.5: Akcie pro porfolio farmaceutik

Symbol	Název	Alokace
ABT	Abbott Labs	0.424
JNJ	Johnson & Johnson	0.576

Tabulka 2.6: Optimální portfolio farmaceutik

Obrázek 2.3: Grafické zobrazení portfolia farmaceutik

2.4 Finanční sektor

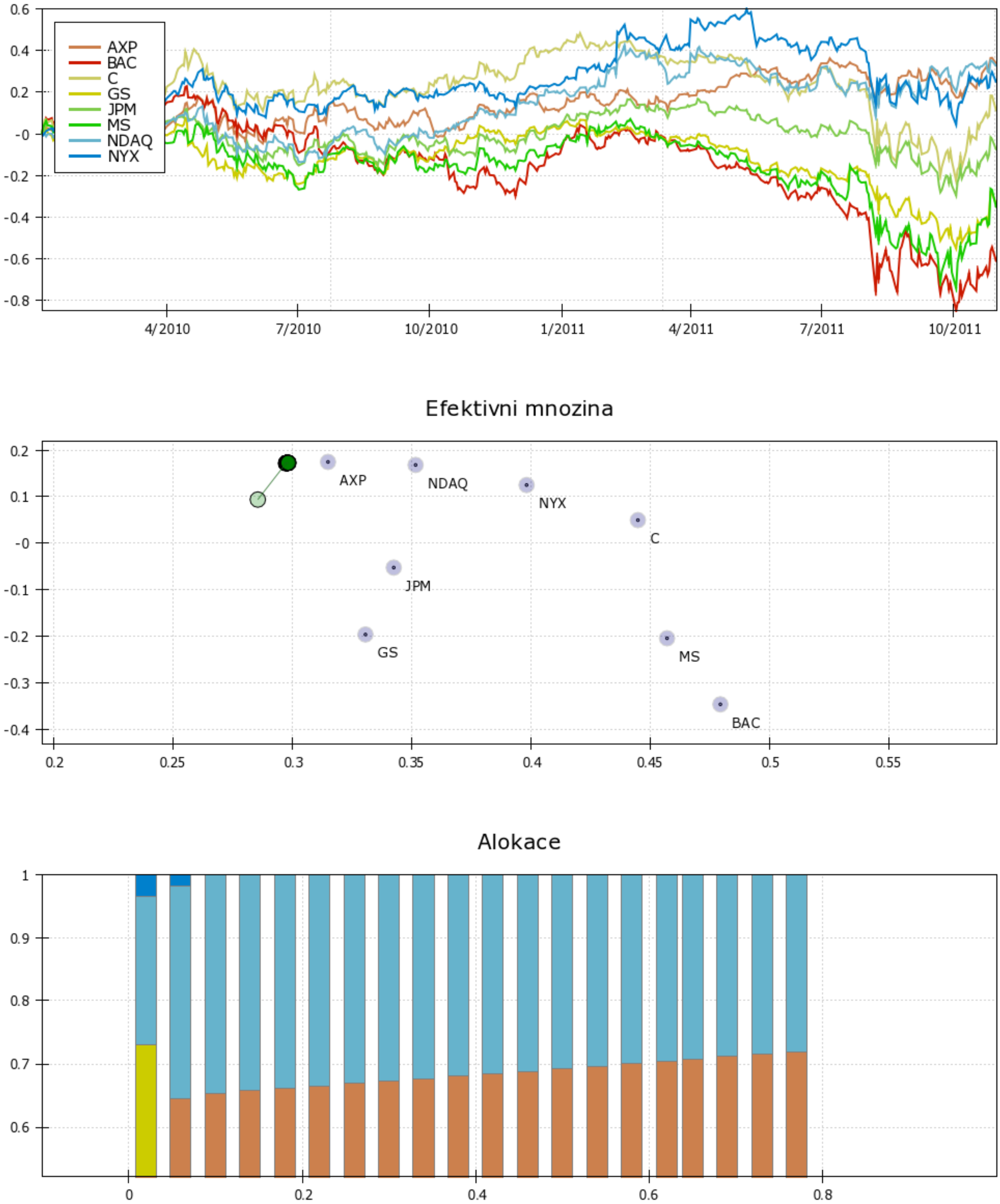
Sektor financí obsahuje velmi rozličné akciové tituly. Výnosy se pohybují od -34% do +17%. Společná je však velmi vysoká volatilita. Optimalizací se ji podřilo dramaticky snížít na 0.286 při zachování přijatelného výnosu 9.456%. Zde akcie Goldman Sachs působí přes výraznou ztrátu jako stabilizátor.

Symbol	Název	Volatilita	Roční výnos
AXP	American Express	0.315	17.55%
BAC	Bank of America Corp.	0.479	-34.62%
C	Citigroup Inc.	0.445	5.03%
GS	Goldman Sachs Group	0.331	-19.59%
JPM	JPMorgan Chase & Co.	0.343	-5.188%
MS	Morgan Stanley	0.457	-20.4%
NDAQ	NASDAQ OMX Group	0.352	16.9%
NYX	NYSE Euronext	0.398	12.58%

Tabulka 2.7: Akcie pro porfolio financí

Symbol	Název	Alokace
AXP	American Express	0.522
GS	Goldman Sachs Group	0.209
NDAQ	NASDAQ OMX Group	0.235
NYX	NYSE Euronext	0.0341

Tabulka 2.8: Optimální portfolio financí



Obrázek 2.4: Grafické zobrazení portfolia financí

2.5 Průmysl

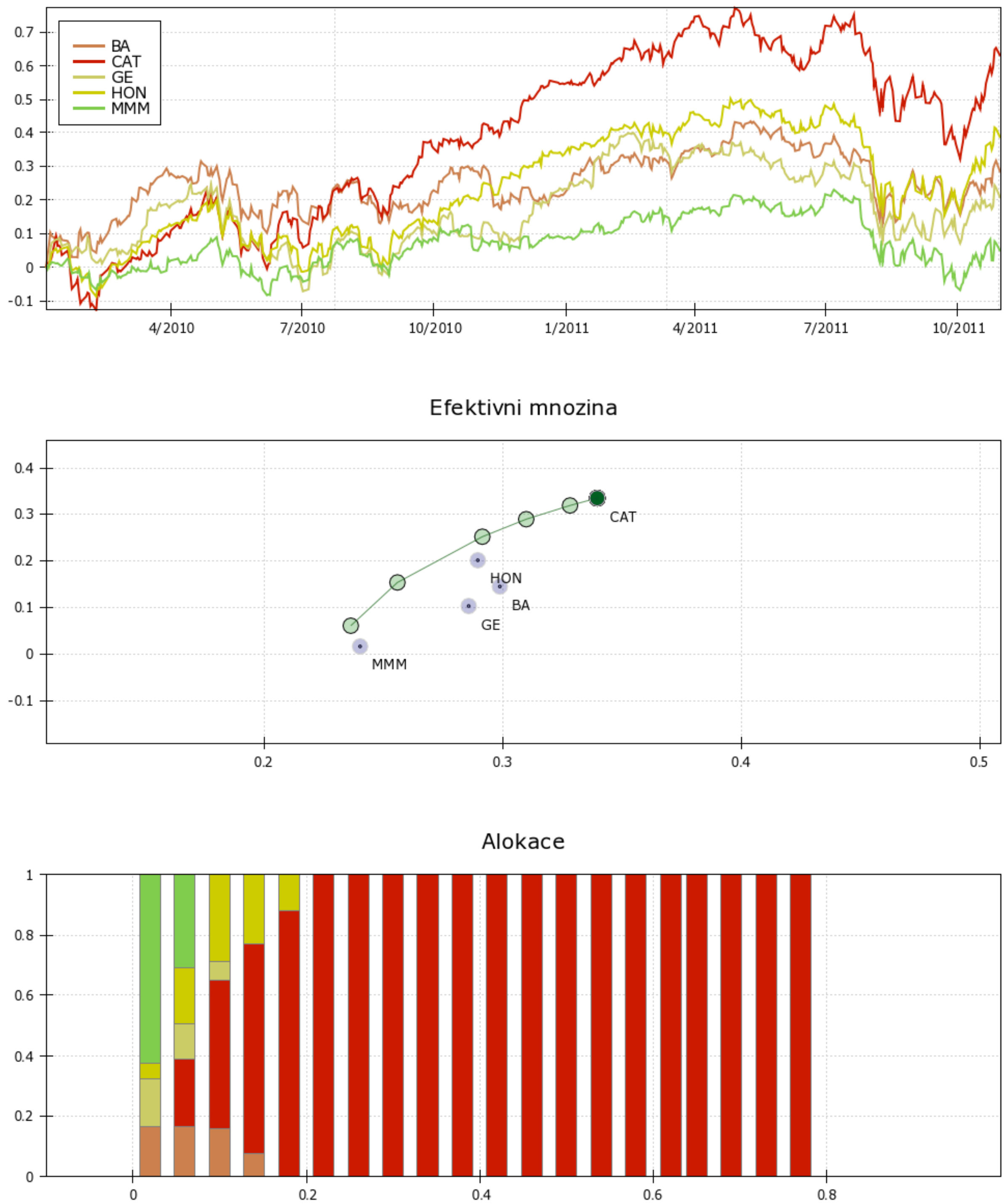
V sektoru průmyslu vidíme až na společnost 3M solidní výnosnost za přiměřené volatility. Caterpillar dosahuje ročního zhodnocení dokonce přes 33%. V našem optimalizovaném nízkorizikové portfoliu se přesto neobjevuje, protože je příliš silně pozitivně korelován s ostatními. Dosahujeme nižšího výnosu 6.073% a stejně tak volatility 0.236 z toho důvodu, že přes 60% portfolio tovří 3M.

Symbol	Název	Volatilita	Roční výnos
BA	Boeing Company	0.299	14.5%
CAT	Caterpillar Inc.	0.34	33.5%
GE	General Electric	0.286	10.3%
HON	Honeywell Int'l Inc.	0.29	20.14%
MMM	3M Company	0.24	1.624%

Tabulka 2.9: Akcie pro porfolio průmyslu

Symbol	Název	Alokace
BA	Boeing Company	0.165
GE	General Electric	0.16
HON	Honeywell Int'l Inc.	0.0501
MMM	3M Company	0.624

Tabulka 2.10: Optimální portfolio průmyslu



Obrázek 2.5: Grafické zobrazení portfolia průmyslu

2.6 Nejcennější značky

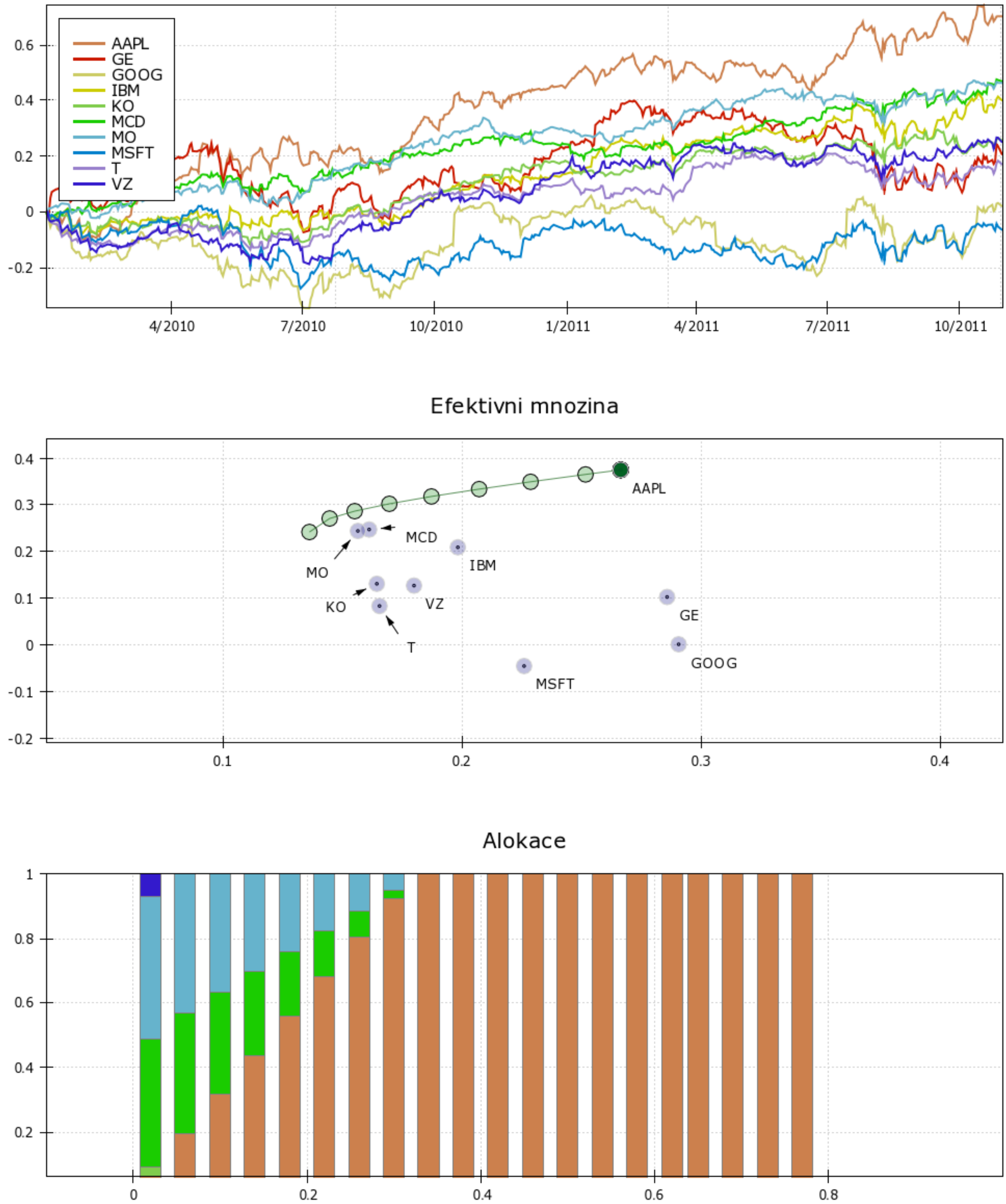
Zde budeme zkoumat akcie majitelů 10 nejcennějších značek podle Financial Times[7], které jsou obsaženy v S&P500. Snad až na Altria Group, která je majitelem značky Marlboro, jsou všechny jasné. Jsou zde obsaženy tituly sektorů IT, komunikací, průmyslu i konzumního zboží. Díky této diverzitě bylo dosaženo nízké volatility 0.136 a vysokého výnosu 24.24%.

Symbol	Název	Volatilita	Roční výnos
AAPL	Apple Inc.	0.266	37.57%
GE	General Electric	0.286	10.3%
GOOG	Google Inc.	0.291	0.1524%
IBM	International Bus. Machines	0.198	20.96%
KO	Coca Cola Co.	0.164	13.13%
MCD	McDonald's Corp.	0.161	24.78%
MO	Altria Group Inc.	0.157	24.47%
MSFT	Microsoft Corp.	0.226	-4.513%
T	AT&T Inc.	0.166	8.371%
VZ	Verizon Communications	0.18	12.74%

Tabulka 2.11: Akcie pro porfolio značek

Symbol	Název	Alokace
AAPL	Apple Inc.	0.0617
KO	Coca Cola Co.	0.0311
MCD	McDonald's Corp.	0.394
MO	Altria Group Inc.	0.444
VZ	Verizon Communications	0.0688

Tabulka 2.12: Optimální portfolio značek



Obrázek 2.6: Grafické zobrazení portfolia značek

2.7 Deset nejziskovějších titulů

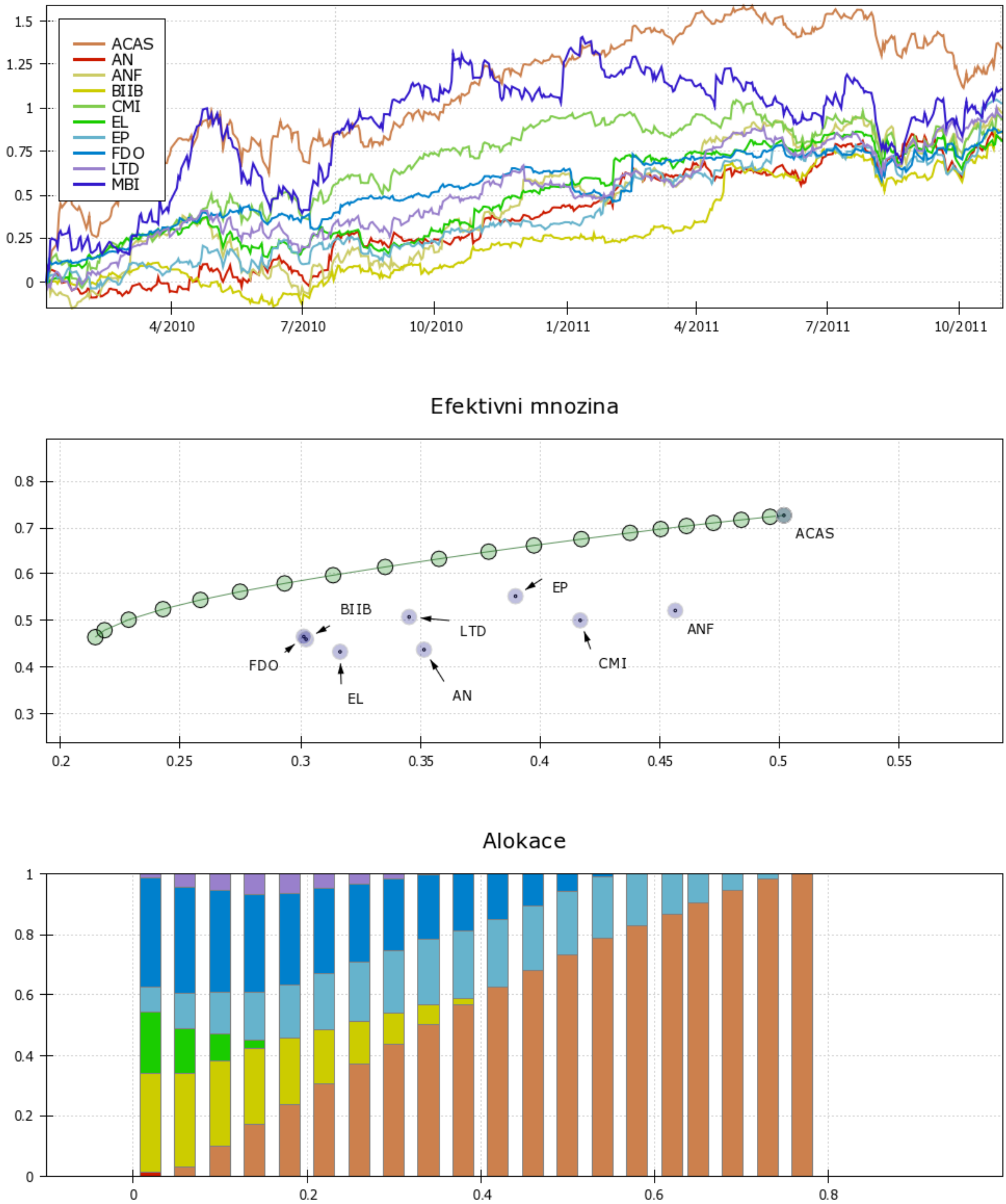
Tento seznam nejziskovějších titulů byl získán výpočtem příslušných metrik pro všechny akcie S&P500. Opět vidíme společnosti ze všech oblastí hospodářství. Optimalizací bylo získáno portfolio s volatilitou 0.214 a vysokým výnosem 46.52%, na který se ovšem vzhledem k použití čistě historické metody nelze do budoucna spolehnout.

Symbol	Název	Volatilita	Roční výnos
ACAS	American Capital Strategies Ltd	0.502	72.66%
AN	AutoNation Inc.	0.352	43.83%
ANF	Abercrombie & Fitch Co.	0.457	52.22%
BIIB	BIOGEN IDEC Inc.	0.303	46.06%
CMI	Cummins Inc.	0.417	50.12%
EL	Estee Lauder Cos.	0.317	43.38%
EP	El Paso Corp.	0.39	55.31%
FDO	Family Dollar Stores	0.302	46.62%
LTD	Limited Brands Inc.	0.346	50.85%
MBI	MBIA Inc.	0.644	60.09%

Tabulka 2.13: Akcie pro porfolio Top10

Symbol	Název	Alokace
AN	AutoNation Inc.	0.0163
BIIB	BIOGEN IDEC Inc.	0.326
EL	Estee Lauder Cos.	0.201
EP	El Paso Corp.	0.0828
FDO	Family Dollar Stores	0.36
LTD	Limited Brands Inc.	0.014

Tabulka 2.14: Optimální portfolio Top10



Obrázek 2.7: Grafické zobrazení portfolia Top10

2.8 Celý S&P500

Zde byl algoritmus spuštěn na všechny akcie z S&P500, které nevykazovaly při zpracování chybu. Výsledkem je následující portfolio s volatilitou 0.119 a výnosem 30.32%.

Symbol	Název	Alokace	Volatilita	Roční výnos
AZO	AutoZone Inc.	0.287	0.177	39.94%
BIIB	BIOGEN IDEC Inc.	0.0446	0.303	46.06%
FDO	Family Dollar Stores	0.0744	0.302	46.62%
HSY	The Hershey Company	0.127	0.198	28.72%
MCD	McDonald's Corp.	0.0317	0.161	24.78%
MO	Altria Group Inc.	0.105	0.157	24.47%
NEM	Newmont Mining Corp. (Hldg. Co.)	0.0161	0.3	22.29%
SO	Southern Co.	0.315	0.129	19.01%

Tabulka 2.15: Optimální portfolio S&P500

Seznam použité literatury

[1] ČÁMSKÝ, František. *Teorie portfolia.* 2. přeprac. a rozš. vyd. Brno : Masarykova univerzita, 2007. 115 s. ISBN 9788021042520.

[2] MARKOWITZ, Harry. *Portfolio Selection.* The Journal of Finance. Mar., 1952, Vol. 7, No. 1, s. 77-91.

[3] VAUGHT, Travis. Travis Vaught Blog [online]. 2011-09-01 [cit. 2011-11-26]. Modern Portfolio Theory - A Python Implementation. Dostupné z WWW: `http://travisvaught.blogspot.com/2011/09/modern-portfolio-theory-python.html`.

[4] VAUGHT, Travis. GitHub [online]. 2009-10-31 [cit. 2011-11-26]. Portfolio metrics. Dostupné z WWW: `https://github.com/tvaught/experimental/tree/master/portfolio_metrics`.

[5] SHARPE, William F., William F. Shapre personal page [online]. 2008 [cit. 2011-11-26]. The Gradient Method. Dostupné z WWW: `http://www.stanford.edu/~wfsharpe/mia/opt/mia_opt1.htm`.

[6] Yahoo! Inc. Yahoo! Finance [online]. c2011 [cit. 2011-11-26]. Dostupné z WWW: `http://finance.yahoo.com/`.

[7] Finacial Times. Financial Times Special Report [online]. 2011-05-19 [cit. 2011-11-26]. Global Brands. Dostupné z WWW: `http://www.millwardbrown.com/Libraries/Optimor_BrandZ_Files/2011_BrandZ_FinancialTimes_SpecialReport.sflb.ashx`.