SYNTHÈSE D'IMAGES

mathématiques de la 3D

Produit scalaire = $\vec{u}.\vec{v} = \|\vec{u}\|.\|\vec{v}\| \cos(\widehat{\vec{u},\vec{v}})$

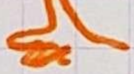
bilinéaire
symétrique
définie positive

$\vec{u}.\vec{v} = u_x v_x + u_y v_y + u_z v_z$ (canonique)

Norme = $\|\vec{u}\| = \sqrt{\vec{u}.\vec{u}}$

séparation
homogénéité
inégalité triangulaire

Produit vectoriel = $\|\vec{u} \wedge \vec{v}\| = \|\vec{u}\|.\|\vec{v}\| \sin(\widehat{\vec{u},\vec{v}})$

$\perp$ à $\vec{u}, \vec{v}$
base directe 

$$\vec{u} \wedge \vec{v} = \begin{pmatrix} u_y v_z - u_z v_y \\ -(u_x v_z - u_z v_x) \\ u_x v_y - u_y v_x \end{pmatrix}$$

Espace affine = (E, P, φ)

E.V $\rightarrow E$; points $\rightarrow P$; φ : $P \times P \rightarrow E$

$\varphi(A,B) + \varphi(B,C)$

$\forall \vec{v}, \ldots \vec{v} = \varphi(A,B)$

$\downarrow$

Espace projectif = +1 dimension $\Rightarrow$ classes d'équivalences

- Points $\approx \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix}$
- Vecteurs $\approx \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 0 \end{pmatrix}$

stratégies de rendu (= créer inf. une img photoréaliste)

RASTERISATION

objet
scène → caméra
projection polygones

O(nb polygones)

- coordonnées
- illumination
- projection polygones
- sommets recouverts ?
- occlusions (Z-Buffer)
- insertion pt → img

⊕ parallélisation OK
defered shading (espace img)

⊖ effets limités
Z-Ker coûteux
dépendance scène

JV
Internet 3D
Simulateurs
Img. med.
Réalité virtuelle

LANCER DE RAYONS

image
caméra → scène
calcul couleur inters°

O(nb pixels)

- lancer rayon
- calcul intersection ?
- transformation rayon ?
- illumination
- insertion pt → img

⊕ indep. nb primitives
souple, phys. réaliste
(aspect particulaire lum.)

⊖ complexité ↗ vite
pb parallélisation
dépendance résolution

(-- JV) !
FX
Visu scientifique
Architecture
CAO

Translation $T(t_x, t_y, t_z)$

$$T_{t_x,t_y,t_z} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & t_x \\ 0 & 1 & 0 & t_y \\ 0 & 0 & 1 & t_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

· Points

Homothétie $H(\alpha_x, \alpha_y, \alpha_z)$

$$H_{\alpha_x,\alpha_y,\alpha_z} = \begin{pmatrix} \alpha_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Rotations

$$R_{x,\theta} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ 0 & \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$R_{y,\theta} = \begin{pmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$R_{z,\theta} = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$