#### 阶乘末尾的零

【题目描述】阶乘末尾的零（rob）

试找到最小自然数N，使N!在十进制下包含Q个零。例如最小自然数5，使5!＝5×4×3×2×1＝120，120的末尾包含1个零。

【输入格式】

一个整数 Q（0≤Q≤108）。

【输出格式】

如果无解，输出“No solution”，否则输出N。

【输入样例】

2

【输出样例】

10

##### 分治算法

|  |  |
| --- | --- |
|  | 本题中，N！随着N的增加，0的个数也在增加，所以是一个单调递增序列，显然可以用二分法很快求出答案。  至于判断N！有多少个零，本套书的第一部里曾经提到过一个公式是N/5 ＋ N/(52) ＋ N/(53) ＋… |

核心伪代码如下所示。

|  |  |
| --- | --- |
| 1  2  3  4  5  6  7  8  9  10  11  12  13 | 左边界=1  右边界=INF //设INF为一个极大值  while(左边界<=右边界)  {  mid=(左边界+右边界)/2  计算出mid末尾有多少个0，赋值给t  if(t==Q 且mid比之前找到的答案更小) //此处是关键  则更新答案值为mid  if(t>=Q)  右边界=mid-1  else(t<Q)  左边界=mid+1  } |

##### 数学方法

|  |  |
| --- | --- |
|  | 这道题还可以用数学方法解决。  题目给出的是Q，要求出的是N，由于是要求出最小的自然数，所以N必定是5的倍数。又有：  Q＝ N/5 ＋ N/(52) ＋ N/(53) ＋……＋ N/(5k) （假设只到前k项）  → Q＝N（1/5＋1/(52)＋1/(53)＋……＋ 1/(5k)）  → Q＝N（)（等比数列求和：Sn＝，其中a1为首项，q为公比）  → Q＝N（ ) (分子分母同乘以5)  → Q＝N(5k－1)/[4×(5k)] （分子分母同乘以5k）  → N＝4Q×[(5k)/(5k－1)]  注意到 1＜(5k)/(5k－1)≤5/4，且当k趋于无穷时，(5k)/(5k－1)趋于1，所以可先算出N＝4Q的末尾零的个数与所给的Q比较，显然所求的数就在4Q的附近。 |

核心伪代码如下所示。

|  |  |
| --- | --- |
| 1  2  3  4  5  6  7 | int ans = 4\*Q/5\*5; //确保ans为5的倍数  while (ans末尾零的个数<Q)  ans+=5;  if (成功找到)  输出答案  else  输出"No solution\n" |