Handout zur GFS (von Maximilian Bornhofen)

Komplexe Fourierreihe

Grundlegende Idee

Jede *periodische* Funktion f kann durch die *Überlagerung von Sinus- und Kosinusfunktionen* dargestellt werden, deren Frequenzen *Vielfache der Grundfrequenz* (von f) sind.

– Mathematiker und Physiker Joseph Fourier (1768 – 1830).

Notation von Summen und Reihen

$$\sum_{n=m}^{N} a_n = a_m + a_{m+1} + \cdots + a_N, \quad \text{Beispiel: } \sum_{n=1}^{5} n = 1+2+3+4+5 = 15 \qquad \textbf{(Summe)}$$

$$\sum_{n=m}^{\infty} a_n = \lim_{N\to\infty} \sum_{n=m}^{N} a_n = \underbrace{a_m + a_{m+1} + a_{m+2} + \cdots}_{\text{konvergierende unendliche Summe}}, \quad \text{Bsp.: } \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \cdots = 2 \qquad \textbf{(Reihe)}$$

Reelle Fourierreihe

Eine periodische Funktion $f : [0; T) \mapsto \mathbb{R}$ mit Periode T lässt sich durch die Reihe

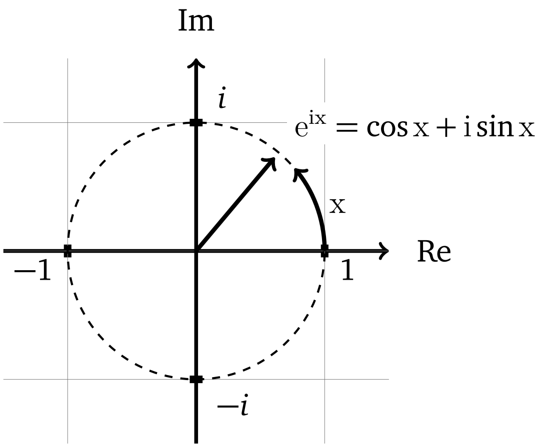
$$f(t) = \underbrace{A_0}_{\text{Gleichwert}} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(A_n \cos\left(2\pi \frac{n}{T} \cdot t\right) + B_n \sin\left(2\pi \frac{n}{T} \cdot t\right) \right) \quad \text{exakt beschreiben.}$$

Die komplexen Zahlen $\mathbb{C}$

... erweitern die reellen Zahlen ($\mathbb{R} \subset \mathbb{C}$) um eine imaginäre Achse.

... können in der *komplexen Zahlenebene* als Vektoren dargestellt werden.

... können mithilfe der Eulerschen Formel mit Polarkoordinaten beschrieben werden.



Komplexe Zeiger (mit konstanter Frequenz um den Ursprung rotierender Pfeil)

... können durch eine *Anfangskonfiguration* $C_n \in \mathbb{C}$ und eine *Frequenz* $f_n \in \mathbb{R}$ eindeutig beschrieben werden.

... können durch Aufsummieren aneinandergehängt werden → Idee der komplexen Fourierreihe.