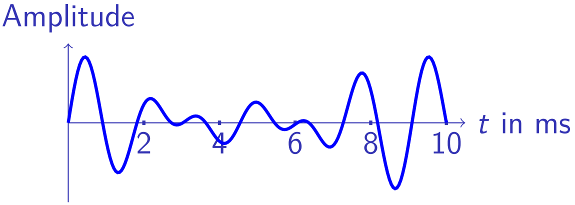
Komplexe Fourierreihe

Von der Akustik zum komplexen Zeichnen

GFS – Maximilian

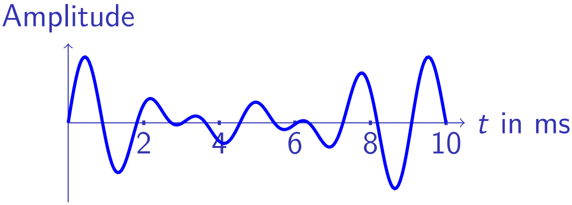
July 2, 2024

Hinführung

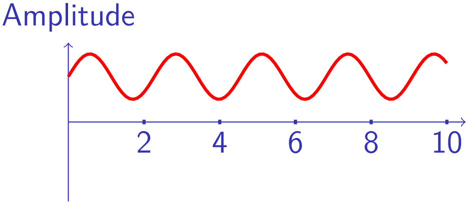


$f(t) = ???$

Hinführung



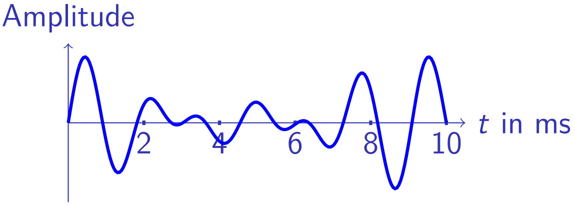
$$f(t) = ???$$



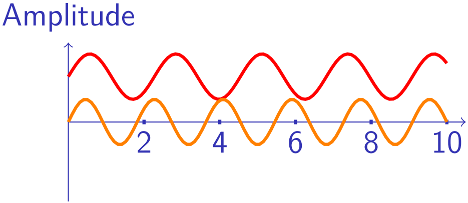
$$a(t) = \sin(2\pi \cdot 440\mathrm{Hz} \cdot t)$$

$$f(t) = a(t) + cis(t) + e(t)$$

Hinführung



$f(t) = ???$

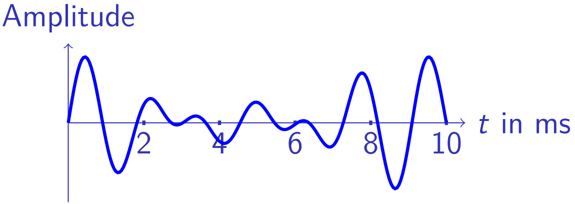


$a(t) = \sin(2\pi \cdot 440\text{Hz} \cdot t)$

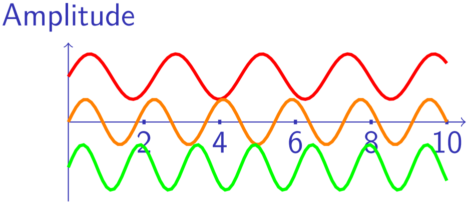
$cis(t) = \sin(2\pi \cdot 550\text{Hz} \cdot t)$

$$f(t) = a(t) + cis(t) + e(t)$$

Hinführung



$f(t) = ???$



$a(t) = \sin(2\pi \cdot 440\text{Hz} \cdot t)$

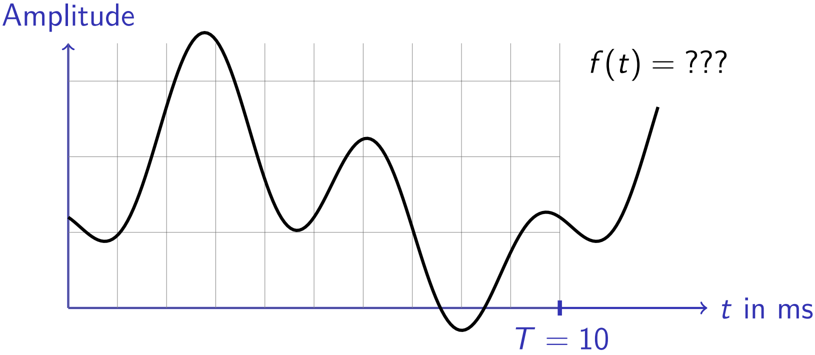
$cis(t) = \sin(2\pi \cdot 550\text{Hz} \cdot t)$

$e(t) = \sin(2\pi \cdot 660\text{Hz} \cdot t)$

$$f(t) = a(t) + cis(t) + e(t)$$

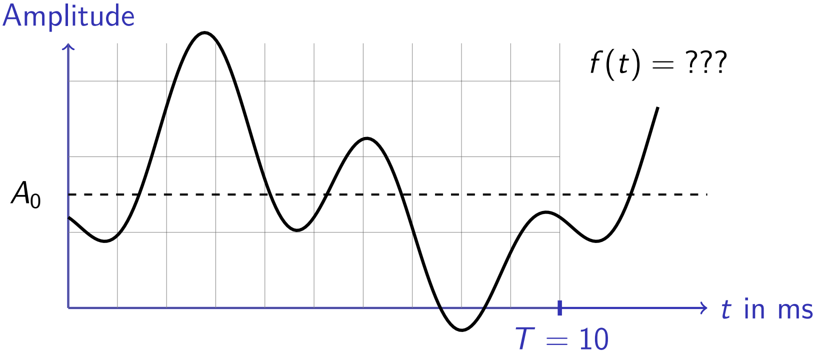
Idee

Jede *periodische* Funktion kann durch die *Überlagerung von Sinus- und Kosinusfunktionen* dargestellt werden, deren *Frequenzen Vielfache der Grundfrequenz* sind.



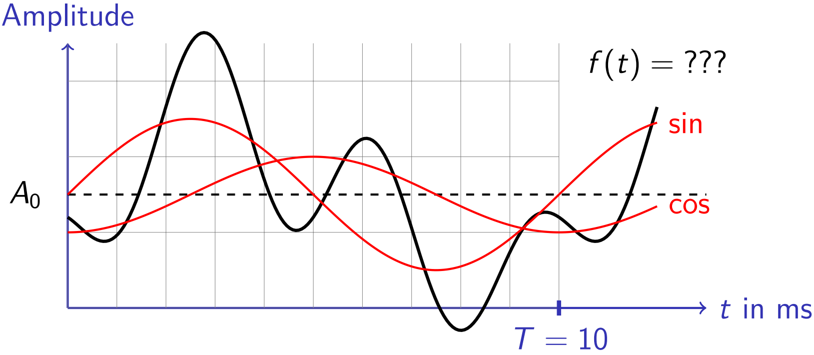
Idee

Jede *periodische* Funktion kann durch die *Überlagerung von Sinus- und Kosinusfunktionen* dargestellt werden, deren *Frequenzen Vielfache der Grundfrequenz* sind.



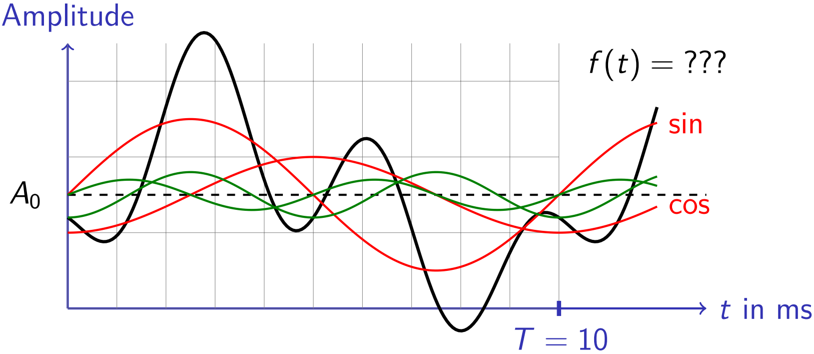
Idee

Jede *periodische* Funktion kann durch die *Überlagerung von Sinus- und Kosinusfunktionen* dargestellt werden, deren *Frequenzen Vielfache der Grundfrequenz* sind.



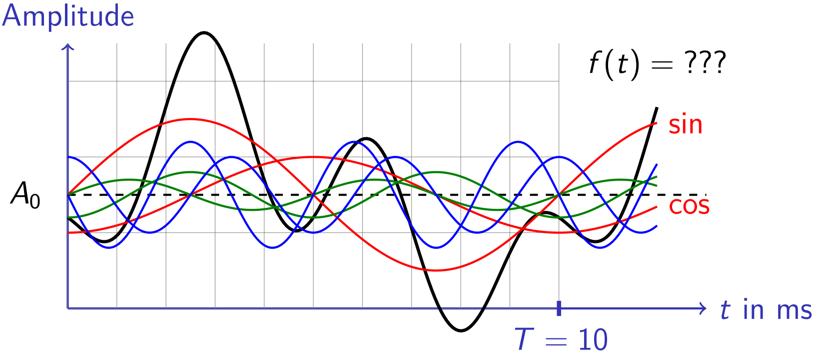
Idee

Jede *periodische* Funktion kann durch die *Überlagerung von Sinus- und Kosinusfunktionen* dargestellt werden, deren *Frequenzen Vielfache der Grundfrequenz* sind.



Idee

Jede *periodische* Funktion kann durch die *Überlagerung von Sinus- und Kosinusfunktionen* dargestellt werden, deren *Frequenzen Vielfache der Grundfrequenz* sind.



Reelle Fourierreihe

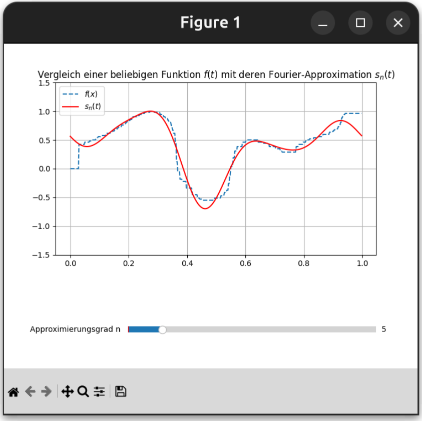
$$
\begin{aligned}
s_N(t) &= A_0 \\
&+ A_1 \cos(2\pi \frac{\mathbf{1}}{T} \cdot t) + B_1 \sin(2\pi \frac{\mathbf{1}}{T} \cdot t) \quad \text{Grundfrequenz} \\
&+ A_2 \cos(2\pi \frac{\mathbf{2}}{T} \cdot t) + B_2 \sin(2\pi \frac{\mathbf{2}}{T} \cdot t) \quad \text{2x Grundfrequenz} \\
&\vdots \qquad\qquad \vdots \quad N \text{ mal...} \\
&= A_0 + \sum_{n=1}^{N} \left(A_n \cos(2\pi \frac{n}{T} \cdot t) + B_n \sin(2\pi \frac{n}{T} \cdot t) \right)
\end{aligned}
$$

Reelle Fourierreihe

$$\begin{aligned}
s_N(t) = A_0 & \\
&+ A_1 \cos(2\pi \frac{\mathbf{1}}{T} \cdot t) + B_1 \sin(2\pi \frac{\mathbf{1}}{T} \cdot t) \quad \text{Grundfrequenz} \\
&+ A_2 \cos(2\pi \frac{\mathbf{2}}{T} \cdot t) + B_2 \sin(2\pi \frac{\mathbf{2}}{T} \cdot t) \quad \text{2x Grundfrequenz} \\
&\vdots \qquad\qquad \vdots \quad N \text{ mal...} \\
&= A_0 + \sum_{n=1}^{N} \left(A_n \cos(2\pi \frac{n}{T} \cdot t) + B_n \sin(2\pi \frac{n}{T} \cdot t) \right)
\end{aligned}$$

$$\lim_{N \to \infty} s_N(t) = \underbrace{A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left(A_n \cos(2\pi \frac{n}{T} \cdot t) + B_n \sin(2\pi \frac{n}{T} \cdot t) \right)}_{\text{Reelle Fourierreihe}} = f(t).$$

Simulation



Koeffizienten?

$$A_0 = \frac{1}{T}\int_0^T f(t)\,dt$$

$$A_n = \frac{2}{T}\int_0^T f(t)\cdot\cos(2\pi\frac{n}{T}\cdot t)\,dt$$

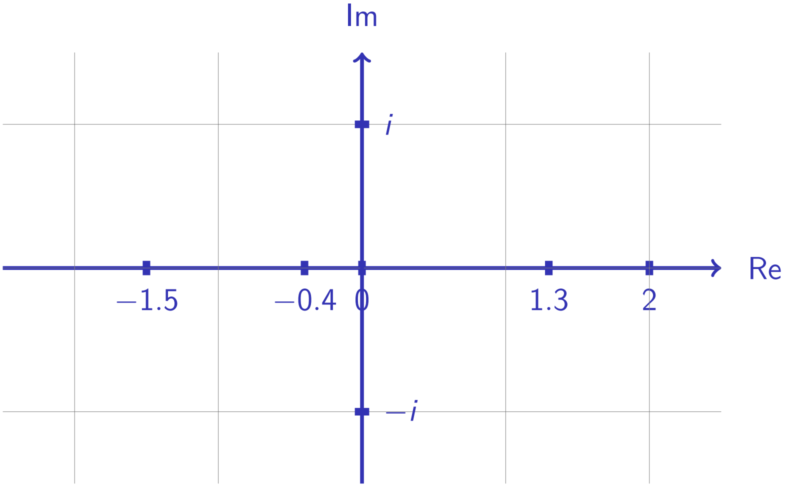
$$B_n = \frac{2}{T}\int_0^T f(t)\cdot sin(2\pi\frac{n}{T}\cdot t)\,dt$$

Die Integrale wurden numerisch bestimmt.

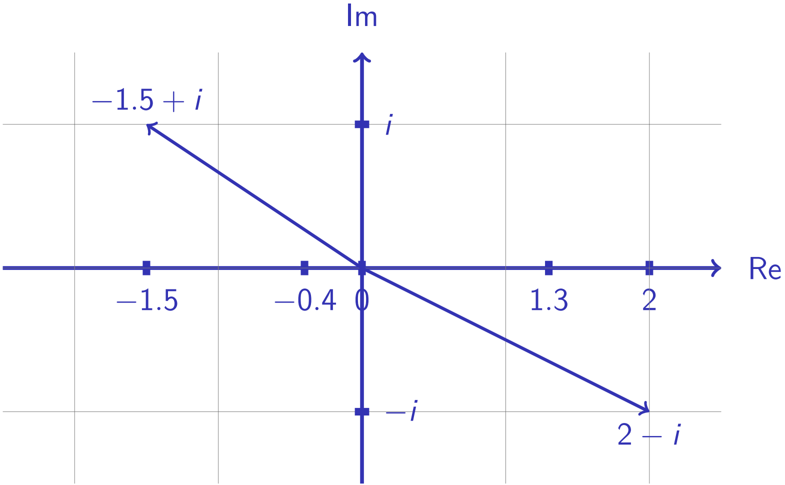
Wiederholung der komplexen Zahlen

Wiederholung der komplexen Zahlen

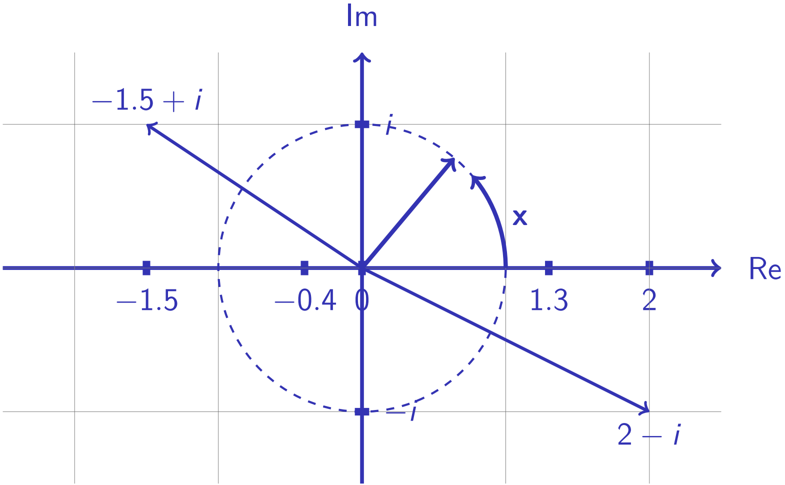
Wiederholung der komplexen Zahlen



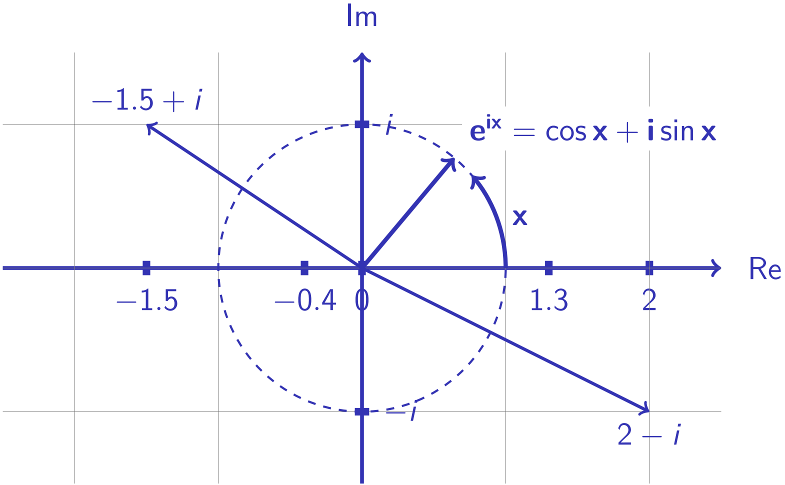
Wiederholung der komplexen Zahlen



Wiederholung der komplexen Zahlen

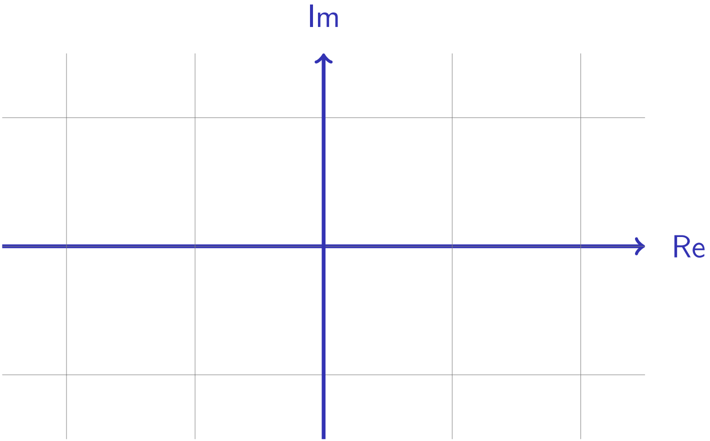


Wiederholung der komplexen Zahlen



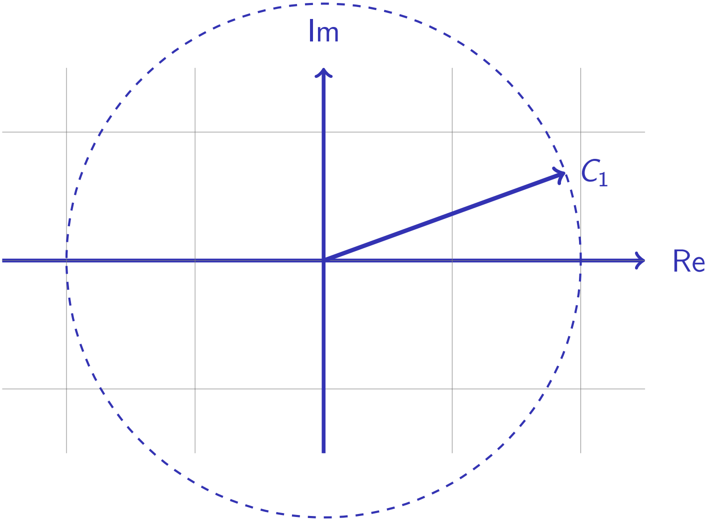
Komplexe Zeiger

Anfangskonfiguration $C_n \in \mathbb{C}$ und Freuqenz $f_n \in \mathbb{R}, [f] = 1\text{Hz}$



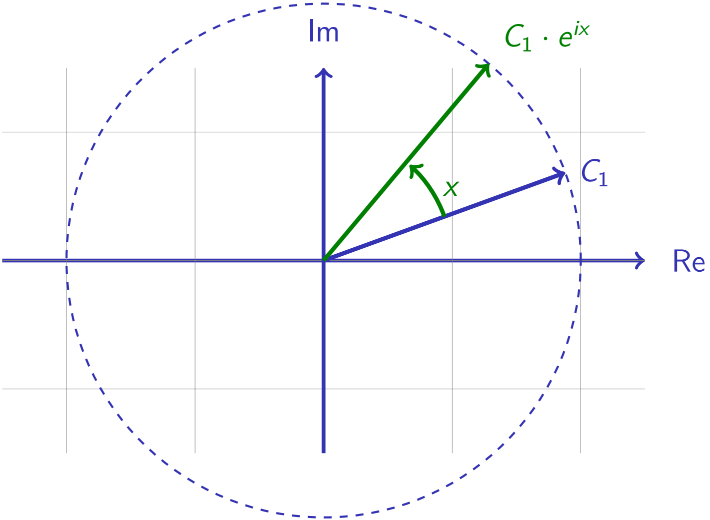
Komplexe Zeiger

Anfangskonfiguration $C_n \in \mathbb{C}$ und Freuqenz $f_n \in \mathbb{R}, [f] = 1\text{Hz}$



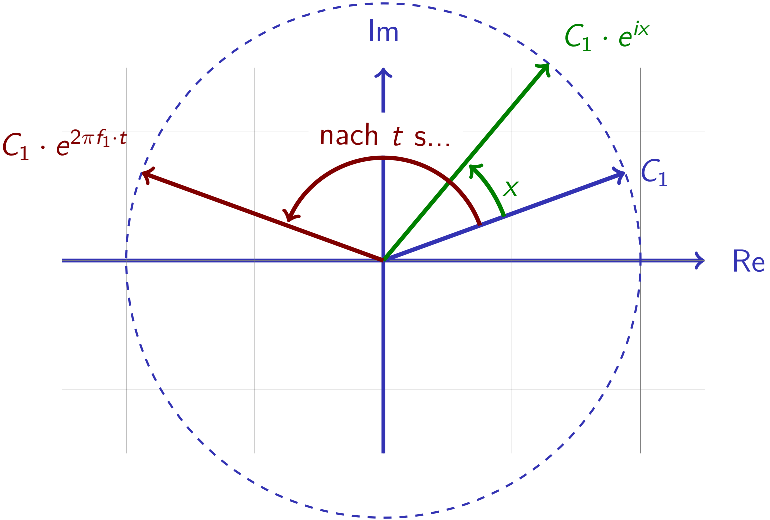
Komplexe Zeiger

Anfangskonfiguration $C_n \in \mathbb{C}$ und Freuqenz $f_n \in \mathbb{R}, [f] = 1\text{Hz}$



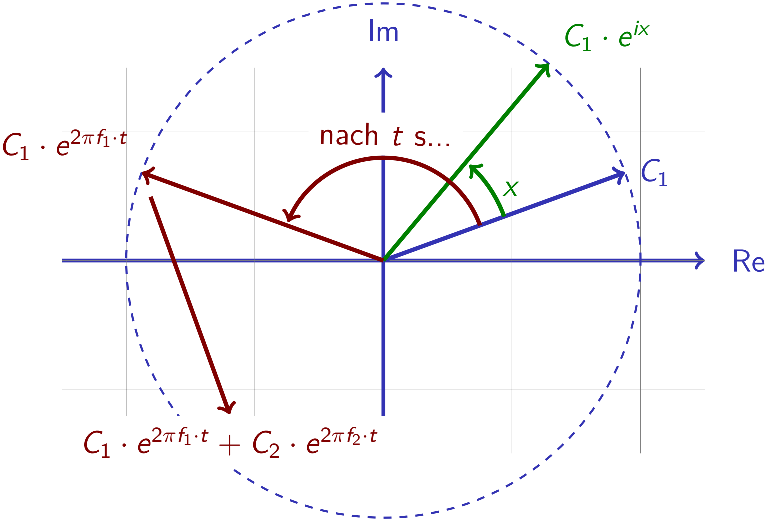
Komplexe Zeiger

Anfangskonfiguration $C_n \in \mathbb{C}$ und Freuqenz $f_n \in \mathbb{R}, [f] = 1\text{Hz}$



Komplexe Zeiger

Anfangskonfiguration $C_n \in \mathbb{C}$ und Freuqenz $f_n \in \mathbb{R}, [f] = 1\text{Hz}$



Komplexe Zeiger

Anfangskonfiguration $C_n \in \mathbb{C}$ und Freuqenz $f_n \in \mathbb{R}, [f] = 1\text{Hz}$