SNM_HW01

PB19111713钟颖康

1.5

$$L_2(x)=\frac{(x-x_1)(x-x_2)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)}f(x_0)+\frac{(x-x_0)(x-x_2)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)}f(x_1)+\frac{(x-x_0)(x-x_1)}{(x_2-x_0)(x_2-x_1)}f(x_2)$$

代入

$$\begin{cases} x_0= & 81\\ x_1= & 100\\ x_2= & 121\\ f(x_0)= & 9\\ f(x_1)= & 10\\ f(x_2)= & 11\\ x= & 105 \end{cases}$$

可得

$$L_2(105)=10.24812$$

则

$$e=\sqrt{105}-L_2(105)=-1.17\times10^{-3}$$

而

$$R_2(x)=\frac{f^3(\xi)}{3!}\prod_{i=1}^{3}(x-x_i),\xi\in[a,b]$$

代入

$$\begin{cases} & x= & 105\\ a= & x_0= & 81\\ b= & x_2= & 121 \end{cases}$$

可得

$$R_2(105)=-120\xi^{-\frac{5}{2}}\in[-2.03\times10^{-3},-7.45\times10^{-4}]$$

故实际误差在误差界内。

1.7

(1)

$$N_3(x) = 1 + 2(x-4) + (x-4)(x-1) - (x-4)(x-1)(x-3)$$

(2)

$$f(2) = N_3(2) = -7$$

由于

$$f[1,2,3,4] = \frac{f[2,3,4] - f[1,3,4]}{2-1} = -1$$

故

$$f[2,3,4] = f[1,3,4] - 1 = 0$$

1.12

设

$$H_2(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$$

代入已知数据可得

$$\begin{cases} a_0 + & 3a_1 + & 9a_2 = & 5 \\ a_0 + & 5a_1 + & 25a_2 = & 15 \\ & a_1 + & 10a_2 = & 7 \end{cases}$$

解得

$$\begin{cases} a_0 = & 5 \\ a_1 = & -3 \\ a_2 = & 1 \end{cases}$$

即

$$H_2(x) = 5 - 3x + x^2$$

故

$$R_2(x) = \frac{f'''(\xi)}{3!}(x-3)(x-5^2)$$

代入易知

$$H_2(3.7) = 5 - 3 \times 3.7 + 3.7^2 = 7.59$$