AI_HW5

PB19111713钟颖康

7.13

a. 证明子句$(\neg P_1 \vee ... \vee \neg P_m \vee Q)$逻辑等价于蕴含语句$(P_1 \wedge ... \wedge P_m) \Rightarrow Q$。

$$
\begin{aligned}
(\neg P_1 \vee ... \vee \neg P_m \vee Q) &\Leftrightarrow (\neg P_1 \vee ... \vee \neg P_m) \vee Q \\
&\Leftrightarrow \neg (P_1 \wedge ... \wedge P_m) \vee Q \\
&\Leftrightarrow (P_1 \wedge \cdots \wedge P_m) \Rightarrow Q
\end{aligned}
$$

b. 证明每个子句（不管正文字的数量）都可以写成$(P_1 \wedge \cdots \wedge P_m) \Rightarrow (Q_q \vee \cdots \vee Q_n)$的形式，其中$P_i$和$Q_i$都是命题词。由这类语句构成的知识库是表示为蕴含范式或称Kowalski)范式(Kowalski，1979)。

显然，每个子句都可以写成$\neg P_1 \vee ... \vee \neg P_m \vee Q_1 \vee ... \vee Q_n$的形式，

而

$$
\begin{aligned}
\neg P_1 \vee ... \vee \neg P_m \vee Q_1 \vee ... \vee Q_n &\Leftrightarrow (\neg P_1 \vee ... \vee \neg P_m) \vee (Q_1 \vee ... \vee Q_n) \\
&\Leftrightarrow \neg (P_1 \wedge ... \wedge P_m) \vee (Q_1 \vee ... \vee Q_n) \\
&\Leftrightarrow (P_1 \wedge \cdots \wedge P_m) \Rightarrow (Q_q \vee \cdots \vee Q_n)
\end{aligned}
$$

故原命题成立。

c. 写出蕴含范式语句的完整归结规则。

对于原子语句P_i, Q_i, R_i, S_i，其中$P_j = Q_k$

$$
\frac{(P_1 \wedge ... \wedge P_j \wedge ... \wedge P_{n_1}) \Rightarrow (R_1 \vee ... \vee R_{n_2}), \quad (S_1 \wedge ... \wedge S_{n_3}) \Rightarrow (Q_1 \vee ... \vee Q_k \vee ... \vee Q_{n_4})}{(P_1 \wedge ... \wedge P_{j-1} \wedge P_{j+1} \wedge ... \wedge P_{n_1} \wedge S_1 \wedge ... \wedge S_{n_3}) \Rightarrow (R_1 \vee ... \vee R_{n_2} \vee Q_1 \vee ... \vee Q_{k-1} \vee Q_{k+1} \vee ... \vee Q_{n_4})}
$$

证明. 证明前向链接算法的完备性。

证明：（参考课本P216）

1. 考察$inferred$表的最终状态（在算法到达不动点后，不会再出现新的推理），其中推导出的每个符号设为$true$，而其它符号为$false$。把这个表看作一个逻辑模型M。
2. 原始KB中的每个子句在M中都为真。理由如下：
   - 若某个子句$a_1 \wedge ... \wedge a_k \Rightarrow b$在$M$中为$false$，那么$a_1 \wedge ... \wedge a_k$在$M$中为真且$b$在$M$中为假，应该继续推理下去，而这与到达不动点的假设矛盾。
3. 因此M是KB的一个模型。若KB蕴含的任一原子语句q在它的所有模型中为真，则显然在M中也为真。故q在$inferred$表中也为$true$，即能够被前向链接算法推导出来。