

HW3

PB19111713钟颖康

1.

考虑切割成本c:

```
Bottom-Up-Cut-Rod(p, n, c)
1  let r[0..n] be a new array
2  r[0] = 0
3  for j = 1 to n
4      q = -∞
5      for i = 1 to j
6          q = max(q, p[i] + r[j - i] - c)
7      r[j]=q
8  return r[n]
```

2.

$$\begin{aligned}\sum_{l=2}^n \sum_{i=1}^{n-l+1} \sum_{k=i}^{i+l-2} 2 &= \sum_{l=2}^n \sum_{i=1}^{n-l+1} 2(l-1) \\&= \sum_{l=2}^n 2(l-1)(n-l+1) \\&= \sum_{l=1}^{n-1} 2l(n-l) \\&= 2n \sum_{l=1}^{n-1} l - 2 \sum_{l=1}^{n-1} l^2 \\&= (n^3 - n^2) - \frac{(n-1)n(2n-1)}{3} \\&= \frac{n^3 - n}{3}\end{aligned}$$

3.

所有满足 $1 \leq i \leq j \leq n$ 的数对 (i, j) 均可作为顶点 $V(i, j)$, 每个顶点 $V(i, j)$ 的问题 ($i \neq j$) 均可划分为子问题 $V(i, k)$ 与 $V(k+1, j)$, 其中 $i \leq k < j$, 即顶点 $V(i, j)$ 与 $V(i, k)$ 、 $V(k+1, j)$ 相连, $i \leq k < j$

顶点: $\frac{n^2+n}{2}$

边: $\frac{n^3-n}{3}$