AI_HW2

PB19111713钟颖康

4.1 跟踪A^*搜索算法用直线距离启发式求解从Lugoj到Bucharest问题的过程。按顺序列出算法扩展的节点和每个节点的f, g, h值。

以下用L表示$Lugoj$，用M表示$Mehadia$，用T表示$Timisoara$，用D表示$Dobreta$，用C表示$Craiova$，用P表示$Pitesti$，用R表示$Rimnicu$，用A表示$Arad$，用B表示$Burcharst$.

- 初始状态：
  - 待扩展：L[244=0+244]
- 扩展$L(g=0)$
  - 待扩展：M[311=70+241], T[440=111+329]
- 扩展$M(g=70)$
  - 待扩展：L[384=140+244], D[387=145+242], T[440=111+329]
- 扩展$L(g=140)$
  - 待扩展：D[387=145+242], T[440=111+329], M[451=210+241], T[580=251+389]
- 扩展$D(g=145)$
  - 待扩展：C[425=265+160], T[440=111+329], M[451=210+241], M[461=220+241], T[580=251+329]
- 扩展$C(g=256)$
  - 待扩展：T[440=111+329], M[451=210+241], M[461=220+241], P[503=403+100], T[580=251+329], R[604=411+193], D[627=385+242]
- 扩展$T(g=111)$
  - 待扩展：M[451=210+241], M[461=220+241], L[466=222+244], P[503=403+100], T[580=251+329], A[595=229+366], R[604=411+193], D[627=385+242]
- 扩展$M(g=210)$
  - 待扩展：M[461=220+241], L[466=222+244], P[503=403+100], L[524=280+244], D[527=285+242], T[580=251+329], A[595=229+366], R[604=411+193], D[627=385+242]
- 扩展$M(g=220)$
  - 待扩展：L[466=222+244], P[503=403+100], L[524=280+244], D[527=285+242], L[534=290+244], D[537=295+242], T[580=251+329], A[595=229+366], R[604=411+193], D[627=385+242]
- 扩展$L(g=222)$
  - 待扩展：P[503=403+100], L[524=280+244], D[527=285+242], M[533=292+241], L[534=290+244], D[537=295+242],
    T[580=251+329], A[595=229+366], R[604=411+193], D[627=385+242], T[662=333+329]
- 扩展$P(g=403)$
  - 待扩展：**B[504=504+0]**, L[524=280+244], D[527=285+242], M[533=292+241], L[534=290+244], D[537=295+242], T[580=251+329], A[595=229+366], R[604=411+193], D[627=385+242], T[662=333+329], R[693=500+193], C[701=541+160]

拓展$Bucharest$结束。

4.2 启发式路径算法是一个最佳优先搜索，它的目标函数是 $f(n) = (2-w)g(n) + wh(n)$。算法中w取什么值能保证算法是最优的?当$w=0$时，这个算法是什么搜索?$w=1$呢?$w=2$呢?

- 当$w=0, f(n)=2g(n)$时，为一致代价搜索。
- 当$w=1, f(n)=g(n)+h(n)$时，为$A*$搜索。
- 当$w=2, f(n)=2h(n)$时，为贪婪最佳优先搜索。
- 当$w=2$时为贪婪最佳优先搜索，不是最优的，故考虑$w \neq 2$的情况：
  $f(n)=(2-w)\times(g(n)+\frac{wh(n)}{2-w})$，此时要保证算法最优只需保证$\frac{wh(n)}{2-w} \leq h(n)$，故$w \leq 1$即可保证算法是最优的。

4.6 设计一个启发函数，使它在八数码游戏中有时会估计过高，并说明它在什么样的特殊问题下会导致非最优解。(可以借助计算机的帮助。)证明：如果h被高估的部分从来不超过c，$A*$算法返回的解的耗散比最优解的耗散多出的部分也不超过c。

- 令$h=h_1+h_2$，其中$h_1=$不在位的棋子数，$h_2=$所有棋子到其目标位置的距离和。
- 导致非最优解的特殊问题：

$$\begin{matrix} 1 & 2 & 5 \\ 6 & 3 & 4 \\ 7 & 8 & * \end{matrix}$$

- 证明：
  1. 由于h被高估的部分不超过c，即$h(x) \leq h'(x)+c$，设采用高估启发式函数返回的解目标节点是G，最优目标节点是G_0.
  2. 以下采用反证法：设耗散多出的部分超过c，即$g(G)-g(G_0)>c$，有 $f(G)-f(G_0)=g(G)-g(G_0)+h(G)-h(G_0)>c$
  3. 根据题意，$h(G) \leq h'(G)+c, h(G_0) \leq h'(G_0)+c$，故$|h(G)-h(G_0) \leq c|$.
  4. 结合2.与3.可知$f(G)-f(G_0)>0$，而此时必定会先拓展G_0，与返回的解目标节点为G矛盾，故假设不成立，原命题为真，即返回的解的耗散比最优解的耗散多出的部分也不超过c.

4.7 证明如果一个启发式是一致的，它肯定是可采纳的。构造一个非一致的可采纳启发式。

- 不妨设启发式$h(n)$是一致的，则对于每个节点n和通过任何行动a生成的后继节点n'均有 $h(n) \leq c(n,a,n')+h(n')$，即$h(n)-h(n') \leq c(n,a,n')$.
  - 设初始节点为n_0，n_i的后继为$n_{i+1}, i=0,1,\ldots$，目标节点为n_N，则

$$h(n_i)-h(n_{i+1}) \leq c(n_i, a[i][i+1], n_{i+1}),\ i=0,1,\ldots,N-1$$

  - 累加可得

$$h(n_0)-h(n_N) \leq \sum_{i=0}^{N-1} c(n_i, a[i][i+1], n_{i+1}) = actual\_cost(n_0, n_N)$$

  - 综上，一致的启发式可采纳。
- 非一致的可采纳启发式：
  - 在路径a——b——c中，a——b的实际耗散为2，b——c的实际耗散为2，$h(a)=4,h(b)=1,h(c)=0$
  - 没有高估实际耗散，故可采纳；
  - $h(a)=4>1+2=h(b)+cost(a,b)$，故非一致。