SNM_Report_Project1

PB19111713钟颖康

Program2

2.1 Introduction

程序 2　下面给出美国 1920~1970 年的人口表：

年份	1920	1930	1940	1950	1960	1970
人口（千人）	105711	123203	131669	150697	179323	203212

用表中数据构造一个 5 次 Lagrange 插值多项式，并用此估计 1910，1965 和 2002 年的人口．1910 年的实际人口数约为 91772000，请判断插值计算得到的 1965 年和 2002 年的人口数据准确性是多少？

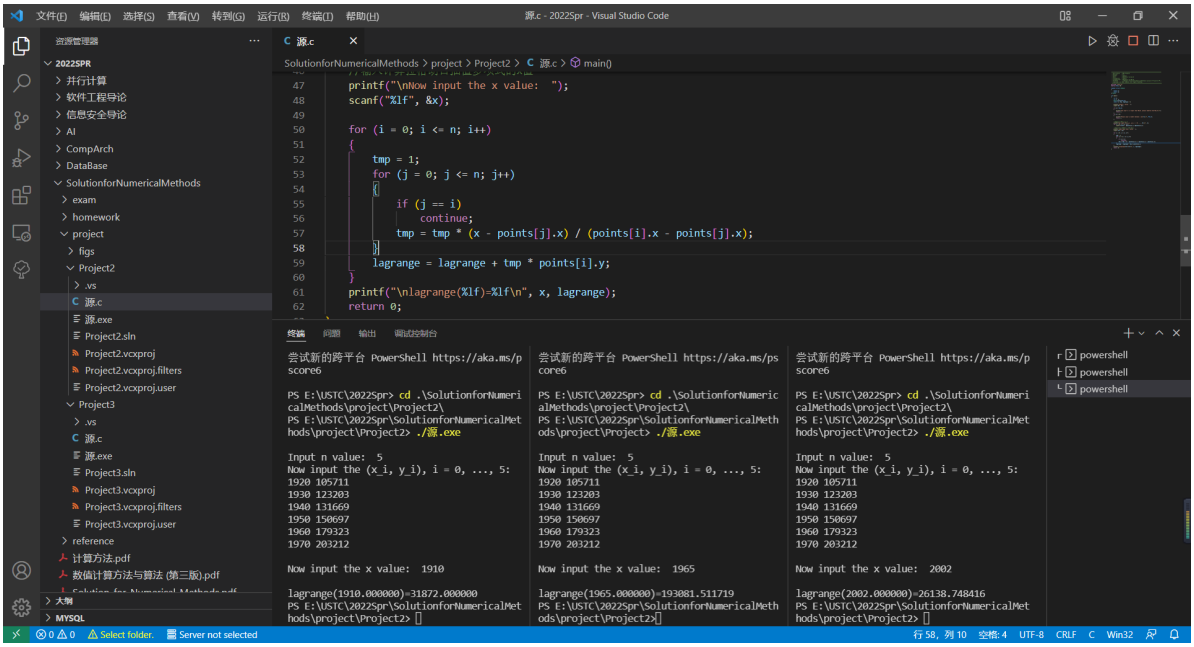
2.2 Method

题目要求构造Lagrange插值多项式，根据课本上的公式

$$L_n(x)=\sum_{i=0}^{n}\prod_{0\le j\le n,j\neq i}\frac{x-x_j}{x_i-x_j}f(x_i)$$

可直接写出程序求出1910，1965和2002年的人口。

2.3 Result



根据程序运行结果，

$$\begin{aligned}L_5(1910)&=31872\\L_5(1965)&=193081.51\\L_5(2002)&=26138.75\end{aligned}$$

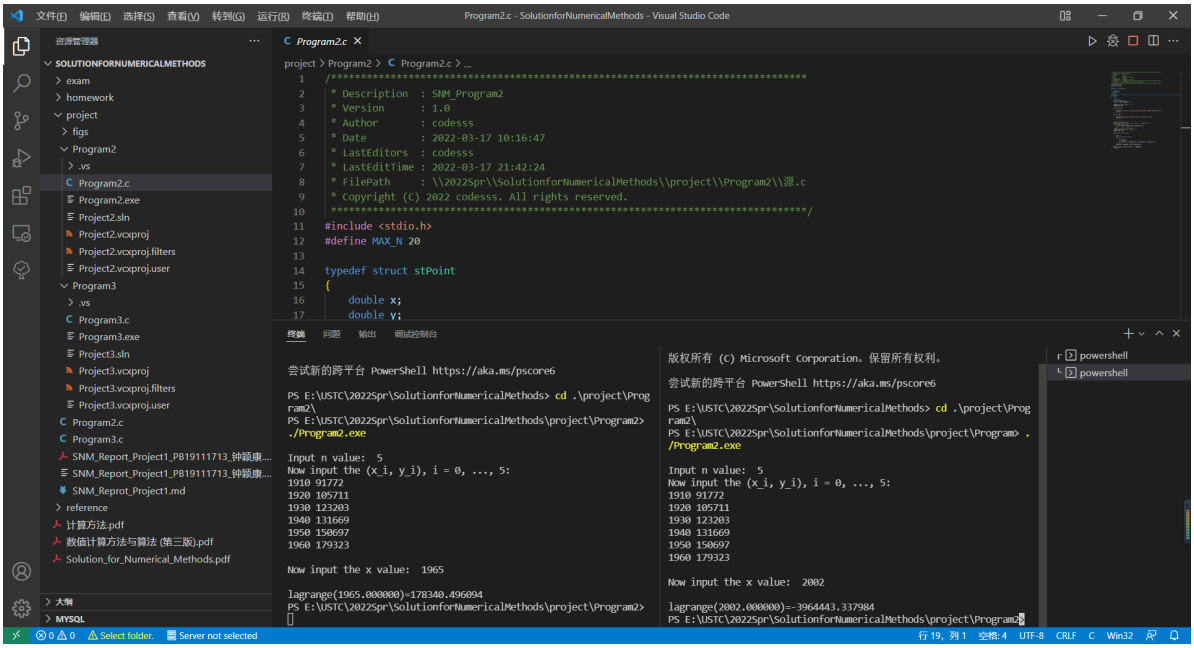
即所求三个年份的人口约为31872，193081.51和26138.75。

2.4 Discussion

现给出1910年的实际人口为91772000，故选取1910，1920，1930，1940，1950和1960这6个插值点构造一个新的插值多项式，记为$\tilde{L}_5(x)$，根据事后估计法，误差即可表示为

$$f(x) - L_n(x) \approx \frac{x - x_0}{x_0 - x_{n+1}}(L_n(x) - \tilde{L}_n(x))$$

利用之前的程序计算$\tilde{L}_5(x)$



可知

$$\begin{aligned}\tilde{L}_5(1965) &= 178340.50\\ \tilde{L}_5(2002) &= -3964443.34\end{aligned}$$

相应地，可知误差分别为

$$\begin{aligned}f(1965) - L_5(1965) &\approx -1228.42\\ f(2002) - L_5(2002) &\approx 2128310.45\end{aligned}$$

肉眼可见误差相当巨大，故插值计算得到的1965年和2002年人口数据不太准确。

Program3

3.1 Introduction

程序 3　数据同上表, 用 Newton 插值估计:

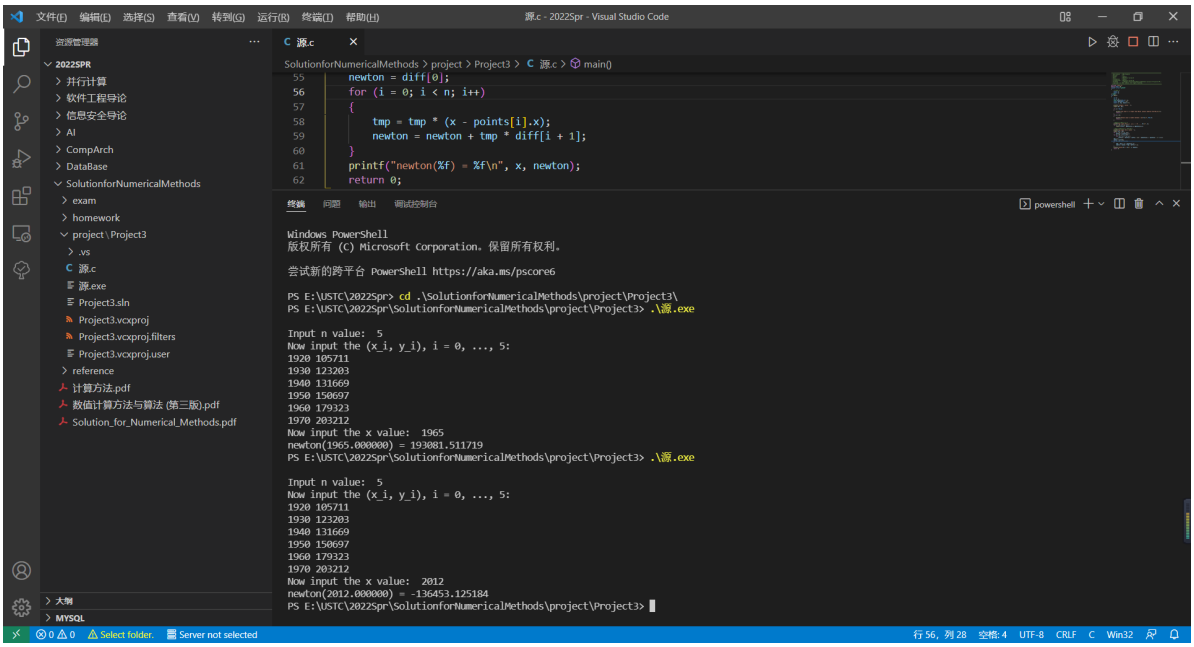
(1) 1965 年的人口数;

(2) 2012 年的人口数.

3.2 Method

思路参考课本附录2中的**程序 1**。

3.3 Result



根据程序运行结果，

$$
\begin{aligned}
N_5(1965) &= 193081.51 \\
N_5(2002) &= -136453.13
\end{aligned}
$$

即所求两个年份的人口约为193081.51和-136453.13。