Übungen zur Vorlesung
“Stochastik für Studierende der Informatik“

Blatt 1

Abgabetermin: Freitag, 02.05.2025, bis 10:00 Uhr über ILIAS
(Geben Sie in Ihrer Abgabe Ihren Namen und Ihre Übungsgruppe an.
Sie dürfen maximal zu dritt abgeben.)

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Wir wählen eine Zahl aus der Menge $\{1, 2, ..., M\}$, wobei jede Zahl mit derselben Wahrscheinlichkeit gezogen wird.

a) Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass die gewählte Zahl durch 2 teilbar ist? (2P)

b) Sei M gleichzeitig durch 2, 3 und 7 teilbar. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass die zufällig gewählte Zahl durch mindestens eine der zahlen $\{2, 3, 7\}$ teilbar ist? Da es nicht leicht ist, diese Wahrscheinlichkeit zu berechnen, dürfen Sie hier eine Approximation durch Simulation bestimmen. Binden Sie Ihren Code und Ihre Ergebnisse in die abgegebene PDF ein. (2P)

Aufgabe 2 (4 Punkte)

(In dieser Aufgabe erweitern wir Beispiel 1.4 aus der Vorlesung.)
In einer Urne befinden sich N Kugeln, die enweder rot, grün oder blau gefärbt sind. Von den N Kugeln sind K_1 rot, K_2 grün und K_3 blau. Angenommen es werden nacheinander 3 Kugeln ohne zurücklegen aus der Urne gezogen.

a) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass alle drei gezogenen Kugeln dieselbe Farbe haben. (1P)

b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass alle drei Kugeln verschiede Farben haben. Versuchen Sie das Ergebnis in eine geschlossene Form ohne Summe zu bringen. (2P)

c) Ändert sich was an (a) und (b) wenn die drei Kugeln gleichzeitig gezogen werden? Wenn ja, was? Begründen Sie Ihre Antwort. (1P)

Aufgabe 3 (4 Punkte)

(a) Wie viele Möglichkeiten gibt es einen Vektor der Länge n mit 0 oder 1 zu füllen, sodass the summe aller einträge genau k ist? Also bestimmen Sie

$$\#\left\{(x_1, ..., x_n)^T \in \{0,1\}^n \;\middle|\; \sum_{i=1}^{n} x_i = k\right\}.$$ (2P)

b) Zeigen Sie, dass der Binomialkoeffizient $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ die Eigenschaft

$$\binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} = \binom{n+1}{k+1}$$

für $n > 0$ und $k < n$ erfüllt. (Dies ist der Grund dafür, dass das Pascalsche Dreieck verwendet werden kann um den Wert des Binomialkoeffizienten zu konstruieren.) (2P)