ನಾಗರಿಕvಯ ಬೆಳವಣUU ಅನಾದಿಕಾಲದಿಂದಲೂ ಅಂPUಣತವು ಅತ್ಯಾವಶ್ಯಕವಾಗಿದ್ದಿvಂಬುದು ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗಿಯೇ ಇದೆ. ಎಲ್ಲಾ ಜನಾಂಗಗಳ ಪೂರ್ವಿPರು ಇದಕ್ಕಾಗಿ ಬಹಳ ಶ್ರಮಿಸಿರಬೇಕು. ಅಂಕಗಣಿತದ ತಳಹದಿಂiÀiಗಿ, ಪದಾರ್ಥಗಳನ್ನು ಎಣಿಸುವ ವಿಧಾನವಾಗಿ, ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಬೆಳೆದು ಂದು ಅವುಗಳನ್ನು ಕೂಡುವ, ಕಳೆಯುವ, ಗುಣಿಸುವ ಇತ್ಯಾದಿ ಪರಿಕರ್ಮಗಳು ಹುಟ್ಟಿಕೊಂಡವು. ಈಗ ದ್ಯಾಭ್ಯಾಸದ ಆರಂಭದಲ್ಲಿಯೇ ಪ್ರಾಥಮಿP ಶಾಲೆಗೆ ಹೋಗುವ ಬಾಲಕ ಬಾಲಿಕೆಯರು ಇವನ್ನೆಲ್ಲಾ ಕಲಿಯುವುದರಿಂದ ಈ ಶಾಸ್ತ್ರವು ಕೇವಲ ಸ್ವಾಭಾವಿಕವೆಂದು ಸುಲಭವೆಂದು ಭಾವನೆ ಬರಬಹುದು. ಆzg ಪ್ರಾಚೀನ ಕಾಲದಲ್ಲಿ ಸೂಕ್ತವಾz ಒಂದು ಸಂಖ್ಯಾ ಕ್ರಮವಿಲ್ಲದೆ ಅನೇP ಜನಾಂಗಗಳು ಬಹಳ ಕಷ್ಟಪಟ್ಟುವು ಎಂಬುದು ಚಾರಿತಿP ವಿಷಯ. ಪ್ರಾಚೀನ ಗ್ರೀಕರು I, II, III, Iಗಿ, ಗಿ, ……ಘಿ, ಐ, ಅ ಮುಂತಾz ಚಿಹ್ನೆಗಳಿಂದಲೇ ಸಂಕಲನ ಗುಣಾಕಾರಗಳನ್ನು ವiಡುತ್ತಿದ್ದರು ಎಂದು ಅದರ ದೆಸೆಯಿಂz ಅವರು ಕೆಲವು Uಣv ಶಾಖೆಗಳಲ್ಲಿ ಬಹಳ ಹಿಂದೆ ಬಿದ್ದಿದ್ದರು ಎಂದು ತಿಳಿದುಬಂz. ಸೊನ್ನೆ ಎಂಬ ಭಾವನೆಯು ಅzg ಚಿಹ್ನೆಯು ಅzg ಉಪಯೋಗವು ಸ್ವಲ್ಪ ತಡವಾಗಿಯೇ ಂದವು.

ಈU ಎಲ್ಲೆಲ್ಲಿಯೂ ಬಳPಯಲ್ಲಿರುವ ಸಂಖ್ಯಾಕ್ರಮಕ್ಕೆ ದಾಶಮಿP ಸಂಖ್ಯಾಕ್ರಮ ಎಂದು ಹೆಸರು. ಯಾವ ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನೇ ಆಗಲಿ ಹತ್ತು ಚಿಹ್ನೆಗಳಿಂದ ಸ್ಪಷ್ಟ ಪಡಿಸುತ್ತೇವೆ. ಸೊನ್ನೆ, ಒಂದು, ಎgಡು. . . . .ಒಂಬತ್ತು ಎಂಬ ಹೆಸರುಗಳುಳ್ಳ ಈ ಚಿಹ್ನೆಗಳು ಇದೇ ಹೆಸರಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತವೆ. ಒಂದೇ ಚಿಹ್ನೆಯು ಅzg ಸ್ಥಾನಕ್ಕನುಗುಣವಾಗಿ ಬೆಲೆಯಲ್ಲಿ ಮಾರ್ಪಾಡು ಹೊಂದುವುದೇ ಈ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿರುವ ತತ್ತ್ವ. 99 99 ಎಂಬ ಸಂಖ್ಯೆಯಲ್ಲಿ 9 ಎಂಬ ಚಿಹ್ನೆಯು ಬಲದಿಂz ಎqಕ್ಕೆ ಕ್ರಮವಾಗಿ ಒಂತ್ತು, ತೊಂಬತ್ತು, ಒಂಭೈನೂರು, ಒಂಬತ್ತು ಸಾವಿg ಎಂ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಪಡೆದಿದೆ. ಎಂದರೆ ಈ ಸಂಖ್ಯೆ ಒಂಬತ್ತು ಸಾವಿರ + ಒಂಬೈನೂರು+ ತೊಂತ್ತು+ ಒಂತ್ತು. 760500 ಎಂ ಸಂಖ್ಯೆಯಲ್ಲಿ ಬಲUq Pqಯಲ್ಲಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆ ವiತ್ರ ಸೊನ್ನೆ. ಉz ಅದೇ ಚಿಹ್ನೆಯವು ಸೊನ್ನೆಗಳಲ್ಲ. ಬಲದಿಂz ಎgಡನೆಯ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿರುವ 0 U ಹತ್ತು ಎಂಬ ಬೆಲೆಯು, ನಾಲ್ಕನೆಯ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿರುವ 0 U ಸಾವಿg ಎಂ ಬೆಲೆಯೂ ಇz. ಸಂಖ್ಯೆಯು ಏಳು ಕ್ಷ + ಆರು ಹತ್ತು ಸಾವಿರ + ಐದು ನೂರು. ಈ ವಿಧಾನವನ್ನು ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬನು ಬಾಲ್ಯದಿಂದಲೇ ಕಲಿತಿರುವನಾದ್ದರಿಂz ಇನ್ನೂ ಹೆಚ್ಚು ವಿವgu ಅನಾವಶ್ಯP. ಈ ಧಾನವು ಭಾರತದಲ್ಲಿ ಹುಟ್ಟಿ ಬೆಳೆದುದಾಗಿ ¨sgತಿಯ ಸಂಖ್ಯಾ ವಿಧಾನ ಎನ್ನಿಸಿಕೊಂಡಿದೆ. ಏಳನೆಯ ಶತಮಾನz ವೇಳೆU ರಿಯನ್ನರು ಅರಬ್ಬರು ಈ ದೇಶಕ್ಕೆ ಂದು ಇದನ್ನು ಕಲಿತು ಅವರ ದೇಶಗಳಲ್ಲೂ ಕಾಲ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಯೂರೋಪಿನ ದೇಶಗಳಲ್ಲೂ ಪ್ರZgಕ್ಕೆ ತಂzರು. ¨sgvದಲ್ಲಿ ಅತ್ಯಂತ ಪುgತನ ಗ್ರಂಥಗಳಾz ವೇzಗಳಲ್ಲಿಯೂ, ರಾವiಯಣದಲ್ಲಿಯೂ ದಾಶಮಿP ಸಂಖ್ಯಾ ಕ್ರಮವು ಕಂಡುಬರುತ್ತz. ಹತ್ತg Wv(ಪವರ್) ಗಳಾದ ಲಕ್ಷ, ಕೋಟಿ, ಅರ್ಬುz ಮುಂತಾz ಬಹುದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಈ ಗ್ರಂಥಗಳಲ್ಲೂ ಇತರ ಹಿಂದಿನ ಗ್ರಂಥಗಳಲ್ಲೂ ಕಂಡು ಬರುತ್ತದೆ. ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿU ಉಪಯೋಗಿಸುವ ಚಿಹ್ನೆಗಳು ಭಾಷೆಗನುಗುಣವಾಗಿ ವ್ಯತ್ಯಾಸವನ್ನು ಪqಯುತ್ತವೆ. ಪ್ರಾಚೀನ ಸಂಸ್ಕøvದಲ್ಲಿರುವ ಹಾಗೂ ಕನ್ನಡ ಮುಂvz sgvz ದೇಶಭಾಷೆಗಳಲ್ಲಿರುವ ಚಿಹ್ನೆಗಳಲ್ಲಿ ಸ್ವಲ್ಪಮಟ್ಟಿಗೆ ಹೋಲಿಕೆ ಇದೆ. ಇಂಗ್ಲೀಷಿನಲ್ಲಿರುವ ರೋಮನ್ ಲಿಪಿಯಲ್ಲಿ ಬಹಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸವಾಗಿz.

ಮನುಷ್ಯನ ಕೈಬೆರಳುಗಳು ಹತ್ತಾಗಿರುವುzರಿಂz ದಾಶಮಿP ಸಂಖ್ಯಾಕ್ರಮವು ಸ್ವಾಭಾವಿಕವಾಗಿ ಹುಟಿvಂದು ಸಾಮಾನ್ಯವಾದ ನಂP ಇz. ಆzg ಒಂದು, ಎರಡು ಮುಂvಗಿ ಬೆರಳುಗಳನ್ನು ಎಣಿಸಿದರೆ ಹತ್ತನೆಯ ಬೆರಳಿಗೆ ಪ್ರತ್ಯೇಕ ಚಿಹ್ನೆ ಇಲ್ಲ. ಎರಡು ಚಿಹ್ನೆಗಳಿಂದ (10) ಅದನ್ನು ತಿಳಿಸುತ್ತೇವೆಂಬುದನ್ನು ಸೊನ್ನೆ ಎಂಬ ಬೇರೊಂದು ಭಾವನೆಯನ್ನು ಪಡೆದಿರುವುದನ್ನು ಗಮನಿಸಬೇಕು. ಶೂನ್ಯ ಎಂಬ ಭಾವನೆಗೆ ಒಂದು ಅಸ್ತಿತ್ವವನ್ನು ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕೊಟ್ಟು ಅದನ್ನು ಸಂಖ್ಯಾ ಕ್ರಮಕ್ಕೆ ಅಳವಡಿಸಿ ಯಾವ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನೇ ಆಗಲಿ ನಿರ್ದಿಷ್ಟವಾದ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಸೂಚಿಸುವ ವಿಧಾನವು ದಾಶಮಿಕ ಸಂಖ್ಯಾಕ್ರಮದ ಒಂದು ವೈಶಿಷ್ಠ್ಯ, ಹಿರಿಮೆ. Uಣvz ಪಾಠಗಳಲ್ಲಿ ಕಲಿಯುವ ಮೊಟ್ಟಮೊದಲನೆಯ ವಿಷಯ ಇದಾಗಿರುವುzರಿಂz, ಇzg ರಿಮೆಯನ್ನು ನಾವು ಮನಗಾಣದೆಯೋ ಅಲ್ಪವೆಂದೋ sÁವಿಸುವುದುಂಟ. ಸೊನ್ನೆಯನ್ನು ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಸೃಷ್ಟಿಸಿ, Uಣv ಎಂ ಜ್ಞಾನಕ್ಕೆ ತಳಹದಿ ಹಾಕಿಕೊಟ್ಟವನು- ಅವನು ಮಾನವನೋ, ದೇವgಯೋ-ಇಡಿ ನಾಗರೀಕ ಜನಾಂಗಗಳ ಕೃತಜ್ಞತೆಗೆ ಪಾತ್ರನಾಗಿದ್ದಾನೆ.

2. ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸುವ ಧಾನವು ಸ್ಥಿರಪಟ ಮೇಲೆ, ಅವುಗಳ ಮೇಲೆ ಪರಿಕರ್ಮಗಳನ್ನು ಮಾಡುವ ಧಾನವು ಏರ್ಪಟ್ಟುವು. ಸಂಕಲನ, ವ್ಯವಕಲನ, ಗುuPg, sUPg ಎಂಬವು ನಾಲ್ಕು ಪರಿಕರ್ಮಗಳು. ಗಣಿತವು ಬೆಳೆದ ಮೇಲೆ ವರ್ಗ ಮೂಲ, ಘನಮೂಲ ಎಂಬ ಇನ್ನೆgಡು ಪರಿಕರ್ಮಗಳ ಪ್ರಯೋಗವು ಕಂಡು ಬರುತ್ತದೆ. ಮೊದಲಿನ ನಾಲ್ಕು ಪರಿಕರ್ಮಗಳಿಗೆ ಇರುವ +, -,x, ಎಂಬ ಚಿಹ್ನೆಗಳು ಈಚಿನವು; ಪಾಶ್ಚಾತ್ಯರಿಂದ ಬಂದವು. ಪೂರ್ವದಲ್ಲಿ ಸಂದರ್ಭವನ್ನರಿತುಕೊಂಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಒಂದg ಕೆಳU ಒಂದನ್ನು gದೋ, ಒಂzg ಪಕ್ಕದಲ್ಲಿ ಒಂದನ್ನು gದೋ ಪರಿಕರ್ಮಗಳನ್ನು ಸ್ಪಷ್ಟವಾದ ಚಿಹ್ನೆಗಳಿಲ್ಲದೆಯೇ ಮಾಡುತಿದ್ದರು. ಸ್ಥಾನಕ್ಕನುಗುಣವಾಗಿ ಅಂಕಿಗಳಿಗೆ ಬೆಲೆಯಿರುವುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ, ಪರಿಕರ್ಮಗಳನ್ನು ಮಾಡುವ ಧಾನಗಳು ಹೇಗೆ ರೂಪುಗೊಂಡುವು ಎಂಬುದನ್ನು ಅರ್ಥ ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುವುದು ಸುಲಭ. ಒಂದೆರಡು ಉದಾಹguಗಳು ಸಾಕು.

i. i. 463ರಲ್ಲಿ 174ನ್ನು ಕಳೆಯಬೇಕು

463 = 400 + 60 + 3 = 400 + 50 + 13

174 = 100 + 70 + 4 = 100 + 70 + 4

ಆದ್ದರಿಂದ ಕqಯಲ್ಲಿ 9 ಬರುತ್ತದೆ

ಅನಂತg,

300 + 150

100 + 70

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

200 + 80 ಆದ್ದರಿಂದ ಉತ್ತg 289.

ii. 165 ಘಿ 38 = (100 + 60 + 5) ಘಿ (30 + 8)

8 ರಿಂದ ಮೊದಲು ಗುಣಿಸಿzg 800

480

40

ಒಟ್ಟು 1320

3 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿzg 300

180

15

495

30 ರಿಂದ ಗುಣಿಸುವುದು ಎಂzg ಇzg ಹತ್ತರಷ್ಟು = 4950

\ 1320

4950

\_\_\_\_\_\_

6270

ರೂಢಿಯಲ್ಲಿ ಎರಡನೇ ಸಾಲಿನಲ್ಲಿ 0 ಯನ್ನು ಬರೆಯದೆ, ಒಂದು ಸ್ಥಾನವನ್ನು ಟ್ಟು ಬರೆಯುವುದೆಂದು ಹೇಳುತ್ತೇವೆ.

ಇzg vತ್ತ್ವವನ್ನು ಅರಿತ ಮೇಲೆ ಗುಣಕದಲ್ಲಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಲದಿಂದ ಎqಕ್ಕೆ ತೆUದುಕೊಂಡು, ಎಡದಿಂದ ಬಲಕ್ಕೆ vUದುಕೊಂಡು ಸಹ ಗುಣಾಕಾರವನ್ನು ವiಡಬಹುದು.

496 ´ 387

1488(00)

3968(0)

347 2

191952

ಭಾಗಾಕಾರವು ಗುಣಾಕಾರದ ಪ್ರತಿಲೋಮಕ್ರಿಯೆ (ಇನ್ ವರ್ಸ್ ಪ್ರೋಸಸ್). ಈ ಭಾವನೆಯಿಂದಲೇ, ಇದರ ವಿಧಾನವು ಬೆಳೆದುಬಂದಿರಬೇಕು. ಉದಾಹರಣೆಗೆ :

381 ¸ 7. ಯಾವ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು 7 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿzg, 381 ಬರುತ್ತz? 7 ´ 5 = 35 ಆದ್ದರಿಂದ

7 ´ 50 = 350. ಆದುದರಿಂದ 381 = 350 + 31 ಎಂದು ಬರೆದು 350 ¸ 7 = 50 ಆಗುತ್ತz. ಅನಂತg 7 ´ 4 = 28 ಆದ್ದರಿಂದ 31¸4 = 4 ಮೂರು ಮಿಗುತ್ತದೆ.

\ 381 ¸ 7 = (50 + 4) + 3 ಶೇಷ.

¨sಗಾಹಾgz vತ್ತ್ವವನ್ನು ಬೀಜUಣvz sÁಷೆಯಲ್ಲಿ ತಿಳಿಸುವುzzg ಂiiÁವುದೇ ಎgಡು ಪೂರ್ಣಾಂP ಚಿ, b ಗಳಿಗೆ (b>0), ಚಿ=bq+ಡಿ,0< ಡಿ<b ಆಗಿರುವಂತೆ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು q ಮತ್ತು ಡಿ ಏಕೈಕವಾಗಿರುತ್ತz. ಆಧುನಿP ಪ್ರೌqs Uಣvದಲ್ಲಿ ಇzಕ್ಕೆ ನಿಖರವಾz ಸಾಧನೆಯನ್ನು ಕೊಟ್ಟು, ಇದನ್ನು ಯೂಕಿಡನ ಆಲ್ಗೋರಿದವi ಎಂದು ಕgಯುತ್ತಾರೆ. ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಂPUಣvದಲ್ಲಿ, ಇದನ್ನು ನಮ್ಮ ಅಂತರ್ಬೋಧೆU ಸ್ಪಷ್ಟವೆಂದು ಭಾವಿಸುವರು.

¨sಗಾಹಾg ಕ್ರಮಕ್ಕೆ ಒಂದು ವಿನಾಯಿತಿ ಇರುವುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ. ಸೊನ್ನೆಯಿಂದ sಗಿಸಲಾಗುವುದಿಲ್ಲ. ವ್ಯವಕಲನದಲ್ಲಿ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಸಣ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಳೆಯುತ್ತೇವೆ. ಸಣ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಳೆಯಲು ಋಣಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಬೇPಗುತ್ತವೆ. Iಣಸಂಖ್ಯೆ ಬೀಜUಣvz sÁವನೆಂiiದ್ದರಿಂದ, ಅಂಕಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಇದನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸುವ ವಾಡಿಕೆ ಇಲ್ಲ.

3. sಗಾಹಾgದಲ್ಲಿ, s ಶೇಷ ಡಿ ಸೊನ್ನೆಂiÀizg, ಚಿ ಯನ್ನು ನಿಶ್ಯೇಷವಾಗಿ ¨sಗಿಸುತ್ತದೆ ಎಂದು ಚಿ ಯ ಅಪವರ್ತನ b ಎಂದು ಹೇಳುತ್ತೇವೆ.

ಉದಾಹguU: 15ಕ್ಕೆ 5 ಅಪವರ್ತನ; 24ಕ್ಕೆ 2, 3, 4, 8, 12 ಇವು.

ಸುಲಭವಾz ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಅಪವರ್ತನಗಳನ್ನು ಸಾಮಾನ್ಯ ಮಗಿ ಕೋಷ್ಟಕಗಳಿಂz ಪಡೆಯಬಹುದು.

\ 4620 = 2 ´ 2 ´ 3 ´ 5 ´ 7 ´ 11

ಸಂಖ್ಯೆಯು ಸುಲಭವಾಗಿ ಈ ರಿತಿ ಮಗಿ ಕೋಷ್ಟಕಗಳಿU ಅಳವಡದೆ ಇರಬಹುದು. ಉz: 5293 = 67 x 79. ಕೊಟ್ಟ ಸಂಖ್ಯೆಯ ವರ್ಗ ಮೂಲದತನಕ ಯಾವ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಅದು ನಿಶ್ಯೇಷವಾಗಿ ¨sಗಿತವಾಗುತ್ತz ಎಂದು ಪರಿಕ್ಷೆ ವiಡುತ್ತಾ ಅಪವರ್ತನಗಳನ್ನು ಪಡೆಯಬೇPಗುತ್ತz.

ಸಂಖ್ಯೆಗೆ 1 ಮತ್ತು ಅದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಹೊರತು ಬೇg ಅಪವರ್ತನಗಳೇ ಇಲ್ಲದಿರಬಹುದು. ಉದಾ: 37, 101. ಇಂತಹ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು (ಪ್ರೈವi ನಂಬರ್ಸ್) ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ. ಕ್ಷದವರೆಗಿರುವ ನಿರಪವರ್ತನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಕೋಷ್ಟಕಗಳು ಇವೆ. ಕೆಳಗಿನವು ಎರಡು ಮುಖ್ಯ ಪ್ರಮೇಯಗಳು.

(1). ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಅನಂತವಾಗಿವೆ.

(2) ಚಿ,b, ಛಿ……. ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾದರೆ, ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆ ಓ ನ್ನು

ಚ್ಫಿ b್ಬ ಛ್ಭಿ....……………...(,,,.......ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು) ಎಂಬ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಒಂದೇ zsದಲ್ಲಿ ಅಪವರ್ತಿಸಬಹುದು

ಕ್ರಿ.ಪೂ.ಸು. 300 ರಲ್ಲಿ ದುಕಿದ್ದ ಗ್ರೀಸ್ ದೇಶದ ಯೂಕ್ಲಿಡ್ ಎಂಬಾತನು ಇವನ್ನು ತಿಳಿಸಿದನು. ಮೊದಲನೆಯ ಪ್ರಮೇಯಕ್ಕೆ ಆತನು ಕೊಟ್ಟ ಸಾಧನೆಯು ಹ್ರಸ್ವವೂ ಸುಂzರವೂ ಆಗಿದೆ. ಗ್ರೀಕರ ಅದ್ಭುತ ತಾಕಿP ಬುದ್ಧಿಗೆ ಇವು ದರ್ಶನಗಳಾಗಿವೆ.

ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಜೋಡಿಜೋಡಿಂiiಗಿ (ನಡುವೆ 2 ವ್ಯತ್ಯಾಸವಿರುವಂತೆ) ಅನಂತವಾಗಿ ಕ್ಕುತ್ತವೆ ಎಂಬುದು ಇನ್ನೊಂದು ಪ್ರಮೇಯ. ಉದಾ:(5, 7),(11,13), (17, 19), (101, 103), ಇತ್ಯಾದಿ.

ಈ ಪ್ರಮೇಯಕ್ಕೆ ಸಾಧನೆಯನ್ನು ಇದುವgಗೂ ಯಾರೂ ನೀಡಿಲ್ಲ.

4. ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಒಂದು ದತ್ತಸಂಖ್ಯೆಯು sಗಿಸುವುದೇ ಎಂಬುದಕ್ಕೆ ಸುಲ¨s ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ಕೆಲವು ಪರೀಕ್ಷೆಗಳು ಏರ್ಪಟ್ಟಿವೆ. ಇವು ಅಂPUಣvದಲ್ಲಿ ಬಹಳ ಉಪಯುಕ್ತವಾಗುತ್ತದೆ.

i ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಂಕಿಗಳ ಮೊತ್ತವು 3 ರಿಂದ sಜಿತವಾzg, ಸಂಖ್ಯೆಯೂ 3 ರಿಂದ sಜಿv. ಉz :48913527. ಅಂಕಿಗಳ ಮೊತ್ತ 99 ಆದ್ದರಿಂದ ಸಂಖ್ಯೆಯೂ 3 ರಿಂದ sಜಿತವಾಗುತ್ತz.

ii. ಇಂಥದೇ ನಿಯಮ 9ಕ್ಕೂ ಇz. ಅಂಕಿಗಳ ಮೊತ್ತ 9 ರಿಂದ ಭಾಜಿತವಾದರೆ, ಸಂಖ್ಯೆಯೂ 9 ರಿಂದ ಭಾಜಿತ. ಉದಾ: 5688, ಅಂಕಿಗಳ ಮೊತ್ತ 27. ಸಂಖ್ಯೆ 9 ರಿಂದ ಭಾಜಿತವಾಗಿದೆ.

iii ಸಂಖ್ಯೆಯ ಬಲಗಡೆಯಿಂದ ಮೊದಲನೆಯ ಅಂಕಿ 2 ರಿಂದ ಭಾಜಿತವಾದರೆ, ಸಂಖ್ಯೆಯೂ 2 ರಿಂದ ಭಾಜಿತ. ಎಂದರೆ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಮೊದಲನೆಯ ಅಂಕಿ (ಬಿಡಿಸ್ಥಾನದ್ದು)0, 2, 4, 6, 8 ಆಗಿರಬೇಕು. ಇಂಥ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಸಮಸಂಖ್ಯೆ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ. ಇದು ಅಲ್ಲದಿದ್ದರೆ ವಿಷಮ ಅಥವಾ ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.

iv ಸಂಖ್ಯೆಯ ಬಿಡಿ, ಹತ್ತರ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಒಟ್ಟುಗೂಡಿ 4 ರಿಂದ ಭಾಜಿತವಾದರೆ, ಸಂಖ್ಯೆಯೂ 4 ರಿಂದ ಭಾಜಿತ; ಬಿಡಿ, ಹತ್ತು, ನೂರರ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಒಟ್ಟುಗೂಡಿ 8 ರಿಂದ ಭಾಜಿತವಾದರೆ, ಸಂಖ್ಯೆಯೂ 8 ರಿಂದ ಭಾಜಿತ. ಉದಾ:9748 ಇಲ್ಲಿ 48 ಎಂಬುದು 4 ರಿಂದ ಭಾಜಿತ. ಆದ್ದರಿಂದ ಸಂಖ್ಯೆಯೂ 4 ರಿಂದ ಭಾಜಿತ. ಆದರೆ 748, 8 ರಿಂದ ಭಾಜಿತವಲ್ಲ. ಆದ್ದರಿಂದ ಸಂಖ್ಯೆಯೂ 8 ರಿಂದ ಭಾಜಿತವಲ್ಲ. 9744, 1000 ಇವು 8 ರಿಂದ ಭಾಜಿತ.

v ಸಂಖ್ಯೆಯು 5 ರಿಂದ ಭಾಜಿತವಾಗಲು, ಮೊದಲು (ಬಿಡಿ ಸ್ಥಾನದ್ದು) ಸಂಖ್ಯೆ 5 ಇಲ್ಲವೇ 0 ಇರಬೇಕು.

vi ಬಿಡಿ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ. ಒಂದು ಬಿಟ್ಟು ಒಂದು ತೆಗೆದುಕೊಂಡುಬರುವ ಅಂಕಿಗಳ ಮೊತ್ತದಿಂದ ಉಳಿದ ಅಂಕಿಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಳೆದು ಬರುವ ಸಂಖ್ಯೆಯು 11 ರಿಂದ ಭಾಜಿತವಾದರೆ, ದತ್ತ ಸಂಖ್ಯೆಯೂ 11 ರಿಂದ ಭಾಜಿತವಾಗುತ್ತದೆ.

ಉದಾ: 8 3 5 4 5 ಇಲ್ಲಿ 5 + 5 + 8 = 18. 4 + 3 = 7. 18 - 7 =11. ಆದ್ದರಿಂದ 11 ಎಂಬುದು ಅಪವರ್ತನ.

1 0 1 2 5 4 5 6 ಇಲ್ಲಿ 6 + 4 + 2 + 0 = 12; 5 + 5 + 1 + 1 = 12. 12 - 12 = 0 ಆದ್ದರಿಂದ 11 ಎಂಬುದು ಅಪವರ್ತನ.

ಇನ್ನೂ ಉಳಿದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಒಂದೆರಡು ಪರೀಕ್ಷೆಗಳಿವೆ. ಇವುಗಳ ಉಪಯೋಗ ಅಷ್ಟು ಹೆಚ್ಚಾಗಿಲ್ಲ.

5. ಎರಡು ಅಥವಾ ಅಧಿಕ ದತ್ತಸಂಖ್ಯೆಗಳೆಲ್ಲವನ್ನೂ ಭಾಜಿಸತಕ್ಕ ಅತ್ಯಧಿಕ ಅಪವರ್ತನಕ್ಕೆ ಅವುಗಳ ಮಹತ್ತಮ ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಪವರ್ತನ (ಮ.ಸಾ.ಅ) ಎಂದು ಹೆಸರು. ದತ್ತಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಅಪವರ್ತನವಾಗಿರುವ ಕನಿಷ್ಠ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಅವುಗಳ ಲಘುತಮ ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಪವತ್ರ್ಯ (ಲ. ಸಾ.ಅ) ಎಂದು ಹೆಸರು.

ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಅಪವರ್ತನಗಳು ಸುಲಭವಾಗಿ ದೊರಕುವುದಿದ್ದರೆ, ಮ.ಸಾ.ಅ ಮತ್ತು ಲ.ಸಾ.ಅ ಒಡನೆಯೇ ದೊರಕುತ್ತವೆ. ಉದಾ: 41580 = 2. 2. 3. 3. 3. 5. 7. 11

18018 = 2. 3. 3. 7. 11. 13

ಮ. ಸಾ. ಅ = 2. 3. 3. 7. 11 = 1386

ಲ. ಸಾ. ಅ = 2, 2, 3. 3. 3. 5. 7. 11. 13 = 540540

ಅಂಕಗಣಿತದ ಸುಲಭ ಪಾಠಗಳಲ್ಲಿ ಬಳಕೆಯಲ್ಲಿರುವ ಲ.ಸಾ.ಅ ಕ್ರಮವು ಈ ತತ್ತ್ವವನ್ನೇ ಒಳಗೊಂಡಿದೆ. ಯಾವುದೇ ಹಂತದಲ್ಲಿ, ದತ್ತಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿಯೇ ಒಂದು ಮತ್ತೊಂದರ ಅಪವರ್ತನವಾದರೆ, ಚಿಕ್ಕದನ್ನು ಹೊಡೆದು ಹಾಕುವ ವಿಧಾನವೂ ಈ ತತ್ತ್ವವನ್ನೇ ಅವಲಂಬಿಸಿದೆ.

ಉದಾ: 2, 3, 8, 14, 98 ಇವುಗಳ ಲ. ಸಾ. ಅ ಬೇಕು ಅನ್ನೋಣ.

2 ಎನ್ನುವುದು 8 ರ ಅಪವರ್ತನವಾಗಿರುವುದರಿಂದ 2 ನ್ನು ಹೊಡೆದುಹಾಕಿ, ಉಳಿದುವನ್ನು 2 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸುತ್ತೇವೆ. ಭಾಜಿತವಾಗಿದ್ದರೆ, ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಹಾಗೆಯೇ ಮುಂದಕ್ಕೆ ಬರೆಯುತ್ತೇವೆ.

2 | 2, 3, 8, 14, 98

3, 4, 7, 49

ಇಲ್ಲಿ 7 ಎನ್ನುವುದು 49ರ ಅಪವರ್ತನ. ಆದ್ದರಿಂದ 7ನ್ನು ಹೊಡೆದುಹಾಕುತ್ತೇವೆ. ಹೀಗೆಯೇ ಮುಂದುವರಿಸುತ್ತೇವೆ. ಈ ಲೆಕ್ಕದಲ್ಲಿ ಲ.ಸಾ.ಅ 2.3.4.7.49 = 8232.

ಅಪವರ್ತನಗಳು ಸುಲಭವಾಗಿ ದೊgಕದಿದ್ದg, ಎgಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮ.ಸಾ.ಅ ವನ್ನು ಅಲ್ಗೊರಿದವi(sಗಾಹಾg) vತ್ತ್ವವನ್ನು ಪುನಃ ಪುನಃ ಪ್ರಯೋಗಿ ಪಡೆಯಬೇPಗುತ್ತz. ಂz ತಿಳಿಸಿರುವ ಚಿ = bq1+ಡಿ1 ಎಂಬ ಸಮೀPgಣದಲ್ಲಿ, ಚಿ, b ಗಳ ಂiiÁವುದೇ ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಪವರ್ತನವು ಡಿ1 ಅನ್ನೂ ಭಾಗಿಸುತ್ತz. ಆದ್ದರಿಂದ ಚಿ, b ಗಳ ಮ.ಸಾ.ಅ.ವು b, ಡಿ 1 ಗಳಿಗೂ ಮ.ಸಾ.ಅ. ಆಗುತ್ತz. ಈU sಗಾಹಾg ವಿಧಿಯಿಂz b = q2ಡಿ1+ಡಿ2 ಎಂಬುದನ್ನು ಪqzg, b, ಡಿ1 ಗಳ ಮ.ಸಾ.ಅ ಡಿ1,ಡಿ 2 ಗÀಳಿಗೂ ಮ.ಸಾ.ಅ ಆಗುತ್ತz. ಹೀಗೆಯೇ ಮುಂದುವರಿಸಿದರೆ ಡಿ1, ಡಿ2 ಕ್ರಮೇಣ ಸಣ್ಣವಾಗುವುದರಿಂದ, ಒಂದು ಹಂತದಲ್ಲಿ ಡಿಟಿ ಸೊನ್ನೆಂiÀiಗುವುದು. ಆಗ ಚಿ, b ಗಳ ಮ.ಸಾ.ಅ ಡಿಟಿ-1 ಈಗ..ಡಿಟಿ-1=1 ಆದg, ಮ.ಸಾ.ಅ 1 ಎಂದಾಗುತ್ತz. ಎಂzg ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿU 1ರ ಹೊgತು ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಪವರ್ತನವಿಲ್ಲ. ಇಂಥ ಉದಾಹರಣೆಗಳು ಅಂPUಣv ಪಠ್ಯಪುಸ್ತPಗಳಲ್ಲಿ ಹೇರಳವಾಗಿ ದೊರೆಯುತ್ತದೆ.

ಎgಡೇ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿರುವಾಗ, ಅವುಗಳ ಲ.ಸಾ.ಅ ಮತ್ತು ಮ.ಸಾ.ಅ ಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧಕ್ಕೆ ಸಮ. .ಸಾ.ಅ ವನ್ನು ಸುಲಭವಾಗಿ ಪಡೆಯಲು ಆಗದಿದ್ದರೆ, ಈ ಪ್ರಮೇಯವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಬೇPಗುತ್ತz.

ಉz: 5135 ಮತ್ತು 7643 ಗಳ .ಸಾ.ಅ ವನ್ನು ಪಡೆಯುವ ರಿತಿ: ಇವುಗಳ ಮ.ಸಾ.ಅ 79. ಆದ್ದರಿಂದ ಲ.ಸಾ.ಅ

5135 x 7643 = 7643 x 65=496795.

79

6. ವರ್ಗಮೂಲ : ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಅದರಿಂದಲೇ ಗುಣಿಸಿzg ರುವ ಗುಣಲಬ್ಧಕ್ಕೆ ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯ ವರ್ಗವೆಂದು ಹೆಸರು. ಈ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಗುಣಲಬ್ಧದ ವರ್ಗಮೂಲ. 2 x 2 = 4 ಆದ್ದರಿಂದ 4 ರ ವರ್ಗಮೂಲ 2. ಹೀಗೆಯೇ 81ರ ವರ್ಗಮೂಲ 9, 225 ರ ವರ್ಗಮೂಲ 15. ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಒಂದು ಪೂರ್ಣಾಂPz ವರ್ಗವಾಗದಿರಬಹುದು. ಆU ವರ್ಗಮೂಲವು ಪೂರ್ಣಾಂಕವಲ್ಲ. ಹೀಗೆ 8, 15, 19 ಮುಂತಾz ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿU ಪೂರ್ಣಾಂಕ ವರ್ಗಮೂಲಗಳಿಲ್ಲ.

ವರ್ಗಮೂಲವನ್ನು ಪqಯುವ ಧಾನಕ್ಕೆ ಒಂದು ಉದಾಹರಣೆ :

zತ್ತ ಸಂಖ್ಯೆ 6 9 1 6 9 ಇದರ ಮೇಲೆ ಬಲಗಡೆಯಿಂದ ಒಂದು ಅಂಕಿಯನ್ನು ಬಿಟ್ಟು ಇನ್ನೊಂದರ ಮೇಲೆ ಚುಕ್ಕಿಯನ್ನಿಡುವೆವು. ಈಗ 6ರ ವರ್ಗಮೂಲ 2ಕ್ಕೂ 3ಕ್ಕೂ ನಡುವೆ ಇದೆ. ಬಲಗಡೆಯಲ್ಲಿರುವ ಆವರಣದೊಳೆಗೆ 2 ನ್ನೂ ಎಡಗಡೆಯಲ್ಲಿರುವ ಆವರಣದಲ್ಲಿ 2 ನ್ನೂ ಬರೆಯುತ್ತೇವೆ. ಭಾಗಾಹಾರಕ್ರಮದಂತೆ ಭಾಗಿಸಿ, ಬರುವ ಶೇಷ 2ಕ್ಕೆ ಮುಂದಿನ ಎರಡು ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ, 291 ಬರುತ್ತದೆ. ಬಲಗಡೆಯ ಆವರಣದಲ್ಲಿನ 2 ನ್ನು ದ್ವಿಗುಣಿಸಿ, ಎಡಗಡೆ 4 ಬರೆಯುತ್ತೇವೆ. ಈಗ ಎಡಗಡೆಯ ಆವರಣದಲ್ಲಿ 4 ರ ಮುಂದೆ ಯಾವ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಇಟ್ಟು ಅದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಬಲಗಡೆಯ ಆವರಣದಲ್ಲಿ 2 ರ ಮುಂದೆಯೂ ಇಟ್ಟು ಗುಣಿಸಿದರೆ, 291 ರಿಂದ ಕಳೆಯಲು ಸಾಧ್ಯ. ಅಂಥ ಗರಿಷ್ಠ ಸಂಖ್ಯೆ ಯಾವುದು ನೋಡಬೇಕು. 46 x 6 = 276 ಆದ್ದರಿಂದ, ವರ್ಗಮೂಲದ ಎರಡನೆಯ ಅಂಕ 6. ಹೀಗೆಯೇ ಮುಂದುವರಿಯಬೇಕು.

ಆದ್ದರಿಂದ ಆದ್ದರಿಂದ

69169 ರ ವರ್ಗಮೂಲ: 263 140625 ರ ವರ್ಗಮೂಲ : 375

ಈ ವಿಧಾನದ ಹಿನ್ನೆಲೆಯು

(ಚಿ + b + ಛಿ +. . . .)2 = ಚಿ2 + 2ಚಿb + b2 + 2ಚಿಛಿ + ಛಿ2 + 2ಚಿbಛಿ . . . .

ಎಂಬ ಬೀಜಗಣಿತದ ಸೂತ್ರವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

7. ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳು : ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳನ್ನು ಕುರಿತ ಗಣಿತವು ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತವಾಗಿ ನಿರೂಪಿಸಲ್ಪಟ್ಟಿದೆ. ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳ ಭಾವನೆಯು ಸಹಜವಾಗಿಯೇ ಉದ್ಭವಿಸುತ್ತದೆ. ಒಂದು ವಸ್ತುವನ್ನು ಮೂರು ಭಾಗ ಮಾಡಿದರೆ, ಪ್ರತಿಭಾಗವೂ ವಸ್ತುವಿನ ಮೂರನೆಯ ಒಂದು ಭಾಗವೆಂದೂ ಎರಡು ವಸ್ತುಗಳನ್ನು ಏಳು ತುಂಡು ಮಾಡಿದರೆ ಪ್ರತಿಭಾಗವೂ ಒಂದು ವಸ್ತುವಿನ ಎರಡನೆಯ ಏಳು ಭಾಗವೆಂದೂ ಹೆಸರಿಡುತ್ತೇವೆ. ಈ ಭಾಗಗಳನ್ನು S! ಅಥವಾ 1/3, 2/7 ಅಥವಾ 2/7 ಎಂದು ಬರೆಯುತ್ತೇವೆ. ಮೂರು ಹಣ್ಣುಗಳನ್ನು ಇಬ್ಬರಿಗೆ ಹಂಚಲು, ಪ್ರತಿ ಒಬ್ಬನಿಗೂ ಖಿ! ಅಥವಾ 2/3 ಹಣ್ಣುಗಳು ದೊರಕುತ್ತವೆ. ವಿಭಾಗಗಳನ್ನು ನಿರೂಪಿಸುವ ಇಂಥ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳೆಂದು ಹೆಸರು. ಮೇಲುಗಡೆ ಇರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಅಂಶ ಎಂದೂ ಕೆಳಗಡೆಯ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಛೇದ ಎಂದೂ ಹೆಸರು. ಅಂಶವನ್ನು ಛೇದದಿಂದ ವಿಭಾಗಿಸುವುದೇ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯ ಸ್ವರೂಪ. ಅಂಶವು ಛೇದಕ್ಕಿಂತ ಕಡೆಮೆ ಇದ್ದರೆ, ಅದು ಶುದ್ಧ ಭಿನ್ನರಾಶಿ, ಇಲ್ಲದಿದ್ದರೆ ಅದು ಮಿಶ್ರ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಕಡೆಮೆ ಏಕೆಂದರೆ ಆಗ ಭಾಗಾಹಾರ ಕ್ರಮದಿಂದ ಒಂದು ಪೂರ್ಣಾಂಕವನ್ನೂ ಒಂದು ಶುದ್ಧ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯನ್ನೂ ಪಡೆಯಬಹುದು. ಉದಾ: , ಇದನ್ನು ಎಂದು ಬರೆಯುತ್ತೇವೆ.

ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳ ಮೇಲಣ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬನೂ ಪ್ರಾಥಮಿP ಶಾಲಾಮಟದಲ್ಲೇ ಅsÁ್ಯಸ ವiಡಿರುತ್ತಾನೆ. ಆ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಮಾಡತಕ್ಕ ಧಾನಗಳು ಈ ಕೆಲವು vತ್ತ್ವಗಳ ಆಧಾgz ಮೇಲೆ ರಚಿತವಾಗಿz.

ಂiiÁವುದೇ ಎgಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕೂಡುವಾU ಅಥವಾ ಗುಣಿಸುವಾU ಅವನ್ನು ಯಾವ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಬೇPzರೂ ತೆUದುಕೊಳ್ಳಬಹುದು ಎಂಬುದು ನಮ್ಮ ಅಂತರ್ಬೋಧೆಯಿಂz ತಿಯತಕ್ಕ vತ್ತ್ವ. ಉದಾ : 2 + 3 = 3 + 2 = 4 ´ 3. ಇವನ್ನು ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳಿಗೂ ಅನ್ವಯಿಸಬಹುದು.

ಉದಾ:

ಈ vತ್ತ್ವಕ್ಕೆ ಪರಿವರ್ತನ ತತ್ತ್ವ (ಕಾಮ್ಯುಟೇಟಿವ್ ಪ್ರಾಪಟಿ) ಎಂದು ಹೆಸರು. ಪ್ರೌಢಭೀಜಗಣvದಲ್ಲಿ ಕೆಲವು ಸ್ವತಸ್ಸಿದ್ಧ ಪ್ರಮಾಣಗಳ ಸಹಾಯದಿಂz, ಈ vತ್ತ್ವವನ್ನು ನಿಖರವಾಗಿ ಸಾಧಿಸುತ್ತಾರೆ. ಅಂಕಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಇದರ ಸತ್ಯತೆಯನ್ನು ಸ್ವಭಾವ ದ್ಧವೆಂದು ಅಂಗೀPರಿಸುತ್ತೇವೆ. ಇzgಂvಯೇ ಗುಣಾಕಾರ ಭಾಗಾಹಾರ ಪರಿಕರ್ಮಗಳನ್ನೂ ಂiiÁವ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಬೇPzರೂ ವiಡಬಹುzಂದು ಅಂಗೀPರಿಸುತ್ತೇವೆ. 8ನ್ನು 5 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ 2 ರಿಂದ sಗಿಸುವುದೂ 8ನ್ನು 2 ರಿಂದ sಗಿ ಅನಂತg 5 ರಿಂದ ಗುಣಿಸುವುದೂ ಒಂದೇ ಫಲಿvಂಶವನ್ನು ಕೊಡುತ್ತದೆ. ಇದgಂv, ಭಿನ್ನರಾಶಿಯು ಒಂದು ಭಾಗಾಹಾರ ವಿಧಾನವಾದುದರಿಂದ,

ಆಗುತ್ತದೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ, ವಿಲೋಮವಾಗಿ

ಭಿನ್ನರಾಶಿಯ ಅಂಶ ಛೇದಗಳಿU ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿರುವ ಯಾವುದೇ ಅಪವರ್ತನವನ್ನು vUದುಹಾಕಬಹುದು.

ಉz:

ಇದು ಭಿನ್ನರಾಶಿಯನ್ನು ಸುಲಭರೂಪಕ್ಕೆ ತರುವ ವಿಧಾನ

ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳ ಸಂಕಲನ ವ್ಯವಕಲನಗಳು ಈ ತತ್ತ್ವವನ್ನವಲಂಬಿಸಿವೆ. ಉz: ಛೇದಗಳ ಲ.ಸಾ.ಅ. 20

ಆದ್ದರಿಂದ

ಎಂದು gದು, ಎಂzಗುತ್ತz.

ಗುಣಾಕಾರ ನಿಯಮವನ್ನು ಈ ಮೊದಲೇ ತಿಳಿಸಲಾಗಿz. ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳನ್ನು ಂiiÁವ ಹಂತದಲ್ಲಿ ಬೇPzರೂ ಹೊಡೆದುಹಾಕಬಹುದು.

ಉz:

ಇಲ್ಲಿ ರಲ್ಲಿ ಅಂಶಕ್ಕೂ ಛೇದಕ್ಕೂ 5 ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಪವರ್ತನ, ರಲ್ಲಿ 9 ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಪವರ್ತನ.

ಇವನ್ನು ಹೊಡೆದುಹಾಕುವ ಕ್ರಮವನ್ನು ಅಂPUಣv ಪುಸ್ತಕಗಳಲ್ಲಿ ಆಂiÀi ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಂz (ಅಪವರ್ತನಗಳಿಂದ) sಗಿ ತೋರಿಸುತ್ತಾರೆ.

ಹೀಗೆ,

sಗಾಹಾರವು ಗುಣಾಕಾರದ ಪ್ರತಿಲೋಮ ಕ್ರಿಯೆ. ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವು 1 ಆದg, ಅವು ಪರಸ್ಪg ಪ್ರತಿಲೋಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ. ಹೀಗೆಯೇ ಪರಸ್ಪg ಪ್ರತಿಲೋಮಗಳು. ಇದgಂv ಪ್ರತಿಲೋಮಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ. ಏPಂzg ಆದ್ದರಿಂದ

ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳ ಭಾಗಾಹಾರದ ತತ್ತ್ವವೇ ಇದು.

ವರ್ಗಮೂಲ : ಭಿನ್ನರಾಶಿಯ ವರ್ಗಮೂಲ ಪಡೆಯಲು, ಅಂಶ ಮತ್ತು ಛೇದಗಳ ವರ್ಗಮೂಲಗಳನ್ನು ಪ್ರತ್ಯೇಕವಾಗಿ ಪಡೆದು ಅವುಗಳನ್ನು ವರ್ಗಮೂಲದ ಅಂಶ ಮತ್ತು ಛೇದಗಳನ್ನಾಗಿ vUದುಕೊಳ್ಳಬೇಕು.

ಉz : ಇದg ಸಮರ್ಥನೆ ಸುಲಭ. ಆದ್ದರಿಂದ

ರ ವರ್ಗಮೂಲ .

8. ದಶವiಂಶಗಳು (ಡೆಸಿಮಲ್ಸ್) : ದಾಶಮಿP ಸಂಖ್ಯಾಕ್ರಮವನ್ನು ಪೂರ್ಣಾಂPಗಳಿಗೆ ಬಲದಿಂದ ಎqಕ್ಕೆ ಉಪಯೋಗಿಸುವಂv, ಇದೇ ಕ್ರಮವನ್ನು ಡಿ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಬಲಕ್ಕೆ ಉಪಯೋಗಿ, ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಹತ್ತg, ನೂgg, ಸಾವಿgz, ಇತ್ಯಾದಿ sUಗಳನ್ನಾಗಿ ವಿಭಾಗ ವiಡುವ ವಿಧಾನಕ್ಕೆ ದಶವiಂಶಪದ್ಧತಿ ಎಂದು ಹೆಸರು.

ಉz : .

ಇzg ದಶವiಂಶ¨sಗವಾz ಎಂಬುದು ಎಂ ಭಿನ್ನರಾಶಿ,

ಅಥವಾ ವಿಲೋಮವಾಗಿ, ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳನ್ನು ದಶವiಂಶರೂಪದಲ್ಲಿ gಯಬಹುದು.

ಉz : .

ಅಂPUಣv ಪುಸ್ತಕಗಳಲ್ಲಿ ಇದನ್ನು ತಿಳಿಸುವ

¨sಗಾಹಾg ಕ್ರಮz ಹಿನ್ನೆಲೆಯು ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗುತ್ತದೆ.

ದಶವiಂಶಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಹತ್ತರ ಕೋಷ್ಟಕ ವiತ್ರ ಬೇಕಾಗುವುದರಿಂದ, ಸಂಕಲನ, ವ್ಯವಕಲನ, ಗುuPg, sಗಾಹಾg ಪರಿಕರ್ಮಗಳು ಸುಲಭರೂಪವನ್ನು ತಾಳುತ್ತವೆ. ಈ ಸೌಲಭ್ಯವು ವ್ಯವಹಾರಗಳಿUಗಿ ಉಪಯೋಗಿಸಲ್ಪಟ್ಟು, ಈU ದಶವiಂಶ ಕ್ರಮವನ್ನು ಅಳತೆಗಳಿಗೂ ಹಣಕ್ಕೂ ಉಪಯೋಗಿಸುತಿದ್ದಾರೆ. 8 ರೂ 42 ಪೈಸೆ ಎಂಬುದನ್ನು 8.42 ರೂ ಎಂಬುzಗಿಯೂ 3 ಕಿ.ಗ್ರಾ. 60 ಗ್ರಾಂ ಎಂಬುದನ್ನು 3.6 ಕಿ.ಗ್ರಾ. ಇತ್ಯಾದಿಯೂಗಿಯೂ ಸೂಚಿಸುತ್ತಾರೆ.

ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳನ್ನು ದಶವiಂಶಗಳನ್ನಾಗಿ ಪರಿವರ್ತನೆ ವiಡುವ ವಿಧಾನವನ್ನು ತಿಳಿಸುತ್ತಾ ಒಂದು ಉದಾಹರಣೆಯನ್ನು ವiತ್ರ ಮೇಲೆ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಅನೇP ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ, ದಶವiಂಶಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಅನಂತವಾಗಿ ರಬಹುದು. ಉದಾ :1/3 = 0.3333. . . . . ಹೀಗೆ ಅನಂತz ವರೆಗೆ. ಇದನ್ನು ಸಂಕ್ಷೇಪವಾಗಿ 0.3 ಎಂದು ಗುರ್ತಿಸುತ್ತೇವೆ. ಹೀಗೆಯೇ 2.567 = 2.567567567567. . . .567 ಅಂಕಿಗಳು ಅದೇ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಪುನರಾವತಿತವಾಗುತ್ತವೆ. ಇಂx ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಆವರ್ತP ದಶವiಂಶಗಳು(gPರಿಂU ಡೆಸಿಮಲ್ಸ್) ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ. ಆವರ್ತಕವಲ್ಲದಿದ್ದg, ಅದು ಪಂiiರ್Áಪ್ತ (ಟರ್ಮಿನೇಟಿಂಗ್) ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

ಂiiÁವ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯನ್ನೇ ಆಗಲಿ ಪರ್ಯಾಪ್ತ ಇಲ್ಲವೇ ಆವರ್ತP ದಶವiಂಶವನ್ನಾಗಿ gಯಲು ಸಾಧ್ಯವೆಂಬುದು ಬೀಜUಣತದಿಂದ ತಿಯುತ್ತದೆ.

ಇನ್ನು ಆವರ್ತP ದಶವiಂಶವನ್ನು ಭಿನ್ನರಾಶಿಯ ರೂಪಕ್ಕೆ vರುವ ಕ್ರಮ ಕೆಳಗಿನ ಉದಾಹರಣೆಗಳಿಂz ತಿಯುತ್ತದೆ.

i.

ii. ಎಂದg

iii.

iii ಇಲ್ಲಿ 0.12 ಆವರ್ತಕವಲ್ಲ. ಇದು =

ಇಲ್ಲಿರುವ vತ್ತ್ವವನ್ನು ಬೀಜUಣvz ಸಹಾಯದಿಂz ಅರಿಯಬೇPಗಿರುವುzರಿಂz ಇದನ್ನು ಇಲ್ಲಿ ವಿಸ್ತರಿಸಿಲ್ಲ.

9. ಶಾಲಾಮಟz ಅಂPUಣv ಪುಸ್ತಕಗಳಲ್ಲಿ ಮೇಲೆ ತಿಳಿಸಿರುವ ಅಂPUಣvz ಧಾನಗಳನ್ನು ನಾನಾ ವ್ಯಾವಹಾರಿಕ ಲೆಕ್ಕಗಳಿಗೆ ಪ್ರಯೋಗಿಸುತ್ತಾರೆ. ತ್ರೈರಾಶಿ, ಬಡಿ ಲೆಕ್ಕಗಳು, ಚದರಳತೆ, ಕಾಲ ಮತ್ತು ಕೆಲಸ, ಮುಂತಾz ಹಲವಾರು ವ್ಯಾವಹಾರಿಕ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಲ್ಲೂ ಇzg ಬಳP ಇz. ಇವನ್ನೆಲ್ಲ ವ್ಯಾವಹಾರಿP Uಣv (ಅಪ್ಲೈq ಅರಿತ್ಮೆಟಿಕ್) ಎಂದು ಕgಯಬಹುದು. ಇವುಗಳಲ್ಲಿ Pಂಡುಬರುವ ಒಂದೆgಡು ತತ್ತ್ವಗಳು ಮಾತ್ರ ಇಲ್ಲಿ ಸಂಕ್ಷೇಪವಾಗಿ ರೂಪಿತವಾಗಿವೆ.

ನಿಷ್ಪಾತ ಮತ್ತು ಪರಿಮಾಣ (ರೇಷ್ಯೊ ಅಂಡ್ ಪ್ರಪೋರ್ಷನ್) : ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಂz ಉಂmಗುವ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯನ್ನು ಅವುಗಳ ನಿಷ್ಪಾತ ಎಂದೂ ಕgಯ ಬಹುದು. 2/3 ಭಿನ್ನರಾಶಿಯನ್ನು ಈಗ 2 : 3 ಎಂದು ಬರೆಯುತ್ತೇವೆ. ನಿಷ್ಪಾತ ಎಂಬ ಪದವನ್ನು ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿU ಮಾತ್ರವೇ ಅಲ್ಲದೆ ಒಂದೇ ಜಾತಿಯ ವಸ್ತುಗಳಿಗೂ ಉಪಯೋಗಿಸಬಹುದು. 3 ಕುರಿಗಳು : 5 ಕುರಿಗಳು =3/5; 2.12 ಕಿ.ಗ್ರಾ : 3.35 ಕಿ.ಗ್ರಾ. = 212 : 335

ಎರಡು ನಿಷ್ಪಾvಗಳು ಒಂದೇ ಆದರೆ, ಅವುಗಳನ್ನೊಳಗೊಂq ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಒಂದೇ ಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಿವೆ (ಇನ್ ಪ್ರಪೋರ್ಷನ್) ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ. ಉದಾ : 2/3 = 8/12. ಆದ್ದರಿಂದ 2 : 3 = 8 : 12. ಇದನ್ನು 2 : 3 :: 8 : 12 ಎಂದು ಬರೆಯುವುದುಂಟ. ಈ ನಾಲ್ಕು ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುzzರೂ ಮೂರು ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ತಿಳಿದಿದ್ದg, ನಾಲ್ಕನೆಯದನ್ನು ಸುಲಭವಾಗಿ ಪಡೆಯಬಹುದು. ತ್ರೈರಾಶಿಯ ಹಿನ್ನೆಲೆಯಲ್ಲಿರುವ vತ್ತ್ವವೇ ಇದು. ಉದಾ : 2 ವಸ್ತುಗಳಿU 3 ರೂ. ಬೆಲೆ ಆದರೆ 8 ವಸ್ತುಗಳಿU ಬೆಲೆ ಏನು ?

2 : 3 = 8 : ?

ಉತ್ತರ 12.

ಕೆಲವು ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಲೋಮ ಪ್ರವiಣವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಬೇPಗುತ್ತz. ಉz : ಒಂದು ಡಬ್ಬದಲ್ಲಿರುವ ಆಹಾರವು ಇಬ್ಬರಿಗೆ ಮೂರು ದಿನಗಳಿಗೆ ಸಾPzg, 6 ಮಂU ಎಷ್ಟು ದಿನಕ್ಕೆ ಸಾಕಾಗುತ್ತದೆ?

ಇಲ್ಲಿ 2 : 6 = ? : 3

ಉತ್ತರ 1.

Zzರಳv, ಘನಳv : ವಾಸ್ತವವಾಗಿ, ಇವು ರೇಖಾಗಣಿತದ ವಿಷಯಗಳು. ಒಂದು ಪzರ್ಥದ ಮೇಲ್ಮೈಯ ಅಳತೆಯನ್ನು ಅದರ ಸಲೆ ಅಥವಾ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ. ಆಯಾಕಾರದ ವಸ್ತುವಿನ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ = ಉದ್ದ ´ ಅಗಲ. ಹೀಗೆಯೇ ಒಂದು ವಸ್ತುವು ಒಳಗೊಳ್ಳುವ ಪ್ರದೇಶವನ್ನು ಅದರ ಘನಫಲದಿಂದ ತಿಯುತ್ತೇವೆ. ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯ ಆಕಾರದಲ್ಲಿರುವ ವಸ್ತುವಿನ ಘನಫಲ = ಉದ್ದ ´ ಅಗಲ ´ಎತ್ತರ.

ಉದ್ದ ಅಗಲಗಳನ್ನು ರೂಪಿಸಲು ಂiiÁವ ಅಳತೆಯ ಮಾನ (ಯೂನಿಟ್) ವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸುತ್ತೇವೆಯೊ ಅದಕ್ಕನುರೂಪವಾz ಮಾನವನ್ನು ಚzರಳv, ಘನಳvಗಳಿಗೆ ಉಪಯೋಗಿಸಬೇಕು. ಉದಾ : ಅಳತೆಯ ಮಾನವು ಅಂಗುಲವಾzg, Zzರಳvಯಲ್ಲಿ ಚzg ಅಂಗುಲ, ಘನಅಳತೆಯಲ್ಲಿ ಘನಅಂಗುಲ ಬರುತ್ತವೆ. ಒಂದು ಮೈಲಿ ಉದ್ದ, ಒಂದು ಮೈಲಿ ಅಗಲ ಇರುವ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ ಒಂದು ಚzg ಮೈಲಿ ಎಂzಗುತ್ತz. 1 ಮೀಟg 100 ಸೆಂಟಿಮೀಟgU ಸಮನಾದ್ದರಿಂದ, 1 ಚzg ಮೀಟg = 100 ´ 100 ಚzg ಸೆಂಟಿಮೀಟg, 1 ಅಡಿ = 12 ಅಂಗುಲ, 1 ಚzg ಅಡಿ = 12 ´ 12 ಚzg ಅಂಗುಲ. 1 ಘನ ಅಡಿ = 12 ´ 12 ´ 12 ಘನ ಅಂಗುಲ.

(ಸಿ.ಎನ್.ಎಸ್.)