Universidade Federal do Piauí – UFPI
Campus Senador Helvídio Nunes de Barros - CSHNB
Curso de Sistemas de Informação – SI
Disciplina: Lógica para Computação
Professora: Juliana Oliveira de Carvalho

Acadêmico:.. Matrícula:...............................

A PROVA DEVE SER POSTADA NO SIGAA ATÉ ÀS 19h DO DIA 30/04/2022

Questão 01: Demonstre que as fórmulas a seguir são tautologias usando tableaux semântico. Caso a fórmula não seja tautologia use o ramo aberto do tableaux para definir um contra-exemplo. As regras estão no Anexo I. (2,0 pontos)

a) $H_1 = (P \lor \neg Q) \lor \neg((P \land R) \leftrightarrow \neg(Q \lor \neg R))$

b) $H_2 = \neg(\neg((P \to Q) \lor \neg(Q \to R)) \to (P \to \neg R))$

Questão 02: Seja as expressões da lógica de predicados a seguir, diga qual é o comprimento, quantas são as variáveis ligadas e quantos são os símbolos livres. Além disso, descreva as subfórmulas, termos: (4,0 pontos)

a) $H_3 = (\forall x)(p(x,y) \land r(y)) \to (\exists z)(p(y, f(x,z)) \lor q(a,b,g(x,y,z)))$

comprimento: ( ) variáveis ligadas: ( ) símbolos livres: ( )

b) $H_4 = ((\forall y)r(y, f(a,y)) \lor (\exists y)q(a,y)) \to (q(x, f(y,a)) \land ((\exists x)r(a, f(x,y))))$

comprimento: ( ) variáveis ligadas: ( ) símbolos livres: ( )

c) $H_5 = (\forall x)(\exists z)(r(x,y,z) \leftrightarrow ((\forall z)p(x,z) \lor (\exists x)r(x,a,b)))$

comprimento: ( ) variáveis ligadas: ( ) símbolos livres: ( )

d) $H_6 = (\forall z)(\forall y)(\exists x)(p(x,y,z) \land r(z, f(y,a))) \to ((\exists z)p(z,x,y) \to r(g(b), f(a,x)))$

comprimento: ( ) variáveis ligadas: ( ) símbolos livres: ( )

Questão 03: Seja I uma interpretação sobre o conjunto dos números $\mathbb{N}$, tal que I[a] = 5, I[b] = 23, I,[x] = 15, I[y]= 2, I[p(x,y)]= T, se e somente se, $x_I + 3 > y_I$, I[r(x)] = T, se e somente se, x_I é primo, I[q(x,y)] = T, se e somente se, x_I múltiplo de y_I, I[f(x)] = x^2, I[g(x,y)] = 2*(x + y). Determine o resultado da interpretação de cada uma das fórmulas a seguir segundo I. (4,0 pontos)

a) $H_7 = (\forall x)(p(x, x-3) \lor r(x)) \land ((\exists y)(p(y,x) \land q(g(y,b),a)))$

b) $H_8 = ((\exists x)(p(g(x,y), f(x)) \to r(b))) \lor ((\forall x)q(g(x,x), g(a,y)) \to p(g(a+x, 2x), x^2))$

c) $H_9 = ((\exists y)p(a,y) \land (\exists x)r(g(x,y))) \land ((\exists x)r(x) \to r(y))$

d) $H_{10} = (\forall x)(\exists y)p(x, g(x,y)) \to ((\exists y)p(a, g(b,y)) \land p(f(y), y))$

ANEXO I

$$\begin{array}{c} R_1 = A \wedge B \\ A \\ B \end{array}$$

$$\begin{array}{c} R_2 = A \vee B \\ \swarrow \quad \searrow \\ A \qquad B \end{array}$$

$$\begin{array}{c} R_3 = A \rightarrow B \\ \swarrow \quad \searrow \\ \neg A \qquad B \end{array}$$

$$\begin{array}{c} R_4 = A \leftrightarrow B \\ \swarrow \quad \searrow \\ A \wedge B \qquad \neg A \wedge \neg B \end{array}$$

$$\begin{array}{c} R_5 = \neg\neg A \\ A \end{array}$$

$$\begin{array}{c} R_6 = \neg(A \wedge B) \\ \swarrow \quad \searrow \\ \neg A \qquad \neg B \end{array}$$

$$\begin{array}{c} R_7 = \neg(A \vee B) \\ \neg A \\ \neg B \end{array}$$

$$\begin{array}{c} R_8 = \neg(A \rightarrow B) \\ A \\ \neg B \end{array}$$

$$\begin{array}{c} R_9 = \neg(A \leftrightarrow B) \\ \swarrow \quad \searrow \\ \neg A \wedge B \qquad A \wedge \neg B \end{array}$$