29/04/22

Aluno: João dos Santos Neto
matrícula: 20219041749

Avaliação de Lógica

1ª) a)

Definição H_1:

1.	$\neg((P\vee\neg Q)\vee\neg((P\wedge R)\leftrightarrow\neg(Q\vee\neg R)))$					$\neg H_1$
2.	$\neg(P\vee\neg Q)$					R_7 1.
3.	$\neg\neg((P\wedge R)\leftrightarrow\neg(Q\vee\neg R))$					R_7 1.
4.	$((P\wedge R)\leftrightarrow\neg(Q\vee\neg R))$					R_5 3.
5.	$\neg P$					R_7 2
6.	$\neg\neg Q$					R_7 2.
7.	Q					R_5 6.
8.						
9.	$(P\wedge R)\wedge\neg(Q\vee\neg R)$	$\neg(P\wedge R)\wedge\neg\neg(Q\vee\neg R)$				R_4 4.
10.	$(P\wedge R)$	$\neg(P\wedge R)$				R_1 9, R_1 9
11.	$\neg(Q\vee\neg R)$	$\neg\neg(Q\vee\neg R)$				R_1 9, R_1 9
12.	P	$Q\vee\neg R$				R_1 10, R_5 11
13.	R					R_1 10
14.	$\neg Q$	Q		$\neg R$		R_7 11, R_2 12
15.	$\neg\neg R$					R_7 11
16.	R	$\neg P$	$\neg R$	$\neg P$	$\neg R$	R_5 15, R_6 10, R_6 10
17.	fechado	aberto	aberto	aberto	aberto	

1º a)

10) a)

Definição H_1:

$I[P] = F$; $I[Q] = T$; $I[R] = F$

$H_1 = (P \vee \neg Q) \vee \neg((P \wedge R) \leftrightarrow \neg(Q \vee \neg R))$

$H_{11} = (P \vee \neg Q)$

$I[H_{11}] = F$

$H_{12} = \neg((P \wedge R) \leftrightarrow \neg(Q \vee \neg R))$

$I[(P \wedge R)] = F$

$I[\neg(Q \vee \neg R)] = F$

$I[H_{12}] = F$

Como $I[H_{11}] = F$ e $I[H_{12}] = F$,
pela regra do $\vee$

$I[H_1] = F$

Logo, H_1 não é tautologia

1. $\neg(\neg(\neg((P \to Q) \vee \neg(Q \to R)) \to (P \to \neg R)))$ — $\neg H_2$

2. $\neg((P \to Q) \vee \neg(Q \to R)) \to (P \to \neg R)$ — $R_5\, 1$

3. $\swarrow \qquad \searrow$

4. $\neg\neg((P \to Q) \vee \neg(Q \to R)) \qquad (P \to \neg R)$ — $R_3\, 2$

6. $((P \to Q) \vee \neg(Q \to R)) \qquad \swarrow \quad \searrow$ — $R_5\, 4.$

7. $\swarrow \qquad \searrow \qquad \neg P \qquad \neg R$ — $R_3\, 4.$

8. $P \to Q \qquad \neg(Q \to R) \qquad$ aberto $\qquad$ aberto — $R_2\, 6.$

9. $\swarrow \quad \searrow \qquad Q$ — $R_8\, 8.$

10. $\neg P \qquad Q \qquad \neg R$ — $R_3\, 8,\ R_8\, 8.$

aberto $\qquad$ aberto $\qquad$ aberto

1º b)

1º b)

Definição H2:

$I[Q] = T$; $I[R] = F$

$H_2 = \neg(\neg((P \rightarrow Q) \vee \neg(Q \rightarrow R)) \rightarrow (P \rightarrow \neg R))$

$H_{21} = P \rightarrow \neg R$

$I[H_{21}] = T$

$H_{22} = \neg((P \rightarrow Q) \vee \neg(Q \rightarrow R)) \rightarrow (P \rightarrow \neg R)$

Como $I[H_{21}] = T$, pela regra do $\rightarrow$
$I[H_{22}] = T$.

Portanto, pela regra do $\neg$, $I[H_2] = F$

Logo H_2 não é uma tautologia.

2º a)

$H_3 = (\forall x)(p(x,y) \wedge r(y)) \rightarrow (\exists z)(p(y,f(x,y)) \vee q(a,b,g(x,y,z)))$

comprimento: (9)

variáveis ligadas: (2)

símbolos livres: (9)

subfórmulas: (9)

H_3;

$(\forall x)(p(x,y) \wedge r(y))$; $(\exists x)(p(y,f(x,y)) \vee q(a,b,g(x,y,z)))$;

$p(x,y) \wedge r(y)$; $p(y,f(x,y)) \vee q(a,b,g(x,y,z))$;

$p(x,y)$; $p(y,f(x,y))$;

$r(y)$; $q(a,b,g(x,y,z))$;

termos: (7)

x; z; g;
y; a;
f; b;

2º) b)

$H_4 = ((\forall y) r(y, f(a,y)) \vee (\exists y) q(a,y)) \to (q(x, f(y,a)) \wedge ((\exists x) r(a, f(x,y))))$

comprimento: (10)

termos: (4)

f; y;
a; x;

variáveis ligadas: (2)

símbolos livres: (6)

subfórmulas: (10)

H_4;

$((\forall x) r(y, f(a,y)) \vee (\exists y) q(a,y))$;

$(\forall y) r(y, f(a,y))$;

$(\exists y) q(a,y)$;

$r(y, f(a,y))$;

$q(a,y)$;

$q(x, f(y,a)) \wedge ((\exists x) r(a, f(x,y)))$;

$q(x, f(y,a))$;

$(\exists x) r(a, f(x,y))$;

$r(a, f(x,y))$;

2º c)

$H_5 = (\forall x)(\exists z)(r(x,y,z) \leftrightarrow ((\forall z)p(x,z) \vee (\exists x)r(x,a,b)))$

comprimento: (9) símbolos livres: (5)

variáveis ligadas: (2) termos: (5)

subfórmulas: (9) $x; y; z; a; b;$

$H_5;$

$(\exists z)(r(x,y,z) \leftrightarrow ((\forall z)p(x,z) \vee (\exists x)r(x,a,b)));$

$r(x,y,z) \leftrightarrow ((\forall z)p(x,z) \vee (\exists x)r(x,a,b));$

$r(x,y,z);$

$(\forall z)p(x,z) \vee (\exists x)r(x,a,b);$

$(\forall z)p(x,z);$

$(\exists x)r(x,a,b);$

$p(x,z);$

$r(x,a,b);$

2º) d6)

$H6 = (\forall z)(\forall y)(\exists x)(p(x,y,z) \wedge r(z,f(y,a))) \to ((\exists z)p(z,x,y) \to r(g(b),f(a,x)))$

comprimento: (11) símbolos livres: (8)

variáveis ligadas: (3) termos: (7)

subfórmulas: (11) x; y; z; f; a; g; b;

H6;

$(\forall z)(\forall y)(\exists x)(p(x,y,z) \wedge r(z,f(y,a)))$;

$(\forall y)(\exists x)(p(x,y,z) \wedge r(z,f(y,a)))$;

$(\exists x)(p(x,y,z) \wedge r(z,f(y,a)))$;

$p(x,y,z) \wedge r(z,f(y,a))$;

$r(z,f(y,a))$;

$p(x,y,z)$;

$((\exists z)p(z,x,y) \to r(g(b),f(a,x)))$;

$(\exists z)p(z,x,y)$;

$r(g(b),f(a,x))$;

$p(z,x,y)$;

3º a)

$H_7 = (\forall x)(p(x, x-3)) \vee r(x)) \wedge ((\exists y)(p(y, x) \wedge q(g(y, b), a))$

$H_{71} = (\forall x)(p(x, x-3) \vee r(x))$

$H_{711} = p(x, x-3)$
$I[H_{711}] = p(3+3, 3-3)$
$I[H_{711}] = p(6, 0)$
$I[H_{711}] = T$

Como $I[H_{711}] = T$, pela regra do $\vee$, $I[H_{71}] = T$

$H_{72} = ((\exists y)(p(y, x) \wedge q(g(y, b), a))$

$H_{721} = p(y, x)$
$I[H_{721}] = p(13+3, 15)$
$I[H_{721}] = p(16, 15)$
$I[H_{721}] = T$

$H_{722} = q(g(y, b), a)$
$I[H_{722}] = q(g(2*(2+23)), 5)$
$I[H_{722}] = q(50, 5)$
$I[H_{722}] = T$

Como $I[H_{721}] = T$ e $I[H_{722}] = T$, pela regra do $\wedge$
$I[H_{72}] = T$.

Portanto, como $I[H_{71}] = T$ e $I[H_{72}] = T$, pela regra do $\wedge$, $I[H_7] = T$.

3º b)

$H_8 = ((\exists x)(p(g(x,y), f(x)) \rightarrow r(b)) \vee ((\forall x) q(g(x,x), g(a,y) \rightarrow p(g(a+x, 2x), 2x))$

$H_{81} = ((\exists x)(p(g(x,y), f(x)) \rightarrow r(b))$

$H_{811} = r(b)$
$I[H_{811}] = r(23)$
$I[H_{811}] = T$

Como $I[H_{811}] = T$, pela regra do $\rightarrow$, $I[H_{81}] = T$.

Portanto, como $I[H_{81}] = T$, pela regra do $\vee$
$I[H_8] = T$.

3º c)

$H9 = ((\exists x) p(a, y) \wedge (\exists x) r(g(x, y))) \wedge ((\exists x) r(x) \rightarrow r(y))$

$H91 = ((\exists y) p(a, y) \wedge (\exists x) r(g(x, y)))$

$H911 = (\exists x) r(g(x, y))$

$I[H911] = F$

Como $I[H911] = F$, pela regra do $\wedge$ $I[H91] = F$.

Portanto, como $I[H91] = F$, pela regra do $\wedge$ $I[H9] = F$.

3) d)

$H_{10} = (\forall x)(\exists y)p(x, g(x,y)) \rightarrow ((\exists y)p(a, g(b,y)) \wedge (p(f(y), y))$

$H_{101} = (\forall x)(\exists y)p(x, g(x,y))$

$I[H_{101}] = p(x, g(x,y))$
$I[H_{101}] = p(0+3,\ 2*(0+0))$
$I[H_{101}] = p(3,0)$
$I[H_{101}] = T$

$H_{102} = (\exists y)p(a, g(b,y))$

$I[H_{102}] = p(5, 2*(23+0))$
$I[H_{102}] = p(5,46)$
$I[H_{102}] = F$

Como $I[H_{101}] = T$ e $I[H_{102}] = F$, pela regra do $\rightarrow$, $I[H_{10}] = F$.