

1 Bestimmung der Materialeigenschaften der Saiten

1.1 Versuchsbeschreibung

Für den Grundton f einer Gitarrensaite gilt:

$$f = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{T}{\mu}} \cdot \frac{1}{l} \quad (1)$$

mit der Saitenspannung T in N, dem Massebelag μ in $\frac{\text{kg}}{\text{m}}$ und der Länge der Saite l in m. In diesem Versuch wird dieselbe Saite bei unterschiedlichen Längen angeschlagen und die entsprechende Frequenz gemessen. Trägt man dann f gegen $\frac{1}{l}$ auf erhält man aus der Steigung $m = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{T}{\mu}}$ einen Wert für das Verhältnis von T und μ , das mit den Herstellerangaben verglichen werden sollte.

Wir haben uns hier auf die Vermessung der Materialeigenschaften der A-Saite beschränkt.

1.2 Versuchsaufbau und Durchführung



Abbildung 1: Versuchsaufbau zur Vermessung der Materialeigenschaften der Gitarre

Zur Vermessung der Frequenz bei unterschiedlichen Längen wurde die A-Saite zuerst leer dann im 2ten, 4ten, 6ten, 8ten und 10ten Bund jeweils 3 mal angeschlagen. Die Frequenz wurde jeweils mit einem Mikrophon, das über dem Schallloch der Gitarre angebracht war, aufgenommen. Das Signal des Mikrofons wurde mit dem Spannungsmessgerät des Sensor-Cassy vermessen, um schließlich mit Cassy-Lab am Laptop ausgewertet werden zu können. Die Frequenzen selbst wurden mittels Fast-Fourier-Transformation und Peakschwerpunkts-Berechnung bestimmt. Die jeweils drei Frequenzen wurden dann gemittelt und über **Eriks Formel** der Fehler auf den Mittelwert bestimmt. Die Länge der Anschlagpunkte wurden mit dem Maßband vermessen.

Tabelle 1: Messwerterfassungseinstellungen

Parameter	Einstellung
Messintervall	500 μ s
Anzahl Messwerte	10000
Messdauer	5s
Trigger	0.3V

1.3 Versuchsauswertung

1.3.1 Rohdaten

Tabelle 2: Längenmessungen der Anschlagpunkte

L_0	64.9 cm	Leere Saite
L_1	54.6 cm	2. Bund
L_2	51.5 cm	4. Bund
L_3	45.9 cm	6. Bund
L_4	40.9 cm	8. Bund
L_5	36.4 cm	10. Bund

Messung am 2. Bund wurde in der Auswertung ausgelassen, da die Längenmessung offenbar fehlgeschlagen ist. Die Längen der Bündel wurden mit dem Maßband bestimmt, daher haben wir den Fehler auf:

$$\sigma_L = 1mm$$

abgeschätzt.

Tabelle 3: Frequenzmessung bei unterschiedlichen Längen

	L_0	L_1	L_2	L_3	L_4	L_5
f_1	110.16	123.80	138.98	156.03	174.60	194.42
f_2	110.20	123.79	139.04	155.69	174.31	196.00
f_3	110.24	123.79	138.83	155.96	174.46	195.97
\bar{f}	110.20	123.79	138.95	155.89	174.46	195.46
$\sigma_{\bar{f}}$	0.02	0.00	0.06	0.10	0.08	0.52

Angaben in Hz

Der Fehler auf die Frequenz ist bei der Vermessung des 2. Bunds sehr klein (ungerundet: $\sigma_{\bar{f}_1} = 0.0033$). Dieser Wert wurde aber schon wegen der Längenmessung weggelassen.

Für die von uns vermessene A-Saite gilt laut Skript:

$$\mu_{lit} = 3.4095 \cdot 10^{-3} \frac{kg}{m}, \quad T_{lit} = 68.04N.$$

Für die Steigung ist also ein Wert von

$$m_{lit} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{T_{lit}}{\mu_{lit}}} = 70.633 \frac{m}{s} \quad (2)$$

zu erwarten.

1.3.2 Transformation der Rohdaten

Die nun bestimmten gemittelten Frequenzen können jetzt mit ihren Fehlern gegen die jeweiligen Längen mit ihren Fehlern aufgetragen werden.

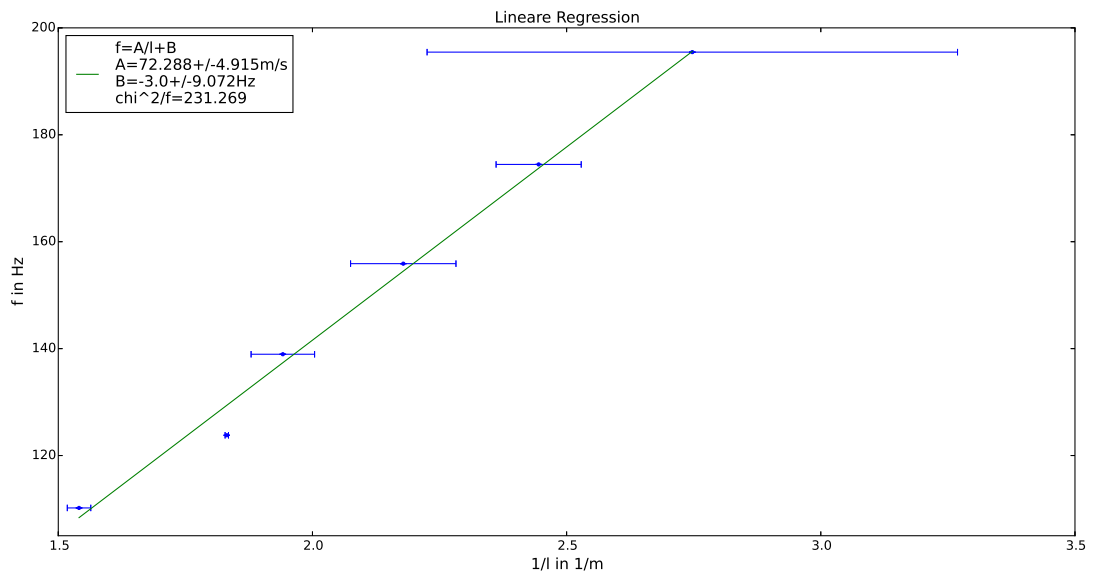


Abbildung 2: Lineare Regression aller Werte. Der 2. Wert ist ein deutlicher Ausreißer und wurde daher im Folgenden weggelassen.

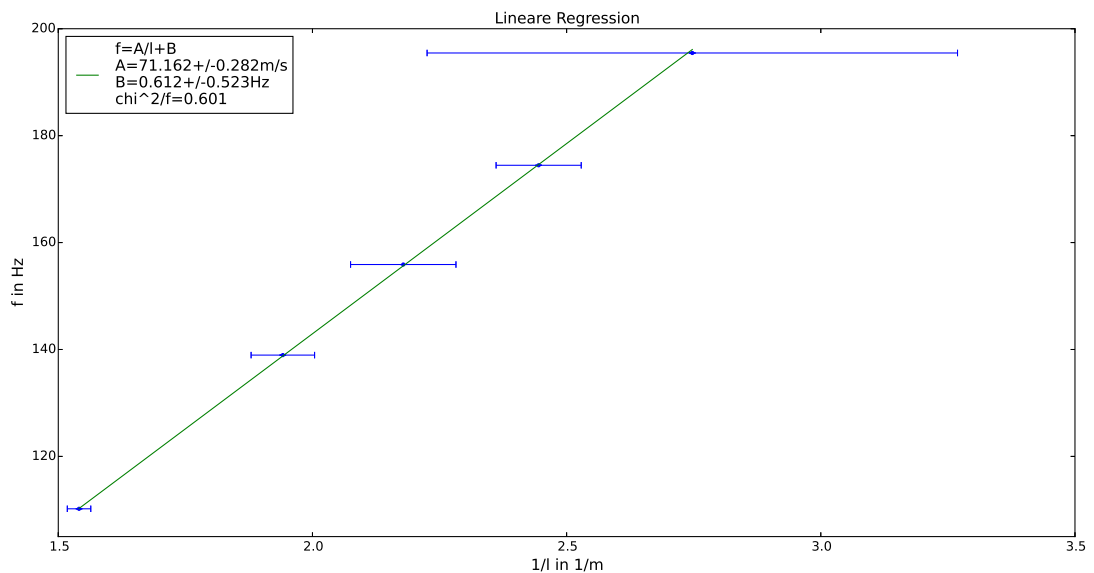


Abbildung 3: Lineare Regression ohne den zweiten Wert. Der Fehler steigt mit $\frac{1}{l}$, da die Saite bei kürzerer Länge stärker gedämpft ist und nicht so lange schwingt.

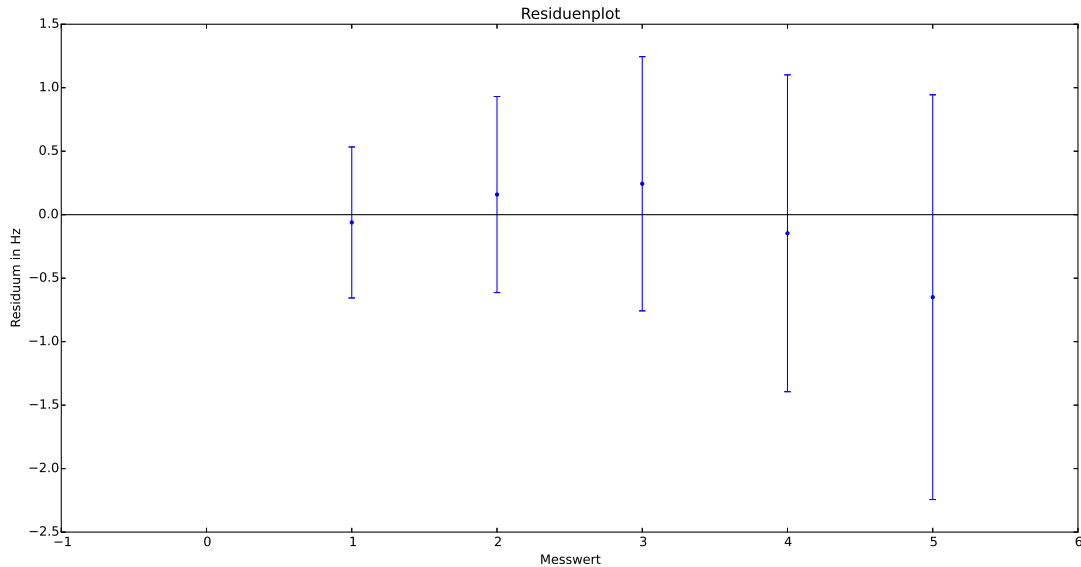


Abbildung 4: Residuenplot ohne den zweiten Wert. Der Residuenplot zeigt keine Systematik und alle Messwerte **schneiden** die Null-Linie.

Ergebnis der Linearen Regression:

$$A = m = 71.162 \pm 0.282 \frac{m}{s}$$

$$B = 0.612 \pm 0.523 Hz$$

$$\frac{\chi^2}{f} = 0.601$$

Zum Vergleich (siehe Gleichung 2):

$$m_{lit} = 70.633 \frac{m}{s} \quad (3)$$

1.3.3 Fazit

Der Wert aus den Herstellerangaben liegt im Bereich von 2 Standardabweichungen unter dem gemessenen Wert. Dies ist darauf zurückzuführen, dass die Gitarre im Laufe der Zeit abgenutzt wurde und daher der Massebelag mittlerweile eher kleiner ist als bei der Herstellerangabe für die neue Saite.

Der gemessene y-Achsenabschnitt von $B = 0.612 \pm 0.523 Hz$ liegt mit seinem Fehler nahe genug an dem erwarteten Wert von 0 (siehe Gleichung 1).

Das $\frac{\chi^2}{f}$ von 0.601 lässt zwar auf einen überschätzten Fehler schließen, ist aber noch in einem vertretbaren Bereich.