

Optik II:

Das Michelson-Morley-Interferometer

Marcel Kniffler, Simon Klüttermann und Yuriy Popovych *

31. August 2017

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	2
2	Theorie	2
3	Kalibrierung und Wellenlängenmessung	3
3.1	Aufbau und Durchführung	3
3.2	Auswertung	4
3.2.1	Kalibrierung	4
3.2.2	Bestimmung der Wellenlänge	5
4	Druckabhängigkeit der Brechungsindex von Luft	6
4.1	Aufbau und Durchführung	6
4.2	Auswertung	7
5	Brechungsindex von CO₂	10
5.1	Aufbau und Durchführung	10
5.2	Auswertung	11
6	Fazit	13

*special thanks to: Lars Heuermann

Zusammenfassung

Im Folgenden wurden verschiedene Untersuchungen mithilfe der Michelson-Morley-Interferometers gemacht. Trotz der hohen Empfindlichkeit und vielen Störfaktoren und Ungenauigkeiten ergaben sich alle Werte relativ nah an den Erwartungen. Dies betont die hohe Qualität der Messung mithilfe des Interferometers.

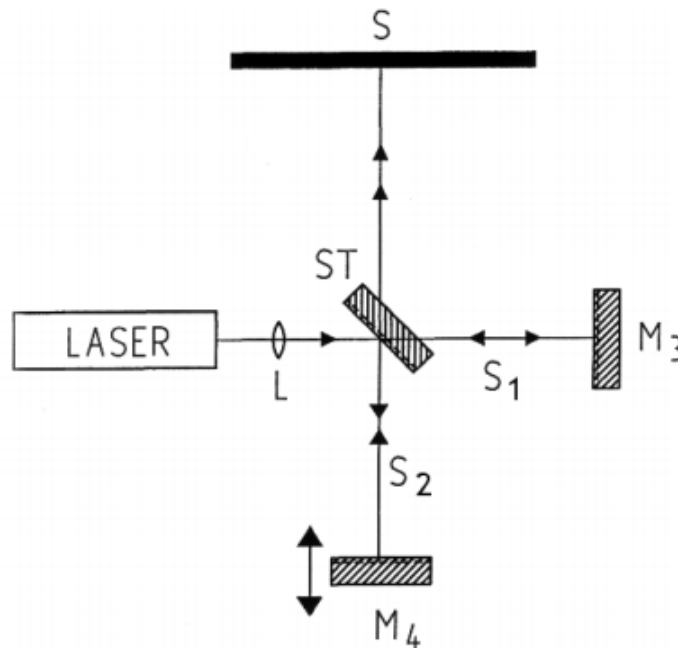
1 Einleitung

Das Michelson-Morley-Experiment hat eine große historische Bedeutung. Es wurde geschichtlich unter anderem zur Widerlegung der Äthertheorie oder im aktuelleren Nachweis der Gravitationswellen verwendet. Durch seinen Aufbau lassen sich minimale Veränderungen verschiedener Größen, wie Länge oder Brechungsindex messen. Durch diese hohe Empfindlichkeit ist dieses Gerät jedoch auch für Störungen sehr anfällig.

In den folgenden Versuchen sollen mithilfe dieser Apparatur verschiedene Effekte untersucht und Größen gemessen werden. Darunter die Wellenlänge von unbekanntem Licht und die Druckabhängigkeit des Brechungsindexes.

2 Theorie

Die grundlegende Funktionsweise des Interferometers ist im Folgenden dargestellt:



captionSchematische Skizze Michelson-Interferometer (Quelle: Praktikumsskript)

Ein Laserstrahl trifft auf den Strahlenteiler ST und wird dadurch in die beiden Teilstrahlen S_1 und S_2 aufgeteilt. Diese werden durch die beiden Spiegel M_3 und M_4 reflektiert und

laufen wieder zusammen. Das Interferenzmuster aus abwechselnd hellen und dunklen Ringen wird dann auf dem Schirm sichtbar. Dabei gilt der Zusammenhang:

$$2 \cdot d \cdot \cos(\theta) = m \cdot \lambda$$

Dabei ist d der Abstand um den einer der beiden Spiegel verschoben wird. Da der Winkel sehr klein ist (ca. 0.2°) gilt $\cos(\theta) \approx 1$. Damit lässt sich folgern, dass bereits eine Wegänderung um $\frac{\lambda}{2}$ eine deutliche Änderung des Interferenzmusters bewirkt. Damit lassen sich sehr kleine Weglängenänderungen gut bestimmen.

3 Kalibrierung und Wellenlängenmessung

3.1 Aufbau und Durchführung

Der Grundaufbau sieht folgendermaßen aus:

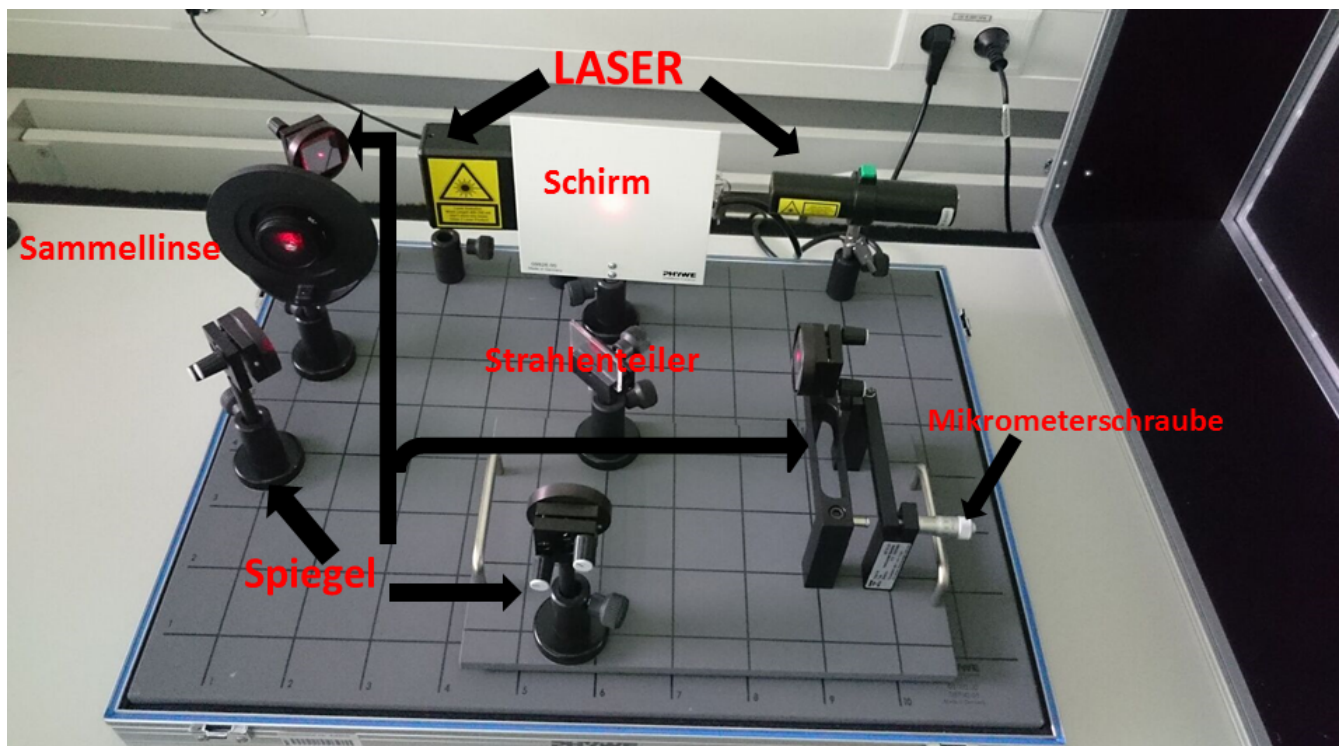


Abbildung 1: Allgemeiner Aufbau

Die Mikrometerschraube bewirkt dabei die Verschiebung des jeweiligen Spiegels. Diese Verschiebung wird jedoch durch eine Winkeländerung eines Hebelarms realisiert, wodurch die Differenz der angezeigten Länge nicht der tatsächlichen Verschiebung entspricht. Es wird davon ausgegangen, dass in dem Bereich um 8mm (nach Skala der Schraube) zwischen dem angezeigten und tatsächlichen Wert ein linearer Zusammenhang vorliegt. Die Kalibrierungskonstante k mit $\Delta d = \frac{\Delta s}{k}$ ist nun experimentell zu bestimmen. Dabei bezeichnet Δs den auf

der Mikrometerschraube angezeigten Längenunterschied.

Dazu wird der rote Laser mit einer bekannten Wellenlänge von 632.8 nm verwendet. Nach den anfänglichen Justierungen wird die Mikrometerschraube langsam gedreht und gezählt wie oft sich das Maximum ändert. Pro Messeung werden jeweils 100 Maximaänderungen gezählt. Um mögliche Ablesefehler bei den Maxima zu minimieren, werden diese bei beiden Gruppen in 10er Intervallen abgelesen und der entsprechende Wert auf der Mikrometerschraube abgelesen. Gruppe 1 führte 4 Messungen, Gruppe 2 6 Messungen durch.

Bei der Bestimmung der Wellenlänge wird das Vorgehen mit einem grünen Laser wiederholt. Mit dem nun bekannten Kalibrierungsfaktor kann mit der gleichen Formel die Wellenlänge des Lasers bestimmt werden. Gruppe 1 hat dabei 5 Messungen durchgeführt. Dabei wurde 3 Mal in 10er und jeweils einmal in 20er und 25er Intervallen abgelesen. Gruppe 2 führte 6 Messungen in 10er Intervallen durch.

3.2 Auswertung

3.2.1 Kalibrierung

Exemplarisch für Gruppe 1 wurden folgende Werte auf der Mikrometerschraube bei entsprechender Änderung der Ringe abgelesen:

Δm	$\Delta S_1/\mu m$	$\Delta S_2/\mu m$	$\Delta S_3/\mu m$	$\Delta S_4/\mu m$
10	6	6	6	6.5
20	13	12	12.5	13
30	19	19	19	18
40	24.5	24.5	26	25
50	31	30	32	31.5
60	38	36	39	38
70	44	42	46	45
80	50	48	52.5	50.5
90	56	54.5	60	57.5
100	61	61	67	64

Tabelle 1: Angezeigte Längenänderungen auf der Mikrometerschraube Gruppe 1

Dabei wird jeweils der letzte Wert verwendet um die Einzelwerte von $\frac{\Delta S}{\Delta m}$ zu bestimmen:

Gruppe 1	Gruppe 2
0.62	0.75
0.61	0.70
0.67	0.70
0.64	0.74
	0.69
	0.70

Tabelle 2: $\frac{\Delta S}{\Delta m}$ in μm für beide Gruppen

Zur Berechnung von k gilt folgende Formel:

$$2 \cdot \frac{\Delta S}{k} = \Delta m \cdot \lambda \quad \Leftrightarrow \quad k = \frac{\Delta S}{\Delta m} \cdot \frac{2}{\lambda}$$

Dazu wird Mittelwert, Standardabweichung und Fehler auf den Mittelwert von $\frac{\Delta S}{\Delta m}$ (=X) folgendermaßen bestimmt:

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i \quad \sigma_X = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2} \quad \sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma_X}{\sqrt{n}}$$

Da λ als fehlerlos angenommen wird gilt für die Fehlerfortpflanzung auf k :

$$\sigma_k = \sigma_{\frac{\Delta S}{\Delta m}} \cdot \frac{2}{\lambda}$$

Damit ergeben sich folgende Wert für k für beide Gruppen:

$$k_1 = 2.01 \pm 0.08 \quad k_2 = 2.25 \pm 0.08$$

3.2.2 Bestimmung der Wellenlänge

Analog zur Kalibrierung werden hier Mittelwert und Unsicherheit auf $\frac{\Delta S}{\Delta m}$ bestimmt. Mit nun bekanntem Kalibrationsfaktor berechnet sich die Wellenlänge aus der gleichen Formel:

$$2 \cdot \frac{\Delta S}{k} = \Delta m \cdot \lambda \quad \Leftrightarrow \quad \lambda = \frac{\Delta S}{\Delta m} \cdot \frac{2}{k}$$

Bei den Messwerten bei Gruppe 1 in 20er und 25er Intervallen wurde ein offensichtlicher Ablesefehler bei den Ringen deutlich, wodurch diese Messreihen zur weiteren Auswertung nicht verwendet wurden. Da die 3 übrigen Messungen exakt den gleichen Wert für $\frac{\Delta S}{\Delta m}$ lieferten, wurde auf ΔS ein Skalenfehler von $\frac{1\mu m}{\sqrt{12}}$ angenommen. Da k bereits bestimmt wurde, wird der Fehler darauf nun als Systematik betrachtet. Damit ergibt sich für den statistischen und systematischen Fehler auf λ :

$$\sigma_{\lambda_{stat}} = \frac{2}{k} \cdot \sigma_{\frac{\Delta S}{\Delta m}} \quad \sigma_{\lambda_{sys}} = \frac{\Delta S}{\Delta m} \cdot \frac{2}{k^2} \cdot \sigma_k$$

Damit ergeben sich folgende Werte für beide Gruppen:

$$\lambda_1 = (528 \pm 2 \pm 11)nm \quad \lambda_2 = (528 \pm 8 \pm 11)nm$$

Die angegebene Wellenlänge des grünen Lasers beträgt 532 nm. Damit liegen beide Werte in einer σ -Umgebung. Die guten Werte für die Wellenlängen sprechen auch für richtig berechnete Kalibrationsfaktoren.

4 Druckabhängigkeit der Brechungsindex von Luft

4.1 Aufbau und Durchführung

Der Brechungsindex von Luft hat eine entsprechende Druckabhängigkeit, welche hier zu untersuchen ist. Dabei wird folgendes lineares Modell angenommen:

$$n(P) = 1 + \frac{\Delta n}{\Delta P} \cdot P$$

Es gilt den Differenzenquotienten $\frac{\Delta n}{\Delta P}$ zu bestimmen. Dazu wird der vorher bestimmte grüne Laser verwendet und zwischen Strahlenteiler und einem der beiden Spiegel ein kleines Gefäß angebracht, in dem mithilfe einer Handpumpe der Druck variiert werden kann. Dieser wird mithilfe eines Digitaldruckmessgerät abgelesen.



Abbildung 2: Aufbau zur Messung der Druckabhängigkeit des Brechungsindex

Anfangs wurde in dem Gefäß ein Unterdruck von etwa 180hPa erzeugt. Da dieses Gefäß nicht komplett dicht ist, ist eine andauernde Druckzunahme festzustellen. Es wird somit gewartet, bis der Druck so weit gestiegen ist, dass eine Änderung der Maxima zu erkennen ist, die jeweiligen Drücke bzw. ihre Differenzen werden notiert.

Wegen Zeit- und Personenmangel wurde dieser Teilversuch nur von einer der beiden Gruppen durchgeführt. Diese Gruppe hat 4 Messungen gemacht. Da es sehr lange dauert, bis der Druck komplett auf Normaldruck angestiegen ist, wurde diese Messmethode nur zwei Mal verwendet. Bei den beiden anderen Messungen wurde jeweils ein Druck der Größenordnung der gemessenen Werte aus den ersten beiden Messungen erzeugt und auf einen Wechsel der Maxima gewartet.

4.2 Auswertung

Es wurden Maximaübergänge bei folgenden Drücken gefunden. Dabei bezeichnet der erste Wert den Druck bei der 1. Ordnung.

Δm	Messung 1	Messung 2	Messung 3	Messung 4
1	220	270	254	194
2	299	378	335	265
3	383	463	446	334
4	481	565	541	421
5	577	652	632	520
6	664	762	728	607

Tabelle 3: Drücke in hPa der Ringübergänge

Die Ordnung wird nun über den jeweiligen Druck aufgetragen und es wird eine Gerade angepasst. Dabei wird auf den Druck ein Digitalisierungsfehler von $\sigma_P = \frac{1}{\sqrt{12}} hPa$ angenommen. Auf m wird dieser mit $\sigma_m = \frac{1}{4 \cdot \sqrt{12}}$ abgeschätzt.

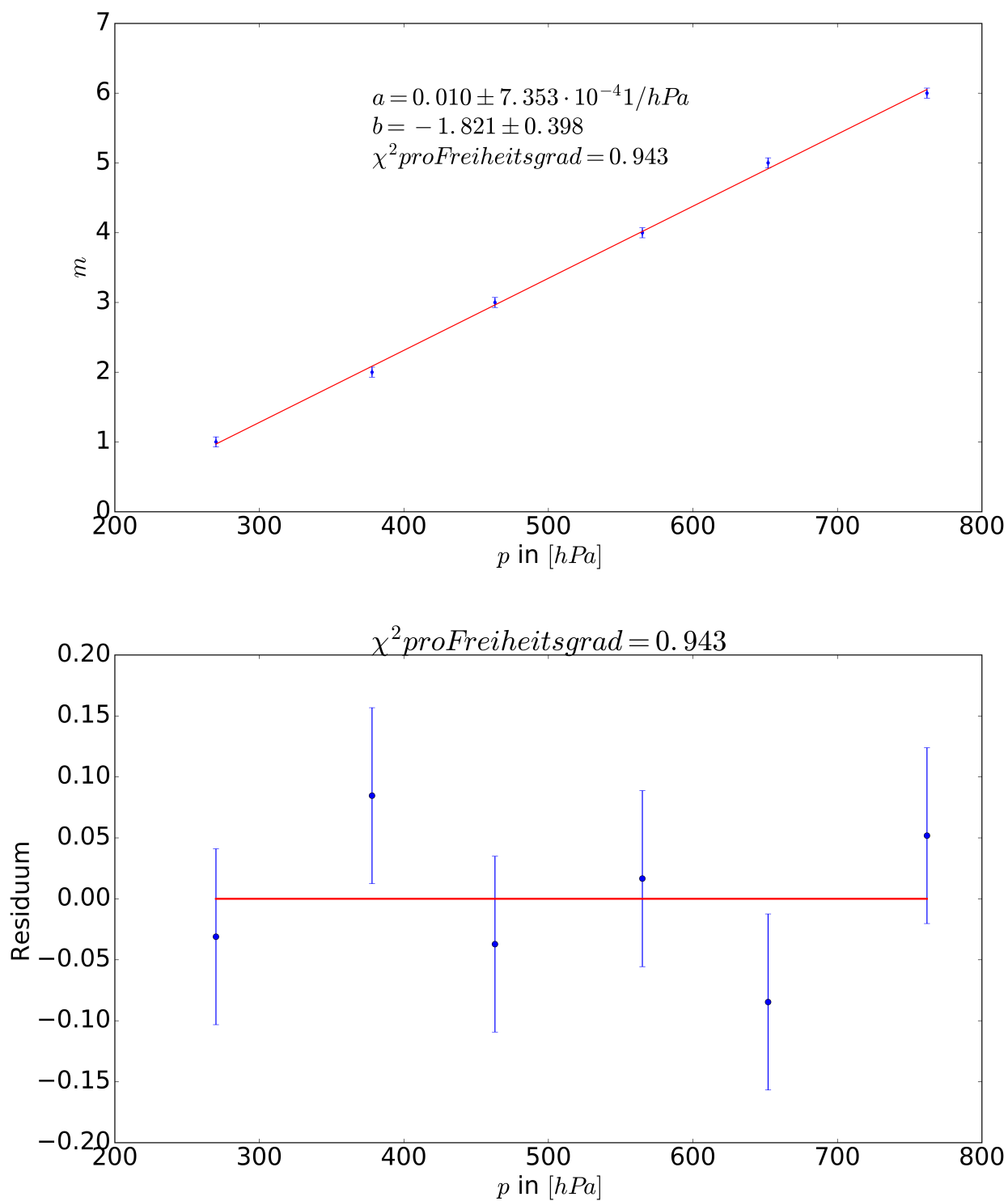


Abbildung 3: Lineare Anpassung von Messung 2 mit Residuen (a: Steigung)

Das χ^2 pro Freiheitsgrad (welches bei den anderen Messung in der gleichen Größenordnung liegt) lässt auch eine gute Anpassung und richtig abgeschätzte Fehler schließen. Für die restlichen Anpassungen ergeben sich folgende Steigungen mit entsprechenden Fehlern:

Messung	Steigung a in 1/hPa	σ_a in 10^{-4} 1/hPa	$\frac{\chi^2}{ddof}$
1	0.011	7.9	1.081
2	0.010	7.4	0.940
3	0.010	7.4	0.870
4	0.012	8.5	3.920

Tabelle 4: Steigungen der Druckabhängigkeit mit Fehlern

Bei der weiteren Auswertung wurde die Messung 4 aufgrund des recht großen $\frac{\chi^2}{ddof}$ und der recht deutlichen Abweichung, im Vergleich zu den anderen Messungen, nicht weiter berücksichtigt.

Es fällt auf, dass die Fehler auf die einzelnen Werte deutlich kleiner sind als die Streuung der Mittelwerte. Daher werden diese zur weiteren Auswertung normal gemittelt und der Fehler aus der Mittelung der Mehrfachmessung bestimmt. Ein gewichteter Mittelwert würde an dieser Stelle den Fehler unterschätzen. Damit ergibt sich für die Steigung (a=) $\frac{\Delta m}{\Delta P}$:

$$\frac{\Delta m}{\Delta P} = (0.011 \pm 4.2 \cdot 10^{-4}) \frac{1}{hPa}$$

Zur Bestimmung des Differenzenquotienten gilt folgender Zusammenhang:

$$\frac{\Delta n}{\Delta P} = \frac{\Delta m}{\Delta P} \cdot \frac{\lambda}{2 \cdot l}$$

l ist dabei die Länge des Gefäßes. Diese ist mit 1 cm als fehlerfrei angegeben. Damit ergeben sich die Fehler auf $\frac{\Delta n}{\Delta P}$ zu:

$$\sigma_{\frac{\Delta n}{\Delta P} stat} = \frac{\lambda}{2 \cdot l} \cdot \sigma_{\frac{\Delta m}{\Delta P}} \quad \sigma_{\frac{\Delta n}{\Delta P} sys} = \frac{\Delta m}{\Delta P} \cdot \frac{1}{2 \cdot l} \cdot \sigma_{\lambda}$$

Damit ergibt sich folgender Wert:

$$\frac{\Delta n}{\Delta P} = (2.82 \pm 0.11 \pm 0.06) \cdot 10^{-7} \frac{1}{hPa}$$

Der Literaturwert von $2.66 \cdot 10^{-7} \frac{1}{hPa}$ liegt mit der Systematik innerhalb eines σ -Intervall des bestimmten Wertes. Trotz der hohen Empfindlichkeit des Gerätes, wodurch die Ringe nicht komplett genau abgelesen werden konnten, wird hier ein Wert nah der Erwartung geliefert.

5 Brechungsindex von CO₂

5.1 Aufbau und Durchführung

Es soll nun der Brechungsindex von CO₂ bestimmt werden. Dazu wird beim Aufbau aus dem zweiten Teilversuch die Handpumpe mit Druckmessgerät durch eine CO₂ Flasche ersetzt.

Das Gas wird langsam in das Gefäß gelassen, bis eine fast plötzliche Maximaänderung zu beobachten ist. CO_2 ist schwerer als Luft, wodurch es sich am Boden sammelt, somit kann man davon ausgehen, dass nach der Maximaänderung, das Gas oberhalb des Lichtstahls steht und soweit die ganze Luft verdrängt hat. Die entsprechende Maximaänderung haben wir gezählt oder wenigstens versucht zu zählen. Zwischen den einzelnen Messungen muss das CO_2 durch die Handpumpe wieder aus dem Gefäß ausgepumpt werden. Es wird dabei wieder der grüne Laser verwendet.

Gruppe 1 hat diese Messung 5 Mal durchgeführt, Gruppe 2 11 Mal.

5.2 Auswertung

Für die beiden Gruppen ergeben sich folgende Häufigkeitsverteilungen für die Änderung der Ringe. Diese wurde dabei auf 0.5 Ringe genau abgelesen bzw. abgeschätzt.

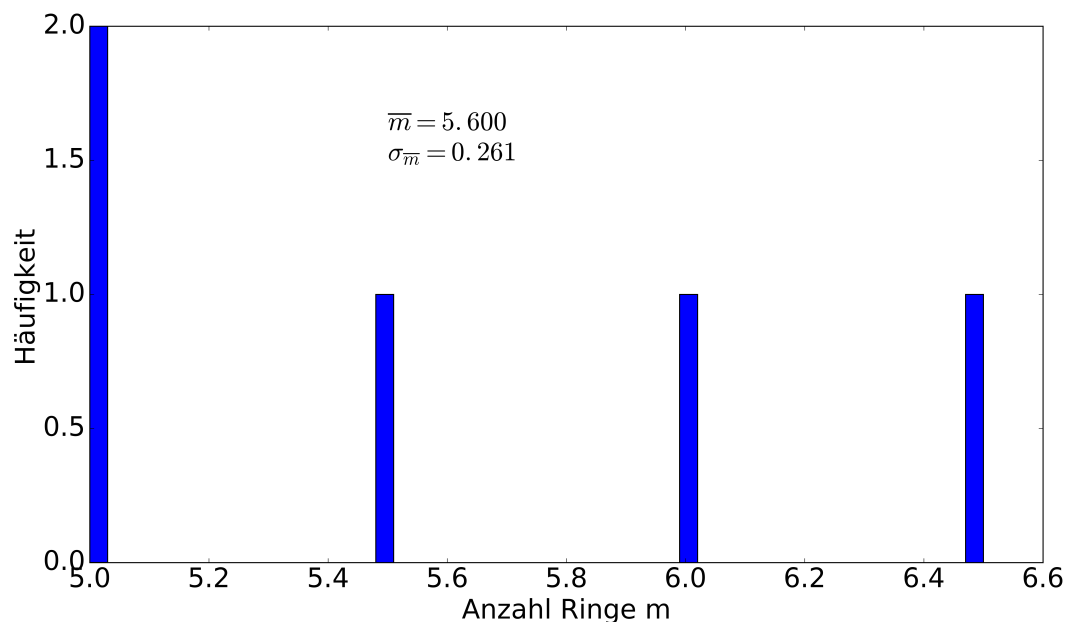


Abbildung 4: Häufigkeitsverteilung Gruppe 1

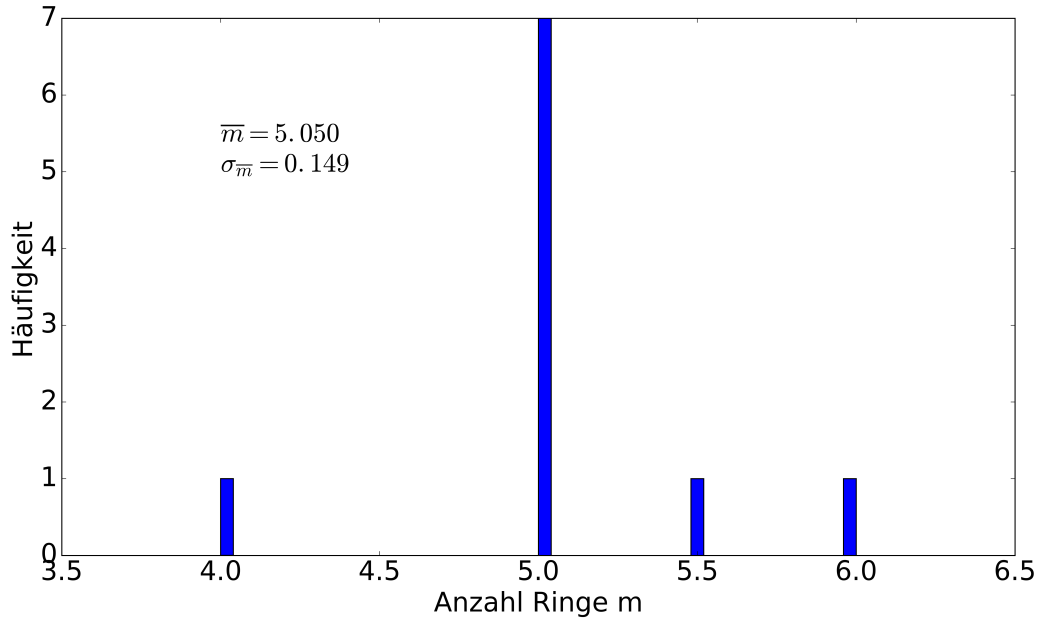


Abbildung 5: Häufigkeitsverteilung Gruppe 2

Die Mittelwerte und Fehler werden mit folgender Formel zur Bestimmung des Unterschiedes der Brechungsindizes von Luft und CO_2 verrechnet:

$$\Delta n = \frac{\bar{m} \cdot \lambda}{2 \cdot l}$$

l ist dabei die Länge des Gefäßes von 1cm. Für die entsprechenden Fehler gilt:

$$\sigma_{\Delta n_{stat}} = \frac{\lambda}{2 \cdot l} \cdot \sigma_{\bar{m}} \quad \sigma_{\Delta n_{sys}} = \frac{\bar{m}}{2 \cdot l} \cdot \sigma_{\lambda}$$

Damit ergeben sich folgende Werte für beide Gruppen:

$$\Delta n_1 = (1.48 \pm 0.08 \pm 0.03) \cdot 10^{-4} \quad \Delta n_2 = (1.33 \pm 0.04 \pm 0.03) \cdot 10^{-4}$$

Der Literaturwert auf Δn von $1.34 \cdot 10^{-4}$ liegt innerhalb von zwei σ -Umgebungen von dem Wert von Gruppe 1 und in einer σ -Umgebung bei Gruppe 2. Gruppe 2 hat dabei durch häufigere Messung auch einen deutlich kleineren Fehler auf den Brechungsindex. Eine Problematik dieses Versuches war, dass die Ringe sich sehr schnell verändert haben, wodurch es schwer war diese genau zu zählen.

Addiert man diese Werte nun auf den Brechungsindex von Luft erhält man für CO_2 folgende Brechungsindizes:

$$n_1 = 1.000412 \pm (0.08 \pm 0.03) \cdot 10^{-4} \quad n_2 = 1.000398(\pm 0.04 \pm 0.03) \cdot 10^{-4}$$

6 Fazit

In diesem Versuch spielt durch das manuelle Zählen von Ringen eine starke menschliche Komponente ein. Weiterhin ist das Interferenzmuster sehr klein, wodurch das Zählen auf lange Dauer anstrengend wird und somit Zählungsfehler provoziert werden. Weiterhin ist die Gerätschaft sehr empfindlich gegen jede minimale Art von Störung, darunter Erschütterung und teils laute Geräusche. Eine minimale Störung kann bereits zu einem Ringwechsel führen, der nicht beabsichtigt war.

Außerdem fiel bei Gruppe 1 bei der Wellenlängenbestimmung auf, dass die Messungen in kleineren Intervallen bessere Ergebnisse liefern. Dies verdeutlicht nochmals die menschliche Komponente des Versuchs. Bei der Zählung von vielen Übergängen am Stück lässt die Konzentration leichter nach, wodurch Fehler provoziert werden.

Einige der Unsicherheiten bei der Bestimmung der Druckabhängigkeit wurden durch Zeitdruck provoziert. Für optimale Ergebnisse sollte eine Mehrfachmessung durchgeführt werden, bei der der Druck langsam von selbst steigt. Besonders bei hohen Drücken dauert dies jedoch sehr lange, sodass eine häufige Wiederholung der Messung nicht möglich war. Folglich kommen durch das andauernde Pumpen unerwünschte Erschütterungen zustande. Weiterhin gab es immer einen Interpretationspielraum, wann genau der Ringübergang passiert ist.

Bei dem letzten Teilversuch hätte möglicherweise eine höhere Genauigkeit erzielt werden können indem die Ordnung der Ringe auf $1/4$ -Schritte abgelesen worden wäre. Dies wurde jedoch nicht für sinnvoll erachtet, da durch den schnellen Übergang und der natürlichen menschlichen Limitierung eine größere Genauigkeit problematisch war. Eine genauere Messung hätte also vor allem durch eine feinere Einstellung des Zustroms von CO_2 erzielt werden können, was jedoch mit den verfügbaren Gasflaschen nicht realisiert werden konnte.

Trotz der vielen Störfaktoren und Unsicherheiten ergaben sich bei allen Versuchen Werte, die sehr nah an der Erwartung lagen. Wir finden, dass dies die Präzision und wissenschaftliche Bedeutung des Michelson-Morley Interferometers in beeindruckender Weise verdeutlicht.