

1 Bestimmung der Schallgeschwindigkeit durch Vermessen einer stehenden Welle

1.1 Versuchsbeschreibung

In diesem Versuch werden wir den Wert der Schallgeschwindigkeit über das Vermessen einer stehenden Welle bestimmen. Der Zusammenhang zwischen der Position der Bäuche der stehenden Welle, der angeregten Resonanzfrequenz und der Schallgeschwindigkeit wird durch folgende Formel beschrieben:

$$v_{Schall} = \lambda \cdot f \quad (1)$$

Wir werden den Schalldruck an verschiedenen Stellen innerhalb des Rohres bei einer stehenden Welle messen. Danach tragen wir die Amplitude des Schalldrucks gegen die Strecke auf und suchen die Extrema. Diese Punkte werden dann in einer Linearen Regression verwendet. Die Steigung gibt uns $\frac{\lambda}{2}$ zurück, daraus können wir dann zusammen mit der bereits eingestellten Frequenz die Schallgeschwindigkeit berechnen.

1.2 Versuchsaufbau und Durchführung

Verwendete Geräte:

- Frequenzgenerator
- Sensor-Cassy
- Richtmikrofon
- Lautsprecher
- Rohr ($0.425\text{ m} \pm 0.001\text{ m}$ (Messfehler auf Massband))
- Massband ($\sigma_{Massband} = 0.001\text{ m}$)

Wir haben unser Cassy mit folgenden Einstellungen verwendet:

- Kanal A / Spannung UA1 / $-10..10\text{ V}$ /
- Kanal B / Timerbox / Frequenz fb1(E) / 5000 Hz / Torzeit: 1 s
- manuelle Messung
- Darstellung: X-Achse n / Y-Achse Ua1

Den Frequenzgenerator haben wir wie folgt eingestellt:

- Signalform / \sim (Sinusschwingung)
- Bereich / 1 k ($0.2 - 2.4 \times 1\text{ kHz}$)
- $\sigma_f = 10\text{ Hz}$ (Abschätzung durch ungenaue Feinabstimmung, gerätbedingt)
- Offset / 0
- Amplitude / mittig

Die Raumtemperatur betrug 23°C .

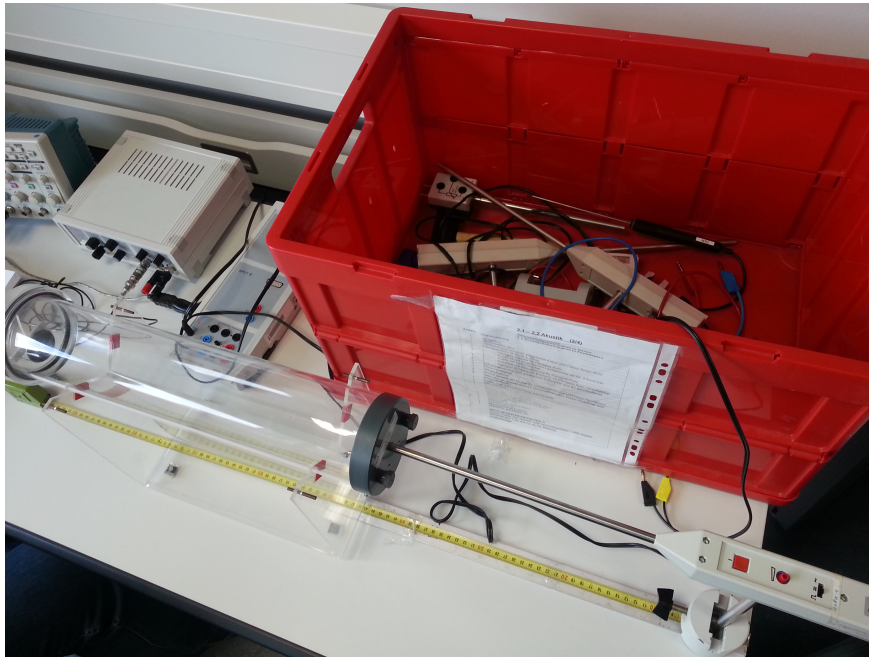


Abbildung 1: Versuchsaufbau für die Bestimmung der Schallgeschwindigkeit über die Vermessung einer stehenden Welle

Durchführung:

Wir messen alle 0.5 cm angefangen bei 2.5 cm. Die Umrechnung von n in cm lautet also wie folgt:

$$l = (0.025 + n * 0.005) - 0.425 \quad (2)$$

wobei die 42.5 cm die Länge des Rohres beschreibt, wie unter Geräte angegeben. Die sich so ergebenden Daten sehen wie folgt aus:

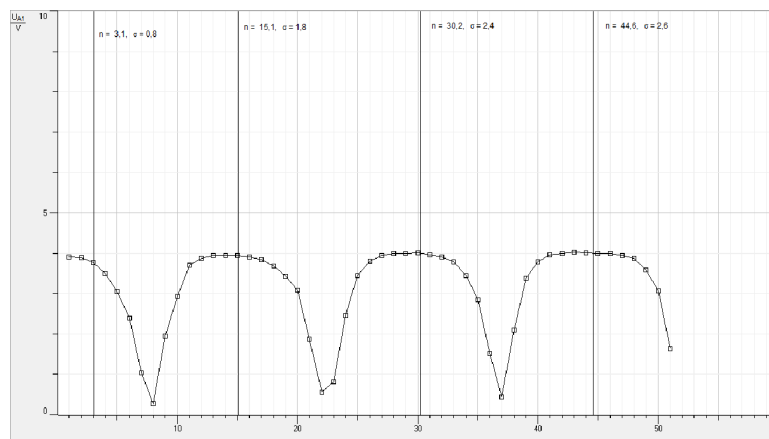


Abbildung 2: Amplitude des Schalldrucks aufgetragen gegen eingeführte Länge des Mikros (in n - Umrechnung siehe oben)

Wir haben leider wenig Punkte bei den Knoten, daher werden wir für unsere Lineare Regression nur unsere Peaks betrachten. Diese bestimmen wir mit der Peaksschwerpunktfunktion von Cassy. Die sich daraus ergebenden Daten sind unter Rohdaten aufgeführt.

1.3 Versuchsauswertung

1.3.1 Rohdaten

Position Bauch N	Messpunkt n	Länge [m]
1.5	1	0.395
2.5	15	0.325
3.5	30	0.25
4.5	45	0.175

Tabelle 1: Druckbäuche für $f = 2400$ Hz, mit $\sigma_l = 0.0028$ m

1.3.2 Transformation der Rohdaten

Mit den oben genannten Rohdaten führen wir jetzt eine Lineare Regression durch. Die Steigung der Linearen Regression gibt uns $\frac{\lambda}{2}$ zurück. Unsere Lineare Regression sieht wie folgt aus:

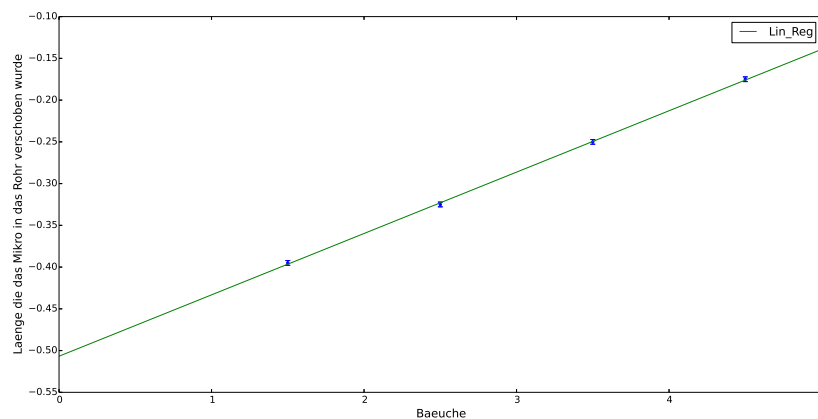


Abbildung 3: Lineare Regression der 4 oben genannten Peaks, die Steigung beträgt $\frac{\lambda}{2}$

Wir haben dabei ein $\chi^2 = 0.47$ erreicht. Unser Residuenplot dazu sieht wie folgt aus:

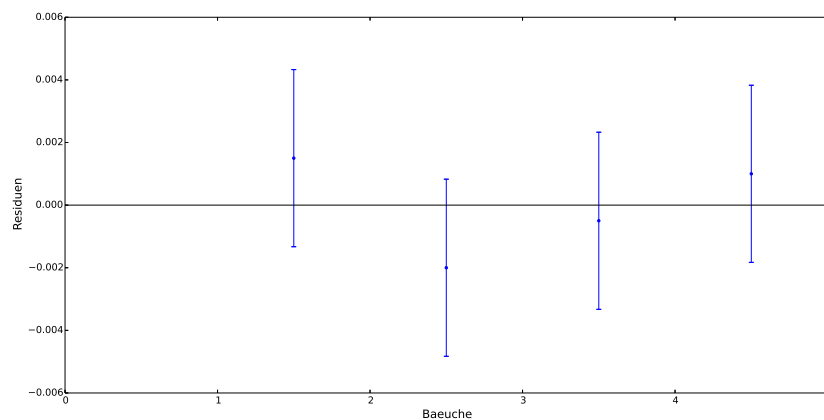


Abbildung 4: Residuenplot (Daten - Fit) mit den jeweiligen Fehlern

Alle Werte liegen mit ihren Fehlern in einem Abstand kleiner als σ von 0 entfernt. Die Werte sind gleichverteilt um 0 gestreut und es lässt sich keine Systematik erkennen.

Um auf unseren Wert für v_{Schall} zu kommen müssen wir die eingestellte Frequenz $f = 2400 \text{ Hz}$ und die um den Faktor 2 korrigierte Steigung der linearen Regression in die am Anfang dieses Kapitels eingeführte Gleichung

$$v_{Schall} = \lambda \cdot f$$

einsetzen. So erhalten wir einen Wert für $v_{Schall} = 352.8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Um den Fehler auf v_{Schall} zu erhalten, müssen wir σ_l und σ_f fortpflanzen.

$$\sigma_{v_{Schall}} = \sqrt{f^2 \cdot \sigma_\lambda^2 + \lambda^2 \cdot \sigma_f^2} \quad (3)$$

mit $\sigma_\lambda = 0.0025 \text{ m}$ (aus Ausgabe der Linearen Regression.) Daraus ergibt sich für unser Ergebnis, dass die Schallgeschwindigkeit $v_{Schall} = 352.8 \pm 4.5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ beträgt.

1.4 Fazit

Unser Ergebnis für die Schallgeschwindigkeit liegt $2\sigma_{v_{Schall}}$ über dem Literaturwert (bei $T = 20^\circ \text{ C}$ beträgt die Schallgeschwindigkeit $v_{Schall} = 343 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, umgerechnet für $T = 22.6^\circ \text{ C}$ mit der am Anfang des Kapitels genannten Gleichung für v_0 , $v_{Schall} = 344.98 \frac{\text{m}}{\text{s}}$). Wir erklären uns diese Abweichung durch die fehlenden Werte für die Druckknoten der stehenden Welle in der Linearen Regression. Ansonsten sind wir sowohl mit unserer Anpassung ($\chi^2 = 0.47$) als auch mit der um 0 gleichverteilt gestreuten Residuen sehr zufrieden.