E-Technik

Martin Koytek - Lars Wenning - Erik Zimmermann

4. Dezember 2015

1 Vorbereitung

Ohmsches Gesetz:

$$U = R * I \tag{1}$$

Kirchhoffsche Regeln: Knotenregel

$$\sum_i I_i = 0 \tag{2}$$

Maschenregel

$$\sum_i U_i = 0 \tag{3}$$

Schaltung von Widerständen: Reihenschaltung Addieren der Einzelwiderstände

$$U_g = \sum_i U_i = \sum_i R_i * I \tag{4}$$

Parallelschaltung Einzelwiderstände reziprok addieren

$$U_g = R_{ges} * I \tag{5}$$

$$\text{mit } R_{ges} = (\frac{1}{\sum_i R_i})^{-1} \tag{6}$$

Kondensatoren: Als einen Kondensator bezeichnet man ein Bauteil in einem Schaltkreis mit entgegengesetzten Leiterflächen unterschiedlicher Polung Ladung:

$$Q = C * U \tag{7}$$

wobei C die Kapazität darstellt mit [C]= 1 Farad = 1 F Plattenkondensator ⇒ zwischen Platten gibt es keine Ladung ⇒ Laplace Gleichung

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = 0 \tag{8}$$

als Vereinfachung der Poisson Gleichung, wenn im Raumgebiet keine Ladung

$$\triangle\ \phi = \frac{-\rho}{\epsilon_0}$$

$$\nabla \cdot \nabla \phi = \triangle\ \phi = 0 \text{ für } \rho = 0 \tag{9}$$

$$\phi = \int_P^\infty E ds \tag{10}$$

wobei P ein beliebiger Raumpunkt ist

$$ds = d^2x = dA \tag{11}$$

$$\delta(r) = \text{Ladungsverteilung} \tag{12}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = 0 \tag{13}$$

$$\Rightarrow \phi = ax + b \tag{14}$$

$$U = \phi_1 - \phi_2 \tag{15}$$

$$\Rightarrow \phi_1 = \phi(0) \tag{16}$$

$$\phi_2 \phi(d) = a * d + \phi_1 \tag{17}$$

$$\Rightarrow a = \frac{U}{d} \tag{18}$$

$$\Rightarrow \phi(x) = -\frac{U}{d} * x + \phi_1 \tag{19}$$

$$E = -\nabla\phi = \frac{U}{d} \tag{20}$$

Elektrische Feldstärke:

$$E = \frac{U}{d} = \frac{Q}{C} \cdot \frac{1}{d} \tag{21}$$

$$\Rightarrow C = \frac{Q}{Ed} \tag{22}$$

$$E_{empirisch} = \frac{Q}{A\epsilon_0} \tag{23}$$

$$\Rightarrow \frac{U}{d} = \frac{Q}{A \cdot \epsilon_0} = \frac{C \cdot U}{A \cdot \epsilon_0} \tag{24}$$

Kugelkondensator

$$Q = A_{Kugel} \cdot \sigma \text{ mit } \sigma\text{: Flächenladungsdichte} \tag{25}$$

$$= 4\pi R^2 \sigma \text{ mit } \triangle\, \phi = \frac{-\rho}{\epsilon_0} \tag{26}$$

$$\phi_{el} = \int E dA = E \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q}{\epsilon_0} \tag{27}$$

$$\Rightarrow E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}\vec{r} \tag{28}$$

$$\phi_{innen} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 a} \tag{29}$$

da Potential außerhalb mit 1/r abfällt. Im Inneren ändert sich das Potential nicht

$$\phi_{zwischen} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r} \tag{30}$$

$$\phi_{aussen} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 b} U = \phi_{innen} - \phi_{aussen} \qquad = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\frac{b-a}{ab} \tag{31}$$

$$C = \frac{Q}{U} = 4\pi\epsilon_0 a \tag{32}$$

$$Q = 4\pi\epsilon_0 a U \tag{33}$$

Kondensatoren:

$$\text{Parallel: } C = \sum C_i \tag{34}$$

$$\text{Reihe: } \frac{1}{C} = \sum \frac{1}{C_i} \tag{35}$$

Energie des Elektrischen Feldes:

$$\begin{aligned}
W &= \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = C \cdot U^2 && (36)\\
&= \int (\phi_{aussen} - \phi_{\infty}) dQ && (37)\\
&= \int \phi_{aussen} dQ \text{ , da } \phi_{\infty} \to 0 && (38)\\
&= \int \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 a} DQ && = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} \quad (39)
\end{aligned}$$