

Inhaltsverzeichnis

1	Schallgeschwindigkeit in Gasen	3
1.1	Allgemein	3
1.1.1	Ziele	3
1.1.2	Physikalische Grundlagen	3
1.1.3	Versuchsaufbau und -durchführung	4
1.1.4	Versuchsauswertung	4
1.2	Laufzeit gegen Laufstrecke	5
1.2.1	Physikalische Grundlagen	5
1.2.2	Versuchsaufbau und -durchführung	5
1.2.3	Versuchsauswertung	7
1.3	Druckknoten stehende Welle	9
1.3.1	Physikalische Grundlagen	9
1.3.2	Versuchsaufbau und -durchführung	9
1.3.3	Versuchsauswertung	11
1.4	Resonanzfrequenzen stehende Welle (CASSY)	14
1.4.1	Physikalische Grundlagen	14
1.4.2	Versuchsaufbau und -durchführung	14
1.4.3	Versuchsauswertung	15
1.4.4	Vergleich Messergebnisse - Theorie	19
2	Schallgeschwindigkeit in Festkörpern	20
2.1	Ziele	20
2.2	Physikalische Grundlagen	20
2.3	Versuchsaufbau und -durchführung	20
2.4	Versuchsauswertung	22
3	Schwebungen und Materialeigenschaften einer Akustik-Gitarre	24
3.1	Schwebung	24
3.1.1	Ziele	24
3.1.2	Physikalische Grundlagen	24
3.1.3	Versuchsaufbau und -durchführung	24
3.1.4	Versuchsauswertung	25
3.2	Materialkonstanten	28
3.2.1	Ziele	28
3.2.2	Physikalische Grundlagen	28
3.2.3	Versuchsaufbau und -durchführung	28
3.2.4	Versuchsauswertung	28
3.3	Frequenzspektrum	30
3.3.1	Ziele	30
3.3.2	Physikalische Grundlagen	30
3.3.3	Versuchsaufbau und -durchführung	31
3.3.4	Versuchsauswertung	31
4	Anhang	36

1 Schallgeschwindigkeit in Gasen

1.1 Allgemein

1.1.1 Ziele

Das Ziel der Versuche ist die Bestimmung der Schallgeschwindigkeit in Luft auf verschiedene Möglichkeiten - per Laufzeitmessung oder durch Betrachtung von Resonanzfrequenzen und -längen im Rohr.

1.1.2 Physikalische Grundlagen

Die Ausbreitung von Schallwellen in Gasen kann als adiabatisch betrachtet werden. Das Schallfeld kann dabei durch die Schallschnelle $u = u(x, t)$ (lokale Geschwindigkeit der Gasmoleküle) und Schalldruck $p = p(x, t)$ (lokale Abweichung des Drucks vom Außendruck) beschrieben werden. Aus den Euler-Gleichungen für kleine Schalldrücke p gegenüber dem Außendruck p_0

$$\frac{\partial}{\partial x} p(x, t) = -\rho \frac{\partial}{\partial t} u(x, t) \quad \text{und} \quad \frac{\partial}{\partial x} u(x, t) = \frac{1}{\kappa p_0} \frac{\partial}{\partial t} p(x, t) \quad (1)$$

kann die Wellengleichung

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (2)$$

hergeleitet werden, wobei die Geschwindigkeit v abgelesen werden kann zu

$$v = \sqrt{p_0 \kappa / \rho} = v_0 \sqrt{T/T_0} \quad (3)$$

mit

$$v_0 = \sqrt{\frac{R\kappa}{M_{mol}}} T_0, \quad \kappa = \frac{c_p}{c_v} \quad (4)$$

Dabei sind die allg. Gaskonstante $R = 8.3145 \frac{\text{J}}{\text{mol K}}$, der Adiabatenkoeffizient $\kappa = 1.4$ (Luft genähert als zweiatomiges Gas) und die Molmasse von Luft $M_{mol} = 28.984 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}}$. Wählt man nun als $T_0 = 273.15\text{K}$, so erhält man $v_0 = 331.21 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Entwickeln wir Gleichung 3 linear in T_C so erhalten wir als Näherung

$$v = v_0 \sqrt{1 + \frac{T_C}{T_0}} \approx v_0 \left(1 + \frac{T_C}{2T_0}\right). \quad (5)$$

Erwartet wird also mit $v_0 = 331.21 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ bei einer mittleren Raumtemperatur von $T_C = 22.966^\circ\text{C}$ eine Schallgeschwindigkeit von $v = 344.85 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Die statistische Unsicherheit auf den Erwartungswert der Temperaturmessung beträgt 0.01°C (aus 20 Messungen), die systematische Unsicherheit der Temperaturmessung im Temperaturintervall laut Hersteller 0.2°C , damit ergibt sich eine gesamte Unsicherheit von $\sigma_{T_C} = \sqrt{\sigma_{T_C, stat}^2 + \sigma_{T_C, syst}^2} = 0.2^\circ\text{C}$. Die Unsicherheit lässt sich über Fehlerfortpflanzung berechnen zu

$$\sigma_v = \frac{\partial v}{\partial T_C} \cdot \sigma_{T_C} = \frac{v_0}{2T_0 \sqrt{1 + T_C/T_0}} \sigma_{T_C} = 0.12 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Insgesamt wird also aus der Theorie $v = (344.85 \pm 0.12) \frac{\text{m}}{\text{s}}$ vorhergesagt. Weiterhin wichtig für die Versuche B1 und B3 sind stehende Wellen. In einem geschlossenen Rohr bilden sich stehende Wellen aus, wenn sich einlaufende und reflektierte Wellen überlagern; dabei existieren für Schalldruck und -schnelle Orte, ab denen sie stets verschwinden (*Knoten*). Die Orte, an denen die Amplituden maximal sind, nennt man *Bäuche*. Ist ein Ende eines Rohres geschlossen, so besitzt dort die Schallschnelle einen Knoten und der Schalldruck einen Bauch. Aus den Eulergleichungen kann der Effektivwert des Schalldrucks hergeleitet werden:

$$\hat{p}(x) = \frac{\rho v u_L}{\sqrt{2}} \frac{\cos kx}{\sin kL} \quad (6)$$

Mit $k = 2\pi/\lambda$ gibt es für $\sin kL \rightarrow 0$ also Resonanzen ($\hat{p}(x) \rightarrow \infty$), diese liegen daher für festes L bei

$$f_n = nv/2L$$

bzw. bei festem f bei

$$L_n = nv/2f,$$

die Druckknoten liegen bei

$$x_n = n\frac{\lambda}{2} - \frac{\lambda}{4} \quad n = 1, 2, \dots \quad (7)$$

1.1.3 Versuchsaufbau und -durchführung

Für alle Versuche zur Schallgeschwindigkeit in Gasen wurde mit der Tischklemme die Führungsschiene aus Aluminium an einer Tischseite fixiert. Das Mikrofon steht auf einer Stativstange und einem Sockel, der auf der Führungsschiene hin und her geschoben werden kann. Parallel zur Aluschiene wird das Maßband fixiert, an ein Ende der Schiene wird der Ständer des Plexiglasrohres geschoben. Auf dieses Ende des Rohres wird die im Rohr verschiebbare Scheibe gesteckt. Durch eine Bohrung in deren Mitte wird das Mikrofon geschoben. Für die Versuche kann nun für eine Änderung der Rohrlänge die Scheibe nach innen geschoben werden (Mikrofonkopf schließt mit ab) oder für eine Änderung des Messpunktes innerhalb der Röhre bei fixierter Scheibe am Abschluss das Mikrofon nach innen bewegt werden. Das Rohr liegt am entgegengesetzten Ende des Ständers an, auf dieses Ende der Röhre wird der Piezo-Hochtöner oder der Lautsprecher, angeschlossen an den Funktionsgenerator, geschoben.

1.1.4 Versuchsauswertung

Alle Versuche betreffend: Die Unsicherheit für das Maßband ist der statistische Ablesefehler (Gleichverteilung)

$$\sigma_s = \frac{1}{\sqrt{12}} \text{mm} \approx 0.3 \text{mm}. \quad (8)$$

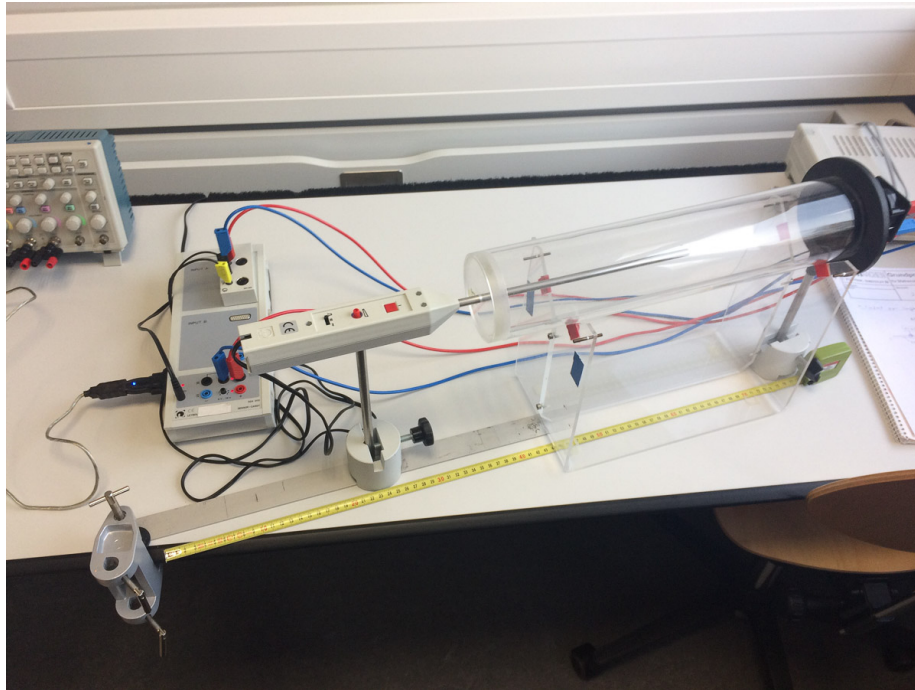


Abbildung 1: Foto Versuchsaufbau A (Laufzeit gegen Laufstrecke)

1.2 Laufzeit gegen Laufstrecke

1.2.1 Physikalische Grundlagen

Für die Grundlagen siehe Abschnitt 1.1.2, von Bedeutung ist hier nur der lineare Zusammenhang

$$\Delta s = v \cdot \Delta t. \quad (9)$$

1.2.2 Versuchsaufbau und -durchführung

Bei Versuch A wird die Laufzeit einer Störung in Abhängigkeit von der Laufstrecke gemessen. Hier schließt der Mikrophonkopf mit der Scheibe ab, die wir ans Ende des Rohres geschoben haben. Eigentlich wäre richtig gewesen, keine Scheibe zu verwenden. Die Messergebnisse werden hierdurch aber nicht beeinflusst, weil das Mikrophon nur den ersten Schallpuls registriert. Das Mikrophon befindet sich im Trigger-Modus und ist etwa auf mittlere Empfindlichkeit eingestellt. Für die Zeitmessung mit der Timer-Box werden Stoßwellen mit dem Piezo-Hochtonlautsprecher erzeugt, die das Mikrophon dann empfängt. Die Timer-Box ist an Kanal A von Sensor-CASSY angeschlossen, das Startsignal kommt vom Piezo-Hochtöner an Kanal E, das Stoppsignal kommt vom Mikrophon an Kanal F. Parallel haben wir das rechte Relais-Schalterpaar geschaltet.

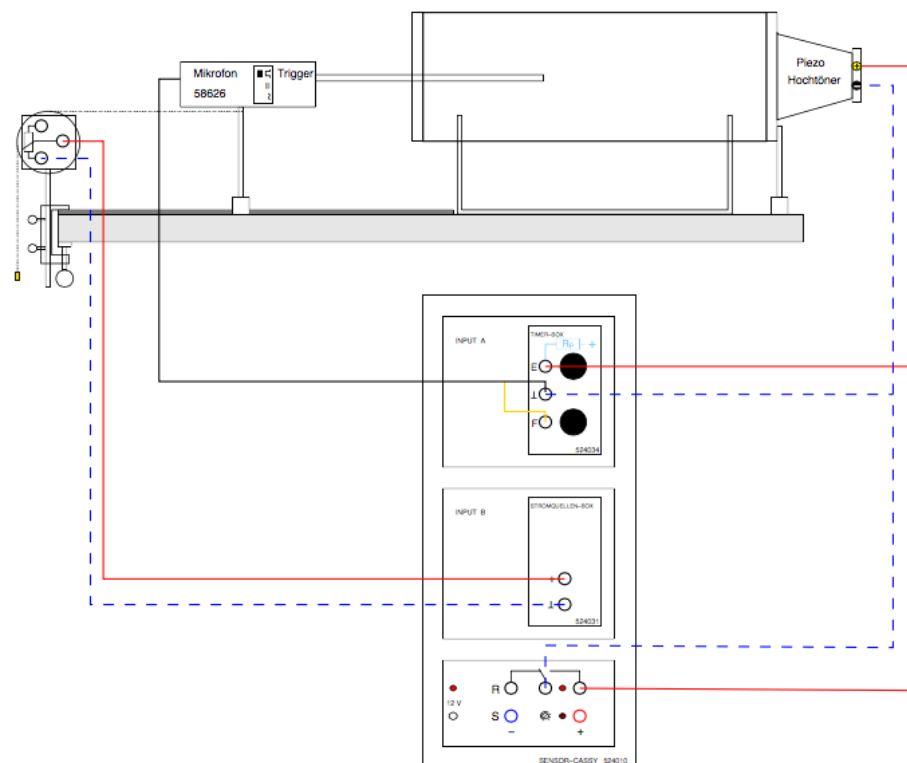


Abbildung 2: Schema Versuchsaufbau A (Laufzeit gegen Laufstrecke), Quelle: Skript Grundpraktikum Physik

s [cm]	t [10^{-4} s]	σ_t [10^{-4} s]
-24	7.421	0.0009
-20	8.542	0.0004
-16	9.742	0.0021
-12	10.859	0.0006
-8	12.064	0.0009
-4	13.209	0.0011

Tabelle 1: Messwerte A (Laufzeit gegen Laufstrecke); der Fehler für die Längenmessung beträgt stets $\sigma_s = 0.3\text{mm}$

Wenn das Relais schließt, wird das Piezoelement entladen und die Stoßwelle wird ausgesandt. Dadurch fällt die an E anliegende Spannung auf 0 V, die negative Flanke an E startet die Zeitmessung. Öffnet sich das Relais, so wird der Piezo-Hochtöner wieder aufgeladen. Der Aufbau ist anhand der Abbildungen 1 und 2 nachzuvollziehen.

Nun wurde das Mikrofon in fünf mal in 4 cm- Schritten verfahren (also sechs Messpunkte) und die entsprechenden Zeiten jeweils 10 mal gemessen.

1.2.3 Versuchsauswertung

Als Unsicherheiten wurden für die Längenmessung $\sigma_s = 1/\sqrt{12}\text{mm}$ (statistische Unsicherheit) und für die Zeiten, die ja Mittelwerte aus jeweils zehn Messungen darstellen, $\sigma_t = \frac{\sigma_{ti}}{\sqrt{n}}$ mit $n = 10$ gewählt. Die σ_{ti} ergeben sich aus den Streuungen um die aus 10 Werten gemittelten Zeiten (empirische Standardabweichungen).

Mit den Messwerten (siehe Tabelle 1) wird eine lineare Regression durchgeführt, sodass sich eine Gleichung $s = s(t) = a + v \cdot t$ ergibt. Auffällig in der Tabelle ist der hohe Fehler auf die dritte Messung, die auch in einer relativ hohen Schwankung der Zeitmessungen den Messwerten im Anhang zu erkennen ist. Der Weg wurde hierbei rückwärts gemessen. Der Achsenabschnitt a ist hierbei uninteressant, die Steigung v entspricht der Schallgeschwindigkeit. Die Schallgeschwindigkeit wurde damit zu $v = (344.57 \pm 1.635) \frac{\text{m}}{\text{s}}$, der Vollständigkeit halber beträgt der Achsenabschnitt $a = (-0.255 \pm 0.002)\text{m}$. Die entsprechende Grafik hierzu ist Abbildung 3. Wobei die Fehler auf die Residuen gegeben sind durch $\sigma_R = \sqrt{\sigma_s^2 + (v \cdot \sigma_t)^2}$. Die Unsicherheit von v ergibt sich direkt aus der Unsicherheit für den Steigungsparameter der linearen Regression. Aus dieser ergibt sich außerdem ein $\chi^2/\text{ndof} = 29.9/4 = 7.48$. Dies zeigt, dass wir nicht so genau gemessen haben wie σ_s angibt.

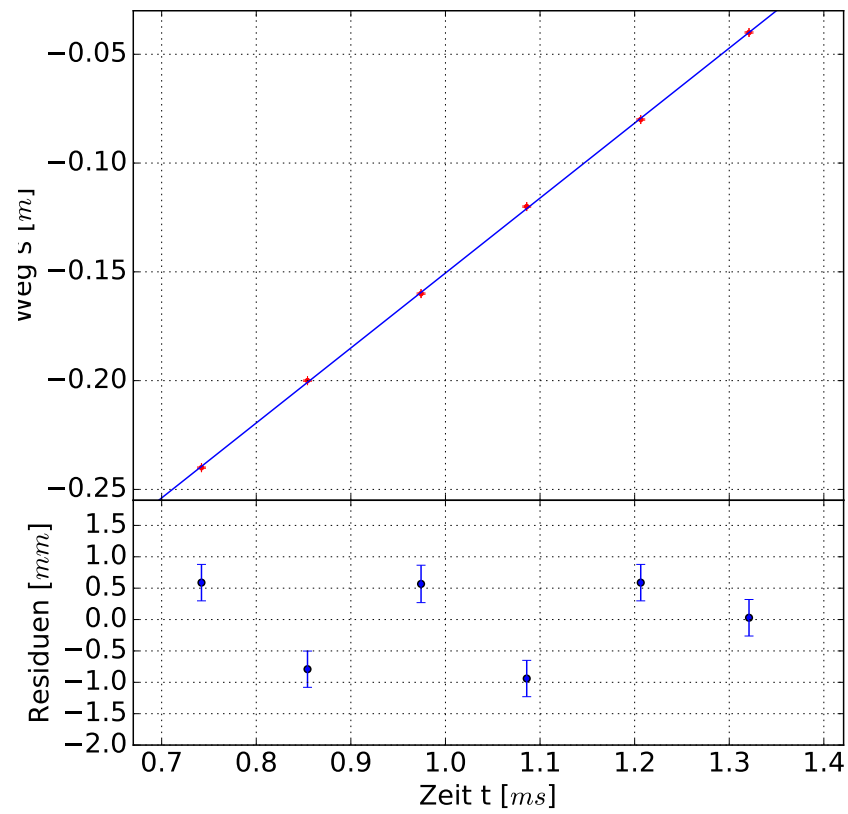


Abbildung 3: Messwerte A (Laufzeit gegen Laufstrecke); Weg als Funktion der Zeit mit Regressionsgerade für $s(t) = a + v \cdot t$ und Residuen

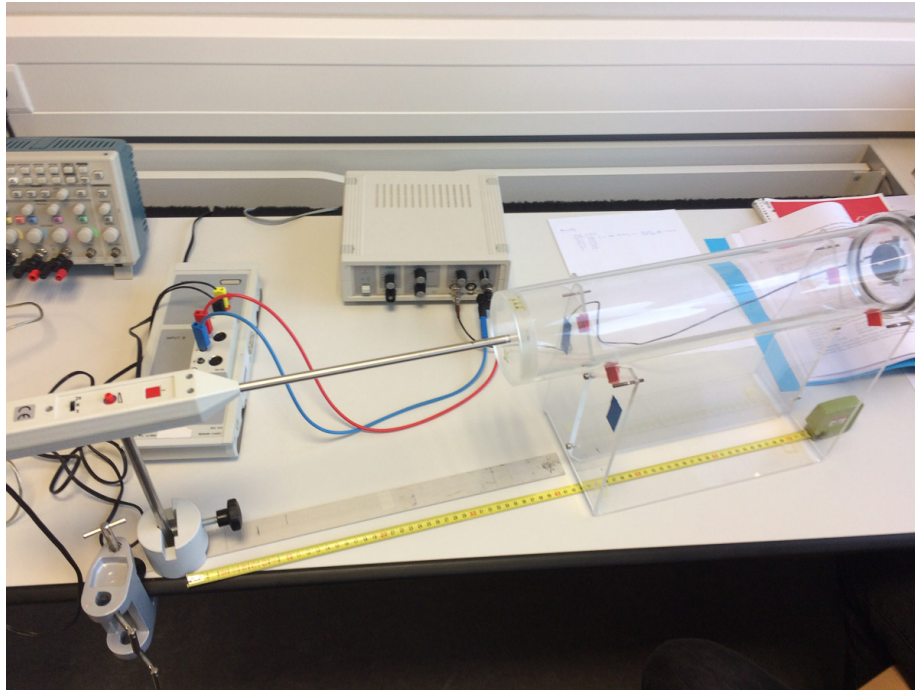


Abbildung 4: Foto Versuchsaufbau B1 (Druckknoten stehende Welle) und B3 (Resonanzfrequenzen stehende Welle (CASSY))

1.3 Druckknoten stehende Welle

1.3.1 Physikalische Grundlagen

Für die Grundlagen siehe Abschnitt 1.1.2, von Bedeutung ist hier nur der lineare Zusammenhang

$$x_n = n \frac{\lambda}{2} - \frac{\lambda}{4} = n \frac{v}{2f} - \frac{\lambda}{4} \quad n = 1, 2, \dots \quad (10)$$

1.3.2 Versuchsaufbau und -durchführung

Bei Versuch B1 wird das Schalldruckprofil einer stehenden Welle vermessen und daraus auf die Schallgeschwindigkeit geschlossen. Der Mikrophonkopf schließt bei der ersten Messung wieder mit der Scheibe ab, die ans Ende des Rohres geschoben ist. Nun wird zunächst eine möglichst hohe Resonanzfrequenz bei ca. 2400 Hz gesucht, sodass sich viele Knoten und Bäuche des Schalldrucks ausbilden, und während der Messungen konstant gehalten. Zur Frequenzmessung wird der rechte Hochpegel AC-Ausgang E des Funktionsgenerators an den Eingang E der CASSY Timer-Box in Sensor-CASSY Kanal B angeschlossen.

Das Mikrofon wird an CASSY Kanal A angeschlossen und befindet sich im

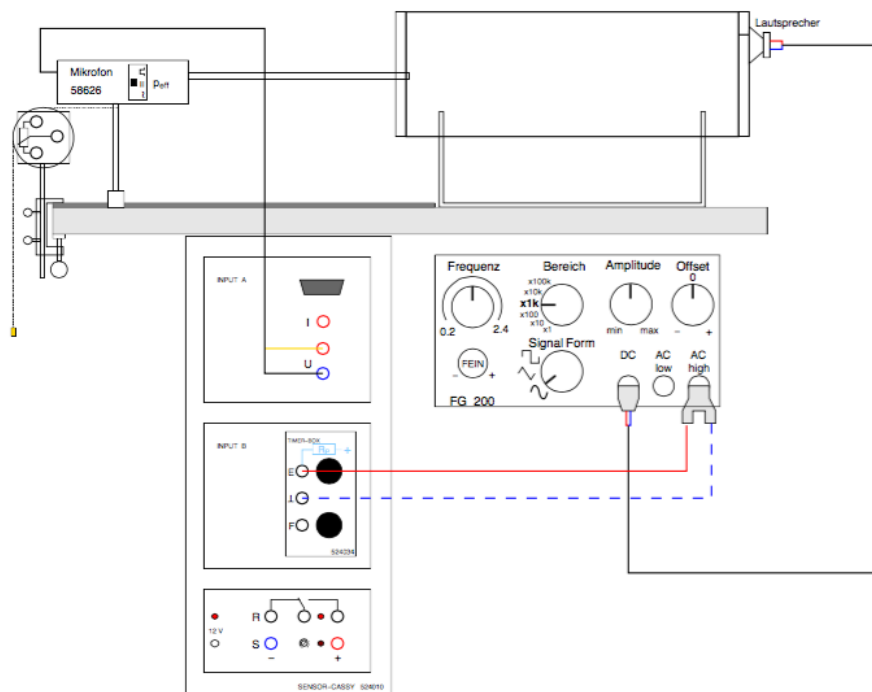


Abbildung 5: Schema Versuchsaufbau B1 (Druckknoten stehende Welle) und B3 (Resonanzfrequenzen stehende Welle (CASSY)), Quelle: Skript Grundpraktikum Physik

Effektivwertmodus. Es muss darauf geachtet werden, dass es eingeschaltet ist. Als Schallquelle dient der Kleinlautsprecher, der mit dem BNC-Lemo-Adapter an den niederohmigen DC-Generator des Funktionsgenerators angeschlossen wird. Der Funktionsgenerator erzeugt Sinusschwingungen $\times 1k$ ($0.2 - 2.4 \times 1kHz$), hier bei ca. 2400 Hz, siehe oben, bei einem Offset von null und mittlerer Amplitude. Der Aufbau ist also derselbe wie bei Versuch B3, mit der Ausnahme, dass die Frequenzmessung nur zu Beginn nötig ist, bis eine Resonanzfrequenz gefunden wurde, und nicht mehr während des eigentlichen Versuches. Der Aufbau ist auch in den Abbildungen 4 und 5 zu erkennen.

Der Mikrofonkopf wird nun bei jeder Messung 1 cm weiter ins Rohr verfahren, beginnend bei 0 bis zu 25 cm, also mit 26 Schritten.

1.3.3 Versuchsauswertung

Mit CASSY wurde eine Resonanzfrequenz von 2484 Hz gefunden. Diese Frequenz liegt allerdings über den 2400 Hz, die der Funktionsgenerator mit den gewählten Einstellungen liefern kann. Wenn wir die Position des Mikrofons verstellt haben, war es schwer, die Position der Scheibe jeweils exakt gleich ans Ende der Röhre zu schieben, weil wir die falsche, nämlich die verschiebbare Scheibe, verwendet haben. Dadurch wurde nicht bei jeder Messung exakt die Resonanzfrequenz getroffen.

Die Peaklagen, also Knoten und Bäuche des Drucks, sollen bestimmt und, beginnend beim ersten Druckbauch ($n = 1$), der sich am schallharten Abschluss der Röhre befinden sollte, gegen n aufgetragen werden. Die Nummerierung ist weiter so, dass der erste Knoten bei $n = 1.5$, der zweite Bauch bei $n = 2$ folgen sollte und so weiter. Aus der Steigung $m = \lambda/2$ (siehe Theorieteil) der Gerade $x_n = a + m \cdot n$, die sich über eine lineare Regression bestimmen lässt, wird dann die Schallgeschwindigkeit über $v = \lambda f$ berechnet.

Die Längen wurden, wie in den anderen Versuchen, anders als in der Versuchsanleitung, nicht mit dem Wegaufnehmer, sondern mit dem Maßband gemessen. Hierbei haben wir aus Zeitgründen Messpunkte im Abstand von 1 cm gewählt. Weil bei der Messung viele (Längen-) Messpunkte, besonders um die Peaklagen herum, nötig sind, sind die Peaks so nur sehr ungenau zu bestimmen und die Messung ist begrenzt sinnvoll. Wenn die Peaks nicht eindeutig zu bestimmen und abzuzählen sind, kann keine Geradengleichung gefunden und die Wellenlänge bestimmt werden.

Bauch/Knoten	Lage	n
Bauch	7	1.5
Knoten	9	2
Knoten	18	3

Tabelle 2: Gefundene Bäuche und Knoten aus den Messwerten B1 (Druckknoten stehende Welle)

Allerdings können wir versuchen, einige Knoten und Bäuche an den theo-

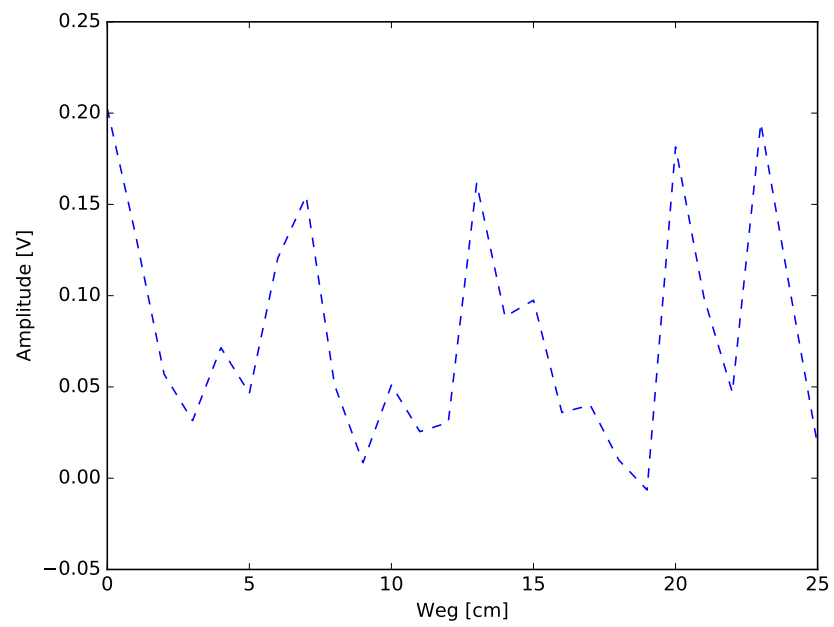


Abbildung 6: Messwerte B1 (Druckknoten stehende Welle); Spannung als Funktion des Weges

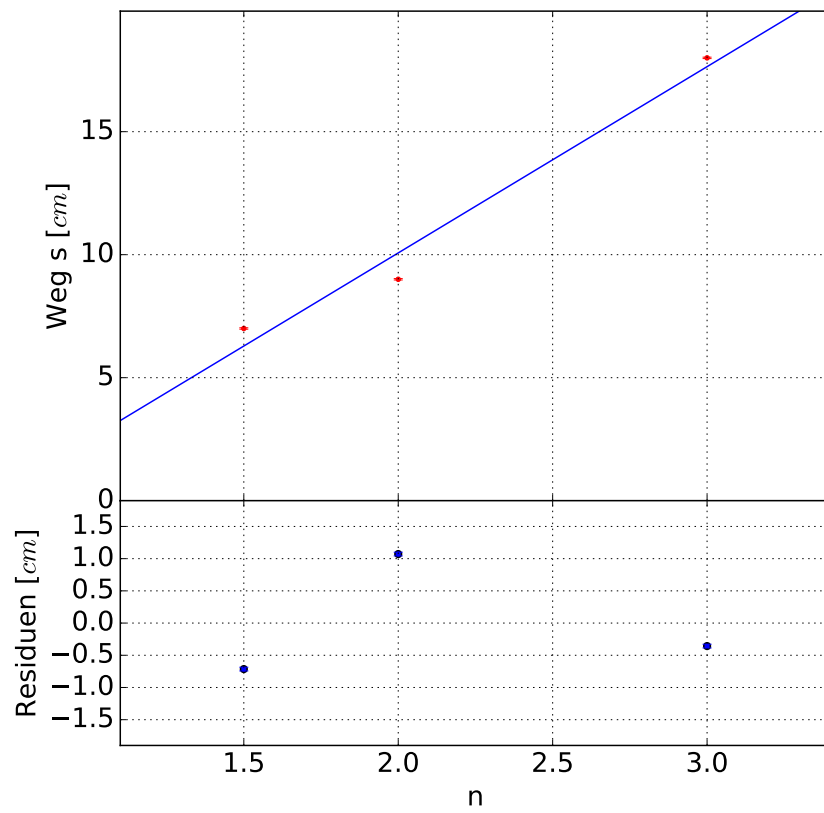


Abbildung 7: Messwerte B1 (Druckknoten stehende Welle); Weg als Funktion von n und zugehörige Regressionsgerade $x_n = a + m \cdot n$, Residuen als Funktion von n

retisch erwarteten Stellen zu identifizieren. Für den Abstand zwischen je zwei Bäuchen oder Knoten erwarten wir also

$$\Delta s = \frac{\lambda}{2} = \frac{v}{2f} = 6.94\text{cm}, \quad (11)$$

beginnend bei $s = 0$. Um zu skizzieren, wie eine Auswertung bei mehr und besseren Datenpunkten funktionieren würde, haben wir in den Daten, wie gut in Abbildung 6 ersichtlich, Schalldruckknoten etwa bei 9cm ($n = 2$) und bei 18cm ($n = 3$) sowie einen Bauch etwa bei 7cm ($n = 1.5$) identifiziert. Der Fehler auf die Längenmessung ist, wie oben,

$$\sigma_s = 0.3\text{mm}. \quad (12)$$

Die Regression ergibt für den Steigungsparameter $m = (7.57 \pm 0.03)$ cm, der Vollständigkeit halber für den Achsenabschnitt $b = (-5.07 \pm 0.06)$ cm. Die Regression ist in Abbildung 7 dargestellt. Aus der Lage der Fehlerbalken der Residuen ist zu erkennen, dass die Fehler (Fehler Längenmessung, Fehler Peakfrequenzen) viel zu gering abgeschätzt worden sind. Auf Grund der wenigen Punkte für die Regression erhalten wir ein $\chi^2/ndof = 2143/1 = 2143$, was die schlechte Qualität unterstreicht. Aus der Gerätekunde ist uns kein direkter systematischer Fehler für die CASSY-Timer-Box bekannt. Bei 26 Messpunkten ergab sich bei im eingestellten Messbereich (bis 5000 Hz) keine Schwankung der Frequenz, trotzdem nehmen wir einen statistischen Fehler von $\sigma_f = 1\text{Hz}$ an. Per Fehlerfortpflanzung ergibt sich also für v eine Unsicherheit von

$$\left(\frac{\sigma_v}{v}\right)^2 = \left(\frac{\sigma_\lambda}{\lambda}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_f}{f}\right)^2 = \left(\frac{\sigma_m}{m}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_f}{f}\right)^2 \quad (13)$$

$$\Rightarrow \sigma_v = \sigma_{v,stat} = 1.50 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (14)$$

also folgt für die Schallgeschwindigkeit $v = (376.08 \pm 1.50)$ m/s. Der erwartete Theoriewert ist hier nicht enthalten, allerdings war die Auswertung aufgrund der schlechten Daten ja nur exemplarisch durchgeführt worden.

1.4 Resonanzfrequenzen stehende Welle (CASSY)

1.4.1 Physikalische Grundlagen

Für die Grundlagen siehe Abschnitt 1.1.2, von Bedeutung ist hier nur der lineare Zusammenhang

$$f_n = nv/2L \quad (15)$$

1.4.2 Versuchsaufbau und -durchführung

In Versuch B3 wird die Frequenzabhängigkeit der Amplitude des Schalldrucks bei fester Resonatorlänge L untersucht und daraus auf die Schallgeschwindigkeit geschlossen. Der Mikrofonkopf schließt bei der allen Messungen mit der Scheibe

ab, die ans Ende des Rohres geschoben ist. Das Mikrofon wird an CASSY Kanal A angeschlossen und befindet sich im Effektivwertmodus; die Empfindlichkeit des Mikrofons wurde relativ gering eingestellt (ca. 1/4). Als Schallquelle dient der Kleinlautsprecher, der mit dem BNC-Lemo-Adapter an den niederohmigen DC-Generator des Funktionsgenerators angeschlossen wird. Der Funktionsgenerator erzeugt im Bereich x1k ($0.2 - 2.4 \times 1\text{kHz}$) Sinusschwingungen bei einem Offset von null und mittlerer Amplitude. Zur Frequenzmessung wird der rechte Hochpegel AC-Ausgang des Funktionsgenerators an den Eingang E der CASSY Timer-Box in Sensor-CASSY Kanal B angeschlossen. Der Aufbau entspricht dem in den Abbildungen 4 und 5 zu Versuch B1.

Wir haben die Lage der Resonanzfrequenzen vorher abgeschätzt, da die Resonanzen sehr schmal sind. Mit der Grobeinstellung des Funktionsgenerators konnten wir uns den Peaks nähern und uns mit der Feineinstellung um die Peaks herum bewegen.

1.4.3 Versuchsauswertung

Nachdem die Peaklagen der Resonanzfrequenzen f_n (siehe Abbildung 8) gefunden wurden (mit der Python-peak-Funktion), können sie, beginnend bei der ersten Resonanz ($n = 1$), gegen n aufgetragen werden. Eine vergrößerte Darstellung von Peak 3 findet sich in Abbildung 9. Dabei wurde auf den sechsten Peak bei der Auswertung verzichtet, da die Peaklage nicht eindeutig ist (Amplitude zu gering). Aus der Steigung $m = v/2L$ mit $L = 42\text{ cm}$ (siehe Theorieteil) der Gerade $f_n = a + m \cdot n$, die sich über eine lineare Regression (Abbildung 10) bestimmen lässt, wird dann die Schallgeschwindigkeit berechnet:

$$v = 2Lm = 342.11 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Dabei wird für die Regression ein Fehler von $\sigma_f = 4\text{Hz}$ für den Peak-Finder angenommen. Per Fehlerfortpflanzung ergibt sich dabei für v eine statistische Unsicherheit von

$$\left(\frac{\sigma_v}{v}\right)^2 = \left(\frac{\sigma_m}{m}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{L,stat}}{L}\right)^2 \quad (16)$$

$$\Rightarrow \sigma_{v,stat} = 1.09 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (17)$$

wobei der Fehler für m aus der linearen Regression geliefert wird, $m = (407.27 \pm 1.26)\text{s}^{-1}$, und die Unsicherheit auf L der Unsicherheit für das Maßband entspricht, $\sigma_{L,stat} = \sigma_s = 0.3\text{mm}$. Der Vollständigkeit halber beträgt der Achsenabschnitt $a = (26.13 \pm 4.19)\text{s}^{-1}$, $\chi^2/ndof = 1.7/3 = 0.56$. Dieser Wert suggeriert, dass die Fehler zu groß gewählt sind. Das liegt daran, dass der Fehler auf die Frequenzen nicht empirisch bestimmt wurde und nur abgeschätzt.

Der systematische Fehler folgt aus dem systematischen Fehler auf L , der sich aus dem systematischen Fehler der Längenmessung (Maßband) ergibt. Dabei beträgt der systematische Fehler für das verwendete Maßband mit 2m Länge und Klasse 2

$$\sigma_{s,syst} = a + b \cdot L = \left(0.3 + 0.2 \cdot \frac{0.42\text{m}}{\text{m}}\right) \text{mm} = 0.40\text{mm}, \quad (18)$$

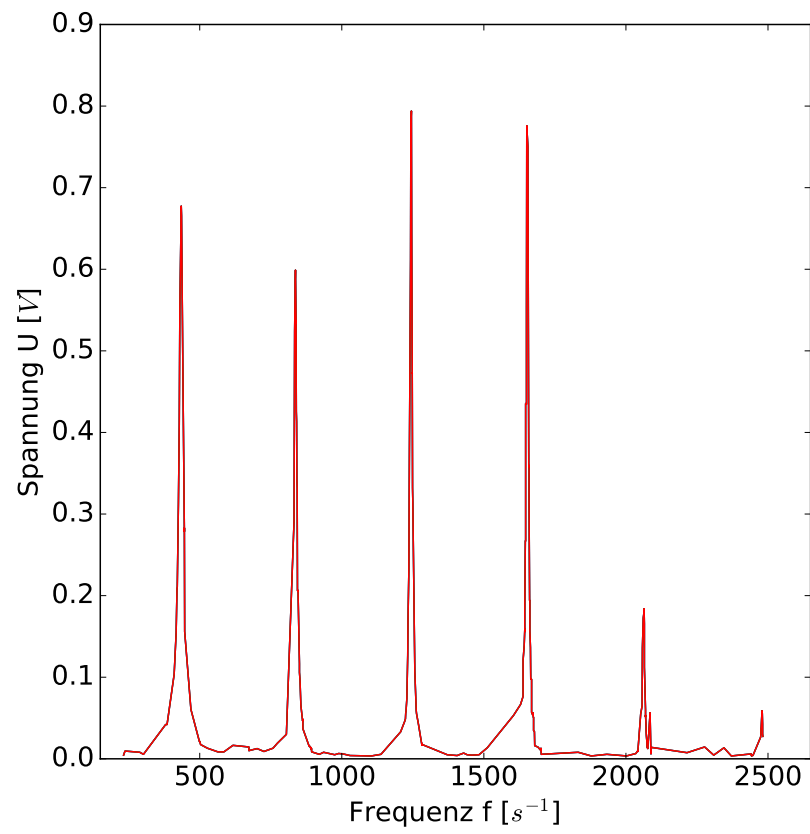


Abbildung 8: Messwerte B3 (Resonanzfrequenzen stehende Welle (CASSY));
Spannung als Funktion der Frequenz

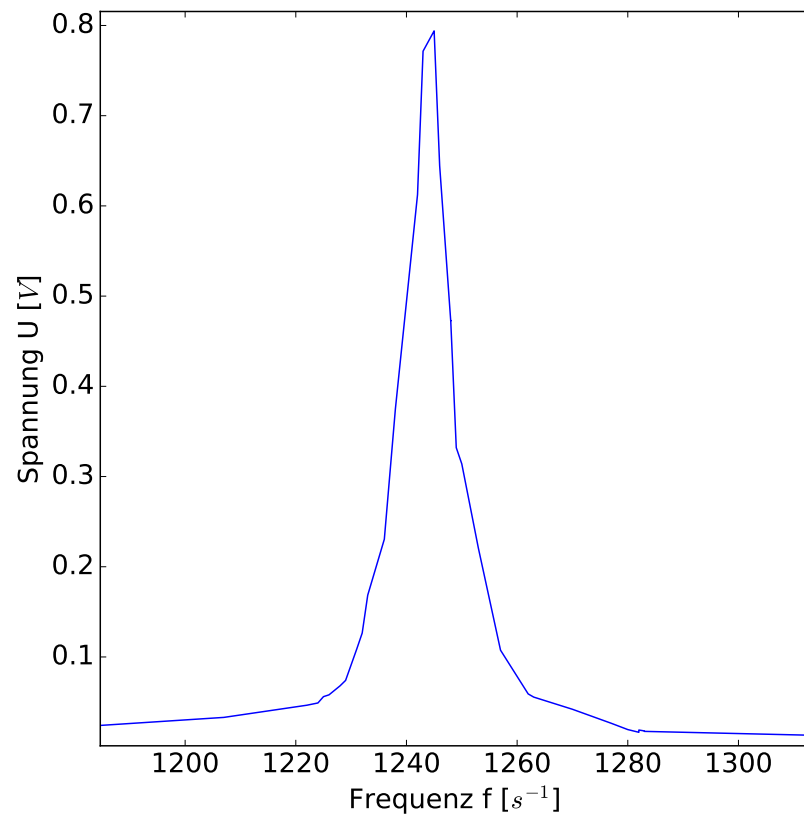


Abbildung 9: Messwerte B3 (Resonanzfrequenzen stehende Welle (CASSY)); Spannung als Funktion der Frequenz, Zoom in Peak bei 1244 Hz

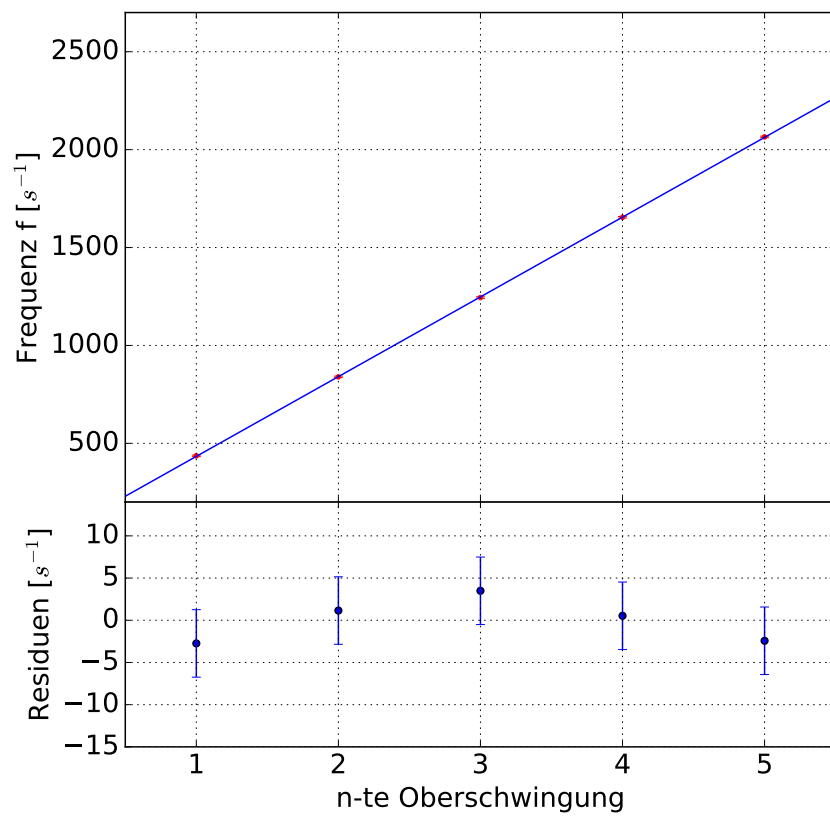


Abbildung 10: Messwerte B3 (Resonanzfrequenzen stehende Welle (CASSY)); Resonanzfrequenzen als Funktion von n und zugehörige Regressionsgerade $f_n = a + m \cdot n$, Residuen als Funktion von n

$$\Rightarrow \sigma_{v,syst} = 0.32 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (19)$$

Zu beachten ist, dass das Ergebnis sehr von der korrekt gemessenen Länge des Rohres abhängt, die auch von der Dicke der Scheibe und den Abmessungen des Lautsprecher in die Röhre hinein abhängt.

1.4.4 Vergleich Messergebnisse - Theorie

Wie in Tabelle 3 ersichtlich, stimmt das Messergebnis der einfachen Laufzeitmessung am besten mit dem theoretisch berechneten Wert überein. Der Fehler ist dafür bei der Messung der Resonanzfrequenzen geringer.

Herkunft	Wert v [$\frac{\text{m}}{\text{s}}$]	Unsicherheit σ_v [$\frac{\text{m}}{\text{s}}$]
Theorie	344.85	0.12
Laufzeit gegen Laufstrecke	344.57	1.64
Druckknoten stehende Welle	376.08	1.50
Resonanzfr. stehende Welle (CASSY)	342.11	1.09 ± 0.32

Tabelle 3: Vergleich Messergebnisse für v und die zugehörige Unsicherheit σ_v mit der Theorie; die Werte für Versuch B1 - Druckknoten stehende Welle dienen nur als grober Richtwert

2 Schallgeschwindigkeit in Festkörpern

2.1 Ziele

Man möchte durch die Messung der Schallgeschwindigkeit in zwei verschiedenen Metallstangen ihr jeweiliges Elastizitätsmodul bestimmen.

2.2 Physikalische Grundlagen

Die zu bestimmende Größe, der Elastizitätsmodul E , ist eine materialabhängige Konstante, welche die relative Längenausdehnung eines Materials in Abhängigkeit der angreifenden Zugspannung charakterisiert $E = \frac{F}{A} / (\frac{\Delta L}{L})$. Seine Einheit ist $\frac{N}{m^2}$. In diesem Versuch werden zwei unterschiedliche Metalle/Legierungen untersucht, für die das E-Modul in der Größenordnung $10^{11} \frac{N}{m^2}$ liegt. Da die Stäbe in diesem Experiment dick genug sind, damit sich eine longitudinale Schallwelle ausbreiten kann, kann man eine dynamische Messung durchführen. Der Zusammenhang zwischen Schallgeschwindigkeit und E-Modul bildet die Dichte des Materials ρ . Damit ist die Ausbreitungsgeschwindigkeit v_1 der Wellen gegeben durch $v_1 = \sqrt{E/\rho}$. Nach geeignetem Anschlag schwingt der Stab in einer Grundschiwingung mit der Wellenlänge $\lambda_0 = 2L$. Über $v_1 = f_0 \cdot \lambda_0$ ergibt sich der Elastizitätsmodul zu $E = \rho f_0^2 4L^2$ mit $\rho = \frac{M}{V} = M / (L\pi D^2/4)$ für einen zylinderförmigen Stab, also insgesamt: $E = \frac{16Lf_0^2 m}{\pi D^2}$.

2.3 Versuchsaufbau und -durchführung

Für den Versuch wird ein silberner und ein goldener Stab ausgewählt. Um die Dichte der Stäbe zu ermitteln, wird die Länge mittels eines Maßbandes, der Durchmesser mithilfe eines Mikrometermaßes und die Masse durch eine Analysenwaage bestimmt. Die Messungen auf den Durchmesser und die Masse wer-

Messintervall	1 ms
Anzahl Messwerte	1600
Messdauer	1.6 s

Tabelle 4: Messeinstellungen Versuch Schallgeschwindigkeit in Festkörpern

den mehrfach durchgeführt, um eine Unsicherheit auf diese Werte bestimmen zu können. Der Durchmesser wird sieben Mal (bzw. aus Zeitgründen fünf Mal beim goldenen Stab) und die Masse fünf Mal (bzw. vier Mal) gemessen. Der Durchmesser wird dabei an verschiedenen Stellen des Stabes und aufgrund seiner Elliptizität auch in verschiedenen Orientierungen gemessen und anschließend als zylinderförmiger Stab genähert. Mit einer Kreuzmuffe wird der Stab möglichst mittig eingespannt, siehe Abbildungen 11 und 12. Dabei wird der Stab von einem kleinen Metallstift, der unten in der Muffe parallel zum Tisch eingespannt wird, unterstützt. Durch diesen Schritt wird der Stab nur an zwei Punkten gehalten und kann daher frei schwingen. Das Mikrofon, welches über

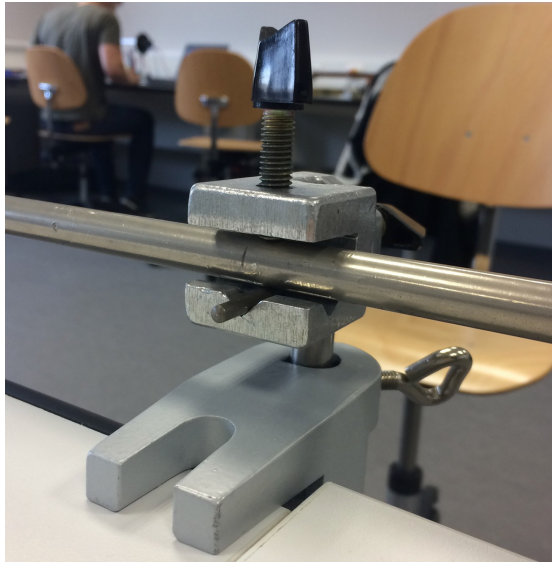


Abbildung 11: Foto Aufbau Versuch Schallgeschwindigkeit in Festkörpern

ein CASSY-Modul die Schwingungsfrequenzen als Spannungsverlauf aufzeichnet, steht an einem Stabende in ca. 5mm Abstand. Am anderen Ende haben wir den Stab zu einer sauberen Schwingung angeregt, indem wir ihn mit einem Gummihammer leicht angeschlagen haben. Den Einschwingvorgang, der einige Sekunden umfasst, haben wir nicht aufgezeichnet, da sonst das Messergebnis verfälscht werden könnte. Pro Stab werden fünf Messungen vorgenommen mit den Messeinstellungen aus Tabelle 4.

Messgröße	silberner Stab						
Länge $[m]$	1.5						
Durchmesser $[mm]$	11.99	11.99	11.98	11.97	11.98	11.99	12.01
Masse $[g]$	1325.0	1324.8	1324.7	1324.7	1324.7		
Frequenz $[Hz]$	1728.55	1728.56	1728.56	1728.55	1728.56		
Messgröße	goldener Stab						
Länge $[m]$	1.3						
Durchmesser $[mm]$	11.91	11.92	11.90	11.92	11.91		
Masse $[g]$	1294.3	1294.4	1294.5	1294.5			
Frequenz $[Hz]$	1459.56	1459.60	1459.57	1459.60	1459.61		

Tabelle 5: Rohdaten der beiden Stäbe

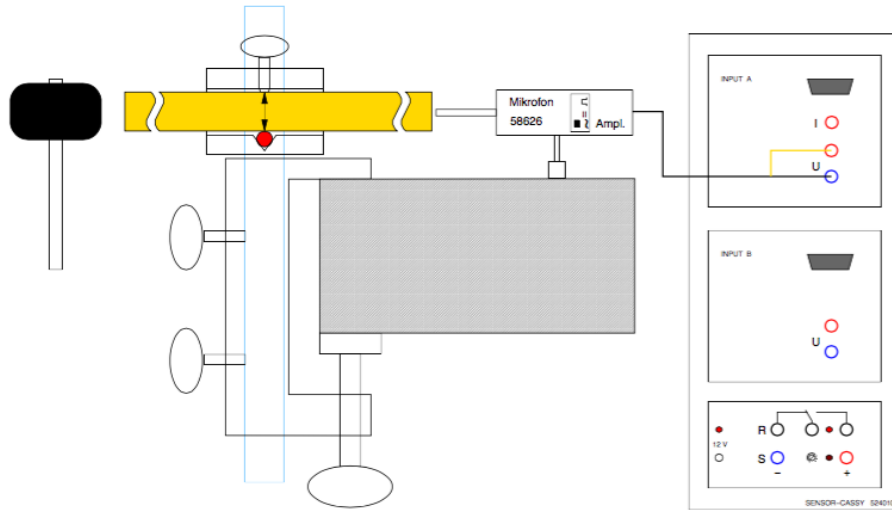


Abbildung 12: Schema Aufbau Versuch Schallgeschwindigkeit in Festkörpern, Quelle: Skript Grundpraktikum Physik

2.4 Versuchsauswertung

Die Rohdaten der Messung sind in Tabelle 5 aufgeführt. Wie in den Versuchen in Abschnitt 1 erhalten wir eine Unsicherheit auf Längemessung durch das Maßband von $\sigma_{L,stat} = \frac{1}{\sqrt{12}}\text{mm}$ und $\sigma_{s,syst} = a + b \cdot L = (0.3 + 0.2 \cdot L/\text{m})\text{mm}$. Die Unsicherheiten auf den Durchmesser und auf die Masse wird aus der Mehrfachmessung mit $\sigma_{\bar{D}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ bzw. $\sigma_{\bar{M}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ bestimmt. Die Temperatur wird über den Zeitraum der Messung als konstant angenommen, wie schon im ersten Versuch. Dies ist eine gute Näherung, weil darauf geachtet wurde, dass die Fenster des Raumes über den Versuchszeitraum geschlossen blieben. Damit sind große Temperaturschwankungen auszuschließen. Eine geringe Temperaturerhöhung im Raum durch Wärmestrahlung der Geräte und Menschen kann auch vernachlässigt werden, da der Ausdehnungskoeffizient α für Metalle bei Raumtemperatur in der Größenordnung $\alpha \approx 10^{-6}K^{-1}$ (siehe Literatur) liegt und somit auf den jeweiligen Messskalen nicht wahrnehmbar ist. Die Frequenzen werden mithilfe des Peakschwerpunktfinder im dem von Cassy erzeugten FFT ermittelt und die Unsicherheit auf den Mittelwert ebenfalls durch die Mehrfachmessung zu $\sigma_{\bar{f}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ berechnet. Für das Elastizitätsmodul des silbernen Stabes erhalten wir ein E-Modul von $210.4 \cdot 10^9 \text{N/m}^2$ und des goldenen von $128.7 \cdot 10^9 \text{N/m}^2$. Aufgrund dieser Werte und der Farbe der Stäbe vermuten wir, dass es sich um Baustahl und Messing handelt. Aus der Formel für den Elastizitätsmodul $E = \frac{16Lf_0^2 m}{\pi D^2}$ kann dann der Fehler σ_E auf den Elastizitätsmodul hergeleitet werden zu:

Stab	Masse \bar{M} [kg]	Durchm. \bar{D} [mm]	Frequenz \bar{f} [Hz]	Länge \bar{L} [m]
silberner	1.3248	11.99	1728.56	1.50
goldener	1.2944	11.91	1459.59	1.30
σ_M [kg]	σ_D [mm]	σ_f [Hz]	σ_L [m]	
$6 \cdot 10^{-5}$	$5 \cdot 10^{-3}$	$2 \cdot 10^{-3}$	$3 \cdot 10^{-4} \pm 6 \cdot 10^{-4}$	
$5 \cdot 10^{-5}$	$4 \cdot 10^{-3}$	$1 \cdot 10^{-3}$	$3 \cdot 10^{-4} \pm 6 \cdot 10^{-4}$	

Tabelle 6: Versuch Schallgeschwindigkeit in Festkörpern; Messdaten der beiden Stäbe

Stab	E- Modul $\left[\frac{\text{kN}}{\text{mm}^2}\right]$	Literaturwerte $\left[\frac{\text{kN}}{\text{mm}^2}\right]$
silberner	$210.4 \pm 0.2 \pm 0.1$	210 (Baustahl)
goldener	$128.7 \pm 0.1 \pm 0.1$	(78-123) (Messing)

Tabelle 7: Versuch Schallgeschwindigkeit in Festkörpern; Auswertung zum Elastizitätsmodul der vermessenen Stäbe

$$\sigma_E = E \sqrt{(2 \frac{\sigma_f}{f})^2 + (\frac{\sigma_M}{M})^2 + (\frac{\sigma_L}{L})^2 + (2 \frac{\sigma_D}{D})^2}$$

Die Messergebnisse und Fehler zu den Eingangsgrößen sind in Tabelle 6 aufgelistet. Da für die Unsicherheit auf den E-Modul nur die relativen Unsicherheiten relevant sind, dominieren die Unsicherheiten auf die Länge und den Durchmesser, deren relative Unsicherheiten beide in der Größenordnung 10^{-4} liegen. Die relative Unsicherheit auf die Masse ist dagegen eine und auf die Frequenz zwei Größenordnungen geringer. Die finalen Ergebnisse für E und deren Unsicherheiten sind in Tabelle 7 dargestellt.

3 Schwebungen und Materialeigenschaften einer Akustik-Gitarre

3.1 Schwebung

3.1.1 Ziele

Der Versuch befasst sich mit der Schwebung der Schwingung zweier Saiten. Durch diesen hörbaren Effekt soll eine der beiden Saiten nur durch Gehör neu gestimmt werden.

3.1.2 Physikalische Grundlagen

Die Schwebung zweier Schwingungen tritt auf, wenn sich die Frequenzen der beiden Schwingungen sehr ähnlich sind. Dann überlagern sich die beiden Schwingungen nach dem Superpositionsprinzip so, dass die resultierende Schwingung eine periodisch schwankende Amplitude zeigt. Die Frequenz der Überlagerungsschwingung ergibt sich als Mittelwert der Eigenfrequenzen $\omega_{res} = (\omega_1 + \omega_2)/2$, während die Frequenz der Einhüllenden durch $\omega_s = (\omega_1 - \omega_2)/2$ gegeben ist. Hierbei bezeichnet man ω_s als Schwebungsfrequenz.

3.1.3 Versuchsaufbau und -durchführung

Die Gitarre liegt auf zwei Polstern auf dem Tisch. Das Stabmikrofon ist mit



Abbildung 13: Foto Aufbau Versuch Gitarre

einer Kreuzmuffe am Tisch befestigt und im geringen Abstand über dem Schallloch platziert, siehe Abbildung 13. Das Universalmikrofon ist an dem CASSY-Modul angeschlossen. Zunächst wird die Gitarre mit Hilfe eines Stimmgerätes gestimmt. Das Stimmgerät zeigt auf dem Display den Ton in grün an, wenn dieser richtig gestimmt ist (s. Tabelle 8 für die Frequenzen der Grundschwingung). Damit der Effekt der Schwebung auftritt, muss eine Saite verstimmt werden. In diesem Fall wird d-Saite leicht nach unten verstimmt. Dabei ist darauf zu achten, dass die Saite nicht zu sehr verstimmt ist. Ansonsten sind die beiden Frequenzen zu unterschiedlich als dass noch eine Schwebung auftritt. Die Schwebung wird nun mit der nächsttieferen Saite, dem A, erzeugt. Die leere d-Saite

Saite	Note	Frequenz
4	d	146.83
5	A	110.00

Tabelle 8: Versuch Gitarre Schwebung: Frequenz der Leersaiten, Quelle: Skript Grundpraktikum Physik

wird mit der im 5. Bund gegriffenen A-Saite angeschlagen. Diese Schwebung sollte deutlich zu hören sein. Je mehr die d-Saite wieder zurück gestimmt wird, desto schwächer sollte die Schwebung in der Aufzeichnung zu sehen und zu hören sein. Ist die d-Saite wieder gestimmt, sollte gar keine Schwebung auftauchen.

Dabei wurden die Messeinstellungen aus Tabelle 9 gewählt

Messintervall	1 ms
Anzahl Messwerte	16 000
Dauer der Messung	16 s

Tabelle 9: Versuch Gitarre Schwebung: Messeinstellungen

3.1.4 Versuchsauswertung

Die Abbildung 14 zeigt deutlich, dass es tatsächlich zu einer Schwebung zwischen der verstimmten d Saite und der, im fünften Bund gegriffenen, a Saite gekommen ist. Im FFT kann man die beiden Frequenzen der Saiten erkennen. Mit dem Peakschwerpunktfinder von Cassy wurden diese Frequenzen ermittelt. Da die Breite der Peaks nicht größer als ein 1 Hz ist, wird eine Unsicherheit von 0.5 Hz angenommen. Die höhere Frequenz beträgt dabei laut Peakfinder 147.119 Hz, also etwa 147 und stimmt damit mit der Angabe des Skriptes überein, dass die a und d Saite ein d' mit der Frequenz 147 Hz schwingen. Die Schwebungsfrequenz ist im FFT nicht als Peak erkennbar, durch das dreifache Ablesen von zwei Perioden konnten wir jedoch eine Frequenz von 0.600 Hz ermitteln, was nur eine geringe Abweichung von dem berechneten Wert von 0.595 Hz besitzt. Für die Unsicherheit der Zeit von zwei Periodendauern ergibt sich: $\sigma_t = \frac{\sigma}{\sqrt{3}}$. Für die Unsicherheit auf die Frequenz folgt $\sigma_f = \frac{2}{t^2} \sigma_t$. Um die resultierende Frequenz zu bestimmen wurden jeweils 20 Periodendauern gezählt. Es ergibt sich damit eine Unsicherheit auf die Frequenz von $\sigma_f = \frac{20}{t^2} \sigma_t$. Diese Ergebnisse sind in Tabelle 10 zusammengefasst.

Jedoch hat der nächste Schritt, die verstimmte Saite allein durch Gehör wieder zu stimmen nicht annähernd so gut funktioniert. Durch zu starkes Drehen am Wirbel wurde die d Saite zu hoch gestimmt. Im besten Fall wäre die Schwebung bei ordnungsgemäßen Stimmen nicht mehr aufgetreten. Leider hatten wir nicht genügend Zeit, den Versuch nochmal durchzuführen, da das Ende des Praktikumstages erreicht war. Allerdings wurde ebenfalls eine Messung aufgezeichnet, bei der die Frequenzen der d und a Saite näher beieinander liegen. Dies ist im FFT Diagramm zu sehen, in dem die beiden Peaks näher beieinander

Versuch	$f_1 [Hz]$	$f_2 [Hz]$	$f_s = \frac{f_1 - f_2}{2} [Hz]$	$\sigma_s [Hz]$	$f_{s,abg} [Hz]$
1	145,929	147,119	0.595	0.35	0.600
2	145,123	145,846	0.362	0.35	0.361

$\sigma_{s,abg} [Hz]$	$\frac{f_1 + f_2}{2} [Hz]$	$\sigma_{res} [Hz]$	$f_{res,abg} [Hz]$	$\sigma_{res,abg} [Hz]$
0.005	146.52	0.35	146.00	0
0.002	145.48	0.35	145.28	7.04

Tabelle 10: Versuch Gitarre Schwebung: berechnete und abgelesene (abg.) Frequenzen

liegen. Allerdings liegt die Frequenz der A Saite hier bei etwa 146 Hz. Wahrscheinlich wurde sie bei dieser Aufzeichnung nicht an exakt der gleichen Stelle gegriffen. Der errechnete Wert der Schwebungsfrequenz liegt hier bei 0.3615 Hz und der abgelesene bei 0.361 Hz. Für die Unsicherheit auf t ergibt sich wieder $\sigma_t = \frac{\sigma}{\sqrt{3}}$. Da dieses Mal aber nur jeweils eine Periodendauer abgelesen wurde (da diese länger ist) ergibt sich für den Fehler auf die Frequenz $\sigma_f = \frac{1}{t^2} \sigma_t$ (s. Tabelle 10).

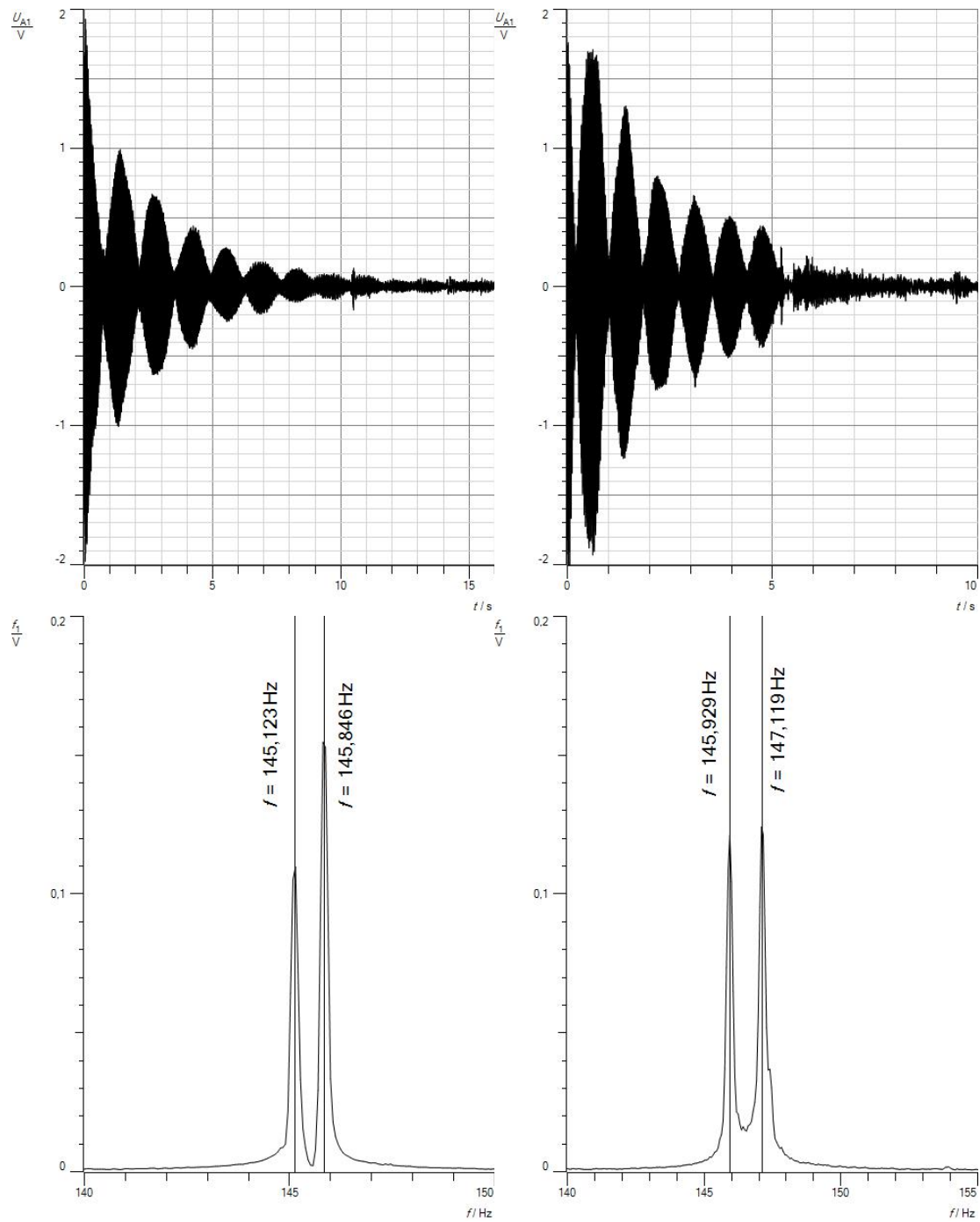


Abbildung 14: Messwerte zum Versuch Gitarre- Schwebung; Spannung als Funktion der Zeit sowie Spannung als Funktion der Frequenz nach FFT

3.2 Materialkonstanten

3.2.1 Ziele

Durch die Bestimmung der Frequenz sollen die beiden Materialkonstanten, die die Eigenschaften einer Saite beschreiben, ermittelt werden. Die Konstanten sind die Saitenspannung $T[N]$ und der Massebelag $\mu \left[\frac{N}{m} \right]$.

3.2.2 Physikalische Grundlagen

Gitarrensaiten schwingen als Transversalwellen, das heißt die Schwingung findet senkrecht zur Ausbreitungsrichtung statt. Der Zusammenhang zwischen Frequenz und den beiden Materialkonstanten ist durch die Formel $f_n = \frac{n}{2L} \cdot \sqrt{\frac{T}{\mu}}$ gegeben. Hier steht das n für n -te harmonische Schwingung. Dabei gehört die Frequenz mit $n = 1$ zur Grundschiwingung und mit $n \geq 2$ zu den Oberschwingungen. Die Saitenspannung T wirkt an beiden Enden der Saite und wird als konstant über die Saite angenommen. Für die Grundschiwingung, mit $n = 1$, lässt sich die obere Gleichung wie folgt umschreiben: $f_1 = \frac{1}{2L} \cdot \sqrt{\frac{T}{\mu}}$. Trägt man also das Inverse der Saitenlänge gegen die gemessene Frequenz auf, beträgt die Steigung dieser Geraden also $m = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{T}{\mu}}$. So kann man so das Verhältnis der beiden Materialkonstanten bestimmen.

3.2.3 Versuchsaufbau und -durchführung

Der Versuchsaufbau deckt sich exakt mit dem zum Versuch zur Schwebung. Im Folgenden befassen wir uns mit der e'-Saite. Dazu wird diese zunächst gestimmt. Dann wird die Saite leer angeschlagen, um zu verifizieren, dass die Frequenz der Leersaite mit dem Erwartungswert übereinstimmt. Diese Messung haben wir für jeden zweiten Bund zwei Mal durchgeführt, sodass wir am Ende von neun Bünden und der leeren Saite Messungen aufgezeichnet haben. Außerdem wird die frei schwingende Länge der Saite gemessen, also der Abstand zwischen Steg und dem Bund, den man greift. Die Messeinstellungen sind in Tabelle 11 aufgeführt.

Messintervall	1 ms
Anzahl Messwerte	1600
Messdauer	1.6 s

Tabelle 11: Versuch Gitarre Materialkonstanten: Messeinstellungen

3.2.4 Versuchsauswertung

Als Fehler auf die Länge wird wiederum eine Unsicherheit von $\sigma_{L,st} = \frac{1}{\sqrt{12}}$ mm und $\sigma_{s,sys} = a + b \cdot L = (0.3 + 0.2 \cdot L/\text{m})\text{mm}$ angenommen. Durch Fehlerfortpflanzung folgt für die Unsicherheit der Inverse der Längen $\sigma_{\frac{1}{L}} = \sqrt{\frac{1}{L^4} \sigma_L^2}$. Die

Bund	18	14	10	8	6	4	2	leere Saite
Länge [cm]	23.3	29.2	36.6	41.1	46.1	51.7	58.0	65.3
Frequenz [Hz] 1.Messung	928.28	739.23	587.88	524.15	466.34	415.77	370.37	329.70
Frequenz [Hz] 2.Messung	941.30	738.83	588.04	524.16	466.22	415.79	370.38	329.61

Tabelle 12: Messdaten zu den Materialeigenschaften

	Herstellerangabe	Messergebnis	χ^2	$\chi^2/5$
$\mu [10^{-3} \cdot \frac{kg}{m}]$	0.3873			
$T [N]$	69.40			
$a = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{T}{\mu}} [\frac{m}{s}]$	211.65	$216.68 \pm 0.412 \pm 0.386$	19.4	3.9
$\frac{T}{\mu} [\frac{m^2}{s^2}]$	$1.79 \cdot 10^5$	$1.88 \cdot 10^5 \pm 0.714 \cdot 10^5 \pm 0.669 \cdot 10^5$		

Tabelle 13: Versuch Gitarre Materialkonstanten: Messergebnisse und Herstellerangabe

Unsicherheit auf die Frequenzen berechnet sich aus $\sigma_{\bar{f}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$. Außerdem wurden die Messungen vom 16. und 12. Bund aus der Auswertung rausgenommen, da im FFT kein deutlicher Peak zu erkennen ist. Auch die Messung des 18. Bundes wurde rausgenommen, da die ermittelten Frequenzen für diesen Bund um ein Vielfaches weiter auseinander liegen als bei den anderen Bündeln. Deshalb bezweifeln wir, dass beide Messungen korrekt sind (s. Tabelle 12), bzw. vermuten, dass mindestens eine von beiden fehlerhaft ist, zum Beispiel verursacht durch einen anderen Anschlag der Saite. Für die Steigung der Ausgleichsgerade ergibt sich: $a = 216.68 \frac{m}{s}$. Daraus folgt $\frac{T}{\mu} = 4a^2 = 1.89 \cdot 10^5 \frac{m^2}{s^2}$. und für die Unsicherheit auf diesen Quotienten: $\sigma_{\frac{T}{\mu}} = 8a\sigma_a$. Der systematische Fehler auf die Steigung der Ausgleichsgeraden ergibt sich durch Verschieben der Messpunkte mit ihren statistischen Fehlern um die systematischen Fehler, bedingt durch die Längenmessung. In der Tabelle 13 sind diese Messergebnisse zusammengefasst und im Diagramm 15 ist unsere Ausgleichsgerade (die obere blaue Gerade) sowie die Gerade nach Herstellerangabe (die untere grüne Gerade) zu sehen. Auf die um die systematischen Fehler verschobenen Geraden wurde in diesem Diagramm verzichtet, da man sie aufgrund der geringen Abweichung bei der verwendeten Achsenskalierung nicht als verschiedene Geraden erkennen kann. Das χ^2/n von 3.9 pro Freiheitsgrad zeigt, dass unsere Messung nicht so genau war wie angenommen, das heißt die Fehler unterschätzt worden sind. Auffällig an den Residuen ist auch, dass die Mehrzahl der Punkte mehr als eine Standardabweichung von der Ausgleichsgeraden abweicht (s. Diagramm 15). Dabei wurde die Unsicherheit auf die Residuen wieder mit $\sigma_R = \sqrt{\sigma_f^2 + (a \cdot \sigma_{\frac{T}{\mu}})^2}$ berechnet. Auch die Herstellerangabe, sowohl bezüglich der Steigung, als auch des Quotienten $\frac{T}{\mu}$ liegen außerhalb einer Standardabweichung unseres Messergebnisses (sowohl bezüglich der statistischen als auch der systematischen Unsicherheit).

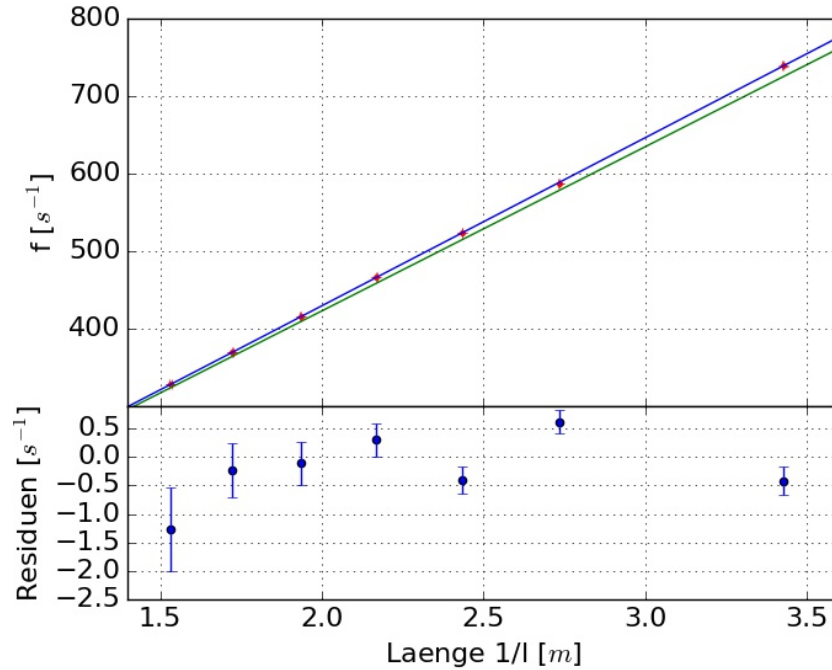


Abbildung 15: Messwerte zum Versuch Gitarre- Materialkonstanten; Frequenz als Funktion der Länge, zugehörige Fits und Residuen

3.3 Frequenzspektrum

3.3.1 Ziele

Ein Ton besteht nicht nur aus einer Frequenz, sondern ist eine Zusammensetzung aus der dominanten Grundschwingung und ihren schwächeren Oberschwingungen. Beides setzt sich zu einem charakteristischen Frequenzspektrum zusammen, welches im Folgenden gemessen werden wird.

3.3.2 Physikalische Grundlagen

Die Grundschwingung besitzt zwei Knoten, die sich jeweils an den Saitenenden (also am Sattel und am Steg) befinden. Damit ergibt sich für die Wellenlänge $\lambda_1 = 2L$, wobei L die Länge der Saite ist. Ebenfalls existieren aufgrund der Eigenmoden Oberschwingungen, die folgender Beziehung folgen $\lambda_1 = \frac{2L}{n}$, mit $n = 1, 2, \dots$. Für $n = 1$ erhält man wiederum die Formel für die Grundschwingung.

n	1	2	3	4	5	6	7
Literaturwert	146.83	293.66	440.49	587.52	734.15	880.98	1027.81
gemessene	146.42	293.06	439.76	586.53	733.11	879.96	1026.24
Abweichung	0.41	0.6	0.73	0.79	1.04	1.02	1.57

8	9	10	11	12
1174.64	1321.47	1468.3	1615.13	1761.96
1173.42	1320.38	1466.47	1614.06	1758.46
1.22	1.09	1.83	1.07	3.5

Tabelle 15: Versuch Gitarre Frequenzspektrum: Messergebnisse und erwartete Ergebnisse aus der Theorie (alles in Hz)

3.3.3 Versuchsaufbau und -durchführung

Der Versuchsaufbau ist wiederum der gleiche. Im Folgenden befassen wir uns mit der d-Saite. Diese wird, um ein deutliches Frequenzspektrum zu erhalten, nur mit dem Fingernagel über dem Schallloch angeschlagen, um die Auflagefläche zu minimieren. Wie sich das Frequenzspektrum verändert, wenn man die Seite an einer anderen Stelle anschlägt, haben wir nicht untersucht. Für die Messeinstellungen siehe Tabelle 14.

Messintervall	1ms
Anzahl Messwerte	1600
Messdauer	1.6 s

Tabelle 14: Versuch Gitarre Frequenzspektrum: Messeinstellungen

3.3.4 Versuchsauswertung

Auf dem Diagramm ist bei 146.42 Hz ein deutlicher Peak zu sehen, dieser entspricht der Grundschiwingung der d Saite. Laut Skript liegt die Grundschiwingung bei 146.83 Hz, also liegt die Abweichung bei nur bei 0.4 Hz. Die weiteren Peaks stehen für die n -ten harmonischen Oberschwingungen. Diese liegen der Erwartung nach immer ungefähr bei einem Vielfachen der Grundschiwingung. Wie Tabelle 15 zeigt, wird die Abweichung mit zunehmendem n größer. Zu beachten ist, dass dies nicht in 0.4 Hz Schritten geschieht, also kann man daraus schließen, dass es keinen direkten Zusammenhang zu unserer Abweichung bei der Grundschiwingung gibt. Bis zur Frequenz von circa 1760 Hz, also bis zu der 11. Oberschwingung, sind noch Peaks an den erwarteten Stellen erkennbar. Bei den gewählten Messeinstellungen ist anscheinend hier die Grenze erreicht. Durch ein wesentlich kürzeres Messintervall von circa $100\mu\text{s}$ hätten möglicherweise Frequenzen von bis zu 5000 Hz sichtbar gemacht werden können. Unsere Messeinstellungen waren also nicht so gut gewählt. Trotzdem zeigt unsere Messung bis zur 11. Oberschwingung keine größere Abweichung als 1.6 Hz, erst die 12. Oberschwingung zeigt eine Abweichung von 3.5 Hz. Diese Abweichung ist nicht verwunderlich, da die Peaks mit zunehmendem n immer kleiner werden

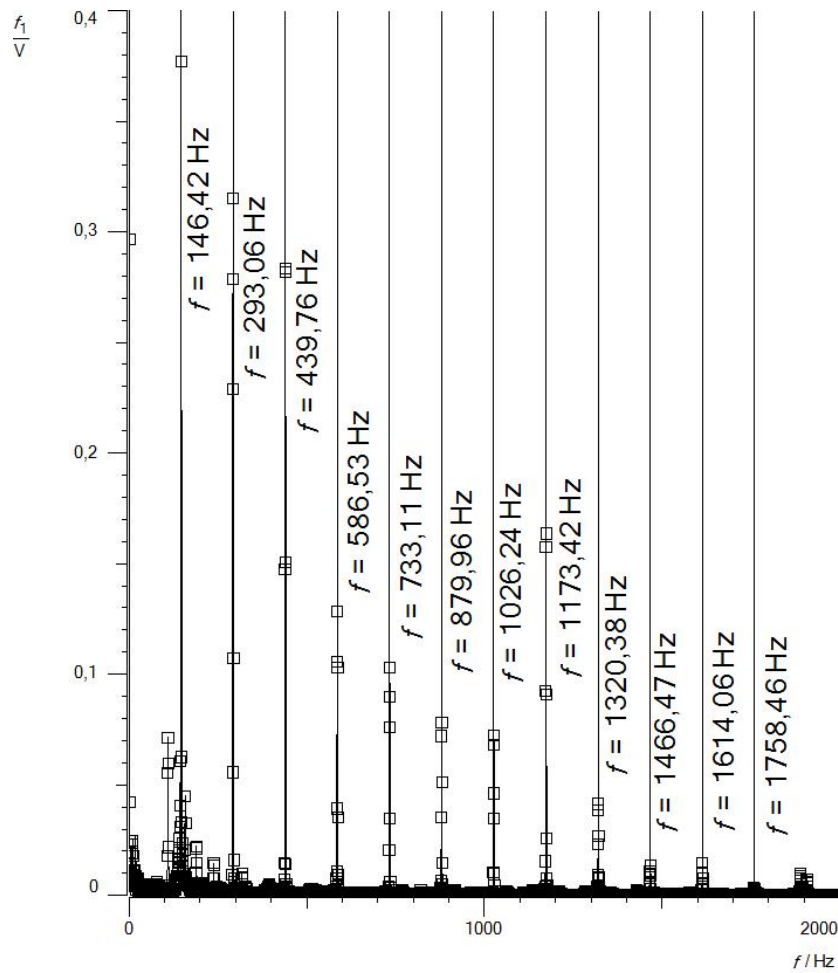


Abbildung 16: Messwerte zum Versuch Gitarre Frequenzspektrum; Spannung als Funktion der Frequenz mit Fouriertransformation, zu erkennen sind die Grundschwingung und die Oberschwingungen

und wie oben schon genannt unsere Messdauer zu lang war. Abbildung 16 zeigt alle von uns gefundenen Harmonischen in einem Diagramm.

Abbildungsverzeichnis

1	Foto Versuchsaufbau A (Laufzeit gegen Laufstrecke)	5
2	Schema Versuchsaufbau A (Laufzeit gegen Laufstrecke), Quelle: Skript Grundpraktikum Physik	6
3	Messwerte A (Laufzeit gegen Laufstrecke); Weg als Funktion der Zeit mit Regressionsgerade für $s(t) = a + v \cdot t$ und Residuen . . .	8
4	Foto Versuchsaufbau B1 (Druckknoten stehende Welle) und B3 (Resonanzfrequenzen stehende Welle (CASSY))	9
5	Schema Versuchsaufbau B1 (Druckknoten stehende Welle) und B3 (Resonanzfrequenzen stehende Welle (CASSY)), Quelle: Skript Grundpraktikum Physik	10
6	Messwerte B1 (Druckknoten stehende Welle); Spannung als Funk- tion des Weges	12
7	Messwerte B1 (Druckknoten stehende Welle); Weg als Funktion von n und zugehörige Regressionsgerade $x_n = a + m \cdot n$, Residuen als Funktion von n	13
8	Messwerte B3 (Resonanzfrequenzen stehende Welle (CASSY)); Spannung als Funktion der Frequenz	16
9	Messwerte B3 (Resonanzfrequenzen stehende Welle (CASSY)); Spannung als Funktion der Frequenz, Zoom in Peak bei 1244 Hz	17
10	Messwerte B3 (Resonanzfrequenzen stehende Welle (CASSY)); Resonanzfrequenzen als Funktion von n und zugehörige Regres- sionsgerade $f_n = a + m \cdot n$, Residuen als Funktion von n	18
11	Foto Aufbau Versuch Schallgeschwindigkeit in Festkörpern	21
12	Schema Aufbau Versuch Schallgeschwindigkeit in Festkörpern, Quelle: Skript Grundpraktikum Physik	22
13	Foto Aufbau Versuch Gitarre	24
14	Messwerte zum Versuch Gitarre- Schwebung; Spannung als Funk- tion der Zeit sowie Spannung als Funktion der Frequenz nach FFT	27
15	Messwerte zum Versuch Gitarre- Materialkonstanten; Frequenz als Funktion der Länge, zugehörige Fits und Residuen	30
16	Messwerte zum Versuch Gitarre Frequenzspektrum; Spannung als Funktion der Frequenz mit Fouriertransformation, zu erkennen sind die Grundschiwingung und die Oberschwingungen	32

Tabellenverzeichnis

1	Messwerte A (Laufzeit gegen Laufstrecke); der Fehler für die Län- genmessung beträgt stets $\sigma_s = 0.3\text{mm}$	7
2	Gefundene Bäuche und Knoten aus den Messwerten B1 (Druck- knoten stehende Welle)	11
3	Vergleich Messergebnisse für v und die zugehörige Unsicherheit σ_v mit der Theorie; die Werte für Versuch B1 - Druckknoten stehende Welle dienen nur als grober Richtwert	19

4	Messeinstellungen Versuch Schallgeschwindigkeit in Festkörpern .	20
5	Rohdaten der beiden Stäbe	21
6	Versuch Schallgeschwindigkeit in Festkörpern; Messdaten der beiden Stäbe	23
7	Versuch Schallgeschwindigkeit in Festkörpern; Auswertung zum Elastizitätsmodul der vermessenen Stäbe	23
8	Versuch Gitarre Schwebung: Frequenz der Leersaiten, Quelle: Skript Grundpraktikum Physik	25
9	Versuch Gitarre Schwebung: Messeinstellungen	25
10	Versuch Gitarre Schwebung: berechnete und abgelesene (abg.) Frequenzen	26
11	Versuch Gitarre Materialkonstanten: Messeinstellungen	28
12	Messdaten zu den Materialeigenschaften	29
13	Versuch Gitarre Materialkonstanten: Messergebnisse und Herstellerangabe	29
15	Versuch Gitarre Frequenzspektrum: Messergebnisse und erwartete Ergebnisse aus der Theorie (alles in Hz)	31
14	Versuch Gitarre Frequenzspektrum: Messeinstellungen	31
16	Messwerte A (Laufzeit gegen Laufstrecke); Messpunkte s und je zehn Messungen	36

4 Anhang

s [cm] \ n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
-24	7.43	7.42	7.42	7.42	7.42	7.42	7.42	7.42	7.42	7.42
-20	8.54	8.54	8.54	8.54	8.54	8.54	8.54	8.54	8.54	8.54
-16	9.75	9.74	9.74	9.74	9.74	9.74	9.76	9.73	9.74	9.74
-12	10.86	10.86	10.86	10.86	10.86	10.86	10.86	10.86	10.86	10.86
-8	13.22	13.20	13.21	13.21	13.21	13.21	13.21	13.21	13.21	13.21
-4	12.07	12.06	12.07	12.06	12.07	12.06	12.07	12.07	12.07	12.07

Table 16: Messwerte A (Laufzeit gegen Laufstrecke); Messpunkte s und je zehn Messungen