

# *Mechanik*

## Gruppe 2

Adelind Elshani

**Olexiy Fedorets**

Bilal Malik

Tobias Wild

8. November 2017

# Versuchsziele

- Bestimmung der Erdbeschleunigung mit dem Pendel
  - Analyse der Schwingung eines gekoppelten Pendels
- Bestimmung der Federkonstante beim gekoppelten Pendel

# Gliederung

## 1. Einfachpendel

- 1.1 Theoretische Grundlagen
- 1.2 Aufbau
- 1.3 Durchführung
- 1.4 Bestimmung von  $g$
- 1.5 Fazit

## 2. gekoppeltes Pendel

- 2.1 Theoretische Grundlagen
- 2.2 Aufbau
- 2.3 Durchführung
- 2.4 Auswertung
  - 2.4.1 Analyse der Schwingung
  - 2.4.2 Bestimmung von  $D_F$
- 2.5 Fazit

# Einfachpendel - Grundlagen

- Bewegungsgleichung

$$J \cdot \ddot{\phi} = -m_s \cdot g \cdot l \cdot \cos(\phi) \approx -m_s \cdot g \cdot l \cdot \phi,$$

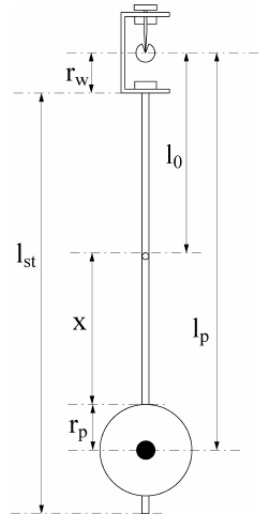
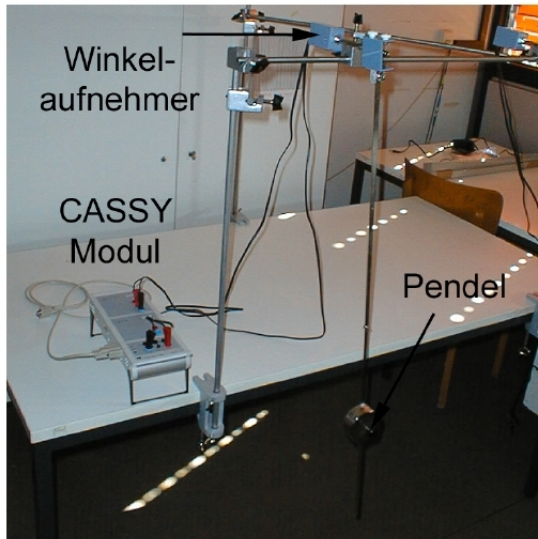
- mit Lösung

$$\phi(t) = \phi_{max} \cdot \cos(\omega t) \quad T = 2\pi/\omega = 2\pi \cdot \sqrt{l/g}.$$

- physikalisches Pendel:
- man erhält für die Erdbeschleunigung

$$g = \omega^2 \cdot L_P \left( 1 + \frac{1}{2} \frac{r_P^2}{L_P^2} \right)$$

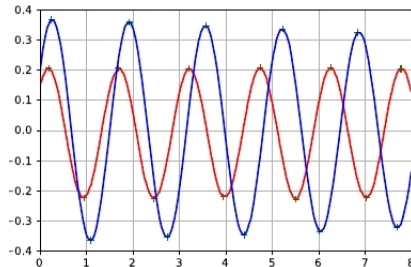
# Einfachpendel - Versuchsaufbau



# Einfachpendel - Versuchsdurchführung

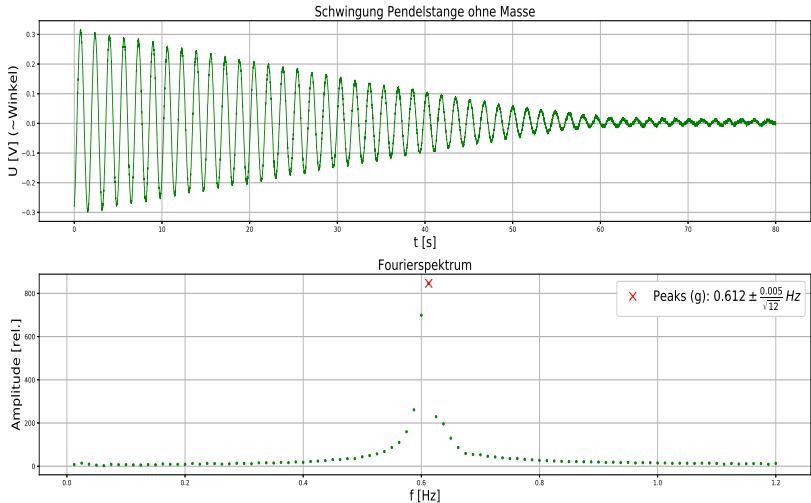
- Rauschmessung bei Pendel in Ruhelage (für Winkelaufnehmer-Offset)
- Zuerst Schwingung der Pendelstange aufzeichnen, Periodendauer bestimmen
- Periodendauer des Pendels mit Masse über die Position dieser angleichen
- nicht zu weit auslenken, um Kleinwinkelnäherung zu behalten
- Messung der Pendellänge in Teilen (mit Maßband und Messschieber)

# Auswertung - Periodendauer durch Abzählung



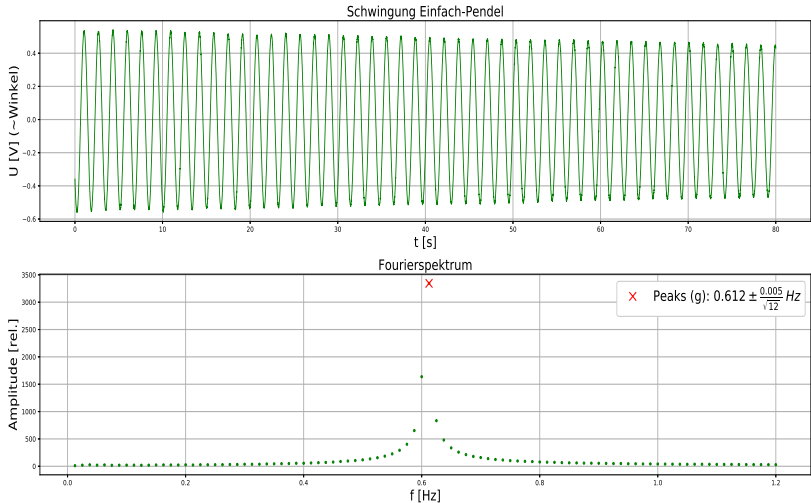
	Nur Stange	Mit Pendelkörper	Abweichung
Gruppe 1	0,6061Hz	0,6587Hz	$\approx 8\%$
Gruppe 2	0,6075Hz	0,6082Hz	$\approx 1\%$

# Auswertung - FFT: Schwingung Einfachpendel





# Auswertung - FFT: Schwingung Einfachpendel



## Auswertung - Messwerte beider Gruppen

	Gruppe 1	Gruppe 2
Frequenz Stange	$0.6061\text{Hz}$	$0.6075\text{Hz}$
Frequenz Pendelkörper	$0.6587\text{Hz}$	$0.6082\text{Hz}$
Kreisfrequenz	$4.0976 \pm 0.0003\text{Hz}$	$3.845 \pm 0.009\text{Hz}$
Pendellänge	$0.56926 \pm 0.000578\text{m}$	$0.669 \pm 0.001\text{m}$
Erdbeschleunigung	$9.581 \pm 0.0098\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$	$9.786 \pm 0.049\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$
Abweichung	$\approx 23\sigma$	$0.49\sigma$

## Fazit - Einfachpendel

- Angleichung der Frequenzen von Stange und Pendel hat bei den Gruppen unterschiedlich gut funktioniert
- Durch Mehrfachmessung der Länge konnte eine Gruppe den Fehler stark verringern (daher  $\sigma$ -Abweichung vom wahren Wert umso höher)
- Aufgrund von großem Fehler liegt  $g$ -Wert einer Gruppe innerhalb von einem  $\sigma$

## gekoppeltes Pendel - Grundlagen

- Bewegungsgleichung (analog für zweites Pendel)

$$M_1 = J \cdot \ddot{\phi}_1 = -m \cdot g \cdot l_S \cdot \phi_1 - D_F \cdot l_F^2 \cdot (\phi_2 - \phi_1)$$

- gleichsinnige Schwingung

$$\phi_i(t) = \phi_{\max} \cdot \cos(\omega_S t) \text{ mit } \omega_S = \frac{mgL_S}{J}$$

- gegensinnige Schwingung

$$\phi_i(t) = (-)\phi_{\max} \cdot \cos(\omega_{Sf} t) \text{ mit } \omega_{Sf}^2 = \omega_S^2 + 2\Omega^2 \text{ und } \Omega = \frac{D_F L_F^2}{J}$$

- Schwebung

$$\phi_i(t) = \phi_{\max} \cdot \cos(\omega_{sch} t) \cos(\omega_k t) \text{ mit } \omega_{k,sch} = \frac{\omega_{Sf} \pm \omega_S}{2}$$

# gekoppeltes Pendel - Grundlagen

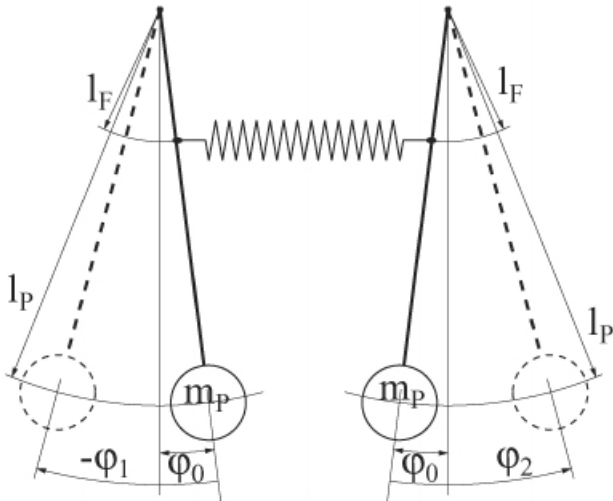
- der Kopplungsgrad ist definiert als

$$\kappa = \frac{\Omega^2}{\omega_S^2 + \Omega^2} = \frac{D_F L_F^2}{mgL_s + D_F L_F^2}$$

- daraus erhält man die Federkonstante

$$\Rightarrow D_F = \frac{mgL_s}{\left(\frac{1}{\kappa} - 1\right) L_F^2}$$

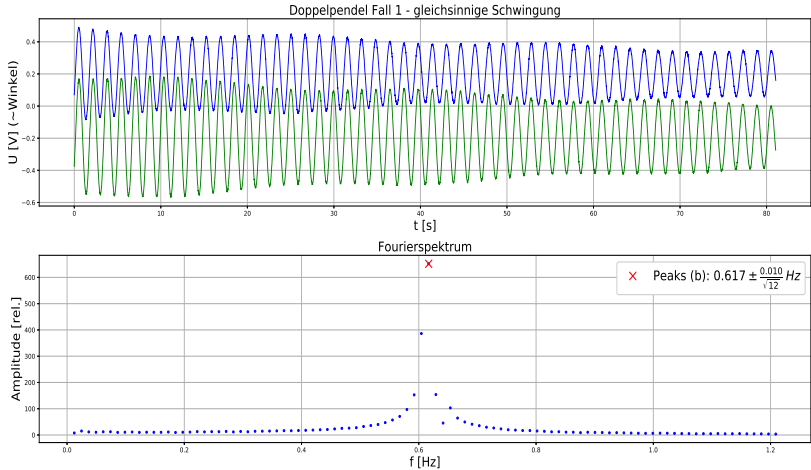
# gekoppeltes Pendel - Versuchsaufbau



# gekoppeltes Pendel - Versuchsdurchführung

- Pendel so positionieren, dass Feder in Ruhelage gespannt ist (Pendel daher nicht mehr vertikal)
- Fälle:
  1. beide Pendel in selbe Richtung auslenken
  2. in entgegengesetzte Richtungen auslenken
  3. ein Pendel auslenken, das Andere in Ruhelage lassen
- nicht zu weit auslenken, um Kleinwinkelnäherung zu behalten
- beachten, dass Pendel stets in einer Ebene ausgelenkt werden

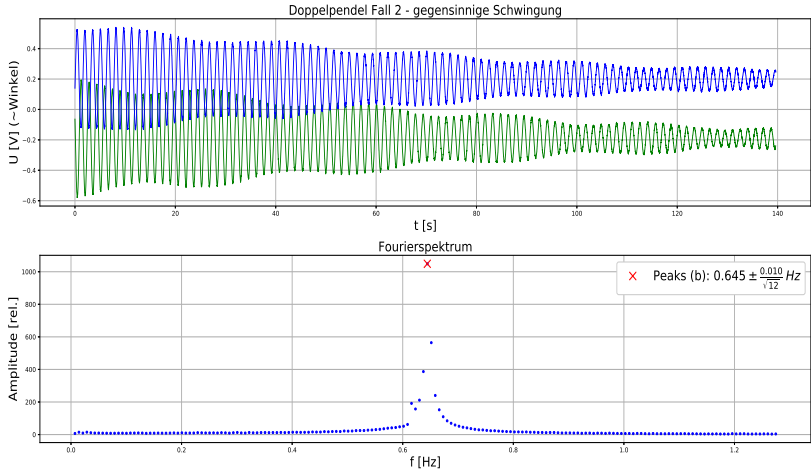
# Auswertung - gleichsinnige Schwingung



$$\omega_s = 3.877 \pm 0.018 \text{ Hz}$$

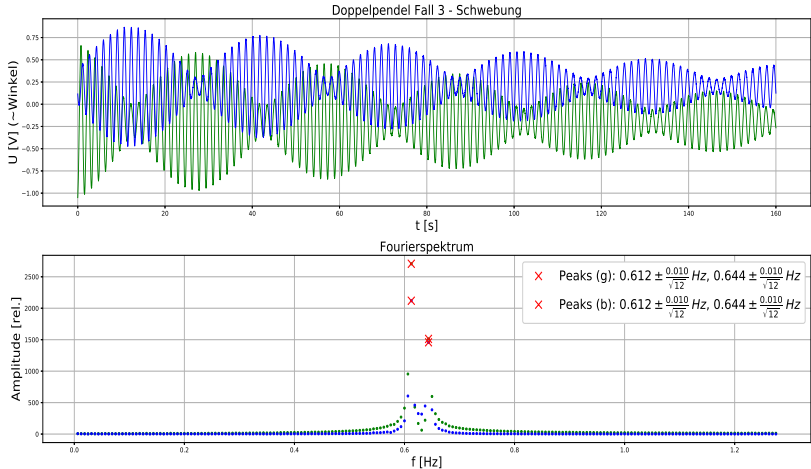


# Auswertung - gegensinnige Schwingung



$$\omega_{sf} = 4.053 \pm 0.018 \text{ Hz}$$

# Auswertung - Schwebung



$$\omega_k = 4.046 \pm 0.018 \text{ Hz}$$

$$\omega_{sch} = 3.845 \pm 0.018 \text{ Hz}$$

# Auswertung - Bestimmung der Kopplung

- zunächst Bestimmung der Frequenz  $\Omega = \frac{D_F l_F^2}{J}$ :

$$\Omega = \sqrt{\frac{\omega_{sf}^2 - \omega_s^2}{2}} = 0.835 \pm 0.009 \text{ Hz}$$

- damit Bestimmung des Kopplungsgrads:

$$\Rightarrow \kappa = \frac{\Omega^2}{\omega_s^2 + \Omega^2} = 0.0462 \pm 0.0003$$

- mit der Masse  $m = 1021.2 \pm \frac{0.1}{\sqrt{12}} \text{ g}$  und Federposition  $L_F = 0.285 \pm 0.001 \text{ m}$  ergibt sich die Federkonstante:

$$D_F = \frac{mgL_s}{\left(\frac{1}{\kappa} - 1\right) L_F^2} = 3.987 \pm 0.044 \frac{\text{kg}}{\text{s}^2}$$

## Fazit - gekoppeltes Pendel

- es war schwierig, die Pendel in einer Ebene auszulenken und die Anfangsbedingungen zu beachten
- mehr Unterschied zwischen  $\omega_k$  und  $\omega_{sch}$  erwartet
- Fehler durch  $g$ -Messung fließt am stärksten in  $D_F$  ein
- mit Messungen für mehrere Federposition hätte man das  $D_F$  durch lineare Regression bestimmen können