Ir al contenido
Menú principal

- Principal
- Cursos Alternar menú
  - Matemática Básica Alternar menú
    - 1. Lógica Proposicional
    - 2. Teoría De Conjuntos
    - 3. Relaciones Matemáticas
    - 4. Números Reales
  - Álgebra Elemental Alternar menú
    - 1. Teoría De Exponentes
    - 2. Operaciones algebraicas
- Blog
- Información Alternar menú
  - Nosotros
  - Contacto
- Buscar

  Buscar: Buscar …

Menú principal

- Principal
- Cursos Alternar menú
  - Matemática Básica Alternar menú
    - 1. Lógica Proposicional
    - 2. Teoría De Conjuntos
    - 3. Relaciones Matemáticas
    - 4. Números Reales
  - Álgebra Elemental Alternar menú
    - 1. Teoría De Exponentes
    - 2. Operaciones algebraicas
- Blog
- Información Alternar menú
  - Nosotros
  - Contacto
- Buscar

  Buscar: Buscar …

Capítulos del curso:

Lógica proposicional

7. Tabla de verdad de un esquema molecular

Hola amigos, en esta oportunidad del curso de lógica proposicional estudiaremos la tabla de verdad de los conectivos lógicos, estas sirven para tener un mejor panorama de las posibles combinaciones de la validez de las proposiciones.

La negación y cada uno de los conectivos tienen un comportamiento diferente cuando lo plasmamos en tablas de verdad, aunque la implicación tiene un comportamiento diferente que la condicional lógica.

Tenga en cuenta que en todas las ramas de la lógica matemática excepto la lógica proposicional, el uso de las tablas de valores lógicas es innecesaria, en este capitulo se usa por cuestiones básicas de entendimiento al lector y dar a conocer todas todos los rincones de la lógica en todos sus aspectos.

TABLA DE CONTENIDO

¿Que es una tabla de verdad?

> Una tabla de verdad de una proposición es un tablero que muestra todos los valores de verdad de un esquema molecular formada por todas las combinaciones posibles de las variables proposiciones que la componen.

Valor de verdad de una proposición

Para entender las posibles combinaciones de valores de verdad de las proposiciones también llamados variables proposicionales donde involucramos los operadores lógicos plasmadas en una tabla de verdad, es importante el uso de dos constantes opuestas que les adherimos a las variables.

Los únicos valores semánticos formalizados para una proposición es el de verdadero y falso. Por lo general, se representan así:

- V(p)=V$V(p) = V$

- V(p)=F$V(p) = F$

Hay que indicar un punto importante en esta representación, como dije, las proposiciones pueden ser o verdaderos VV o falsos FF pero no simultáneamente, por lo menos no en este mundo clásico.

En estas representaciones, el significado de pp es una proposición, pero sera tratado como variable proposicional únicamente por los únicos 2 valores de verdad que posee, es por ello que también se le llama proposición bivalente por las razones que ya hemos explicado.

En electrónica, los valores de verdad se expresan con dos únicos dígitos diferenciadores así:

- V(p)=V=1$V(p) = V = 1$
- V(p)=F=0$V(p) = F = 0$

Estos dígitos son usados en circuitos electrónicos que indica que la corriente o información es representado con un interruptor cerrado donde el dígito 1 indica que la corriente pasa tranquilamente por dicho interruptor y el dígito 0 indica que el interruptor esta abierto y por tanto la información no pasa por el circuito lógico. Ahora veamos la estructura de una tabla de verdad.

Representación esquemática

Sean dos proposiciones pp y qq, definimos un conector lógico cualquiera © con la siguiente tabla:

pqp © qVVFVFFFVFFFV

p	q	$p \copyright q$
V	V	F
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Este es el comportamiento de la validez de la proposición p © q$p \copyright q$ con sus posibles valores de verdad que hemos definido personalmente como ejemplo.

El ejemplo anterior sirve como esquema de todas las posibles valores de verdad de un conector lógico específico como el símbolo “©” y cada uno de los conectores que hemos tratado en entradas anteriores junto con la negación, poseen comportamientos válidos diferentes.

Pero para ser más exactos, la tabla de verdad en lógica sirve para entender el comportamiento de las proposiciones lógicas usando los esquemas moleculares para simplificar los argumentos, naturalmente eso dependerá de los numerosos conectivos lógicos que tengan. Veamos la tabla de cada uno de estos conectivos.

Esquema molecular de una proposición

Un esquema molecular no es mas que una representación simbólica de una proposición por un conjunto de variables proposicionales, generalmente representados por minúsculas (pp, qq, rr, …) y unidos por conectivos lógicos como la negación, conjunción, disyunción (inclusiva y exclusiva), condicional y bicondicional de manera simbólica.

Un ejemplo de esquema molecular es por ejemplo:

(∼p→q)△(r∧∼s)

$$(\sim p \to q) \triangle (r \wedge \sim s)$$

Donde las variables proposicionales son pp, qq, rr y ss y sus conectivos lógicos son la negación (∼$\sim$), la disyunción exclusiva (bigtriangleup*bigtriangleup*), la conjunción (∧$\wedge$) y la condicional (→$\to$).

Ejemplo

El siguiente ejemplo sirve para formalizar una proposición a un esquema molecular:

- *Si Sergio trabaja por 3 días, logrará comprar un coche y también podrá viajar a España.*
  Formalmente se puede escribir así:
  p→(q∧r)
  $$p \to (q \wedge r)$$
  Donde pp = *Sergio trabaja por 3 días*, qq = *comprará un coche* y rr = *viajará a España*.

Tabla de verdad de los conectivos lógicos

Ahora el veremos el comportamiento en una tabla de valores de verdad de los operadores lógicos, por lo general siempre se usan como mínimo dos variables proposicionales pp y qq con excepción de la negación.

La negación

Hemos dicho que la negación lógica tiene la propiedad de cambiar la validez de las proposiciones, lo única cosa que hace este operador es contradecir una proposición dada. Su tabla de valores sería:

p∼pVFFV

p	$\sim p$
V	F
F	V

La conjunción lógica

La conjunción lógica solo valora la validez afirmativa únicamente de las proposiciones, esto es, solo aquellas proposiciones que sean verdaderas, basta que una de ellas sea falsa para que la proposición conjuntiva sea falsa.

pqp∧qVVVVFFFVFFFF

p	q	$p \wedge q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Disyunción inclusiva

La disyunción inclusiva es más amable, para ella, una proposición es verdadera si por lo menos una proposición componente es verdadera. Aquí la tabla.

pqp∨qVVVVFVFVVFFF

p	q	$p \vee q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Disyunción exclusiva

A diferencia de la disyunción inclusiva, la disyunción exclusiva de tener proposiciones contrarias para que sea verdadera, en caso contrario, es falsa. La tabla quedaría así.

pqp△qVVFVFVFVVFFF

p	q	$p \triangle q$
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Condicional material

La condicional lógica sólo es falsa cuando su antecedente es verdadero y su consecuente es falso, en el resto de los casos, es verdadero. Con la tabla de verdad quedaría mucho mejor reflejada así.

pqp→qVVVVFFFVVFFV

p	q	$p \rightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Bicondicional

La bicondicional intenta ser más recíproca entre sus proposiciones componentes, en este caso, solo es verdadera si sus proposiciones componentes son de la misma validez y falsa si la validez de sus proposiciones componentes son opuestas. Esto se refleja mucho mejor en una tabla de verdad para la bicondicional.

pqp↔qVVVVFFFVFFFV

p	q	$p \leftrightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Implicación

Para el caso de la implicación lógica, su tabla de verdad es siempre verdadera, comparándola con la condicional material, esta solo trabaja con los valores de verdad de las proposiciones sin importar el argumento de la misma, en cambio, la implicación trabaja con la semántica de las proposiciones, una debe deducirse de la otra, aunque este proceso es puramente semántico y mental (aunque una parte puede clasificarse en un curso de lógica de primer orden).

Esta diferencias lo expliqué en la sección de la condicional material, pero si quieres saber como es una tabla de verdad de la implicación lógica, tendría esta única forma:

pqp⇒qVVVFFV

p	q	$p \Rightarrow q$
V	V	V
F	F	V

La implicación lógica no se limita simplemente a sus valores de verdad, también en su argumento, pero formalizar los argumentos (que solo se tiene como ideas en nuestra cabeza solo en el lenguaje matemático) sería entrar en el terreno de la lógica de primer orden. En otras palabras, la implicación lógica es una afirmación contundente.

Por otro lado, la implicación ni siquiera debería tener tabla de verdad, solo se usa para relacionar argumentos, como el signo igual, es decir, no es un operador propiamente dicho. Solo los conectivos lógicos excepto la implicación y la equivalencia lógica tienen tablas de verdad.

Veamos el siguiente ejemplo:

p∧q⇒q→r

$$p \wedge q \Rightarrow q \rightarrow r$$

Esto no es una proposición, lo que hace la implicación es relacionar dos proposiciones.

Combinaciones de variables proposicionales

Para cualquier esquema molecular, el número de combinación depende de cuantas variables proposicionales tenga tal esquema, como por ejemplo este:

$\{[(\sim p \vee q) \rightarrow (q \wedge p)] \leftrightarrow [(r \rightarrow p) \leftrightarrow (p \triangle q)]\} \rightarrow [(r \vee q) \leftrightarrow (r \wedge q)] \cdots (A)$

$$\{[(\sim p \vee q) \rightarrow (q \wedge p)] \leftrightarrow [(r \rightarrow p) \leftrightarrow (p \triangle q)]\} \rightarrow [(r \vee q) \leftrightarrow (r \wedge q)] \cdots \text{(A)}$$

Entonces, debemos contabilizar cuántas variables proposicionales tiene, para este caso, notamos que tiene 3 variables proposicionales y son pp , qq y rr.

Luego debemos obtener todas las combinaciones posibles de los valores de verdad entres las variables identificadas de cada una de los conectivos lógicos que las vincula. Por ejemplo:

- Para una sola variable proposicional pp, tenemos:

pVF

p
V
F

"2 combinaciones para la variable pp".

- Para 2 proposiciones pp y qq:

pqVVVFFVFF

p	q
V	V
V	F
F	V
F	F

"4 combinaciones posibles para las variable pp y qq".

- Para 3 proposiciones pp, qq y rr.

pqrVVVVVFVFVVFFFVVFVFFFVFFF

p	q	r
V	V	V
V	V	F
V	F	V
V	F	F
F	V	V
F	V	F
F	F	V
F	F	F

"8 combinaciones posibles para las variable pp, qq y rr".

Si lo han notado, el numero combinaciones de valores de verdad para "nn" variables proposicionales resulta "2n2^n" combinaciones posibles, es decir, para 4 variables proposicionales pp, qq, rr y ss sería 24=16$2^4 = 16$. Todo parece bonito pero veamos que nos dice el siguiente apartado.

Inconveniente al desarrollar una tabla de verdad

Considerando las 3 variables proposicionales para desarrollar la tabla de verdad lógica del esquema molecular (A) al inicio del apartado anterior, resultará muy aburrido. Tan solo contemos cuantos conectivos lógicos tiene este esquema, tiene un total de 12 conectivos lógicos incluido la negación lógica y como son 8 filas de los valores de verdad de las 3 variables proposicionales, deberíamos de realizar 8×12=96$8 \times 12 = 96$ operaciones solo para saber el comportamiento del valor de verdad del esquema (A). ¿Aburrido no?.

Y como se habrán dado cuenta, el problema surge cuando queremos hallar los posibles valores de verdad de hasta 4 variables proposicionales, pues las posibles combinaciones que también explico en la sección "Signos de agrupación de lógica proposicional" resulta ser cada vez más tedioso y cansado y depende de qué tipo de esquema molecular se refiere.

En el siguiente apartado realizó un ejemplo sencillo de cómo operar una tabla de verdad con esquemas simples y sencillos para tener una idea de su uso.

Como desarrollar una tabla de verdad de un esquema molecular

Para resolver diferentes tablas de verdad paso a paso, deben tener en cuenta los signos de agrupación en lógica para cualquier tipo de proposiciones compuestas, ¿por qué?, porque es incorrecto escribir proposiciones de la siguiente manera:

1. p↔q△s$p \leftrightarrow q \triangle s$
2. p→s∨q$p \rightarrow s \vee q$

La manera correcta de escribirlas es así:

1. (p↔q)△s$(p \leftrightarrow q) \triangle s$ o p↔(q△s)$p \leftrightarrow (q \triangle s)$
2. (p→s)∨q$(p \rightarrow s) \vee q$ o p→(s∨q)$p \rightarrow (s \vee q)$

Estas proposiciones simbólicas se les llama **esquemas moleculares** y es la típica “tabla de verdad pqr” (coloquialmente hablando). Para realizar una tabla de verdad de estos esquemas primero debemos desarrollar lo que está encerrado entre paréntesis. Veamos un ejemplo:

Primero calculamos los valores de verdad de la bicondicional porque se encuentra entre paréntesis:

pqs(p↔q)△sVVVVVVFVVFVFVFFFFVVFFVFFFFVVFFFV

p	q	s	$(p \leftrightarrow q) \triangle s$
V	V	V	V
V	V	F	V
V	F	V	F
V	F	F	F
F	V	V	F
F	V	F	F
F	F	V	V
F	F	F	V

Luego calculamos los valores de verdad en color verde de la bicondicional conectada por la disyunción exclusiva, omitimos las columnas pp y qq para no entrar en confusiones visuales.

s(p↔q)△sVV FFV VVF VFF FVF FFF FVV FFV V

s	$(p \leftrightarrow q) \triangle s$	
V	V	F
F	V	V
V	F	V
F	F	F
V	F	F
F	F	F
V	V	F
F	V	V

Observe que estamos calculando la columna de los valores de verdad de color rojo de p↔q$p \leftrightarrow q$ con la columna de ss de color negro, el resultado sería la columna de color verde de la disyunción exclusiva △$\triangle$.

Tipos de tablas de verdad

Existen 3 tipos de tablas de verdad según el tipo de esquema molecular que se trate, esta son, la contingencia, la tautológica y la contradictoria, veamos cada una de ellas con sus respectivos ejemplos.

Contingencia

Un esquema molecular es contingente si como mínimo encontramos en su tabla de verdad una falsedad y una verdad. Por ejemplo, el esquema molecular p∧(q∨s)$p \wedge (q \vee s)$ es contingente y lo podemos ver en la siguiente tabla de verdad:

pqsp∧(q∨s)VVVVVVFVVFFVFVVFFVFFFFVFFFFF

p	q	s	$p \wedge (q \vee s)$
V	V	V	V
V	V	F	V
V	F	F	V
F	V	V	F
F	V	F	F
F	F	V	F
F	F	F	F

Para el esquema p∧(q∨s)$p \wedge (q \vee s)$, encontramos como mínimo una falsedad (FF) y una verdad (VV), por tanto, este esquema molecular es contingente. Cuando un esquema molecular es contingente, se representa de la siguiente manera p∧(q∨s)≡C$p \wedge (q$

$\vee s) \equiv \mathbf{C}$. Vayamos con el siguiente.

Tautológia

Un esquema molecular es **tautológica** si todos los valores de verdad son verdaderas. Por ejemplo, el esquema molecular (p→q)↔~(p∧q)$(p \to q) \leftrightarrow \sim (p \wedge q)$ es una tautología, se puede comprobar en la siguiente tabla de verdad:

pq(p→q)↔~(p∧~q)VVVVFVFVVFFV

p	q	$(p \to q) \leftrightarrow \sim (p \wedge \sim q)$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	V

Como la proposición (p→q)↔~(p∧~q)$(p \to q) \leftrightarrow \sim (p \wedge \sim q)$ en la tabla anterior indica que es una tautología, se representa con así: (p→q)↔~(p∧~q)=T$(p \to q) \leftrightarrow \sim (p \wedge \sim q) = \mathbf{T}$.

La tautología lo usaremos en la próxima entrada cuando tratemos sobre de las proposiciones equivalentes y la implicación lógica. Terminemos con el último tipo de esquema molecular.

Contradictoria

Un esquema molecular es **contradictorio** si todos los valores de verdad son falsas.

pq(p↔q)↔~[(p→q)∧(q→p)]VVFVFFFVFFFF

p	q	$(p \leftrightarrow q) \leftrightarrow \sim [(p \to q) \wedge (q \to p)]$
V	V	F
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Como el esquema (p↔q)↔~[(p→q)∧(q→p)]$(p \leftrightarrow q) \leftrightarrow \sim [(p \to q) \wedge (q \to p)]$ tiene todos los valores de verdad falsos en una tabla de verdad, entonces se dice que es contradictoria y es representado de la siguiente manera así (p↔q)↔~[(p→q)∧(q→p)=F]$(p \leftrightarrow q) \leftrightarrow \sim [(p \to q) \wedge (q \to p) = \mathbf{F}]$.

Y de esta manera finalizamos la séptima sección de la tablas de verdad de cada una de los conectivos lógicos, en cuanto a la implicación, no es necesaria una tabla de verdad ya que siempre lo que afirma o se niega siempre sera una verdad definitiva.

En la próxima entrada trataremos algunos cuantos usos de la condicional y ejemplos aclaratorios. Por último te dejo un enlace donde encontrarás algunos ejercicios de tablas de verdad y esto sería todo, nos vemos en la próxima sección.

Detalles Del Capitulo
Nombre Del Articulo
Que es una tabla de verdad
Descripción
Una tabla de verdad es un tablero que muestra los valores de verdad de un esquema molecular formada por todas las variables proposiciones que la componen.
Autor
Sergio Cohaguila
Nombre De La Organización
Ciencias Básicas
Logotipo

Navegación de entradas

← Entrada anterior
Entrada siguiente →

Deja un comentario Cancelar respuesta

Lo siento, debes estar conectado para publicar un comentario.