一.计算题（每小题 10 分，共 60 分）。

1. 进制转换：（1）将二进制$(10100101)_2$分别转换为十进制和十六进制；

（2）将十进制$(153)_{10}$分别转换为二进制和十六进制

$$(10100101)_2 = (165)_{10} = (A5)_{16}$$
$$(153)_{10} = (10011001)_2 = (99)_{16}$$

2. 2018 年 6 月 27 日是星期三，问过$2^{20180628}$天后是星期几？

星期7天一周期；$2^{20180628} \pmod 7 = 1$

所以，是星期四

3. 求群$(Z/23Z)^* = \{1, 2, \cdots, 22\}$的所有生成元。

$(Z/23Z*)$是模23的简化剩余系，对于乘法$\otimes$：$a \otimes b = a \cdot b \pmod{23}$构成群

而23是素数，所以$\varphi(23) = 22$，而根据的原根g性质，$\{g^0, g, \ldots g^{\varphi(23)-1}\}$构成模$23$的简化剩余系

查原根表得到模23的原根有$g = 5$，因此5是一个生成元，由于群阶22，所以$(Z/23Z*)$有$\varphi(22) = 10$个生成元.

生成元形如g^j，$(j, 22) = \dfrac{22}{22} = 1, j = 1, 3, 5, 7, 9, 13, 15, 17, 19, 21$

所以生成元是$g^j \pmod{23} = 5, 10, 20, 17, 11, 21, 19, 15, 7, 14.$

4. 求解同余式组

$$\begin{cases} x \equiv 2 (\bmod 9) \\ 3x \equiv 4 (\bmod 5) \\ 4x \equiv 3 (\bmod 7) \end{cases}$$

注意到$9, 5, 7$两两互素，但是方程左边不相同.

$3x \equiv 4 \pmod 5$，解得$x \equiv 3 \pmod 5$

$4x \equiv 3 \pmod 7$，解得$x \equiv 6 \pmod 7$

因此原方程组化为：

$$\begin{cases} x \equiv 2 \pmod 9 \\ x \equiv 3 \pmod 5 \\ x \equiv 6 \pmod 7 \end{cases}$$

由$9, 5, 7$两两互素，可运用中国剩余定理；

$M_1 = 35, M_1' = 8,$

$M_2 = 63, M_2' = 2,$

$M_3 = 45, M_3' = 5;$

$m = m_1 m_2 m_3 = 315$

原方程组的解就是$x \equiv 2 \cdot 35 \cdot 8 + 3 \cdot 63 \cdot 2 + 6 \cdot 45 \cdot 5 = 2288 \pmod{315}$

$x \equiv 83 \pmod{315}$