

武汉大学 20016-2017 第一学期概率统计期终试题 (D)

参考答案

一、(12 分) (1) $P(C) = 0.7, P(\bar{C}) = 0.3$; (2) $P(C|(A \cup B)) = P(B|(A \cup B)) = \frac{5}{7}$ 。

二、(12 分) 解: 记 $A = \{\text{他迟到}\}$, 他坐火车、汽车、飞机的事件记为 $B_i, i = 1, 2, 3$,

$$(1) P(A) = \sum_{i=1}^3 P(A|B_i)P(B_i) = \frac{7}{30}; (2) P(B_2|A) = \frac{2}{7}$$

三、(12 分) (1) 方程 $y^2 + 2y + X = 0$ 有实根的概率 $= P\{X \leq 1\} = \frac{1}{2}$ 。(2) $EY = 2, DY = 1$ 。

$$\text{四、(16 分)} (1) f_X(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) dy = \begin{cases} \sqrt{\frac{2}{\pi}} e^{-\frac{1}{2}x^2} & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases} \quad f_Y(y) = \begin{cases} \sqrt{\frac{2}{\pi}} e^{-\frac{1}{2}y^2} & y > 0 \\ 0 & y \leq 0 \end{cases},$$

(2) $\because f(x, y) = f_x(x)f_y(y); \therefore r.v. X, Y$ X 和 Y 独立。

$$(3) F_Z(z) = \begin{cases} 1 - e^{-\frac{1}{2}z} & z > 0 \\ 0 & z \leq 0 \end{cases}, f_Z(z) = \begin{cases} \frac{1}{2} e^{-\frac{1}{2}z} & z > 0 \\ 0 & z \leq 0 \end{cases}.$$

五、(12 分) 解: 记 X_i 为第 i 件加工产品的利润, 则 $EX_i = 60, DX_i = 1600$;

(1) 为保证每天的平均利润不低于 6000 元, 他们至少要加工 100 件产品。

(2) 设至少要加工 n 件产品, 则 $P(\sum_{i=1}^n X_i \geq 6000) = 0.977$, 由中心极限定理,

$$\frac{60n - 6000}{40\sqrt{n}} \geq 2, n \geq 115.$$

六、(12 分) 记 X 为销售量, Y 为进货量, 则利润 $L(Y) = \begin{cases} 700X - 200Y & 0 < X < Y \\ 300X + 200Y & Y < X < 100 \end{cases}$

$EL = 15000 + 200Y - 2Y^2, Y = 50$; 最大利润 20000.

七、(12 分) 记 X 为此 10000 种子发芽数, 则 $EX = 8000, DX = 1600$;

由切比雪夫不等式 $P(7800 < X < 8200) \geq 0.96$; 由中心极限定理 $2\Phi(5) - 1 \approx 1$ 。