

热力学与统计物理-第一周思考题

吴远清-2018300001031

2020 年 2 月 24 日

对于N步行走,假设其在 $2n_1$ 次行走后最后一次回到O点,并最后停在x处,记 $P_1(2n_1, x)$ 为最后一次回到O点是在 $2n_1$ ($0 \leq n_1 \leq \frac{N-x}{2}$)次行走之后的概率,记 $P_2(n, x)$ 为不过原点的n次行走最终停在x处的概率,明显有:

$$P(x) = \sum_{n_1=0}^{\frac{N-x}{2}} P_1(2n_1, x) P_2(N - 2n_1, x) \quad (1)$$

对于 $P_1(2n_1, x)$,有:

$$\begin{cases} P_1(2n_1, x) = \frac{(2n_1 - 1)!}{n_1!(n_1 - 1)!} p^{n_1-1} q^{n_1} & (n_1 = 1, 2, \dots, \frac{N-x}{2}) \\ P_1(0, x) = 1 - \sum_{n_1=1}^{\frac{N-x}{2}} P_1(2n_1, x) \end{cases} \quad (2)$$

对于 $P_2(n, x)$:

$$P_2(n, x) = \frac{(n-2)!}{(\frac{n+x}{2}-2)!(\frac{n-x}{2})} p^{\frac{n+x}{2}-2} q^{\frac{n-x}{2}} \quad (3)$$

先将(2)代入(1):

$$P(x) = P_2(N, x) - \sum_{n_1=1}^{\frac{N-x}{2}} P_1(2n_1, x) (P_2(N - 2n_1, x) - P_2(N, x))$$