

MDDE102 Sinyal İşleme

ADC Bölüm 2: Kuantalama, Bit Derinliği ve SNR

Dr. Öğr. Üyesi Hasan Oğuz

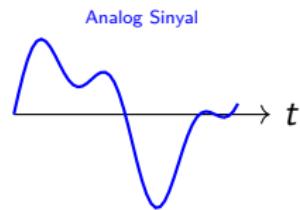
İstanbul Okan Üniversitesi
Meslek Yüksekokulu
Elektronik ve Haberleşme Teknolojisi Programı

2025-2026 Güz Dönemi

Hatırlatma: Sinyal (Signal) Nedir?

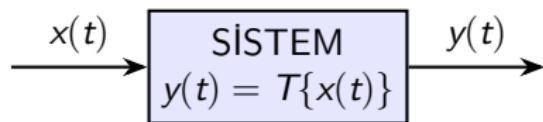
Sinyal: Bilgi taşıyan, zamana veya mekana göre değişen fiziksel büyüklüktür.

- **Analog Sinyal:** Süreklidir. Her an bir değeri vardır. (Örn: Ses dalgası).
- **Dijital Sinyal:** Ayrık değerlerden oluşur. Bilgisayarın işleyebildiği formdur.
- **Haberleşme Bakış Açısı:** Sinyal bizim taşıdığımız "mesajdır".



Hatırlatma: Sistem (System) Nedir?

Sistem: Bir giriş sinyalini alıp, belirli kurallara göre işleyerek bir çıkış sinyaline dönüştüren yapıdır.

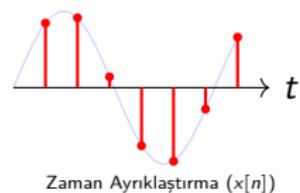


- **Örnek:** ADC (Analog-Dijital Çevirici) bir sistemdir.
- Girişi *analog volaj*, çıkışı *sayı dizisi*dir.
- Bugün bu sistemin "genlik" üzerindeki etkisini göreceğiz.

Hatırlatma: Zaman Ekseninde Örnekleme

Sinyali dijitalleştirme için ilk adım onu **zaman** ekseninde dilimlemekti.

- **Nyquist Kuralı:** $f_s \geq 2f_{\max}$. Bilgiyi kaybetmemek için kritik hız sınırıdır.
- **Aliasing (Örtüşme):** Yavaş örnekleme sonucu oluşan bozuk sinyal görüntüsü.
- **Anti-Aliasing Filtresi:** ADC öncesi yüksek frekansları temizleyen analog filtre.



Hatırlatma: Aliasing (Örtüşme) Formülü

Eğer Nyquist kriterine uyulmazsa ($f_s < 2f_{max}$), yüksek frekanslı sinyal kendisini daha **düşük frekanslı (sahte)** bir sinyalmiş gibi gösterir.

Aliasing (Örtüsen) Frekans Hesabı

Gözlenen (sahte) frekans f_{alias} , orijinal frekans f ve örneklemme frekansı f_s cinsinden:

$$f_{alias} = |f - k \cdot f_s|$$

Burada k , $|f_{alias}| \leq f_s/2$ şartını sağlayan tam sayıdır.

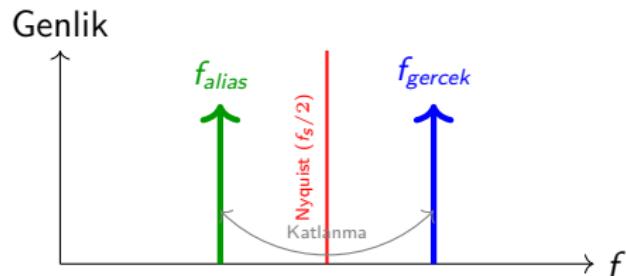
- **Pratik Örnek:** 100 Hz'lik bir sinyali 80 Hz ile örneklersek ($k = 1$ için):

$$|100 - 1 \cdot 80| = \mathbf{20 \text{ Hz}}$$

- Bilgisayar ekranında sinyali 100 Hz değil, 20 Hz olarak görürüz. Bu bir **bilgi hatasıdır**.

Aliasing Görselleştirmesi: Katlanma

Sinyal frekansı Nyquist sınırını ($f_s/2$) geçtiği an, spektrumda geriye doğru "katlanır".



- Önemli:** Katlanmayı önlemenin tek yolu, örneklemeden önce sinyali Nyquist sınırının üzerinde kalan kısımlardan arındırmaktır (Anti-Aliasing Filter).

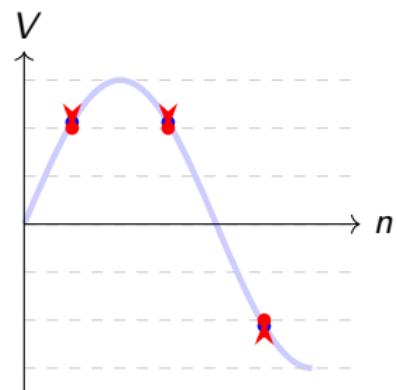
Soru: Zamanı dilimledik. Peki noktaların "yüksekliğini" (voltajını) nasıl kaydedeceğiz? (Kuantalama)

Kuantalama: Süreklidenden Ayrığa Genlik

Kuantalama (Quantization): Örneklenmiş noktaların sonsuz hassasiyetteki genlik değerlerini, bilgisayarın anlayabileceği **sınırlı sayıdaki basamaklara** yuvarlama işlemidir.

Neden Gereklidir?

- Analog dünya sürekli dir (örn: 1.23456... V).
- Bilgisayar hafızası sonludur; değerleri 0 ve 1 dizileriyle tutar.
- Bu durum, cetveldeki milimetre çizgileri arasında düşen bir değeri en yakın çizgiye yuvarlamaya benzer.



Kırmızı oklar yuvarlama işlemini (hata payını) gösterir.

Kuantalama Adım Aralığı (Δ)

Kuantalama işleminin kalitesini, ardışık iki basamak arasındaki mesafe belirler.

Kuantalama Adım Aralığı (Resolution)

$$\Delta = \frac{V_{max} - V_{min}}{L}$$

- $V_{max} - V_{min}$: ADC'nin giriş gerilim aralığı (Full Scale).
- L : Toplam seviye sayısı (2^N).
- Δ (**Delta**): İki basamak arasındaki voltaj farkı.

Örnek: 0-5V aralığında çalışan 3-bitlik ($L = 8$) bir sistemde her basamak $\Delta = 5/8 = 0.625$ V değerindedir. Bu sistem 0.3 V'luk bir değişimi ayırt edemez!

Kuantalama Karar Türleri

Sinyalin değerini hangi basamağa çekeceğimizi seçeरken iki temel yöntem kullanılır:

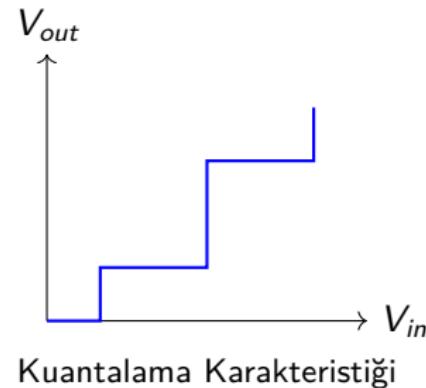
1. En Yakın Komşu (Rounding):

Değer, kendisine en yakın olan alt veya üst basamağa çekilir. Hata payı en düşüktür ($\pm\Delta/2$).

2. Budama (Truncation):

Değer, direkt olarak bir alt basamağa yuvarlanır.

Hesaplaması kolaydır ancak hata payı daha yüksektir.



Kuantalama Karakteristiği

Sinyali ne kadar çok bölersek (L artarsa), merdiven basamakları o kadar küçülür ve analog sinyale o kadar yaklaşırız.

Bit Derinliği (Bit Depth) ve Kapasite

Kuantalama basamaklarının (seviyelerinin) sayısını sistemdeki **Bit Sayısı (N)** belirler. Bu, ADC'nin dikey çözünürlüğündür.

Seviye Sayısı Formülü

$$L = 2^N$$

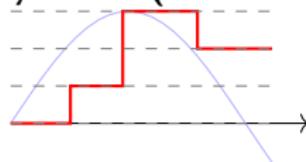
- **1-Bit:** Sadece 2 seviye (Var/Yok, 0/1).
- **8-Bit:** $2^8 = 256$ farklı voltaj seviyesi.
- **16-Bit (CD Kalitesi):** $2^{16} = 65.536$ seviye.
- **24-Bit (Stüdyo Kaydı):** $2^{24} \approx 16.7$ milyon seviye.

Teknik Yorum: Her 1-bitlik artış, hassasiyeti (seviye sayısını) **2 katına** çıkarır. 8-bit ile 10-bit arasında sadece 2-bit fark vardır ancak çözünürlük 4 kat artar ($256 \rightarrow 1024$).

Bit Derinliğinin Sinyale Etkisi

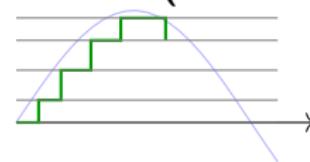
Düşük bit derinliği sinyalin "merdivenleşmesine" (pixelation benzeri bozulma) neden olur.

Düşük Bit (Örn: 2-Bit)



Kaba basamaklar, yüksek hata.

Yüksek Bit (Örn: 4-Bit)



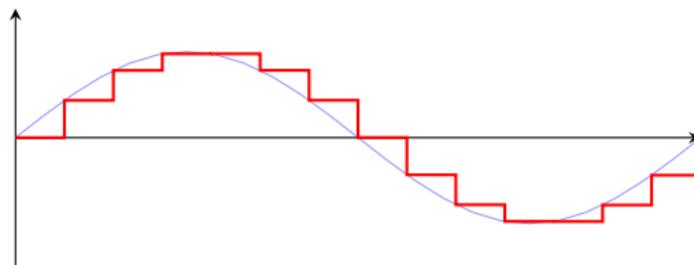
İnce basamaklar, yüksek sadakat.

- Bit Sayısı Arttıkça:** Basamaklar küçülür, kuantalama hatası azalır ve sinyal orijinal analog haline yaklaşır.
- Maliyet:** Daha fazla bit, daha pahalı ADC ve daha büyük veri dosyası demektir.

Kuantalama Hatası (Gürültüsü)

Her yuvarlama işlemi bir hatadır. Ölçülen değer ile kaydedilen basamak arasındaki farka **Kuantalama Hatası** ($e[n]$) denir.

Merdiven Etkisi

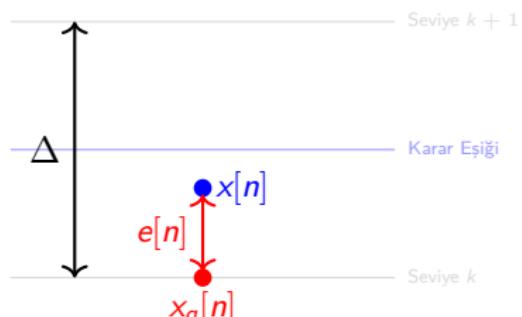


- Az bit kullanıldığında bu hata ses sistemlerinde “hışırtı” veya “mekanik ses” olarak duyulur.
- Bu hata teknik olarak bir **Gürültü (Noise)** türüdür.

Kuantalama Hatası ($e[n]$) ve Karar Sınırları

Her örnek ($x[n]$), kendisine en yakın kuantalama seviyesine ($x_q[n]$) yuvarlanır. Bu aradaki fark bizim hatamızdır.

- **Maksimum Hata:** Bir değer, iki basamağın tam ortasındaysa hata en büyütür.
- **Kural:** $|e[n]| \leq \frac{\Delta}{2}$
- Eğer hata $\Delta/2$ 'den büyükse, sinyal zaten bir sonraki basamağa yuvarlanmış olurdu.



Hata Dağılımı: Neden "Gürültü" Diyoruz?

Kuantalama hatası, orijinal sinyalden bağımsız, rastgele bir değişim gibi davranışır. Bu yüzden buna **Kuantalama Gürültüsü** denir.

- **İstatistiksel Bakış:** Hata genellikle $-\Delta/2$ ile $+\Delta/2$ arasında **düzgün (uniform)** dağılır.
- **Duyulabilir Etki:** Ses sinyallerinde bu gürültü, arka planda sabit bir "tıss" sesi (hiss) olarak duyulur.
- **Çözüm:** Basamak aralığını (Δ) küçültmek. Bu da ancak **Bit Sayısını (N)** artırarak mümkündür.

Kritik Çıkarım

Bit sayısını her 1 artırdığımızda Δ yarıya iner, dolayısıyla maksimum hata da yarıya iner. Bu iyileşme logaritmik olarak **6 dB** kazanca denk gelir.

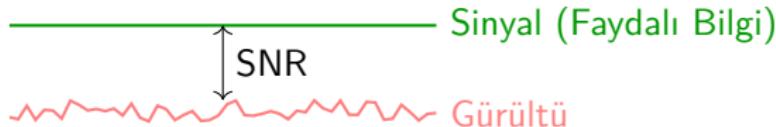
SNR (Sinyal-Gürültü Oranı) Nedir?

Haberleşmede bir sistemin başarısı, sinyalin gürültüden ne kadar baskın olduğuyla ölçülür.

SNR (Signal-to-Noise Ratio)

$$SNR = \frac{P_{\text{sinyal}}}{P_{\text{gürültü}}}$$

- **Yüksek SNR:** Temiz, kaliteli iletişim.
- **Düşük SNR:** Cizirtılı, anlaşılmayan iletişim.
- Birimi genellikle **Desibel (dB)**'dir.



Pratik SNR Hesabı: 6 dB Kuralı

Kuantalama gürültüsü için mühendislikte kullanılan çok pratik bir yaklaşık formül vardır:

SNR ve Bit İlişkisi

$$SNR_{dB} \approx 6.02 \cdot N + 1.76$$

Neden “6 dB Kuralı”?

- Formüle göre, ADC sisteminize eklediğiniz **her 1-bit**, sinyal kalitesini (SNR) yaklaşık **6 dB** artırır.
- **8-bit Sistem:** $SNR \approx 6 \times 8 \approx 48$ dB (Kasetçalar kalitesi).
- **16-bit Sistem:** $SNR \approx 6 \times 16 \approx 96$ dB (Yüksek kalite - CD).

Uygulama: 8-bit vs 16-bit Ses

Haberleşme teknikeri olarak bit oranının etkisini bilmelisiniz:

Özellik	8-bit (Düşük Çözünürlük)	16-bit (Yüksek Çözünürlük)
Seviye Sayısı	256 basamak	65.536 basamak
Dinamik Aralık	48 dB	96 dB
Kullanım Alanı	Eski telsizler, basit sensörler	Modern müzik, VoIP, RF alıcılar
Veri Boyutu	Küçük (Veri tasarrufu)	Büyük (Daha fazla bant genişliği)

Kritik Soru: Veri iletim hızımız kısıtlıysa (örn. uzaydan gelen zayıf sinyal), kaliteden ödün verip bit sayısını düşürmeli miyiz?

Sınıf İçi Etkinlik: SNR Hesaplama

Problem

Bir endüstriyel sıcaklık sensörü 12-bitlik bir ADC (Analog-Dijital Çevirici) kullanmaktadır.

- ① Bu sensör voltajı kaç farklı seviyeye böлerek ölçebilir?
- ② Sistemin teorik olarak sağlayabileceği maksimum SNR (Sinyal-Gürültü Oranı) kaç dB'dir?
- ③ Eğer bu sensörü 14-bitlik daha pahalı bir modelle değiştirirsek, kalite kaç dB iyileşir?

Sınıf İçi Etkinlik: SNR Hesaplama

Problem

Bir endüstriyel sıcaklık sensörü 12-bitlik bir ADC (Analog-Dijital Çevirici) kullanmaktadır.

- ① Bu sensör voltajı kaç farklı seviyeye böлerek ölçülebilir?
- ② Sistemin teorik olarak sağlayabileceği maksimum SNR (Sinyal-Gürültü Oranı) kaç dB'dir?
- ③ Eğer bu sensörü 14-bitlik daha pahalı bir modelle değiştirirsek, kalite kaç dB iyileşir?

Cevaplar

1. $L = 2^{12} = 4096$ seviye.
2. $SNR \approx 6.02 \times 12 + 1.76 \approx 74$ dB.
3. 2-bit artış olduğu için $2 \times 6 = 12$ dB iyileşme sağlanır.

Dinamik Aralık (Dynamic Range)

Dinamik Aralık: Bir sistemin ölçübildiği en küçük sinyal ile bozunma olmadan ölçübildiği en büyük sinyal arasındaki farktır.

- Kuantalama basamağı küçüldükçe, çok zayıf sinyalleri bile gürültüye kurban etmeden kaydedebiliriz.
- **Pratik Kural:** Her bit, dinamik aralığa 6 dB ekler.

Uygulama	Bit Derinliği	Dinamik Aralık (Teorik)
Telefon Görüşmesi (PSTN)	8-bit	48 dB
FM Radyo	10-bit	60 dB
CD Kalitesi	16-bit	96 dB
Yüksek Çözünürlüklü Ses (Hi-Res)	24-bit	144 dB

Önemli Not: İnsan kulağının duyabildiği dinamik aralık yaklaşık 120 dB'dır. Bu yüzden 24-bit sistemler, kulağımızın sınırlarının bile ötesindedir.

Üniform (Doğrusal) vs. Doğrusal Olmayan Kuantalama

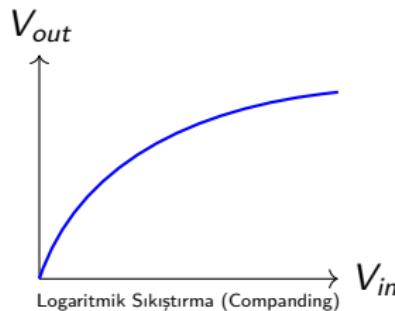
Genellikle tüm basamak aralıkları (Δ) eşittir. Buna **Üniform Kuantalama** denir. Ancak her zaman bu verimli değildir.

Doğrusal (Uniform):

- Tüm seviyeler eşit aralıklıdır.
- Tasarımı kolaydır.
- Düşük seviyeli sinyallerde gürültü oranı yüksektir.

Doğrusal Olmayan (Non-uniform):

- Zayıf sinyaller için sık basamak, güçlü sinyaller için seyrek basamak kullanılır.
- **Örnek:** Ses haberleşmesinde (PCM) kullanılan μ -law ve A-law.



Hassasiyet (Step Size - LSB) Hesabı

Bir ADC'nin ölçübileceği en küçük voltaj değişimi, onun **çözünürlüğündür**.

LSB (Least Significant Bit) Voltajı

$$\Delta = \frac{V_{FS}}{2^N}$$

Burada V_{FS} (Full Scale), ADC'nin ölçübildiği maksimum voltaj aralığıdır.

Örnek Senaryo: Arduino'nun 10-bitlik bir ADC'si olduğunu ve 0-5V arasında çalıştığını varsayıyalım:

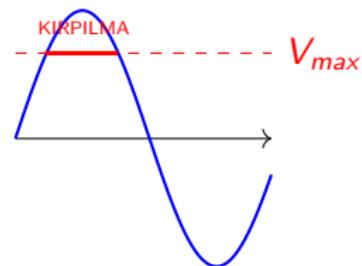
$$\Delta = \frac{5V}{2^{10}} = \frac{5}{1024} \approx 0.00488 V \approx 4.88 \text{ mV}$$

Yani bu sistem, 2 mV'lık bir değişimi algılayamaz. Algılamak için ya bit sayısı artmalı ya da voltaj aralığı daraltılmalıdır.

Giriş Sinyali ADC Sınırlarını Aşarsa: Clipping

Eğer analog sinyal, ADC'nin referans voltajından (V_{ref}) daha büyük bir genlige sahipse **Kırıılma (Clipping)** meydana gelir.

- Bilgi kaybı yaşanır.
- Sinyal tepeleri düzleşir (Kare dalgaya benzer).
- Harmonik bozulma oluşur (Seste "patlama" sesi).



Çözüm: ADC girişinden önce bir gerilim bölcü kullanmak veya ADC'nin referans voltajını yükseltmektir.

Hafta 4: Kritik Formüller Özeti

1. Basamak ve Seviye Hesabı

Toplam Seviye Sayısı:

$$L = 2^N$$

Kuantalama Adım Aralığı (LSB):

$$\Delta = \frac{V_{FS}}{L} = \frac{V_{max} - V_{min}}{2^N}$$

2. Hata ve Sınırlar

Kuantalama Hatası:

$$e[n] = x_q[n] - x[n]$$

Maksimum Hata Payı:

$$|e_{max}| = \frac{\Delta}{2}$$

Tekniker Notu: Tasarım yaparken daima $|e_{max}|$ değerinin, ölçmek istediğiniz minimum

Gelecek Hafta:

Hafta 5: Ayrık Zamanlı Temel Sinyaller

Birim Darbe, Birim Basamak ve Sinyal Operasyonları

- Sinyali dijitale çevirmeyi öğrendik (ADC tamamlandı).
- Artık bu sayı dizileri üzerinde **matematiksel işlemler** (kaydırma, ölçekleme) yapmaya başlayacağız.

Dr. Öğr. Üyesi Hasan Oğuz | İstanbul Okan Üniversitesi