

## CÂY KHUNG NHỎ NHẤT

Bài này yêu cầu các bạn làm bằng cả hai thuật toán KRUSKAL và PRIM (TH đồ thị thưa)

Cho một đồ thị vô hướng  $G$  gồm  $n$  đỉnh đánh số từ 1 tới  $n$  và  $m$  cạnh đánh số từ 1 tới  $m$ , cạnh thứ  $i$  nối hai đỉnh  $u_i, v_i$  và có trọng số là  $w_i$ . Giữa hai đỉnh có thể có nhiều cạnh nối.

**Yêu cầu:** Cho biết trọng số của cây khung nhỏ nhất của đồ thị  $G$ .

**Dữ liệu:** Vào từ file văn bản MST.INP

Dòng 1: Chứa hai số nguyên dương  $n \leq 10^5; m \leq 10^5$

$m$  dòng tiếp, dòng thứ  $i$  chứa ba số nguyên  $u_i, v_i, w_i$  ( $|w_i| \leq 10^9, \forall i$ )

**Kết quả:** Ghi ra file văn bản MST.OUT một số nguyên duy nhất là trọng số cây khung nhỏ nhất của đồ thị, ghi ra thông báo DISCONNECTED nếu đồ thị không tồn tại cây khung

**Ví dụ**

MST . INP	MST . OUT
4 4	7
1 2 2	
1 3 3	
2 4 4	
2 3 1	

## NỐI DÂY

Cho một lưới ô vuông trên mặt phẳng với hệ tọa độ trục chuẩn có một cạnh nằm trên tia  $Ox$  và một cạnh nằm trên tia  $Oy$ . Trên lưới người ta đặt  $n$  đèn ở các điểm có tọa độ nguyên và điền số 0 vào tất cả các ô của lưới. Khi nối hai bóng đèn với nhau bằng dây dẫn, dây dẫn luôn là một đoạn thẳng nối 2 đèn và tất cả các số trong các ô vuông **có điểm trong chung** với dây dẫn được tăng lên 1 đơn vị.

Hệ thống đèn chỉ hoạt động nếu hai bóng đèn bất kỳ luôn được nối với nhau (trực tiếp hoặc qua một số bóng đèn trung gian)

**Yêu cầu:** Nối các dây dẫn cho hệ thống hoạt động sao cho khi hoàn thành, tổng các số ghi trên các ô của lưới là nhỏ nhất có thể.

**Dữ liệu:** Vào từ file văn bản WIRES.INP

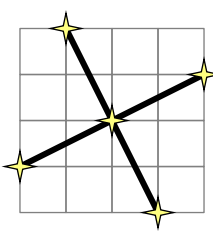
- Dòng 1 chứa số nguyên dương  $n \leq 1000$
- $n$  dòng tiếp theo, mỗi dòng chứa hoành độ và tung độ một đèn, tọa độ là số tự nhiên có giá trị không quá  $10^9$ . Các đèn luôn đảm bảo nằm trong lưới.

**Kết quả:** Ghi ra file văn bản WIRES.OUT

- Dòng 1 ghi tổng các số trên các ô của lưới theo phương án tìm được
- Các dòng tiếp, mỗi dòng ghi 2 chỉ số của 2 đèn được nối với nhau bằng dây dẫn

**Ví dụ**

WIRES.INP	WIRES.OUT
5	8
0 1	1 3
1 4	2 3
2 2	4 3
3 0	5 3
4 3	



## XE ĐIỆN

Gia đình giáo sư X đã lập kế hoạch đi du lịch bằng ô tô qua đường cao tốc để kết hợp đi tham quan các thành phố trên hành trình. Bản đồ giao thông có tất cả  $n$  thành phố và  $m$  tuyến đường cao tốc hai chiều, giữa hai thành phố có nhiều nhất là một tuyến đường cao tốc nối chúng. Độ dài của các tuyến đường cao tốc được cho trước trên bản đồ. Các thành phố được đánh số từ 1 tới  $n$ , trong đó nhà của giáo sư X ở thành phố 1 còn nơi giáo sư muốn đến là thành phố  $n$ . Hệ thống giao thông đảm bảo có thể đi được từ thành phố 1 tới thành phố  $n$ .

Được quảng cáo về loại ô tô điện mới thân thiện và an toàn, giáo sư X quyết định phải đi mua một chiếc ô tô để thực hiện chuyến du lịch. Mỗi loại ô tô điện có một chỉ số năng lượng nhất định, chỉ số năng lượng  $k$  cho biết xe khi nạp đầy điện có thể chạy liên tục  $k$  đơn vị độ dài mà không cần nạp điện. Xe có chỉ số năng lượng càng lớn thì càng đắt. Vấn đề khó khăn là do ô tô điện chưa phổ biến nên không có trạm nạp điện trên các tuyến đường cao tốc, giáo sư chỉ có thể nạp đầy điện khi tới một thành phố trên hành trình.

Hãy giúp giáo sư xác định chỉ số năng lượng tối thiểu của chiếc xe cần mua để thực hiện được hành trình, cho biết một hành trình với chiếc xe đó.

**Dữ liệu:** Vào từ file văn bản HIGHWAY.INP

- Dòng 1: Chứa hai số nguyên dương  $n, m$ . ( $2 \leq n \leq 10^5, m \leq 10^6$ )
- $m$  dòng tiếp theo, dòng thứ  $i$  chứa ba số nguyên dương  $u_i, v_i, c_i$  cho biết có tuyến đường cao tốc nối giữa hai thành phố  $u_i$  và  $v_i$  và độ dài tuyến đường cao tốc đó là  $c_i$ . ( $\forall i: c_i < 2^{64}$ )

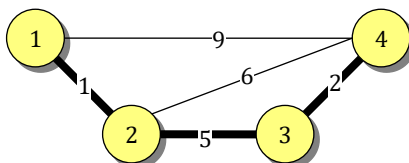
**Kết quả:** Ghi ra file văn bản HIGHWAY.OUT

- Dòng 1: Ghi chỉ số năng lượng tối thiểu của chiếc xe cần mua
- Dòng 2: Ghi số hiệu các thành phố đi qua theo đúng thứ tự trên hành trình, bắt đầu từ thành phố 1, kết thúc ở thành phố  $n$

Các số trên một dòng của Input/Output files được/phải ghi cách nhau ít nhất một dấu cách

**Ví dụ**

HIGHWAY.INP	HIGHWAY.OUT
4 5	5
1 2 1	1 2 3 4
1 4 9	
2 3 5	
2 4 6	
3 4 2	



## MẠNG RÚT GỌN

Một hệ thống gồm  $n$  máy tính được nối thành một mạng có  $m$  kênh nối, mỗi kênh nối hai máy tính trong mạng, giữa hai máy tính có thể có nhiều kênh nối. Các máy tính được đánh số từ 1 đến  $n$  và các kênh nối được đánh số từ 1 tới  $m$ . Việc truyền tin trực tiếp có thể thực hiện được đối với hai máy có kênh nối. Các kênh nối trong mạng được chia ra làm ba loại 1, 2, 3. Ta nói giữa hai máy  $a$  và  $b$  trong mạng có đường truyền tin loại  $k$  ( $k \in \{1, 2\}$ ) nếu tìm được dãy các máy  $a = v_1, v_2, \dots, v_p = b$  thoả mãn điều kiện: giữa hai máy  $v_i$  và  $v_{i+1}$  hoặc có kênh nối loại  $k$ , hoặc có kênh nối loại 3, ( $i = 1, 2, \dots, p - 1$ ).

**Yêu cầu:** Cần tìm cách loại bỏ khỏi mạng một số nhiều nhất kênh nối nhưng vẫn đảm bảo luôn tìm được cả đường truyền tin loại 1 lẫn đường truyền tin loại 2 giữa hai máy bất kỳ trong mạng.

**Dữ liệu:** Vào từ file văn bản NREDUCE.INP

- Dòng đầu tiên chứa hai số nguyên dương  $n \leq 10^5; m \leq 10^6$
- Dòng thứ  $i$  trong số  $m$  dòng tiếp theo chứa ba số nguyên dương  $u_i, v_i, s_i$  cho biết kênh truyền tin thứ  $i$  là kênh loại  $s_i$  nối hai máy  $u_i$  và  $v_i$ .

**Kết quả:** Ghi ra file văn bản NREDUCE.OUT

- Dòng đầu tiên ghi  $r$  là số kênh cần loại bỏ.  $r = -1$  nếu trong mạng đã cho tồn tại hai máy không có đường truyền tin loại 1 hoặc lại 2.
- Nếu  $r > 0$  thì  $r$  dòng tiếp theo, mỗi dòng ghi chỉ số của một kênh cần loại bỏ.

*Các số trên một dòng của Input/Output file ghi cách nhau ít nhất một dấu cách*

**Ví dụ:**

NREDUCE.INP	NREDUCE.OUT
5 7	2
1 2 3	6
2 3 3	7
3 4 3	
5 3 2	
5 4 1	
5 2 2	
1 5 1	

## CÂY KHUNG

Cho một đồ thị vô hướng  $G$  gồm  $n$  đỉnh đánh số từ 1 tới  $n$  và không có cạnh nào. Người ta lần lượt thêm vào đồ thị  $m$  cạnh, cạnh thứ  $i$  nối hai đỉnh  $u_i, v_i$  và có trọng số là  $w_i$ . Trong quá trình thêm cạnh, giữa hai đỉnh có thể có nhiều cạnh nối.

**Yêu cầu:** Sau mỗi lệnh thêm cạnh, cho biết trọng số của cây khung nhỏ nhất của đồ thị  $G$ .

**Dữ liệu:** Vào từ file văn bản SMST.INP

- Dòng 1: Chứa hai số nguyên dương  $n \leq 200$ ;  $m \leq 10^5$
- $m$  dòng tiếp, dòng thứ  $i$  chứa ba số nguyên  $u_i, v_i, w_i$  ( $|w_i| \leq 10^9, \forall i$ )

**Kết quả:** Ghi ra file văn bản SMST.OUT  $m$  dòng, dòng thứ  $i$  ghi một số nguyên là trọng số cây khung nhỏ nhất của đồ thị  $G$  sau lệnh thêm cạnh thứ  $i$ , nếu sau lệnh thêm cạnh thứ  $i$  mà đồ thị không tồn tại cây khung, cần ghi ra dòng này số 123456789.

**Ví dụ**

SMST.INP	SMST.OUT
4 4	123456789
1 2 2	123456789
1 3 3	9
2 4 4	7
2 3 1	

## NỐI MẠNG

Cho  $m \times n$  máy tính được bố trí trong lưới kích thước  $m \times n$ . Các hàng của lưới được đánh số từ 1 tới  $m$  từ trên xuống và các cột của lưới được đánh số từ 1 tới  $n$  từ trái qua phải. Giao của mỗi hàng  $i$  và mỗi cột  $j$  là nút  $(i, j)$  trên đó có một máy tính.

Người ta đã lắp đặt sẵn  $k$  cáp mạng nối các máy tính, mỗi cáp mạng nối một máy với máy bên cạnh nó theo hàng hoặc theo cột. Dây cáp mạng cho phép truyền tin giữa hai máy tính theo cả hai chiều

Mỗi dây cáp mạng đã có được cho bởi 2 loại:

- Loại  $R(i, j)$ : Cáp nối máy  $(i, j)$  với máy  $(i, j + 1)$  ( $1 \leq i \leq m; 1 \leq j < n$ )
- Loại  $D(i, j)$ : Cáp nối máy  $(i, j)$  với máy  $(i + 1, j)$  ( $1 \leq i < m; 1 \leq j \leq n$ )

**Yêu cầu:** Nối thêm một số ít nhất các dây cáp mạng thuộc hai loại trên để cặp mọi máy của mạng có thể truyền tin cho nhau

**Dữ liệu:** Vào từ file văn bản CONNECTION.INP

- Dòng 1 chứa ba số nguyên dương  $m, n \leq 1000$  và  $k \leq 10^5$
- Các dòng tiếp theo, mỗi dòng ghi thông tin về một cáp: Đầu dòng là ký tự loại cáp  $\in \{R, D\}$ , tiếp theo là hai số nguyên  $i, j$  như mô tả ở trên.

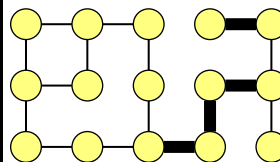
**Kết quả:** Ghi ra file văn bản CONNECTION.OUT

- Dòng 1 ghi số cáp ít nhất phải nối thêm ( $q$ )
- $q$  dòng tiếp theo, mỗi dòng ghi thông tin về một dây cáp nối thêm theo khuôn dạng: Đầu dòng ghi ký tự phân loại cáp  $\in \{R, D\}$ , tiếp theo là hai số nguyên  $i, j$  như mô tả ở trên

Các thành phần trên cùng dòng của input/output files được/phải ghi cách nhau ít nhất một dấu cách

**Ví dụ**

CONNECTION.INP	CONNECTION.OUT
3 5 12	4
R 1 1	R 1 4
D 1 1	R 2 4
R 1 2	D 2 4
D 1 2	R 3 3
D 1 3	
R 2 1	
D 2 1	
D 2 3	
R 3 1	
R 3 2	
D 1 5	
D 2 5	



## ĐÓNG CHUỖNG

Ông John dự định đưa những con bò đi du lịch dài ngày và ông ta muốn đóng các chuồng trại để tiết kiệm tiền duy trì hoạt động. Có  $n$  chuồng kết nối với nhau bởi  $m$  con đường hai chiều, con đường thứ  $i$  kết nối hai chuồng  $u_i, v_i$ . Ông John đóng lần lượt từng chuồng, khi một chuồng bị đóng, tất cả các con đường kết nối với chuồng đó cũng đóng luôn.

Ông John muốn bạn cho biết hệ thống chuồng bò trước khi đóng mỗi chuồng có bao nhiêu thành phần liên thông. Một nhóm các chuồng chưa đóng được gọi là liên thông nếu nó cho phép đi lại giữa hai chuồng bất kỳ của nhóm qua các con đường và hai chuồng thuộc hai nhóm khác nhau không thể đi được sang nhau

**Dữ liệu:** Vào từ file văn bản CLOSING.INP

- ✿ Dòng 1 chứa hai số nguyên dương  $n, m \leq 2 \cdot 10^5$
- ✿  $m$  dòng tiếp theo, dòng thứ  $i$  chứa hai số nguyên dương  $u_i, v_i$
- ✿  $n$  dòng tiếp theo, dòng thứ  $i$  ghi số hiệu chuồng bị đóng vào thời điểm  $i$

**Kết quả:** Ghi ra file văn bản CLOSING.OUT  $n$  dòng, dòng thứ  $i$  ghi số thành phần liên thông ngay trước khi đóng chuồng vào thời điểm  $i$

**Ví dụ**

CLOSING.INP	CLOSING.OUT
4 3	1
1 2	2
2 3	1
3 4	1
3	
4	
1	
2	

## CÁC ĐƯỜNG HÀM

Sau chuyến đi công du dài ngày, Giáo sư X lại càng thấy cần phải góp công sức để thay đổi chất lượng cuộc sống tại thị trấn nơi ông đang ở. Việc đầu tiên mà ông dự định làm là gửi bản kiến nghị về việc xây dựng mô hình giao thông mới dành cho các phương tiện giao thông công cộng nhằm tránh tắc đường, khói bụi và ô nhiễm: đó là hệ thống giao thông dưới lòng đất. Để thuyết phục được người nghe, ông xây dựng một mô hình. Trên mô hình này, ông đặt  $n$  điểm dừng đỗ cho các phương tiện đi lại (được đánh số từ 1 đến  $n$ ). Việc đi lại giữa các điểm này hoàn toàn bằng các tuyến đường hầm. Có  $m$  con đường hai chiều nối giữa  $n$  điểm đó, mỗi con đường gồm hai thông tin: độ dài tuyến đường và chiều cao tối đa của phương tiện có thể đi qua được. Một vài điểm dừng đỗ có thể không có đường nối trực tiếp.

Trước buổi thuyết trình, Giáo sư nhận được câu hỏi: với hai điểm dừng đỗ  $s$  và  $t$  cho trước, hãy chỉ ra một cách đi từ điểm  $s$  đến điểm  $t$  sao cho độ cao của phương tiện giao thông đi qua các tuyến đường theo cách đi đó là lớn nhất có thể. Nếu có nhiều cách đi, hãy chỉ cách đi có tổng chiều dài nhỏ nhất. Vì câu hỏi này quá dễ nên ông giao cho các học trò của mình trả lời, còn ông sẽ chỉ tập trung vào buổi thuyết trình.

**Dữ liệu:** Vào từ file văn bản TUNNEL.INP gồm:

- ✿ Dòng đầu ghi 4 số  $n, m, s, t$  ( $n \leq 10^5, m \leq 10^5, s, t \leq n$ )
- ✿  $m$  dòng tiếp, mỗi dòng mô tả một đường nối hai điểm gồm 4 số  $u, v, h, d$ : với ý nghĩa đường đi từ  $u$  đến  $v$  có độ cao tối đa là  $h$  và chiều dài là  $d$ . ( $0 \leq h, d \leq 10^9$ )

**Kết quả:** Ghi ra file văn bản TUNNEL.OUT gồm:

- ✿ Dòng đầu ghi số  $k$  là số điểm dừng đỗ phải đi qua (kể cả  $s$  và  $t$ ).
- ✿ Dòng sau là  $k$  số lần lượt là số hiệu các điểm dừng đỗ tương ứng theo thứ tự trên đường đi, bắt đầu là  $s$  và kết thúc là  $t$ .

**Ví dụ:**

TUNNEL.INP	TUNNEL.OUT
6 10 2 4	5
2 1 9 1	2 1 6 3 4
5 2 4 7	
1 5 2 6	
6 3 2 2	
4 5 1 1	
2 6 3 4	
1 6 5 2	
6 5 2 3	
3 4 2 3	
3 5 3 1	